

نبذة عن المصفوفات والمحددات والمجموعات المحدبة

أولاً: المصفوفات

Matrices

لنفرض أن a_{ij} ($i=1,2,\dots,m$ ، $j=1,2,\dots,n$) هي أعداد حقيقية فإذا وضعنا هذه الأعداد بترتيب معين كما في الشكل التالي G :

$$G = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

فإن G يسمى مصفوفة من الدرجة $m \times n$ (عدد أسطرها m وعدد أعمدها n). وعادة ما نختصر كتابة G على الشكل $G=[a_{ij}]$ ونسمي الأعداد a_{ij} عناصر المصفوفة. وفي الحالة الخاصة $n=m$ فإننا نسميها مصفوفة مربعة من الدرجة n . وعندما $m=1$ فإنها تسمى مصفوفة سطر أما عندما $n=1$ فتسمى مصفوفة عمود. كذلك نسمي العناصر a_{ij} التي يكون فيها $i=j$ بقطر المصفوفة، ونسمي المصفوفة المربعة التي تكون جميع عناصر القطر فيها مساوية 1 وبقية عناصرها أصفارا باسم "مصفوفة الوحدة كما

نسمي المصفوفة التي جميع عناصرها أصفارا باسم المصفوفة الصفرية. فمثلا المصفوفات G_1 ، G_2 ، G_3 ، G_4 التالية هي مصفوفة 5×4 ومصفوفة عمود 4×1 ومصفوفة وحدة 3×3 ومصفوفة سطر 1×4 على الترتيب.

$$G_4 = [4 \quad 8 \quad 7 \quad 2], G_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ 11 \\ 8 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 & 5 \\ 3 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 7 & 9 \\ 4 & 6 & 2 & 10 \\ 2 & 6 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

العمليات الأساسية على المصفوفات

إذا كان لدينا مصفوفتان $A=[a_{ij}]$ و $B=[b_{ij}]$ من درجة واحدة فإن مجموعهما (فرقهما) هو المصفوفة C التي عناصرها c_{ij} معرفة بالعلاقة التالية:

$$c_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}$$

(+ للمجموع و- للفرق). ويعرف حاصل ضرب مصفوفة ما $A=[a_{ij}]$ بعدد r والذي نرمز له بالرمز rA بأنه المصفوفة الناتجة من ضرب كل عنصر من A بالعدد r أي $rA=[ra_{ij}]$. ومن الواضح أن $A+B=B+A$ أي أن جمع المصفوفات تبديلي.

ولتعريف حاصل ضرب مصفوفتين $A=[a_{ij}]$ و $B=[b_{ij}]$ نشترط أن A من الدرجة $m \times n$ وأن B من الدرجة $n \times p$ عندئذ حاصل ضربيهما والذي نرمز له بالرمز AB هو المصفوفة التي عناصرها m_{ij} معطاة بالعلاقة التالية:

$$m_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj}$$

وبوجه عام فإن $AB \neq BA$. أي أن ضرب المصفوفات ليس تبديلياً.

فمثلا لو أخذنا المصفوفات G_2 و G_4 أعلاه فإن $G_2 G_4$ هي مصفوفة 1×1 تحسب كما يلي $157 = 2 \times 8 + 7 \times 11 + 8 \times 7 + 4 \times 2$. كذلك يمكننا التحقق أنه لو كانت I هي مصفوفة الوحدة من الدرجة n وكانت A مصفوفة من الدرجة $m \times n$ فإن $AI = A$ ولو كانت A مربعة ومن الدرجة n لكان $AI = IA = A$. وكمثال على جمع المصفوفات نأخذ المصفوفة G_1 وأعلاه والمصفوفة التالية:

$$G_1 + G_5 = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 10 & 6 \\ 6 & 1 & 7 & 4 \\ 2 & 15 & 12 & 18 \\ 8 & 14 & 4 & 20 \\ 4 & 22 & 2 & 9 \end{bmatrix} \quad \text{عندئذ} \quad G_5 = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 9 & 5 & 9 \\ 4 & 8 & 2 & 10 \\ 2 & 16 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

ثانياً: المحددات

Determinants

إن مفهوم المحددات وقيمتها من أهم الأمور المتعلقة بالمصفوفات لكننا لا نعرف المحددات إلا للمصفوفات المربعة. فإذا كانت A مصفوفة مربعة من الدرجة n فإن محدد (determinant) A والذي سنرمز له بـ $\det(A)$ يعطى كما يلي:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ويقال عن محدد A إنه من المرتبة n . وللمحددات قيمتها الخاصة بها وتتم حساب هذه القيمة استناداً إلى المحددات ذات المرتبة الثانية حيث تحسب قيمها كما يلي:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

وتتم حساب المحددات من مراتب أعلى من 2 إما حسب أحد أسطرها (أو حسب أحد أعمدها) وذلك بإعطاء عناصر ذلك السطر (العمود) إشارات مختلفة ومتعاقبة ابتداء من الإشارة + وضرب النواتج بالمحددات المقابلة الناتجة . ويقصد بالمحدد المقابل لعنصر بأنه ذلك المحدد الجزئي الناتج من حذف السطر والعمود اللذان يتقاطعان في ذلك العنصر من المحدد الذي نرغب بحسابه. وللتوضيح فإن

$$\begin{vmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 9 & 1 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 2(6-63) - 8(5-56) + 4(54-48) = 27$$

ويتم حساب المحددات من مراتب أعلى بنفس الطريقة. ومن الواضح أنه إذا كانت جميع عناصر سطر (أو عمود) في محدد ما أصفارا فإن قيمة هذا المحدد تساوي الصفر فإذا كان مثل هذا السطر أو العمود غير موجود في محدد فيمكننا تسهيل حساب قيمته من خلال اختيار السطر أو العمود الذي يحوي أكبر عدد من الأصفار . فمثلا من المحدد التالي نلاحظ أن السطر الثاني هو الذي يحوي أكبر عدد من الأصفار الأمر الذي يسهل علينا حساب قيمته عن طريق هذا السطر حيث نجد

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 7 & 2 \end{vmatrix} = 3[2(7) - 1(-25)] - 1[-7(-28) + 2(-2)] = -75$$

ثالثاً: تعريف المجموعات المحدبة

Convex sets

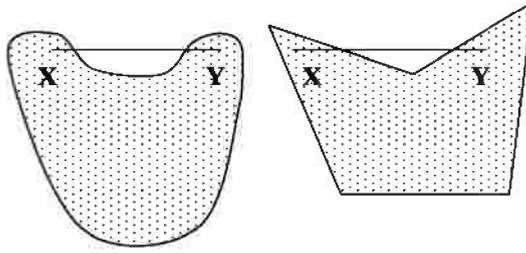
نقول عن مجموعة S جزئية غير خالية من الفضاء \mathbb{R}^n إنها مجموعة محدبة (Convex Set) إذا كانت القطعة المستقيمة الواصلة بين أي نقطتين X , Y منها تقع بكاملها داخل هذه المجموعة.

ويعطي الشكل رقم (أ، ١) أمثلة على مجموعات غير محدبة في حين يمثل الشكل رقم (أ، ٢) أمثلة على مجموعات محدبة.

وتعرف المجموعة المحدبة رياضياً كما يلي. نقول عن مجموعة غير خالية S إنها محدبة إذا تحقق الشرط التالي لأي عنصرين X, Y من S ولأي $0 \leq \lambda \leq 1$ فإن $S \ni \lambda X + (1 - \lambda)Y$ ويمكننا، باستخدام العلاقة الأخيرة، إثبات النظرية التالية بسهولة

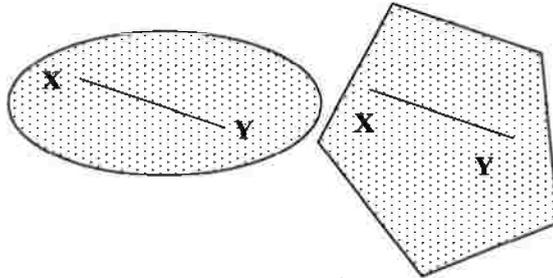
نظرية (١، م)

تقاطع أي عدد منته من المجموعات المحدبة (إذا لم يكن خالياً) هو أيضاً مجموعة محدبة. كما يمكننا إثبات أن حل أي متباينة خطية هو مجموعة محدبة. وبموجب النظرية الأخيرة يكون فضاء الحل لأي برنامج خطي هو مجموعة محدبة، لأن هذا الفضاء ليس إلا تقاطع مجموعات هي حلول لمتباينات خطية.



(ب) مجموعات غير محدبة

الشكل رقم (أ، ١).



(أ) مجموعات محدبة

الشكل رقم (أ، ٢).

ثبت المصطلحات

أولاً: عربي - إنجليزي

أ

Procedure	إجراء
Probability	احتمال
Probabilistic	احتمالي
Statistics	إحصاء
Performance	أداء
Low	أدنى
Lower	الأدنى
Basic	أساسي
Strategy (Strategies)	إستراتيجية (إستراتيجيات)
Optimal Strategy (Strategies)	الإستراتيجية (الإستراتيجيات) المثلى
Upper	أعلى

Economic	اقتصادي
Shortest path	أقصر مسار
Optimal	أمثل
Optimization	أمثلية
Sub-optimization	أمثلية جزئية
Facility	إمكانية (مكان للخدمة)
Production	إنتاج
Waiting	انتظار
Elementary	أولي



Prominent	بارز
Operation research	بحوث عمليات
Alternative(s)	بديل (بدائل)
Programming	برمجة
Linear programming	برمجة خطية
Integer Linear Programming	برمجة خطية عددية
Mathematical programming	برمجة رياضية
Integer programming	برمجة عددية
(0-1) Integer Programming	برمجة عددية ذات متغيرات ثنائية القيم
Mixed integer Programming	برمجة عددية مختلطة
Model building	بناء

Data

بيانات



Variance

تباين

Partition

تجزئة

Sensitivity analysis

تحليل الحساسية

Data analysis

تحليل بيانات

Assignment

تخصيص

Scale

تدرج أو مقياس

Network flow

تدفق شبكي

Design

تصميم

System design

تصميم نظام

Problem classification

تصنيف المشكلة

Cooperative

تعاوني

Economic interpretation

تفسير اقتصادي

Direct costs

تكاليف مباشرة

Deterioration

تلف

Forecasting

تنبؤ

Implementation

تنفيذ

Distribution

توزيع

Normal distribution

توزيع طبيعي

Uniform distribution

توزيع منتظم



Table

جدول



Computer

حاسب

Steady-state

حالة استقرار

Size

حجم

Lower bound

حد أدنى

Upper bound

حد أعلى

Critical

حرج

Sensitivity

حساسية

Chance

حظ

Solution

حل (حلول)

Initial solution

حل ابتدائي

Basic solution

حل أساسي

Model solution

حل النموذج

Optimal solution

حل أمثل

Suboptimal solution

حل أمثل جزئي

Multiple optimal solution

حل أمثل مضاعف

Unique optimal solution

حل أمثل وحيد

Non-optimal solution

حل غير أمثل

Infeasible solution

حل غير ممكن

Feasible solution

حل ممكن



Property

خاصية

Pure

خالص أو بحت أو صرف

Service

خدمة

Discount

خصم

Quantity discount

الخصم على الكمية

Linear

خطي

Algorithm

خوارزمية

Iterative algorithm

خوارزمية تكرارية



Function

دالة

Objective function

دالة الهدف

Convex function

دالة محدبة

Concave function

دالة مقعرة

Degree

درجة

Cycle

دورة

Periodic

دورية

Dynamic

ديناميكيا (حركي)



Artificial intelligence

ذكاء صناعي



Profit

ربح

Graph

رسم

Symbol

رمز (رموز)



Time

زمن أو وقت



Static

ساكن

Pivot row

سطر محوري

Simplex

السمبلكس



Network

شبكة

Tree

شجرة

Personal

شخصي

Condition

شرط (شروط)

ص

Row(s)

صف (صفوف)

Characteristic

صفة أو ميزة

Validation

صلاحية

Formulation

صياغة

Problem formulation

صياغة المشكلة

Form

صيغة

ض

Implicit

ضمني

ط

Nature

طبيعة (قدر)

Method

طريقة

Total enumeration method

طريقة التعداد الشامل

Implicit enumeration method

طريقة التعداد الضمني

Simplex Method

طريقة السمبلكس

Dual Simplex Method

طريقة السمبلكس الثنوية

Graphical method

طريقة بيانية

هـ

Payoff(s)	عائد (عوائد)
Discount factor	عامل الخصم
Shortage	عجز
Integer	عدد صحيح
Digital	عددي
Random	عشوائي
Stochastic	عشوائي
Node	عقدة
Chance Node	عقدة حظ
Process	عملية
Pivot column	عمود محوري
Element	عنصر
Pivot element	عنصر محوري

هـ

Infinite	غير منته
----------	----------

هـ

Space	فضاء
Solution space	فضاء الحل

Effectiveness

فعالية

System effectiveness

فعالية نظام

ق

Controllable

قابل للضبط

Cut

قطع

Cutting plane

قطع مستوي

Pure cutting plane

قطع مستوي صرف

Mixed cutting plane

قطع مستوي مختلط

Constraint(s)

قيود (قيود)

Upper Value

القيمة العليا

Expected Value

قيمة متوقعة

ك

Complete

كامل

Perfect

كامل

Total

كلي

Quantity

كمية

ج

Game(s)

لعبة (ألعاب)



Direct	مباشر
Principle	مبدأ
Continuous	متصل
Identical	متطابق
Variable	متغير
Basic Variable	متغير أساسي
Controllable variable	متغير قابل للضبط
Decision variable	متغير قرار
Symmetric	متناظر
Mean	متوسط
Expected	متوقع
Convex set	مجموعة محدبة
Simulation	محاكاة
Deterministic	محدد
Mixed	مختلط
Stock	مخزون
Diagram	مخطط
Inputs	مدخلات
Dependent	مرتبط
Stage(s)	مرحلة (مراحل)
Path	مسار

Primal problem	مسألة أولية
Dual problem	مسألة ثنوية
Stationary	مستقر
Independent	مستقل
Level	مستوى
Joint	مشترك
Project	مشروع
Matrix	مصفوفة
Payoff matrix	مصفوفة العوائد
Strict	مطلق أو حاد أو كامل
Rate	معدل
Parameter	معلمة
Information	معلومات
Imperfect Information	معلومات غير كاملة
Perfect Information	معلومات كاملة
Criterion	معييار
Admissible	مقبول
Performance measure	مقياس الأداء
Appropriate	ملائم
Feasible	ممكّن
Competition	منافسة
Uniform	منتظم
Finite	منته

Discrete	منفصل
Utility	منفعة
Transpose of a Matrix	منقول مصفوفة
Facility Location	موقع الخدمة
Slope	ميل

ن

Activity	نشاط
Depletion	نضوب
System	نظام
Theorem	نظرية
Point	نقطة
Saddle Point	نقطة سرجية (أو نقطة توازن)
Models of integer programming	نماذج البرمجة العددية
Modelling	نمذجة
Model	نموذج
Optimal model	نموذج أمثل
Dual Model	نموذج ثنائي
Mathematical model	نموذج رياضي

هـ

Objective	هدف
-----------	-----

Structure

هيكل

System structure

هيكل النظام

و

Unique

وحيد

Weight

وزن

ي

Dominate

يهيمن

ثانياً: إنجليزي - عربي

A

Activity	نشاط
Admissible	مقبول
Algorithm	خوارزمية
Alternative(s)	بديل (بدائل)
Appropriate	ملائم
Artificial intelligence	ذكاء صناعي
Assignment	تخصيص

B

Basic	أساسي
Basic solution	حل أساسي
Basic Variable	متغير أساسي

C

Chance	حظ
Chance Node	عقدة حظ
Characteristic	صفة أو ميزة

Competition	منافسة
Complete	كامل
Computer	حاسب
Concave function	دالة مقعرة
Condition	شرط (شروط)
Constraint(s)	قيود (قيود)
Continuous	متصل
Controllable	قابل للضبط
Controllable variable	متغير قابل للضبط
Convex function	دالة محدبة
Convex set	مجموعة محدبة
Cooperative	تعاوني
Criterion	معياري
Critical	حرج
Cut	قطع
Cutting plane	قطع مستوي
Cycle	دورة

D

Data	بيانات
Data analysis	تحليل بيانات
Decision variable	متغير قرار

Degree	درجة
Dependent	مرتبطة
Depletion	نضوب
Design	تصميم
Deterioration	تلف
Deterministic	محدد
Diagram	مخطط
Digital	عددي
Direct	مباشر
Direct costs	تكاليف مباشرة
Discount	خصم
Discount factor	عامل الخصم
Discrete	منفصل
Distribution	توزيع
Dominate	يهيمن
Dual problem	مسألة ثنوية
Dual Model	نموذج ثنوي
Dual Simplex Method	طريقة السمبلكس الثنوية
Dynamic	ديناميكية (حركية)

E

Economic

اقتصادي

Economic interpretation	تفسير اقتصادي
Effectiveness	فعالية
Element	عنصر
Elementary	أولي
Expected	متوقع
Expected Value	قيمة متوقعة

F

Facility	إمكانية (مكان للخدمة)
Facility Location	موقع الخدمة
Feasible	ممکن
Feasible solution	حل ممكن
Finite	منته
Forecasting	تنبؤ
Form	صيغة
Formulation	صياغة
Function	دالة

G

Game(s)	لعبة(ألعاب)
Graph	رسم

Graphical method

طريقة بيانية

I

Integer Linear Programming

برمجة خطية عددية

Integer programming

برمجة عددية

Integer Programming

برمجة عددية ثنائية ذات متغيرات ثنائية القيم

Implementation

تنفيذ

Initial solution

حل ابتدائي

Infeasible solution

حل غير ممكن

Iterative algorithm

خوارزمية تكرارية

Implicit

ضمني

Implicit enumeration method

طريقة التعداد الضمني

Integer

عدد صحيح

Infinite

غير منته

Identical

متطابق

Inputs

مدخلات

Independent

مستقل

Information

معلومات

J

Joint

مشترك

L

Level	مستوى
Linear	خطي
Linear programming	برمجة خطية
Low	أدنى
Lower	الأدنى
Lower bound	حد أدنى

M

Mathematical model	نموذج رياضي
Mathematical programming	برمجة رياضية
Matrix	مصفوفة
Mean	متوسط
Method	طريقة
Mixed	مختلط
Mixed integer Programming	برمجة عددية مختلطة
Mixed cutting plane	قطع مستوي مختلط
Model	نموذج
Models of integer programming	نماذج البرمجة العددية
Model building	بناء
Model solution	حل النموذج

Modelling

نمذجة

Multiple optimal solution

حل أمثل مضاعف

N

Nature

طبيعة (قدر)

Network

شبكة

Network flow

تدفق شبكي

Node

عقدة

Non-optimal solution

حل غير أمثل

Normal distribution

توزيع طبيعي

O

Objective

هدف

Objective function

دالة الهدف

Operation research

بحوث عمليات

Optimal

أمثل

Optimal model

نموذج أمثل

Optimal solution

حل أمثل

Optimal Strategy (Strategies)

الإستراتيجية (الإستراتيجيات) المثلى

Optimization

أمثلية

Parameter	معلمة
Partition	تجزئة
Payoff(s)	عائد (عوائد)
Path	مسار
Payoff matrix	مصفوفة العوائد
Perfect	كامل
Perfect Information	معلومات كاملة
Imperfect Information	معلومات غير كاملة
Performance	أداء
Performance measure	مقياس الأداء
Periodic	دورية
Personal	شخصي
Pivot row	سطر محوري
Pivot column	عمود محوري
Pivot element	عنصر محوري
Point	نقطة
Primal problem	مسألة أولية
Principle	مبدأ
Probabilistic	احتمالي

Probability	احتمال
Problem classification	تصنيف المشكلة
Problem formulation	صياغة المشكلة
Procedure	إجراء
Process	عملية
Production	إنتاج
Profit	ربح
Programming	برمجة
Project	مشروع
Prominent	بارز
Property	خاصية
Pure	خالص أو بحت أو صرف
Pure cutting plane	قطع مستوي صرف

Q

Quantity	كمية
Quantity discount	الخصم على الكمية

R

Random	عشوائي
Rate	معدل
Row(s)	صف (صفوف)

S

Saddle Point	نقطة سرجية (أو نقطة توازن)
Scale	تدرج أو مقياس
Sensitivity	حساسية
Sensitivity analysis	تحليل الحساسية
Service	خدمة
Shortage	عجز
Shortest path	أقصر مسار
Simplex	السمبلكس
Simplex Method	طريقة السمبلكس
Simulation	محاكاة
Size	حجم
Slope	ميل
Solution	حل (حلول)
Solution space	فضاء الحل
Space	فضاء
Stage(s)	مرحلة (مراحل)
Static	ساكن
Stationary	مستقر
Statistics	إحصاء
Steady-state	حالة استقرار

Stochastic	عشوائي
Stock	مخزون
Strict	مطلق أو حاد أو كامل
Structure	هيكل
Strategy (Strategies)	إستراتيجية (إستراتيجيات)
Suboptimal solution	حل أمثل جزئي
Sub-optimization	أمثلية جزئية
Symbol	رمز (رموز)
Symmetric	متناظر
System	نظام
System design	تصميم نظام
System effectiveness	فعالية نظام
System structure	هيكل النظام

T

Table	جدول
Theorem	نظرية
Time	زمن أو وقت
Total	كلي
Total enumeration method	طريقة التعداد الشامل
Transpose of a Matrix	منقول مصفوفة
Tree	شجرة

U

Uniform	منتظم
Uniform distribution	توزيع منتظم
Unique	وحيد
Unique optimal solution	حل أمثل وحيد
Upper	أعلى
Upper bound	حد أعلى
Upper Value	القيمة العليا
Utility	منفعة

V

Validation	صلاحية
Variable	متغير
Variance	تباين

W

Waiting	انتظار
Weight	وزن

كشاف الموضوعات

التعبير عن المتغيرات أو الدوال المنفصلة

باستخدام المتغيرات المتممة ١١٩

الصيغة المعتمدة في حل مسائل البرمجة

العديدية ذات المتغيرات الثنائية القيم ٢٧٥

الخوارزمية الجمعية ٢٨٠ ، ٢٨٩ ،

٢٩١ ، ٣٠١

استخدام المتغيرات المتممة ١١٩ ، ١٢٠ ،

٢٧٦

المسألة الموجهة لأقل شجرة متفرعة ١٨٦

ألية إسقاط الحلول غير الواعدة ٢٧٩

ب

بحوث عمليات ٣ ، ٦

برمجة ابيانية ١ ، ٦١

أ

الحد الأعلى الحالي ٢٣٥ ، ٢٤٥

أساسي ٥

أقصر مسار ٢٠١

اقتصادي ٢٤٢

أمثل ١٠ ، ١١ ، ١٥ ، ١٦ ، ١٧ ، ٢٥

استخدام المتغيرات الثنائية القيم ٧٦ ،

١٠٨

في القيود المنطقية ١٠٨

في القيود ذات الشروط ١٠٨

في القيود الإقتضائية ١٠٩ ، ١١٠

في القيود البديلة ١١٠ ، ١١١

في القيود المقتضية لقيود أخرى ١١٢

- برمجة خطية ٣، ٥، ٦، ٨٣، ٢٢١
- برمجة عددية ٣، ٤، ٧٥، ١٠٧، ٢٢١، ٢٢٢
- ثنائية القيم ٢٧٢
- تحويل مسألة برمجة خطية إلى مسألة برمجة خطية عددية ذات متغيرات ثنائية القيم ٢٢٨، ٢٢٢، ٨٦
- تحويل مسألة برمجة خطية إلى مسألة برمجة خطية عددية ذات متغيرات ثنائية القيم ١١٨، ٢٧٢
- تبادل في المتغيرات الداخلة ٥٥
- تبادل في المتغيرات الخارجة ٥٥
- تغيير في دالة الهدف ٣٠
- تغيير في الموارد النادرة ٢٧
- تغيير في الموارد غير النادرة ٢٧
- تفسير اقتصادي ١٩، ٢٦
- تكاليف التجهيز ١٣٣
- تكاليف ثابتة ١٣٠
- تكاليف متغيرة ١٣٤
- تحضير أو تجهيز ١٣٤
- تحليل الأمثلية ١٠
- تحليل حساسية ٢٦
- تحديد العنصر المحوري
- لطريقة السمبلكس ٤٣
- لطريقة السمبلكس الثنوية ٦٠، ٦١
- تحويلات بسيطة ١١٨
- تحويل مسألة برمجة غير خطية إلى مسألة برمجة خطية عددية ذات متغيرات ثنائية القيم ١٢٨
- جدول الحل الأمثل ٤٤



خطوة التفرع ٢٤٦

خطوة شطب المسائل الجزئية ٢٤٦

خلاصة طريقة التفرع والحد ٢٤٥

خوارزمية ٣٤، ٣٦، ٣١١

خوارزمية التفرع والحد ٢٤٥

خوارزمية مستوي القطع ٣١١

خوارزمية السمبلكس ٣٤، ٤٥، ٤٨

خوارزمية السمبلكس الثنوية ٦١

خوارزمية هونغارية ٢٥٧



دالة الهدف ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩



راكد ٣٤، ٤٨، ٢٨٠، ٢٨٢، ٣٠٩

رقم محوري ٤٠، ٤١



سعر الظل ٣٠

سطر محوري ٤٠، ٤١، ٦٠، ٦١، ٦٣

جداول السمبلكس ٤٣، ٤٤



حر ٢٧٨

حل ابتدائي ٣٦، ٤٥، ٤٧، ٤٨،

٥٣، ٤٥، ٥٩

حل أساسي ٣٧، ٤٠، ٤٣، ٤٥، ٥٣، ٥٩

حل أمثل ١٠، ١١، ١٥، ١٦، ١٧،

٢٥، ٣٩،

٤٩، ٥٢، ٥٩، ٦٠، ٩٤، ٩٥

حل أمثل مضاعف (متعدد) ٥٥

حل أمثل وحيد ١٦، ١٧، ١٨،

حل جزئي ٢٧٨

حل كامل ٢٧٨

حل النموذج ٩، ١٠، ١٤

حل غير أمثل ٣٩، ٥٨

حل غير ممكن ٤٨، ٥٨، ٦٠، ٦٣،

٣٧، ٣٨، ٤٠، ٤٣، ٤٥، ٤٩، ٥٨

حل مرشح ٢٢٣، ٢٢٩، ٢٤٣

حل مسألة حقيقية الظهر البسيطة ٢٤٧، ٢٤٨

حل مسألة حقيقية الظهر العامة

حساسية ٢٦

ط

طرق التفرع والحد ٢٢٧، ٢٢٨، ٢٤٣،

٢٤٧

طرق مستوي القطع ٩٤، ٣٠٣، ٣٠٤،

٣٢٠

طريقة السمبلكس ٦، ٣٥، ٣٦، ٤٥،

٥٠، ٦٩

طريقة السمبلكس الثنوية ٥٩، ٢٤٢،

٣٠٤، ٣١٠، ٣٢

طريقة التعداد الضمني ٩٢، ٢٧١

طريقة التعداد الكلي (الشامل) ٨٦

طريقة بيانية ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧،

١٠، ٢٠، ٣٥

طريقة المرحلتين ٤٩، ٥٩، ٣١٧

تم

عمود محوري ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٤

عنصر محوري ٤٠، ٤١، ٤٢، ٦١، ٦٣،

٣١٠

عنصر غير أساسي ٣٥، ٣٩

علاقة بين

سطر أساس ٣١٣

شر

شبكة ١٠٧، ١٣٧، ١٥٥

شجرة ٢٣٥

شرط الأمثلية لطريقة السمبلكس ٣٩،

٢٨٢

شرط الأمثلية لطريقة السمبلكس الثنوية

٦٠

ص

صورة قياسية للبرامج الخطية ٣٤

صعوبات الحل لمسائل البرمجة العددية

٨٣

صياغة المشكلة ٩

صياغة مسألة البائع المتجول المتناظرة

١٨٣، ١٨٤

صياغة مسألة البائع المتجول غير المتناظرة

١٧٥، ١٧٦

صياغات خاصة لمسائل البرمجة العددية

١٠٨

متغير خارج ٣٥، ٣٧، ٣٩، ٤٠، ٤١،
٤٣، ٥٨، ٦١

متغير فائض ٣٤، ٣٦، ٥٩

متغير غير أساسي ٣٥، ٣٧، ٣٨، ٤٣،
٤٤، ٥٣

متغير زائف (اصطناعي) ٣٦، ٤٩، ٥١

متغير قرار ٣٥، ٣٧، ٣٨، ٤٣، ٤٤،
٥٣، ٧٧، ١١٣، ١٢٦، ١٢٧، ١٥٢،
١٧٠

متغير مهمل (راكد) ٣٤، ٤٨، ٢٨٠

متغير مثبت ٢٧٨، ٢٨٥

مجموعة محدبة ٦، ٣٤٢

مسألة أولية ٢٠، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٥٥،
٥٦

مسائل خاصة في البرمجة العددية ١٢٥

مسألة حقيقية الظهر البسيطة ١٢٧

مسألة حقيقية الظهر العامة ١٢٩

مسألة اختيار المشاريع مع وجود موارد
محدودة ١٣١

مسألة التكلفة الثابتة للتجهيز ١٣٣

مسألة التدفق الأكبر ١٩٢، ١٩٣

مسألة تصميم الشبكات ١٣٧

حلول المسألة الأولية وحلول المسألة
الثنوية ٥٥، ٥٨

قيمة الحل الأمثل للمسألة الأولية وقيمة
الحل الأمثل للمسألة الثنوية ٢٥، ٥٨

ف

فضاء الحل ١١، ١٥، ٣٢

فضاء الحل الممكن ٩، ١٤، ١٥، ١٦،
٣٢، ٢٣٣

ق

قيود وثيقة ٢٨، ٢٧، ٣٠

قيود غير وثيقة ٢٨، ٢٧، ٣٠

قيود منطقية ١٠٨

قيود اقتضائية ١٠٩، ١١٠، ١١٢، ١١٥

قيود بديلة ١١٠

م

متغير أساسي ٣٥، ٣٧، ٣٨، ٤٣، ٤٤، ٥٣

متغير حر ٢٧٨، ٢٨٤، ٢٨٥، ٢٩٠،
٢٩١

متغير داخل ٣٥، ٣٧، ٣٩، ٤٠، ٤١،
٤٣، ٥٨، ٦١

- مسألة تصميم نظام توزيع سلع متعددة
٢٠٨، ٢٠٧، ٢٠٦
- مسألة جدولة تنفيذ أعمال على مكائن
التصنيع ٢٠٩، ٢١٠، ٢١١
- مسائل التوافق ١٧٤، ١٧٥
- مسائل الحزم ١٩٠، ١٩١
- مسائل التغطية ١٩٤، ١٩٥
- مسألة ثنوية ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤،
٢٥، ٥٦ و ٥٥
- مسألة معدلة ٤٩، ٥٠، ٩٥
- منبع ١٣٥
- ن
- نظام ٥
- نظرية الثنوية ٢٤، ٢٥، ٣٢، ٥٨
- نظرية نقطة الركن ١٥، ١٦
- نموذج أولي ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٥٧
- نموذج ثنوي ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٥٧
- نموذج رياضي ١١٣، ١١٤، ١١٦،
١٢٥، ١٣٣، ١٤٤، ١٥٢، ١٧٠، ١٨٧
- مسألة التخصيص البسيطة ١٤٢
- مسألة التخصيص العامة ١٤٥، ١٤٦
- مسألة الإيداعات البريدية المقيدة ١٤٨،
١٤٩
- مسألة تحديد مواقع وطاقة مراكز
الخدمات وسياسات التوزيع المثلى منها
للمراكز ذات الطاقة المحدودة ١٥١،
١٥٢، ١٥٣، ١٥٤، ١٥٥
- للمراكز ذات الطاقة غير المحدودة
١٥٧، ١٥٨
- مسألة تلوين خريطة بأربعة ألوان ١٥٩
- مسألة التخصيص التريعية ١٦٩، ١٧٠،
١٧١
- مسألة البائع المتجول ١٧٥
- المتناظرة ١٨٣
- غير المتناظرة ١٧٥
- مسألة غطاء العقد ١٧٠، ١٧١، ١٩٦
- مسألة أقصر مسار في شبكة موجهة
٢٠١، ٢٠٢
- مسألة تلوين الرؤوس في شبكة غير
موجهة ٢٠٤