الفصـــــل الخامـــــــــس

مقاييس التشتت و التبعثر

أولا: المـــــــــــــدى

ثانيا: الانحراف المتوســط

ثالثا: التباين والانحراف المعياري

رابعا: معامل الاختـــــــــلاف

خامسا: مقاس الالتواء والتفرطح

سادسا: العلاقة بين المتوسطات الإحصائية ومقاييس التشتت

مقاييس التشتـــــت:

تبين لنا مقاييس النزعة المركزية كما لاحظنا القيمة المركزية للتوزيع التكراري دون أن تظهر لنا كيف تتوزع وتنتشر قيم المتغير على هذه الكمية المركزية. فهي تلخص وتوصف مجموعة/ عينة بقيمة واحدة ولذلك فمعرفتها واجبة عند القيام بمقارنات بين قيم مجموعات مختلفة مثلا متوسط النساء المستعملات لوسائل منع الحمل مع متوسط النساء اللواتي لا تستعملن وسائل منع الحمل.

كذلك متوسط بين وفاة الذكور بسبب ما مقارنة بمتوسط سن وفيات الإناث بنفس السبب ... إلخ، لكن هل يكفي أن نأخذ هذه المقاييس لوصف قيم المجموعة وصفا كاملا. طبعا لا، لأننا نحتاج إلى معرفة تباعد القيم عن بعضها البعض أي وصف درجة اختلاف مفردات/قيم كل من المجموعتين عن بعضها البعض أو بعبارة أخرى نصف درجة تشتتها.

فمثلا لدينا مجموعتان واحدة تنظم النسل والأخرى لا تنظم النسل حسب الطبقة الاجتماعية التي تنتمي إليها.

الطبقـــــة	تنظـــم	لا تنظـــم
طبقة فقيرة	–	٢٤
طبقة متوسطة	٢٥	٢٥
طبقة مرتفعة	٢٥	٦٠

نلاحظ أن المتوسط الحسابي لكل من المجموعتين = ٢٥ فهل يمكننا أن نقول أن المجموعتين متجانستين حسب المستوى المعيشي أو الطبقي.

إن مجرد النظر لهذه البيانات ندرك أن قيم المجموعة الأولى وهي النساء اللواتي تنظمن نسلهن مبعثرة وغير متجانسة فيما بينها بينما المجموعة الثانية متقاربة جدا أي اللواتي لا تنظمن نسلهن لهذا في هذه الحالة لا بد من توضيح كيف تتوزع هذه القيم حول أوساطها، فهل هذه القيم تكون قريبة من حول المراكز أو بعيدة عنه ومعرفة درجة التباعد هذا سيكشف لنا جهة أخرى مهمة من خواص التوزيع، وهو ما يعبر عنه

بالتشتت. فمقياس التشتت يعطي فكرة سليمة عن صلاحية الوسط لتمثيل البيانات فالباحث يحتاج عادة إلى استخدام قيمة تعبر عن مدى تباعد القيم أو تقاربها في المجموعات التي يشملها البحث.

ويقصد بالتشتت هو تباعد القيم عن بعضها لكن هذا بدوره يحمل بطياته عدة تساؤلات لعدم تجانس البيانات في بعض أوقاته لذا اتفق على نقطة ثابتة لقياس التباعد أو التقارب عن هذه النقطة وهو المتوسط الحسابي خير ممثل لهذه النقطة حيث أن غالبية النقاط تكون قريبة نحو هذه النقطة وقد يكون هذا البعد كبيرا أي أن البيانات مبعثرة والتفاوت كبيرا بينـــــها. البعد قليلا أي أن البيانات/القيم غير مبعثرة والتفاوت قليلا بينها، أو قد يكون هذا البعد متساوي أي لا يوجد تشتت أي تجانس الوحدات ومن أهم مقاييس التشتت تقوم بقياس مدى تجانس التوزيعات الإحصائية أو عدم تجانسها.

١-المـــــــــــدى:

:أ/- المدى في حالة البيانات الغبر مبوبـــــة

وفيه نقوم بترتيب البيانات تصاعديا أم تنازليا ثم نقوم نقوم بحسابه وفق الصيغة التاليـــــة:

المـــــــدى = أكبر قيمـــــة – أصغر قيمـــــة

مثـــــال: لدينا عائلتين موزعتين حسب سن أفرادها

- العائلة الأولى: ١٠، ٨، ١٥، ٣٥، ٣٧
- العائلة الثانية: ٢، ٨، ٤٣، ٤٠، ٥

- المدى عند العائلة الأولى هو: ٨، ١٠، ١٥، ٣٥، ٣٧ ٣٧ – ٨ = ٢٩
- المدى عند العائلة الثانية هو: ٢، ٥، ٨، ٤٠، ٤٣ ٤٣ – ٢ = ٤١

وعلى ضوء هذه القيم المتحصل عليها نلاحظ أن العائلة الثانية أكثر تشتتا من العائلة الأولى، هذا يعني أن مفردات الثانية أكثر تبعثرا من مفردات العائلة الأولى من ناحية سنهم.

وقد نحصل على بيانات تكون فيها بعض القيم متطرفة قيمة كبيرة جدا أو صغيرة جدا، لذا فإن قيمة المدى تتأثر بها ويكون البعد كبيرا لذا ينصح بحرف هذه القيم المتطرفة عن طريقة استخدام إحدى الصبغ التالية:

المدى المئين = المئين الأعلى – المئين الأدنى = المئين ٩٩ – المئين الأول = م٩٩ – م١

نصف المدى المئيني = المدى المئين / ٢ = م٩٩ – م١ / ٢

المدى العشيري = العشير التاسع – العشير الأول، ع٩ – ع١

نصف المدى العشيري = ع٩ – ع١ / ٢

المدى الربيعي = الربيع الأعلى – الربيع الأدنى ر٧٥ – ر٢٥

نصف المدى الربيعي = الربيع الأعلى – الربيع الأدنى / ٢ = ر٧٥ – ر٥ / ٢

مثـــــال: لدينا البيانات التالية التي بين علامات ٨ طلبة في مادة علم الإجتماع العام والمطلوب حساب، المدى المطلق ونصف المدى الربيعي، ١٥، ١٣، ١٠، ٨، ٦، ١٦، ١١، ١٢

الحـــــل:

أولا الترتيب التصاعدي للعلامات ٦، ٨، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٥، ١٦

المدى المطلق = أكبر قيمة – أصغر قيمة = ١٦ – ٦ = ١٠

إيجاد نصف المدى الربيعي:

- رتبة الربيع الأدنى ر٢٥ = $\frac{٢٥}{١٠٠}$ (٨ - ١٠) = $\frac{٢٢٥}{١٠٠}$ = ٢،٢٥
- رتبة الربيع الأعلى ر ٧٥ = $\frac{٧٥}{١٠٠}$ (٨ - ١) = ٦،٧٥

القيم المناظرة للربيع الأدنى م٢٥ هي الربيع الثاني والثالث من ٨، ١٠

قيمة الربيع الأدنى = $\frac{٨ + ١٠}{٢}$ = ٩

القيم المناظرة للربيع الأعلى ر٧٥ هي الربيع السادس والسابع ١٣، ١٥

قيمة الربيع الأعلى = $\frac{١٣+١٥}{٢}$

٥

وعليه فإن المدى الربيعي=١٤ - ٩ =٥ أما نصف المدى الربيعي ——

٢

= ٢،٥

ب/- المدى في حالة البيانات المبوبـــة:

أ)- نصف المدى الربيعي/ الإنحراف الربيعـــــي:

ويحسب وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$\frac{\text{الربيع الأعلى – الربيع الأدنى}}{٢} = \frac{\text{ر٧٥ – ر٢٥}}{٢}$$

مثـــــال:

أوجد نصف المدى الربيعي للجدول التالي الذي يبين توزيع مجموعة من الأشخاص حسب مدة ترسيمهم في العمل.

الفئـــــات	ك	س	ك الصاعد
٠ – ٥	٣	٢،٥	٣
٥ – ١٠	٨	٧،٥	١١
١٠ – ١٥	٢٠	١٢،٥	٣١
١٥ – ٢٠	١٣	١٧،٥	٤٤
٢٠ – ٢٥	٦	٢٢،٥	٥٠
٢٥ – ٣٠	١٠	٢٧،٥	٦٠
المجمـــــوع	٦٠		

_المدى المطلق = الحد الأعلى للفئة العليا – الحد الأدنى للفئة الدنيا

= ٣٠ – ٠ = ٣٠

_ المدى الفعلي المطلق = ٣٠،٥ – (– ٠،٥) = ٣١

_ إيجاد نصف المدى الربيعي.

أولا لابد من إيجاد الربيع الأعلى ر٧٥

رتبة الربيع الأعلى = $\frac{٧٥}{١٠٠}$ × (٦٠) = ٤٥ إذن فموقعه في الفئة ٢٠– ٢٥

إذن: ر٧٥ = ٢٠ + $\frac{٤٥ - ٤٤}{٦٠ - ٤٤}$ × ١٠ = ٢٠،٣١

ثانيا إيجاد الربيع الأدنى ر٢٥:

١– رتبة الربيع الأدنى = $\frac{٢٥}{١٠٠}$ (٦٠) = ١٥ إذن فموقعه في الفئة ١٠– ١٥

إذن: ر٢٥ = ١٠ + $\frac{٤}{٣٣}$ × ٥ = ١٠ + $\frac{٤}{٤٤ - ١١}$ × ٥ = ١٠،٦١

بتطبيق النتائج على القانون السابق ذكره نجد أن نصف المدى الربيعي = $\frac{٢٠،٣١ - ١٠،٦١}{٢}$ = ٤،٨٥

2 - الإنحراف المتوســـــط:

الإنحراف المتوسط هو مقياس من مقاييس التشتيت يقيس درجة الإنحراف عن المتوسط الحسابـــــي.

أ_ في حالة البيانات غير المبوبـــــة:

الإنحراف المتوسط = $\frac{\Sigma |ح_ر|}{ن}$ = $\frac{\Sigma |س_ر - سَ|}{ن}$

مثـــــال: أوجد الإنحراف المتوسط للقيم التالية التي تبين مدة استعمال وسائل منع الحمل لخمسة نساء في سن الإنجاب ٥، ١٠، ٦، ٣، ١٥

الحل: حساب سَ = $\frac{٥ + ١٠ + ٦ + ٣ + ١٥}{٥}$ = ٧،٨ سنة

ح١ = |س١ – سَ| = ٥ – ٧،٨ = ٢،٨

ح٢ = |س٢ – سَ| = ١٠ – ٧،٨ = ٢،٢

ح٣ = |س٣ – سَ| = ٦ – ٧،٨ = ١،٨

ح٤ = |س٤ – سَ| = ٣ – ٧،٨ = ٤،٨

ح٥ = |س٥ – سَ| = ١٥ – ٧،٨ = ٧،٢

$\Sigma |س - سَ| \Sigma$ = ١٨،٨

الإنحراف المتوسط هنا أم = $\frac{\Sigma |ح|}{ن}$ = $\frac{١٨،٨}{٥}$ = ٣،٧٦

ب)- في حالة البيانات المبوبـــــة:

لإيجاد الإنحراف المتوسط في حالة البيانات المبوبة نتبع القانون التالية:

$$\text{الإنحراف المتوسط. أ. م} = \frac{\Sigma\, |ح| \times ك}{\Sigma\, ك}$$

مثـــــال: أوجد الإنحراف المتوسط للبيانات التالية:

الفئات	ك	س	ك. س	|ح|	|ح| ك
٠ – ٥	٣	٢،٥	٧،٥	١٣,٤٢	٤٠,٢٦
٥ – ١٠	٨	٧،٥	٦٠	٨,٤٢	٦٧,٣٧
١٠ – ١٥	٢٠	١٢،٥	٢٥٠	٣,٤٢	٦٨,٤
١٥ – ٢٠	١٣	١٧،٥	٢٢٧،٥	١,٥٨	٢٠,٥٤
٢٠ – ٢٥	٦	٢٢،٥	١٣٥	٦,٥٨	٣٩,٤٨
٢٥ – ٣٠	١٠	٢٧،٥	٢٧٥	١١,٥٨	١١٥,٥
المجمـــوع	**٦٠**		**٩٥٥**		**٣٥١,٨٤**

$$\text{سَ} = \frac{\Sigma\, ك\, س}{\Sigma\, ك} = \frac{٩٥٥}{٦٠} = ١٥,٩٢$$

$$\text{أم} = \frac{٣٥١,٨٤}{٦٠} = ٥,٨٦$$

٣/- التباين والإنحراف المعيـــــاري:

التباين هو مجموع مربعات الإنحرافات عن وسطها الحسابي مقسوما على حجم العينة وإنما الإنحراف المعياري فهو الجدر التربيعي للتباين.

أ)- في حالة البيانات غير المبوبـــــة:

$$\text{التباين : } ع^{٢} = \frac{\Sigma\, ح^{٢}}{ن} \qquad \text{أما الإنحراف المعياري: } ع = \sqrt{\frac{\Sigma\, ح^{٢}}{ن}}$$

مثـــــال: أوجد التباين والإنحراف المعياري للتوزيعين التاليين الذان يبين تنظيم نسل مجموعة من النساء حسب الطبقة الإجتماعية.

الطبقـــــة	تنظيم النســـل	لا تنظيـم
فقيـــــرة	٠	٢٤
متوسطـــة	٢٥	٢٤
غنية/ مرتفعة	٥٠	٢٦
المجمـــوع	**٧٥**	**٧٥**

أولا حساب التباين والإنحراف المعياري للنساء المنظمات للنسل حسب الطبقة التي تنتمين إليها.

الطبقـــــة	ك	ح	ح^{٢}
طبقة فقيرة	٠	– ٢٥	٦٢٥
طبقة متوسطة	٢٥	٠	٠
طبقةغنية/ مرتفعة	٥٠	+ ٢٥	٦٢٥
المجمـــوع	**٧٥**	٠	**١٢٥٠**

$$\text{سَ} = \frac{\Sigma \text{ س}}{\text{ن}} = \frac{٧٥}{٣} = ٢٥$$

$$\text{حساب التباين ع}^{٢} = \frac{\Sigma \text{ ح}^{٢}}{\text{ن}} = \frac{١٢٥٠}{٣} = ٤١٦،٦٧$$

$$\text{حساب الإنحراف المعياري ع} = \sqrt{\frac{\Sigma \text{ ح}^{٢}}{\text{ن}}} = \sqrt{\frac{١٢٥٠}{٣}} = \sqrt{٤١٦،٦٧} = ٢٠،٤١$$

ثانيـــا: حساب التباين والإنحراف المعياري للنساء الغير منظمات للنسل حسب الطبقة الإجتماعية المنتميات إليها.

الطبقـــــة	ك	ح	ح^{٢}
طبقة فقيرة	٢٤	– ١	١
طبقة متوسطة	٢٥	٠	٠
طبقةغنية/ مرتفعة	٢٦	+ ١	١
المجمـــوع	**٧٥**		**٢**

سَ = $\frac{٧٥}{٣}$ = ٢٥

حساب التباين: ع^{٢} = $\frac{\Sigma ح^{٢}}{ن}$ = $\frac{٢}{٣}$ = ٠،٦٧

حساب الإنحراف المعياري ع = $\sqrt{\frac{\Sigma ح^{2}}{ن}}$ = $\sqrt{\frac{٢}{٣}}$ = $\sqrt{٠،٦٧}$ = ٠،٨٢

ومن هنا نلاحظ أن المجموعة الثانية وهي النساء غير المنظمات للنسل أكثر انسجاما من المجموعة الأولى ومن النساء المنظمات للنسل وذلك لأن انحرافها كبير جدا عن الوسط وتقدر بـــ ٢٠،٤١ أما المجموعة الثانية فتقريبا انحرافها عن الوسط منعدما إذ قدرت بـــ ٠،٨٢

ب)- في حالة البيانات المبوبـــــة:

التباين ع^{٢} = $\frac{\Sigma ح^{٢} \times ك}{\Sigma ك}$

أما الإنحراف المعياري ع = $\sqrt{\frac{\Sigma ح^{٢} \times ك}{\Sigma ك}}$

مثـــــال: أوجد الإنحراف المعياري والتباين للجدول التالي:

الفئـــــــات	ك
١٥ – ٢٥	٣٤٣
٢٥ – ٣٥	٣٨٠
٣٥ – ٤٥	٥٣٠
٤٥ – ٥٥	٥٤٧
٥٥ – ٦٥	٤٦٤
٦٥ – ٧٥	٢٧١
٧٥ – ٨٥	١١٤
المجمـــــــوع	**٢٦٤٩**

الحـــــل:

لفئـــات	ك	س	ك. س	ح	ح^{2}	ح^{2} × ك
١٥ – ٢٥	٣٤٣	٢٠	٦٨٦٠	– ٢٦،٣	٦٩١،٦٩	٢٣٧٢٤٩،٦٧
٢٥ – ٣٥	٣٨٠	٣٠	١١٤٠٠	– ١٦،٣	٢٦٥،٦٩	١٠٠٩٦٢،٢
٣٥ – ٤٥	٥٣٠	٤٠	٢١٢٠٠	– ٦،٣	٣٩،٦٩	٢١٠٣٥،٧
٤٥ – ٥٥	٥٤٧	٥٠	٢٧٣٥٠	٣،٧	١٩،٦٩	٧٤٨٨،٤٣
٥٥ – ٦٥	٤٦٤	٦٠	٢٧٨٤٠	١٣،٧	١٨٧،٦٩	٨٧٠٨٨،١٦
٦٥ – ٧٥	٢٧١	٧٠	١٨٩٧٠	٢٣،٧	٥٦١،٦٩	١٥٢٢١٧،٩٩
٧٥ – ٨٥	١١٤	٨٠	٩١٢٠	٣٣،٧	١١٣٥،٦٩	١٢٩٤٦٨،٦٦
المجمـــوع	**٢٦٤٩**		**١٢٢٧٤٠**			**٧٣٥٥١٠،٨١**

$$\text{المتوسط الحسابي } \bar{س} = \frac{\Sigma \text{ س ك}}{\Sigma \text{ ك}} = \frac{١٢٢٧٤٠}{٢٦٤٩} = ٤٦،٣$$

$$\text{حساب التباين } ع^{2} = \frac{\Sigma \text{ ح}^{2}.\text{ ك}}{\Sigma \text{ ك}} = \frac{٧٣٥٥١٠،٨١}{٢٦٤٩} = ٢٧٧،٦٦$$

$$\text{حساب الإنحراف المعياري } ع = \sqrt{\frac{\Sigma \text{ ح}^{2}.\text{ ك}}{\Sigma \text{ ك}}} = \sqrt{\frac{٧٣٥٥١٠،٨١}{٢٦٤٩}} = ١٦،٦٦$$

ويعتبر الإنحراف المعياري من أهم مقاييس التشتت المستخدمة في العلوم الإجتماعية كما أن الإنحراف المعياري يستعمل في عدة مؤثرات أخرى كالإرتباط وفي تحديد أشكال التوزيعات الإحصائية والإحتمالات... إلخ.

٤_ معامل الإختـــلاف:

عبارة عن النسبة بين الإنحراف المعياري والمتوسط الحسابي ويعتبر من مقاييس التشتت النسبية، ويستعمل خاصة في المقارنة بين توزيعات إحصائية غير متجانسة ويحسب وفق الصيغة التالية: $\frac{ع}{\bar{س}}$ وفي المثال السابق أعلاه نجده يقدر بـ $\frac{١٦،٦٦}{٤٦،٣} = ٠،٣٦$

٥_ مقاييس الإلتواء والتفرطـــــح:

هذا النوع من المقاييس يبين لنا ويحدد نوع شكل المنحنيات الممثلة للتوزيعات من حيث درجة تدبب قمة المنحنى أو إنبساطها ومن حيث تماثل الخط المنحنى حول محور القيمة المتوسطة للتوزيع وهذا الوصف يتم إستخدام إما معامل الإلتواء الذي يصف التوزيعات التكرارية من حيث التماثل ومقاييس التفرطح والذي يقوم بوصف التوزيعات التكرارية من حيث تدبب قمة المنحنى الذي يمثلها أو تفرطحها وإنبساطها.

٥_١_معامل الإلتـــــــواء:

ويحسب وفق القانوق التالـــي:

$$\text{معامل الإلتواء} = \frac{\text{الوسط الحسابي – المنـوال}}{\text{الإنحراف المعيـاري}} \quad \text{أي: } ى = \frac{\text{سَ – مو}}{ع}$$

إذا كان سَ > مو فإن الإلتواء يكون موجبا والعكس صحيح.

مثال: حساب معام الإلتواء للجدول السابق وجدنا: سَ = ٤٦،٣ ع = ١٦،٦٦ مو = ٥٠،٣٣

$$ى = \frac{٤٦،٣ – ٥٠،٣٣}{١٦،٦٦} = ٠،٢٤$$ أي أن الإلتواء ضئيل جدا وسالب

$$\text{أما معامل التفرطح ت} = \frac{\text{العزم الرابـع}}{\text{مربع التبايـن}}$$

٥_٢_العلاقة بين المتوسطات الإحصائية ومقاس التشتـــــت:

- نصف المدى الربيعي = ٠،٨٤٥٠ من الإنحراف المتوسط

- نصف المدى الربيعي = ٠،٦٧٤٥ من الإنحراف المعياري
- الإنحراف المتوسط = ٠،٧٩٧٩ من الإنحراف المعياري
- الإنحراف المعياري = ١،٤٨٣٠ من نصف المدى الربيعي
- الإنحراف المعياري = ١،٢٥٣٠ من الإنحراف المتوسط
- الإنحراف المتوسط = ١،١٨٢٠ من نصف المدى الربيعي

_ معامل الإختلاف الربيعي = ر٣ – ر١ × ٢و

_ الإنحراف المتوسط = الإنحراف المعياري

_ الإنحراف الربيعي = ٤/٥ الإنحراف المعياري

_ الإنحراف المتوسط عن الوسط الحسابي = ٢ع/٣ بيانات غير مبوبة

$$= \frac{\Sigma\,(س - س_{\bar{}})}{\Sigma\,(س - س_{\bar{}})\,ك} \quad \text{بيانات مبوبة}$$

$$\Sigma\,ك$$

_ الإنحراف المتوسط عن الوسيط = $\frac{\Sigma\,(س - و)}{ن}$ بيانات غير مبوبة

$$= \frac{\Sigma\,(س - و)\,ك}{ك} \quad \text{بيانات مبوبة}$$

_ الإنحراف المتوسط عن المنوال = $\frac{\Sigma\,(س - مو)}{ن}$ بيانات غير مبوبة

$$= \frac{\Sigma\,(س - مو)\,ك}{\Sigma\,ك} \quad \text{بيانات مبوبة}$$

_ معامل الإختلاف المتوسط = $\frac{أم - س_{\bar{}}}{س_{\bar{}}}$

$$\frac{أم - مو}{مو}$$

ع/س

_ معامل الإختلاف = × ١٠٠ إذا كان التوزيع التكراري مقفولا/ مغلقا

_ معامل الإختلاف = × ١٠٠ إذا كان التوزيع التكراري مفتوحا

تمارينات

التمرين الأول:

أوجد الانحراف المعياري للقيم التالية ٥، ٩، ١٢، ١٤.

القيم	ح	ح^{٢}
٥	٥ − =١٠ −٥	٢٥
٩	١ − =١٠ −٩	١
١٢	٢+ =١٠ −١٢	٤
١٤	٤+ =١٠ −١٤	١٦
المجموع	٠	٤٦

$$\overline{س} = \frac{مج(س)}{ن} = \frac{14+12+9+5}{4} = ١٠$$

$$ع = \sqrt{\frac{مج(ح^{2})}{ن}} = \sqrt{\frac{46}{4}} = ٣,٣٦$$

التمرين الثاني:

البيانات التالية تمثل درجات أو علامات طالب لمادتي الإحصاء و الرياضيات، و المطلوب حساب الانحراف المعياري للقيم المتغيرين و أيهما أكثر تشتتا؟ حساب التباين و معامل الاختلاف؟

الإحصاء / الرياضيات	٤٠- ٥٠	٥٠- ٦٠	٦٠- ٧٠	٧٠- ٨٠	٨٠- ٩٠	٩٠- ١٠٠	المجموع
٤٠- ٥٠	٣	٥	٤	–	–	–	١٢
٥٠- ٦٠	٣	٦	٦	٢	–	–	١٧
٦٠- ٧٠	١	٤ –	٩	٥	٢	–	٢١
٧٠- ٨٠	–	–	٥	١٠	٨	١	٢٤
٨٠- ٩٠	–	–	١	٤	٦	٥	١٦
٩٠- ١٠٠	–	–	–	٢	٤	٤	١٠
المجموع	٧	**١٥**	**٢٥**	**٢٣**	**٢٠**	**١٠**	**١٠٠**

الحل:

أولا حساب التباين و الانحراف المعياري و كذا معامل الاختلاف لدرجات الرياضيات.

درجات الرياضيات	ك	س	ك×س	ح	ح^{٢}	ك×ح^{٢}
٤٠- ٥٠	١٢	٤٥	٥٤٠	– ٢٤,٥	٦٠٠,٢٥	٧٢٠٣
٥٠- ٦٠	١٧	٥٥	٩٣٥	– ١٤,٥	٢١٠,٢٥	٣٥٧٤,٢٥
٦٠- ٧٠	٢١	٦٥	١٣٦٥	– ٤,٥	٢٠,٢٥	٤٢٤,٢٥
٧٠- ٨٠	٢٤	٧٥	١٨٠٠	٥,٥	٣٠,٢٥	٧٢٦
٨٠- ٩٠	١٦	٨٥	١٣٦٠	١٥,٥	٢٤٠,٢٥	٣٨٤٤
٩٠- ١٠٠	١٠	٩٥	٩٥٠	٢٥,٥	٦٥٠,٢٥	٦٥٠٢,٤
المجموع	**١٠٠**		**٦٩٥٠**			**٢٢٢٧٥**

المتوسط الحسابي لدرجات الرياضيات $\overline{س} = \frac{مج(ك \times س)}{مج(س)} = \frac{6950}{100} = ٦٩,٥$

التباين في نقاط / درجات الرياضيات = $\frac{مج(ك \times ح^{2})}{مج(ك)} = \frac{22275}{100} = ٢٢٢,٧٥$

الانحراف المعياري لدرجات الرياضيات ع $= \sqrt{\frac{\text{مج}(\text{ك} \times \text{ح}^2)}{\text{مج}(\text{ك})}} = \sqrt{\frac{22275}{100}} = ١٤,٩٢$

معامل الاختلاف لدرجات الرياضيات $= \frac{(\text{ع})(\text{س})}{\text{س}} = ١٠٠ \times \frac{14.92}{69.5} = ١٠٠ \times$

٢١,٤٦٪

ثانيا: حساب التباين، الانحراف المعياري، و كذا معادل الاختلاف لدرجات الإحصاء.

درجات الرياضيات	ك	س	ك×س	ح	ح^2	ك×ح^2
٤٠ –٥٠	١٢	٤٥	٣١٥	– ٢٦,٤	٦٩٦,٩٦	٤٨٧٨,٧٢
٥٠ –٦٠	١٧	٥٥	٨٢٥	– ١٦,٤	٢٦٨,٩٦	٤٠٣٤,٤
٦٠ –٧٠	٢١	٦٥	١٦٢٥	– ٦,٤	٤٠,٩٦	١٠٢,٤
٧٠ –٨٠	٢٤	٧٥	١٧٢٥	٣,٦	١٢,٩٦	٢٩٨,٠٨
٨٠ –٩٠	١٦	٨٥	١٧٠٠	١٣,٦	١٨٤,٩٦	٣٦٩٩,٢
٩٠ –١٠٠	١٠	٩٥	٩٥٠	٢٣,٦	٥٥٦,٩٦	٥٥٦٩,٦
المجموع	١٠٠		٧١٤٠			١٩٥٠٤

المتوسط الحسابي لدرجات الإحصاء $= \overline{\text{س}} = \frac{\text{مج}(\text{ك} \times \text{س})}{\text{مج}(\text{س})} = \frac{7140}{100} = ٧١,٤$

التباين في نقاط / درجات الإحصاء $= \frac{\text{مج}(\text{ك} \times \text{ح}^2)}{\text{مج}(\text{ك})} = \frac{19504}{100} = ١٩٥,٠٤$

الانحراف المعياري لدرجات الإحصاء ع $= \sqrt{\frac{\text{مج}(\text{ك} \times \text{ح}^2)}{\text{مج}(\text{ك})}} = \sqrt{\frac{22275}{100}} = ١٣,٩٦$

معامل الاختلاف لدرجات الإحصاء = $\frac{ع_{ء}}{\overline{س}_{ء}} = \frac{13.63}{71.4} \times ١٠٠ = ١٩,٠٩٪$

و من هنا نستنتج أن درجات الرياضيات هي أكثر تشتتا و كذا اختلافا و تغيرا من درجة الإحصاء.