الفصل الثاني

القيمة المكانية
Place Value

لدي دراية بالقيمة المكانية للأرقام حيث إنني وعندما أكون جالساً ضمن مجموعة القراءة في صفي أتصور خانة الآحاد بأنها تمثل صف المقاعد من ناحية حائط غرفة الصف المعلقة عليه ساعة الحائط، وعندما أكون جالساً ضمن مجموعة الرياضيات في صفي أتصور خانة الآحاد على أنها تمثل صف المقاعد من ناحية باب غرفة الصف. ببساطة شديدة أعتقد أن خانة الآحاد تعتمد على الجهة التي تنظر إليها. أما بخصوص الأرقام من ١١ إلى ١٩ فإنها لا تخضع لأي طريقة في تحديد قيمها المكانية وما عليك سوى حفظها.

طالب في الصف الثاني

أثر مفهوم القيمة المكانية في الرياضيات

يعد مفهوم القيمة المكانية أكثر المفاهيم الأساسية التي تتضمنها مناهج الرياضيات المدرسية في المرحلتين الابتدائية والمتوسطة. كما أن الحل الصحيح للمسائل التي تتضمن العمليات الحسابية للأعداد الصحيحة والكسرية يعتمد بشكل أساس على فهم ما تعنيه المقادير الرقمية متعددة الخانات والقدرة على التعبير عنها.

ومن الضروري أن يتمكن الطلاب بنهاية الصف الثاني ابتدائي من الإدراك الصحيح لنظام الترقيم العشري ومفهوم القيمة المكانية للأرقام. ولا يتحقق ذلك إلا من خلال طرق تدريس منوعة تمكنهم من إدراك هذه المفاهيم و تكسبهم القدرة على كتابة الأرقام. وبخلاف ذلك وعند تعرض الطلاب على سبيل المثال للمواقف التي يحتاجون فيها إلى إعادة التجميع (الاستقراض من خانة العشرات مثلاً) أو التعامل مع الصفر في عملية الطرح عندما يكون في خانة المئات تلتبس الأمور عليهم ويواجهون الصعوبات لاحقاً عند تعاملهم مع الإستراتيجيات المختلفة. ويمكن للطلبة تصحيح مثل هذه الأخطاء وغيرها من خلال حل مسائل من واقع الحياة وبالاستعانة بوسائل المساعدة المختلفة مثل: العدادات الرقمية ووسائل الإيضاح وجداول القيم المكانية وغيرها. ويرى كلباتريك وآخرون (Kilpatrick, *et,al.* 2001) أن الفهم والقدرة على التنفيذ بشكل صحيح متعلقان ببعضهما... وهناك عدة أدلة تؤكد على أن الفهم الصحيح هو الأساس الذي تستند عليه القدرة على التنفيذ بشكل صحيح. إن الكتابة الصحيحة على سبيل المثال للكسر العشري الذي يعبر عن قسمة العدد ٣٤٨ على العدد ٣٠ هو مثال على التمكن من التنفيذ بشكل صحيح.

وتشير الدراسات المختلفة أن إكساب الطلاب خبرات جيدة تتعلق بكيفية تمثيل خانات الآحاد والعشرات والمئات بالاستعانة بنماذج حسية يساعد بشكل فاعل في فهمهم للقيمة المكانية للأرقام بشكل صحيح في بدايات المنهج الدراسي. ويرى كلباترك وآخرون (Kilpatrick, *et,al,* 2001) بأن التعامل مع المواد الحسية لابد وأن يساعد الطلاب في قدرتهم على التفكير بكيفية الربط بين المقادير وطرق التعبير عنها كتابياً باستخدام الأرقام. كما أن عدم استخدام وسائل الإيضاح بشكل جيد من قبل الطلاب لا يضمن بأن يفكر الطلاب بعملية الربط بين المقادير وطرق التعبير عنها

كتابياً باستخدام الرموز (NCTM, 2000). في الحقيقة، لابد وأن يطور الطلاب فهمهم الخاص لهذه الأمور من خلال الاستعانة بوسائل الإيضاح في تمثيل العشرات سواءً كان ذلك خلال مناقشاتهم داخل غرفة الصف أو ضمن أنشطة عملية مشتركة.

في هذا الفصل سوف نتناول الأخطاء الأكثر شيوعاً بخصوص القيم المكانية للأعداد متعددة الخانات سواءً الإجرائية منها أو تلك المتعلقة بالمفاهيم، ومن ثم سوف نقدم خطط إعادة التأهيل والمعالجة المناسبة لتصحيح مثل هذه الأخطاء.

ما القيمة المكانية؟

إن قيمة الرقم تحدد بناء على مكانه أو موقعه ولهذا تسمى القيمة المكانية بقيمة الموقع أيضاً. وفي نظام الترقيم العشري على سبيل المثال فإن كل خانة تمثل مجموعة أو أساي لـ ١٠. كما أن القيمة المكانية تؤسس لحقيقة أن الرقم يعبر عن مقادير مختلفة بناء على المكان الذي يقع فيه (Charlesworth & Lind, 2003)، وبالتالي يُمكننا مفهوم القيمة المكانية من تمثيل أي عدد باستخدام ١٠ أرقام، و يُمكننا أيضاً من الحساب باستخدام أعداد صحيحة موجبة. وهناك العديد من أنظمة القيم المكانية التي تستخدم أنظمة غير النظام العشري مثل النظام الإثني عشري المستخدم في تحديد الوقت بالساعات أو النظام الستيني المستخدم في تحديد عدد الدقائق في الساعة الواحدة وغيرها من الأنظمة.

ويستخدم مصطلح "إعادة التجميع" (regrouping) في أدبيات تدريس الرياضيات في المراحل الأساسية حالياً (Ma,1999) ليعبر عن تمثيل الأعداد بدلالة عدد محدد (١٠ في النظام العشري و١٢ في النظام الإثني عشري وهكذا)، فعلى سبيل المثال في المسألة :

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 745 \\ +\,389 \\ \hline 1134 \end{array}$$

نجد بأن ناتج جمع خانات الآحاد يساوي ١٤ وقد تمت إعادة تسميته في النظام العشري ليصبح ٤ آحاد ومجموعة واحدة من العشرات ولهذا تم تسجيل أربعة في خانة آحاد ناتج الجمع وتم رفع العدد "١" فوق عمود العشرات في المسألة. أما في المسألة:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 6\quad 14} \\ \text{انش } \not{2} \text{ قدم } \not{7} \\ \text{انش } 8 \text{ قدم } 4 \\ - \\ \hline \text{انش } 6 \text{ قدم } 2 \end{array}$$

فقد تمت إعادة تسمية المقدار ٧ أقدام ليصبح ٦ أقدام و١٢ انش (حيث إن ١ قدم يساوي ١٢ إنشاً) وبهذا أصبح المطروح منه مكوناً من ١٤ إنشاً و٦ أقدام. والآن وعند إجراء عملية الطرح يكون الناتج كما هو مبين في المسألة. إن هذه المسألة توضح إعادة التجميع في النظام الإثني عشري.

نظام الأرقام الهندي–العربي

يستند مفهوم القيمة المكانية في نظام الأرقام الهندي–العربي على تمثيل الأعداد بدلالة العدد ١٠ (إعادة التجميع العشرية) بحيث تمثل عشر وحدات بمجموعة واحدة من العشرات وتمثل عشرة عشرات بمجموعة واحدة من المئات، وتمثل عشرة مئات بمجموعة واحدة من الألوف وهكذا. إن مثل هذه الآلية تمكننا من تمثيل أي مقدار صحيح بدلالة عشرة أرقام فقط بطريقة متفردة ووحيدة.

ويتم حساب قيمة أي عدد في النظام العشري وذلك بضرب كل رقم في هذا العدد بالقيمة المكانية له ومن ثم جمع نواتج الضرب هذه معاً. يوضح المثالان التاليان كيفية احتساب قيمة المقدارين 47 و 385 في النظام العشري:

$$(4 \times 10) + (7 \times 1) = 47$$
$$(3 \times 100) + (8 \times 10) + (5 \times 1) = 385$$

وتمتاز القيمة المكانية في النظام العشري بعدة خصائص نذكر منها ما يلي:

- يمكن تمثيل أي عدد بدلالة عشرة أرقام فقط (9-0).
- يتم احتساب قيمة أي رقم عند الانتقال من خانة عشرية ما إلى الخانة التي تليها وذلك بالضرب بالعدد 10.

المقدار:	2	3	4
القيمة المكانية:	1	10	100
القيمة الكلية:	2	30	400

- تستخدم الفاصلة العشرية للتعبير عند تمثيل أجزاء من الأعداد الصحيحة. وعند الانتقال من خانة عشرية ما إلى الخانة التي تليها إلى اليمين (في الجهة اليمنى للفاصلة العشرية) نقسم القيمة المكانية على عشرة (خانة الأجزاء العشرية، خانة الأجزاء المئوية وهكذا)، يوضح المثال التالي القيم المكانية للأرقام على يمين الفاصلة العشرية:

0.	2	3	4	5
	.1	.01	.001	.0001

- يمثل رمز الصفر (0) مجموعة لا تحتوي على أي عنصر.

لماذا يعاني الطلاب من مفهوم القيمة المكانية؟

الأخطاء الشائعة

في الواقع، يرتكب الطلاب الأخطاء أثناء تعلمهم للقيمة المكانية للأرقام إذا ما تعلموها بمعزل عن معرفتهم السابقة(Baroody,1990) ، فعلى سبيل المثال عدم تذكر الطلاب لكيفية عد الخانات (اتجاه العد) لتحديد مكان الخانة العشرية عند ضرب الكسور العشرية يؤدي بهم إلى ارتكاب الأخطاء.

الأخطاء الإجرائية والأخطاء المفاهيمية

يرى كامي (Kamii,1986) أن الطلاب بشكل عام يرتكبون الأخطاء في المفاهيم عندما تنقصهم الخبرة والفهم الصحيح لأنظمة القيم المكانية. ويعاني الطلاب عند قيامهم بإعادة التجميع والتسمية بدلالة أعداد محددة في الأنظمة الرقمية المختلفة مثل إعادة تسمية عشرة عشرات في النظام العشري لتصبح مئة واحدة. كما يفتقر الطلاب لإدراك التركيب العام للقيم المكانية، بمعنى أنه وفي النظام العشري على سبيل المثال إذا تم الانتقال من خانة عشرية ما إلى الخانة التي تليها من اليسار فإنه يتم ضرب القيمة المكانية بعشرة في حين أنه إذا كان الانتقال إلى الخانة التي تليها من اليمين فإنه يتم قسمة القيمة المكانية على عشرة.

وبخصوص أخطاء الطلاب المتعلقة بالمفاهيم فإنه وفي مرحلة إعادة تأهيلهم لا بد وأن يبدأ العمل معهم بالاستعانة بالوسائل المساعدة مثل عدادات الأرقام وجداول القيم المكانية وغيرها. ويرى كلاوس ماي (Clausen-May, 2005) بأن الأنشطة المكتوبة تساعد كثيراً في إعادة تأهيل الطلاب الذين يحتاجون إلى أساليب تدريس مطورة وغير تقليدية. أما بخصوص الأخطاء الإجرائية فإن ارتكاب الطلاب لها يعود إلى نسيانهم لبعض القواعد ولبعض الخطوات الإجرائية في طرق الحل رغم فهمهم الصحيح للأنظمة

الرقمية المختلفة. ولهذا وعند إعادة تأهيلهم ومعالجة أخطائهم لابد وأن تركز دروسهم على الرسوم التوضيحية وطرق التمثيل المختلفة للأرقام ومن ثم على كيفية ربط هذه الأشياء بالأرقام، فعلى سبيل المثال وعند قيام الطلاب بإجراء عملية الطرح في المسألة التالية فمن المفيد لهم أن يضعوا سهماً ↓ فوق العدد ٢ كتذكير لهم من أين يبدؤوا، كما يمكن لهم أيضاً أن يرسموا دائرة حول عمود الآحاد في المسألة كتذكير لهم بأن هذا المكان سيطبقون عليه إعادة تجميع وتسمية:

↓	
432	432
−29	−29

يوضح الشكل رقم (٢,١). أكثر الأخطاء شيوعاً لدى الطلاب والمتعلقة بالقيمة المكانية للأرقام:

- عدم القيام بإعادة التجميع والتسمية عند الحاجة إليها.
- القيام بإعادة التجميع والتسمية بغض النظر عن ضرورتها.
- إعادة تجميع القيم بشكل خاطئ.
- إعادة التجميع في المكان الخاطئ.
- استخدام الأرقام نفسها بشكل متكرر.
- تجاهل القيمة المكانية للرقم صفر.

الشكل رقم (٢,١). الأخطاء الشائعة المتعلقة بالقيم المكانية.

ما يتعلق بالطالب كولن

إن كولن طالب لامع في الصف الرابع ابتدائي محب لمدرسته ويستمتع كثيراً في الأنشطة التعليمية والاجتماعية فيها، كما أنه شخص متفتح الذهن مع أقرانه وحذر

في التعامل مع منهم أكبر منه سناً. ويمتاز كولن بشخصية قوية وهو محبوب من زملائه الأولاد والبنات على حد سواء. كما أنه شخص منظم بشكل ممتاز ويحب الحياة المليئة بالأنشطة مما يجعله كارهٌ للجلوس ساعات طويلة خصوصاً عند العمل على مهام روتينية تحتاج منه التركيز لفترات طويلة. أما بخصوص الانضباط داخل المدرسة فإن كولن شخص ملتزم بأنظمة وقواعد المدرسة وغرفة الصف مما يجنبه التوبيخ في معظم الأحيان. وبخصوص الواجبات المدرسية فإن كولن يحب أن يتقن عمله بشكل كامل ويكره ارتكاب أية أخطاء، ولهذا وعند قيامه بحلها يكون ذلك على حساب الوقت مما يجعله بطيئاً في إتمامها. وفي حال إخفاقه في حل أية واجبات بشكل كامل فإنه يفضل أن يبقيها في مكتبه على أن يسلمها إلى المدرس ويرفض طلب المساعدة في حلها من أي شخص كان حتى لا يبدو غبياً في نظر الآخرين.

أما فيما يتعلق بخصوص مهارة القراءة عند كولن فإنه يتمتع بقدرٍ مناسب منها خصوصاً لطالب في الصف الرابع ولكنه في واقع الأمر لا يحب القراءة ويؤخر إتمام المهام التي تتطلب منه القراءة، وفي حال أُجبر على القيام بها فإنه يقوم بالقراءة بشكل سريع وبتركيز قليل على التفاصيل المتضمنة فيما يقرأه، ولهذا نجده يغفل عن بعض المعلومات المهمة في هذه المهام مما يؤدي به إلى عدم القيام بما هو مطلوب منه فيها بشكل صحيح، ونتيجة لاتباعه لمثل هذا الأسلوب في القراءة والذي يؤدي به إلى ارتكاب الأخطاء نجده مستاءً ومحبطاً في الوقت نفسه غير أنه وللأسف لا يعي حقيقة أن الأخطاء التي يرتكبها هي بسبب أسلوبه السيىء في القراءة.

وفيما يتعلق بالقدرات الرياضية لدى كولن فإنه يمتاز بقدرته على تذكر الحقائق الرياضية بشكل سريع مثل حقائق الجمع والطرح والضرب والقسمة إلا أن سرعته في القراءة وإهماله لبعض التفاصيل يسببان له بعض المشاكل الرياضية كأن

يغفل عن بعض خطوات العمل في خوارزمية حل معينة مما يسبب له الأخطاء في حل بعض المسائل التي يستخدم في حلها هذه الخوارزمية، كما يسببان له بعض الصعوبات عند تعاطيه مع المسائل العملية (اللفظية)، ونتيجة لهذا نجده أيضاً يشعر بالغضب والإحباط عندما يتوصل إلى إجابات خاطئة في حل المسائل.

أما بالنسبة لعلاقته بزملائه فإن كولن يحب مساعدة أقرانه كثيراً ويستمتع بمساعدة من هم أكبر منه، ذلك بأنه يحب أن يشعر الآخرون كم هو مفيد. ومن صفات كولن أيضاً أنه يحب الأوقات الحرة التي يقضيها بالرسم واللعب مع زملائه. كما أنه لا يتأثر بالمعززات الحسية والمادية مثل الملصقات أو الدرجات الإضافية ويحب أن يعطى أوقاتاً حرة كمكافأة له عوضاً عن ذلك. ومن صفات كولن أيضاً حبه للمهمات التعليمية التي تتطلب مشاركته داخل غرفة الصف برفع الأيدي، كما أنه يحب المناقشات التي تجري داخل غرفة الصف أو ضمن مجموعات.

الأخطاء النمطية: التشخيص، وصف العلاج وإعادة التأهيل والمعالجة

قام كولن بارتكاب الاخطاء النمطية التالية في أيام مختلفة وذلك عند قيامه بمجموعة من الحسابات التي تطلبت معرفته بالقيمة المكانية للأرقام وبالمهارات المتعلقة بها. وتعد مثل هذه الأخطاء التي ارتكبها من الأخطاء الأكثر شيوعاً بين الأطفال من العمر نفسه.

يتضمن هذا الفصل تحليلاً شاملاً لكل نوع من الأخطاء التي ارتكبها وتشخيصاً يبين ما إذا كانت أخطاؤه مفاهيمية أم إجرائية. وبناءً على كل المعلومات المستنتجة من هذا التحليل وبناءً على جميع العوامل التي تؤثر على كيفية تعلم كولن نقدم أنشطة تساعد في إعادة تأهيله ومعالجة أخطائه.

الخطأ النمطي الأول للطالب كولن في القيمة المكانية

تتضمن ورقة العمل الأولى للطالب كولن النوع الأول من الأخطاء التي يرتكبها الطلاب في القيمة المكانية وتتألف هذه الورقة من ست مسائل مطلوب فيها التعبير بالأرقام عن مجموعة من الأعداد المعطاة بكلمات.

تشخيص الخطأ

لقد قام المعلم بتفحص إجابات كولن للمسائل الموجودة في ورقة العمل، ومن ثم قام بتحديد ما إذا كانت الأخطاء المرتكبة أخطاء مفاهيمية أو أخطاء إجرائية. كما قام المعلم أيضاً بتحديد نقاط القوة لدى كولن والتي تتضمن قدرته على كتابة الأرقام وترتيب الأرقام وتحديد القيمة المكانية لها بشكل صحيح. ومن ثم قام المدرس بتدوين كل ملاحظاته بخصوص الأخطاء النمطية المرتكبة وبخصوص نقاط القوة التي أظهرها كولن في إجاباته في الفراغين التاليين:

أخطاء كولن النمطية:
نقاط القوة لدى كولن:

لقد أظهر التشخيص بأن كولن لديه قدرة جيدة على قراءة وتمييز الخانات الرقمية للأعداد المعطاة ولكنه لا يدرك القواعد المستخدمة في كتابة الأرقام متعددة الخانات بشكل صحيح، حيث نجده يفصل بين هذه الخانات دون أن يضرب كل رقم بالقيمة المكانية له. فعلى سبيل المثال نجده يكتب "٥٠" بدلاً من "٥" ليبين عدد العشرات في الرقم "٥٧" وهذا يدل على افتقاره لمفهوم القيمة المكانية.

يبين الجدول رقم (٢,١) ورقة تحليل البيانات الخاصة بالطالب كولن والتي تتضمن النقاط الإيجابية والسلبية المتعلقة بالسياق الذي يتعلم فيه كولن. كما تتضمن أيضاً مدخلات ومخرجات كولن وسلوكياته الدراسية والاجتماعية والمعززات التي تؤثر في تطوير أدائه وتحصيله النهائي بشكل جيد.

الجدول رقم (٢,١). ورقة تحليل بيانات الطالب.

اسم الطالب: كولين	
أعضاء الفريق: شيرمان، ريتشاردسون و يارد Sherman, Richardson, and Yard	
السياق	
+	−
• يحب المدرسة. • مفتوح على الأقران وودود معهم. • يحب أن يكون مع أقرانه. • يحب جميع أنشطة التعلم التعاوني. • يحب المجموعات التي تتضمن أنشطة تشاركيه. • يحب الجلوس في المقاعد الأمامية في غرفة الصف.	• الممرات بين القاعات. • قاعة الدرس. • ضمن مجموعات كبيرة. • العمل منفرداً. • بعيداً عن إدارة المدرسة.
تقييم المحتوى	
+	−
المفاهيم المتعلمة I. • يقرأ ويميز الأعداد. • يقرأ الأعداد من اليسار إلى اليمين. • يعرف بشكل صحيح كل قيمة مكانية في العدد. **المفاهيم المتعلمة II.** • يقرأ ويميز الأعداد. • يعرف أن قواعد القيمة المكانية موجودة **المفاهيم المتعلمة III.** • يقرأ ويميز الأعداد. • يقرأ الأعداد من اليسار إلى اليمين. يعرف بشكل صحيح كل قيمة مكانية في العدد.	**الخطأ النمطي I.** • غير قادر على التعبير عن الأعداد المكونة من أكثر من خانة باستخدام نظام القيمة المكانية. **الخطأ النمطي II.** • غير قادر على تحديد ترتيب(من الأصغر للأكبر أو العكس)، المقارنة(أصغر من-أكبر من) والمساواة بين الأعداد المكونة من أكثر من خانة. **الخطأ النمطي III.** • غير قادر على القيام بإعادة التجميع في النظام الإثني عشري والنظام الستيني. • يقوم بإعادة التجميع في النظام العشري بشكل خاطئ.

تابع الجدول رقم (٢,١).

العمليات			
المدخلات		المخرجات	
+	−	+	−
• مهارات القراءة جيدة بدرجة مقبولة. • يتذكر سريعاً. • واقعي في تفكيره.	• لا يحب طلب المساعدة. • لا يحب القراءة. • يسئ فهم الإرشادات. • يعتقد أنه قرأ شيئا ما في حين أنه لم يفعل. • لا يكون أداؤه جيداً في المهمات التي تحتوي على أكثر من مطلوب.	• تنظيم ممتاز، يفضل نمط الحياة المفعم بالحيوية. • يحتفظ بالمعلومات التي تعلمها. • يتمتع بالمناقشات داخل المجموعة. • جيد بالتعبير عن الأفكار بشكل مكتوب. • اذا بدأ نادرا ما يفشل بإكمال عمله. • يحب إعطاء تقارير شفوية.	• بطئ في إنجاز المهمات. • يرفض تسليم المهمات غير المكتملة. • القراءة السريعة المفتقرة للانتباه للمادة. • يواجه صعوبة في قراءة المسائل الكلامية.
السلوك			
تعليمي		اجتماعي	
+	−	+	−
• يحب الأنشطة التعلمية. • يحب الأنشطة الصعبة. • يرغب بإنهاء أنشطته.	• لا يستطيع التركيز لفترة طويلة من الوقت. • لا يحب ارتكاب الأخطاء. • غير قادر على ربط مشاكله بالقراءة مع أخطائه.	• يستمتع بالجوانب الاجتماعية التي تقدمها المدرسة. • يتحسس بسرعة إذا لم تكن عادلاً معه. • محبوب بشكل مقبول من الأولاد والبنات. • يلتزم بأنظمة المدرسة.	• يشعر بالخيبة والغضب عندما يرتكب الأخطاء. • ينزعج عندما لا يقوم أحد أفراد المجموعة بدوره.

تابع الجدول رقم (٢,١).

التعزيز		
+		−
• يحب أن يكون بين الأقران. • يحب مساعدة البالغين. • يحب أن يشعر بأنه ذو فائدة.	• الوقت الحر مهم له. • يحب الرسم واللعب مع أصدقائه. • يحب الجلوس في المقاعد الأمامية في غرفة الصف.	• لا يحب العمل المدعم بالمواد المحسوسة مثل العيدان. • يتجنب القراءة لوحده. • لا يحب أن يكون لوحده مع المعلم.

ملاحظة: إن الرمز + يشير إلى نقاط القوة فيما يشير الرمز − إلى النقاط التي تحتاج إلى متابعة.

ورقة العمل الأولى للطالب كولن

الأعداد التالية معطاة بالكلمات، عبر عنها بالأرقام

١. سبعة وخمسون

507

٢. ستمائة واثنان وأربعون

60042

٣. سبعمائة وخمسة آلاف وثمانية وخمسون

7005000058

٤. أربعة آلاف وسبعمائة وثمانية وعشرون

4000700208

٥. مئة واثنان

9002

٦. ألفان وخمسمائة وتسعون

200050090

وصف العلاج

لا بد لكولن أن يقوم بالعمل مستعيناً بمواد متناسبة وغير متناسبة وذلك لعمل مجموعات مكونة من عشرات لتمثيل الأعداد المختلفة. ويمكن للمواد المساعدة غير المتناسبة أن تتضمن وحدات نقد معدنية من فئة العشرات والشلنات أو عيدان المصاص أو عيدان تحريك القهوة أو الأزرار بحيث يتم تجميع كل عشرة منها كحزمة واحدة. وقد وصفت هذه المواد بغير المتناسبة لأن أياً من هذه الأشياء لا يشكل ما نسبته عشرة أضعاف أي من غيره من هذه المواد حيث نلاحظ بأن أياً من عيدان المصاص أو عيدان تحريك القهوة يساوي تقريباً الحجم نفسه لقطعة النقد الواحدة ويمثل كل فرد من هذه المواد الوحدة الواحدة.

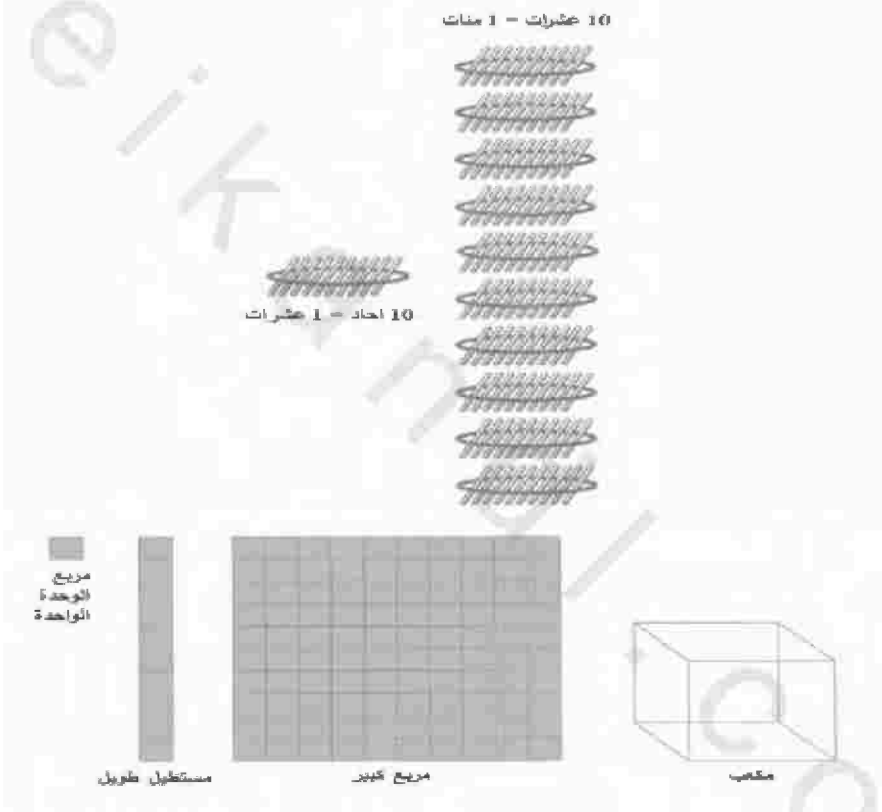
يمثل الشكل في الصفحة التالية مجموعة من الحزم كل منها مكون من عشرة عيدان متماثلة في الحجم ويمكن أن تمثل هذه المواد مجموعة العشرات فقط عندما تجمع عشرة عيدان منها كحزمة واحدة أو عشرة حزم منها كحزمة واحدة وهكذا.

المواد المتناسبة

بالمقارنة مع ما سبق فإن المواد المتناسبة مصممة بحيث يكون واحد منها يساوي ما نسبته عشرة أضعاف واحد آخر ومن ضمن هذه المواد مكعبات القيمة المكانية والتي تضم مربع الوحدة الواحدة والمستطيلات الطويلة والتي تساوي عشرة أضعاف مربع الوحدة الواحدة والمربعات الكبيرة والتي تساوي عشرة مستطيلات طويلة والمكعب الذي يساوي عشرة مربعات كبيرة مصفوفة فوق بعضها كما في الشكل التالي.

إن الطلب من كولن العمل مستعيناً بهذه المواد لتكوين المجموعات والحزم المختلفة يمكنه من اكتساب نقاط القوة المختلفة بحسب ورقة تحليل البيانات الخاصة به، ولابد من قيام كولن ببعض الأنشطة التي تمكنه من تمثيل هذه المجموعات والحزم بدلالة

الأرقام وليبدأ كولن العمل وذلك بتجميع عشر واحدات كحزمة واحدة لتمثيل العشرة الواحدة ومن ثم تجميع عشرة عشرات كحزمة واحدة لتمثيل المئات وهكذا. أي أن الخطة العامة التي تساعد في تأهيل كولن قائمة على إشراكه في أنشطة تقوي عنده الإحساس والإدراك للقيمة المكانية للأرقام بالاستعانة بالمواد المختلفة من واقع الحياة.



إعادة التأهيل والمعالجة

يبين الجدول رقم (٢,٢). خطة التطوير الرياضي للطالب كولن والتي تتضمن البدء باستخدامه للمواد آنفة الذكر في الانشطة المختلفة التالية :

نشاط استهلالي: لا بد وأن يبدأ المعلم العمل مع كولن على حل مسائل من واقع الحياة تتضمن أرقاماً ثنائية الخانة مثل المسألة التالية:

تقيم مدرستنا يوماً مفتوحا للياقة البدنية، ومطلوب منا أن نخبر مدير المدرسة عن عدد الطلاب في صفنا الذين يستطيعون أن يقطعوا ميلاً كاملا ركضاً في أقل من نصف ساعة. كيف يمكنني أن أستعين بجداول القيمة المكانية لأبين عدد هؤلاء الطلاب ومن ثم كتابته وإعطائه لمكتب الإدارة ومنظمي حفل منح الجوائز؟

آحاد	عشرات
سجل الرقم:	سجل الرقم:

تم إعطاء كولن ٢٧ عود مصاص وجدولاً للقيم المكانية، ومن ثم قام بوضع جميع هذه العيدان في عمود الآحاد في جدول القيم المكانية كونها مفردة، وطلب منه جمع كل عشرة منها كحزمة واحدة حتى يدرك ما تعنيه خانة العشرات.

واحدات	عشرات
سجل: 7	سجل: 2

إن من الضروري إشراك كولن في مواقف تتطلب فكرة تكوين مجموعات مكونة من عشرة أفراد بما في ذلك حقيقة أن لديه عشرة أصابع وبأن العملة الأمريكية

مكونة من عشرة أنواع من القطع المعدنية والورقية كل منها مكون من عشر وحدات أخرى.

والآن بالعودة إلى العيدان ٢٧ التي لدى كولن فإنه سوف يقوم بتجميع كل عشرة منها كحزمة واحدة ووضع كل حزمة في عمود العشرات في جدول القيم المكانية ليجد بأن لديه حزمتي وسبعة عيدان مفردة وسوف يسجل هذا كما في الشكل التالي :

الجدول رقم (٢,٢). خطة التطوير الرياضي رقم (١) للطاب كولين.

كتابة الأعداد المكونة من أكثر من خانة بدلالة القيمة المكانية.			
الوقت	٣٠ دقيقة	٢٠- ٣٠ دقيقة	١٥- ٢٠ دقيقة
السياق	أنشطة صفية تستخدم التعلم التعاوني. كولن يجيد العمل في مجموعة مكونة من أربعة من أقرانه أثناء النشاطات (+)	الجلوس في مقعد لوحده (+)	كولن يجيد العمل في غرفة الصف إذا كانت المجموعة مكونة من زملائه المقربين (+)
المحتوى	استخدام فكرة الحزم العشرية المكونة من مواد متناسبة أو غير متناسبة في مسائل عملية من واقع الحياة. (+)	يقوم بشكل منفرد برمي المكعب الرقمي و من ثم بتعبئة جدول القيمة المكانية حسب الأرقام الظاهرة عند تعامله مع مسائل عملية من واقع الحياة (+)	يشترك بالعمل مع أحد زملائه في نشاط (الوصول إلى الهدف) و ذلك بتكوين أعداد متعددة الخانات من خلال استخدام البطاقات المعنونة بحيث يعبر عنها بشكل صحيح (+)

الجدول رقم (٢,٢).

العمليات	المدخلات	المعلم يعطي تعليمات متعددة للمهمة. (-)	يتضمن العمل على المهمة المعطاة أمثلة توضيحية(رسوم) و كتابية (+)	الإرشادات الكتابية مناسبة لطلبة في مثل صفه و تتضمن مهمة واحدة (+)
	المخرجات	المجموعة تنخرط في نشاطات محددة تتطلب نتيجة ملموسة (+)	يتوقع منه كتابة نتائجه (+)	الكلمات في المسائل الحياتية تشكل تحدي لكولن (-)
السلوك	الأكاديمي	المجموعة تنتج عملاً واحداً مكتوباً يشارك فيه الجميع (+)	يكمل الأعمال المتضمنة تغذية راجعة من المعلم (+)	المعلم يشجع كل زوج من الأقران على طرح الأسئلة (+)
	الاجتماعي	مجموعة موجهة للعمل معا بإتقان وبحس المسؤولية (+)	يمكن أن يحبط بسهولة (-)	زملاؤه هم أولئك الذين يحبهم ويثق بهم (+)
كتابة الأعداد المكونة من أكثر من خانة بدلالة القيمة المكانية.				
التعزيز		إذا كان أداء المجموعة جيدا فستحصل على وقت حر للعب (+)	عندما يحل المسألة بشكل صحيح يحب مساعدة المعلم في المهمة المطلوب أداؤها من الصف (+)	ملاحظات شفوية ومكتوبة من قبل المعلم (+)

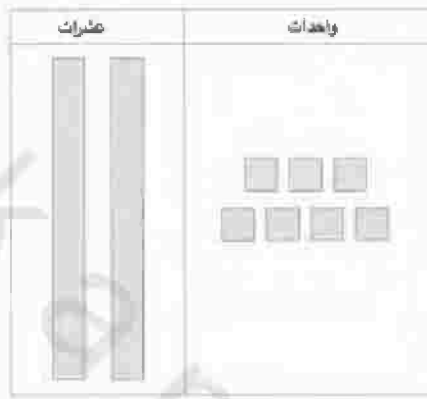
ملاحظة: إن الرمز + يشير إلى نقاط القوة فيما يشير الرمز – إلى النقاط التي تحتاج إلى متابعة.

والآن ليطلب المعلم من كولن قراءة العدد "٢٧" وليسأله عن سبب كتابة "٢" في خانة العشرات بدلاً من ٢٠ وليبين له بأن الرقم ٢ في خانة العشرات يكافئ العدد ٢٠.

استخدام مكعبات القيم المكانيـــة: اطلب من كولن العمل مستعيناً بالمواد المتناسبة، وليبدأ أولاً بترتيب عشر قطع من مربعات الوحدة الواحدة بجانب مستطيل طويل، ومن ثم اطلب منه أن يغطي المستطيل الطويل بهذه المربعات العشرة واطلب منه أن يسجل في دفتره العبارة "١ عشرات = ١٠ آحاد". وبعد ذلك اطلب منه أن يضع عشرة مستطيلات طويلة بجانب مربع كبير لتمثيل المئات، ومن ثم اطلب منه أن يغطي المربع الكبير بهذه المستطيلات واطلب منه أن يسجل العبارة "١ مئات = ١٠ عشرات"، و ليقم بعد ذلك برسم الشكل التالي في دفتره:

استخدام العاب المفهوم/المهارة: يقوم كولن هنا بالاشتراك في لعبة "الوصول إلى الهدف" مع زملائه في الصف ومع معلمه والتي تقوم على أساس قاعدة الاستقراض مستعيناً بالمواد المتناسبة. وفي هذه اللعبة يقوم من يقود اللعبة بتسمية الرقم الهدف مثل "٢٧" على سبيل المثال، ومن ثم يقوم برمي حجر نرد مرقمة أوجهه بالأرقام من صفر إلى خمسة. و بعد ذلك يقوم كولن وشريكه في اللعب بوضع وحدات تمثل الرقم الذي يظهر على حجر النرد في عمود الآحاد، بمعنى أنه إذا كان الرقم هو ٣ على سبيل المثال فإنهما يقومان بوضع ثلاث وحدات في عمود الآحاد. وفي حال وجود عشر وحدات في عمود الآحاد فإنهما يقومان باستبدالهما

بوحدة واحدة في عمود العشرات (تكون الوحدة على شكل مستطيل طويل في هذه الحالة) يوضح الجدول التالي مثالاً على ناتج اللعبة عندما يكون الهدف هو الرقم "٢٧".



يكون الفائز في اللعبة هو الفريق الذي يسجل العدد ٢٧ في لوحة النتائج. إن من المفيد للطلبة توضيح السبب لهم وراء تسجيل الرمز ٢ في عمود العشرات، والتوضيح لهم أيضاً بأنه يمثل حزمتين من العشرات. وتستمر اللعبة بتسمية أهداف أخرى مثل ٣٧ و٤٦ وهكذا.

ومن الضروري التنويه للطلبة بأنه يجب تجاوز الأعداد من ١١ إلى ١٩ في هذه اللعبة إلى أن نحصل على أعداد ثنائية الخانة أكبر منها والسبب في ذلك انه في حالة العددين أربعة عشر وإحدى عشر على سبيل المثال يصعب تمييز خانة الآحاد عن خانة العشرات بالنسبة للطلبة مقارنة بأعداد مثل العدد ٢٧ والذي يظهر من اسمه بأنه يتكون من سبعة في الآحاد وحزمتين من العشرات أي ٢ في خانة العشرات. ويتضح ما أوردناه جلياً عندما نذكر هذه الأرقام باللغة الإنجليزية. ويمكن توسيع هذه اللعبة وذلك بالتعامل مع أرقام ثلاثية

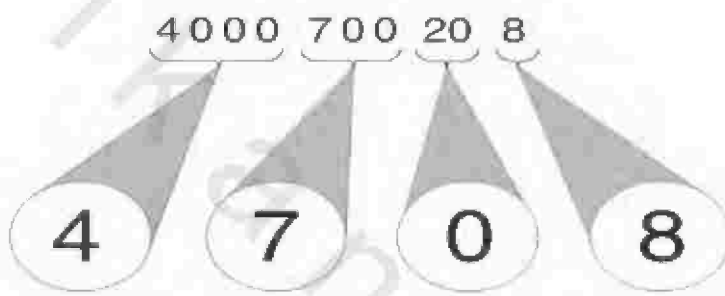
الخانة. وفي هذه الحالة يحتاج الطلاب للتعامل مع خانة المئات، و عند وجود عشرة وحدات في عمود العشرات لابد وأن يقوم كولن وشريكه في اللعب باستبدال هذه الوحدات بوحدة واحدة في خانة المئات (تكون الوحدة الواحدة هنا على شكل مربع كبير) ويقوم الطالبان بتسجيل الأرقام في جدول رقم على الشكل التالي:

آحاد	عشرات	مئات
سجل الرقم:	سجل الرقم:	سجل الرقم:

فعلى سبيل المثال عندما يكون الرقم الهدف هو ٣٥٢ يبدأ اللعب برمي حجر النرد وتسجيل الأرقام التي يحصل عليها اللاعبون كما ذكرنا سابقاً بحيث يقوم اللاعبون باستبدال كل عشر وحدات في عمود الآحاد بوحدة واحدة في عمود العشرات، كما يقومون باستبدال كل عشر وحدات في عمود العشرات بوحدة واحدة في عمود المئات. ومن المهم أن يقوم المعلم بوقف اللعب في مراحل مختلفة من اللعبة حتى يتأكد من صحة ما يقوم به الطلاب في هذه اللعبة لغاية لحظة إيقافهم، ولابد أيضاً من قيام كولن بكتابة القيم الحقيقية للعدد الذي يتعامل معه بدلاً من كتابة الأرقام الظاهرة المكونة له بشكل منفصل، بمعنى أنه لو كان العدد الذي يتعامل معه كولن هو "٢٣٩" فلابد لكولن أن يكتبه على الشكل "٢٠٠٣٠٩" ومن المفيد كتابة الأعداد بالكلمات وتثبيتها إلى جانب هذه الأعداد.

كتابة الأرقام بشكل صحيح: يقوم كولن في هذا النشاط بكتابة الأرقام من صفر إلى تسعة في عشرة بطاقات معنونة، ومن ثم يطلب منه العمل على مسألة خاطئة قام بحلها في ورقة العمل الأولى مثل المسألة التي كتب فيها بشكل خاطئ

العدد "٥٠٧" بدلاً من العدد ٥٧. وليقم المعلم بقراءة هذا الرقم بشكل عالٍ أمام كولن وليقم بإخباره بأن الرقم ٥٠ يعبر عنه بكتابة العدد ٥ في خانة العشرات، وبعد ذلك ليطلب منه المعلم وضع البطاقة ٥ فوق العدد ٥٠ الموجود في العدد ٥٠٧. يوضح الشكل التالي مثالاً آخر على كيفية تصحيح الخطأ الذي ارتكبه كولن في إحدى مسائل ورقة العمل الأولى:



الخطأ النمطي الثاني للطالب كولن في القيمة المكانية

تتضمن ورقة العمل الثانية للطالب كولن النوع الثاني من الأخطاء المتعلقة بالقيمة المكانية للأرقام، وتحتوي ورقة العمل هذه على مجموعة من المسائل التي يطلب فيها من كولن ترتيب مجموعة من المقادير المكونة من خانتين أو ثلاث خانات من حيث أيها أكبر في القيمة.

تشخيص الخطأ

قم بتفحص الأخطاء التي ارتكبها كولن في حلوله للمسائل الموجودة في ورقة العمل الثانية، وحدد نقاط القوة لديه سواء المفاهيمية منها أو الإجرائية، والتي تتضمن قدرته على قراءة الأعداد ثنائية الخانة و إدراكه لما تعنيه قيم الأعداد أحادية الخانة وكيفية كتابته للأرقام. ومن ثم قم بتدوين ملاحظاتك في الفراغين التاليين:

أخطاء كولن النمطية :
نقاط القوة لدى كولن :

ورقة العمل الثانية للطالب كولن

١- أيهما أكبر؟ ١٣ أو ٣١

كلاهما متساويان

٢- أيهما أكبر؟ ٤١ أو ٣٩

39

٣- أيهما أكبر؟ ٥٤٣ أو ٢١٥

215

٤- أيهما أكبر ٢٠٥ أو ٥٠٢

كلاهما متساويان

٥- أيهما أصغر ٥٦ أو ٣٥

35

٦- أيهما أصغ ر؟ ٥٤ أو ٩١

91

من خلال تحليل الأخطاء التي ارتكبها كولن في حلوله لبعض المسائل في ورقة العمل الثانية، نجد بأنه يفتقر إلى إدراك ما تعنيه قيمة كل رقم تبعاً للخانة التي يقع فيها، حيث إننا نجده يقرأ الأرقام المكونة للأعداد المتساوية مرة من اليمين ومرة من اليسار بغض النظر عن قيمتها المكانية. فعلى سبيل المثال نلاحظ بأنه يعتبر بأن العدد

٣١ مساوٍ للعدد ١٣ بمعنى أنه يرى بأن الرقم ٣ في خانة آحاد العدد ١٣ يساوي الرقم ٣ الموجود في خانة عشرات الرقم ٣١، كما أنه يرى أن الرقم الموجود في آخر خانة من خانات عدد ما يمثل قيمة ذلك العدد. ونلاحظ أيضاً بأنه يقوم بقراءة الأرقام المكونة لعدد ما من اليسار إلى اليمين عندما تكون هذه الأرقام مختلفة. يبين الجدول رقم (٢,١) ورقة تحليل البيانات الخاصة بالطالب كولن والتي تحتوي على بعض المعلومات الخاصة بالأخطاء التي ذكرناها.

وصفة العلاج

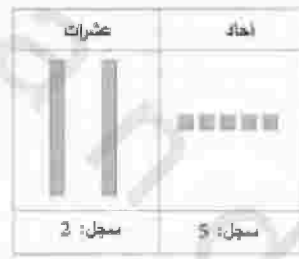
من المهم أن يبدأ كولن العمل على بعض الأنشطة التي ذكرناها في الجزء السابق من هذا الفصل مستعيناً بالمكعبات العشرية المتناسبة، وفي حال عدم تمكنه من ذلك فيمكنه العمل مستعيناً بالمواد غير المتناسبة. إن الهدف من وراء ذلك ضرورة أن يدرك كولن معنى القيمة المكانية للأرقام المكونة للأعداد متعددة الخانات ويدرك القيمة الصحيحة لكل من هذه الأعداد. كما أنه يحتاج أن يعرف كيف يميز بين الأعداد المختلفة.

إعادة التأهيل والمعالجة

تلخص خطة التطوير الرياضي الموجودة في الجدول رقم(٢,٣) عدداً من الأنشطة التي تساعد في إعادة تأهيل الطالب كولن بخصوص الأخطاء التي ارتكبها في ورقة العمل الثانية. ولابد للمعلم من العودة إلى ورقة تحليل البيانات الخاصة بكولن والتي تتضمن الأسلوب الذي تعلم من خلاله القيمة المكانية للأرقام، والتي تتضمن أيضاً سلوكياته وأنواع الأخطاء التي ارتكبها والمتعلقة بالقيمة المكانية للأرقام، حتى يتمكن من اختيار الأنشطة المناسبة التي تعالج الأخطاء النمطية التي ارتكبها مثل النشاط التالي:

لقد قامت أختاي ببيع بعض كتبهن الفكاهية، حيث باعت إحداهن ٢٥ كتاباً، في حين باعت الأخرى ٥٢ كتاباً. وقد طلب من أخ لي كتابة قصة عن عائلتي في جريدة المدرسة بحيث يخبر القراء عن أختي التي باعت العدد الأكبر من الكتب. دعنا نساعده لكي يتمكن من معرفة الطريقة الأنسب التي يكتب فيها الأرقام بحيث تكون قصته صحيحة.

افرض أن لدى كولن القدرة على استخدام المكعبات العشرية وجداول القيم المكانية لتمثيل الأرقام بحيث يمكنه تمثيل العدد "٢٥" على سبيل المثال على النحو التالي:



من الواضح أنه قام بتسجيل العدد ٢ في عمود العشرات وقام بتسجيل العدد ٥ في عمود الآحاد. إن من المفيد جداً أن يقوم كولن بقراءة هذا العدد بصوتٍ عالٍ. والآن اطلب من كولن أن يقوم بتمثيل العدد "٥٢" بالطريقة السابقة نفسها، واطلب منه أيضا أن يقارن بين هذا وبين ما فعله سابقاً. سوف تجده بأنه قام بتسجيل ٥ في عمود العشرات وتسجيل ٢ في عمود الآحاد عند تمثيل العدد "٥٢"، ومن هنا لابد وأنه لاحظ بان العدد "٥٢" يحتوي على عدد من العشرات أكثر مما يحتويه العدد "٢٥". في الحقيقة، تكون الفائدة التي يحصل عليها كولن أكبر إن قام بحل مسائل أخرى من النمط نفسه.

الجدول رقم (٢,٣). خطة التطوير الرياضي رقم ٢ للطالب كولين فهم قيمة كل خانة في العدد.

الوقت		٢٠-٢٥ دقيقة	١٥-٢٠ دقيقة	٣٠ دقيقة
السياق		يعمل مع زميل(شريك)	يكمل الواجبات الصفية مع زميل (-)	كولين يعمل في غرفة الصف مع زملاء يحبهم (+)
المحتوى		بالاستعانة بالمواد المساعدة يقوم بحل مسائل عملية من واقع الحياة يتطلب حلها ترتيب مجموعة من الأرقام باستخدام إعادة التسمية و التجميع (+)	يقوم بحل مسائل إضافية من واقع الحياة (+)	بالتعاون مع أحد زملائه، يقوم بلعب "لعبة الأشكال" و يتحقق من صحة طريقة اللعب (+)
العمليات	المدخلات	يقوم المعلم بإعطاء التعليمات للمهمة المطلوبة خطوة بخطوة (-)	المهمة المطلوبة تتضمن أمثلة مقروءة ومكتوبة (+)	الارشادات مكتوبة حسب مستوى الطلاب وتعطى لمهمة واحدة (+)
	المخرجات	يتم اشراك كل زوج من الطلاب في نشاطات محددة تتطلب نتيجة منطقية (+)	يكتب النتائج ويوضح حله للمعلم (-)	الكلمات في المسائل الحياتية تشكل تحدي لمستوى كولين في القراءة (-)
السلوك	الأكاديمي	المجموعة تنتج عملاً واحداً مكتوباً يشارك فيه الجميع (+)	يكمل العمل ويوضح منطقيته (+)	مباشر في طرح الأسئلة على الزميل (-)
	الاجتماعي	الأقران يعملون بشكل جيد معا مع إحساس بالمسؤولية الفردية (+)	التوجه مباشرة لحل الأسئلة السهلة لبناء الثقة (-)	زملاؤه هم أولئك الذين يحبهم ويثق بهم (+)
التعزيز		إذا كان أداء المجموعة جيدا فستحصل على وقت حر للعب (+)	عندما يحل المسألة بشكل صحيح يجب مساعدة المعلم في المهمة المطلوب أداؤها من الصف (+)	ملاحظات شفوية ومكتوبة من قبل المعلم (+)

ملاحظة: إن الرمز + يشير إلى نقاط القوة فيما يشير الرمز – إلى النقاط التي تحتاج إلى متابعة.

الاشتراك في لعبة الأشكال: لتعميم النشاط بحيث يشمل الأرقام ثلاثية الخانة يقوم كولن بلعب لعبة " الوصول إلى الهدف" التي ذكرناها سابقا كما يمكن لكولن الاشتراك في "لعبة الأشكال" والتي تعد من الأنشطة التي تركز على القدرات الإجرائية. وفي هذه اللعبة يقوم كولن برسم ثلاثة أشكال مختلفة على النحو التالي :

والهدف من هذه اللعبة هو أن يقوم كل لاعب بتسجيل الرقم متعدد الخانات الأصغر أو الأكبر في الصف. وتبدأ اللعبة بأن يطلب من الطلاب في الصف أن يذكروا الأرقام المكتوبة على مكعب خشبي، ومن ثم يحددوا ما إذا كان المطلوب في هذه اللعبة هو الرقم الأكبر أو الرقم الأصغر الذي يمكن تكوينه من الأرقام الموجودة على أوجه هذا المكعب. بعبارة أخرى لو حدد المعلم (الذي يقود اللعبة) بأن الأرقام المكتوبة على المكعب هي الأرقام من ٣ إلى ٨ وحدد الطلاب في الصف أن المطلوب هو إيجاد الرقم الأكبر الذي يمكن تكوينه من هذه الأرقام فإنه وعند بداية اللعب يتم رمي المكعب وكتابة الرقم الذي يظهر على أحد الأشكال الثلاثة السابقة، ومن ثم يتم رمي المكعب مرة أخرى ويقوم الطلاب بكتابة الرقم الذي يظهر على شكل آخر، وبعد ذلك يتم رمي المكعب للمرة الأخيرة ويقوم الطلاب بكتابة الرقم الذي يظهر على الشكل الأخير. فعلى سبيل المثال لو كانت الأرقام الظاهرة من خلال رمي المكعبات في المرات الثلاث هي الأرقام ٤ و٧ و٨ فإن الفائز في هذه اللعبة هو الطالب الذي كتب العدد "٧٥٤" كما يلي :

والآن لابد وأن يناقش الطلاب لماذا قام الفائز في اللعبة بكتابة الرقم "٧" في خانة المئات بدلاً من خانة الآحاد؟ أما لو كان المطلوب في اللعبة هو إيجاد العدد الأصغر الذي يمكن تكوينه فإن الفائز في اللعبة هو الطالب الذي يكتب الرقم "٤٥٧" على النحو التالي:

إن هذه اللعبة تمكن كولن من تذكر القيمة المكانية لكل رقم من الأرقام حتى يتمكن من تكوين العدد المطلوب فيها.

الخطأ النمطي الثالث للطالب كولن في القيمة المكانية

تتضمن ورقة العمل الثالثة للطالب كولن النوع الثالث من الأخطاء المتعلقة بالقيمة المكانية. وتحتوي هذه الورقة على مجموعة من المسائل مطلوب فيها إيجاد ناتج الطرح بين عددين مختلفين من الساعات والدقائق والأقدام والإنشات. والتي تمثل في الأنظمة الستينية والإثني عشرية على التوالي.

تشخيص الخطأ

قم بملاحظة ما إذا كان كولن مدركاً بأنه لا يتعامل مع القيم في النظام العشري، وقم بتحديد نقاط القوة التي يبديها من خلال حلوله للمسائل الموجودة في ورقة العمل وتأكد من خبراته السابقة بخصوص خوارزمية الطرح وما إذا كان لديه

بعض المفاهيم الخاطئة بخصوصها. ومن ثم قم بتدوين ملاحظاتك في الفراغين التاليين :

أخطاء كولن النمطية :
نقاط القوة لدى كولن :

من الملاحظ بان كولن يدرك ضرورة إعادة تسمية الأرقام عند إجراء عملية الطرح ، بمعنى أنه يدرك بأنه يحتاج في بعض الأحيان إلى كتابة جزء من الساعات بدلالة الدقائق وكتابة جزء من الدقائق بدلالة الساعات ، وكتابة جزء من الأقدام بدلالة الانشات وكتابة جزء من الانشات بدلالة الأقدام. إلا أنه يستخدم النظام العشري في عملية إعادة التسمية بدلاً من النظام الستيني في حالة الساعات والدقائق وبدلاً من النظام الإثني عشري في حالة الأقدام والإنشات. وهذا يدل على أنه لا يدرك حقيقة وجود أنظمة رقمية غير النظام العشري. يبين الجدول رقم(٢,١) ورقة تحليل البيانات الخاصة بكولن بخصوص الأخطاء التي ارتكبها في ورقة العمل الثالثة.

وصف العلاج

إن الأخطاء التي ارتكبها كولن تعد أخطاء مفاهيمية وإجرائية في نفس الوقت. وبالرغم من اعتقاد كولن بضرورة إعادة التسمية للأرقام إلا أنه لا يعرف كيف يقوم بهذا في الأنظمة غير العشرية.

إن الاستعانة بوسائل المساعدة في سياقات عملية من واقع الحياة تساعد كثيراً في إعادة تأهيل كولن بخصوص أخطائه المفاهيمية حتى يتمكن من تصحيحها.

الجدول رقم (٢,٤). خطة التطوير الرياضي رقم ٣ للطالب كولين فهم الأساسات ما عدا الأساس عشرة.

الوقت		٣٠-٣٥دقيقة	٢٠-٢٥دقيقة	٢٠دقيقة
السياق		يعمل كولين مع واحد من زملائه أثناء نشاط المجموعة (+)	يعمل من مجموعة مكونة من أربعة أشخاص لحل مسائل في القياس(-)	كولين يعمل في غرفة الصف مع زملائه الذين يحبهم (+)
المحتوى		استخدام الساعات لحل مسائل حياتية تحل من خلال عد الدقائق والساعات (+)	يقوم بإكمال مسائل قياس في أنظمة غير النظام العشري (مثل النظام الستيني أو الإثني عشري) (+)	العمل بشكل مستقل على كتابة مسائل تتضمن القياس و التعامل مع مواقف زمنية بحيث يتم حلها من قبل شريكه. (+)
العمليات	المدخلات	المعلم يزود الطلاب بقصة لتفسيرها (-)	المهمة المطلوبة تتضمن أمثلة مقروءة ومكتوبة (+)	الإرشادات مكتوبة حسب مستوى الطلاب وتعطى لمهمة واحدة (+)
	المخرجات	المجموعة تنخرط في نشاطات محددة تتطلب نتيجة منطقية (+)	يتوقع من المجموعة كتابة النتائج ومشاركتها مع بقية الصف (-)	مصطلحي الوقت والقياس نوقشت وشرحت (-)
السلوك	الأكاديمي	أزواج الطلاب تحل مسائل حياتية متعلقة بالوقت (+)	الطلاب يدورون حول غرفة الصف أثناء قيامهم بالتعليلات (-)	طرح الأسئلة لإكمال المهمات (-)

إعادة التأهيل والمعالجة

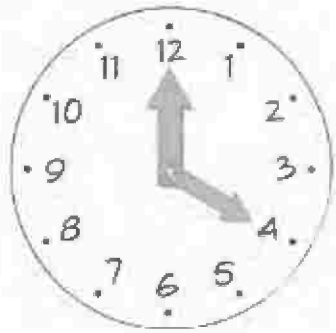
يتضمن الجدول رقم (٢,٥) خطة التطوير الرياضي للطالب كولن والتي تحتوي على معلومات متعلقة بالأخطاء التي ارتكبها وتتضمن أيضاً الأسلوب الذي درس به. وقد تم تصميم الأنشطة التالية كي تساعده بالعمل على خوارزميات متعلقة بالوحدات غير العشرية.

الجدول رقم (٢,٥).

	الاجتماعي	الأقران يعملون بشكل جيد معاً مع الإحساس بمسؤوليتهم (+)	كولين يطرح أسئلة حول كيفية توصلهم لإجابات (–)	زملاؤه هم أولئك الذين يحبهم ويثق بهم (+)
التعزيز		إذا كان أداء كل زوج ممتازاً فسيحصلون على وقت حر للعب (+)	عندما يحل المسألة بشكل صحيح يحب مساعدة المعلم في المهمة المطلوب أداؤها من الصف (+)	ملاحظات شفوية ومكتوبة من قبل المعلم والطلاب (–)

ملاحظة: إن الرمز + يشير إلى نقاط القوة فيما يشير الرمز – إلى النقاط التي تحتاج إلى متابعة.

أنشطة ساعة الحائط: يقوم كولن في هذه الأنشطة بالعمل باستخدام نموذج لساعة الحائط ذات العقارب، ومن خلال مسائل قصصية النمط ومتعلقة بالوقت. وبخصوص الساعة فإنها مصنوعة من الورق وعقاربها عبارة عن أسهم ورقية مثبتة في وسطها كما في الشكل التالي:



ورقة العمل الثالثة للطالب كولن

أكمل الفراغ لإظهار طريقة مختلفة لكتابة الكمية المعطاة

٧- عبر عن ٥ ساعات و٢٠ دقيقة بـ ٤ ساعات و.....دقيقة.

30

٨- كم من الوقت "بالساعات والدقائق" بين ٢:٣٠ و٤:٠٠؟

400
-230
170

١ ساعة و ٧٠ دقيقة

٩- عبر عن ٨ ساعات و١٠ دقائق بـ ٧ ساعات و ..... دقيقة.

20

١٠- عبر عن ٤ أقدام و٧ إنش بـ ٣ اقدام و ..... إنش.

17

١١- عبر عن ٢ قدم و٦ إنش بـ ١ قدم و ..... إنش.

16

١٢- عبر عن ٣ أقدام و١٠ إنشات بـ ٢ قدم و ..... إنش.

20

يتم إخبار كولن بأنه ورفاقه مشتركون في برنامج الرياضة الذي يعقد بعد انتهاء الدوام في المدرسة، وبأن النشاط يبدأ الساعة ٣:٠٠ ويستمر لمدة ساعتين و١٥ دقيقة. ويتخلل هذا النشاط فترة استراحة لتناول الوجبات الخفيفة لمدة ٤٥ دقيقة. مطلوب من كولن إيجاد الزمن الفعلي المستغرق في اللعب. بما أن كولن يتقن العمل مع الآخرين وضمن جماعات فإن باستطاعته حساب الوقت وذلك بوضع عقرب الساعات في ساعة الحائط آنفة الذكر لتشير إلى الساعة الثالثة ومن ثم ليقم بتحريكها ساعة كاملة لتؤشر على الساعة الرابعة ومن ثم ليقم بتحريكها ساعة أخرى لتؤشر على الساعة ٥:٠٠. وبما أن كولن يعلم بأن عليه أن يطرح ٤٥ دقيقة والتي تمثل مدة الاستراحة فإنه سوف يقوم بطرح ٤٥ دقيقة من ٢ ساعة و١٥ دقيقة وسوف يكتب المسألة على النحو التالي:

2 ساعة	15 دقيقة
	45 دقيقة
—	

وبما أن العدد ١٥ اصغر من العدد ٤٥ فانه سوف يأخذ ساعة من الساعتين وسوف يكتبها على أنها تساوي ٦٠ دقيقة ليصبح لديه ٧٥ دقيقة أي أن ٢ ساعة و١٥ دقيقة تساوي ساعة واحدة و ٧٥ دقيقة لتصبح المسألة وحلها كمايلي:

1 ساعة	75=15+60 دقيقة
~~2~~ ساعة	45 دقيقة
— 1 ساعة	30 دقيقة

إن هذا النشاط لابد وأن يتبعه موقف لا يحتاج إلى إعادة تسمية حتى يدرك الطلاب بأن بعض المسائل المتعلقة بحساب الفترة الزمنية تحتاج إلى إعادة تسمية في حين لا يكون هناك حاجة إلى إعادة التسمية في مسائل أخرى.

أنشطة القياس: إن إعادة تسمية الوحدات في نظام القياس "انش- باوند" أكثر تعقيداً من تلك الموجودة في النظام المتري والذي يقوم على النظام العشري. حيث إنه وفي النظام "انش- باوند" نجد بأن ١ قدم يساوي ١٢ إنشاً وبان ١ ياردة يساوي ٣ أقدام. أي أنه وعند التحويل من أحد هذه القياسات إلى أي واحد آخر نستخدم أنظمة رقمية مختلفة. إن الأنشطة التي تقوم على التعامل مع هذه الوحدات والتحويل بينها بشكل مباشر تعد خطوة أساسية في اكتساب المفاهيم الأساسية المتعلقة بالمهارات ومنطقية الإجابات.

والآن ولإعادة تأهيل كولن اطلب منه العمل ضمن مجموعة صغيرة من طلاب صفه على قياس أشياء مختلفة داخل غرفة الصف بالاستعانة بالمسطرة أو خيط القياس، ولتطلب منهم تحديداً إيجاد قياس ثلاثة أشياء مختلفة بحيث يتراوح طولها أو عرضها بين قدمين وستة أقدام كحد أقصى. ولا بد أن تخبر أفراد المجموعة بأن طرف المسطرة يقابل الصفر حتى تكون قياساتهم دقيقة. في ما يلي نعرض مثالاً على قياس أحد الأشياء التي اختارها الطلاب:

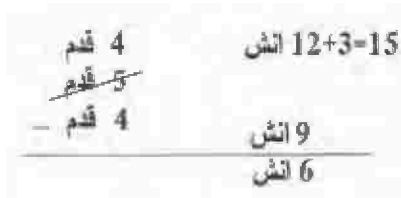
إن الارتفاع أو العرض للأشياء التي اختارها الطلاب مسجلة في الجدول التالي:

العنصر	القياس
١- _____	١- _____ قدم _____ انش
٢- _____	٢- _____ قدم _____ انش
٣- _____	٣- _____ قدم _____ انش

والآن لتقم كل مجموعة بتزويد طلبة الصف بالقياسات التي حصلت عليها وباطلاعهم على الشيء الأطول والشيء الأصغر الذي حصلوا عليه. كأن تخبر إحدى المجموعات بأن حقيبة الكتب كان عرضها ٥ أقدام و٣ إنشات في حين تخبر مجموعة أخرى بأن عرض الحقيبة التي قاموا بقياسه كان ٤ أقدام و٩ إنشات. والآن لحساب الفرق بين العرضين تكتب المسألة على النحو:

3 انش 5 قدم
9 انش 4 قدم

ولكي يقوم كولن بحساب ناتج الطرح فلابد وان يستبدل أحد الأقدام الخمسة في العدد المطروح منه بالمقدار ١٢ إنشاً.



إن مثل هذا النشاط يمكن تعميمه من خلال مواقف تتضمن عملية مقارنة بين أشياء تقاس بالياوند والأونصة وذلك لأن النظام السادس عشري يعد صعباً نوعاً ما بالنسبة للطلبة الصغار ويمكن أن يستعين الطلاب بميزان داخل غرفة الصف لحساب فارق الوزن بين شيئين مختلفين كما يمكن للطلبة استحداث أنشطة مختلفة داخل الصف تتعلق بمواقف عملية من واقع الحياة.

ملخص لإستراتيجيات التدريس

يمكن تصميم الدروس المتعلقة بمفهوم القيمة المكانية للأرقام من خلال طرق التعليم المطورة التالية :

١-الاستعانة بالمواد والرسومات لتمثيل الأعداد متعددة المنازل.

٢-الربط بين الرموز الرقمية والمواد المستخدمة من خلال التعبير كتابياً عن المقادير التي تتضمنها المواد المساعدة.

٣-الربط بين طرق تمثيل الأرقام بالرموز وبالكلمات لتمثيل المقادير التي تتضمنها المواد المساعدة.

إن الاستقراض وإعادة التسمية المتعلق بالقيمة المكانية للأرقام من الأساسيات المطلوبة في تطوير المفاهيم. كما أن قدرة الطلاب على تكوين الحزم المكونة من عدد محدد من العناصر وقدرتهم على إعادة التسمية وتمثيل هذه العمليات على جداول القيم المكانية تعد من الأمور الضرورية التي يحتاج أن يتقنها الطلاب. كما أن القدرة

على التعبير عن المقادير بدلالة الأرقام والحروف لا تقل أهمية عما ذكرناه سابقاً. أما بخصوص المهارات فإنه من الضروري للطلبة ممارستها حتى يتمكنوا منها وترسخ في أذهانهم. أخيراً وليس آخر، إن قدرة الطلاب على الفهم والتعبير عن المقادير بالأرقام وبالكلمات عند دراسة أنظمة القيمة المكانية تعد بمثابة الدورة التفاعلية بين كل هذه الأركان.

أنشطة تدريسية

نشاط ١: عمل طرود للبيع تحوي عشرة أشياء

الهدف

تشكيل الحزم العشرية والعد بمضاعفات العشرة.

المواد

- أكياس ورقية صغيرة معنونة بالعدد عشرة.
- قطع سيريال من نوع تشيريوس أو الحلقات بطعم الفاكهة.
- قطع نقد مقلدة لفئة ١٠ سنتات (اختياري).
- حجر نرد (أو مكعب مرقم الأوجه).

الإرشادات

قم بإخبار الطلاب بأن المطلوب منهم هو عمل طرود للبيع تحوي عشرة أشياء. وعندما يحين دور أحدهم لعمل طرد خاص به، فإنه يقوم برمي حجر النرد ومن ثم يأخذ عدداً من قطع السيريال بحسب الرقم الظاهر على حجر النرد. وعندما

يصبح لديه عشر قطع يقوم بوضعها داخل أحد الأكياس المعنونة بالعدد عشرة، وهكذا. كما يمكن أن يقوم الطالب باستبدال كل كيس لديه بقطعة نقد مقلدة لفئة ١٠ سنتات.

في نهاية النشاط يتم الطلب من كل طالب أن يذكر ويكتب مجموع ما لديه من الأكياس العشرية(الطرود).

نشاط ٢: لعبة الترتيب

الهدف

ترتيب مجموعة من الأعداد ثنائية وثلاثية الخانة.

المواد

- مكعبان كل منهما مرقمة أوجهه بأحد الأرقام من صفر إلى خمسة دون تكرار.
- مكعبان كل منهما مرقمة أوجهه بأحد الأرقام من أربعة إلى تسعة دون تكرار.
- رقعة لعب لكل لاعب مكونة من مربعات منتظمة (عبارة عن جدول مقسم إلى مربعات منتظمة).

الإرشادات

١- يقوم كل طالب باستخدام رقعة اللعب الخاصة به.

٢- في حال استهدفت اللعبة أعدادا ثنائية الخانة يقوم الطالب باستخدام ثلاثة مكعبات فقط، وفي حال استهدفت اللعبة أعدادا ثلاثية الخانة يقوم الطالب باستخدام المكعبات الأربعة جميعها.

٣- يقوم كل لاعب بأختيار أي رقمين ظاهرين نتيجة رمي المكعبات لتشكيل عددا ثنائي الخانة. وفي حال تشكيل أعدادا ثلاثية الخانة يتم اختيار أي ثلاثة أرقام ظاهرة. وفي كلا الحالتين يجب أن يختار اللاعب عندما يكون دوره في اللعب العدد

الأصغر الذي يمكن تكوينه (سواءً كان ثنائي أو ثلاثي الخانة) من الأرقام الظاهرة نتيجة رمي المكعبات.

٤-وفي كل مرة يحين فيها دور الطالب في اللعب يتم رمي المكعبات ومن ثم يقوم هذا الطالب باستخدام الأرقام الظاهرة لتكوين عدد أكبر من العدد الذي شكله في جولة اللعب السابقة، إن أمكن. ويتم كتابة العدد الجديد في المربع التالي إلى جانب المربع الذي يحوي العدد السابق في رقعة لعب ذلك الطالب.

مـــثـــال

٤٥

٢. ----------

٥٧

٣. ----------

٦٣

٤. ----------

٥- و في حال عدم تمكن الطالب عندما يكون دوره في اللعب من تكوين عدد اكبر من العدد الذي شكله في جولة لعبه السابقة يعد هذا الطالب خاسرا.

٦- يكون الفائز في هذه اللعبة هو الطالب الذي ينهي تعبئة جميع المربعات الموجودة في رقعة لعبه.

نشاط ٣: المكان الصحيح

الهدف

تحديد القيم المكانية للأرقام المكونة لأعداد كبيرة.

المواد

- ورق أبيض.
- قلم رصاص.
- عشر بطاقات معنون كل منها بأحد الأرقام من ١ إلى ٩ دون تكرار، ومكتوب على ظهر كل منها عبارة "آحاد".
- عشر بطاقات معنون كل منها بأحد الأرقام من ١ إلى ٩ دون تكرار، ومكتوب على ظهر كل منها عبارة "عشرات".
- عشر بطاقات معنون كل منها بأحد الأرقام من ١ إلى ٩ دون تكرار، ومكتوب على ظهر كل منها عبارة "مئات".
- عشر بطاقات معنون كل منها بأحد الأرقام من ١ إلى ٩ دون تكرار، ومكتوب على ظهر كل منها عبارة "ألوف".

الارشادات

- يقوم كل طالب بكتابة أي عدد يختاره مكون من أربع خانات. ويمكن أن يختار عداداً مكوناً من أي عدد من الخانات إذا كان المطلوب أكثر من أربع خانات.

- يتم خلط البطاقات المعنونة.
- يقوم اللاعب الذي يقود اللعب بقراءة الرقم الموجود على إحدى البطاقات والمنزلة العشرية المكتوبة على ظهر تلك البطاقة، كأن يقرأ "الرقم ٨ في منزلة المئات".
- إذا وجد أي طالب بأن الرقم ٨ موجود فعلاً في منزلة المئات في العدد الذي اختاره يقوم ذلك الطالب بوضع دائرة حول الرقم ٨.
- تستمر قراءة الأرقام الموجودة في البطاقات والمنازل العشرية المكتوبة على ظهر تلك البطاقات إلى أن يتمكن أحد الطلاب من وضع دوائر حول جميع الأرقام المكونة للعدد الذي اختاره. وفي هذه الحالة يقوم هذا الطالب بقول عبارة "المكان الصحيح" على مسمع الجميع، ويكون هو الفائز في اللعبة.
- يمكن أن تستمر اللعبة بحسب رغبة اللاعبين.
- مثال: افرض أن أحد الطلاب اختار العدد ٤٨٧٦ وأن قائد اللعب قرأ "الرقم ٤ في منزلة الألوف". يقوم الطالب في هذه الحالة بوضع دائرة حول الرقم ٤ في العدد الذي اختاره وعندما يتمكن هذا الطالب من وضع دوائر حول باقي الأرقام المكونة لعدده يكون هو الفائز في اللعبة.

أسئلة المناقشة

١- لماذا يعد استخدام عشرة أرقام في النظام العشري كافياً للتعبير عن أي عدد؟

٢- إن حساب القيمة الصحيحة لأي عدد في النظام العشري يتم بجمع حواصل ضرب كل من الأرقام المكونة لهذا العدد بالقيمة المكانية لها. على سبيل

المثال، يتكون العدد ٥٨٩ من ٥ مئات و ٨ عشرات و٩ آحاد. وضح كيفية احتساب القيمة الصحيحة لهذا العدد. واذكر مسألة من واقع الحياة يمكن استخدامها لمساعدة الطلاب في إدراك الحاجة إلى تعلم مفهوم القيمة المكانية.

٣- لماذا تعد قطع النقد المعدنية والورقية للعملة الأميركية وسائل إيضاح متناسبة؟ كيف يمكن مساعدة الطلاب في فهم قيم هذه الفئات النقدية باتباع طرق تعليم تستند على استخدام وسائل مساعدة يدوية؟

٤- أعط مثالين على المواد المتناسبة وآخرين على المواد غير المتناسبة والتي تساعد الطلاب بتمثيل الأعداد في النظام العشري. وضح سبب اختيارك لهذه الأمثلة تحديدا وبين كيفية استخدامها بشكل فاعل بحيث تساعد الطلاب على بناء فهم عميق لمفهوم القيمة المكانية.

٥- لماذا يعد التعبير عن العدد ٣٥ على الشكل ٣٠٥ غير ضروري في النظام العشري؟ فسر إجابتك.

٦- لماذا قد يخطئ الطالب في إعادة تسمية المقدار ٨ أقدام وتسعة إنشات على أنه ٧ أقدام و ١٩ إنش؟ ما السبب في اعتقاد الطالب بأن هذه التسمية منطقية و مبررة؟

٧- هنالك العديد من الأخطاء الواضحة. على سبيل المثال، قد يعد الطالب على النحو التالي: "...، تسع وعشرون، عشر وعشرون، ...". من خلال قراءتك لهذا الفصل من الكتاب، ما الإستراتيجيات التي يمكن اتباعها في مساعدة مثل هذا الطالب على تصحيح هذه الطريقة الخاطئة في العد؟

المراجـــع

Baroody. A. J. (1990). How and when should place value concepts and skills be taught? *Journal jor Research in Mathematics Education.* 21(4), 281-286.

Bassarear. T. (1997). *MathematicsJorelementary school teachers.* Boston. MA: Houghton Mifflin Company.

Charlesworth, R.. & Lind, K. K. (2003). *Math and science Jor young children* (4th ed.). Thomson Clifton Park. New York. *Delmar Learning.*

Clausen-May. T. (2005). *Teaching math to pupils with different learning* styles. Paul Chap man Publishing A Sages publication company. Thousand Oaks. California. London. England. New Delhi. India.

Fuson, K. C. (1990). Conceptual structures of multi unit numbers: Implications for learn- ing and teaching multtdigit addition. subtraction. and place value. *Cognition and Instruction.* 7(4), 343-403.

Fuson K. C. (1990). Issues in place-value and multidigit additional and subtraction learning and teaching. *Journal for Research in Mathematics Education.* 21, 273-280.

Fuson K. C .. & Briars, D. J. (1990). Using a base-ten blocks learning/teaching approach for the first-and second grade place-value and multidtgtt addition and subtraction. *Journal Jor Research in Mathematics Education,* 21,180-206.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1992). Links between teaching and learning place value with understanding in first grade. *Journal Jor Research in Mathematics Education, 23(2),* 98-122.

Kamii, C. K. (1986). Place value: An explanation of its difficulty and educational impli- cations for the primary grade. *Journal oJ Research in Childhood Education,* 1, 75-86.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* Washington, DC: National Academy Press.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards Jor school mathematics.* Reston, VA: Author.

Sherman, H. J. (1992). Reinforcing place value. *Arithmetic Teacher,* 40(2), 169-17l.

obeikandl.com