

الفصل السادس

تحليل الارتباط والانحدار

أولاً: قياس الارتباط بين متغيرين – مستقل وتابع – كميين معا

(١) - معامل ارتباط كارل بيرسون

(٢) - معامل الارتلاف

ثانياً: قياس الارتباط بين متغيرين – مستقل وتابع كفيين معا

أو أحدهما كفي والثاني كمي

(١) - معامل ارتباط سيرمان

(٢) - معامل ارتباط الاقتران

(٣) - معامل ارتباط فآي

(٤) - معامل التوافق

(٥) - معامل ارتباط لامد

ثالثاً: أشكال الانتشار

رابعاً: الرسم البياني لخطوط الانحدار

الارتباط والاتحاد:

كما نتبعنا في المقاس السابقة أنها تقيس متغير واحد فقط، كسن، المدة ... إلخ أما إذا كانت البيانات تتعلق بسلوك ظاهرتين أو متغيرين أو أكثر كالعدد الحقيقي للأطفال والعدد المتالي للأطفال في الأسرة أو عدد الأطفال الأحياء بالمستوى التعليمي للأم ... إلخ لمعرفة ما إذا كانت هناك علاقة بينهما وتحديد مقدارها ونوعها في حالة وجودها أي هل هي طردية بمعنى أن تغير الظاهرتين في اتجاه واحد وبالتالي إذا زادت قيمة إحدى الظاهرتين تميل الثانية أي قيم الظاهرة الثانية إلى الزيادة وإذا نقصت قيمة الظاهرة الأولى تميل قيمة الظاهرة الأخرى إلى النقصان، أو أن هذه العلاقة عكسية بمعنى أن تغير الظاهرتين في اتجاه مضاد وبالتالي فإذا زادت قيمة إحدى الظاهرتين تميل قيمة الظاهرة الأخرى إلى النقصان والعكس بالعكس.

وقد تنشأ مسألة تحليل الارتباط في كل مرة يتساءل الباحث فيها عنها إذا كانت هناك علاقة بين القيم التي يأخذها أحد المتغيرين أي المتغير المستقل والقيم التي يأخذها المتغير الثاني وهو المتغير التابع.

ومن الطبيعي أن الباحث في غالب الأحيان لا يكفي بمعرفة ما إذا كانت هناك علاقة بين هذه المتغيرات بل أنه يرغب في معظم الأحيان تحديد مقدار هذه العلاقة ونوعها، في حالة وجودها. ونشير هنا أن وجود العلاقة أو الارتباط بين ظاهرتين أو متغيرين لا يعني بالضرورة وجود علاقة سببية أي أن إحدى الظاهرتين نتيجة الظاهرة الأخرى بل قد تكون نتيجة لعوامل خارجية خارجة عن نطاق المتغيرين موضوع الدراسة.

إن هذا الوصف الدقيق لنوعية العلاقة بين المتغيرات يدخل ضمن مجال الإحصاء الاجتماعي أي الوقوف على طبيعة العلاقة بين أكثر من متغير واحد وعن طريق هذا التفسير العددي يتسنى للباحث أن يصدر تنبؤات على الدراسة التي هو بصدد القيام بها

ويطلق على المعامل الذي يصف نوع العلاقة وقيمتها من المتغيرين معاملا الارتباط وقيمته تنحصر ما بين -١، +١.

وتعتبر دراسة الارتباط الإحصائي بين المتغيرات بالغ الأهمية في البحوث الاجتماعية لأنه يعطينا معيارا نستطيع من خلاله تقدير قيمة الفرضيات التي وضعناها أثناء الدراسة بحيث يمكننا من خلال دراسة الارتباط أن نثبت هذه الفرضيات أو ننفىها نفيا باتا. وعند دراستنا للعلاقات بين المتغيرات المختلفة نجد أن بعضها يرتبط بأكثر من متغير واحد، مثل جداول الارتباط المركبة السالفة الذكر، في هذه الحالة أما أن نقوم بدراسة علاقة المتغير بجميع المتغيرات المرتبطة به دفعة واحدة وهذا ما يسمى بالارتباط الكلي، أو ندرس علاقة المتغير المستقل بالتابع فقط وهذا ما يسمى بالارتباط الجزئي. وبصفة عامة فإن درجات الارتباط أو مستوياته يمكن تحديدها على ضوء قيم معامل الارتباط التالية.

مدى الحكم عليه	قيمة معامل الارتباط
علاقة طردية كاملة بين المتغيرين	+ ١
علاقة طردية قوية بين المتغيرين	من + ٠,٧ إلى + ٠,٩٩
علاقة طردية متوسطة بين المتغيرين	من + ٠,٤ إلى + ٠,٦
علاقة طردية ضعيفة قليلا بين المتغيرين	من + ٠,٢ إلى + ٠,٤
علاقة طردية ضعيفة للغاية بين المتغيرين	أقل من + ٠,٢
لا توجد علاقة بين المتغيرين	٠
علاقة عكسية ضعيفة للغاية بين المتغيرين	أكثر من - ٠,٢
علاقة عكسية ضعيفة نوعا ما بين المتغيرين	من - ٠,٢ إلى - ٠,٤
علاقة عكسية متوسطة بين المتغيرين	من - ٠,٤ إلى - ٠,٦
علاقة عكسية قوية بين المتغيرين	من - ٠,٧ إلى - ٠,٩٩
علاقة عكسية كاملة بين المتغيرين	- ١

١_ قياس الارتباط بين متغيرين مستقل وتابع كميين معا:

١_١ - معامل ارتباط كارل بيرسون:

نفرض أنه لدينا متغيرين المتغير الأول مستقل س والمتغير الثاني تابع ع ولدينا ن من الأزواج القيم (س، ع) حيث أن قيم س = س١، س٢، س٣ ... س ن قيم ع هي: ع١، ع٢، ع٣ ... ع ن وهما متغيرين كميين معا.

فالعلاقة بين المتغيرين س، ع ستتوقف على قيم كل من المتغيرين ولذلك فلا بد أن نستخدم هذه القيم لقياس علاقة الارتباط بينهما.

والارتباط يقيس العلاقة بين التغير في قيم س والتغير في قيم ع ولذلك فلا بد لنا من إيجاد التغير في قيم كل من س، ع وأفضل طريقة لقياس هذا التغير هي إيجاد الفرق بين قيم كل متغير ووسطه في هذه الحالة.

ومعامل ارتباط كارل بيرسون يسد نقصا كبيرا في حالة استعمالنا لمعامل سبرمان عند وجود متغيرين كميين قابلين للقياس لكن في جداول غير مبوبة.

حيث يهتم هذا الأخير بالرتب وليس بالقيم نفسها، وحساب الارتباط بالرتب تقل دقته من حسابه على أساس القيم فزيادة القيم أو نقصها لا تتغير من قيمة المعامل على أساس الرتب مادامت هذه الزيادة أو النقصان لا تغير وضع القيمة بالنسبة لمجموعة بينما يتأثر

معامل الارتباط بيرسون بأي تغير في أي قيم من قيم المتغيرين

أ- معامل كارل بيرسون في حالة البيانات غير المبوبة:

ويحسب وفق القانون التالي:

$$r = \frac{1}{n} \frac{\sum (s - \bar{s})(e - \bar{e})}{\sqrt{\sum (s - \bar{s})^2 \sum (e - \bar{e})^2}}$$

أحسب معامل كارل برسون للبيانات التالية:

ع	س	
٧	١	
١٩	٣	
٢٥	٤	
٤٣	٧	
٦١	١٠	
١١٥	٢٥	المجموع

س	ع	س - ع	ع - ع	(س - ع)²	(ع - ع)²	(س - ع)(س - ع) - (ع - ع)
١	٧	٤ -	٢٤ -	١٦	٥٧٦	٩٦
٣	١٩	٢ -	١٢ -	٤	١٤٤	٢٤
٤	٢٥	١ -	٦ -	١	٣٦	٦
٧	٤٣	٢	١٢	٤	١٤٤	٢٤
١٠	٦١	٥	٣٠	٢٥	٩٠٠	١٥٠
٢٥	١٥٥			٥٠	١٨٠٠	٣٠٠

$$\bar{س} = \frac{\sum س}{ن} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$$

$$\bar{ع} = \frac{\sum ع}{ن} = \frac{١٥٥}{٥} = ٣١$$

$$\bar{س} ع = \frac{\sum س ع}{ن} = \frac{٣٠٠}{٥} = ٦٠$$

$$\bar{ع} ع = \frac{\sum ع ع}{ن} = \frac{١٨٠٠}{٥} = ٣٦٠$$

بتعويض هذه المحاصيل في قانون ر نجد أن:

$$ر = \frac{1}{\frac{\sum (س - ع)(س - ع) - (ع - ع)}{س ع ع}} = \frac{1}{\frac{٣٠٠}{(١٩,٠٣)(٣,١٦)}} = ٠,٩٩$$

هذا يعني أن الارتباط قوي جدا وموجب/ طردي قريب من أن يكون كاملا بين المتغيرين.

(ب) - في حالة البيانات المبوبة:

إذا كان لدينا مجموعتين كبيرتين من قيم ظاهرتين أو متغيرين كميين معا يتجاوز تكرارها الكلي ٥٠ وأردنا دراسة، الارتباط بين قيم المتغيرين فلا بد من تبويب هذه البيانات في فئات ومن ثم أعداد جداول تكرارية مزدوجة من النوع المعروف ويحسب حينها معامل الارتباط بيرسون وفق العلاقة التالية.

$$r = \frac{\sum (س - \bar{س})(ع - \bar{ع}) - \frac{\sum (س - \bar{س}) \sum (ع - \bar{ع})}{N}}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \sum (ع - \bar{ع})^2}}$$

مثال: لنفرض أننا نرغب في إجراء دراسة تحليلية للارتباط بين عمر العامل وأجره الأسبوعي معطى بالا وروا وإجراء هذه الدراسة أخذنا عينة عشوائية تتكون من ٩٠ عاملا وعاملة واعتبرنا العمر هو المتغير المستقل والأجر هو المتغير التابع وبعد أن حصلنا على البيانات التالية وهي قيم س، ع المبوبة في الجدول التالي والذي سوف نقوم بحساب معامل كارل بيرسون له.

ع	٦٠ - ٥٠	٧٠ - ٦٠	٨٠ - ٧٠	٩٠ - ٨٠	١٠٠ - ٩٠	المجموع
س	٣٠ - ٢٠	٣	٣	١	-	٧
٤٠ - ٣٠	-	٤	٦	٥	-	١٥
٥٠ - ٤٠	-	١	١٥	٥	٩	٣٠
٦٠ - ٥٠	-	٤	٦	٨	٢	٢٠
٧٠ - ٦٠	٢	٤	١٠	٢	-	١٨
المجموع	٥	١٦	٣٨	٢٠	١١	٩٠

الحل:

(١) - حساب ح س و ع س:

فئات العمر	ك س	س س	ح س	ح س × ك	ح س × ك
٣٠ - ٢٠	٧	٢٥	- ٢٠	- ١٤٠	٢٨٠٠
٤٠ - ٣٠	١٥	٣٥	- ١٠	- ١٥٠	١٥٠٠
٥٠ - ٤٠	٣٠	٤٥	٠	٠	٠
٦٠ - ٥٠	٢٠	٥٥	+ ١٠	٢٠٠	٢٠٠٠
٧٠ - ٦٠	١٨	٦٥	+ ٢٠	٣٦٠	٧٢٠٠
المجموع	٩٠			٢٧٠	١٣٥٠٠

$$\text{من الجدول نجد أن ح س} = \frac{\text{ح س} \times \text{ك س}}{\text{ك س}} = \frac{٢٧٠}{٩٠} = ٣$$

$$\text{ع س} = \sqrt{\frac{\sum \text{ح س}^2 \times \text{ك س}}{\sum \text{ك س}} - (\text{ح س})^2} = \sqrt{\frac{١٣٥٠٠}{٩٠} - (٣)^2} = ١١,٨٧$$

(٢) - حساب ح ع، و ع ع:

فئات الأجر	ك ع	س ع	ح ع	ح ع × ك	ح ع × ك
٦٠ - ٥٠	٥	٥٥	- ٢٠	- ١٠٠	٢٠٠٠
٧٠ - ٦٠	١٦	٦٥	- ١٠	- ١٦٠	١٦٠٠
٨٠ - ٧٠	٣٨	٧٥	٠	٠	٠
٩٠ - ٨٠	٢٠	٨٥	+ ١٠	٢٠٠	٤٠٠٠
١٠٠ - ٩٠	١١	٩٥	+ ٢٠	٢٢٠	٤٤٠٠
المجموع	٩٠			١٦٠	١٢٠٠٠

$$\text{من الجدول نجد كذلك أن ح ع} = \frac{\text{ح ع} \times \text{ك ع}}{\text{ك ع}} = \frac{١٦٠}{٩٠} = ١,٧٨$$

$$\text{ع ع} = \sqrt{\frac{\sum \text{ح ع}^2 \times \text{ك ع}}{\sum \text{ك ع}} - (\text{ح ع})^2} = \sqrt{\frac{١٢٠٠٠}{٩٠} - (١,٧٨)^2} = ١١,٤١$$

ثم بعد إيجاد قيم ح س، ح ع، ع س، ع ع يجري تنظيم جدول ارتباط على النحو التالي لإيجاد Σ ك (س - و) (ع - و).

		٢٠	١٠	٠	١٠ -	٢٠ -	ح ع	
مجموع حواصل الضرب	Σ ك س	-٩٠ ١٠٠	-٨٠ ٩٠	-٧٠ ٨٠	-٦٠ ٧٠	-٥٠ ٦٠	ع	ح س
١٨٠٠	٧	-	-	0	٣ ٦٠٠	٣ ١٢٠٠	- ٢٠ ٣٠	٢٠ -
- ١٠٠	١٥	-	٥ -	٦ ٠	٤ ٤٠٠	-	- ٣٠ ٤٠	١٠ -
٠	٣٠	٩ ٠	٥ ٠	١٥ ٠	١ ٠	-	- ٤٠ ٥٠	٠
٨٠٠	٢٠	٢ ٤٠٠	٨ ٨٠٠	٦ ٠	- ٤ ٤٠٠	-	- ٥٠ ٦٠	١٠
- ١٢٠٠	١٨	-	٢ ٤٠٠	١٠ ٠	- ٤ ٨٠٠	- ٢ ٨٠٠	- ٦٠ ٧٠	٢٠
	٩٠	١١	٢٠ -	٣٨ ٠	١٦	٥		
١٣٠٠		٤٠٠	٧٠٠		- ٢٠٠	٤٠٠	مجموع حواصل الضرب	

١٢٠٠ هي حاصل ضرب تكرار الفئة $\times$ ح س $\times$ ح ع أي $3 \times (-20) \times (-20) = 1200$

والآن بمعلومة المحاصيل يمكن تطبيق القانون الخاص بمعامل كارل بيرسون

$$r = \frac{\Sigma (س - و)(ع - و) - \frac{(\Sigma (س - و))^2}{ن} - \frac{(\Sigma (ع - و))^2}{ن}}{\Sigma (س - و)^2 - \frac{(\Sigma (س - و))^2}{ن} - \Sigma (ع - و)^2 + \frac{(\Sigma (ع - و))^2}{ن}}$$

= ٠,٠٦٧

هذا يعني وجود علاقة طردية ضعيفة بين المتغيرين س، ع أي أن سن العامل ليس هو المحدد لأجره، فقد تكون هناك أسباب أخرى أو عوامل أخرى كالأقدمية في المهنة والشهادة لمتحصل عليها ... إلخ.

٢- معامل الائتلاف:

يوجد طريقة أخرى لقياس العلاقة بين ظاهرتين كميتين متغيرين كميين وذلك باستخدام معادلة وضعها بول هذه المعادلة تعطي لنا مقدار العلاقة بين المتغيرين وهذه المعادلة تسمى بمعامل الائتلاف ويرمز له بالرمز ل. وتحسب وفق الصيغة التالية:

$$L = \frac{\overline{A_d} - \overline{A_j B}}{\overline{A_d} + \overline{A_j B}}$$

حيث أن:

أ = عدد الحالات التي يكون فيها كل من المتغيرين المستقل والتابع فوق المتوسط الحسابي.

د = عدد الحالات التي يكون فيها كل من المتغيرين س ع تحت المتوسط الحسابي.

ج = عدد الحالات التي يكون فيها كل من قيم المتغير المستقل فوق المتوسط الحسابي وقيم ع تحته.

ب = عدد الحالات التي يكون فيها كل قيم المتغير المستقل تحت المتوسط الحسابي وقيم المتغير التابع ع فوقه.

ولحساب هذا المعامل إذن نحتاج إلى حساب المتوسط الحسابي لكل من المتغير المستقل والتابع ثم نقوم بتحديد كل من أ، ب، ج، د وهذا ما سنلاحظه في المثال التالي.

مثال: الجدول التالي يبين لنا توزيع نسبة الوفيات وعدد الإصابات بمرض ما خلال ستة سنوات

السنوات	نسبة الوفاة	عدد المصابين
٢٠٠٠	١٦ ك	٣٥٠
٢٠٠١	٢٠ ب	٦٠٠
٢٠٠٢	١٣ ك	٢٦٠
٢٠٠٣	٣٥ أ	٥٠٠
٢٠٠٤	١٣ ك	٤٢٠
٢٠٠٥	٤٠ أ	٥٢٠
المجموع		٢٦٥٠

$$س = \frac{\sum س}{ن} = \frac{١٣٧}{٦} = ٢٢,٨٣$$

$$ع = \frac{\sum ع}{ن} = \frac{٢٦٥٠}{٦} = ٤٤١,٦٦$$

$$أ = ٢، ب = ١، ج = ٠، ك = ٣$$

وبتطبيق القيم التالية في القانون نجد:

$$٠,٧١ = \frac{٢,٤٥}{٣,٤٥} \frac{\overline{٣ \times ٢} - \overline{٠ \times ١}}{\overline{٠ \times ١} + \overline{٣ \times ٢}} \frac{\overline{ج ب} - \overline{أ د}}{\overline{ج ب} + \overline{أ د}}$$

وبهذا نلاحظ أن درجة الارتلاف بين نسبة المرض والوفاة قوية معنى هذا أن هذا المرض خطير ومميت.

٢_ قياس الارتباط بين متغيرين مستقل وتابع ترتيبيين معا:

١- معامل ارتباط سييرمان:

في كثير من الأحيان لا يستطيع الباحث تحديد قيم المتغير أثناء تغيره، ويصبح من السهل بالنسبة إليه ترتيب مراحل تغيره كأن يحدد أيهما الأول وأيهما الثاني وأيهما الأخير وفي هذه الحالة يستطيع الباحث ترتيب القيم المتعلقة بكل متغير أو ظاهرة وإيجاد العلاقة بين رتب المتغير الأول ورتب المتغير الثاني فإذا كانت هذه الرتب متفقة تماما كان الارتباط موجبا بصفة كاملة (+١) وإذا كان أحد المتغيرين أخذ ترتيبا تنازليا والثاني تصاعديا كان الارتباط بين المتغيرين سالبا (-١) بصفة كاملة وطريقة إيجاد معامل سييرمان تقوم على أساس أنه كلما كان الفرق بين رتب القيم المتقابلة، في المتغيرين كبيرا كلما قلت قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين والعكس صحيح، لهذا كانت الخطوة الأولى في هذه الطريقة تشمل على إيجاد الفرق بين رتب القيم المتقابلة سواء كانت مرتبة تصاعديا أم تنازليا معا، لكل من المتغير المستقل والتابع، وينتج عن هذه الفروق، قيم موجبة وأخرى سالبة الإشارة بحيث أن مجموع الفروق الموجبة يساوي مجموع الفروق السالبة، لهذا لإيجاد معامل ارتباط سييرمان بين المتغيرين س، ع علينا من تربيع الفروق حتى نتحصل على الإشارات الموجبة فقط ويحسب معامل الارتباط لسيرمان وفق العلاقة التالية:

$$r = \frac{\sum F^2}{n(n-1)} - 1$$

مثال: الجدول التالي يبين تقدير ١٠ طلاب في مادتي الإحصاء والاقتصاد السكاني والمطلوب إيجاد درجة الارتباط بين النتائج المتحصل عليها في كلا المادتين.

رقم الطالب	تقدير الإحصاء س	تقدير الاقتصاد السكاني ع	رتب س	رتب ع	ف	ف ^٢
١	ضعيف جدا	جيد	١	٦	- ٥	
٢	مقبول	جيد	٥,٥	٦	- ٠,٥	٢٥
٣	ممتاز	جيد جدا	١٠	٨,٥	١,٥	٠,٢٥
٤	مقبول	مقبول	٥,٥	٣,٥	٢	٢,٢٥

٥	ضعيف	جيد	٢,٥	٦	- ٣,٥	٤
٦	جيد جدا	مقبول	٩	٣,٥	٥,٥	١٢,٢٥
٧	جيد	ممتاز	٨	١٠	- ٢	٣٠,٢٥
٨	ضعيف	ضعيف جدا	٢,٥	١	١,٥	٤
٩	مقبول	ضعيف	٥,٥	٢	٣,٥	٢,٢٥
١٠	مقبول	جيد جدا	٥,٥	٨,٥	- ٣	٩
المجموع			٥٥	٥٥	٠	١٠١,٥
ع						

$$r = 1 - \frac{\sum f^2}{n(n-1)} = \frac{1 - \frac{(101,5)^2}{10}}{(1-10)} = \frac{-1}{-9} = 0,11$$

أي أن هناك ارتباط طردي ضعيف نوعا ما بين درجات الطلاب العشر في مادتين الإحصاء والاقتصاد السكاني بمعنى آخر بإمكان الطالب أن يكون قد رسب في مادة لكن نجح في المادة الأخرى.

ملاحظة: لاحظنا في هذا المثال أن كثير من الطلاب تحصلوا على نفس التقدير في هذه الحالة أخذنا متوسط رتبة التقديرين فمثلا فيما يخص ترتيب قيم المتغير المستقل ألا وهو تقدير الإحصاء نلاحظ أن تقدير ضعيف جدا أخذ المرتبة الأولى ثم بعد ذلك وجدنا تقدير ضعيف لكل من الطالبين رقم ٥ و ٨، ففي هذه الحالة افترضنا أن الطالب ٥ أخذ الرتبة ٢ والطالب ٨ أخذ الرتبة ٣ ثم أعطنا متوسط الرتبتين كرتبة لتقدير ضعيف أي $2,5 = \frac{2+3}{2}$

ونفس الشيء فيما يخص التقدير الموالى له بما أننا قمنا بالترتيب التصاعدي للقيم وكانت بذلك تقدير مقبول هذا التقدير الذي اشترك فيه الطالب ٢، ٤، ٩ والعاشر وبنفس الطريقة نقوم بإعطاء رتب لهؤلاء الطلبة المشتركين في هذا التقدير ونحسب متوسطهم مثلا. نلاحظ أن الرتبة الأخيرة لتقدير ضعيف كانت ٣ إذا نواصل الترتيب فالطالب رقم ٢ يأخذ الرتبة ٤، الطالب ٣ يأخذ رتبة ٥، الطالب ٩ يأخذ رتبة ٦، الطالب ١٠ يأخذ رتبة ٧ ثم نحسب متوسط هذه الرتب أي: $5,5 = \frac{4+5+6+7}{4}$

وللتأكد من صحة وضع الترتيب المقابل لكل قيمة في رتب المتغيرين هناك وسيلة للتأكد من ذلك وهي أن يكون مجموع رتب المتغير المستقل تساوي مجموع رتب المتغير التابع ويساوي النتيجة المتحصل عليها من القانون التالي: $\frac{n(n+1)}{2}$

وبتطبيق القانون على المثال السابق نجد عدد القيم $n = 10$

$$55 = \frac{(1+10) 10}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

كذلك نجد مجموع رتب س = مجموع، رتب ع = 55

٣_ المعاملات المستعملة في حالة متغيرات كمية أو كيفية مع كمية:

أ_ معامل ارتباط الاقتران:

واضع هذا القانون يونس ونستعمله في حالة وجود توزيع تكراري مزدوج بسيط التقاطع أي أن كل من المتغير المستقل والتابع يحتويان على قيمتين فقط أي يكون الجدول مشتملا على ٤ خانات للتقاطع فقط وهو يستعمل عادة في حساب درجة العلاقة بين المتغيرات الكيفية. ويحسب وفق القانون التالي:

$$r = \frac{ad - bc}{a + b + c + d}$$

مثال: أوجد درجة الاقتران بين المتغيرين المستقل متمثل في عمل المرأة والتابع في مدى استعمالها لوسائل منع الحمل.

الإستعمال لوسائل منع الحمل	تستعمل	لا تستعمل	المجموع
تعمل	٢٠ أ	٥ ب	٢٥
لا تعمل	١٠ ج	١٥ د	٢٥
المجموع	٣٠	٢٠	٥٠

$$\text{أد - ب ج} = \frac{٥٠ - ٣٠٠}{٥٠ + ٣٠٠} = \frac{(١٠)(٥) - (١٥)(٢٠)}{(١٠)(٥) + (١٥)(٢٠)} = \frac{-١٥٠}{٣٥٠} = -٠,٧١ = \text{ن}$$

إذن فهناك اقتران قوي موجب بين عمل المرأة ومدى استعمالها لوسائل منع الحمل أي كلما كانت المرأة عاملة كلما زاد إقبالها على استعمال وسائل منع الحمل.

ب - معامل فآي:

يعتبر هذا المعامل حالة خاصة من الحالات التي يستخدم فيها معامل التوافق فهو لا يستخدم إلا في الحالات التي يقسم فيها كل من المتغيرين إلى قيمتين فقط ومن أمثالها الصفات ذكر، أنثى ... إلخ، لكن عند استخدامه نستعمل نسب مئوية فإذا أراد الباحث معرفة أثر الرأي في ظاهرة ما حسب الجنس يمكن استعمال معامل فآي لأن الرأي مقسم إلى نعم لا مثلاً، والجنس، ذكر، أنثى. ويحسب معامل فآي وفق الصفة التالية:

$$\varphi = \frac{\text{ب ج - أد}}{\sqrt{\text{هـ د هـ ي هـ و}}}$$

مثال: أحسب معامل فآي للجدول التالي الذي يربط علاقة بين مكان سكن المبحوث برأيه في ظاهرة التدخين

الرأي مكان الإقامة	مضر	غير مضر	المجموع
حضر	٢٠	٢٦	٤٦
ريف	٢٨	٢٩	٥٧
المجموع	٤٨	٥٥	١٠٣

لحساب معامل فآي لآبد من تحويل القيم إلى نسب مئوية بالنسبة لمجموع العام للعينه، وتصبح كما يلي في الجدول التالي:

الرأي / مكان الإقامة	مضر	غير مضر	المجموع
خطر	١٩,٤٢ أ	٢٥,٢٤ ب	٤٤,٦٦ هـ
	٢٧,١٨ ج	٢٨,١٥ د	٥٥,٣٤ ي
المجموع	٤٦,٦٠ هـ	٥٣,٣٩ ي	١٠٠

$$\varphi = \frac{\text{أك - ب ج}}{(27,18)(25,24) - (28,15)(19,42)}$$

$$\varphi = \frac{686,02 - 546,67}{6148988,4} = \frac{139,35}{6148988,4}$$

أي أن هناك علاقة عكسية ضعيفة جدا تقريبا منعدمة، بين مكان الإقامة للمبحوث ورأيه فيما كان التدخين مفر بالصحة.

ج - معامل التوافق:

إذا كانت البيانات المطلوب دراسة العلاقة بينهما عبارة عن بيانات وصفية لكلا المتغيرين أو وصفية لأحدهما وكمية للمتغير الآخر -أي المستقل والتابع- وكانت مقدمة لنا على شكل أكثر من قيمتين لأحد المتغيرين أي لدينا على الأقل ستة خانات للتقاطع فإننا نستعمل معامل التوافق.

ولحساب معامل التوافق نتبع الخطوات التالية:

١. نربع تكرار كل فئة.

٢. نقسم مربع تكرار كل فئة على حاصل ضرب مجموع التكرارات الأفقية والرأسية للصف والعمود ثم نجمع خوارج القسمة ولنفرض أن المجموع = ج وبحسب معامل التوافق وفق القانون التالي:

$$Q = \frac{\frac{1-j}{-}}{-}$$

مثال: في دراسة حول انتشار الأمية في منطقة ما وقفنا عند هذا الجدول الذي يبين توزيع مجموعة من الأفراد حسب سنهم ومستواهم التعليمي. المطلوب: حساب درجة التوافق بين المتغيرين

المجموع	جامعي	ثانوي	متوسط	ابتدائي	أمية	المستوى التعليمي السن
٦	-	-	٢	٤	-	١٥ - ١٠
١٨	-	١	١٠	١	٦	٢٠ - ١٥
١٥	١	٣	٤	٦	١	٢٥ - ٢٠
٧	٣	٢	١	١	-	٣٠ - ٢٥
٤	١	٢	١	-	-	٣٥ - ٣٠
٥٠	٥	٨	١٨	١٢	٧	المجموع

وبهذا تنحصر عملية الحصول على معامل التوافق في إيجاد مربع تكرار كل خلية تقاطع مقسوما على حاصل ضرب تكرار العمود × تكرار الصف كما يلي:

$$\begin{aligned}
0.25 &= \left[\frac{{}^2(0)}{5} + \frac{{}^2(1)}{8} + \frac{{}^2(2)}{18} + \frac{{}^2(4)}{12} + \frac{{}^2(0)}{7} \right] \frac{1}{6} = 1 \text{ ج} \\
0.60 &= \left[\frac{{}^2(0)}{5} + \frac{{}^2(1)}{8} + \frac{{}^2(10)}{18} + \frac{{}^2(1)}{12} + \frac{{}^2(6)}{7} \right] \frac{1}{18} = 2 \text{ ج} \\
0.35 &= \left[\frac{{}^2(1)}{5} + \frac{{}^2(3)}{8} + \frac{{}^2(4)}{18} + \frac{{}^2(6)}{12} + \frac{{}^2(1)}{7} \right] \frac{1}{15} = 3 \text{ ج} \\
0.34 &= \left[\frac{{}^2(3)}{5} + \frac{{}^2(2)}{8} + \frac{{}^2(1)}{18} + \frac{{}^2(1)}{12} + \frac{{}^2(0)}{7} \right] \frac{1}{7} = 4 \text{ ج} \\
0.18 &= \left[\frac{{}^2(1)}{5} + \frac{{}^2(2)}{8} + \frac{{}^2(1)}{18} + \frac{{}^2(0)}{12} + \frac{{}^2(0)}{7} \right] \frac{1}{4} = 5 \text{ ج}
\end{aligned}$$

$$\text{مجموع: ج} = 1 \text{ ج} + 2 \text{ ج} + 3 \text{ ج} + 4 \text{ ج} + 5 \text{ ج} = 0.25 + 0.60 + 0.35 + 0.34 + 0.18 = 1.72$$

وبالتعويض بقيمة ج في القانون نجد أن معامل التوافق يقدر في هذا التوزيع بـ:

$$0.64 = \frac{-1.72}{1} \sqrt{\frac{1-J}{J}} = \text{ق}$$

وبهذا نلاحظ أن درجة التوافق بين السن والمستوى التعليمي للمبحوث متوسطة.

د - معامل ارتباط لامد:

ويستخدم هذا المعامل في حالة وجود متغيرين إما كيفيين معا أو أحدهما كيفي والثاني

كمي وواضع هذا القانون العالم جوتمان عام ١٩٤١.

ويحسب وفق الصيغة التالية:

$$\text{ل س ع} = \frac{\sum \text{ك} - \text{ك ع}}{\text{ن} - \text{ك ع}}$$

حيث أن ك هو تكرار الفئة المنوالية لكل فئة من فئات المتغير المستقل ك ع هو عبارة عن الفئة المنوالية للتوزيع الهامشي لمتغير التابع ع.

ملاحظة: إن كل من معامل التوافق ولامدا تتحصر قيمتهما بين ٠، ١+.

مثال: الجدول التالي يربط علاقة بين الطبقة الاجتماعية التي تنتمي إليها المبحوثة بسنها عند أول زواج والمطلوب إيجاد درجة العلاقة الارتباطية بين المتغيرين حسب معامل لامدا.

الطبقة السن	طبقة فقيرة	طبقة متوسطة	طبقة غنية	المجموع
٢٠ - ٢٥	٥٠	٣٠	١٠	٩٠
٢٥ - ٣٠	١٥	٤٠	٢٠	٧٥
٣٠ - ٣٥	١٣	١٨	٣٥	٦٦
المجموع	٧٨	٨٨	٦٥	٢٣١

الحل: نضع المتغير التابع ع والمتغير المستقل الطبقة الاجتماعية (س)

$$\text{مج ك - ك ع} = \frac{90 - 125}{231 - 90} = \frac{35}{141} = 0.25$$

إن: ل ع س =

ن - ك ع

ر - أشكال الانتشار:

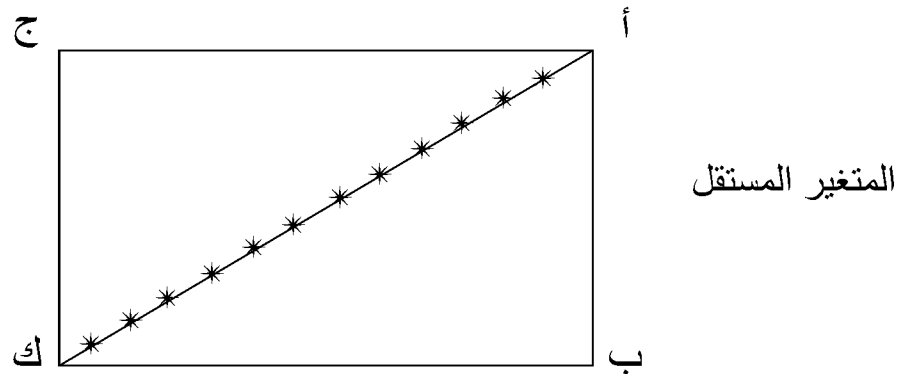
ولتوضيح كل ما جاء من أنواع وقيمة الارتباط نفترض إحدى الحالات التي يكون فيها الارتباط.

(أ) - موجب تماما أي الارتباط كلي ر = ١+

عندما يكون الارتباط يقدر بـ ١+ بين المتغير المستقل والمتغير التابع فإننا نلاحظ أن جميع التكرارات تكون متجمعة في خط مستقيم هو قطر الشكل أ أين يصل الركن أ والركن ك وذلك لأن جميع القيم الصغيرة في أحد المتغيرين تتبعها قيم صغيرة في

المتغير الآخر وكلما زادت وكبرت القيمة في أحد المتغيرين زادت وكبرت القيمة المقابلة لها في المتغير الآخر كما يوضحه الشكل - أ -

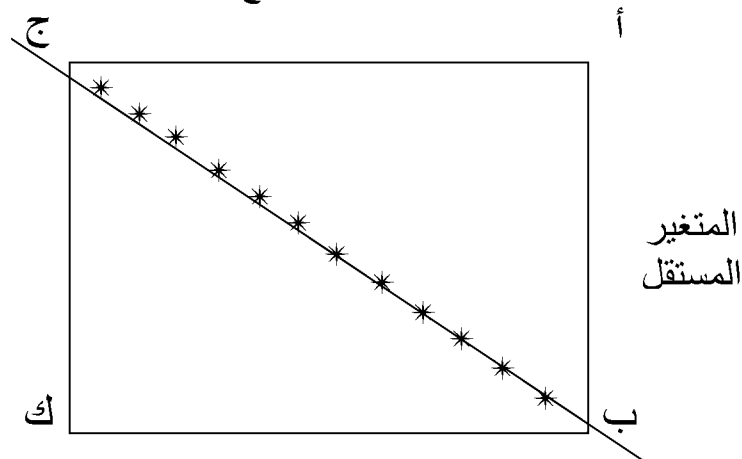
المتغير التابع



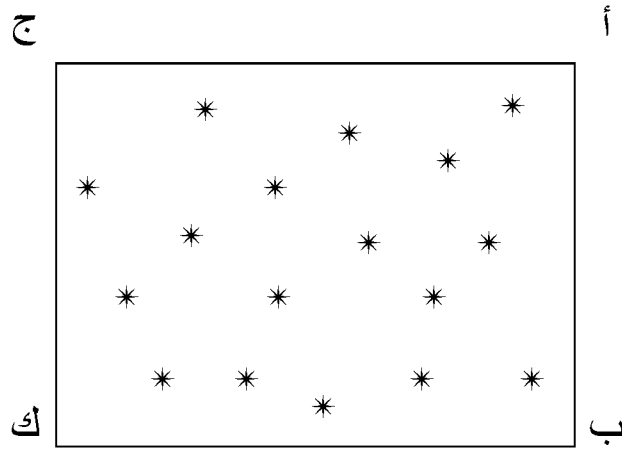
ب) - سالب تماما أي الارتباط كلي سالب $r = -1$

أما إذا كانت العلاقة تامة سالبة (-1) تجمعت التكرارات في القطر الذي يربط بين الركنين ج ب في تخطيط الانتشار وذلك لأن القيم الصغيرة في أحد المتغيرين تقابلها القيم الكبيرة في المتغير الثاني. الشكل - ب -

المتغير التابع



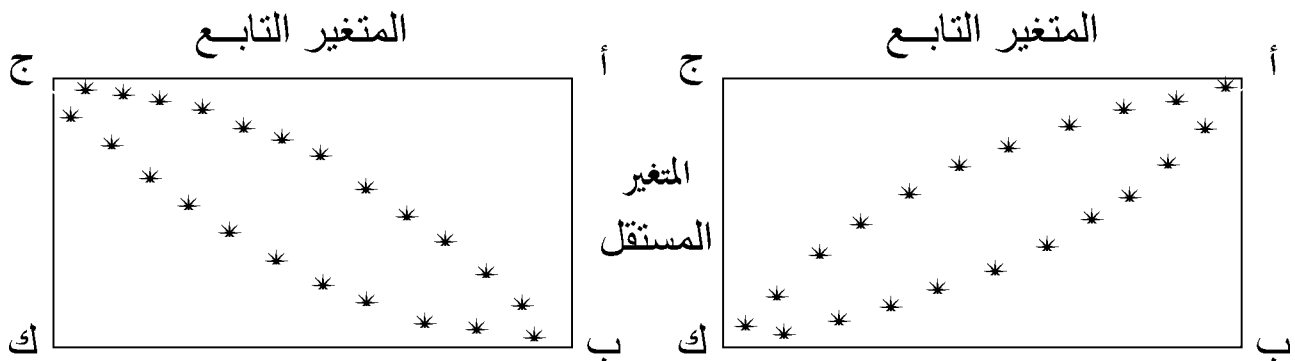
(ج) - إما إذا كانت العلاقة صفيرية أي منعدمة بين المتغيرين فإن نقاط التكرارات تكون موزعة على الشكل دون أن تجد إتجاه عام لها في تجميعا كما هو الحال في الشكل - ج



(د) - وفي حالة العلاقة الجزئية سواء كانت موجبة مثل الشكل (ك) أو سالبة مثل الشكل (و) نجد انتشار التكرارات يتخذ اتجاها عاما إلا أن هذا الاتجاه يتبع عادة شكل بيضاوي  وكلما اتسع الشكل قلت قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين وكلما ضاق زادة قيمة معامل الارتباط حتى تصل أقصاها عندما يصبح الشكل خطا محددا. وكأن مجرد ملاحظة التوزيع في تخطيط الانتشار يفيد في معرفة العلاقة بين المتغيرين ونوعها، لكن الإحصاء الوصفي/ الاجتماعي لا يكفي بهذا أي ملاحظة التوزيع ووصف العلاقة وصفا تقريبا بل يهدف إلى قياس عددي لهذه العلاقة بإحدى المعاملات المذكورة سابقا.

الشكل د-

الشكل و-



ز _ الرسم البياني لخطوط الانحدار:

تعتبر طريقة الرسم البياني في كشف نوع العلاقة الارتباطية بين متغيرين من أسهل الطرق وأوضحها وهي تتلخص بتمثيل القيم المتناظرة للظاهرتين في مستوى إحداثيتي م س، م ع، بحيث يتم تمثيل كل قيمتين متناظرتين بنقطة في المستوى ثم نصل بينها في حالة ما إذا وجد اتجاه عام لها يوحي بوجود علاقة وهذه النقاط تنتشر على المستوى بأشكال مختلفة مثلما لاحظنا أعلاه.

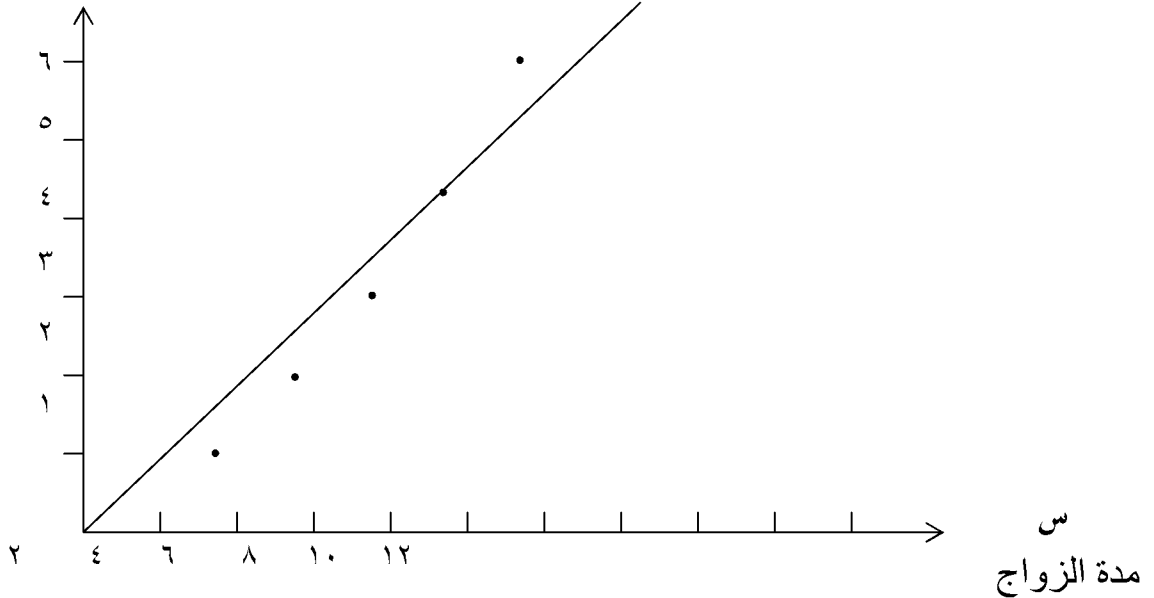
في حالة بيانات غير مبوبة:

مثال: الجدول التالي يبين لنا مدّة الزواج وعدد الأطفال لـ ستة نساء والمطلوب تمثيلها بخط انحدار^س_ع

عدد الأطفال	مدّة الزواج
٠	٢
١	٤
٢	٦
٣	٨
٤	١٠
٦	١٢

فلو مثلنا هذه القيم على أساس أن مدّة الزواج هي الظاهرة المؤثرة السببية أي كمتغير مستقل وعدد الأطفال هي ظاهرة تابعة فإننا نخصص محور السينات لقيم مدّة الزواج $\frac{س}{ع}$ والمحور م ع لعدد الأطفال وبهذا سيكون خط الانحدار هو

ع عدد الأطفال



خطوط الانحدار في التوزيعات التكرارية المزدوجة:

في مثالنا السابق عن العلاقة بين مدة الزواج وعدد الأطفال كانت كل قيمة من المتغير المستقل (س) تقابل قيمة واحدة فقط من قيم المتغير التابع (ع) غير أنه في كثير من الحالات تكون القيمة الواحدة للمتغير المستقل تقابل عدة قيم من المتغير التابع أي في حالة الجداول التكرارية المزدوجة حيث أنه مثلاً قيمة س_١ تقابل ع_١، ع_٢، ع_٣ ... ع_{١٠}.

فلو أردنا في مثل هذه الحالة تمثيل العلاقة بين س، ع فإن أسهل طريقة يمكن إتباعها هي أن نرصد كل قيمة من قيم المتغير التابع ع مع المتوسط الحسابي لجميع قيم المتغير المستقل (س) المرتبطة بهاو بالمثل نرصد كل قيمة من قيم المتغير المستقل س مع المتوسط الحسابي لجميع قيم المتغير ع المرتبطة بها وبالتالي تكون معادلة الانحدار في هذه الحالة.

$$\begin{aligned} \frac{س}{ص} &= (س - س) = \frac{س}{ع} = (ع - ع) \\ \frac{ص}{س} &= (ص - ص) = \frac{ع}{ر} = (ع - ع) \\ \frac{ع}{س} &= م = \frac{ع}{س} \\ \frac{ع}{س} &= م = \frac{س}{ع} \end{aligned}$$

مثال:

بتطبيق هذه القوانين على الجدول السابق المستعمل في حساب معامل كارل
برسون نجد:

$$\begin{aligned} \text{معادلة: } \frac{س}{ع} &= (س - س) = \frac{ع}{س} = (ع - ع) \\ (س - ٤٨) &= \left[\frac{١٢,٢٥}{٩,٤٩} \right] ٠,٠٦٧ = (ع - ٧٦,٧٨) \end{aligned}$$

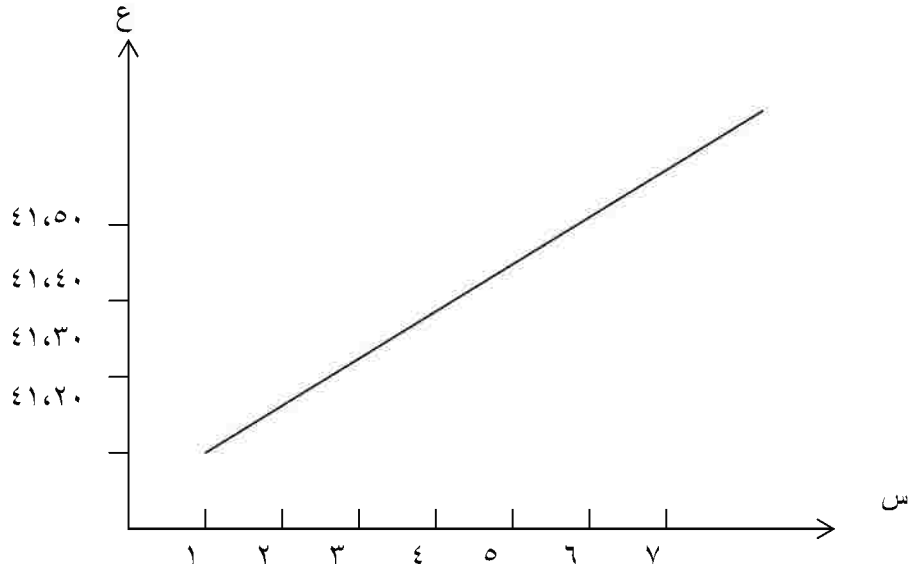
$$س - ٤٨ = ٠,٠٩ (ع - ٧٦,٧٨)$$

$$س - ٤٨ = ٠,٠٩ ع - ٦,٩١$$

$$س = ٠,٠٩ ع - ٦,٩١ + ٤٨$$

$$س = ٠,٠٩ ع + ٤١,٠٩$$

٦	٥	٤	٣	٢	١	س
٤١٠	٤١٠	٤١٠	٤١٠	٤١٠	٤١٠	ع
٦٣	٥٤	٤١	٣٦	٢٧	١٨	



$$0,086 = \frac{12,25}{9,49} = \frac{67}{7} = \frac{ع}{ع} = \frac{س}{ع} = \frac{معامل الانحدار}{معامل الانحدار}$$

وبنفس الطريقة نقوم بحساب معادلة الانحدار

بتعويض قيمهم في المعادلة فقط.

التمرين الأول:

الجدول التالي يربط بين الطبقة الاجتماعية التي ينتمي إليها الطالب و موقفه من ظاهرة التدخين في الجامعة.

المجموع	حيادي	غير موافق	موافق	الرأي
				الطبقة
٢٥	١٦	٤	٥	الطبقة الفقيرة
٤٦	١٢	١٦	١٨	الطبقة المتوسطة
٦٧	١٤	٢٥	٢٨	الطبقة الغنية
١٣٨	٤٢	٤٥	٥١	المجموع

ما هو شكل انتشار هذه الجداول التكرارية؟

الحل:

نلاحظ في هذا الجدول أن قيم المتغير المستقل تميل إلى الارتفاع و العكس اتخذته قسم المتغير التابع إذ أخذت في الانخفاض، و هذا يدل على أن الارتباط سيكون عكسي بين المتغيرين (الطبقة الاجتماعية و الرأي) هذا من جهة و من جهة أخرى نلاحظ أن الخط المستقيم المائل الذي يمر على أكبر قيم للتقاطع ينحدر من أعلى اليسار إلى أسفل اليمين دليل على وجود ارتباط عكسي قوي بين المتغيرين.

التمرين الثاني:

أراد باحث في علم النفس الاجتماع دراسة تأثير المعالجة من تعاطي المخدرات. و نتائجها. فوقف عند هذه الجدول.

النتيجة	شفوا	لم يشفو	المجموع
العلاج			
عولجوا	١١٥	٢٥	١٤٠
لم يعالجوا	٣٥	١٧٥	٢١٠
المجموع	١٥٠	٢٠٠	٣٥٠

ما هي العلاقة بين العلاج و نتيجته؟

الحل:

نلاحظ أن هذا الجدول يحتوي على متغيرين فقط و كلا المتغيرين يحتويان على قيمتين فقط إذا فأحسن معامل لقياس درجة الارتباط بينهما هو معامل الاقتران:

$$r = \frac{19250}{21000} = \frac{(35)(25) - (175)(115)}{(35)(25) + (175)(115)} = \frac{(ج)(ب) - (ك)(د)}{(ج)(ب) + (ك)(د)} = -0,91$$

أي هناك اقتران قوي بين العلاج و نتيجته أي أنه كلما تقدم المرضى / متعاطي المخدرات الرائز عن العلاج كلما كانت نتيجة ذلك حسنة أي التخلي عنها و العكس صحيح.

التمرين الثالث:

الجدول التالي يبين لنا سنة الولادات المتوئمة و عدد الولادات في مستشفى حسب الأشهر.

الشهور	نسبة الولادات المتوئمة %	عدد الولادات
جانفي	٥	٢٠٠
فيفري	١٢	١٠٠
مارس	٣	٢٥٠
أفريل	٨	٢٠٠
ماي	٢	٣٠٠
جوان	٤	٣١٠
جويلية	٣	٢٠٠
أوت	١	٢١٠
سبتمبر	٤	٣٦٠
أكتوبر	٥	٤٠٠
نوفمبر	٧	٣٢٠
ديسمبر	٨	٤٠٠

ما هي درجة العلاقة بين نسبة الولادات المتوئمة و عدد الولادات في هذا المستشفى؟

الحل: يمكن حل هذا التمرين بمعامل الاختلاف.

$$\overline{س} = \frac{\text{مج}(س)}{ن} = ٥,١٧$$

$$\overline{ص} = \frac{\text{مج}(ص)}{ن} = ٢٧٠,٨٣$$

$$أ = ٢, ب = ٤, ج = ٢, د = ٤$$

$$ل = \frac{0}{5.66} = \frac{(2)(4)\sqrt{-} - (4)(2)\sqrt{-}}{(4)(2)\sqrt{(4)(2)+}\sqrt{-}} = 0$$

أي أن درجة الاختلاف بين نسبة الولادات المتوئمة و عدد الولادات منعدمة، فلا توجد علاقة في توزيعهما عبر أشهر السنة.

التمرين الرابع:

أحسب معامل ارتباط الرتب لسبران للبيانات التالية:

س	٧٥	٧٥	٦٥	٨٢	٧٥	٨٢	٩٠	٦٥
ع	٦٩	٥٦	٥٦	٥٠	٨٨	٦٩	٨٩	٨٩

الحل:

س	ع	رتب س	رتب ع	ف	ف'
٧٥	٦٩	٤	٤,٥	٠,٥ -	٠,٢٥
٧٥	٥٦	٤	٢,٥	١,٥ -	٢,٢٥
٦٥	٥٦	١,٥	٢,٥	١,٠ -	١
٨٢	٥٠	٦,٥	١	٥,٥	٣٠,٢٥
٧٥	٨٨	٤	٦	٢ -	٤
٨٢	٦٩	٦,٥	٤,٥	٢	٤
٩٠	٨٩	٨	٧,٥	٠,٥	٠,٢٥
٦٥	٨٩	١٥	٧,٥	٦ -	٣٥
المجموع		٣٦	٣٦	٠	٧٨

$$r = \frac{6-1}{n(n-1)} \text{مج (ف)} = \frac{(78)1-1}{(63)8} = \frac{468-1}{504} = \frac{467}{504} = 0,93 - 1 = 0,07$$

يعني هذا أن هناك ارتباط ضعيف للغاية تقريبا منعما بين المتغيرين س،ص.

للتأكد من صحة وضع الترتيب المقابل لكل قيمة لرتب المتغيرين تقوم الرتب في كلا المتغيرين متساوي = ٣٦.

$$\text{و يساوي النتيجة المتحصل عليها من القانون التالي } \frac{n(n+1)}{2} \text{ و بالتطبيق } \frac{(1+8)8}{2} = 36$$

الترتيب صحيح في الجدول.

التمرين الخامس:

الجدول التالي يوضح تصرفات الأمهات اتجاه أطفالهن المصابين بإسهال حسب المستوى التعليمي.

و المطلوب حساب قيمة الارتباط بين تصرف الأم و مستواها التعليمي.

المجموع	ثانوي+جامعي	متوسط	ابتدائي	أمي	المستوى التعليمي
					التصرف
٧٤	١٨	٢٥	٢٥	٦	كشف طبي
١٦	٦	٥	٤	١	دواء
٢٦	٥	٨	٨	٥	محاليل تقليدية
٣٨	١١	١٣	١٢	٢	محاليل تقليدية+كشف طبي
١٦	٣	٥	٧	١	محاليل + دواء
١٧٠	٤٣	٥٦	٥٦	١,٥	المجموع

الحل: حساب معامل التوافق $Q = \sqrt{\frac{1 - \epsilon}{\epsilon}}$

$$٠,٤٣ = \frac{1}{74} (7.53 + 11.16 + 11.16 + 2.4) = \frac{1}{74} \left[\frac{2(18)}{43} + \frac{2(25)}{56} + \frac{2(26)}{56} + \frac{2(6)}{15} \right] = ج١$$

$$٠,١٠ = \frac{1}{16} (0.84 + 0.45 + 0.28 + 0.07) = \frac{1}{16} \left[\frac{2(6)}{43} + \frac{2(5)}{56} + \frac{2(4)}{56} + \frac{2(11)}{15} \right] = ج٢$$

$$٠,١٧ = \frac{1}{26} (0.58 + 1.14 + 1.14 + 1.67) = \frac{1}{26} \left[\frac{2(5)}{43} + \frac{2(8)}{56} + \frac{2(8)}{56} + \frac{2(5)}{15} \right] = ج٣$$

$$٠,٢٣ = \frac{1}{38} (2.81 + 3.02 + 2.75 + 0.27) = \frac{1}{38} \left[\frac{2(11)}{43} + \frac{2(13)}{56} + \frac{2(12)}{56} + \frac{2(2)}{15} \right] = ج٤$$

$$٠,١ = \frac{1}{16} (0.21 + 0.45 + 0.87 + 0.07) = \frac{1}{16} \left[\frac{2(3)}{43} + \frac{2(5)}{56} + \frac{2(7)}{56} + \frac{2(1)}{15} \right] = ج٥$$

$$١,٠٣ = ٠,١ + ٠,٢٣ + ٠,١٧ + ٠,١ + ٠,٤٣ = \text{مجموع ج}$$

$$٠,١٧ = \frac{903}{1.03} \sqrt{\frac{1 - \epsilon}{\epsilon}} = \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \sqrt{\frac{1 - \epsilon}{\epsilon}} = ق$$

هذا يعني أن هناك توافق ضعيف جدا بين تصرف الأم اتجاه الرضيع عند الإجابة بالإسهال و مستواها التعليمي أي مهما اختلف مستواها التعليمي إلا و أخذته إلى الطبيب.