الفصل العاشر

تطبيقات مربع كاي

Chi-Square Applications

في الفصل السابق، تم مناقشة طريقه اختبارات الفروض حول تساوي ثلاثة متوسطات أو أكثر. والآن سيتم التطرق لدراسة الاختبارات الخاصة بنسب ثلاثة مجتمعات أو أكثر. وتوزيع المعاينة المستخدم في هذه الاختبارات هو مربع كاي ، وهو التوزيع الاحتمالي الذي استخدم لاختبار التباين الأحادي في الفصل السابع. والتطبيقات الأخرى الممكن إجراؤها باستخدام مربع كاي تشمل استخدام بيانات العينة لاختبار استقلالية متغيرين من عدمها، وكذلك توفيق بيانات العينة بالنسبة لتوزيعات معروفة لمعرفة ما إذا كانت، على سبيل المثال، البيانات المدروسة مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي أو التوزيع ذو الحدين، وسيتم التطرق لهذه التطبيقات في الأجزاء التالية.

اختبارات النسب لعينات عددها K

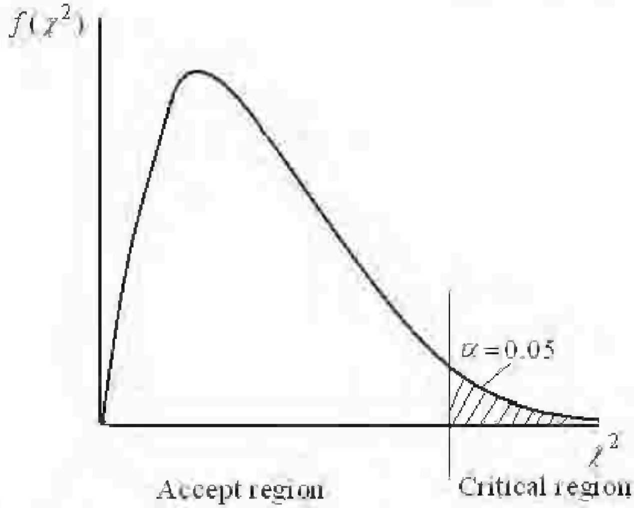
K Sample Tests for Proportions

عند اختيار عينات عددها K $(K > 2)$ من مجتمع ؛ بهدف اختبار فرض العدم حول ما إذا كانت نسب النجاح في هذه العينات متساوية، فإننا نقوم بإجراء اختبار مربع كاي بطرف واحد هو الطرف الأيمن بدرجه حرية $(K-1)$. وتشير درجات الحرية

إلى عدد القيود المفروضة على البيانات. ونحن نحتاج إلى عدد المشاهدات في كل عينه وذلك لإيجاد المجموع الكلي للبيانات في كامل المجموعة. وبتحديد درجة الحرية ومستوى المعنوية يمكننا إيجاد القيمة الحرجة لمربع كاي من الجدول رقم (٩) بالملحق. فإذا كانت قيمه مربع كاي المحسوبة من البيانات أكبر من القيمة الحرجة (الجدوليه) فإننا نرفض فرض العدم (الشكل رقم ١٠.١) ويتم حساب قيمة مربع كاي باستخدام الصيغة الرياضية الموضحة في المعادلة رقم (10.1) التالية :

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} \qquad (10.1)$$

حيث f_0 عبارة عن تكرار العينة المشاهدة و f_e عبارة عن التكرار المتوقع عندما يكون فرض العدم صحيح.



الشكل رقم (١٠.١). منطقة القبول والرفض لتوزيع مربع كاي عند مستوى معنوية ٥٪.

ويمكن إيضاح ذلك باستخدام المثال التالي. شركة تصنيع الآلات الزراعية لديها ثلاثة مشغلين لنفس الآلة في فترات عمل مختلفة وقام المدير بتسجيل عدد الأجزاء التالفة المنتجة في الفترة الحالية للمشغلين الثلاثة. ويرغب في إجراء اختبار للعينات الثلاث لمعرفة ما إذا كانت نسبة الأجزاء التالفة المنتجة متساوية للمشغلين الثلاثة وسجل المشاهدات في الجدول رقم (١٠,١).

الجدول رقم (١٠.١). اختبار مربع كاي لنسبة الأجزاء التالفة المنتجة بواسطة مشغلي الآلات الثلاثة.

مشغل الآلة	f_0، عدد الأجزاء المشاهدة	f_e، عدد الأجزاء المتوقعة	$f_o - f_e$	$(f_o - f_e)^2$	$(f_o - f_e)^2 / f_e$
سميث	٢٤	٢٥	١ -	١	٠,٠٤
جون	٣٠	٢٥	٥	٢٥	١,٠٠
قارزا	٢١	٢٥	٤ -	١٦	٠,٦٤
الإجمالي	٧٥	٧٥			١,٦٨

تمت صياغة فرض العدم والفرض البديل للاختبار كالتالي:

$$\mathrm{H_o}: p_1 = p_2 = p_3 = 0.33$$

H_a: عدم تساوي النسب

ويمكن الحصول على عدد الأجزاء التالفة المتوقعة، f_e، من صيغة مربع كاي المحسوبة الموضحة في الجدول رقم (١٠,١) العمود الثالث بضرب إجمالي عدد التكرارات المشاهدة (٧٥) في النسبة المحددة في فرض العدم (٠,٣٣). ويوضح الإجمالي في العمود الأخير من الجدول رقم (١٠,١) قيمة مربع كاي المحسوبة

$\chi^2 = 1.68$ ، وباستخدام الجدول رقم (٩) بالملحق ودرجه حرية تساوي ٢ (3-1) (1-3) ومستوي معنوية ٥٪ نجد أن قيمة مربع كاي الجدوليه تساوي ٥,٩٩١.

وحيث إن قيمة مربع كاي المحسوبة أقل من القيمة الحرجة (الجدولية) فإنه لا يمكننا رفض فرض العدم. ولذلك يمكن القول بأن نسبة الأجزاء التالفة المنتجة بواسطة جميع المشغلين للألة متساوية.

اختبار الاستقلال في جداول التوافق

Test of Independence in Contingency Tables

في الغالب يتم تلخيص البيانات في جداول إحصائية بحيث يتم عرض عدة مستويات لمتغير واحد في أعمدة الجدول وعرض متغيرات مختلفة أسفل من ذلك (أو عناوين للصفوف). يتركز الاهتمام في اختبار مدى استقلالية تلك المتغيرات. فإذا كانت تلك المتغيرات مستقلة فإن القيم لمتغير الاستجابة (التابع) في متن الجدول لا تعتمد على طريقه التصنيف الذي تم استخدامها في الأعمدة وعناوين الصفوف. ولكن إذا كانت المتغيرات غير مستقلة ، فإن قيم متغير الاستجابة (التابع) لها علاقة بالتصنيف. نستخدم توزيع مربع كاي كقاعدة لهذا الاختبار. وتكون قيمة مربع كاي المحسوبة صغيره عندما تكون متغيرات الصفوف والأعمدة مستقلة و أكبر من القيمة الحرجة لمربع كاي عندما تكون المتغيرات غير مستقلة.

والصيغة المستخدمة لحساب قيمه مربع كاي هي نفسها الصيغة الموضحة في الجزء السابق ولكن يتم حساب درجات الحرية بطريقة مختلفة في هذه الحالة ، يتم ضرب عدد الصفوف مطروحاً منها الواحد بعدد الأعمدة مطروحاً منها الواحد للحصول على درجات الحرية والتي يمكن صياغتها رياضياً في المعادلة رقم (١٠,٢) التالية :

$$v = (r - 1)(c - 1). \qquad (10.2)$$

ويتم حساب القيمة المتوقعة (f_e) لكل خليه في الجدول اللازمة للتعويض في صيغة مربع كاي المحسوبة والتي تساوي حاصل ضرب إجمالي الصف في إجمالي العمود لهذه الخلية مقسوماً على المجموع الكلي لجميع المشاهدات بالجدول والتي يمكن إيضاحها رياضياً في المعادلة (١٠،٣) التالية:

$$(f_e) = \text{(مجموع الصف)(مجموع العمود)} \; / \; \text{المجموع الكلي} \qquad (10.3)$$

وعدد القيم المتوقعة التي يجب حسابها بهذه الطريقة مساوٍ لعدد درجات الحرية. ويمكن الحصول على باقي القيم المتوقعة بالطرح ؛ نظراً لأن القيم المتوقعة لكل خليه في الجدول يجب إضافتها للحصول على إجمالي الصف والعمود للجدول. ويمكن إيضاح ذلك من خلال المثال التالي.

قام مالك أحد محلات إصلاح الآلات الزراعية المحلية بعملية مسح لأوامر الإصلاح السابقة خلال السنة. وقد لاحظ أن موديلات السنة السابقة للحراثات شملت إصلاحاتها، الكهرباء، ومشاكل الوقود، وأخرى وقد تم تصنيف البيانات إلى مجموعات أو فئات بواسطة شركة الصنع للجرار والمطلوب اختبار هل نوع الإصلاح (العطل) مستقل عن الشركة الصانعة للجرار بمستوى معنوية ٥٪ . والحقيقة إنه في حالة هذا النوع من البيانات ، إذا كان هناك أقل من ٥ مشاهدات لكل خليه، فإنه لا يمكن استخدام مربع كاي ونحتاج لدمج بعض الخلايا مع بعضها. وعند إكمال البيانات يتم حساب التكرار المتوقع والموضح بين الأقواس في الجدول رقم (١٠،٢). فعلى سبيل

المثال تم حساب التكرار المتوقع للخلية التي تعبر عن الجرار ماركة A وإصلاح الكهرباء كالتالي :

$$(f_e) = (43)(77) / (230) = 14.4$$

الجدول رقم (١٠.٢). عدد الحرائات التي تم إصلاحها حسب نوع الإصلاح وماركة الصنع.

ماركة الصنع	نوع الإصلاح			الإجمالي
	الكهرباء	إمدادات الوقود	أخرى	
A	١٧ (١٤,٤)	١٩ (١٨,٧)	٧ (٩,٩)	٤٣
B	١٤ (١٠,١)	٧ (١٣,٠)	٩ (٦,٩)	٣٠
C	٦ (١٣,٠)	٢١ (١٧,٠)	١٢(٩,٠)	٣٩
D	٣٣ (٣٢,٢)	٤٤ (٤١,٧)	١٩ (٢٢,١)	٩٦
E	٧ (٧,٣)	٩ (٩,٦)	٦ (٥,١)	٢٢
الإجمالي	٧٧	١٠٠	٥٣	٢٣٠

وبعد الحصول على جميع التكرارات المتوقعة، يتم استخدام الصيغة الرياضية الخاصة بحساب قيمة مربع كاي لحساب قيمة الإحصاء ومن ثم مقارنتها بالقيمة الحرجة (الجدولية) لمربع كاي كالتالي :

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} = \frac{(17-14.4)^2}{14.4} + \frac{(19-18.7)^2}{18.7} + ... + \frac{(6-5.1)^2}{5.1} = 12.74$$

وتكون درجه الحرية لهذه الحالة، $\mathrm{v} = (\mathrm{r}-1)(\mathrm{c}-1) = (5-1)(3-1) = (4)(2) = 8$.

ومن الجدول (٩) بالملحق و عند مستوى معنوية ٥٪ ودرجة حرية ٨ نجد أن القيمة الحرجة (الجدوليه) لمربع كاي تساوي ١٥,٥٠٧. وحيث أن قيمة مربع كاي المحسوبة $\chi^2 = 12.74$ أقل من القيمة الحرجة فإننا لا نرفض فرض العدم الذي يشير

للاستقلالية. وبالنسبة للمثال فإن ذلك يعني أن ماركه صنع الجرار مستقلة عن نوع الإصلاح، أي أن الإصلاح يتوزع عشوائياً على كل ماركات صنع الجرارات وليس على ماركة واحدة.

في حالة جداول التوافق التي لها صفان وعمودان هناك صيغة رياضية لحساب قيمة مربع كاي ، ولكن يفضل استخدام الحاسب الشخصي لإيجادها بدلاً من تعلّم هذه الصياغة.

اختبارات جودة التوفيق Goodness-of-Fit Tests

في معظم المسائل الإحصائية نكون مهتمين بمعرفة مدى مطابقة مجموعة بيانات العينة المشاهدة لتوزيع احتمالي نظري. ويمكن استخدام توزيع مربع كاي كقاعدة لإجراء اختبار بهذه الطريقة. ويتم تطبيق الصيغة الرياضية لمربع كاي المستخدمة في الأجزاء السابقة من هذا الفصل لدراسة ذلك، مع التكرار المتوقع المحسوب كإجمالي لمشاهدات العينة مضروباً بالاحتمال النظري للتوزيع التكراري المطلوب اختباره باستخدام فرض العدم. درجات الحرية لهذا الاختبار تساوي عدد فئات البيانات مطروحاً منها عدد القيود المفروضة على البيانات. فإذا كان من الواجب استخدام البيانات لتقدير القيم للمعالم الضرورية لتعريف التوزيع الاحتمالي النظري المطلوب اختباره، فإننا سوف نفقد درجة حرية لكل معلمة يتم تقديرها إضافة لتلك التي سبق فقدها ؛ بسبب حساب إجمالي العينة. فمثلاً، إذا قررنا مقارنة مجموعة من البيانات بالتوزيع الطبيعي فإننا يجب أن نعرف المتوسط والانحراف المعياري قبل إمكانية استخدام صيغة Z لحساب الاحتمالات النظرية للتوزيع الطبيعي. فإذا لم تكن لدينا معلومات خارجية عن تلك القيم فإننا نقوم بتقديرها باستخدام البيانات، لذلك فإننا نفقد درجتي حرية إضافية. لذا فإن لدينا $(K - 3)$ درجات حرية لاختبار جودة التوفيق

بدلاً من (K - 1) . التوزيعات الاحتمالية المعتادة التي يتم مقارنه البيانات بها تشمل التوزيع الطبيعي ، ذو الحدين ، بواسون ، والمنتظم. وسيتم التطرق لبعض الحالات والتي تنطبق على أول توزيعين باستخدام أمثلة مناسبة.

في المثال الأول، شركة حبوب كبرى لديها موظفين يعملون بالساعة عددهم ٨٥٠ وتتوزع أجورهم كما في الجدول رقم (١٠,٣). والمطلوب اختبار ما إذا كانت تلك البيانات تتوزع طبيعياً، علماً بأن المتوسط والانحراف المعياري التي تم تقديرها لبيانات الأجر بالساعة تساوي ٦,٥ دولار و ٠,٣٥ دولار على التوالي.

الجدول رقم (١٠.٣). بيانات أجر الساعة لموظفي شركة الحبوب.

أجر الساعة (دولار)	عدد الموظفين
٥,٧٥- ٦,٠٠	٦٢
٦,٠٠- ٦,٢٥	١٢٤
٦,٢٥- ٦,٥٠	٢٦٧
٦,٥٠- ٦,٧٥	٢٢٨
٦,٧٥- ٧,٠٠	١٠٦
٧,٠٠- ٧,٢٥	٤٦
٧,٢٥- ٧,٥٠	١٢
٧,٥٠- ٧,٧٥	٥
الإجمالي	٨٥٠

لرسم التوزيع الطبيعي للبيانات نحسب أولاً قيم Z لكل نهاية فئة للتوزيع التكراري في الجدول رقم (١٠،٣)، ثم نوجد الاحتمالات المناظرة لقيم Z المحسوبة ثم نحسب الاحتمال الممكن لشمول الفئة موضع الدراسة على المتغير العشوائي، وعادة يحسب بالطرح. ثم نقوم بكتابه تلك الاحتمالات لكل فئة في عمود في الجدول. وبالحصول على تلك الاحتمالات يتم ضربها بالمجموع الكلي للبيانات (٨٥٠) لحساب التكرارات المتوقعة لهذه الفئات، ثم أخيراً نحسب قيمة مربع كاي باستخدام التكرارات المشاهدة والمتوقعة ثم نقارنها بالقيم الحرجة لمربع كاي.

تتم صياغة الفروض للمثال آنفاً كالتالي:

H_0 : البيانات تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط ٦،٥ دولار وانحراف معياري٠،٣٥

H_a: البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي

والآن سنقوم بحساب القيمة الأولى لـ Z

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{5.75-6.50}{0.35} = -2.14,\ \ P(Z=-2.14) = 0.4838$$
$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{6.00-6.50}{0.35} = -1.43,\ \ P(Z=-1.43) = 0.4236$$

وبطرح الاحتمالين من بعضهما نحصل على احتمال أن المتغير العشوائي X يتوزع بين ٥،٧٥ دولار و ٦ دولارات كالتالي:

$$0.4838 - 0.4236 = 0.0602$$

ولكن إذا تم استخدام هذه القيمة فإننا تجاهلنا المساحة التي تقع تحت الطرف الأيسر للتوزيع الطبيعي والتي أقل من القيمة ٥،٧٥ دولار. لذا فإننا نقوم بطرح القيمة ٠،٤٢٣٦ من القيمة ٠،٥٠٠٠ لنحصل على القيمة ٠،٠٧٦٤ والتي تعبّر عن احتمال

الفئة الأولى وبذلك نضعها في الخلية الأولى في العمود ٣ في الجدول رقم (١٠.٤). ولحساب (f_e) لهذه الفئة نضرب إجمالي عدد الموظفين بهذا الاحتمال كالتالي :

$$(f_e) = (850)(0.0764) = 64.9$$

والتي تعطي قيمة الخلية الأولى في العمود رقم ٤ من الجدول رقم (١٠.٤). وسيتم حساب باقي الخلايا في الجدول بنفس الطريقة أعلاه لنحصل على الجدول رقم (١٠.٤) التالي :

الجدول (١٠.٤). الاحتمالات النظرية والتكرارات المتوقعة لبيانات أجر الساعة.

أجر الساعة (دولار)	عدد الموظفين	الاحتمالات الطبيعية	التكرارات المتوقعة
٥,٧٥- ٦,٠٠	٦٢	٠,٠٧٦٤	٦٤,٩
٦,٠٠- ٦,٢٥	١٢٤	٠,١٦٢٤	١٣٨,٠
٦,٢٥- ٦,٥٠	٢٦٧	٠,٢٦١٢	٢٢٢,٠
٦,٥٠- ٦,٧٥	٢٢٨	٠,٢٦١٢	٢٢٢,٠
٦,٧٥- ٧,٠٠	١٠٦	٠,١٦٢٤	١٣٨,٠
٧,٠٠- ٧,٢٥	٤٦	٠,٠٦٠٢	٥١,٢
٧,٢٥- ٧,٥٠	١٢	٠,٠١٤١	١٢,٠
٧,٥٠- ٧,٧٥	٥	٠,٠٠٢١	١,٩
الإجمالي	**٨٥٠**	**١.٠٠٠٠**	**٨٥٠**

والآن يمكن الحصول على قيمة مربع كاي المحسوبة باستخدام الصيغة التالية:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} = \frac{(62 - 64.9)^2}{64.9} + \frac{(124 - 138)^2}{138} + \ldots + \frac{(5 - 1.9)^2}{1.9} = 23.84$$

ودرجة الحرية لهذا الاختبار هي $(K - 3) = (8 - 3) = 5$ ، وباستخدام الجدول رقم (٩) بالملحق عند مستوى معنوية ٥٪ ودرجة حرية ٥ نجد أن قيمة مربع كاي الجدوليه تساوي ١١,٠٧. ونظراً لأن قيمة مربع كاي المحسوبة تساوي ٢٣,٨٤ فإننا نرفض فرض العدم ونقول بأن بيانات أجر الساعة لموظفي الشركة الموضحة بالجدول رقم (١٠,٣) لا تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط ٦,٥٠ دولار وانحراف معياري ٠,٣٥ دولار. وإذا كان الهدف هو استخدام إجراء إحصائي على هذه البيانات والتي تتطلب أن يكون التوزيع طبيعياً فإننا لسنا قادرين على عمل ذلك.

والمثال الثاني لاختبار جودة التوفيق يتعلق بالتوزيع الاحتمالي ذي الحدين. أحد مربي الأرانب على شكل تجاري قام بجمع البيانات خلال السنة الماضية عند عدد ١٠٠٠ ولادة للأرانب التي كان عدد المواليد لها ٨ لمعرفة عدد الذكور في كل ولادة. وكانت البيانات كما هي موضحة في الجدول رقم (١٠,٥) المطلوب اختبار ما إذا كانت هذه البيانات تتبع التوزيع ذي الحدين بحجم العينة $n = 8$ ، واحتمال $p = 0.5$ عند مستوى معنوية ٥٪.

أولاً نستخدم الجدول رقم (٢) في الملحق للحصول على الاحتمالات المناظرة لكل قيمه r ونضعها في الجدول رقم (١٠,٥) التالي:

الجدول رقم (٥.١٠). عدد ذكور الأرانب في حظيرة مكونة من ثمانية واحتمالات توزيع ذي الحدين والتكرارات المتوقعة لتحديد جودة توفيق مربع كاي.

عدد الذكورr	العدد المشاهد f_o	احتمالات ذي الحدين	العدد المتوقع f_e
٠	٦	٠,٠٠٣٩	٣,٩
١	٢٧	٠,٠٣١٢	٣١,٢
٢	١١٥	٠,١٠٩٤	١٠٩,٤
٣	٢٢٦	٠,٢١٨٨	٢١٨,٨
٤	٢٧١	٠,٢٧٣٤	٢٧٣,٤
٥	٢١٥	٠,٢١٨٨	٢١٨,٨
٦	٩٨	٠,١٠٩٤	١٠٩,٤
٧	٣٥	٠,٠٣١٢	٣١,٢
٨	٧	٠,٠٠٣٩	٣,٩
الإجمالي	١٠٠٠	١,٠٠٠٠	١٠٠٠

ولحساب قيم (f_e) ، التكرار المتوقع ، نضرب إجمالي الولادات ١٠٠٠ بكل احتمال مناظر ونسجل النتائج في الجدول أعلاه.

ومن النتائج المتحصل عليها في الجدول نستطيع حساب قيمه مربع كاي باستخدام الصيغة الرياضية الخاصة كالتالي :

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} = \frac{(6-3.9)^2}{3.9} + \frac{(27-31.2)^2}{31.2} + \ldots + \frac{(7-3.9)^2}{3.9} = 6.4$$

وباستخدام جدول مربع كاي رقم (٩) بالملحق عند درجه حرية ٨ ومستوى معنوية ٥٪ نجد أن قيمة مربع كاي الحرجة (الجدوليه) تساوي ١٥,٥٠٧ .وبمقارنة قيمة

مربع كاي المحسوبة بالقيمة الحرجة (الجدوليه) نجد أن القيمة الجدوليه أكبر مما يعني أننا لا نستطيع رفض فرض العدم القائل بأن البيانات تتبع التوزيع ذي الحدين بـ $n = 8$ ، $p = 0.5$. ولذلك فإن عدد الذكور في ولادات الأرانب التي تشتمل كل منها على ٨ صغار لهذا المنتج كما هو متوقع بأن نسبة الذكور فيها يجب أن تكون ٠,٥ .

تمارين Exercises

١- يرغب باحث تسويق في معرفة مدى تفضيل المستهلكين لمذاق أربعة أنواع من عصير البرتقال هي : العصير الطازج ، المجمد ، المصنوع من البودرة والمعلّب. تم اختيار عينة حجمها ١٠٠ مستهلك للعصير وتم إعطاء كل مستهلك أربعة أكواب من العصير تم ترقيمها من A إلى D على التوالي وتم سؤاله أي الأنواع يفضل وتم الحصول على البيانات التالية :

النوع المفضل	عدد المستهلكين
A	٣٣
B	٢٩
C	٢١
D	١٧

اختبر بمستوى معنوية ٥٪ ما إذا كانت نسبة التفضيل لكل نوع متساوية.

٢- نوعان من الزهور المهجنة تم تهجينها بواسطة البستاني وكانت النتيجة المتحصل عليها بأن ألوان التويج للنبات كالتالي : ١٢٢ أرجواني، ٥٠ زرقاء ، ٣٨ حمراء، ١٤ منقطة. هل تتعارض هذه النتائج مع نسبة التكرار النظري التالية ٩ : ٣ : ٣ : ١ ؟ استخدم مستوى معنوية ٠,٠١.

٣- تمت معاملـة بذور البطاطس كيميائياً ضد مرض اللفحـة كما في الجـدول التالي :

المعاملة	البذور الحية	البذور الميتة
تم معالجتها	١٥٢	٤٨
لم تعالج	٣٣	٦٧

هل عدد نباتات البطاطس التي عاشت مستقلة عن المعالجة التي تمت لها ؟ استخدم مستوى معنوية ٥٪.

٤- أحد وكلاء الإرشاد الزراعي في المحافظة تم تكليفه بمهمة جديدة وبناءً على مهامه الجديدة في الوظيفة قام بالاطلاع على بيانات عدد منتجي الثروة الحيوانية في المحافظة حسب فئاتهم طبقاً للعمل اليومي هل يعمل بدوام كامل أم دوام جزئي وربط هذه المعلومات بالسجلات الموجودة لديه في المكتب والخاصة بالتحاقهم ببرامج التعليم الموجهة لمالكي الثروة الحيوانية المقدمة من المركز. فكانت النتائج كالتالي :

نوع المنتج	التحق بالدورة	لم يلتحق
دوام كامل – قطيع كبير	١٧	٣٣
دوام كامل – قطيع متوسط	٢١	١٤
دوام جزئي – قطيع صغير	٣٢	١٣

هل الالتحاق بالدورة مستقل باستخدام مستوي معنوية ١٪.

٥- البيانات التالية توضح سقوط المطر السنوي في موقع معين خلال فترة زمنية ٦٥ سنة. اختبر بمستوي معنويه٥٪ هل سقوط المطر يتوزع طبيعياً بمتوسط ١٨ بوصة وانحراف معياري ٧,٩.

التكرار	معدل سقوط المطر (بوصة)
٩	أقل من ١٠
١٤	١٠- ١٥
١٨	١٥- ٢٠
١١	٢٠- ٢٥
٨	٢٥- ٣٠
٥	٣٠ أو أكثر

٦- اختبر ما أذا كان عدد المزارعين الواصلين لمحلج القطن للتفريغ خلال فترة ١٥ دقيقة يتبع لتوزيع بواسون بمتوسط يساوي ٢ باستخدام مستوى معنوية ٥٪.

عدد فترات الــ ١٥ دقيقة	عدد المزارعين
٢٢	صفر
٥٠	١
١٦	٢
١٠	٣
٧	٤ أو أكثر

٧- يرغب أحد علماء الإنتاج الحيواني في نشر النتائج التي تحصل عليها حول تأثير تغذية خاصة على الاختلاف في حجم المواليد في الأرانب. في دراسته أختبر عشوائياً ٢٥ أنثى من الأرانب وقام بتغذيتها خلال فتره الحمل. كان متوسط وتباين تلك العينة هو $\overline{X} = 8.3$ ، $S^2 = 3.4$.

المطلوب إيجاد فتره الثقة ٩٠٪ لتباين المجتمع لهذه المواليد بناء على هذه التغذية.

٨- في قسم التحكم بالجودة في مصنع الدباغة تم أخذ عينة حجمها ٥ من خط الإنتاج وتم تسجيل عدد المعيب منها. وبعد سحب عينات حجمها ١٠٠٠ تم الحصول على البيانات التالية :

عدد الجلود المعيبة	عدد العينات
صفر	٧٥٢
١	٢١٠
٢	٢٥
٣أو أكثر	١٣

اختبر ما إذا كانت هذه النتائج تتبع التوزيع ذي الحدين.