

الفصل السابع

إختبار كـ^٢

أولاً: إختبار كـ^٢

ثانياً: تصحيح يانس

١- اختبار كا^٢:

إن الباحث الاجتماعي عند معرفته بتوزيع كا^٢، ويضعه تحت تصرفه فله جانب كبير من الأهمية وتستعمل هذه الأداة بصورة رئيسية لاختبار الفرضيات التي تقوم على أساس مقارنة مجموعة من التكرارات النظرية مع مجموعة من التكرارات الفعلية لتقييم الفرق بينهما لمعرفة ما إذا كان هذا الفرق فرقا ظاهريا نتيجة قوى الحظ والصدفة أم أنه فرق حقيقي نتيجة قوى أخرى غير قوى الحظ والصدفة فإذا وجد أن هذا الفرق كان فرقا ظاهريا بمستوى دلالة معين نقبل فرضية العدم أما إذا وجد أن هناك فرقا حقيقيا بمستوى دلالة معين يرفض فرضية العدم، وهذا وأن إحدى مزايا هذا الاختبار الرئيسية أنه لا يتضمن أية افتراضات حول شكل توزيع المجتمع الإحصائي، وعليه فيمكن اختبار العلاقة بين المستوى التعليمي للمرأة وعدد أبنائها، أو العلاقة بين العقم والطلاق ... إلخ. ومن أجل اختبار استقلالية الظواهر نقوم بتصنيف البيانات في جدول خاص كما سوف نرى في المثال التالي.

مثال: الجدول التالي يربط علاقة بين الحالة المدنية للشخص ومدى ادخاره ونريد معرفة هل ادخار المبحوث مستقل عن كونه متزوج أم لا.

الادخار	مدخـر	غير مدخـر	المجموع
متزوج	٩٥٠	٦٢٥	١٥٧٥
أعزب	٢٥٠	١٢٥	٣٧٥
المجموع	١٢٠٠	٧٥٠	١٩٥٠

١- نقوم بتحديد فرضية العدم: وفي هذا المثال ليس هناك علاقة بين الحالة المدنية والإيجار للشخص المبحوث.

٢- تحديد مستوى الدلالة: ونسبته في الغالب ١% أو ٥% في العلوم الاجتماعية.

٣- تحديد التكرارات النظرية: وذلك بأن نعد جدول توافق نظري حيث نفترض أن المجاميع فيه متساوية ويحسب وفق القانون التالي.

$$ك = \frac{\text{مجموع الصف} \times \text{مجموع العمود}}{\text{المجموع الكلي/ العينة}}$$

وبتطبيق هذا القانون على الجدول أعلاه نجد:

$$ك المدخرون المتزوجون = \frac{١٢٠٠ \times ١٩٧٥}{١٩٥٠} = ٩٦٩,٢٣$$

$$ك المدخرون العزاب = \frac{١٢٠٠ \times ٣٧٥}{١٩٥٠} = ٢٣٠,٧٧$$

$$ك الغير مدخرون المتزوجون = \frac{٧٥٠ \times ١٥٧٥}{١٩٥٠} = ٦٠٧,٧٧$$

$$ك الغير مدخرون العزاب = \frac{٣٧٥ \times ٧٥٠}{١٩٥٠} = ١٤٤,٢٣$$

4- حساب كا^٢ المحسوبة: وتحسب وفق القانون التالي:

$$كا^٢ = \frac{\sum (ك - ك)^٢}{ك}$$

ك	ك	ك - ك	(ك - ك) ^٢	(ك - ك) ^٢ / ك
٩٥٠	٩٦٩,٢٣	- ١٩,٢٣	٣٦٩,٧٩	٠,٣٨
٢٥٠	٢٣٠,٧٧	١٩,٢٣	٣٦٩,٧٩	١,٦٠
٦٢٥	٦٠٥,٧٧	١٩,٢٣	٣٦٩,٧٩	٠,٦١
١٢٥	١٤٤,٢٣	١٩,٢٣	٣٦٩,٧٩	٢,٥٦
المجموع				٥,١٥

٥- **الخطوة المتبقية** هي معرفة درجة الحرية ثم الكشف في جدول كا^٢ علما إذا كانت قيمة كا^٢ لهذه القيمة لدرجة الحرية ذات دلالة إحصائية عند نسبة ٥% أو ١% مثلا. ودرجة الحرية تحسب وفق القانون التالي: (عدد الصفوف - ١) (عدد الأعمدة - ١) أي $(n_1 - 1) (n_2 - 1) = (1 - 2) (1 - 2) = 1$

٦- عند درجة حرية كا^٢ ١ الجدولة نجدها من الجدول الموضوع في نهاية الكتاب = ٣,٨٤١ عند نسبة ٥%.

٧- **القرار والمقارنة:** إذا قارنا بين قيمة كا^٢ المحسوبة = ٥,١٥ مع كا^٢ الجدولية من أجل مستوى دلالة ٥% والتي قدرت بـ ٣,٨٤١ لوجدنا أن كا^٢ الجدولية < من كا^٢ المحسوبة، ومنه نستنتج أن الفروق بين التكرارات النظرية والتكرارات الفعلية هي فروق جوهرية وبالتالي نرفض فرضية العدم ونقول أن هناك العلاقة بين الحالة المدنية للمبحوث وادخاره الشهري.

ملاحظة:

- إذا كانت كا^٢ الجدولية < من كا^٢ المحسوبة نستنتج أن هناك فروق بين التكرارات النظرية والتكرارات الفعلية وهي فروق ظاهرية راجعة للصدفة وبالتالي نقبل فرضية العدم والاستقلال أي لا توجد علاقة بين المتغيرين.
- أما إذا كانت كا^٢ الجدولية > من كا^٢ المحسوبة نستنتج أن هناك فروق جوهرية ونرفض فرضية العدم أو الاستقلال ونقول أن هناك علاقة بين المتغيرين.

تصحیح یانس Yets:

يقوم هذا التصحيح على أساس إنقاص (٠,٥) من الفرق بين التكرارات النظرية والتكرارات الفعلية الشيء الذي يؤدي إلى زيادة احتمال أن يكون كا^٢ المحسوبة ناتجة لقوى الحظ والصدفة. لكن هذا الإنقاص شرط أن يكون بالقيمة المطلقة ويستخدم كا^٢

المصحح إذا كان الفرق بين التكرارات النظرية والفعلية ك - ك > ٥ ويصبح بذلك قانون اختبار كا^٢ المصحح كالتالي:

$$كا^2 = \frac{(ك - ك - ١ - ٠,٥ - ٠,٥)^2}{ك}$$

وبتطبيق هذا القانون على المثال السابق نجد كا^٢ المصحح يقدر بـ:

ك	ك	ك - ك	ك - ك - ١ - ٠,٥ - ٠,٥	(ك - ك - ١ - ٠,٥ - ٠,٥) ^٢	ك
٩٥٠	٩٦٩,٢٣	- ١٩,٢٣	١٨,٧٣	٣٥٠,٨١	٠,٣٦
٢٥٠	٢٣٠,٧٧	١٩,٢٣	١٨,٧٣	٣٥٠,٨١	١,٥٢
٦٢٥	٦٠٥,٧٧	١٩,٢٣	١٨,٧٣	٣٥٠,٨١	٠,٥٨
١٢٥	١٤٤,٢٣	١٩,٢٣	١٨,٧٣	٣٥٠,٨١	٢,٤٨
المجموع					٤,٨٩

نفس الملاحظة تذكر بعد تصحيح كا^٢ أين وجدنا كا^٢ المحسوبة < كا^٢ الجدولية أي أن الفروق بين التكرارات النظرية والفعلية هي فروق جوهرية وبالتالي نرفض فرضية العدم، أي توجد علاقة بين الحالة المدنية للشخص ومدى ادخاره.

حالة خاصة:

وهو نموذج خاص من اختبار كا^٢ ونطلق عليه فحص انحراف نتائج الملاحظة التجريبية عن المتوقعة أي في حالة وجود صف واحد.

مثال: هذا الجدول أخذ من دراسة ميدانية لباحث يبحث عن العلاقة بين تغيب العمال حسب مكان عملهم أثناء الورديات.

مكان العمل	عامل بالبلدية	في قطاع البناء	في قطاع الصناعي	في قطاع الخدمات	في القطاع التقليدي	تاجر	فلاح	المجموع
عدد الأيام م	٦٩	٣٨	٣٣	٩٠	١١٥	١٣٨	١٤٥	٦٢٨

هنا نفترض أن النتائج تتوزع باحتمالات متساوية وهذه الحالة موجودة في اختبار كاي^٢ أي تكون عدد الأيام المغيبة متساوية لحالات مكان العمل أي $\frac{628}{7} = 89,71$ وهذا ما نسميه بالتكرارات النظرية ك.

ك	ك	ك - ك	ك - ك	$\frac{(ك - ك)^2}{ك}$
٦٩	٨٩,٧١	-	٢٠,٧١	٤,٧٨
٣٨	٨٩,٧١	-	٥١,٧١	٢٩,٨٠
٣٣	٨٩,٧١	-	٥٦,٧١	٣٥,٨٥
٩٠	٨٩,٧١	٠,٢٩	٠,٠٨٤	٠,٠٠٠٩
١١٥	٨٩,٧١	٢٥,٢٩	٦٣٩,٥٨	٧,١٣
١٣٨	٨٩,٧١	٤٨,٢٩	٢٢٣١,٩٢	٢٥,٩٩
١٤٥	٨٩,٧١	٥٥,٢٩	٣٠٥٦,٩٨	٨٩,٧١
				١٩٣,٢٦

درجة الحرية = (عدد الأعمدة - ١) = (٧ - ١) = ٦.

كاي^٢ الجدولة عند درجة حرية ٦ نسبة دلالة ٥ % مثلا تقرب ١٢,٥٩٢

كاي^٢ المحسوبة < كاي^٢ الجدولة فهناك فروق جوهرية ونرفض فرضية العدم أي أن هناك علاقة بين نوعية العمل وعدد الأيام التي تم الغياب فيها.

كما يمكننا استعمال تصحيح ينس في هذا المثال لزيادة احتمال أن تكون α^2 المحسوبة ناتجة عن قوى الحظ والصدفة.

جدول كا²

α درجة الحر ية	0.001	0.01	0.02	0.05	0.10	0.20	0.30	0.50	0.90
1	10.827	6.635	5.412	3.841	2.706	1.642	1.074	0.455	0.0158
2	13.815	9.210	7.824	5.991	4.605	3.219	2.408	1.386	0.211
3	16.366	11.345	9.837	7.815	6.251	4.642	3.665	2.366	0.584
4	18.467	13.277	11.668	9.488	7.779	5.989	4.878	3.357	1.064
5	20.515	15.086	13.388	11.070	9.236	7.289	6.064	4.351	1.610
6	22.457	16.812	15.033	12.592	10.645	8.558	7.231	5.348	2.204
7	24.322	18.475	16.622	14.067	12.017	9.803	8.383	6.346	2.833
8	26.125	20.090	18.168	15.507	13.362	11.030	9.524	7.344	3.490
9	27.877	21.666	19.679	16.919	14.684	12.242	10.656	8.343	4.168
10	29.588	23.209	21.161	18.307	15.987	13.442	11.781	9.342	4.865
11	31.264	24.725	22.618	19.675	17.275	14.631	12.899	10.341	5.578
12	32.909	26.217	24.034	21.026	18.549	15.812	14.011	11.340	6.304
13	34.528	27.688	25.472	22.362	19.812	16.985	15.119	12.340	7.042
14	36.123	29.141	26.873	23.685	21.064	18.151	16.222	13.339	7.790
15	37.697	30.578	28.259	24.996	22.307	19.311	17.322	14.339	8.547
16	39.252	32.000	29.633	26.296	23.542	20.465	18.418	15.338	9.312
17	40.790	33.409	30.995	27.587	24.769	21.615	19.511	16.338	10.085
18	42.312	34.805	32.346	28.869	25.989	22.760	20.601	17.338	10.865
19	43.820	36.191	33.687	30.144	27.204	23.900	21.689	18.338	11.651
20	45.315	37.566	35.020	31.410	28.412	25.038	22.775	19.337	12.443
21	46.797	38.932	36.343	32.671	29.615	26.171	23.858	20.337	13.240
22	48.268	40.289	37.659	33.924	30.813	27.301	24.939	21.337	14.041
23	49.728	41.638	38.968	35.172	32.007	28.429	26.018	22.337	14.848
24	51.179	42.980	40.270	36.415	33.196	29.553	27.096	23.337	15.659
25	52.620	44.314	41.566	37.652	34.382	30.675	28.172	24.337	16.473
26	54.052	45.642	42.856	38.885	35.563	31.795	29.246	25.336	17.292
27	55.476	46.963	44.140	40.113	36.741	32.912	30.319	26.336	18.114
28	56.893	48.278	45.419	41.337	37.916	34.027	31.391	27.336	18.939
29	58.302	49.693	46.693	42.557	39.087	35.139	32.461	28.336	19.768
30	59.703	47.962	47.962	43.773	40.256	36.250	33.530	26.336	20.599

تمرينات:

التمرين الأول:

ليكن الجدول التالي الذي يوضح توزيع مجموعة مكونة من ١٤١ حسب الجنس والرأي في موقف ما. والمطلوب إيجاد كاً عند نسبة ٥٪.

الرأي الجنس	موافق جدا	موافق	لا أدري	أرفض	أرفض جدا	المجموع
ذكور	٥	٣٧	١٣	٢٨	٥	٨٨
إناث	٣	١٧	٨	٢٠	٥	٥٢
المجموع	٨	٥٤	٢١	٤٨	١٠	١٤١

الحل:

أولاً: حساب \bar{K} النظرية فيما يخص الذكور:

$$\text{موافق جدا} = \frac{8 \times 88}{141} = 4,99$$

$$\text{موافق} = \frac{54 \times 88}{141} = 33,70$$

$$\text{لا أدري} = \frac{21 \times 88}{141} = 13,11$$

$$\text{ارفض} = \frac{48 \times 88}{141} = 29,96$$

$$\text{ارفض جدا} = \frac{10 \times 88}{141} = 6,24$$

ثانياً: حساب \bar{K} النظرية فيما يخص الإناث:

$$3,01 = \frac{8 \times 53}{141} = \text{موافق جداً}$$

$$20,30 = \frac{54 \times 53}{141} = \text{موافق}$$

$$7,90 = \frac{21 \times 53}{141} = \text{لا أدري}$$

$$18,04 = \frac{48 \times 53}{141} = \text{أرفض}$$

$$3,76 = \frac{10 \times 53}{141} = \text{أرفض جداً}$$

$\frac{2(0.5 - (\bar{K} - K))}{\bar{K}}$	$(K - \bar{K}) - 1$ $^2(0,5$	$K - \bar{K} - 1$ $0,5$	$K - \bar{K}$	\bar{K}	K
0,05	0,24	0,49 -	0,01	4,99	5
0,23	7,84	2,8	3,3	33,70	37
0,01	0,16	0,4	0,11 -	13,10	13
0,07	2,13	1,46	1,96 -	29,96	28
0,09	0,55	0,74	1,24 -	6,24	5
0,08	0,24	0,49	0,01 -	3,01	3
0,39	7,84	2,8	3,3	20,31	17
0,02	0,16	0,4	0,1	7,90	8
0,12	2,13	1,46	1,96	18,04	20
0,15	0,55	0,74	1,24	3,76	5

حساب درجة الحرية $(n - 2)(1 - 2) = (1 - 5)(1 - 5) = 4$

كأ الجدولية عند نسبة 5% = 9,48

$$1,21 = \frac{2(0.5 - (\bar{K} - K))}{\bar{K}} = \text{كأ المحسوبة}$$

إذن كأ المحسوبة 1,21 > كأ الجدولية 9,48

أي أن الفروق ظاهرية بين التكرارات الفعلية و النظرية و بالتالي راجع ذلك للصدفة أي نقبل فرضية الاستقلال فلا توجد علاقة بين النسب و الموقف.

التمرين الثاني:

لنفرض أن طالبا أراد معرفة رأي ٤٣ امرأة عاملة في مؤسسة معينة و هي عينة عشوائية. و عند سؤال كل واحدة منهن حول مدى موافقتها على تنظيم النسل وجد ٣٠ امرأة توافقت على ذلك و ١٣ لا توافق.

و السؤال هل يمكن أن تكون هذه التكرارات ناشئة من مجتمع إحصائي حيث الآراء مقسمة حول هذا الموضوع بشكل متساوي.

الحل:

إن فرصة العدم في هذه الحالة هي أن الآراء مقسمة ٥٠٪ توافق و ٥٠٪ لا توافق، علما أن هذه الفرضية قد أخذت بصورة تحكيمية (أي بتساوي) إن التكرارات النظرية أو

$$\text{المتوقعة } \bar{K} \text{ هي } \bar{K} = \frac{43}{2} = 21,5$$

$\frac{(K - \bar{K})^2}{\bar{K}}$	$(K - \bar{K})^2$	$ K - \bar{K} $	$K - \bar{K}$	\bar{K}	K
٢,٩٨	٦٤	٨	٨,٥	٢١,٥	٣٠
٤,٩٢	٦٤	٨	٨,٥ -	٢١,٥	١٣
٥,٦٩					٤٣

درجة الحرية = (عدد الأعمدة - ١) = (٢ - ١) = ١

كما الجدولية عند درجة حرية ١ نسبة ٥٪ = ٣,٨٤١

∴ كما المحسوبة ٥,٦٩ < كما الجدولية ٣,٨٤١

و بهذا فإننا لا نستطيع الثقة بالفرضية القائلة بانقسام آراء هؤلاء النساء بنسبة ٥٠٪ توافق على وسائل منع الحمل و ٥٠٪ منهن لا توافق عليه.

التمرين الثالث:

لنفرض أن إعارة الكتب بمكتبة علم الاجتماع في الأسبوع كانت كالآتي:

عدد الكتب	الأيام
٦٠	السبت
٤٠	الأحد
٥٠	الاثنين
٨٠	الثلاثاء
٩٠	الأربعاء
١٠٠	الخميس
٤٢٠	المجموع

فهل يوجد فرق بين عدد الكتب المعارة في أيام الأسبوع في هذه المكتبة عند نسبة ٥٪.

الحل:

أولاً: حساب درجة الحرية (عدد الصفوف - ١) = (٦ - ١) = ٥

ثانياً: حساب التكرارات النظرية $\bar{K} = \frac{420}{6} = ٧٠$

$\frac{\sum (K - \bar{K})^2}{K}$	$(K - \bar{K})^2$	$ K - \bar{K} $	$K - \bar{K}$	\bar{K}	K
١,٢٩	٩٠,٢٥	٩,٥	١٠ -	٧٠	٦٠
١٢,٤٣	٨٧٠,٢٥	٢٩,٥	٣٠ -	٧٠	٤٠
٥,٤٣	٣٨٠,٢٥	١٩,٥	٢٠ -	٧٠	٥٠
١,٢٩	٩٠,٢٥	٩,٥	١٠	٧٠	٨٠
٥,٤٣	٣٨٠,٥	١٩,٥	٢٠	٧٠	٩٠
٣٨,٣٢	٨٧٠,٢٥	٢٩,٥	٣٠	٧٠	١٠٠

كما الجدولية عند درجة حرية ٦ و نسبة ٥٪ = ١١,٠٧

إذن K^2 الجدولية $>$ من K^2 المحسوبة $11,07 > 38,32$

إذن هناك فرق جوهري بين التكرارات الفعلية و النظرية فنرفض فرضية العدم أي هناك علاقة بين المتغيرين. فلا يوجد استقلال بين عدد الكتب المعارة في اليوم حسب أيام الأسبوع.

التمرين الرابع:

لدينا الجدول التالي الذي يمثل العلاقة بين الأصل الجغرافي و الحالة المدنية للأفراد. اختبر فرضية الاستقلال أي أنه ليس هناك علاقة بين الأصل الجغرافي و الحالة المدنية عند نسبة ١٪.

المجموع	متزوج	مطلق	أعزب	الحالة المدنية الأصل
٤٩	٤٢	٣	٤	ريفي
٣٥	٢٣	-	١٢	حضري
٨٤	٦٥	٣	١٦	المجموع

الحل:

أولا _ حساب \bar{K} النظرية بالنسبة للريفيين

$$\text{أعزب} = \frac{49 \times 16}{84} = 9,33$$

$$\text{مطلق} = \frac{49 \times 3}{84} = 1,75$$

$$\text{متزوج} = \frac{49 \times 55}{84} = 37,91$$

ثانيا _ حساب \bar{K} النظرية بالنسبة للحضريين

$$\text{أعزب} = \frac{35 \times 16}{84} = 6,66$$

$$1,25 = \frac{35 \times 3}{84} = \text{مطلق}$$

$$27,08 = \frac{35 \times 65}{84} = \text{متزوج}$$

ثالثا _ حساب أن درجة الحرية = (ن ١ - ١)(ن ٢ - ١) = (١ - ٣)(١ - ٢) = ٢

ك	ك	ك -	ك - ك -	ك - ك -	ك
٤	٩,٣٣	٥,٣٣ -	٤,٨٣	٢٣,٣٣	٢,٥
٣	١,٧٥	١,٢٥	٠,٧٥	٠,٥٦	٠,٣٢
٤٢	٣٧,٩١	٤,٠٩	٣,٥٧	١٢,٨٩	٠,٣٤
١٢	٦,٦٦	٥,٣٤	٤,٨٤	٢٣,٤٢	٣,٥٢
-	١,٢٥	١,٢٥ -	٠,٧٥	٠,٥٦	٠,٤٥
٢٣	٢٧,٠٨	٤,٠٨ -	٣,٥٨	١٢,٨٢	٠,٤٧
					٧,٦

عند درجة حرية = ٢ و نسبة دلالة ١٪ كآ الجدولية = ٩,٢١٠

∴ كآ الجدولية ٩,٢١٠ > كآ المحسوبة ٧,٦

∴ الفروق جوهرية و بالتالي نرفض فرضية العدم أي توجد علاقة بين الأصل

الجغرافي و الحالة المدنية للشخص.

قائمة المراجع:

١- المراجع باللغة العربية:

- ١- أبوعبانة فتحي محمد. مدخل إلى التحليل الإحصائي في الجغرافيا البشرية، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٨٦
 - ٢- جلاطو جيلالي. الإحصاء مع تمارين ومسائل محلولة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ١٩٩٩
 - ٣- حليمي عبدالقادر. مدخل إلى الإحصاء، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ١٩٩٤
 - ٤- خاطر أحمد مصطفى وآخرون. التحليل الإحصائي للبحوث في الخدمة الاجتماعية، المكتب الجامعي الحديث، الإسكندرية، ١٩٩٨
 - ٥- زايد مصطفى. الإحصاء ووصف البيانات، مطبعة الشريف، السعودية، ط٢، ١٩٨٨
 - ٦- عوض منصور وآخرون. أساسيات علم الإحصاء الوصفي، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان، ط١، ١٩٩٩
 - ٧- غريب محمد سيد أحمد. الإحصاء و القياس في البحث الاجتماعي، ١٩٩١
 - ٨- عوض منصور، هبيري عزام، مبادئ الإحصاء، دار صفاء للطباعة والنشر والتوزيع، عمان، الطبعة ١، ٢٠٠٠
 - ٩- كنجو أنيس. الإحصاء، مؤسسة الرسالة، بيروت، الجزء الأول، ١٩٨٢
 - ١٠- مهدي محمد محمود. تطبيقات علم الإحصاء في العلوم الاجتماعية، الاسكندرية، ٢٠٠٢
 - ١١- كلاس محمد. محاضرات في الإحصاء التطبيقي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ١٩٩٣
- ٢- المراجع باللغة الفرنسية:

- 1- Hamdani Hocine. Statistique descriptive et expression graphique, OPU, Alger, 1988.

- 2- Murray R. Spiegel. Théorie et applications de la statistique,
imprimerie Louis- jean, Paris, 1972.
- 3- Vandeschrick christophe, jwantelet jean- marie. De la statistique
descriptive aux mesures des inégalités université catholique de
Pouvain la neuve, Belgique, 2003.