

الفصل الثامن

تحديد الأسس الواجب توافرها لمنهج التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى

العام وبناء الهيكل المقترح

القسم الاول : الاسس الواجب توافرها لمنهج التفاضل والتكامل :

- اولاً : الاسس الخاصة بالاهداف
- ثانياً : الاسس الخاصة بالمحتوى
- ثالثاً : الاسس الخاصة بطرق التدريس
- رابعاً : الاسس الخاصة بالوسائل التعليمية
- خامساً : الاسس الخاصة بكتاب التفاضل والتكامل
- سادساً : الاسس الخاصة بدليل المعلم
- سابعاً : الاسس الخاصة بالتقويم

القسم الثانى : بناء الهيكل العام المقترح لمنهج التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى العام:

- الاساس النظرى حول بناء الهيكل العام المقترح
- مفهوم الهيكل العام المقترح للصف الثالث الثانوى العام
- مقومات الهيكل العام
- خطوات تخطيط الهيكل العام

القسم الأول

تحديد الأسس الواجب توافرها في بناء منهج التفاضل والتكامل

للف الثالث الثانوى العام

نظرا لان طبيعة العمل العلمى فى مجال البحث الحالى تتطلب الأسس (الشروط) الواجب توافرها فى الجوانب المختلفة للعملية التعليمية الخاصة ببناء منهج التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى العام ، فقد قام الباحث بتحديد مجموعة من الأسس (شروط) وذلك استنادا الى ماتم انجازه فى الفصول السابقة على هذا الفصل فى البحث الحالى وهى فنسول : الدراسات السابقة ، والفصل الخاص بتطوير منهج التفاضل والتكامل والفصل الخاص بتحليل محتوى منهج التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى العام ، والفصل الخاص ببناء الاختبار التشخيصى ، وفصل تحديد الصعوبات التى تواجه تدريس التفاضل والتكامل . وقد تم تحديد مجموعة الأسس على النحو التالى :

اولا : الأسس الخاصة بالاهداف :

مامدى مراعاة الاهداف بالنواحى الاتية ؟

(أ) الاهداف وجوانب التعلم المختلفة :

- الاهتمام بالمهارات التى تناسب المتعلم .
- توجيه المتعلم نحو اغراض واقعية .
- تعليم الطالب لذاته .
- التركيز على اكساب المتعلم القدرة على التنبوء .
- الاهتمام بأنماط التفكير المرغوب فيها .
- الاهتمام بتعليم المهارات الأساسية اللازمة للحياة .
- الكشف عن المهارات الخاصة لدى الطلاب .
- الاسهام فى تطوير الجوانب السلوكية للطلاب .

(ب) الاهداف وطالب الصف الثالث الثانوى العام :

- الاهتمام بالسلوكيات التى يجب ان يسلكها الطالب نتيجة لما يمر به من مواقف تعليمية

- التركيز على اثاره الدافعية لدى الطلاب .
 - التركيز على تنمية روح المبادرة لدى الطلاب .
- (ج) الاهداف بصفة عامة :

- وضوح اهداف منهج التفاضل والتكامل للمعلم والطالب .
- تحديد اهداف منهج التفاضل والتكامل قبل تحديد محتواه .
- الاهتمام بصياغة الاهداف في عبارات سلوكية .
- صياغتها بطريقة تؤدى الى نمو متصل عند الطلاب .
- مدى مراعاتها لنضج الطلاب وحاجاتهم الاجتماعية .
- مدى مساعدتها للمعلم فى ان يضعها موضع التنفيذ .

ثانيا : الاسس الخاصة بالمحتوى :

مامدى مراعاة المحتوى بالنواحي الاتية ؟

(أ) المحتوي والحدائثة :

- مسايرة موضوعات المحتوى لروح العصر .

(ب) المحتوى والاهمية :

- اهمية المادة العلمية .
 - الاهتمام بالتشويق الذي تتيحه مادة التفاضل والتكامل .
 - الاهتمام بالموضوعات الاكثر اهمية لدى الطلاب .
 - اثاره حب الاستزادة من العلم لدى المتعلم .
- (ج) المحتوى وشمول وتكامل المعرفة العلمية :

- شموله وارتباطه وتكامله بالموضوعات ذات الصلة الوثيقة بأفرع الرياضيات الاخرى

- الاهتمام بادخال افرع الرياضيات الاخرى .

(د) المحتوى وطالب الصف الثالث الثانوى العام :

- حصول الطالب على تعليم ذي معنى .
- مراعاة المحتوى لطبيعة المتعلم وخصائص نموه .

(هـ) المحتوي والبناء المعرفي :

- التركيز على المفاهيم الأساسية للتفاضل والتكامل .
- الاهتمام باتساع محتوى المنهج بدلا من المناهج المنفصلة .
- التأكيد على الخبرة المتكاملة .

(و) المحتوى والتنظيم التكاملى :

- تنظيم المادة العلمية والمفاهيم الأساسية بدلا من الحقائق المنفصلة وغير المترابطة
- التركيز على توثيق الروابط بين الموضوعات الدراسية المختلفة .
- الاهتمام بتحقيق التكامل بين الجوانب المعرفية والمهارية والوجدانية .

(ز) اسس خاصة بالمحتوي بصفة عامة :

- مدى توضيح المفاهيم على اساس رياضى سليم .
- مدى المعالجة السليمة للنظرية الأساسية فى التفاضل والتكامل .
- مدى التمهيد للتعميم ووضوح الصيغ الضمنية المقدمة .
- مدى التمييز بين البرهان والحدس .
- مدى اتاحة الفرص امام الطلاب لاكتشاف مبادئ التفاضل والتكامل .
- مدى المساعدة على فهم الحياة المعاصرة ومشكلاتها .
- مدى تحقيق الاهداف المرجوة للتفاضل والتكامل .
- مدى اشباع ميول وحاجات الطلاب .
- مدى المساعدة فى تقديم التعلم المستمر الذى يحقق نمو الفرد .

ثالثا : الأسس الخاصة بطرق التدريس :

مامدى اهتمام طرق التدريس بالنواحي الاتية ؟

(أ) تنوع طرق التدريس :

- توجيه الاهتمام للممارسة من خلال معايشة المواقف التعليمية .
- الاسهام فى تحقيق الترابط بين التفاضل والتكامل وفروع الرياضيات الاخرى .
- القدرة على التجديد والابتكار .

- القدرة على توجيه الطلاب في الاتجاه المرغوب .
- الاهتمام بعمليات الممارسة .
- الاخذ بأساليب حل المشكلات .
- (ب) طرق التدريس والتعلم الذاتي :

- التركيز على تنمية القدرة للاعتماد على النفس .
- اتاحة الفرص المتنوعة للمتعلم للتعبير عن رأيه .
- تهيئة الفرص لاشباع حاجات الطلاب .
- مساعدة الطالب على ان يتعلم كيف يعلم نفسه بنفسه .
- مساعدة الطالب لاكتشاف ذاته وطاقاته .
- اهتمام طرق التدريس باثارة الدافعية لدى الطلاب لاثارة التساؤلات وتقديرهم الاجابات .

رابعا : الاسس الخاصة بالوسائل التعليمية :

مامدى اهتمام الوسائل بالجوانب الاتية : ؟

(أ) الوسائل التعليمية للطالب :

- مشاركة المعلم والطالب في التخطيط للوسائل وعملها واستخدامها وصيانتها .
- التنوع في استخدام الوسائل لمواجهة الفروق الفردية بين الطلاب .
- (ب) الوسائل التعليمية والتطور العلمى :

- الاهتمام بتوافر شروط الدقة العلمية في الوسائل المتاحة .
- اطلاع المعلم على المستجدات في ميدان الوسائل التعليمية .

خامسا : الاسس الخاصة بكتاب التفاضل والتكامل :

مامدى اهتمام كتاب التفاضل والتكامل بالجوانب التالية :

(أ) المؤلفون وكتاب التفاضل والتكامل :

- مدى تقديم مقترحات لاستخدام كتاب التفاضل والتكامل .

- مدى مراعاة الفروق الفردية بين الطلاب •
- مدى مشاركة الاخصائيين وخبراء المناهج فى تأليف الكتاب •
- (ب) كتاب التفاضل والتكامل وتنظيم المادة :

- مدى ملاءمة المادة العلمية لمستوى طلاب الصف الثالث الثانوى •
- مدى مراعاة تنمية القدرة على التفكير واكتساب أسلوب حل المشكلات •
- مدى مراعاة الترابط والتسلسل فى المادة العلمية وتكاملها بفروع الرياضيات الاخرى •
- مدى ارتباط الرسوم والاشكال بالمادة العلمية بالكتاب •
- (ج) كتاب التفاضل والتكامل والمراجع المعينة :

- مدى توافر مراجع التفاضل والتكامل بمكتبات المدارس والمكتبات العامة •
- مدى ملاءمتها لطالب الصف الثالث الثانوى العام •
- مدى ارتباطها بمنهج التفاضل والتكامل وتنوعها لمراعاة الفروق الفردية للطلاب •
- سادسا : الأسس الخاصة بدليل المعلم لمنهج التفاضل والتكامل :

- مامدى الاهتمام بالجوانب التالية :
- مدى اهتمام المؤلفين لوضع دليل للمعلم فى منهج التفاضل والتكامل •
- مدى تضمن دليل المعلم لاستراتيجيات تعليمية واضحة للمعلم لمنهج التفاضل والتكامل

سابعاً : الأسس الخاصة بالتقويم ::

- مامدى اهتمام عملية التقويم (فى التفاضل والتكامل) بالجوانب التالية

(أ) التقويم والشمول :

- الاهتمام بتقويم الجوانب المعرفية •
- الاهتمام بتقويم الجوانب الوجدانية •
- الاهتمام بتقويم الجوانب المهارية •

(ب) التقويم والتنوع :

- مدى استخدام بطاقات الملاحظة •
- مدى استخدام الاسئلة الموضوعية •

(ج) التقويم والاستمرارية :-

- مدى اتاحة الفرص للتقويم اثناء كل درس من دروس التفاضل والتكامل •
- مدى اتاحة الفرص للتقويم بعد كل درس من دروس التفاضل والتكامل •
- مدى اتاحة الفرص للتقويم بعد كل مجموعة من دروس التفاضل والتكامل •
- مدى اتاحة الفرص للتقويم فى نهاية المنهج •

(د) التقويم والموضوعية :

- مدى توفر شروط الموضوعية فى الاختبارات وبطاقة الملاحظة والاجابات النموذجية

(هـ) التقويم الذاتى والطالب :

- مدى توفر فرص التقويم الذاتى للمتعلم •

(د) التقويم ومعلم الرياضيات :

- مدى مشاركة معلم الرياضيات فى اعداد أدوات تقويم التفاضل والتكامل •
- التعاون بين معلمى الرياضيات فى الاعداد لادوات التقويم •
- مدى الفرص المتاحة للمعلم لتقويم الطلاب والمنهج •
- مدي مشاركة التوجيه الفنى للرياضيات مع المعلم فى التقويم •
- مدى اشتراك الادارة المدرسية مع المعلم فى التقويم •

القسم الثاني

بناء الهيكل العام المقترح لمنهج التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى العام

الأساس النظري حول بناء الهيكل العام المقترح :

سوف يتناول الباحث فى هذا الجزء الهيكل العام " البرنامج المقترح " وذلك فى ضوء الأسس الواجب توافرها فى بناء منهج التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى العام والتي عرضها الباحث فى القسم الاول من هذا الفصل ، وقد قام الباحث بتحديدتها وذلك استنادا لما تسم انجازه فى الفصول السابقة على هذا الفصل فى البحث الحالى ، وسوف يقتصر الباحث فى تحديد الهيكل العام وذلك بتقسيمه الى خمس وحدات دراسية حيث تضم كل وحدة من الوحدات الخمسة عنوان الوحدة ، الاهداف ، المحتوى ، ارشادات لمعلم الرياضيات .

مفهوم الهيكل العام " البرنامج المقترح " :

يشمل الهيكل العام خمس وحدات دراسية صممت لتلائم طلاب الصف الثالث الثانوى العام ، وهذا الهيكل يقوم اساسا على نشاط الطلاب وفاعليتهم ، ويهدف هذا الهيكل الى تعليم طلاب الصف الثالث الثانوى العام الكثير من الحقائق والمعلومات والمصطلحات والمفاهيم والتعميمات ، كما يهدف الهيكل العام المقترح الى اكسابهم بعض القيم والاتجاهات والميول والمهارات .

مقومات الهيكل العام " البرنامج المقترح " :

- انه على درجة كبيرة من الايجاز اذ ان الباحث اعتمد على اختيار موضوعات المحتوى على اساس ماسبق تحديده من الاسس الواجب توافرها لمنهج التفاضل والتكامل .
- الهيكل العام ليس فى حقيقة الامر سوى مجرد موضوعات مقترحة يمكن تناولها فى اطار منهج التفاضل والتكامل بالصف الثالث الثانوى العام .
- كما ان محتوى وحدات الهيكل العام للمنهج المقترح تعبر عن الاهداف المقترحة لهذا الهيكل .

خطوات تخطيط بناء الهيكل العام :

في ضوء العرض السابق ، وما قام به الباحث في تحديده لمفهوم الهيكل العام
 " البرنامج المقترح " يمكن تحديد الخطوات التي اتبعت في تخطيط وبناء الهيكل العام
 المقترح على النحو التالي :

(١) اختيار موضوعات الهيكل العام : " البرنامج المقترح " :

وذلك بالاستعانة بالدراسات التي اجرتها المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم
 لتطوير تدريس الرياضيات وكذلك بالاستعانة ببعض الكتب والمراجع * .

* استعان الباحث بعدد من المراجع نذكر منها :

- (١) محمد عادل سودان وآخرون : مشروع رياضي لتطوير تدريس الرياضيات في المرحلة
 الثانوية، الصف الثالث الثانوي ، الجزء الاول ،
 المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم (القاهرة)
 مطبعة التقدم ، ١٩٧٩ .
- (٢) _____ : الرياضيات الحديثة للصف الثالث الثانوي - المنظمة
 العربية للتربية والثقافة والعلوم (القاهرة ، الهيئة
 العامة للمطابع ، ١٩٨٠ .
- (٣) _____ : مشروع رياضي لتطوير تدريس الرياضيات في المرحلة
 الثانوية الصف الثاني الثانوي ، المنظمة العربية
 للتربية والثقافة والعلوم (القاهرة ، مطابع الشروق
 . ١٩٧٨ .
- (٤) الفريد هوير ، ترجمة لبيب جورجى : رواد الرياضيات (القاهرة ، النهضة ، ١٩٦٥) .
- (٥) موراى ر. شبيجل : نظريات ومسائل في الدوال المركبة (القاهرة ، المكتب
 المصري الحديث ، ١٩٨١) .
- (٦) _____ : نظريات ومسائل في التفاضل والتكامل المتقدم (القاهرة
 الدار الدولية للتقديم والتوزيع ، ١٩٨٩) .
- (٧) خليفة عبدالسميع خليفة : تدريس الرياضيات للمدرسة الثانوية (القاهرة ،
 المطبعة الفنية الحديثة ، ط ١ ، ١٩٨٣) .
- (٨) فرانك آيرز ، ترجمة نخبة من الاساتذة المتخصصين : نظريات ومسائل في حساب
 التفاضل والتكامل (القاهرة ، مؤسسة الاهرام
 . ١٩٧٧) .
- (٩) اليونسكو : اتجاهات حديثة في تدريس الرياضيات المجلد الثانى
 (القاهرة ، الهيئة المصرية العامة للكتاب ١٩٧٧) .
- (١٠) تيدي س . ج . ليفيت . ترجمة بولس روبل وآخريين : النهايات والاتصال فى
 حساب التفاضل والتكامل (القاهرة ، الدار الدولية
 للنشر والتوزيع ١٩٨٩) .

-
- (١١) = نظله حسن احمد خضر : المدرس والرياضيات الحديثة والتقليدية (القاهرة، عالم الكتب ، ١٩٨٥) .
- (١٢) فريدريك هـ. بل ترجمة وليم عبيد واخرين : طرق تدريس الرياضيات (القاهرة ، السدار العربية للنشر ، ج ٢ ، ١٩٨٦) .
- (١٣) محمد القويز واخرون : الرياضيات الحديثة للصف الثالث الثانوي (دار الاصفهاني للطباعة ، ج ١ ، ١٩٨٢) .
- (١٤) _____ : الرياضيات للصف الثالث الثانوي (دار الاصفهاني للطباعة بجدة ، ج ١ ، ١٩٨٢) .
- (١٥) جلال الصياد واخرون : الرياضيات للصف الثالث الثانوي (دار الاصفهاني للطباعة ، ج ١ ، ١٩٨٤) .
- (١٦) على نصر الوكيل واخرون : التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوي (القاهرة، مطابع دار الهلال ، ١٩٨٩) .
- (١٧) محمد رجائي طحمير واخرون : الميكانيكا والتكامل للصف الثالث الثانوي علمي رياضيات (القاهرة، مؤسسة دار التعاون ، ١٩٨٨) .
- (١٨) - Klin Morris (1966) Calculus: An intuitive and physical approach (18)
(New York - Second edition).
- (١٩) - Marvien L. Bittinger (1976): Calculus: A modeling approach (19)
Addison-Wesley publishing Company, California).
- (٢٠) - B. Simon (1982): Calculus with analytic Geometry: (Scott, Farsman (20)
and Company, United States of America).
- (٢١) - Advanced Mathematics Book1(1967): The School Mathematics (21)
Project. (Cambridge, At the University Press).
- (٢٢) - Advanced Mathematics Book2 (1968): The School Mathematics (22)
Project. (Cambridge, At the University Press).
- (٢٣) - Sheldon P. Gordon (1985): A discrete approach to the Calculus (23)
(International Journal of Mathematical Education in Science and
Technology, July, 1985, Vol.16, N.4).
- (٢٤) - F.H. Simons (1986): A Course in Calculus Using a Personal Com- (24)
puter (International Journal of Mathematical Education in Science
and Technology, 117, No.3).
- (٢٥) - A.J. Briginohaw (1986): Teaching Undergraduate Analysis (25)
(International Journal of Mathematical Education in Science and Tech-
nology. Vol. 17, No.6).
- (٢٦) - A. Van Dermeer (1980): Bridging the gulf between formal Calculus (26)
and physical reasoning. (----- Vol.11 No.3)
- (٢٧) - I. Suvorov: Higher Mathematics (Printed in the Union of Soviet (27)
Socialist Republics).
- (٢٨) - Unesco (1972): New Trends in Mathematics Teaching. Analysis V.3. (28)

(٢) تحديد اهداف الهيكل العام " البرنامج المقترح "

في ضوء ما حصل عليه الباحث من معلومات عن الخطوة السابقة وفي ضوء تحديد موضوعات الهيكل العام ، قام الباحث بتقسيم الهيكل العام الى خمس وحدات دراسية ولكل وحدة اهدافها وذلك طبقا لتقسيم بتلر^(١) انه يوجد ثلاثة تصنيفات كبرى لاهداف تدريس الرياضيات وهي :

١ - المعرفة Knowledge وتنقسم الى قسمين هما :

أ - التذكر (تذكر الحقائق ، النظريات ، التعريفات وغيرها) .

ب - المهارات Skills

٢ - الفهم Understanding

وقد تمت هذه الخطوة على مرحلتين :

١ - المرحلة الاولى : وهي تمثل الاهداف العامة للهيكل مثل (معرفة الحقائق والمعلومات

والمصطلحات والمفاهيم والتعميمات والاتجاهات والمهارات) .

٢ - المرحلة الثانية: قام الباحث بترجمة الاهداف العامة للمنهج الى اهداف سلوكية

لكل وحدة من وحدات الهيكل حتى يمكن قياسها .

ويرى شبلر " ان اهداف الوحدة (المنهج) يمكن ان تصاغ في هدف عام واحد

او اثنين على الاكثر . ثم يصاغ هذا الهدف على صورة قائمة من الاهداف السلوكية . (٢)

وعليه فانه يمكن ان يصاغ الهدفان التاليان للهيكل العام " البرنامج

المقترح وهما :

١ - ان يتمكن طالب الصف الثالث الثانوي من المفاهيم والحقائق والنظريات التي يتضمنها

محتوي منهج التفاضل والتكامل بالهيكل العام المقترح .

٢ - ان يتمكن طالب الصف الثالث الثانوي من تطبيق هذه المفاهيم والحقائق بصورة

مباشرة او غير مباشرة في حل تمارين التفاضل والتكامل .

(١) عادل ابراهيم الباز : دراسة تشخيصية لل صعوبات التي تواجه طلاب الصف الثاني

الثانوي العام في حل تمارين الهندسة الفراغية (رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية

التربية ، جامعة الزقازيق ١٩٨٤) .

(٢) عادل ابراهيم الباز : فعالية تدريس منهج مطور للهندسة الفراغية في المرحلة الثانوية

(رسالة دكتوراه غير منشورة ، كلية التربية ، جامعة الزقازيق ، ١٩٨٧) .

(٣) اختيار محتوى الهيكل العام " البرنامج المقترح " :

لقد تمت خطوة اختبار المحتوى في المراحل التالية :

- أ - اختيار موضوعات الهيكل .
 - ب - اختيار المحتوى التفصيلي . وقد اكتفى الباحث بذكر اهم جوانب الفكرة الاساسية مبتعدا عن التفاصيل الزائدة التي ربما تمثل عبئا على الطالب في الصف الثالث الثانوي .
 - ج - تقسيم الهيكل العام الى وحدات .
- قسم الباحث الهيكل الى خمس وحدات ولقد راعى الباحث في تنظيم الوحدات ترتيبها وتسلسل الافكار والحقائق .

الهيكل العام المقترح للصف الثالث الثانوي العام*

ويتكون من خمس وحدات رئيسية

الوحدة الاولى : المتتابعات والمتسلسلات :

تهدف وحدة المتتابعات والمتسلسلات الى تحقيق اهداف معرفية ووجدانية ومهارية

على النحو التالي :

- * انظر الملحق رقم (٩) ص (٢٨٩) وهو استبيان الاستطلاع الراى حول البرنامج المقترح لمنهج التفاضل والتكامل .
- وقد تم عرض هذا الاستبيان على مجموعة من المحكمين وهم :
- (١) أ.د. محمد رضا البغدادى : استاذ ورئيس قسم المناهج وطرق التدريس بكلية التربية بالفيوم ، جامعة القاهرة .
- (٢) أ.د. كمال احمد ديب : استاذ الرياضيات المساعد ورئيس قسم الرياضيات كلية التربية بالفيوم جامعة القاهرة .
- (٣) أ.د. خليفة عبدالسميع خليفة : استاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد بكلية التربية بالفيوم جامعة القاهرة .
- (٤) أ.د. مجدي عزيز ابراهيم : استاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد بكلية التربية دمياط جامعة المنصورة .
- (٥) أ. نسيم صموئيل برسوم : موجه عام الرياضيات بديوان عام وكالة وزارة التربية والتعليم بالفيوم .
- (٦) أ. ميلاد هليم فانوس : موجه اول الرياضيات بديوان عام وكالة وزارة التربية والتعليم بالفيوم .
- (٧) أ. صلاح الدين اسماعيل : موجه اول الرياضيات بادارة الفيوم التعليمية .

(أ) الاهداف المعرفية(١) بالنسبة الى معرفة حقائق ومعلومات مثل :

- يتعرف الطالب على تقارب المتتابعة من الرسم البياني أو من التمثيل على خط الأعداد
- يحدد الطالب متى تكون المتتابعة تقاربية او تباعدية .
- يحكم الطالب على ان المتتابعة تقاربية او تباعدية .
- يقارن الطالب بين تمثيل المتتابعة على خط الاعداد وبيانيا .
- يذكر الطالب انواع النهايات .
- يذكر الطالب تعريف تقارب المتتابعة .

(٢) بالنسبة الى معرفة مصطلحات ومفاهيم :

- أ - مصطلحات : مقياس العدد الحقيقي .
 - ب - مفاهيم : مجموعة الاعداد الحقيقية الممتدة ، خاصية المسافة على ح ، الجوار والجوار المثقوب ، تقارب المتتابعة .
- (٣) مهارات عقلية : ان يستنتج الطالب خواص قياس العدد الحقيقي - تنمية القدرة لدى الطلاب على التحليل وادراك العلاقات بين الاسباب والنتائج ، استنتاج مفهومات تقارب المتتابعة من الرسم البياني ومن خط الاعداد .

(ب) الاهداف الوجدانية

تهدف دراسة الوحدة الى اكتساب الطلاب اتجاهات وميول وقيم ايجابية على النحو التالي:

(١) بالنسبة الى الاتجاهات :

- تكوين اتجاه ايجابي لدى الطلاب نحو الاهتمام بدراسة (المفاهيم الاولية في مجموعة الاعداد الحقيقية ، متتابعات الاعداد الحقيقية ، نهاية المتتابعة ، نهاية الدالة) .

- تقدير جهود العلماء والمكتشفين في كشف ودراسة المتتابعات والمسلسلات .

(٢) الميول :

تهدف دراسة الوحدة الاولى الى اكتساب الطلاب الميول الايجابية :

- الميل نحو تتبع موضوعات النهايات .

- الميل الى استخدام مصادر ومراجع اخري غير الكتاب المدرسى •
- الميل الى عمل المجلات الحائطية والرسوم والاشكال التوضيحية الخاصة بتقارب المتتابعات والمتسلسلات •

(٣) بالنسبة للقيم :

تهدف دراسة الوحدة الاولى الى اكتساب الطلاب القيم الاتية :

ان يقدر الطالب قيمة :

- الدقة •
- النظام •
- تقدير قيمة المكتشفات الحديثة في هذا المجال •

(ج) الاهداف المهارية

تهدف دراسة الوحدة الى اكتساب الطلاب الاهداف المهارية الاتية :

- المهارة فـــــى رسم الاشكال التوضيحية والرسوم الخاصة بموضوعات الوحدة •
- المهارة في برهنة نظريات تقارب المتتابعة •
- ان يحل الطالب بعض المسائل على تقارب المتتابعات •
- المهارة في حساب نهاية المتتابعة •
- المهارة في تحديد منطقة الجوار والجوار المثقوب وحساب عدد الحدود التي تقع داخل الجوار •
- المهارة في ايجاد ن التي تحقق $l < a_n < l + \epsilon$ و

ثانيا : المحتوى :

المتتابعات والمتسلسلات :

المفاهيم الاولى في مجموعة الاعداد الحقيقية :

$$\times \text{ مجموعة الاعداد الحقيقية الممتدة } (\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{ \infty \} \cup \{ -\infty \})$$

\times خاصية المسافة على \mathbb{R}^* :

تعريف : اذا كان s ، s عددين حقيقتين فان القيمة المطلقة للفرق بين s ، s يسمى

المسافة بين العددين ويرمز لها بالرمز $f(s, s)$ اي ان

$$f(s, s) = |s - s|$$

تعريف : مقياس العدد الحقيقي .

اذا كان s عددا حقيقيا فان المسافة بين العددين s ، 0 اي $f(s, 0)$

تسمى مقياس العدد s او معيار العدد s ويرمز له بالرمز $|s|$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet < \text{ اذا كانت } s \\ \bullet > \text{ اذا كانت } s \\ \bullet = \text{ اذا كانت } s \end{array} \right\} f(s, 0) = |s|$$

خواص مقياس العدد الحقيقي .
 $\forall s, s \in \mathbb{R}$ فان

$$(1) |s| = |s|$$

$$(2) |s + s| \leq |s| + |s|$$

$$(3) |s - s| \leq |s - s|$$

$$(4) \text{ اذا كانت } s < s \text{ حيث } s \in \mathbb{R} \text{ فان } |s| \leq |s| \iff |s| \geq |s|$$

$$(5) \text{ اذا كانت } s > s \text{ حيث } s \in \mathbb{R} \text{ فان } |s| \leq |s| \iff |s| \geq |s|$$

$$(6) \forall s \in \mathbb{R} |s| = \sqrt{s^2}$$

الجوار والجوار المثقوب لنقطة

$$\begin{array}{c} \text{أ} + \text{هـ} \quad \text{أ} \quad \text{أ} - \text{هـ} \\ \text{ج (أ، هـ)} = [\text{أ} - \text{هـ}, \text{أ} + \text{هـ}] \\ \text{ج (أ، هـ)} = \{s : |s - \text{أ}| > \text{هـ}\} \end{array}$$

متتابعات الاعداد الحقيقية :

- تعريف المتتابعة كنوع خاص من الدوال الحقيقية .

- كتابة عدة حدود من المتتابعة .

- المتتابعات الحسابية والهندسية •

- المتسلسلات الحسابية والهندسية المنتهية •

تعريف : اذا كانت (ح_ن) متتابعة منتهية مكونة من ن حدا فان مجموع حدودها

$$\bullet \text{ تسمى متسلسلة منتهية } \bullet \quad ١ح + ٢ح + ٣ح + \dots + نح$$

تعريف : تسمى المتسلسلة المنتهية $\sum_{r=1}^n$ ح_ر متسلسلة حسابية او هندسية

• اذا كانت المتتابعة (ح_ن) حسابية او هندسية على الترتيب •

- تمثيل المتتابعات على خط الاعداد •

- تمثيل المتتابعات بيانيا •

انواع النهايات :

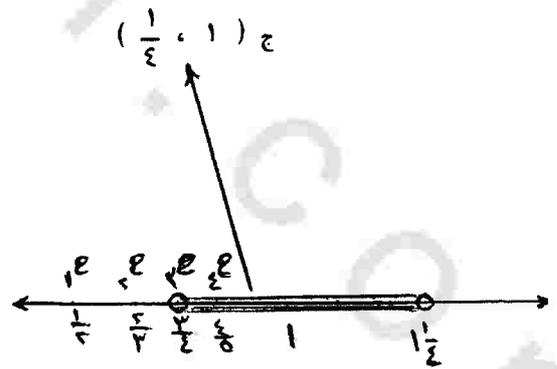
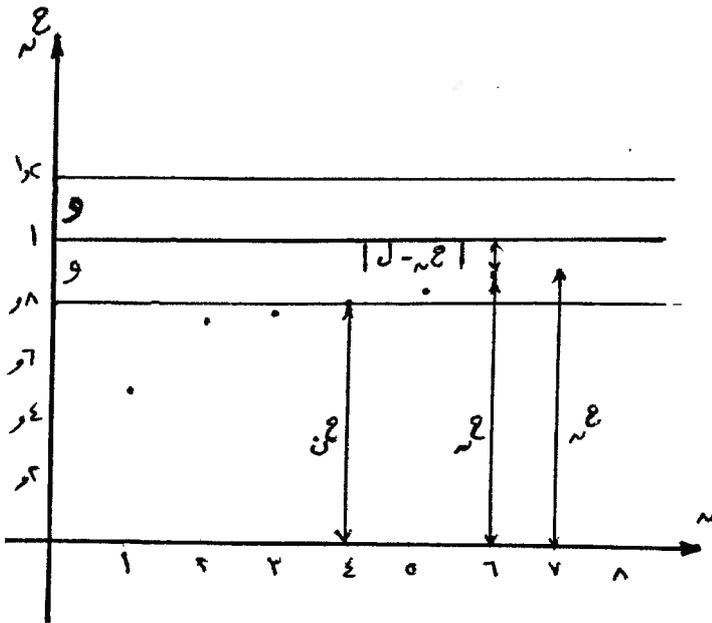
• (١) نهاية المتتابعة •

• (٢) نهاية المتسلسلة •

• (٣) نهاية الدالة •

• (١) تقارب المتتابعة - نهاية المتتابعة •

المتتابعة ح_ن = $\left(\frac{ن}{ن+١} \right)$ يمكن تمثيلها على خط الاعداد او بيانا كالاتى



من الرسم :

إذا احتوي كل جوار لعدد حقيقي ل جميع حدود متتابعه فيما عدا عدد محدد منها فاننا نقول ان ل نهاية المتتابعة .

تعريف : يقال ان المتتابعة (ح) تتقارب للنهية ل اذا كان لكل عدد حقيقي و < .

(مهما صغرت قيمته) يوجد ن \exists ص + (تعتمد قيمته على قيمة و) بحيث

$$| ح - ل | < و \text{ و لجميع قيم } ن < \infty$$

اي ان نهـا ح ن = ل اذا كان لكل و < . يوجد ن \exists ص + بحيث | ح ن - ل | < و

$$\infty \leftarrow ن$$

لكل و < ن

(٢) نهاية المتسلسلة

تقديم نهاية المتسلسلة كتطبيق لنهاية المتتابعة في معرفة تقارب وتباعد المتسلسلات

- ايجاد نهاية المتتابعة باستخدام النظريات :

اولا : اذا كانت نهـا ح ن = أ ، نهـا ك ن = ب فان

$$(أ) \quad \text{نهـا } \left[ح ن \pm ك ن \right] = أ \pm ب$$

$$(ب) \quad \text{نهـا } \left[ح ن \right] = ج \text{ اذا } (ح ن) \dots \dots (ح \exists)$$

$$(ج) \quad \text{نهـا } \left[ح ن \cdot ك ن \right] = أ \cdot ب$$

$$(د) \quad \text{نهـا } \left[\frac{ح ن}{ك ن} \right] = \frac{أ}{ب} \quad \cdot \neq$$

ثانيا : نهـا $\frac{1}{ن} = \text{صفر}$

$$\left. \begin{array}{l} \cdot < m \dots\dots\dots \text{صفر} \\ \cdot = m \dots\dots\dots \text{١} \\ \cdot > m \dots\dots\dots \text{غير موجودة} \end{array} \right\} = \frac{1}{n \leftarrow \infty}$$

ثالثا : نهـا رن = صفر (حيث - ا > ر > ا)
 $n \leftarrow \infty$

رابعا : إذا كانت (ك ن) محدودة ، نهـا (ح ن) = صفر فان ك ن ح ن = صفر
 $n \leftarrow \infty$

ثالثا : ارشادات للمعلم :

- يقدم مفهوم الجوار بالقدر والمستوي اللازمين لتوظيفه في توضيح بعض المفاهيم الاخرى .
- مثل : نهاية المتتابعة - نهاية الدالة - القيم العظمى والصغرى المحلية .
- التعريف الرياضى لنهاية المتتابعة يتميز بمستوي عال من التجريد يتطلب الدقة الرياضية وعلى المعلم ان يشرك الطالب في استنتاج التعريف من خلال استقراء سلوك المتتابعة من خلال امثلة متعددة .

الوحدة الثانية

النهايات والاتصال

اولا : الاهداف :

تهدف وحدة " النهايات والاتصال الى تحقيق اهداف معرفية ووجدانية ومهارية على النحو التالي :

(أ) الاهداف المعرفية

تهدف الوحدة الى تحقيق الكثير من الأهداف المعرفية الاتية:

(١) معرفة بالنسبة الى حقائق ومعلومات مثل :

- نهاية الدالة عند نقطة ، النهاية اليمنى والنهاية اليسرى ، الاساس الرياضى المشترك لانواع النهايات ، شروط وجود النهاية عند نقطة ، خصائص النهايات ، معنى النهايات المشهورة ، طرق حساب نهاية دالة حقيقية ، نهاية الدالة عند اللانهاية ، اتصال

دالة عند نقطة ، شروط اتصال دالة عند نقطة ، الاتصال على فترة وخواص الدوال

المتصلة ، شروط اتصال دالة في فترة مغلقة ، بعض انماط الدوال المتصلة •

— ان يعرف الطالب ان :

• وجود نهاية الدالة عند نقطة ما يعتبر مستقلا عن تعريف الدالة عند هذه النقطة فقد

توجد نهاية للدالة عند نقطة غير معرفة عندها •

• الفارق الكبير بين معنى نهاية الدالة عند نقطة مثل $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ وقيمة الدالة عند a (وهي

القيمة التي تنتج بالتعويض من متغير الدالة بالعدد a)

• لا يساعد تعريف نهاية دالة عند نقطة على تعيين النهاية ولكن يساعد على اثبات

ان النهاية هي القيمة المعطاه •

• عند تعيين نهاية الدالة عندما $x \rightarrow a^+$ يجب ان تكون الدالة معرفة في جوار a^+

• عند تعيين نهاية الدالة عندما $x \rightarrow a^-$ يجب ان تكون الدالة معرفة في يمين a^-

• عند تعيين نهاية الدالة عندما $x \rightarrow a$ يجب ان تكون الدالة معرفة في يسار a

• عند بحث نهاية الدالة المعرفة باكثر من قاعدة عند النقطة التي يتغير عندها تعريف

الدالة يجب بحث النهاية اليمنى والنهاية اليسرى والمقارنة بينهما فاذا تساوت النهايتان

فان للدالة نهاية وتساوى القيمة المشتركة للنهايتين •

• عند تعيين نهاية الدالة عند اللانهاية يجب ان تكون الدالة معرفة عند ∞

— يشرح الطالب نهاية الدالة عند نقطة من الرسم البياني •

— يذكر الطالب شروط وجود النهاية عند نقطة •

— يحدد الطالب اذا كانت الدالة متصلة عند النقط المعطاه أم لا •

— يثبت الطالب بعض نظريات النهايات •

— يذكر الطالب شروط اتصال دالة عند نقطة

— يذكر الطالب شروط اتصال دالة على فترة •

(٢) معرفة بالنسبة لمصطلحات ومفاهيم :

مفاهيم : مفهوم نهاية دالة عند نقطة ، مفهوم النهاية اليمنى ، مفهوم النهاية اليسرى ،

• المفهوم الرياضى لنهاية دالة عند اللانهاية ، مفهوم الاتصال •

(٣) بالنسبة الى التعميمات :

- من تعريف نهاية الدالة عند اللانهاية يمكن ان نعامل الدالة د (س) عندما
- س ← ∞ كما لو كانت متتابعة وبذلك تنطبق جميع خواص نهايات المتتابعات على نهاية الدالة عند اللانهاية .
- اذا كانت د (س) ، ر (س) متصلتين على الفترة س فان الدوال الاتية تكون متصلة على نفس الفترة .
- [حاصل جمع دالتين ، باقى طرح دالتين ، حاصل ضرب دالتين ، خارج قسمة دالتين ، الاتصال على فترة]

(٤) بالنسبة الى المهارات العقلية

- يستنتج الطالب الاساس الرياضى المشترك لانواع النهايات .
- يستنتج الطالب خصائص النهايات .
- كتابة بعض البحوث القصيرة عن موضوعات مثل النهايات والاتصال .
- تنمية القدرة على الاطلاع على مراجع اخرى غير الكتاب المدرسى .

(ب) الاهداف الوجدانية

تهدف دراسة الوحدة الثانية الى اكتساب الطلاب اتجاهات وميول وقيم ايجابية على النحو التالى :

(١) بالنسبة الى الاتجاهات :

- يتكون لدى الطلاب اتجاه ايجابى نحو القيام بدراسة (المفهوم الرياضى لنهاية الدالة ، والمفهوم الرياضى لنهاية الدالة عند اللانهاية ، ومفهوم الاتصال) .

(٢) بالنسبة للميول :

- اكتساب الميل لدى الطلاب لتتبع موضوع الاتصال .
- الميل الى استخدام مصادر ومراجع اخرى غير الكتاب المدرسى .
- الميل الى عمل المجلات الحائطية والرسوم والاشكال التوضيحية الخاصة بالنهايات والاتصال .

(٣) القيم :

تهدف دراسة الوحدة الثانية الى اكتساب الطلاب القيم الاتية :

ان يقدر الطالب قيمة :

- الدقة .
- النظام .
- تقدير قيمة المكتشفات الحديثة في هذا المجال .

(ج) الاهداف المهارية

تهدف دراسة الوحدة الى اكتساب الطلاب الاهداف المهارية الاتية :

- تدريب الطلاب على رسم الاشكال التوضيحية والرسوم الخاصة بموضوعات الوحدة .
- المهارة في برهنة نظريات النهايات .
- المهارة في ايجاد نهاية الدالة عند نقطة
- المهارة في حل تمارين على ايجاد نهاية الدالة عند اللانهاية .
- المهارة في حل تمارين على اتصال دالة عند نقطة واتصال دالة على فترة .

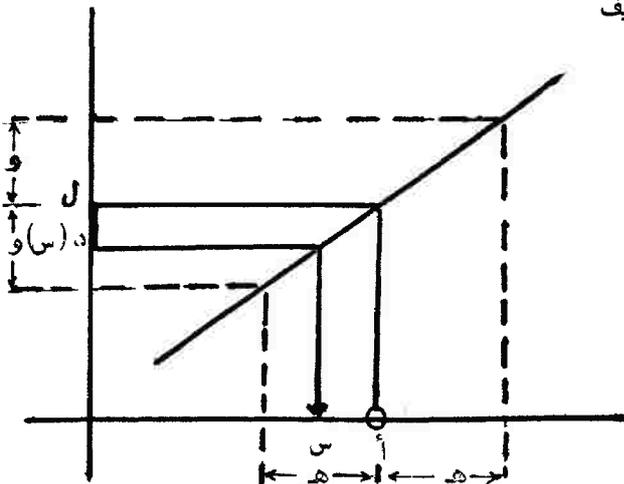
ثانيا : المحتوى :النهايات والاتصال

- نهاية دالة عند نقطة :-

• يعالج مفهوم نهاية الدالة باستخدام المدخل الاتي : دراسة الفرق المطلق بين

كل من d (س) ، l من ناحية ، s ، ϵ من ناحية اخرى ويستخدم هذا المدخلفي اثبات ان d (س) تؤول للنهية l عندما s تؤول الى ϵ .

• يمكن الاستعانة بالرسم البياني لتوضيح التعريف



نهاية d (س) = l اذا كان لكل $\epsilon > 0$ توجد $\delta > 0$ بحيث
 $|d - l| < \epsilon$ لكل $s > \delta$

- اذا بحثنا في التعريفين نجد ان كل تعريف يبدأ لكل و $<$ وينتهي بالقيمة $>$ و \bullet
- الفرق الاساسى بين التعريفين هو أن تعريف نهاية الدالة يتضمن العدد ه الذي يقيس قرب س من أ وتعريف نهاية المتتابعة يختم بالعدد ن الذي يقيس كبر العدد ن ولكن باستخدام لغة الجوار نجد ان التعريفين يتضمنان نفس الاساس ، عندما نقول $\bullet > \text{اس} - \text{أ} > \text{ه}$ تعنى ان $\exists \text{ج}^+ (\text{أ} ، \text{ه})$
- وعندما نقول ان $\text{ن} < \text{ن}$ فاننا نعنى ان ن فى جوار $+\infty$ (المحذوف مركزه) وكذلك $\text{د} (\text{س}) - \text{ل} > \text{و}$ تعنى أن $\text{د} (\text{س})$ ج $(\text{ل} ، \text{و})$ بالمثل $\text{ج} \text{ن} - \text{ل} > \text{و}$ تعنى ان $\exists \text{ج}^+ (\text{ل} ، \text{و})$
- وعلى ذلك فالاساس المتضمن فى التعريفين هو ان لكل جوار لنقطة ل يوجد جوار لنقطة أ بحيث $\exists \text{ج}^+ (\text{أ} ، \text{ه})$ يو دى السى \bullet فى جوار ل \bullet

- شروط وجود النهاية عند نقطة :

نظرية : الدالة $\text{د} (\text{س})$ تو.ول للنهاية ل عندما $\text{س} \leftarrow \text{أ}$ اذا فقط اذا كانت نهاياتها اليمنى واليسرى عند أ موجودتين وكل منهما تساوى ل اي نهى $\text{د} (\text{س}) = \text{ل}$ اذا فقط. اذا كانت $\text{د} (\text{أ}^-) = \text{د} (\text{أ}^+) = \text{ل}$ $\text{س} \leftarrow \text{أ}$

- عرض لامثلة بالرسم البيانى لتوضيح هذه الشروط :

(٢)

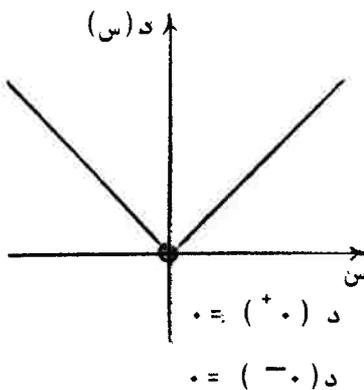
(٢)

(١)

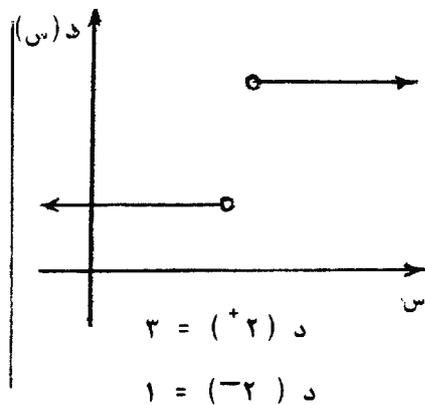
$$\text{د} (\text{س}) = \frac{2}{\text{س}} \quad \text{س} > 0$$

$$\text{د} (\text{س}) = \begin{cases} 2 & \text{س} > 0 \\ 2 & \text{س} < 0 \end{cases}$$

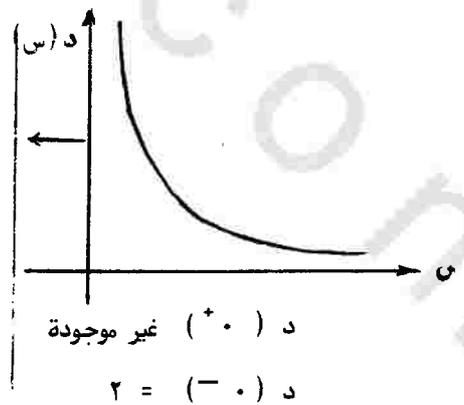
$$\text{د} (\text{س}) = \begin{cases} \frac{1}{\text{س}} & \text{س} > 0 \\ \frac{1}{\text{س}} & \text{س} < 0 \end{cases}$$



نهاى $\text{د} (\text{س}) = ٠$
 $\text{س} \leftarrow ٠$



النهاية عند (٢) غير موجودة



النهاية عند (٠) غير موجودة

- خصائص النهايات :

- خاصية الجمع
- خاصية الضرب
- خاصية القسمة

- بعض النهايات المشهورة :-

$$(1) \text{ نهايا } s = a \quad \leftarrow s \quad \dots\dots \text{ لكل } a \in \mathbb{R}$$

$$(2) \text{ نهايا } s = \infty \quad \leftarrow s \quad \dots\dots \text{ لكل } a, b \in \mathbb{R}$$

• نظرية

$$\text{نهايا } (s) = (a + b + c + \dots + j + k + \dots + n) \quad \leftarrow s \quad \dots\dots \text{ لكل } a, b, c, \dots, j, k, \dots, n$$

$$\text{نظرية} \cdot \text{نهايا } s = \frac{s_n - a_n}{s_n - a_n} = \frac{s_n - a_n}{s_n - a_n} \quad \leftarrow s \quad (\text{حيث } n \text{ عدد صحيح } \neq 0)$$

$$\text{نتائج (نهايا } s = \frac{s_n - a_n}{s_n - a_n} = \frac{s_n - a_n}{s_n - a_n} \quad \leftarrow s \quad (\text{حيث } n \text{ عدد صحيح } \neq 0)$$

(ن عدد صحيح $\neq 0$)

(ن ، م اعداد صحيحة $\neq 0$)

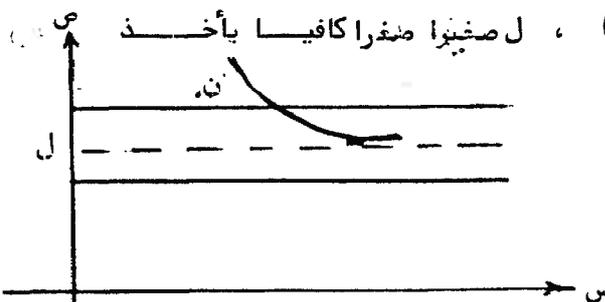
- طرق حساب نهاية دالة حقيقية

- نهاية الدالة عند اللانهاية

• المفهوم الرياضى لنهاية دالة عند اللانهاية

تعريف : يقال ان الدالة د (س) تؤول للنهاية (ل) عندما $s \leftarrow \infty$ اذا كنا

نستطيع ان نجعل الفرق بين د (س) ، ل صغيرا طغرا كافيا يأخذ
س كبيرة • كبرا كافيا (اكبر من ن)



اي نهايا د (س) = ل

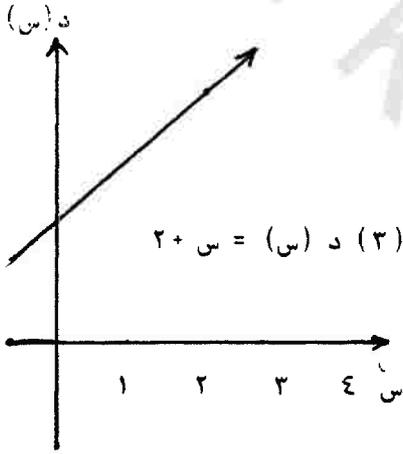
$s \leftarrow \infty$

(٢٠١)

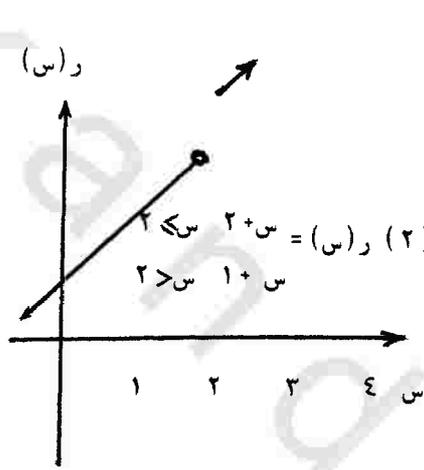
اذا كان لكل $s < \infty$ يوجد n بحيث $a_d(s) = l - 1$ و لكل $s < n$.
الطرق التي يمكن ان نحسب بها تلك النهاية

— اتصال دالة عند نقطة :—

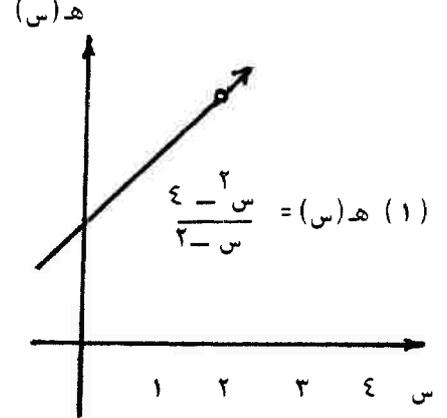
يمكن ان نصل الى مفهوم الاتصال بعد عرض التمثيل البياني لعدة دوال كالآتي



مجالها ح
٤ = د(٢)
• نهاية د (س) = ٤
• نهاية د (س) = د(٢)
س ← ٢



مجالها ح
٤ = ر(٢)
• نهاية ر (س) غير موجودة
س ← ٢



مجالها = ح - {٢}
• هـ (٢) غير موجودة
• نهاية هـ (س) = ٤
س ← ٢

تعريف : تكون الدالة د متصلة عند $s = a$ اذا تحققت الشروط الثلاثة

(١) د (س) معرفة عند $s = a$ وفي جوارها .

(٢) د (س) لها نهاية محدودة عند $s = a$

(٣) نهاية د (س) = د (أ)

س ← أ

- نظرية :

إذا كانت الدالة d متصلة على الفترة المغلقة I ، a ، b فإن للدالة d عندئذ قيمة

عظمى M على F وقيمة صغرى K على F .

- بعض أنماط الدوال المتصلة .

(أ) الدالة كثيرة الحدود

$$d(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad \text{متصلة على } H$$

(ب) الدالة الكسرية

$$\frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad \text{متصلة على } H \text{ (عدا عند أصفار المقام)}$$

ثالثا ارشادات للمعلم :

- من المناسب ان نقدم أمثلة لبعض الدوال التي لها نهاية سواء كانت نهاية محدودة او غير محدوده ولدوال أخرى لها نهاية من اليمين او من اليسار للتمهيد لتعريف نهاية الدالة . (١)
- التعريف الرياضى لنهاية الدالة يتميز بمستوي عال من التجريد تفرضه الدقه الرياضيه وعلى المعلم أن يشرك الطالب فى استنتاج التعريف من خلال استقراء سلوك الدالة من خلال أمثلة متعددة . (٢)
- لا يساعد التعريف على تعيين النهاية ولكنه يساعد على اثبات أن النهاية هى القيمة المعطاه .
- وجود نهاية للدالة عند نقطة ما يعتبر مستقلا عن تعريف الدالة عند هذه النقطة فقد توجد نهاية للدالة عند نقطة غير معرفة عندها (مثال الدالة $\frac{s^2 - 4}{s - 2}$ عند $s = 2$) وقد لا توجد نهاية للدالة عند نقطة معرفة عندها مثال الدالة

$$d(s) = \left. \begin{array}{l} 5 \\ 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} s \dots \dots s \\ s \dots \dots s \end{array} \quad \text{عند } s = 2$$

(١) نظلة حسن احمد خضر : مرجع سابق ، ص ٢٢٠ .

(٢) وزارة التربية والتعليم : مكتب وكيل الوزارة مستشار الرياضيات بالقاهرة (توجيهات) .

- عند تعيين نهاية الدالة عند $s \leftarrow$ أ يجب أن تكون الدالة معرفة في جوار أ •
- عند تعيين نهاية الدالة عندما $s \leftarrow$ أ⁺ يجب أن تكون الدالة معرفة في يمين أ
- وكذلك عند تعيين نهاية الدالة عندما $s \leftarrow$ أ⁻ يجب أن تكون الدالة معرفة في يسار أ •
- لبحث نهاية الدالة المعرفة بأكثر من قاعدة عند النقطة التي يتغير عندها تعريف الدالة يجب بحث النهاية اليمنى والنهية اليسرى والمقارنة بينهما فإذا تساوت النهايتان فإن للدالة نهاية وتساوي القيمة المشتركة للنهايتين •
- عند تعيين نهاية الدالة عند اللانهاية يجب أن تكون الدالة معرفة عند
- من تعريف نهاية الدالة عند اللانهاية يمكن أن نعامل الدالة $d(s)$ عندما $s \leftarrow \infty$ كما لو كانت متتابعة وبذلك تنطبق جميع خواص نهايات المتتابعات على نهاية الدالة عند اللانهاية •

الوحدة الثالثة

الاشتقاق وتطبيقاته

أولاً : الأهداف :

تهدف وحدة " الاشتقاق وتطبيقاته " الى تحقيق أهداف معرفية ووجدانية ومهارية على النحو الآتي :

(أ) الأهداف المعرفية

(١) معرفة بالنسبة الى حقائق ومعلومات مثل :

- دالة التغير ، دالة متوسطة التغير ، معدل التغير ، التفسير الهندسي لمعدل التغير ، المشتقة الأولى ، قابلية الاشتقاق ، المشتقة اليمنى والمشتقة اليسرى ، بعض قواعد الاشتقاق ، المشتقات العليا ، مشتقات الدوال المثلثية ، تطبيقات على المشتقة
- المعدلات الزمنية ، تفاضل الدوال المتجهة ، المعدلات الزمنية المرتبطة •
- بحث اشتقاق الدالة يجب أن يكون في الفترة المعرفة عليها •
- إذا كانت الدالة معرفة بأكثر من قاعدة فإنه يجب بحث المشتقة اليمنى والمشتقة اليسرى عند بحث اشتقاق الدالة عند النقطة التي يتغير عندها تعريف الدالة •

- عند دراسة قابلية الاشتقاق للدالة د (س) عند س = أ فإننا نبحث وجود نهاية المقادير $\frac{د (أ + هـ) - د (أ)}{هـ}$ عندما هـ ← ٠ ومن ثم فإننا نبحث النهاية اليمنى والنهية اليسرى لهذا المقدار وليس للدالة الاصلية .
- اذا كانت الدالة قابلة للاشتقاق فانها تكون متصلة ولكن العكس غير صحيح يمكن أن تكون الدالة متصلة ولكنها غير قابلة للاشتقاق مثل د (س) = |س| .
- يشرح الطالب التفسير الهندسى للمشتقة الاولى .
- يحكم الطالب على أن الدالة قابلة للاشتقاق أو غير قابلة للاشتقاق عند النقطة المعطاه .
- يذكر الطالب رموز المشتقة الاولى وبعض قواعد الاشتقاق .
- يذكر الطالب مشتقات الدوال المثلثية .
- يثبت الطالب بعض نظريات الاشتقاق .

(٢) معرفة بالنسبة الى مصطلحات ومفاهيممفاهيم مثل :

- مفهوم الاشتقاق (قابلية الاشتقاق) ، المشتقة اليمنى ، المشتقة اليسرى .

(٢) معرفة بالنسبة الى التعميمات :

$$\frac{ك}{ك س} [\bar{د} + ر + ق + ٠٠٠] (س) = (د + ر + ق + ٠٠٠) س$$

$$\frac{ك}{ك س} [د \cdot ر \cdot ق + ٠] (س) = د \cdot ر \cdot ق + ٠ \cdot د \cdot ق + ٠ \cdot ر \cdot ق + ٠ \cdot د \cdot ر$$

(٤) بالنسبة الى مهارات عقلية :

- أن يستنتج الطالب معادلتى المماس والعمودي المنحنى عند نقطة عليه .
- أن ينتقد الطالب بعض أجزاء من الوحدة .
- كتابة بعض البحوث القصيرة عن موضوعات مثل (الدالة الضمنية والاشتقاق الضمنى) .

- تنمية القدرة لدى الطلاب على التحليل وفهم وادراك العلاقات بين الاسباب والنتائج .
- تنمية القدرة لدى الطلاب على التثقيف الذاتي عن طريق القراءة والاطلاع ومتابعة ما ينشر من مؤلفات في مجال التفاضل والتكامل .

(ب) الأهداف الوجدانية

تهدف دراسة الوحدة الثالثة الى اكتساب الطلاب اتجاهات وميول وقيم ايجابية على النحو التالي :

(١) بالنسبة الى الاتجاهات :

- يتعرف في حياته العامه على حل المشكلات وذلك بالتعرف على الاشتقاق وتطبيقاته .

- تقدير جهود العلماء والمكتشفين في كشف ودراسة الاشتقاق وتطبيقاته .

(٢) بالنسبة الى الميول :

- اكساب الميل نحو تتبع موضوع الاشتقاق وتطبيقاته .
- الميل الى استخدام مصادر ومراجع اخرى غير الكتاب المدرسى .
- الميل الى عمل المجالات الحائطية والرسوم والاشكال التوضيحية الخاصة بالوحدة

(٣) بالنسبة الى القيم :

- تقدير قيمة المكتشفات العلمية الحديثة في مجال الاشتقاق وتطبيقاته .

(ج) الأهداف المهارية

- اكساب الطلاب القدر المناسب من المهارات الحسابية .
- أن يبرهن الطالب أنه اذا كانت الدالة قابلة للاشتقاق فانها تكون متصلة والعكس غير صحيح .
- أن يبرهن الطالب بعض النظريات الخاصة بقواعد الاشتقاق .
- أن يحل الطالب بعض مسائل الاشتقاق وتطبيقاته مثل ايجاد معادلة المماس والعمودي .
- أن يحدد الطالب متى تكون الدالة قابلة للاشتقاق .
- أن يرسم الطالب التفسير الهندسى للمشتقة الاولى .
- ان يحسب الطالب المشتقات من رتب أعلى لبعض الدوال ومشتقات الدوال المثلثة .

- أن يطبق الطالب .
- الاشتقاق في حل بعض المشكلات الرياضية والحياتية .
- تفاضل الدوال المتجهة في الميكانيكا .
- المعدلات الزمنية البسيطة والمرتبطة في تطبيقات الميكانيكا والحياة العملية .

ثانيا : المحتوى :

الاشتقاق وتطبيقاته

- دالة التغير - دالة متوسط التغير - معدل التغير
 - (أ) دالة التغير ت (هـ) = د (س + هـ) - د (س) .
 - (ب) دالة متوسط التغير م (هـ) = $\frac{د (س + هـ) - د (س)}{هـ}$ عند س = س_١
 - (ج) معدل التغير = نهـا $\frac{د (س + هـ) - د (س)}{هـ}$ (معدل التغير فـهـ)
 - هـ ←
 - المتغير س عند س = س_١ (
- التفسير الهندسى لمعدل التغير - المشتقة الاولى .
 - ميل المماس لمنحنى الدالة ص = د (س) عند النقطة (س_١ ، د (س_١))
 - نهـا = $\frac{د (س + هـ) - د (س)}{هـ}$ هـ ←
 - طـاى = نهـا $\frac{د (س + هـ) - د (س)}{هـ}$ هـ ←
 - نهـا $\frac{د (س + هـ) - د (س)}{هـ}$ = عدد حقيقى عند كل قيمة للمتغير س هـ ←
 - أى أنها بدورها دالة فى س ويطلق عليها الدالة المشتقة أو المشتقة الاولى، المعامل التفاضلى الاول أو معدل التغير .
 - رموز المشتقة الاولى ($\frac{د ص}{د س}$ أو $\frac{د (س)}{د س}$) أو ص' أو د' (س) .

بعض قواعد الاشتقاق :

• إذا كان $v = u$ حيث u ثابت فإن $\frac{dv}{du} = \text{صفر}$

• إذا كان $v = u^n$ حيث n في v فإن $\frac{dv}{du} = n u^{n-1}$

• $\frac{d}{du} (u^k) = k u^{k-1}$

• $\frac{d}{du} (u^k + u^r + u^q + \dots) = [k u^{k-1} + r u^{r-1} + q u^{q-1} + \dots]$

• تفاضل حاصل ضرب دالتين

• تفاضل خارج قسمة دالتين

• مشتقة دالة الدالة - قاعدة التسلسل

• نظرية : إذا كانت $v = u$ (ع) قابلة للاشتقاق بالنسبة إلى ع

ع = ر (س) قابلة للاشتقاق بالنسبة إلى س فإن

ص = د [ر (س)] قابلة للاشتقاق بالنسبة إلى س

(تسمى هذه القاعدة بقاعدة التسلسل) $\frac{dv}{du} \times \frac{du}{dx} = \frac{dv}{dx}$

نتيجة : إذا كانت $v = u$ حيث ع دالة في س وقابلة للاشتقاق عند س فإن

$$\frac{dv}{du} \times 1 = \frac{dv}{dx} \Rightarrow \frac{dv}{dx} = \frac{dv}{du}$$

• الدالة الضمنية - الاشتقاق الضمني

• مشتقة الدالة الضمنية

• المشتقات العليا

• مشتقات الدوال المثلثية

• مشتقات الدوال المثلثية العكسية - مشتقة الدالة الاسية - مشتقة الدالة اللوغارتمية

• تفاضل الدوال الزائدية ، تفاضل الدوال الزائدية العكسية

- تطبيقات على المشتقة الأولى .

• معادلة كل من المماس والعمودي للمنحنى عند نقطة عليه

• معادلة المماس للمنحنى عند النقطة أ = (س_١ ، ص_١) هي

$$ص - ص_1 = \left(\frac{د ص}{د س} \right)_1 (س - س_1)$$

معادلة العمودي للمنحنى عند النقطة أ = (س_١ ، ص_١) هي

$$(س - س_1) \frac{1}{\left(\frac{د ص}{د س} \right)_1} = ص - ص_1$$

- المعدلات الزمنية :

$$\frac{د ف}{د ن} = ع$$

$$\frac{د ع}{د ن} = ح = \frac{د ف}{د ن} \cdot ع = \frac{د^2 ف}{د ن^2}$$

- تفاضل الدوال المتجهة :

باستخدام القياسات الجبرية للمتجهات	باستخدام المتجهات
$\frac{د ر}{د ن} = \frac{ن هـ - ر (هـ + ن)}{هـ}$	(١) $\frac{د ر}{د ن} = \frac{ن هـ - ر (هـ + ن)}{هـ}$ $\frac{د ر}{د ن} = \frac{ن هـ - ر (هـ + ن)}{هـ}$
$\frac{د ف}{د ن} = \frac{د ر}{د ن}$	(٢) $\frac{د ف}{د ن} = \frac{د ر}{د ن} = \frac{د ر}{د ن}$
$\frac{د ف}{د ن} = \frac{د ر}{د ن} = ع$	(٣) $\frac{د ف}{د ن} = \frac{د ر}{د ن} = ع$
$\frac{د ع}{د ن} = ح$	(٤) $\frac{د ع}{د ن} = ح$

- المعدلات الزمنية المرتبطة :

ثالثا : ارشادات للمعلم :

- عند تدريس المشتقة يجب العناية بابرار وتوضيح اهمية الدوال التفاضلية .
- عند تقديم المشتقة يستحسن ان نوضح معناها بطرق حدسية ملموسة فى المراحل المبكرة
- عن طريق التفسير الهندسى والتفسير عن طريق المعدل اللحظى لتغير الدالة أو عن طريق السرعة اللحظية وبطريقة مجردة عن طريق المعالجة التجريدية للنهايات . (١)
- بحث اشتقاق الدالة يجب أن يكون فى الفترة المعرفة عليها الدالة .
- اذا كانت الدالة معرفة بأكثر من قاعدة فانه يجب بحث المشتقة اليمنى والمشتقة اليسرى
- عند بحث اشتقاق الدالة عند النقطة التى يتغير عندها تعريف الدالة .
- عند دراسة قابلية الاشتقاق للدالة د (س) عند س = أ فاننا نبحث وجود نهاية للمقدار
$$د (أ + هـ) - د (أ) \text{ ————— } هـ$$
 عندما هـ \rightarrow . ومن ثم فاننا نبحث النهاية اليمنى والنهاية اليسرى لهذا المقدار وليس للدالة الاصلية .
- تأكيدا للنقطة السابقة يجب أن يميز الطالب بين مفهوم المشتقة اليمنى (أو اليسرى) للدالة وبين مفهوم النهاية اليمنى (أو اليسرى) للدالة .
- براعى الاهتمام بتقديم الأمثلة العكسية لتأكيد المفاهيم الاساسية على سبيل المثال : اذا كانت الدالة قابلة للاشتقاق فانها تكون متصلة ولكن العكس غير صحيح ويتضح هذا من دراسة الدالة د (س) = |س| فعلى الرغم من أنها متصلة عند س = ٠ فانها غير قابلة للاشتقاق عند هذه النقطة .
- اذا كانت الدالة معرفة بأكثر من قاعدة يمين ويسار نقطة معينة فانه عند بحث قابلية الاشتقاق للدالة عند هذه النقطة فانه من الخطأ تطبيق قواعد الاشتقاق لايجاد المشتقة اليمنى أو المشتقة اليسرى للدالة لان هذا المبدأ غير صحيح دائما كأسلوب لاثبات تساوي المشتقين ومن ثم قابلية الاشتقاق .

$$\text{مثال } \left. \begin{array}{l} ٢ + س \dots\dots ٣ + س \leq ١ \\ ٢ + س \dots\dots ٥ + س > ١ \end{array} \right\} \text{ د (س) = } \text{—————}$$

(١) انظر فى هذا الصدد على سبيل المثال :

نظرة حسن احمد خضر . مرجع سابق ص ٢٢٥ .

فالدالة في هذه الحالة غير متصلة ومن ثم فهي غير قابلة للاشتقاق ، وعلى الرغم من ذلك ، فعند تطبيق قواعد الاشتقاق فان ناتج المشتقة في الحالتين متساويتان وكل منهما = ٠.٢ وعند تطبيق التعريف فان المشتقة اليمنى = ٢ بينما المشتقة اليسرى = نها (٢ + ٤) غير معرفة

الوحدة الرابعة

سلوك الدالة ورسم منحناها

تهدف وحدة سلوك الدالة ورسم منحناها الى تحقيق أهداف معرفية ووجدانية ومهارية على النحو التالي :

(أ) الأهداف المعرفية

يمكن للوحدة أن تحقق الكثير من الأهداف المعرفية الآتية:

(١) معرفة بالنسبة للحقائق والمعلومات مثل :

- الدوال المطردة ، استخدام المشتقة الاولى لدراسة تزايد وتناقص الدالة ، القيم العظمى والصغرى المحلية لدالة حقيقية ، تحديد القيم العظمى والصغرى المحلية ، القيم العظمى والصغرى المطلقة لدالة في فترة مغلقة ، نقط الانقلاب ، التحذب لاعلى والتحدب لاسفل .
- أن يشرح الطالب تزايد وتناقص الدوال .
- أن يحدد الطالب متى تكون الدالة متزايدة فعلا أو متناقصة فعلا .
- أن يحكم الطالب على وجود نهاية عظمى أو صغرى .
- أن يتعرف الطالب على القيم العظمى والصغرى المحلية والمطلقة .
- أن يشرح الطالب بالرسم التحذب لاعلى والتحدب لاسفل .
- أن يقابل الطالب القيمة العظمى المحلية والصغرى المحلية بالقيمة العظمى المطلقة والصغرى المطلقة .
- أن يعرف الطالب أنه قد تتعدد القيم العظمى المحلية أو القيم الصغرى المحلية للدالة في حين أن القيمة العظمى المطلقة أو الصغرى المطلقة تكون وحيدة القيمة .
- يذكر الطالب تعريف التحذب لاعلى والتحدب لاسفل ونقطة الانقلاب .

(٢) بالنسبة الى المصطلحات والمفاهيم :

النهاية العظمى المحلية ، النهاية الصغرى المحلية ، نقطة الانقلاب ، التحذب

لاعلى والتحذب لأسفل .

(٣) بالنسبة الى التعميمات:

— ان يستخدم الطالب القيم العظمى والصغرى المحلية ونقطة الانقلاب فى رسم

المنحنيات .

(٤) بالنسبة للمهارات العقلية :

— أن يستنتج الطالب الخصائص المشتركة بين النهايات العظمى والصغرى المحلية .

— ان ينتقد الطالب موضوعا من موضوعات الوحدة .

— ان يكتب بعض البحوث القصيرة عن أي موضوع من موضوعات الوحدة .

(ب) الأهداف الوجدانية

تهدف دراسة الوحدة الرابعة الى اكتساب الطلاب اتجاهات وميول وقيم ايجابية على

النحو التالى .

(١) بالنسبة للاتجاهات :

— تكوين اتجاه ايجابى لدى الطلاب نحو الاهتمام بدراسة موضوع النهايات العظمى

والصغرى وتطبيقاته .

— تقدير أهمية النهاية العظمى والصغرى فى تطبيقات الحياة العملية .

(٢) بالنسبة للميول :

تهدف دراسة الوحدة الرابعة الى اكساب الطلاب الميول الاتية :

— الميل نحو تتبع موضوع الاشتقاق وتطبيقاته .

— الميل الى دراسة موضوع النهايات العظمى والصغرى وتطبيقاته .

— الميل الى استخدام مصادر ومراجع اخرى .

— الميل الى عمل المجالات الحائطية والرسوم والأشكال التوضيحية الخاصة بموضوعات

الوحدة .

(٣) التقسيم :

- تهدف دراسة الوحدة الرابعة الى اكتساب الطلاب القيم الاتية .
- التقدير عن طريق تطبيقات النهايات العظمى والصغرى فى الحياة العملية .
- الدققة فى رسم منحنيات الدوال .

(ج) الأهداف المهارية

- تهدف دراسة الوحدة الى اكتساب الطلاب الأهداف المهارية الاتية :
- المهارة فى برهنة النظريات الخاصة بالنهايات العظمى والصغرى .
- المهارة فى حل بعض المسائل على النهايات العظمى والصغرى .
- المهارة فى تحديد مناطق التزايد والتناقص .
- المهارة فى تحديد مناطق التحذب لأعلى والتحذب لاسفل فى رسم المنحنيات .
- المهارة فى رسم منحنيات الدوال حتى الدرجة الثالثة .
- المهارة فى الحساب النهائية العظمى والصغرى لدالة .
- المهارة فى تطبيق موضوع النهايات العظمى والصغرى فى كيفية رسم المنحنيات، وفى الحياة العملية .

ثانيا : المحتوى : سلوك الدالة ورسم منحناها

- الدوال المطردة (تزايد وتناقص الدوال) :-
- تعريف : يقال أن الدالة د متزايدة فى الفترة [أ ، ب] اذا كانت معرفة فيها وكان
د (س_١) > د (س_٢) لكل س_١ > س_٢ فى هذه الفترة .
- تعريف : يقال أن الدالة د متناقصة فى الفترة [أ ، ب] اذا كانت معرفة فيها وكان
د (س_١) < د (س_٢) لكل س_١ > س_٢ فى هذه الفترة .
- استخدام المشتقة الاولى لدراسة تزايد وتناقص الدالة :-
- نظرية : اذا كانت الدالة د متصلة فى الفترة [أ ، ب] وقابلة للاشتقاق فى [أ ، ب] فإن
- ١ — اذا كان د (س) < ٠ لكل س ∈ [أ ، ب] فإن الدالة د تكون متزايدة فعلا فى [أ ، ب]
- ٢ — اذا كان د (س) > ٠ لكل س ∈ [أ ، ب] فإن الدالة د تكون متناقصة فعلا فى [أ ، ب]
- ٣ — اذا كان د (س) = ٠ لكل س ∈ [أ ، ب] فإن الدالة تكون ثابتة .
- ٤ — اذا كان د (س) ≤ ٠ لكل س ∈ [أ ، ب] فإن الدالة د تكون متزايدة فى [أ ، ب] .
- ٥ — اذا كان د (س) ≥ ٠ لكل س ∈ [أ ، ب] فإن الدالة د تكون متناقصة فى [أ ، ب] .

— القيم العظمى والصغرى المحلية لدالة حقيقية :

تعريف : اذا كانت د دالة معرفة على $[أ، ب]$ فاننا نقول أن لها قيمة عظمى محلية عند النقطة $s_1 \in [أ، ب]$ اذا وجد جوار $J(s_1)$ بحيث $d(s) \leq d(s_1)$ لكل $s \in J(s_1)$.

تعريف : اذا كانت د دالة معرفة على $[أ، ب]$ فاننا نقول أن لها قيمة صغرى عند النقطة $s_2 \in [أ، ب]$ اذا وجد جوار $J(s_2)$ بحيث أن $d(s) \geq d(s_2)$ لكل $s \in J(s_2)$.

نظرية : اذا كانت الدالة د المعرفة على $[أ، ب]$ قابلة للاشتقاق عند $s_1 \in [أ، ب]$ وكان للدالة قيمة عظمى أو صغرى محلية عند s_1 فان $d'(s_1) = 0$

— تحديد القيم الصغرى المحلية والعظمى المحلية :—

نظرية : اذا كان $d'(s) < 0$ على يسار s_1 في جوار $J(s_1)$ وكان $d'(s) > 0$ على يمين s_1 في نفس الجوار فان s_1 تكون نقطة للدالة عندها قيمة عظمى محلية .
نظرية : اذا كان $d'(s) > 0$ على يسار s_2 في جوار $J(s_2)$ وكان $d'(s) < 0$ على يمين s_2 في نفس الجوار فان s_2 تكون نقطة للدالة عندها قيمة صغرى محلية .

نظرية : اذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق على جوار $J(s_1)$ وكان $d'(s_1) = 0$ ، $d''(s_1) > 0$ فان s_1 تكون نقطة للدالة عندها قيمة عظمى محلية .
نظرية : اذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق على جوار $J(s_2)$ وكان $d'(s_2) = 0$ ، $d''(s_2) < 0$ فان s_2 تكون نقطة للدالة عندها قيمة صغرى محلية .

— القيم العظمى والصغرى المطلقة لدالة في فترة مغلقة :—

تعريف : اذا كانت الدالة د معرفة في $[أ، ب]$ فان القيمة المطلقة لها في هذه الفترة

هي أكبر قيمة في مجموعة قيم الدالة $\{ d(s) : s \in [أ، ب] \}$

تعريف : اذا كانت الدالة د معرفة في $[أ، ب]$ فان القيمة الصغرى المطلقة

لها في هذه الفترة هي أصغر قيمة في مجموعة قيم الدالة $\{ d(s) : s \in [أ، ب] \}$

تعريف : يقال أن s_1 نقطة حرجة للدالة د اذا تحقق أحد الشرطين الاتيين :

(١) $d'(s_1) = 0$ موجودة وتساوى الصفر (٢) $d'(s_1)$ غير موجودة .

— حساب القيم العظمى والصغرى المطلقة لدالة متصلة في فترة مغلقة .

— تطبيقات على القيم العظمى والصغرى المطلقة .

— التحذب الى أعلى والتحذب الى أسفل ونقط الانقلاب .

- نظرية : لتكن د متصلة في $[أ، ب]$ وقابلة للاشتقاق مرتين في $[أ، ب]$
- (١) اذا كان $د' < ٠$ في منطقة ما فان المنحنى يكون محدبا لاسفل في هذه المنطقة •
- (٢) اذا كان $د' > ٠$ في منطقة ما فان المنحنى يكون محدبا لاعلى في هذه المنطقة •
- تعريف نقط الانقلاب •

لتكن د معرفة ومتصلة على $[أ، ب]$
النقط التي $د' = ٠$ ، $أ$ ، $ب$ وتفصل بين مناطق التحذب الى أعلى والى أسفل تسمى
نقط الانقلاب •

- رسم منحنيات الدوال • الخطوط التقاربية الرأسية والافقية والمائلة في رسم المنحنيات •

ثالثا : الارشادات :

- يوجد أنواع مختلفة من النهايات العظمى والصغرى ويستحسن أن يوضح المعلم الفرق بينها اما عن طريق الرسم البياني واعطاء فكرة ملموسة أو عن طريق التعريفات والمعالجة المجردة حسب مستوى الطالب ومعلوماته السابقة •
- قد تتعدد القيم العظمى المحلية أو القيم الصغرى المحلية للدالة في حين أن القيمة العظمى المطلقة والصغرى المطلقة تكون وحيدة القيمة •
- لا مجال للمقارنة بين القيم العظمى المحلية والقيم الصغرى المحلية للدالة حيث أن العظمى أو الصغرى تكون بالمقارنة لقيم الدالة في جوار معين •
- عند بحث التحذب ونقط الانقلاب (ابحث اتصال الدالة على فترة تعريفها — أوجد $د'$ (س) وابحث اشارته بعد تعيين جذوره (اصفاره) — عين النقط من بين جذور $د'$ (س) والتي بجوارها تتغير اشارة $د'$ (س) فتكون هي نقط الانقلاب •

الوحدة الخامسة

التكامل وتطبيقاته

اولا : الاهداف :

تهدف وحدة التكامل وتطبيقاته الى تحقيق أهداف معرفية ووجدانية ومهارية على

النحو التالي :

(أ) الاهداف المعرفية

يمكن للوحدة أن تحقق الكثير من الأهداف المعرفية الآتية :

(١) معرفة بالنسبة للحقائق والمعلومات مثل :

- تجزئ فترة مغلقة ، الدالة الثابتة ، المعنى الهندسى للتكامل ، خواص التكامل
- المشتقة العكسية ، النظرية الأساسية للتفاضل والتكامل ، بعض تطبيقات التكامل
- مثل ايجاد مساحات المناطق المستوية ، ايجاد معادلة منحنى اذا علم ميل المماس عند أى نقطة عليه ، ايجاد المسافة بمعلومة السرعة وايجاد السرعة بمعلومة العجلة ،
- وايجاد حجوم بعض الاجسام مثل (المخروط ، المخروط الدائرى القائم ، الناقص ،
- الكرة ، القطعة الكروية ، القطاع الكروي) . (فهم)
- أن يشرح الطالب المعنى الهندسى للتكامل .
- أن يستنبط الطالب الصور المختلفة لطرق التكامل .
- أن يوضح الطالب النظرية الاساسية فى التفاضل والتكامل .
- أن يستنبط الطالب التطبيقات المختلفة على التكامل .
- أن يفسر الطالب كيفية ايجاد بعض مساحات المناطق المستوية .
- أن يربط الطالب بين التكامل والفروع الاخرى للرياضيات .
- أن يطبق التكامل فى موضوعات رياضية أخرى .
- أن يستخدم الطالب حساب التفاضل والتكامل فى حل بعض المسائل فى الميكانيكا .
- أن يذكر الطالب بعض قواعد التكامل .

(٢) بالنسبة للمصطلحات والمفاهيم

• مفاهيم . . . مفهوم التكامل

(٣) بالنسبة الى المهارات العقلية

- تدريب الطلاب على التحليل وفهم وادراك العلاقات بين الاسباب والنتائج .
- تعويد الطالب الاطلاع ومتابعة ما ينشر عن التكامل .

(ب) الاهداف الوجدانية

تهدف دراسة الوحدة الخامسة الى اكتساب الطلاب اتجاهات وميول وقيم ايجابية على النحو التالي :

(١) بالنسبة الى الاتجاهات:

- تكوين اتجاه ايجابي لدى الطلاب نحو الاهتمام بدراسة التكامل .
- تقدير جهود العلماء والهكتشفين في كشف ودراسة التكامل .

(٢) بالنسبة الى الميول :

- تهدف دراسة الوحدة الخامسة الى اكتساب الطلاب الميول الاتية :
- الميل نحو تتبع موضوع التكامل وتطبيقاته في الحياة العملية .
 - الميل الى استخدام مصادر ومراجع اخرى غير الكتاب المدرسى .

- الميل الى عمل المجلات الحائطية والرسوم والاشكال التوضيحية الخاصة بالتكامل .
- (٣) بالنسبة الى القيم :

- تهدف دراسة الوحدة الى اكتساب الطلاب القيم الاتية .
- يتعلم تقييم نفسه وذلك بمعرفة اخطائه وتصحيحها حتى يصبح ذلك سلوكا عاما له .
 - الدقة في ايجاد بعض المساحات والحجوم .
 - أن يقبل الطالب الطرق المختلفة لحل المسائل .
 - قيمة العمل الجماعي من خلال الدراسة والمشاركة في نشاط جمعيات الرياضيات .

(ج) الاهداف المهارية

تهدف دراسة الوحدة الى اكتساب الطلاب الاهداف المهارية الاتية :

- المهارة في رسم الأشكال التوضيحية والرسوم الخاصة بموضوعات الوحدة .
- المهارة في برهنة النظريات الخاصة بالتكامل .
- المهارة في حل بعض التطبيقات في الميكانيكا والهندسة الفراغية باستخدام التكامل .
- المهارة في حساب التكامل المحدود لبعض المقادير .
- المهارة في تطبيق التكامل في حل بعض المشكلات الرياضية والحياتية .

ثانيا : المحتسب :

التكامل

- تجزىء فترة مغلقة .

- مفهوم التكامل

• التمهيد بتكامل الدوال السلمية

• التكامل المحدد كنهاية مجموع

تعريف :

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n f(x_r) \Delta x$$

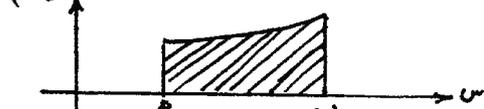
نظرية :

إذا كانت الدالة f متصلة في فترة مغلقة فانها تكون قابلة للتكامل على هذه الفترة

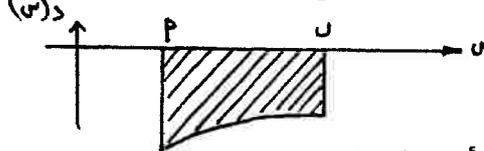
- الدالة الثانية :

نظرية : الدالة الثابتة $f(x) = c$ حيث c عدد حقيقي قابلة للتكامل على أىفترة $[a, b]$ كما أن $\int_a^b c dx = c(b-a)$ حيث $c =$ ثابت .

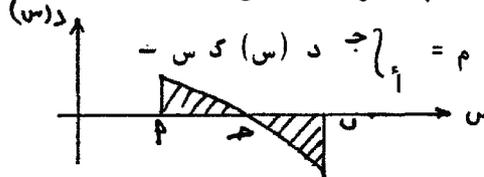
- المعنى الهندسى للتكامل :

قاعدة (١) : إذا كانت f دالة متصلة في الفترة $[a, b]$ وكانت غير سالبة في هذه الفترة

$$\int_a^b f(x) dx = M$$

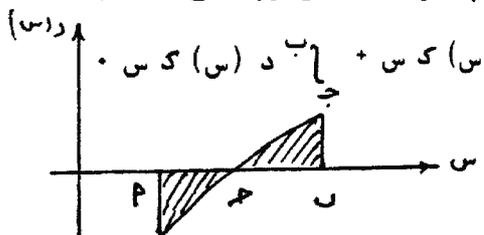
قاعدة (٢) : إذا كانت f دالة متصلة في الفترة $[a, b]$ وكانت غير موجبة في هذه الفترة فان

$$\int_a^b f(x) dx = -M$$

قاعدة (٣) : إذا كانت f دالة متصلة في $[a, b]$ ، $c \in [a, b]$ وكانت f غير سالبة

$$\int_a^c f(x) dx = M$$

$$\int_c^b f(x) dx = M - M = 0$$

قاعدة (٤) : إذا كانت f دالة متصلة في $[a, b]$ ، $c \in [a, b]$ وكانت f غير موجبة في $[a, c]$ 

$$\int_a^c f(x) dx = -M$$

$$\int_c^b f(x) dx = M - (-M) = 2M$$

— تعريفان هامان :

تعريف \mathcal{A}^1 د (س) \mathcal{K}_S = صفر

تعريف \mathcal{A}^2 د (س) \mathcal{K}_S = \mathcal{A}^1 د (س) \mathcal{K}_S

— خواص التكامل :

(١) اذا كانت د (س) دالة متصلة على الفترة [أ ، ب] ، ج عدد حقيقي فــــــــــــــــان

$$\mathcal{A}^1 \text{ ج } \cdot \text{ د (س) } \mathcal{K}_S = \mathcal{A}^1 \text{ د (س) } \mathcal{K}_S$$

$$(٢) \mathcal{A}^1 \text{ [د }_1 \text{ (س) } \pm \text{ د }_2 \text{ (س) } \pm \text{ د }_3 \text{ (س)] } \mathcal{K}_S = \mathcal{A}^1 \text{ د }_1 \text{ (س) } \mathcal{K}_S \pm \mathcal{A}^1 \text{ د }_2 \text{ (س) } \mathcal{K}_S \pm \mathcal{A}^1 \text{ د }_3 \text{ (س) } \mathcal{K}_S$$

(٣) اذا كانت الدالة د قابلة للتكامل على [أ ، ب] وكانت د (س) $\ll 0$ لكل س \in [أ ، ب]

$$\text{فان } \mathcal{A}^1 \text{ د (س) } \mathcal{K}_S \ll \text{ صفر}$$

(٤) اذا كانت ج \in [أ ، ب] وكانت الدالة د قابلة للتكامل على كل من الفترتيــــــــــــــــان

[أ ، ج] ، [ج ، ب] فان د تكون قابلة للتكامل على [أ ، ب]

$$\mathcal{A}^1 \text{ د (س) } \mathcal{K}_S = \mathcal{A}^1 \text{ د (س) } \mathcal{K}_S + \mathcal{A}^1 \text{ د (س) } \mathcal{K}_S$$

— المشتقة العكسية :

• تعريف : اذا كان لدينا دالة متصلة د وأمكن ايجاد دالة ي قابلة للاشتقاق عند كل

نقطة في مجال الدالة د بحيث كان $Y'(S) = D(S)$ فان ي (س) تسمى

دالة مشتقة عكسية أو دالة أصلية مقابلة للدالة د .

$$Y(S) = \int D(S) \mathcal{K}_S \iff Y'(S) = D(S)$$

نظرية :

$$\int_0^n (S^n) \mathcal{K}_S = \frac{S^{n+1}}{n+1} + \text{ث حيث } n \neq -1, \text{ ث ثابت}$$

خصائص التكامل :

$$(1) \int (u^n) du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C \quad \text{حيث } u, n \text{ ثابتان}$$

$$(2) \int (u^m + u^n) du = \frac{u^{m+1}}{m+1} + \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$$

نظرية :

$$\int (u^m + u^n) du = \frac{u^{m+1}}{m+1} + \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$$

- تكامل بعض الدوال المثلثية - تكامل بعض الدوال الزائدية
- النظرية الاساسية للتفاضل والتكامل

اذا كانت الدالة د متصلة في الفترة المغلقة [ا، ب] وكانت ي مشتقة عكسية لهذه الدالة في هذه الفترة فان $\int_a^b y dx = \int_a^b u du - \int_a^b v dv$ وتسمى

هذه بالنظرية الاساسية للتفاضل والتكامل

- بعض تطبيقات التكامل :

اولا : مساحات المناطق المستوية

من الممكن استخدام التكامل في المشكلات المتعلقة بحساب مساحة منطقة واقعة

بين منحنيين

ثانيا : تطبيقات هندسية وفيزيائية

أ - ايجاد معادلة منحنى اذا علم ميل المماس عند أى نقطة عليه

ب - ايجاد المسافة بمعلومية السرعة وايجاد السرعة بمعلومية العجلة

- حجوم الاجسام الدورانية

- تعريف الجسم الدوراني

- حجم الجسم الدوراني المتولد من دوران منطقة مستوية محدودة بمنحنى في فترة ف

Washer Method:

$$V = \int_a^b [(\text{outer radius})^2 - (\text{Inner radius})^2] dx$$

Shell Method:

$$V = \int_a^b 2 (\text{radius}) (\text{height}) dx$$

- حجوم بعض الاجسام عن طريق التكامل .
 - حجم المخروط الدائرى القائم .
 - حجم المخروط الدائرى القائم الناقص المتوازي القاعدتين .
 - حجم الكرة .
 - حجم القطعة الكروية .
 - حجم القطاع الكروي .

ثالثا : الارشادات :

- تدريس التكامل غير المحدود كعملية معكوسة للتفاضل لا يمثل صعوبة للتلاميذ (١) الا أن تقديم التكامل كعملية معكوسة للتفاضل قد لا يساعد على فهم (معنى) المفاهيم الاساسية للتكامل المحدود وتطبيقاتها مثل ايجاد طول القوس ، والحجوم والمساحات بالاحداثيات القطبية وعزم القصور الذاتى ، ومركز الثقل .
 - تتجه بعض البرامج الحديثة الى تقديم مفهوم التكامل عن طريق التكامل المحدود ثم الانتقال الى التكامل غير المحدود عن طريق النظرية الاساسية فى التفاضل والتكامل .
 - عند تدريس التكامل المحدود (وكما فى حالة تدريس المشتقة يستحسن ان نقدم التكامل بطرق حدسية ملموسة فى المراحل المبكرة عن طريق النواحي الهندسية وحتى نتدرج فى المعالجة التجريدية الخاصة بنمو مفهوم التكامل يمكن التمهيد بتكامل الدوال السلمية وعن طريق التكامل المحدود كنهاية مجموع (بطريقتين مأخوذة عن ريمان) مع التدرج من الطرق الحدسية الى المجردة فى العرض .
- ×× فى نهاية الهيكل العام المقترح الذى تم عرضه فى الصفحات السابقة يرى الباحث "انه بالاستفادة من الدراسات السابقة ومن استبيانات الاساتذة الجامعيين وطبيعية التفاضل والتكامل الصارمه ومن الصعوبات التى لمسناها من التجريب على طلبة الصف الثالث الثانوى ، ومن أن هذا المحتوى لابد أن يشمل على تعاريف ونظريات عديدة "
- ان هذا المحتوى يبدأ تدريسه من الصف الاول الثانوى بمدخل حلزوني ملموس وموزع على المصروف الثلاثة حتى لا تتكدس التعارف فى صف دراسى واحد ويكون هذا المحتوى ضمن مقررات الهندسة التحليلية والميكانيكا والجبر والفيزياء .