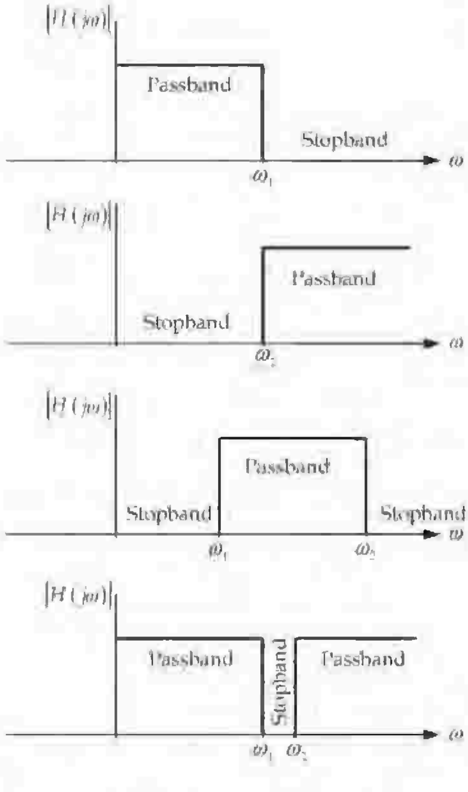
الفصل الثالث عشر

المرشحات التماثلية (التناظرية) الفعالة
Active Analog Filters

يقدم هذا القسم العديد من المرشحات التماثلية الفعالة التي تتضمن المضخم العملياتي. تستخدم المرشحات التماثلية غير الفعالة عناصر دارة غير فعالة: مقاومات ومكثفات وملفات. ولتحسين الأداء في المرشح التماثلي غير الفعال، فإنه عادة ما يتم زيادة الحمل الأومي (حمل المقاومة) على خرج المرشح. وباستخدام المضخم العملياتي، فإنه يتم تحقيق تحكم دقيق بالأداء دون زيادة الحمل على خرج المرشح. تُستخدَم المرشحات لتعديل الإشارة التي يتم قياسها عن طريق إزالة الضجيج. يتم تصميم المرشح في المجال الترددي بحيث يتم تمرير الإشارة المُقاسة التي يجب الحفاظ عليها ورفض الضجيج.

يبين الشكل رقم (١٣.١) خصائص التردد لأربع مرشحات: تمرير منخفض، وتمرير عالٍ، وتمرير حزمة، ومرشحات إيقاف حزمة (مرشح نوتش). إن الإشارة التي يتم تمريرها من خلال المرشح ويُشار إليها بالمجال الترددي تُدعى حزمة التمرير. أن الإشارة التي تتم إزالتها بواسطة المرشح ويُشار إليها بالمجال الترددي تُدعى حزمة التوقف. إن مطال المرشح، $|H(j\omega)|$، هو واحد في حزمة التمرير وصفر في حزمة التوقف. يسمح مرشح التمرير المنخفض لإشارات متغيرة ببطء ذات تردد أقل من ω_1 بالمرور عبر المرشح، ويزيل أي إشارة أو ضجيج أعلى من ω_1. يسمح مرشح التمرير

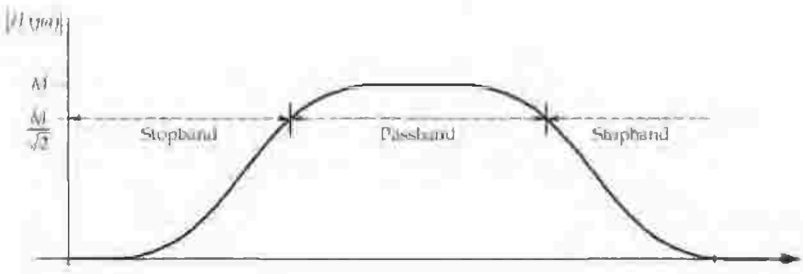
العالي لإشارات متغيرة بسرعة ذات تردد أكبر من ω_2 بالمرور عبر المرشح ، ويزيل أي إشارة أو ضجيج بتردد أقل من ω_2. يسمح مرشح تمرير الحزمة لإشارات تقع ضمن حزمة تردد أكبر من ω_1 وأقل ω_2 بالمرور عبر المرشح، ويزيل أي إشارة أو ضجيج خارج هذا المجال. يسمح مرشح إيقاف الحزمة (نوتش) لإشارات تقع ضمن حزمة تردد أقل من ω_1 وأكبر من ω_2 بالمرور عبر المرشح، ويزيل أي إشارة أو ضجيج خارج هذا المجال. ويُطلق على الترددات ω_1 و ω_2 عادة ترددات القطع لمرشحات التمرير المنخفض والتمرير العالي.



الشكل رقم (١٣.١). استجابة مثالية للتردد مع المطال لأربع مرشحات، من أعلى إلى أسفل: تمرير منخفض، وتمرير عالٍ، وتمرير حزمة وإيقاف حزمة (نوتش).

في الواقع، فإن أي مرشح حقيقي لا يمكن على الأرجح أن يكون لديه هذه الصفات المثالية، ولكن بدلاً من ذلك لديه انتقال سلس من حزمة التمرير إلى حزمة التوقف، كما هو مبين على سبيل المثال في الشكل رقم (١٣.٢)؛ يتم وصف سبب هذا السلوك في فصل لاحق. علاوة على ذلك، فإنه من المريح في بعض الأحيان ضم كل من التضخيم والترشيح في نفس الدارة، وعليه فإنه ليس هناك حاجة إلى أن يكون المطال الأعظمي مساوياً إلى الواحد، ولكن يمكن أن يكون قيمة للمطال M تحددها احتياجات التطبيق.

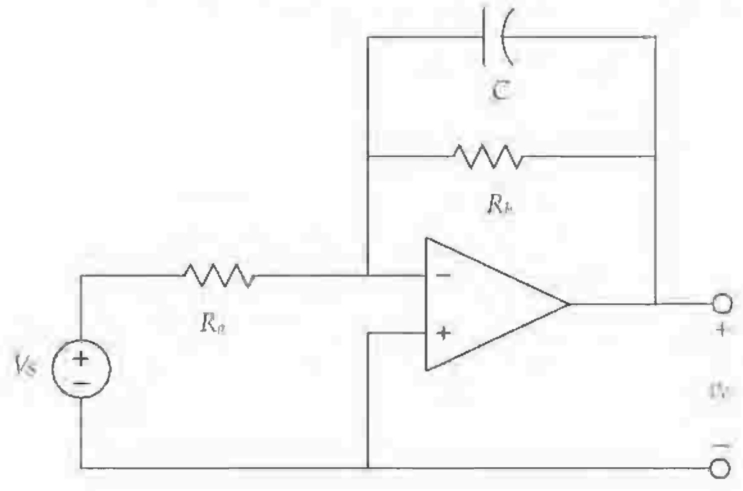
لتحديد أداء المرشح، يتم تغذية المرشح بواسطة دخل جيبي. يغيِّر المرء الدخل عبر طيف كامل من الترددات ذات الاهتمام (عند ترددات منفصلة) ويسجل مطال الخرج. إن الترددات الحرجة هي عندما $|H(j\omega)| = \frac{M}{\sqrt{2}}$.



الشكل رقم (١٣.٢). استجابة واقعية للتردد مع المطال لمرشح تمرير حزمة. لاحظ أن المطال M لا يحتاج بالضرورة أن يكون مساوياً إلى الواحد. يتم تعريف حزمة التمرير على أنها مجال التردد عندما يكون المطال أكبر من $\frac{M}{\sqrt{2}}$.

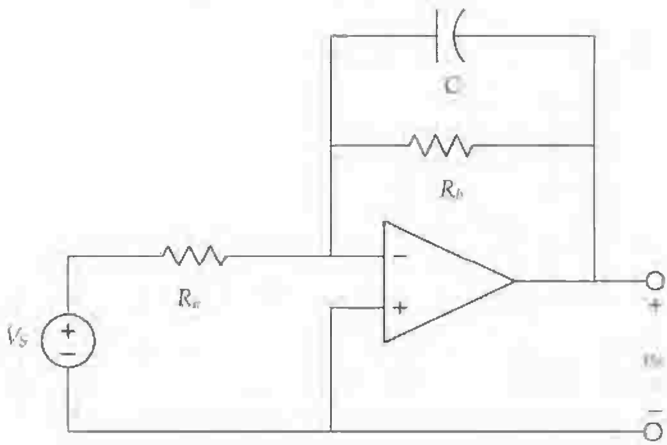
مثال (١٣.١):

باستخدام مرشح التمرير المنخفض في الدارة التالية، المطلوب تصميم المرشح ليكون لديه ربح مقداره ٥ وتردد قطع مقداره ٥٠٠ راديان/الثانية.



الحل: من خلال التعامل مع المضخم العملياتي على أنه مثالي، لاحظ أنه يتم توصيل المدخل غير العاكس إلى الأرض، وعليه، فإن المدخل العاكس موصول أيضاً إلى الأرضي. إن تشغيل هذا المرشح واضح بسهولة أنه في حالة الترددات المنخفضة، يعمل المكثف كدارة مفتوحة، مما يؤدي إلى تخفيض الدارة إلى مضخم عاكس يمرّر الإشارات ذات التردد المنخفض. وعند الترددات العالية، يعمل المكثف كدارة مقصورة، تقوم بتوصيل نهاية الخرج إلى المدخل العاكس والأرضي.

يتم استخدام طريقة المتجه الطوري (phasor) لحل هذه المسألة عن طريق تحويل الدائرة أولاً إلى مجال المتجه الطوري كما هو موضح في الشكل التالي.



إن جمع التيارات الخارجة من المدخل العاكس يعطي

$$-\frac{V_s}{R_a}-\frac{V_0}{\frac{1}{j\omega C}}-\frac{V_0}{R_b}=0$$

وبجمع الحدود المتشابهة وإعادة الترتيب ينتج

$$-V_0\left(\frac{1}{\frac{1}{j\omega C}}+\frac{1}{R_b}\right)=\frac{V_0}{R_a}$$

وبعد مزيد من العمليات يكون لدينا،

$$\frac{V_0}{V_s}=-\frac{1}{R_a}\left(\frac{1}{\frac{1}{j\omega C}+\frac{1}{R_b}}\right)=-\frac{1}{R_a}\left(\frac{1}{j\omega C+\frac{1}{R_b}}\right)$$

$$\frac{V_0}{V_s}=-\frac{1}{R_aC}\left(\frac{1}{j\omega+\frac{1}{R_bC}}\right)$$

وعلى غرار استنتاج المعادلة المميزة للمعادلة التفاضلية، يتم تعريف تردد القطع بأنه $\omega_C = \frac{1}{R_a C}$ (أي، الحد المشترك القاسم، يوضع الحد $j\omega + \frac{1}{R_b C}$ مساوي للصفر).
وهكذا، بوضع تردد القطع عند $\omega_c = 500$ راديان/ثانية، فإن $\frac{1}{R_b C} = 500$ عندئذ.
ويتم تحديد تردد القطع أيضاً كما هو الحال عندما يكون $|H(j\omega)| = \frac{M}{\sqrt{2}}$، حيث = M

5. يُعطى المطال $\frac{V_0}{V_s}$ من خلال العلاقة التالية

$$\left|\frac{V_0}{V_s}\right| = \frac{\frac{1}{R_a C}}{\sqrt{\omega^2 + \left(\frac{1}{R_b C}\right)^2}}$$

وعند تردد القطع، $\omega_c = 500$ راديان/ثانية يكون

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{R_a C}}{\sqrt{\omega_c^2 + \left(\frac{1}{R_b C}\right)^2}}$$

ومع $\frac{1}{R_b C} = 500$، يكون المطال

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{R_a C}}{\sqrt{\omega_c^2 + \left(\frac{1}{R_b C}\right)^2}} = \frac{\frac{1}{R_a C}}{\sqrt{500^2 + 500^2}} = \frac{\frac{1}{R_a C}}{500\sqrt{2}}$$

الذي يعطي

$$R_a C = \frac{1}{2500}$$

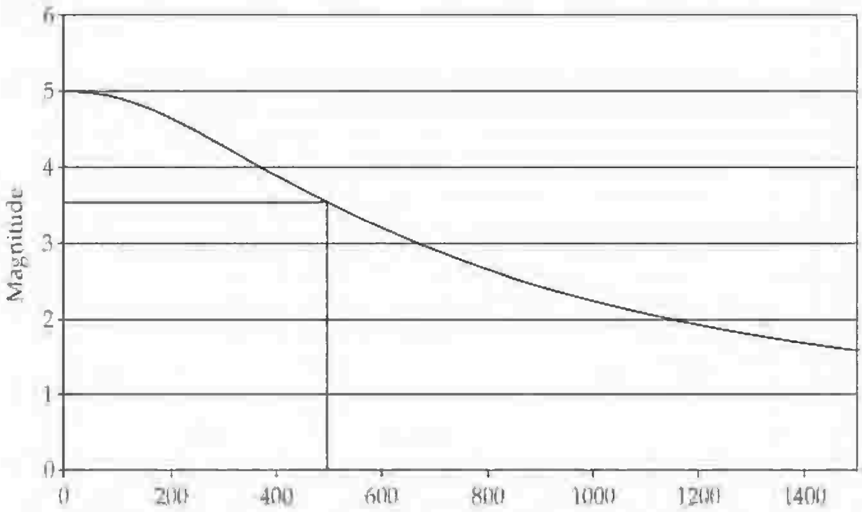
ونظراً لأن لدينا ثلاثة مجاهيل ومعادلتين ($R_aC = \dfrac{1}{2500}$ و $\dfrac{1}{R_bC} = 500$)، فإن هناك عدداً لانهائياً من الحلول. ولذلك، يمكن للمرء تحديد قيمة مناسبة لأحد العناصر، ليكن $R_a = 20\ K\Omega$ (كيلو أوم)، ويتم تحديد العنصرين الآخرَين كما يلي :

$$C = \frac{1}{2500 \times R_a} = \frac{1}{2500 \times 20000} = 20nF$$

و

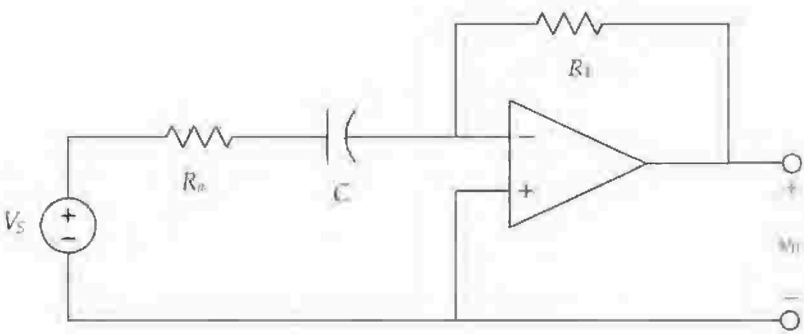
$$R_b = \frac{1}{500 \times C} = \frac{1}{2500 \times 20 \times 10^{-9}} = 100k\Omega$$

يبين الشكل التالي رسماً للمطال مقابل التردد. وكما نرى من هذا الشكل، فإن تردد القطع يعطي قيمة للمطال تساوي ٣.٥٣ عند ٥٠٠ هرتز، وهذا هو هدف التصميم.



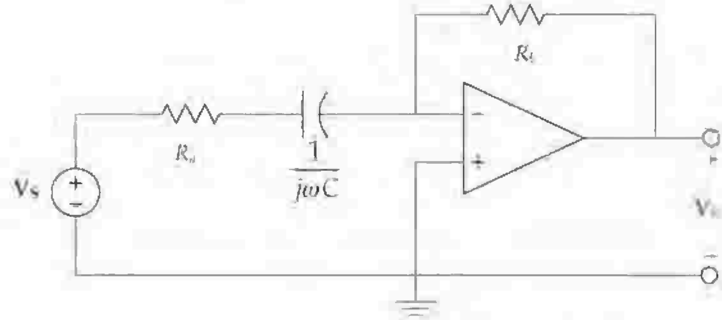
مثال (١٣.٢):

باستخدام مرشح التمرير العالي في الدارة التالية، المطلوب تصميم المرشح ليكون لديه ربح مقداره ٥ وتردد قطع مقداره ١٠٠ راديان/الثانية.



الحل: بما أنه يتم الافتراض أن المضخم العملياتي مثالي، والمدخل غير العاكس موصول إلى الأرضي، لذلك فإن المدخل العاكس موصول أيضاً إلى الأرضي. إن تشغيل هذا المرشح واضح بسهولة أنه من أجل الترددات المنخفضة، يعمل المكثف كدارة مفتوحة، وهكذا فإنه لن يتم رؤية جهد دخل على المدخل غير العاكس. ونظراً لأنه ليس هناك دخل، فإن الخرج عندئذ يساوي الصفر. وعند الترددات العالية، يعمل المكثف كدارة مقصورة، تقوم بتخفيض الدارة إلى مضخم عاكس يمرر الإشارات ذات التردد العالي.

كما كان من قبل، سيتم استخدام طريقة المتجه الطوري لحل هذه المسألة من خلال تحويل الدارة أولاً إلى مجال المتجه الطوري كما هو موضح في الشكل التالي.



إن جمع التيارات الخارجة من المدخل العاكس يعطي

$$-\frac{V_s}{R_a+\frac{1}{j\omega C}}-\frac{V_0}{R_b}=0$$

وبإعادة الترتيب ينتج

$$\frac{V_0}{V_s}=-\frac{R_b}{R_a+\frac{1}{j\omega C}}=-\frac{R_b}{R_a}\frac{j\omega}{j\omega+\frac{1}{R_aC}}$$

وعند تردد القطع $\frac{1}{R_aC}=\omega_c=100\ rad/s$ ، فإن المطال $\frac{V_0}{V_s}$ يُعطى من خلال العلاقة التالية

$$\left|\frac{V_0}{V_s}\right|=\frac{R_b}{R_a}\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\left(\frac{1}{R_aC}\right)^2}}$$

وعند تردد القطع يكون،

$$\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{R_b}{R_a}\frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2+\left(\frac{1}{R_aC}\right)^2}}$$

ومع $\frac{1}{R_aC}=100$ و $\omega_c=100$ راديان/ثانية، ينتج

$$\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{R_b}{R_a}\frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2+\left(\frac{1}{R_aC}\right)^2}}=\frac{R_b}{R_a}\frac{\frac{1}{R_aC}}{\sqrt{100^2+100^2}}=\frac{R_b}{R_a}\frac{100}{100}=\frac{R_b}{\sqrt{2}R_a}$$

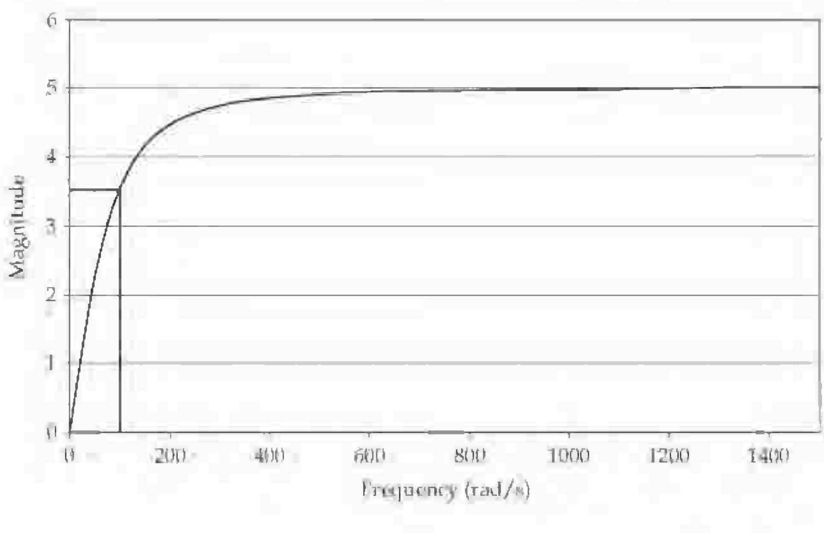
وعليه $\frac{R_b}{R_a}=5$. ونظراً لأنه لدينا ثلاثة مجاهيل ومعادلتين، فإنه يمكن للمرء اختيار قيمة مناسبة لأحد العناصر، ليكن $R_a=20\ K\Omega$ (كيلو أوم)، ويتم تحديد العنصرين الآخرَين كما يلي:

$$R_a=\frac{R_b}{5}=\frac{20000}{5}=4k\Omega$$

و

$$C=\frac{1}{100R_a}=\frac{1}{100\times 4000}=2.5\mu F$$

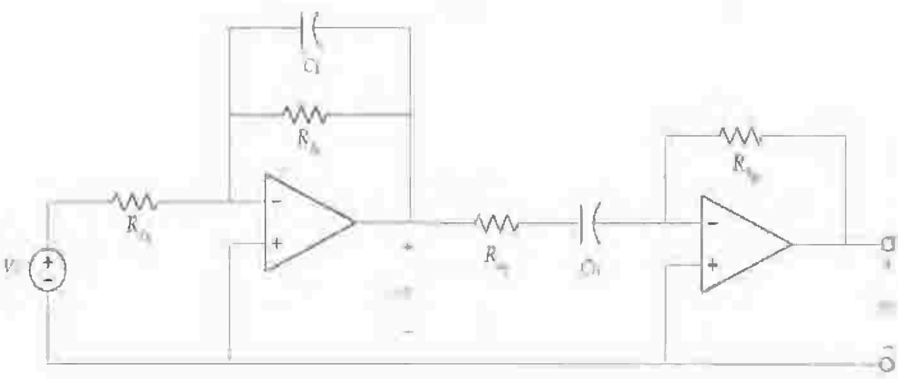
يبين الشكل التالي رسماً للمطال مقابل التردد. وكما يوضح هذا الشكل، فإن تردد القطع يعطي قيمة للمطال تساوي ٣.٥٣ عند ١٠٠ هرتز، وهذا هو هدف التصميم.



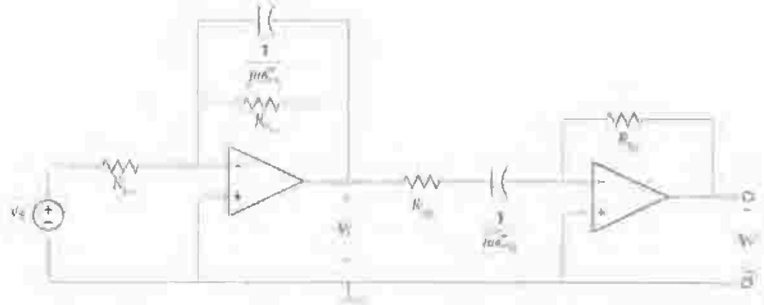
يوضح المثال التالي تقنية لإنشاء مرشحات تمرير حزمة (تتطلب اثنين من ترددات القطع).

مثال (١٣.٣):

باستخدام مرشح تمرير الحزمة في الدارة التالية، المطلوب تصميم المرشح ليكون لديه ربح مقداره ٥ وترددات تمرير من ١٠٠ إلى ٥٠٠ راديان/الثانية.



الحل: كالعادة، يتم القيام بتصميم المرشح في المجال المتجهي (الشعاعي)، ويتم الاستفادة من العمل الذي تم إنجازه في المثالين السابقين. لاحظ أن العناصر حول المضخم العملياتي على اليسار هي عناصر دارة مرشح تمرير منخفض، وتلك التي على اليمين، مرشح تمرير عالٍ. في الواقع، عند العمل مع المضخمات العملياتية، فإنه يمكن أن تتوالى المرشحات وراء بعضها البعض لتشكيل مرشحات أخرى، وعليه فإن توالي مرشح تمرير منخفض ومرشح تمرير عالٍ وراء بعضهما البعض يشكل مرشح تمرير حزمة. وتُعطى الدارة في المجال المتجهي بالشكل التالي.



كما كان من قبل، فإن المدخل غير العاكس للمضخم العملياتي موصول إلى الأرضي، الأمر الذي يعني أن المدخل العاكس موصول أيضاً إلى الأرضي. إن جمع التيارات الخارجة من المدخل العاكس لكل مضخم عملياتي يعطي

$$-\frac{V_s}{R_{a_L}}-\frac{V_L}{\frac{1}{j\omega C_L}}-\frac{V_L}{R_{b_L}}=0$$

$$-\frac{V_L}{R_{ah}+\frac{1}{j\omega C_H}}-\frac{V_0}{R_{ah}}=0$$

وبحل المعادلة الأولى بالنسبة إلى V_L يعطي

$$V_L=-\frac{1}{R_{aL}C_L}\left(\frac{1}{j\omega+\frac{1}{R_{aL}C_L}}\right)V_s$$

وبحل المعادلة الثانية بالنسبة إلى V_0 يعطي

$$V_0=-\frac{R_{b_H}}{R_{a_H}}\frac{j\omega}{j\omega+\frac{1}{R_{a_H}C_H}}V_L$$

وباستبدال V_L في المعادلة السابقة ينتج

$$V_0 = -\frac{R_{b_H}}{R_{a_H}}\frac{j\omega}{j\omega+\dfrac{1}{R_{a_H}C_H}}\times\frac{R_{b_H}}{R_{a_L}C_L}\left(\frac{j\omega}{j\omega+\dfrac{1}{R_{a_H}C_H}}\right)V_s$$

إن شكل الحل هو ببساطة حاصل ضرب المرشحين معاً. وسيكون مطال المرشح كما يلي:

$$\left|\frac{V_0}{V_s}\right| = -\frac{R_{b_H}}{R_{a_H}}\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\left(\dfrac{1}{R_{a_H}C_H}\right)^2}}\frac{\dfrac{1}{R_{a_L}C_L}}{\sqrt{\omega^2+\left(\dfrac{1}{R_{b_L}C_L}\right)^2}}$$

وبما أن هناك اثنين من ترددات القطع، فإنه يتم وضع معادلتين،

$$\omega_{c_H} = \frac{1}{R_{a_H}C_H} = 100 rad/s$$

و

$$\omega_{c_L} = \frac{1}{R_{a_L}C_L} = 500 rad/s$$

وعند أي تردد قطع، فإن المطال هو $\frac{5}{\sqrt{2}}$، وهكذا عند $\omega_{cH}=100\ rad/s$ يكون

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{R_{b_H}}{R_{a_H}}\frac{\omega_{c_H}}{\sqrt{\omega_{c_H}^2+\left(\dfrac{1}{R_{a_H}C_H}\right)^2}}\frac{\dfrac{1}{R_{a_L}C_L}}{\sqrt{\omega_{C_H}^2+\left(\dfrac{1}{R_{b_L}C_L}\right)^2}}$$

$$= \frac{R_{b_H}}{R_{a_H}}\frac{100}{\sqrt{100^2+100^2}}\frac{\dfrac{1}{R_{a_L}C_L}}{\sqrt{100^2+500^2}}$$

لذلك،

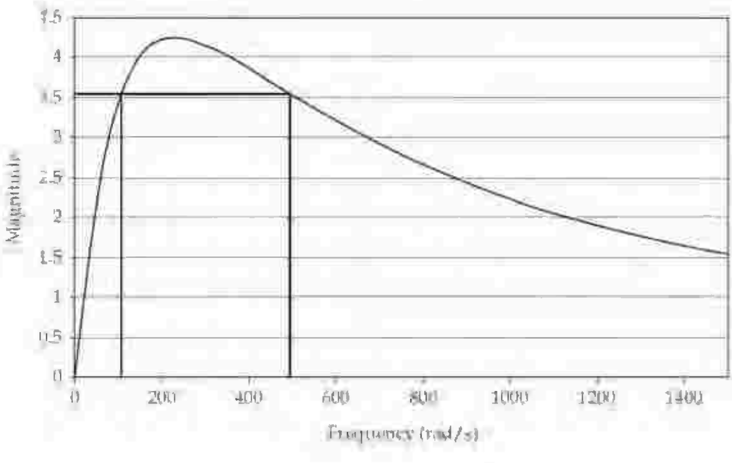
$$500\sqrt{26} = \frac{R_{b_H}}{R_{a_H} R_{a_L} C_L}$$

يعطي تردد القطع الآخر نفس النتيجة كما في المعادلة السابقة. هناك الآن ثلاثة معادلات ($\frac{1}{R_{a_H} C_H} = 100$ و $\frac{1}{R_{b_L} C_L} = 500$ و $500\sqrt{26} = \frac{R_{bH}}{R_{aH}\, R_{aL}\, C_L}$) و ستة مجاهيل. وللسهولة ضـــــع $R_{bL} = 100\ k\Omega$ و $R_{aH} = 100\ k\Omega$ الـــــــذي $C_L = \frac{1}{500 R_{bL}} = 20nF$ و $C_H = \frac{1}{100 R_{bH}} = 0.1\mu F$. والآن من $500\sqrt{26} = \frac{R_{bH}}{R_{aH}} \frac{1}{R_{aL}\, C_L}$ نجد:

$$\frac{R_{b_H}}{R_{aL}} = 500\sqrt{26} C_L R_{a_H} = 5.099$$

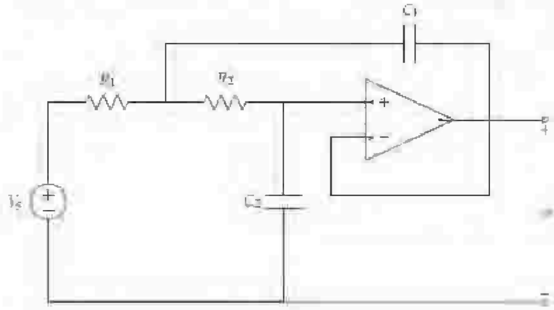
ومرة أخرى، يمكن للمرء تحديد إحدى المقاومتين، لتكن $R_{aL} = 10\ k\Omega$ ، مما يعطي $R_{bH} = 50.099\ k\Omega$.

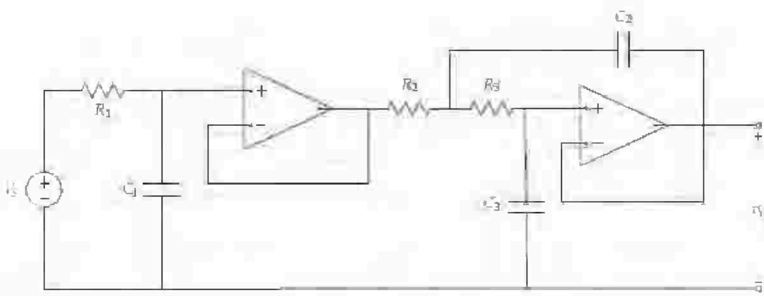
يبين الشكل التالي رسماً للمطال مقابل التردد. وكما يتضح منه، فإن تردد القطع يعطي قيمة للمطال تساوي ٣.٥٣ عند ١٠٠ و ٥٠٠ هرتز، وهذا هو هدف التصميم.



لا يملك أي من المرشحات في الأمثلة رقم (١٣.١) ورقم (١٣.٢) ورقم (١٣.٣) الصفات المثالية للشكل رقم (١٣.١). ولتحسين الأداء من حزمة التمرير إلى حزمة التوقف في مرشح التمرير المنخفض مع انتقال أكثر حدة، يمكن للمرء أن يضع مرشحات متطابقة على التوالي، أي وصل خرج المرشح الأول إلى مدخل المرشح الثاني وهلم جرا. كلما كان عدد المرشحات المتتالية أكثر، كان الأداء أفضل. إن مقدار المرشح النهائي هو حاصل ضرب مقادير المرشحات الفردية.

على الرغم من أن هذا النهج هو نداء من أجل تحسين أداء المرشح، إلاّ أن المطال الكلي للمرشح لا يبقى ثابتاً في حزمة التمرير. تتوفر مرشحات أفضل من ذلك مع أداء فائق مثل مرشح بتروورث (Butterworth). يبين الشكل رقم (١٣.٣) اثنين من مرشحات بتروورث. ويتم تحليل هذه المرشحات في التمارين رقم ١٨٣ ورقم ١٨٤.





الشكل رقم (١٣.٣). (أعلى) مرشح تمرير منخفض نوع بتروورث من الدرجة الثانية. (أسفل) مرشح تمرير منخفض نوع بتروورث من الدرجة الثالثة.