

## البصريات

### Optics

#### Introduction (٧, ١) المقدمة

لقد أوضح ماكسويل أن الضوء المرئي هو أحد عناصر الطيف الكهرومغناطيسي الذي يتضمن أيضاً أشعة الراديو، والميكروويف، والأشعة تحت الحمراء، والأشعة فوق البنفسجية، والأشعة السينية، وإشعاع جاما. وبالرغم من أن لهذه الموجات أطوال موجية مختلفة؛ فإن لها نفس السرعة في الفراغ\*. ونبدأ باعتبار بعض الخواص للموجات الكهرومغناطيسية.

ينص قانون فارداي للحث على أن المجال المغناطيسي المتغير مع الزمن يُنتج مجالاً كهربياً. لقد أوضح ماكسويل أن النظرير المغناطيسي لقوانين فارداي موجودة، بمعنى آخر، إن تغيير المجال الكهربائي ينتج مجالات مغناطيسية واستنتج أن للموجات الكهرومغناطيسية كلاً من المركبتين الكهربائية  $E$  والمغناطيسية  $B$ . ولقد تمكن ماكسويل من اشتقاق المعادلات الموجية التالية بالنسبة للمجالات المغناطيسية  $B$  والكهربية  $E$  في الفراغ\*\* :

\* إن سرعة الموجة  $v$  ترتبط بالطول الموجي  $\lambda$  والتردد  $f$  بالعلاقة  $v = f\lambda$ .

\*\* معادلات ماكسويل للموجات الكهرومغناطيسية في الفراغ:  $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$

$$\nabla^2 B = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad \text{و} \quad \nabla^2 E = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

بمقارنة المعادلات السابقة مع معادلة الموجة (2.30) في الفصل الثاني :

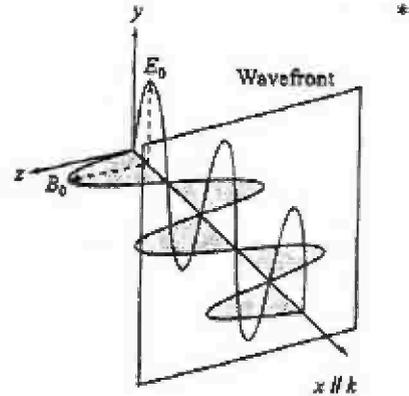
$$\nabla^2 f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad (7.1)$$

نلاحظ أن المعادلات السابقة تتيح التعبير عن سرعة كل مُركبة من مُركبات الموجة على الصورة  $v = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ . سرعة الموجات الكهرومغناطيسية في الفراغ ثابتة بشكل أساسي بالقيمة:  $c \approx 2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ . إن أسهل الحلول لمعادلة الموجة هو انتقال الموجة الجيبية sinusoidal wave في بعد واحد، كما هو مبين في الفصل الثاني؛ ولذا، تكون مُركبة المجال الكهربائي لانتقال موجة كهرومغناطيسية مستوية في الاتجاه  $K^*$ :

$$E(r, t) = E_0 \sin(K \cdot r - \omega t + \phi) \quad (7.2)$$

حيث  $E_0$  هي سعة المجال الكهربائي، و  $K$  هو متجه موجي، و  $\omega$  هي التردد الزاوي للموجه، و  $\phi$  هي طور الموجة بالنسبة إلى دالة الجيب الأساسية (عندما  $\phi = 0$ ). والمجال المغناطيسي يلائم العلاقة المشابهة:

$$\begin{aligned} \nabla \times B &= \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t} \\ \nabla \cdot E &= 0 \\ \nabla \cdot B &= 0 \end{aligned}$$



$$\vec{B}(r,t) = \vec{B}_0 \sin(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi) \quad (7.3)$$

حيث  $B_0 = E_0/c$ . أما بالنسبة لموجة كهرومغناطيسية توافقية مستوية فإن الثلاث متجهات  $K$ ،  $E$  و  $B$  تكون متعامدة بشكل متبادل. عند أي زمن معطى  $t$ ، يحدد المتجهان  $E$  و  $B$  مستوى الطور المتساوي المعروف باسم *الجبهة الموجية wavefront*. إن سعة المجال الكهربائي  $E_0$  كمية متجهة، وإذا كانت تقع دائماً في مستوى (ثابت) فإنه يقال إن الموجة مستقطبة خطياً linearly polarised. والمصادر الشائعة للضوء المستقطب خطياً هو الليزر laser. على العكس، لو تغير اتجاه  $E$  عشوائياً مع الزمن بكل توجهات الـ  $E$  في المستوى  $y-z$  المحتمل على حد سواء، إذن يقال إن الموجه غير مستقطبة un polarised. والمثال لمصدر ضوء غير مستقطب هو مصباح الضوء light bulb.

### (٧, ٢) الطاقة وكمية الحركة Energy and momentum

الموجات الكهرومغناطيسية تحمل طاقة\*. إن متجه بوينتنج،  $S$ ، Poynting vector يحدد فيض الطاقة كما يلي :

$$S = \frac{1}{\mu_0} E \times B \quad (7.4)$$

حيث  $E$  و  $B$  متجهتا المجال المغناطيسي والمجال الكهربائي اللحظي. ويقع متجه بوينتنج في اتجاه انتقال الطاقة ؛ ولذلك يكون موازياً للمتجه الموجي  $K$  wave vector. أما بالنسبة للموجات المستوية ؛ فإن قيمة متوسط الزمن لمتجه بوينتنج  $\langle S \rangle$  هي :

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2\mu_0} E_0 \times B_0 = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 c \quad (7.5)$$

\* تمرين (٧, ١): إن مكون المجال الكهربائي لموجة كهرومغناطيسية يعطى بـ  $E_y = 10 \sin(0.5x - 1.5 \times 10^8 t)$ . احسب التردد، والطول الموجي، والسرعة وسعة المجال الكهربائي للموجة.

إن القيمة المتوسطة لفيض الطاقة تعرف بأنها متوسط شدة الموجة، ولها وحدات القياس  $Wm^{-2}$ . تنتقل الموجات الكهرومغناطيسية كمية الحركة الخطية أيضاً. لقد افترض بلانك أن الضوء يتكون من فوتونات طاقتها  $E = hf$ ، حيث  $f$  هو تردد الضوء. علاوة على ذلك، وضح دي بروجليه أن كمية حركة الجسم  $p$  ترتبط بالطول الموجي  $\lambda$  من خلال التعبير:  $p = h/\lambda$ . وهكذا تكون كمية حركة الفوتون كالتالي:

$$p = E/c \quad (7.6)$$

ويربط قانون نيوتن الثاني القوة بمعدل تغيير كمية الحركة؛ لذلك الطاقة المبدولة بالفوتون على جسم تكون كما يلي:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{1}{c} \frac{dE}{dt}$$

إذا كان للجسم مساحة  $A$  فإن الضغط المبدول بالفوتون هو:

$$P = \frac{1}{cA} \frac{dE}{dt}$$

وهو معروف بالضغط الإشعاعي radiation pressure.

### (٧,٣) الانعكاس والانكسار Reflection and refraction

عندما ينتقل شعاع الضوء في الهواء ويسقط على سطح زجاجي؛ فإن جزءاً من الشعاع ينعكس من السطح الزجاجي بينما ينفذ الجزء الثاني داخل الزجاج، وينحرف

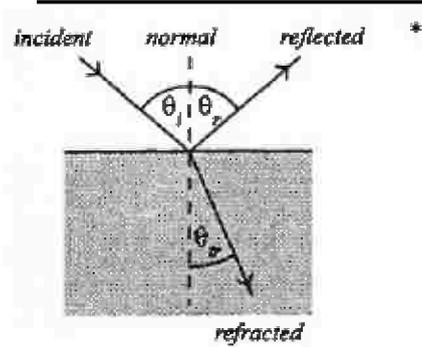
\* تمرين (٧,٢): احسب كمية حركة الفوتون الذي له تردد  $2 \times 10^{15} \text{ Hz}$ .

عن مساره الأصلي\* . ويسمى الشعاع المنحرف بالشعاع المنكسر\*\* *refracted* وهذه العملية مع عملية الانعكاس reflection سوف نقوم بشرحهما الآن. في المناقشة التالية سنفترض أن الزجاج لا يمتص موجة الضوء *light wave*.

**The laws of reflection and refraction** (٧، ٣، ١) قوانين الانعكاس والانكسار

لقد وضع ماكسويل أن الموجات الكهرومغناطيسية تنتقل في الوسط غير الموصل، موحد الخواص، بسماحية نسبية  $\epsilon_r$ ، ونفاذية نسبية  $\mu_r$ ، ويتم تعديل المعادلات الموجية التي تحكم  $E$  و  $B$  إلى:

$$\nabla^2 B = \epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad \text{و} \quad \nabla^2 E = \epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$



\*\* الجدول رقم (٧، ١) معاملات الانكسار لبعض المواد الشائعة.

Medium	Index of refraction
Water	1.33
Ethanol	1.36
MgF <sub>2</sub>	1.38
Fused silica	1.46
C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	1.50
Diamond	2.42

لاحظ أن كل معاملات الانكسار مده حاصبة بالطول الموجي 589.3nm وهو خط الصوديوم الذي D.

إن نتيجة هذا التعديل هي أن سرعة الموجة في الوسط  $v$ ، تختلف عن سرعتها في الفراغ وتعطى من العلاقة التالية:

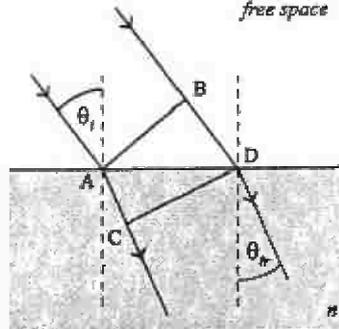
$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}$$

إن المجالين  $E$  و  $B$  مازالت تعطى من المعادلتين (7.2) و (7.3)، ماعدا معامل متجهه الموجه فإنه يعطى الآن من  $K = \omega/v$  وليس من  $K = \omega/c$ ، ولذلك يختلف تردد الطول الموجي لموجه في وسط ما عن تردد الطول الموجي لموجة في الفراغ. وهذه هي الميزة الوحيدة للموجة التي تتغير، ويبقى المجالان  $E$  و  $B$  عموديين على اتجاه الانتشار. إن الأوساط المختلفة يكون لها قيم مختلفة من  $\epsilon_r$  و  $\mu_r$ ؛ ولذا، يتغير الطول الموجي تبعاً إلى انتقال الموجة من وسط إلى آخر. ويعتمد تغير السرعة والطول الموجي على الوسط المميز بمعامل الانكسار للمادة  $n$ ، والذي يعرف بالمعادلة الآتية:

$$n = c/v \quad (7.7)$$

إذا اعتبرنا انتقال موجة مستوية في فراغ حر تسقط على وسط له معامل انكسار  $n$ . سوف نرسم لجبهة الموجة الساقطة بالخط  $AB$  وللموجة المنكسرة بـ  $CD$ \*\*. إن زاوية الموجة ثابتة على طول الجبهة الموجية؛ ولذلك يجب أن يكون التغير في زاوية الموجه بالنسبة للمسافة  $AC$  يجب أن تكون مساوية لزاوية الموجة بالنسبة للمسافة  $BD$ . إن

\* كما ذكر سابقاً في الفصل السادس،  $\mu_r = 1$  ولذا  $n = \sqrt{\epsilon_r}$ . \*\* free space



الطول الموجي وسرعة الموجة تتغيران عند دخولها المادة لكن يظل التردد ثابتاً. وهكذا تكون الزوايا عند  $C$  و  $D$  متكافئة إذا كان الزمن اللازم للانتقال من  $A$  إلى  $C$  مساوياً للزمن اللازم للانتقال الموجة من  $B$  إلى  $D$ . ولكي يتحقق هذا فإنه يجب تحقيق الشرط التالي :

$$\frac{AC}{v} = \frac{BD}{c}$$

أي يكون :

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{c}{v} = n$$

وتسمى هذه النتيجة بقانون سنل للانكسار Snell's law of refraction. فإذا سقط شعاع ضوئي من وسط له معامل انكسار  $n_1$  على وسط ثانٍ له معامل انكسار  $n_2$ ، فإن زاوية الانكسار  $\theta_2$  ترتبط بزاوية السقوط  $\theta_1$  بالعلاقة الآتية :

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (7.8)$$

ولذلك سوف ينحني الشعاع الضوئي في الاتجاه العمودي عندما ينتقل من الهواء إلى الزجاج ( $n_{\text{glass}} > n_{\text{air}}$ ).

إذا درسنا الآن الموجات الساقطة والمنعكسة، نظراً لأنها تنتقل في نفس الوسط، فإن الطول الموجي يجب أن يكون ثابتاً، ومن ثم الزوايا  $\theta_i$  و  $\theta_r$  يجب أن تكون متساوية. وهذا هو قانون الانعكاس law of reflection :

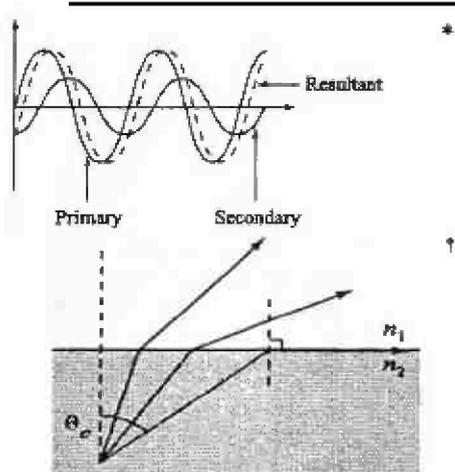
$$\theta_i = \theta_r \quad (7.9)$$

إن معامل الانكسار لمادة ما يعتمد على التردد. على سبيل المثال، معامل انكسار الكوارتز هو 1.64 بالنسبة للضوء الأحمر و 1.66 بالنسبة للضوء البنفسجي\*، ومن ثم، يستطيع موشور الكوارتز فصل الضوء الأبيض إلى ألوانه الأساسية. وتعرف هذه

\* تمرين (٧،٣): احسب الفصل الزاوي بين الأشعة الحمراء والبنفسجية التي تظهر من موشور زجاجي  $60^\circ$  عندما تسقط أشعة الضوء الأبيض على الموشور بزاوية  $45^\circ$ .

الظاهرة باسم *التشتت dispersion*. عندما تدخل الموجات الكهرومغناطيسية في وسط عازل فإن المجال الكهربائي الساقط يتسبب في تذبذب الإلكترونات في ذرات/وجزيئات الوسط. ومن ثم تُشع الإلكترونات طاقة على هيئة موجات كهرومغناطيسية لها نفس تردد الموجة الساقطة. وهذه الموجات الثانوية secondary waves تكون في نفس الطور مع بعضها ، ولكن خارج طور الموجة الساقطة الأولية. وبالرغم من ذلك ، لا نهتز الإلكترونات كلياً في طور مع القوة الدافعة للموجة الساقطة ؛ ولذلك تنتج موجة في طور متأخر خلف الموجة. وسرعة الموجة هي السرعة (التي تحدد أسطح الطور الثابت) التي عندها تنتشر مقدمات الموجة ، وهكذا التغير في الطور يناظر التغير في سرعة الموجة\* . كلما ازداد تردد الموجة الساقطة ازداد الطور المتأخر بين الموجات الأولية والثانوية ، وهكذا يعتمد معامل انكسار الوسط على التردد.

بدراسة الحالة لأشعة الضوء التي تنتقل خلال الزجاج والساقطة على السطح الفاصل بين الزجاج والهواء بالزاوية  $\theta$  \*\* . نجد أنه كلما زادت زاوية السقوط  $\theta$  تزداد زاوية الانكسار مع ملاحظة أن الشعاع المنكسر يصنع زاوية انكسار  $90^\circ$  بالنسبة لزاوية السقوط الأكبر من هذه الزاوية الحرجة\*\*\*  $\theta_c$  critical angle ، لا توجد أشعة منكسرة



\* تمرين (٧، ٤): أوجد قيمة الزاوية الحرجة للانعكاس الداخلي في اللام بالنسبة لحد الماء- اللام.

منكسرة ولكن يحدث انعكاس كلي داخلي total internal reflection. ويتم إيجاد قيمة الزاوية الحرجة بوضع  $\theta_2 = 90^\circ$  ، في قانون سنيل :

$$\sin \theta_c = n_2/n_1 \quad (7.10)$$

ويحدث الانكسار الداخلي الكلي فقط عندما ينتقل الضوء من وسط معامل انكساره أكبر إلى وسط معامل انكساره أقل.

إن سعات الموجات المنعكسة والمنكسرة لا تعتمد فقط على زاوية السقوط ومعامل الانعكاس ، ولكن تعتمد أيضاً على استقطاب الضوء بالنسبة إلى مستوى السطح الفاصل. ولتسهيل عملية حساب السعات المنقلة والمنكسرة لاستقطابين مختلفين ؛ نسبة إلى السطح الفاصل. وهذه معروفة بالاستقطاب الكهربائي المستعرض  $(TE)$ ، التي عندها يكون المتجه الكهربائي الموازي للسطح الفاصل ، والاستقطاب المغناطيسي المستعرض  $(TM)$ ، حيث المتجه المغناطيسي يكون موازياً للسطح الفاصل. ومعاملات سعات الانتقال والانعكاس هي  $t$  و  $r$  على الترتيب، وبالنسبة لأي استقطاب يحدد كما يلي :

$$t = E_t/E_i \quad \text{و} \quad r = E_r/E_i$$

لقد أوضحت معادلات ماكسويل أن حد المركبات المماسية لـ  $E$  و  $B/\mu$  يجب أن يكون مستمراً والمركبات العمودية لـ  $E$  و  $B$  يجب أن تكون مستمرة أيضاً. ويتطبيق هذه الشروط الحدية على الاستقطاب ، يمكن أن تصاغ معاملات الانعكاس رياضياً على الصورة التالية\* :

$$r_{TM} = \frac{-\eta \cos \theta_i + \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta_i}}{\eta \cos \theta_i + \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta_i}} \quad \text{و} \quad r_{TE} = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta_i}}$$

حيث  $\eta = n_2/n_1$

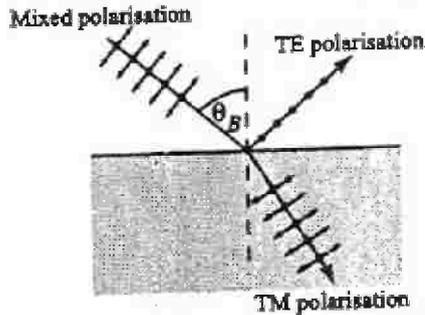
\* القراء المهتمون يترجمون إلى: J.Hecht: Optics for a more complete discussion of the Fresnel equations

وفي حالة السقوط العمودي فإن  $\theta_i = \theta_r = 0$  وتقل معاملات الانعكاس\* إلى  $(1 + \eta)(1 - \eta)$ ؛ وقد تكون قيمة موجبة أو سالبة اعتماداً على أن  $n_2/n_1$  أكبر من أو أصغر من الواحد الصحيح. إن القيمة السالبة لعامل الانعكاس تقابل تغيراً في الطور بمقدار  $\pi$  للموجة المنعكسة نسبة إلى الموجة الساقطة. والنتيجة الهامة من معادلات فرسنييل السابقة هي أن معامل الانعكاس بالنسبة للاستقطاب المغناطيسي المستعرض  $TM$  يكون صفرًا عندما:

$$\theta = \tan^{-1} \eta \quad (7.11)$$

إذا سقط الضوء المستقطب خطأً  $TM$  على لوح زجاجي متوازي الأوجه بزاوية  $\tan^{-1} \eta$ ، إذن لا ينعكس الضوء من الوجه الأول\*\*. ولا يوجد انعكاس داخلي عند الوجه الثاني ويعمل اللوح كنافذة "مثالية". إن زاوية السقوط هذه تعرف بزاوية بربوستر\*\*\*  $\theta_B$  Brewster's angle، وتستخدم نوافذ بربوستر عموماً في تجارب الليزر من أجل تخفيف شعاع الليزر إلى أقل ما يمكن. وإذا سقط الضوء على سطح عازل بزاوية  $\theta_B$  يحتوي على كل من المركبات  $TE$  و  $TM$  (بمعنى آخر ضوء غير مستقطب)؛ فإن الشعاع المنعكس سوف يشمل فقط الموجات التي يتذبذب المجال الكهربائي فيها عمودياً على مستوى السقوط (أي ضوء مستقطب). ونظراً لأن  $\tan \theta_B = n_2/n_1$ ، فإن

\* تمرين (٧,٥): اشتق المعاملات المقابلة للناحية أو الانتقال.



\*\*\* تمرين (٧,٦): احسب زاوية بربوستر لزجاج معامل انكساره هو ١,٥. ما هي زاوية الانكسار؟

تطبيق سينل's law شرط أن يكون  $\sin\theta_r = \cos\theta_0$  ويجب أن تكون الموجات المنتقلة والمنعكسة عمودية. ومن ثم يتوازي المتجه الكهربى للشعاع المنقل مع اتجاه الشعاع المنعكس.

**Fermat's principle مبدأ فيرمات (٧, ٣, ٢)**

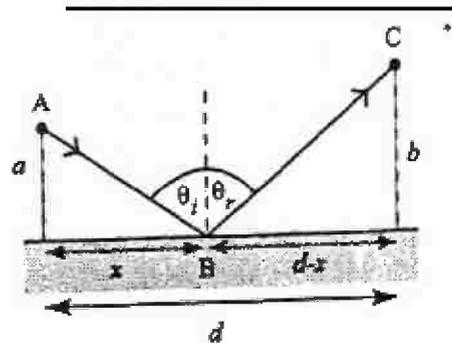
يمكن أيضاً أن يشتق قانون الانعكاس والانكسار من مبدأ فيرمات، الذي ينص على: أن المسار المأخوذ بشعاع الضوء بين نقطتين هو المسار الذي يأخذه الضوء في أقل زمن ممكن.

تتمن في شعاع الضوء المنقل على طول المسار  $AB$  الذي ينعكس بالمرآة\* على  $BC$ . الطول الكلي المأخوذ لذلك المسار  $l$  هو:

$$l = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$$

والزمن المستغرق لاجتياز المسار  $ABC$  هو  $t = l/v$ ، حيث  $v$  هي سرعة الموجة. يتطلب مبدأ فيرمات أن يكون الزمن المستغرق في أدنى حد بالنسبة إلى التغيرات في طول المسار (بمعنى آخر:  $dt/dx = 0$ ) ولذلك لدينا:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v} \left[ \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} \right] = 0$$



إن المعادلة السابقة كافية إذا كانت :

$$\theta_i = \theta_r \text{ أو } \sin \theta_i = \sin \theta_r$$

وهذا هو قانون الانعكاس. ويمكن أن يشتق قانون الانكسار باعتبار المسار

$ABD$ \*. والوقت المستغرق لاجتياز المسافة  $ABD$  هو :

$$t = \frac{AB}{v_1} + \frac{BD}{v_2}$$

وبتطبيق نظريات فيثاغورس وبوضع  $dt/dx = 0$  ينتج قانون سنيل :

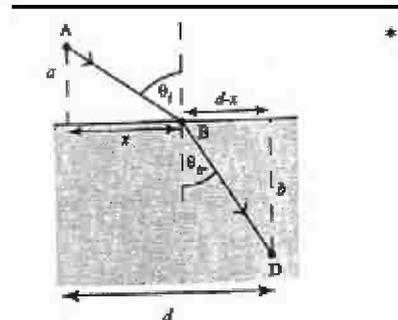
$$\frac{\sin \theta_i}{v_i} = \frac{\sin \theta_r}{v_r}$$

ويمكن إعادة صياغة الزمن المستغرق لاجتياز المسار  $ABD$  كما يلي :

$$t = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2} = \frac{n_1 l_1 + n_2 l_2}{c} = \frac{l}{c}$$

حيث  $l = n_1 l_1 + n_2 l_2$  يسمى طول المسار البصري (OPL) optical path length

للشعاع ومساوٍ للطول الذي له نفس عدد الموجات المنتقلة إذا كان الوسط فراغاً. وطول المسار البصري ليس تماماً مثل الطول الهندسي  $l_1 + l_2$ ، ويستلزم مبدأ فيرمات أن يكون طول المسار البصري في أقل حد\*\* .



\*\* تمرين (٧,٧): احسب كم عدد الأطوال الموجية من ضوء 500nm ستندرج في فتحة 2m في الفراغ. إذا وضع لوح زجاج طوله 20cm بمعامل انكسار 1.5 في تلك الفتحة. كم عدد الموجات الآن سوف تمتد عبر الفتحة 2m؟

Interference (٧, ٤) التداخل

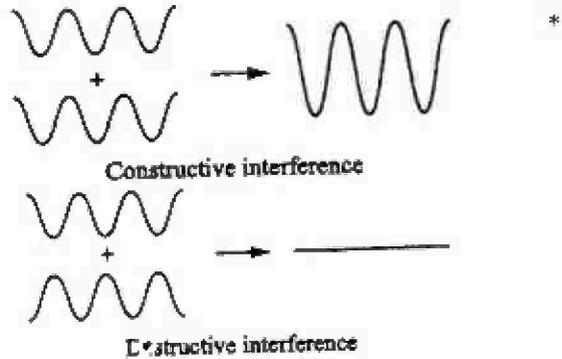
كما تم مناقشته سابقاً في الفصل الثاني ، يؤدي تراكب (التقاء) موجتين مستويتين مستقطبتين خطياً  $E_1$  و  $E_2$  لهما نفس التردد  $\omega$  إلى موجة لها توزيع المجال الكهربائي التالي \*  $E_{res}$ :

$$E_{res} = E_1 + E_2 = E_0[\sin(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1) + \sin(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2)]$$

$$= 2E_0 \cos\left[\frac{1}{2}(\phi_1 - \phi_2)\right] \sin\left[\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t + \frac{1}{2}(\phi_1 + \phi_2)\right] \quad (7.12)$$

تم تعريف الكميات  $\phi_1$  و  $\phi_2$  للسماح لأي فرق في الطور بين مصادر الموجتين. الموجة المحصلة يكون لها سعة  $2E_0 \cos[(\phi_1 - \phi_2)/2]$  ، وسرعة زاوية تماماً مثل الموجات المركبة ، وطور جديد متوسطه من تلك المركبات. ويعتمد عامل السعة على فرق الطور  $\Delta\phi = (\phi_1 - \phi_2)$  بين المركبات ؛ فعلى سبيل المثال ، تحدث السعة الناتجة الأكبر عندما تكون  $\Delta\phi = n2\pi$  حيث  $n$  عدد صحيح ويقابل التداخل البناء الكلي constructive interference ؛ وعلى النقيض تماماً ، ستكون سعة الموجة المحصلة صفرًا وإذا كان  $\Delta\phi = (2n + 1)\pi$  فإنه يحدث التداخل الهدام الكلي destructive interference. وتتناسب شدة الموجة الناتجة  $I$  ، مع مربع سعتها كما هو موضح :

ثم احسب فرق طول المسار البصري وفرق الطور بين الحالتين؟



$$I = 4I_0 \cos^2(\Delta\phi/2) I = 2I_0(1 + \cos\Delta\phi) \quad (7.13)$$

حيث  $I_0$  هي الشدة لأي من الموجتين قبل التداخل. ويحدد مصطلح التداخل  $2I_0 \cos\Delta\phi$  الشدة الناتجة سواءً كانت أكبر أو أصغر من  $2I_0$ . وإذا كان فرق الطور  $\Delta\phi$  ثابت بمرور الزمن والحيز، إذن يمكن القول بأن المصدرين مترابطين coherent بشكل متبادل. ويعتمد فرق الطور على فرق المسار البصري (OPD) بين الشعاعين؛ ولذلك تتفاوت الشدة الناتجة كدالة في الموقع  $r$ . وهذه الاختلافات هي حلقات التداخل interference fringes الملحوظ عندما يندمج شعاعان مترابطان من الضوء معاً. ولا يتم ملاحظة هذه الحلقات إذا كانت الموجتين غير مترابطين؛ وذلك بسبب تغير فرق الطور بين الموجات عشوائياً مع الزمن ومتوسط حد جيب التمام إلى صفر. وهذا هو السبب لعدم ملاحظة حلقات التداخل\* نتيجة مصدري ضوء عاديين منفصلين.

بالنسبة للحالة العامة حيث للموجتين المكونتين سعات مختلفة لكن لهما نفس التردد، سيكون للموجة الناتجة نفس التردد لكن لا يحدث تداخل هدام كلي. ففي هذه الحالة تكون شدة الموجة المحصلة كالتالي:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\phi$$

وينتج فرق الطور من موجات التداخل التي تعبر أطوال مسارات بصرية مختلفة. ويرتبط فرق المسار البصري بين الموجات وفرق طورها بعلاقة كما يلي:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(OPD) = K(OPD) \quad (7.14)$$

وهكذا فإنه يمكن أن يعاد صياغة الشرط بالنسبة للتداخل البناء كحالة حيث فرق المسار البصري بين مركبات الموجتين يكون عدداً صحيحاً من الأطوال الموجية\*\*. وسندرس الآن بعض الأمثلة على التداخل.

\* لاحظ أيضاً أنه لا يتم ملاحظة التداخل لو كان للموجتين استقطاب متعامد بشكل متبادل (معنى آخر:  $E_1 \cdot E_2 = 0$ ).

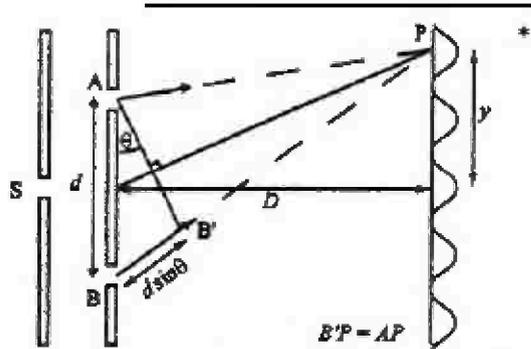
\*\* تعمل مصادر الضوء العادي بالانبعاث التلقائي؛ ولذا لا يمكن الحصول على ترابط بين المصدرين المختلفين. وبالرغم من ذلك، اعتمد الليزر على الانبعاث المستثار لتشغيلها، وتستطيع أن تنتج أشعة الضوء المترابطة جداً، وسوف ترى بسهولة تأثيرات التداخل.

Young's double slit experiment تجرّبة شقي يونج (٧, ٤, ١)

سندرس الآن الحالة التي عندها يمر ضوء أحادي الطول الموجي من خلال شق ضيق  $S$  في الحاجز الأول، والضوء النافذ من هذا الشق يصل إلى حاجز آخر به شقان ضيقان متوازيان  $A$  و  $B$ ، تفصلهما مسافة صغيرة  $d$ . إن هذين الشقين يعملان كمصدرين لضوء مترابط؛ وذلك لأن الضوء النافذ منهما يكون له نفس جبهة الموجة الابتدائية؛ ولذلك سيكون له زاوية طور ثابتة. إذا وضعت شاشة على مسافة  $D$  من الشقين فإننا نلاحظ أن تراكب الموجات الضوئية الصادرة عن هذين الشقين ينتج عنها أهداب عديدة ذات مناطق مضيئة وأخرى مظلمة على الشاشة\*. ويمكن حساب مواقع الهدب الشديد الإضاءة كما يلي: اعتبر النقطة  $P$  على الشاشة عند المسافة  $AP$  من الشق  $A$ ، والمسافة  $BP$  من الشق  $B$ . إن فرق المسار البصري بين الشعاعين  $BP-AP$  يكون مساوياً لـ  $d \sin \theta$ . لكي تكون للنقطة  $P$  شدة إضاءة قصوى يجب أن يكون الشعاعين في نفس الطور تماماً عند النقطة؛ ولذا الشرط بالنسبة للتداخل البناء الكلي هو:

$$BP - AP = n\lambda \quad (7.15)$$

كما يمكن أيضاً حساب موقع هدب محدد على الشاشة (بمعنى آخر الهدب رقم  $n^{\text{th}}$ ). إذا كانت الهدب  $n^{\text{th}}$  عند النقطة  $P$  تبعد بمسافة  $y$  من المحور المركزي، فإن نظرية فيثاغورس تسمح للمعادلة (7.15) لكي تصاغ رياضياً هكذا\*\*:



\*\* لو أن  $|x| < 1$  فإن الدالة  $(1+x)^2$  يمكن أن توسع كالتالي:

$$\sqrt{D^2 + \left[y + \frac{d}{2}\right]^2} - \sqrt{D^2 + \left[y - \frac{d}{2}\right]^2} = n\lambda$$

ويمكن تبسيطها بفرض أن  $d$  و  $y \gg D$ :

$$D \left( \left( 1 + \frac{1}{2D^2} \left( y + \frac{d}{2} \right)^2 \right) - \left( 1 + \frac{1}{2D^2} \left( y - \frac{d}{2} \right)^2 \right) \right) = n\lambda$$

وهذا يؤدي إلى العلاقة البسيطة\*:

$$\frac{yd}{D} = n\lambda \quad (7.16)$$

ولذلك يقع الهدب المضيء عند النقاط:

$$y = 0, \pm \lambda D / d, \pm 2\lambda D / d, \dots \quad (7.17)$$

#### (٢، ٤، ٧) مقياس التداخل لمايكلسون The Michelson interferometer

إن تجربة شقي يونج هي أحد الأمثلة للتداخل بانقسام الجبهة الموجية. الطريقة الأخرى لشرح التداخل هي بانقسام سعة الموجة، حيث ينقسم الشعاع الضوئي أحادي اللون (أحادي الطول الموجي) أشعة متعددة بواسطة الانعكاس الجزئي. فالحدث الأكثر شيوعاً والأكثر أهمية من الانعكاس الجزئي يكون في مقياس مايكلسون للتداخل الذي يعمل كما يلي: ضوء من مصدر أحادي يسقط على مرآة الانعكاس الجزئي،  $O$ ، (انعكاس مثالي 50%) فتقسم الشعاع إلى جزأين. تنعكس هذه الأشعة المنفصلة إلى الخلف نحو  $O$  بواسطة مرآتين منفصلتين  $M_1$  و  $M_2$  ويتم إعادة دمج الأشعة عند مقسم أو مفرق الشعاع إلى شعاع منفرد يتحرك في اتجاه الكاشف (تلسكوب)  $X$ . يتم وضع لوح زجاجي في طريق أحد مساري الشعاع بحيث تتضمن المسارات البصرية نفس

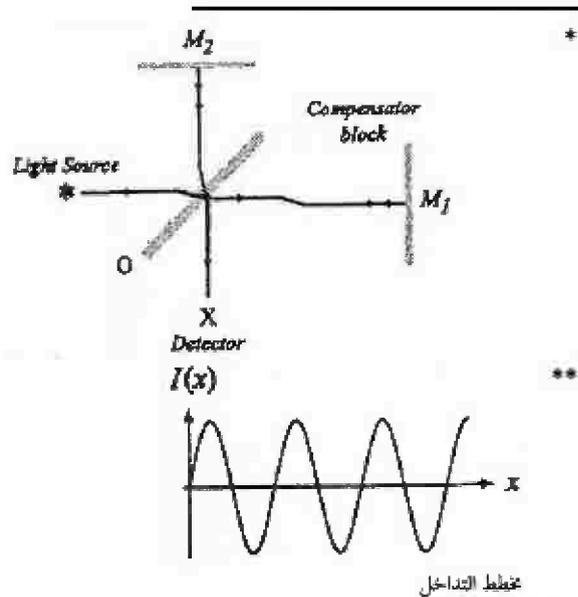
$$(1+x)^2 \approx 1+2x + \frac{x(x-1)}{2} x^2$$

\* تمرين (٧، ٨): إذا كان- في تجربة يونج الشاشة على بعد 2m من الشق- الطول الموجي للضوء هو 500 nm ومسافة فصل هدب 1mm. ما هي مسافة فصل الشق؟

سمك الزجاج\*. إن تحريك إحدى المرايا سوف يغير في نمط هدب التداخل؛ لأنها تعتمد على فرق المسار بين الأشعة،  $x$ . فإذا كانت شدة المصدر أحادي اللون هي  $I_0$ ، فإن الشدة الكلية لنمط الهدب  $I(x)$  هو:

$$I(x) = I_0(1 + \cos Kx) \quad (7.18)$$

إن رسم العلاقة بين  $I$  و  $x$  معروف بمخطط التداخل\*\* *interferogram*، وببساطة هو منحنى جيب التمام بالنسبة لحالة المصدر أحادي اللون. ولأن فرق المسار  $x$  يتعلق مباشرة بالطول الموجي  $\lambda$  (خلال الحد  $Kx$ ) فإنه يمكن استعمال مقياس مايكلسون للتداخل لقياسات الأطوال بدقة عالية. إذا كان مصدر الضوء متعدد اللون، إذن يتم إيجاد توزيع الشدة عند الكاشف بواسطة ترجيح شدة توزيع الشدة أحادية اللون المعطاة في المعادلة (7.18)\*\*\* بالتوزيع الطيفي للمصدر،  $W(K)$ ، وبالجمع على كل الترددات نحصل على:



\*\*\* لاحظ أن معادلة (7.18) هي بالعبء نفس المعادلة (7.13).

$$I(x) = \int_0^{\infty} (1 + \cos Kx) W(K) dK = \int_0^{\infty} W(K) dK + \int_0^{\infty} W(K) \frac{1}{2} (e^{iKx} + e^{-iKx}) dK$$

$$= \frac{1}{2} W_0 + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} W(K) e^{iKx} dx$$

حيث  $W_0$  هي شدة مخطط التداخل إذا كان فرق المسار بين مساري الأشعة

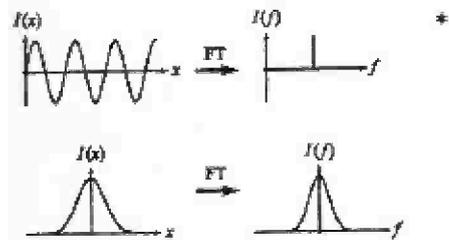
يساوي صفراً.  $I(x)$  و  $W(K)$  تشكل زوجاً من تحويل فوريير \* Fourier transform pair :

$$W(K) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x) e^{-iKx} dx$$

ولذا فإن تسجيل مخطط التداخل يُتيح إمكانية تحديد التوزيع الطيفي للضوء الساقط. إن مخطط تداخل مايكلسون يكشف بشكل متزامن كل مركبات تردد المصدر، وقد أحدث ثورة في العديد من مجالات التحليل الطيفي بتقليل أزمنا جمع البيانات جداً. والميزة الثانية لمخطط تداخل مايكلسون هي حيازته الطاقة الإنتاجية البصرية الأعلى من مقياس الطيف التقليدي لكي يمكن مراقبة مصادر ضوء ضعيفة جداً.

### (٧، ٤، ٣) التداخل الناشئ من الأفلام الرقيقة Interference from thin films

إن التطبيق العملي الآخر للتداخل يكون في إنتاج أغشية رقيقة (عبارة عن طبقات رقيقة تسمح بفاذ الضوء) مضادة للانعكاس للمكونات البصرية. نعمل في لوح زجاجي مطلي بفيلم رقيق من مادة شفافة  $MgF_2$  بسماك  $d$  ومعامل انكسار  $n_{MgF_2}$ . ما هو سمك الفيلم البصري الرقيق الذي يقلل الانكسارات؟ إن أدنى انكسار يحدث



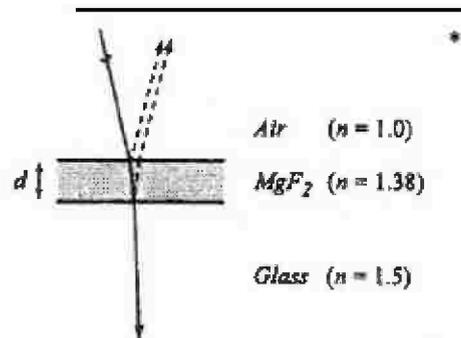
عندما ينعكس الشعاع من حافة تداخل الهواء-  $MgF_2$  الهدام مع الشعاع المنعكس من حافة  $MgF_2$  - الزجاج. بفرض أن دخول الشعاع  $MgF_2$  يكون في سقوط عمودي، فإن فرق المسار البصري OPD بين هذين الشعاعين المنعكسين من سطحي الفيلم الرقيق يساوي  $2d_{MgF_2}$ . ونظراً لأن تغير الطور  $\pi$  يصاحب الانعكاس عند الحافة من معامل لانكسار الأعلى؛ فإنه يمكن إهماله لأن كلاً من الشعاعين يخضع لتغير الطور هذا، والشرط بالنسبة للتداخل الهدام يكون\*:

$$2dn_{MgF_2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

إذا كانت  $m = 0$ ،  $\lambda = 600 \text{ nm}$ ، و  $n_{MgF_2} = 1.38$ ، فإن أدنى سمك لطلاء مضاد للانعكاس يجب أن يكون  $109 \text{ nm}$ . إن شرط الحصول على أفضل مضاد للانعكاس يؤدي إلى أفضل نفاذ ضوئي أيضاً، لأن الشعاع الساقط على حافة  $MgF_2$  - الهواء لا يسمح بتغير زاوية الطور بمقدار  $\pi$  \*\*.

### (٧, ٥) الحيود Diffraction

إن الحيود هو انحراف الضوء عند حواف الأجسام، ويمكن ملاحظته بسهولة بالنظر من خلال شق بين إصبعين في مصدر الضوء البعيد. يبدو الحيود كما لو كان ظل جسم يظهر بالتناوب حواف مضيئة ومعتمة. انظر إلى الموضع حيث يسقط الضوء على



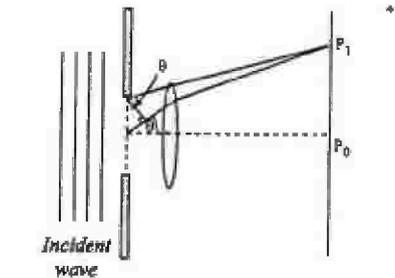
\*\* تمرين (٧, ٩): اشتق تعبيراً لشرط تداخل هدام كدالة لزاوية السقوط.

فتحة صغيرة موجودة في عائق في طريقه. إن توزيع شدة إضاءة الضوء الذي يمر من خلال الفتحة والساقط على حاجز (شاشة) خلفه يمكن حسابه بتطبيق مبدأ هيجينز Huygen's principle ، الذي ينص على أن كل نقطة على الجبهة الموجية يمكن اعتبارها كمصدر نقطة لإنتاج الموجات (موجات صغيرة) wavelets الكروية الثانوية. بعد مرور زمن  $t$  ، يصبح الوضع الجديد للجبهة الموجية سطحياً ويكون محدداً بالمماس للموجات الثانوية. وهكذا يمكن معاملة الجبهة الموجية عند فتحة الحيود كمصدر للموجات الثانوية الكروية.

يتم حساب شدة الضوء عند النقطة  $P$  على الشاشة بتراكب التوزيعات الموجية الناجمة عن كل موجة تصل إلى النقطة  $P$  من كل الموجات الثانوية. إن الموجات التي تصل إلى النقطة  $P$  لها ساعات وأطوار مختلفة ؛ لأن الموجات الثانوية تنشأ من مدى المواضع عبر عرض الفتحة ، ولا يترك الضوء الفتحة فقط في خطوط مستقيمة. في حسابتنا التالية لأنماط الحيود التالية ، افترض أن الجبهات الموجية تصل إلى فتحة الحيود والشاشة المستوية. إن هذه الحالة المحدودة تسمى حيود فراونهوفر Fraunhofer diffraction ويتحقق تجريبياً باستخدام اثنين من العدسات المجمعة (اللامعة) تم وضعها قبل الفتحة الضيقة وبعدها. سوف نبدأ الآن بالمثال الأبسط لفتحة - ذات شق وحيد.

### (٧, ٥, ١) الشق الأحادي The single slit

اعتبر الموجة المستوية التي تسقط على شق (فتحة) ضيق العرض  $a$  . تصل كل الأشعة المنبثقة من الشق إلى النقطة المركزية على الشاشة  $P_0$  ، ويكون لها نفس الطور؛



لأنها جميعها لها نفس طول المسار البصري، ويحدث التداخل البناء لنمط الحيود شدة قصوى عند النقطة المركزية. ويدرس النقطة الأخرى على الشاشة  $P_1$ . نجد ان أشعة الضوء الصادرة في جزء آخر من الفتحة يميل بزاوية  $\theta$ . والآن ندرس الشعاع الذي نشأ من أعلى الفتحة والشعاع الذي نشأ من مركز الفتحة. فإذا كان فرق المسار  $(a \sin \theta)/2$  بين هذين الشعاعين هو  $\lambda/2$ ، فإن الشعاعين سيصلان عند النقطة  $P_1$  مختلفين في الطور تماماً، ولن تنتج أي شدة عند تلك النقطة. لأي شعاع ينشأ عن نقطة في النصف العلوي من الفتحة، يوجد دائما نقطة مقابلة لمسافة  $a/2$  بعيدا عن النصف السفلي من الفتحة، يمكن أن تنتج شعاعاً يتداخل بشكل هدام مع هذه النقطة. ومن ثم سيكون للنقطة  $P_1$  شدة صفر وهو الحد الأدنى الأول من نمط الحيود. والشرط بالنسبة إلى الحد الأدنى الأول هو:

$$a \sin \theta = \lambda$$

عموماً، يحدث الحد الأدنى عندما يكون فرق المسار بين الشعاعين  $A$  و  $B$  (مفصولين بالمسافة  $a/2$ )، عدداً فردياً لنصف الأطوال الموجية: بمعنى آخر  $(m-1/2)\lambda/2$  حيث  $m = 1, 2, 3, \dots$  والتعبير العام للحد الأدنى في نمط الحيود هو:

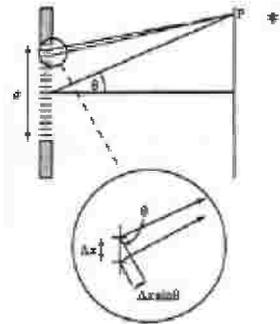
$$a \sin \theta = m \lambda \quad (7.19)$$

ولذا فإنه يصبح الحد الأعلى المركزي لضوء ثابت الطول الموجي أوسع كلما كانت الفتحة أضيق. على سبيل المثال، إذا كان  $a = \lambda$ ؛ فإن الحد الأدنى الأول يحدث عند  $\theta = 90^\circ$  ويملاً الحد الأعلى المركزي نصف الكرة الأمامي بأكمله، وفي حالة الضوء المرئي يجب أن يكون عرض الفتحة أقل من  $600 \text{ nm}$  لكي يتم ملاحظته! وبين الحدود الدنيا المتعددة في نمط الحيود توجد حدود قصوى في توزيع الشدة. وسيتم الآن مناقشة حسابات توزيع الشدة.

ندرس الآن انقسام الفتحة وحيدة العرض  $a$  إلى شرائط متوازية عددها  $N$  وعرضها  $\Delta x$  \* . كل شريط يمكن أن يعمل كمصدر للموجة الثانوية التي ستساهم في شدة الضوء الكلية عند النقطة  $P$ . بفرض أن سعات المجال الكهربائي للموجات الواصلة إلى النقطة  $P$  من الشرائط المختلفة تكون متساوية، وتصل الموجات الشرائط المتجاورة إلى النقطة  $P$  بفرق طور ثابت  $\Delta\theta$ ، تتحدد بـ  $\Delta x \sin\theta$  :

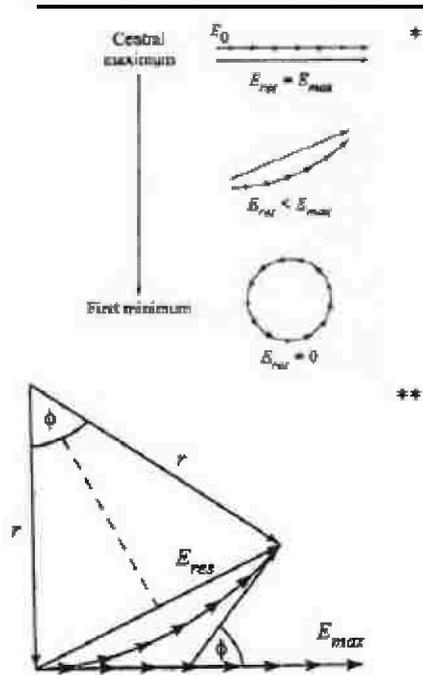
$$\Delta\phi = (2\pi/\lambda) (\Delta x \sin \theta)$$

عند النقطة  $P$ ، تتحد  $N$  من المجالات الكهربائية التي لها نفس السعة، وتردد فرق الطور  $\Delta\phi$  لإنتاج التوزيع المحصل. ويمكن إيجاد سعة التوزيع المحصل باستخدام ضابطات الطور (أو مطاورات) *phasors*، التي تمثل سعات المجال الكهربائي للموجات من كل شريط كمتجه مقداره  $E_0$  باتجاه تم تحديده بفرق الطور. أولاً: ندرس الحالة عندما تكون النقطة  $P$  في مركز نمط الحيود وإزاحة الطور بين شريطين متجاورين تكون صفرًا. لهذه النقطة المركزية، تكون كل المتجهات الكهربائية  $N$  متوازية وسعة المجال الكهربائي الناتج  $E_{res}$  تكون عبارة عن المجموع الجبري لكل  $E_0$  الفردية، ولها قيمة قصوى  $E_{max}$ . إن الحالة التي عندها النقطة  $P$  ليست نقطة مركزية على الشاشة، يمكن تحديد هذه النقطة بزاوية الإزاحة  $\theta$ . في هذه الحالة لا يزال للمتجهات  $N$  نفس المقدار لكن تختلف في اتجاهاتها بالمقدار  $\Delta\phi$ ، وسعة المجال الكهربائي الناتج أقل من  $E_{max}$ . وعند نقاط أبعد من النقطة



المركزية التي تم دراستها، تظهر الحالة المحددة حيث يصبح منحنى (رسم بياني) ضابط الطور دائرياً كلياً ويكون  $E_{res} = 0$ \*. ويتوافق هذا مع الحد الأدنى الأول في نمط الحيود، وفي حالة أن تكون الموجة من الشريط الأعلى للفتحة خارج الطور تماماً مع المقابل لها من مركز الفتحة - فإن ضابطي الطور يكونان متوازيين متضادين. وكلما زادت الزاوية  $\phi$  أكثر زادت إزاحة الطور ويصبح منحنى ضابط الطور في دورة ثانية جديدة، ويحدث حد أعلى جديد.

إذا كانت أطوال الشرائط الفعلية  $\Delta x$  متناهية الصغر  $dx$ ، فإن القوس\*\* للأسهم الموضحة يصبح قوساً لدائرة نصف قطرها  $r$ . وطول القوس الكهربائي هو  $E_{max}$  والزاوية  $\phi$  هي فرق الطور بين الموجات من أعلى الفتحة وقاع الفتحة. من الشكل الهندسي نجد أن  $\phi$  هي الزاوية المغلقة بين اثنين من أنصاف الأقطار الموضحة؛ ولذا يكون:



$$E_{res} = 2r \sin(\phi/2)$$

باستخدام مقياس زاوي أو راديان، ترتبط  $\phi$  مع  $E_{res}$  بالعلاقة:

$$\phi = E_{max}/r$$

ويؤدي جمع المعادلات الثلاث السابقة إلى النتيجة التالية:

$$E_{res} = E_{max} \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \quad \text{حيث} \quad \alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \quad (7.20)$$

وتوزيع شدة الإضاءة لنموذج الحيود،  $I_{res}$ ، يكون:

$$I_{res} = |E_{res}|^2 = I_{max} \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad (7.21)$$

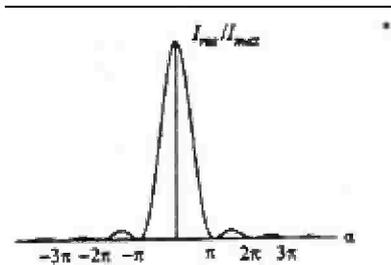
إن هذا التوزيع المميز معروف مثل دالة الجيب\*. ونحدث القيمة القصوى لهذه الدالة عند  $\theta = 0$  وتصبح قيمتها صفراً عندما تكون  $\alpha = \pi, 2\pi, \dots, n\pi$ . وعند الحدود العليا الثانوية تقل الشدة سريعاً، ويكون نمط الحيود عبارة عن حزمة مركزية مضيئة بالتناوب بين حزم جانبية معتمة ومضيئة لشدة الليزر. ويحدث الحد الأدنى الأول عندما  $\alpha = \pi$  ويكون:

$$\sin \theta = \lambda/\alpha$$

وهي النتيجة التي تم التوصل إليها في بداية هذا المقطع.

### The double slit (٧، ٥، ٢) الشق المزدوج

سوف نقوم الآن بدراسة فتحة تتكون من شقين ضيقين عرض كل منهما  $a$  وتفصلهما المسافة  $a$ . إن هذه الحالة مشابهة للحالة السابق ذكرها في المقطع (٧، ٤، ١)، ماعدا الفتحات التي لا تكون ضيقة بشكل متناهي الصغر. إن العرض المحدود يعني أن



الموجات المتداخلة في نقاط على الشاشة ستكون توزيعات شدتها محكومة بنمط الحيود لكل فتحة. إن التأثير المشترك من التداخل، والحيود يؤدي إلى توزيع شامل لشدة الضوء،  $I_{res}$ ، يعطى بالعلاقة التالية:

$$I_{res} = I_{max} \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cos^2 \beta \quad (7.22)$$

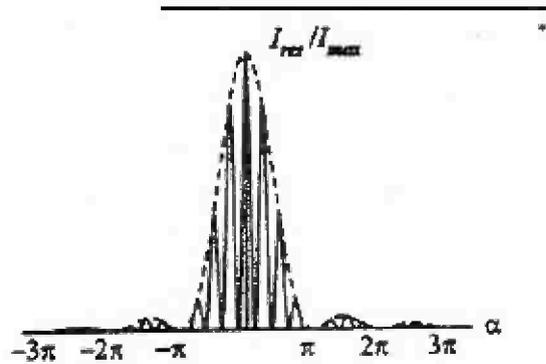
حيث:

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \quad \text{و} \quad \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad (7.23)$$

يتم تعديل الدالة الموجية sinc function من فتحة وحيدة بالعامل  $\cos^2 \beta$  الذي يفسر تأثيرات التداخل بين الموجات من الفتحتين\*. وتحدث هدب مضيئة عندما تكون  $\beta$  تساوي صفراً أو مضاعفات عدد صحيح من  $\pi$ . إذا كانت الفتحات ضيقة جداً، فإنه يحدث تداخل بسيط؛ وذلك لأن  $(\sin \alpha / \alpha) \rightarrow 1$  كلما آلت  $a \rightarrow 0$ . في الحد الآخر من  $d \rightarrow 0$ ، يقترب عامل التداخل من الوحدة ويستعاد حيود الفتحة الوحيدة.

### (٧، ٥، ٣) الشقوق الضيقة المتعددة Multiple slits

في النهاية سوف نقوم بدراسة الحيود الناتج من عدد  $N$  من الشقوق الضيقة المتوازية والمتساوية العرض  $a$  وتفصلها مسافة  $d$ ، ويمكن للضوء أن ينفذ من خلالها



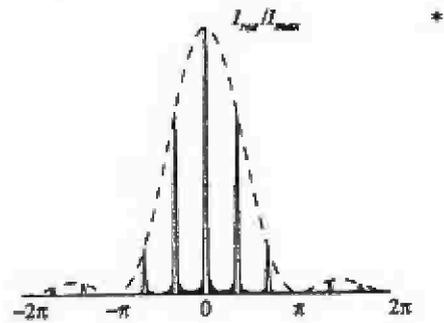
(وهي الأساس لمخزوز الحيود). إذا سقط ضوء أحادي اللون على شقوق متعددة، فإن توزيع الشدة يتكون من سلسلة من هدابات التداخل. يتم تحديد الانفصال الزاوي بين الهدابات (كما سبق توضيحه) بواسطة النسبة  $\lambda/d$ ، بينما تحدد شدات هدابات التداخل بالنسبة  $a/\lambda$ . ويحدث الحد الأعلى الأساسي عندما يكون فرق المسار بين الأشعة من الشقوق المتجاورة عدداً صحيحاً من الأطوال الموجية:

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (7.24)$$

يتم تحديد مواقع الحد الأعلى الأساسي في توزيع الشدة فقط بواسطة العلاقة  $\lambda/d$  ولا تعتمد على عدد الشقوق  $N$ . ويمكن أن نقتبس بدون اشتقاق أن دالة توزيع الشدة هي:

$$I_{res} = I_{max} \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2 \quad (7.25)$$

مرة أخرى تظهر دالة الجيب للحيود من الفتحة الوحيدة وتكون أنماط الحيود المغلفة، بينما ينشأ العامل الثاني خلال تراكم الموجات  $N$ ، مع فرق طور ثابت. إذا وضعنا  $N = 2$ ، فسوف نقلل المعادلة (7.25) لتكون بالنسبة للفتحة المزدوجة. وكلما ازدادت قيمة  $N$ ، ازداد ضيق الحد الأعلى الأساسي، وازداد عدد القمم الثانوية. يحدث الحد الأعلى داخل غلاف الحيود عندما تكون  $\beta = m\pi$  حيث  $m = 0, 1, 2, \dots$ . ويحدث



الحد الأعلى الثانوي عندما تكون  $\beta = 3\pi/2N, 5\pi/2N, \dots$  ، ويحدث الحد الأدنى عند  $\beta = \pi/N, 2\pi/N, \dots, m\pi/N$ .

**(٧, ٥, ٤) محزوزات الحيود Diffraction gratings**

إن محزوزات الحيود تتكون من عدد كبير من الشقوق الضيقة المتوازية، والمتساوية الاتساع، وتفصلها مسافة متساوية يمكن للضوء أن ينفذ من خلالها، وهي محفورة في لوح شفاف أو معدني، وتعتمد على المحزوز إن كان سيعمل في نمط الانعكاس أو الإرسال. إن المسافة الفاصلة بين الحزوز  $d$ ، تكون مسافة صغيرة للغاية، وقيمها المثالية حوالي  $10^{-6} \text{ m}$ . ويعطى الحد الأعلى في نمط الحيوط بواسطة العلاقة:

$$m\lambda = d (\sin \theta_i + \sin \theta_m) \quad (7.26)$$

حيث  $m$  هي رتبة الحيود، و  $\theta_i$  زاوية السقوط و  $\theta_m$  هي زاوية الانعكاس. وبالنسبة للسقوط العمودي تختزل هذه المعادلة إلى المعادلة الشائعة الاستخدام التالية:

$$\sin \theta = m \lambda / d$$

ويمكن استخدام محزوز الحيود لفصل الضوء إلى أطواله الموجية الأساسية؛ نظراً لأن زاوية الحيود  $\theta$  تكون دالة في الطول الموجي  $\lambda$ . ويتفاضل المعادلة السابقة بالنسبة إلى  $\lambda$  نحصل على معدل تغير الزاوية  $\theta$  بالنسبة إلى  $\lambda$ ،  $d\theta/d\lambda$  أو التشتت الزاوي angular dispersion للمحزوز كما يلي:

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta} \quad (7.27)$$

وعندما يكون المطلوب تشتتاً عالياً من المحزوز؛ فإنه يجب استخدام رتبة عالية كلما أمكن\*.

\* تمرين (٧,١٠): إن محزوز الحيود الذي له ١٠٠٠٠٠ سطر لكل سنتيمتر، يكون مضاء عند السقوط العمودي بالضوء الصادر من مصباح الصوديوم. يتكون الضوء من اثنين من الأطوال الموجية المتقاربة بمسافة فصل 589.6nm و 589.0nm على التوالي. (أ) احسب عن أي زاوية سيحدث حد الرتبة الأعلى الأول لكلا الطولين الموجيين. (ب) الفصل الزاوي بين حد الرتبة الأعلى الأول لتلك الأطوال للموجة؟

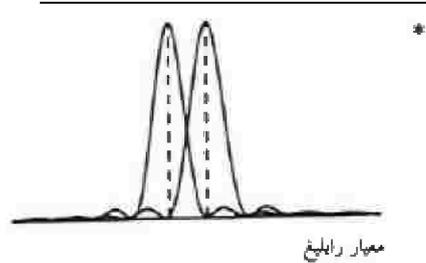
**Resolving power of a grating (٧, ٥, ٥)** القدرة التحليلية للمحزوز

يعتبر محزوز الحيود أفضل بكثير من الموشور في تحليل طيف الضوء إلى مركباته، وأكثر دقة وخاصة للتمييز بين طولين موجيين متقاربين جداً؛ ولذلك يقال بأن محزوز الحيود له قدرة تحليل أعلى من الموشور، ولكي يتم فصل موجات ضوء له أطوال موجية مختلفة قليلاً؛ ينبغي أن يكون الحد الأعلى الأساسي لكل الأطوال الموجية في أضيق نطاق كلما أمكن. وتعرف القدرة التحليلية للمحزوز  $R$  بأنها:

$$R = \lambda / \Delta\lambda \quad (7.28)$$

حيث  $\lambda$  هي متوسط الطول الموجي لموجتين يتعين تحليلهما و  $\Delta\lambda$  هي الفرق بين الطولين الموجيين. تأمل في طولين موجيين مختلفين هما  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$ ؛ يمكن القول بأن هذين الطولين الموجيين قابلين للتحليل إذا كان الحد الأعلى الرئيس في نمط الحيود للطول الموجي الأول تم وضعة عند الحد الأدنى الأول من الطول الموجي الثاني. إن هذا الشرط معروف بمعيار رايليغ\* Rayleigh criterion. توضح المعادلة (7.27) أن الانفصال الزاوي  $\Delta\theta$  بين حدين أعلىين أساسيين من طولين موجيين مفصولين بـ  $\Delta\lambda$  يعطى بالمعادلة التالية:

$$\Delta\theta = \frac{m\Delta\lambda}{d \cos\theta}$$



إن معيار رايليغ يؤكد أن  $\Delta\theta$  تساوي الانفصال الزاوي بين الحد الأعلى الأساسي والحد الأدنى المجاور له. بالنسبة لأي رتبة حيود  $m$  يعطى هذا الانفصال الزاوي بواسطة :

$$\Delta\theta_m = \frac{\lambda}{Nd \cos\theta}$$

وبمساواة المعادلتين السابقتين يكون لدينا :

$$R = \lambda / \Delta\lambda = Nm \quad (7.29)$$

أي أن قدرة التحليل تزداد بزيادة الرتبة  $m$ ، وكلما كان عدد الشقوق الكلي المضاعف  $N$  كبيراً، كانت قدرة التحليل كبيرة. وهذا أمر مفهوم لأن فرق المسار يزداد مع  $m$ ؛ ولذا نجد أن الفرق الزاوي بين الطولين الموجيين كبير عند أطراف الرتبة الأعلى. أما بالنسبة للحد الأعلى المركزي  $m = 0$ ؛ فإن تحليل المحزوز يكون صفراً؛ نظراً لعدم انحراف كل الأطوال الموجية في هذه الرتبة.

#### (٧، ٥، ٦) تطبيقات الحيود Applications of diffraction

إن الأشعة السينية X-rays هي إشعاع كهرومغناطيسي بأطوال موجية من الرتبة  $10^{-10}m$ . في هذه الحالة، لا يستطيع محزوز الحيود العادي فصل الحد الأعلى المركزي والحد الأعلى الأول حيث إن  $d \ll \lambda$ . على أية حال، يمكن أن تعمل البلورة كمحزوز حيود للأشعة السينية نظراً لأن  $10^{-10}m$  هو الانفصال الذري المثالي. ومن ثم عندما تسقط الأشعة السينية على البلورة تحيد بقوة في اتجاهات معينة، وتكون نقاط أوبقع لاوي Laue spots. ويمكن توضيح التركيب البلوري من موضع نقاط لاوي وشدتها. وبالتعريف، تبنى البلورة بتكرار خلية وحدة التركيب unit cell، وتعمل وحدة التركيب هذه مثل عمل محزوز الحيود. يتم حيود الأشعة السينية فعلاً بالتشتت من الإلكترونات، حتى إن نمط الحيود يدل على توزيع الكثافة الإلكترونية في خلية وحدة التركيب. تتمتع في ترتيب ثنائي الأبعاد لذرات تراه متمثلاً في طبقة واحدة من ترتيب

ثلاثي الأبعاد. إن شعاع الأشعة السينية الساقط ينعكس جزئياً بواسطة الصف الأعلى ، وجزئياً بالصف الثاني\* . وبالنسبة لنقطة لاوي ، لكي يحدث تداخل بناء بين شعاعين يجب أن يكون فرق المسار بينهما عدداً صحيحاً من الأطوال الموجية :

$$m\lambda = 2d \sin \theta \quad (7.30)$$

إن هذه المعادلة تعرف بقانون براغ Bragg's law ويسمح بتعيين الانفصالات الذرية. ويجب ملاحظة أنه في هذه الحالة يتم قياس  $\theta$  من المستوى الأفقي (المسطح) وليس من العمودي ؛ لذلك فإن  $2\theta$  هي زاوية التشتت.

تعتمد شدة نمط الحيود بقوة على عدد الإلكترونات الموجودة في خلية وحدة التركيب. ومن ثم ، تزداد احتمالية تشتت الأشعة بدرجة كبيرة مع العدد الذري ، وكذلك أيضاً دراسات حيود الأشعة السينية تكون أقل تأثيراً على دراسة التركيب البلوري للهيدروجين والمركبات المحتوية على ديوتريوم. وبالرغم من ذلك ، يمكن تحديد أماكن الذرات الخفيفة في المواد الصلبة باستخدام حيود النيوترون neutron diffraction. تخترق النيوترونات التركيب الإلكتروني للذرة ، وتشتت بالنواة ، مما يؤدي إلى احتمالية التشتت التي لا تعتمد بشكل أساسي على العدد الذري ؛ ولذا يمكن اكتشاف النويات الخفيفة بسهولة. وعلاوة على ذلك ، لأن للنيوترون عزم مغناطيسي ؛ فإنه يمكن استخدام حيود النيوترون لدراسة الخواص المغناطيسية للمواد الصلبة. في هذه الحالة يحدث حيود مغناطيسي كهزم مغناطيسي لتفاعل النيوترون مع عزوم مغناطيسية دائمة داخل المادة الصلبة.

