

الفصل الثالث

المشكلات التي تواجه تدريس الهندسة
التحليلية في ضوء آراء كل من
خبراء الرياضيات وموجهيها ومعلميها

* ماهية الهندسة التحليلية

* المشكلات والصعوبات التي تواجه تدريس الهندسة
التحليلية.

* مداخل تدريس الهندسة التحليلية وراي التربويين
الرياضيين

* الاستخدامات المختلفة للكمبيوتر

* أهمية استخدام الكمبيوتر في تدريس الرياضيات

المشكلات التي تواجه تدريس الهندسة التحليلية

انتهى الباهر في الفصل السابق من عرض الدراسات السابقة العربية والأجنبية وقد تم تصنيفها الى محورين اساسين الأول خاص بتدريس الهندسة التحليلية في المرحلة الثانوية كذا الاحتفاظ وانتقال أثر التعلم ، والثاني خاص بدراسات تتعلق باستخدام الكمبيوتر في العملية التعليمية من حيث تدريس الرياضيات وتسهيل العملية التعليمية .

يعرض الباحث في هذا الفصل بعض المشكلات التي تواجه تدريس الهندسة التحليلية وذلك في ضوء آراء خبراء الرياضيات وموجهي ومعلمي الرياضيات وذلك على النحو التالي :-

اولا : ما هية الهندسة التحليلية :-

يعود إبتكار الهندسة التحليلية الى عدة رياضيين ويعد الرياضيان المشهوران René Descartes, Pierre de Fermate (1601-1665) (1596-1650) المطالبيين الذين يلقب مكتشف الهندسة التحليلة ، انما ينسب لديكارت الفكرة الهامة في تحديد موضع نقطة في المستوى بواسطة بعدها عن مستقيمين متعامدين لذلك فلقد خلد اسمه باستعمال المصطلح "الاحداثيات الديكارتية" ، نشير الى ان الخاصة المميزة للهندسة التحليلية هي استعمال طرق الجبر والمعادلات في دراسة المسائل الهندسية كما انها تسمح لنا وبالعكس بتصوير المعادلات الجبرية بمنحنيات هندسية ، الامر الذي كثيرا ما يؤدي الى وضوح في المفاهيم المجردة (١) .

وتستعمل الهندسة التحليلية ،

في نوعين من المسائل (٢) :-

(أ) دراسة الخواص الهندسية لمنحنى أعطيت معادلته .

(ب) إيجاد معادلة المنحنى عندما تكون خواصه الهندسية معروفة .

(١) ج . ب . توماس : حساب التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية «مؤسسة الرسالة

للطباعة والنشر ، بيروت ج١ ١٩٧٤ . ص ٤ .

(٢) ج . ب . توماس : حساب التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية «مؤسسة الرسالة

للطباعة والنشر ، بيروت ج٣ ١٩٧٤ . ص ٣ .

ولقد نمت الهندسة التحليلية (١) عن طريق اختراع التفاضل والتكامل وادى تطبيق مفاهيمها فى القرن السابع عشر الى تقدم الهندسة لاول مرة منذ عهد اقليدس . واسهم فى تطوير الهندسة التحليلية (الاقليدية او الاسقاطية) عاتمة برنولى Bernouli وستودت (١٧١٨-١٨٦٧) وبلوكر plucker (١٨٠١-١٨٦٨) وبنمو الرياضيات الحديثة عولجت المفاهيم الاساسية للهندسة التحليلية عن طريق خواص الاعداد الحقيقية ومتجه الفراغ (واسهم بلوكر فى ذلك) وعمت مفاهيمها الى الفراغات الاقليدية او الاحداثية واسهمت فى نمو معظم افرع الرياضيات .

وقد اتخذ هيلبرت Hilbert من فراغ الاحداثيات (الذى عالجه عن طريق المتجهات والاعداد الحقيقية) نموذجا لاثبات تآلف الهندسات الاقليدية واللااقليدية فى اوائل القرن العشرين .

إن المفهوم الاساسى للهندسة التحليلية (٢) (الخاصة بربط الهندسة بالجبر) يقوم على استخدام الطرق الجبرية فى حل المشكلات الهندسية وبالعكس فى استخدام الطرق الهندسية فى الجبر ، لذا فان فهم الهندسة التحليلية اساسى لفهم رياضيات أعلى مثل مفاهيم التفاضل والتكامل حيث ان الهندسة التحليلية يمكن استخدامها فى تمثيل المعادلات الجبرية بواسطة المنحنيات وفى توضيح بعض المفاهيم فى حساب التفاضل والتكامل وصفيا .

ومن أمثلة الاصطلاحات والمفاهيم فى الهندسة المستوية والمناظرة لها فى الجبر حتى يتبين دور الهندسة التحليلية فى الربط بينهما ما يلى :-

(١) نظلة حسن أحمد خضر : المدرس والرياضيات الحديثة والتقليدية . مرجع سابق

ص ١٥٨ .

(٢) نظلة حسن أحمد خضر : مرجع سابق ص ١٦٨ .

| الجبر | الهندسة (المستوية) |
|---|-------------------------|
| ثنائي مرتب من الاعداد الحقيقية مثل (٢ ، ٣) | النقطة |
| (دس ، ص) | نقطة متحركة أو متغيرة |
| معادلة تربط س ، ص | المنحنى |
| احداثيات النقطة تحقق معادلة المنحنى | نقطة واقعة على منحنى |
| أس + ب ص + ج = ٠ | المستقيمات بوجه عام |
| ص = ك | المستقيم الافقى |
| س = ك | المستقيم الرأسى |
| ص = م س + ج | مستقيم ميله م |
| ص = م س | مستقيم مار بنقطة الأصل |
| (دس - د) + (ص - هـ) = نق ^٢ | دائرة |
| س ^٢ + ص ^٢ = نق ^٢ | دائرة مركزها نقطة الأصل |

يرى وايتهد (١١) Whitehead أن الهندسة التحليلية تربط بين الهندسة التي بدأت كعلم الفراغ وبين الجبر الذى تكمن أصوله فى علم العدد ، ويذكر وكسلر Wexler أن الهندسة التحليلية هى التزاوج بين الجبر والهندسة ، أما Butler فيقول أن الهندسة التحليلية هى خط الربط بين برامج الرياضيات المدرسية على اختلافها ويقول شومر Shomer إن لفظ الهندسة التحليلية ملائم وذو دلالة وظيفية لأن أسلوب الهندسة التحليلية قائم على الفصل بين العناصر الأساسية لأى مشكلة هندسية ووضعها فى صورة عبارات لفظية ثم ترجمتها الى معادلات رمزية وحلها وبالعكس ، وهكذا تذهب الهندسة التحليلية الى أبعد الغايات وهو الانتشار التطبيقى باستخدامها للرموز فهى تضع المعادلات محل المستقيمات والدوائر والاسطوانات والكرات وأنواع السطوح المختلفة الأخرى .

(١١) خليفة عبد السميع خليفة : تدريس الرياضيات فى المدرسة الثانوية (المطبعة الفنية

مما سبق يتضح أن الهندسة التحليلية ما هي إلا أداة للبحث الرياضى تستخدم لاستنباط النظريات والحقائق الهندسية وبرهنة صحتها بأسلوب جبرى وتعرف الهندسة التحليلية أيضا باسم "الهندسة الكارتيزية" أو هندسة الاحداثيات .

اهداف تدريس الهندسة التحليلية (١)

- ١ - تمهد لفروع أخرى من الرياضيات مثل التفاضل والتكامل كما تسهم فى بنية بعض التطبيقات الطبيعية مثل نظرية الكم ، والنظرية النسبية وعلم التحكم والاتصال كما أن تجريد مفاهيمها وعموميتها يدخل فى معظم فروع الرياضيات الحديثة مثل التحليل الدالى والتحليل العدى والتركيب التوبولوجى .
- ٢ - تنمى الهندسة التحليلية الاستقلال الذهنى عند التلاميذ عن طريق اكتشاف القواعد والعلاقات والأنماط الرياضية وتقدير صحة النتائج .
- ٣ - تسهم فى اكتساب التلاميذ أنماط التفكير الناقد والتاملى والابتكارى .

عيوب المقرر التقليدى حتى السبعينات فى معالجة المفاهيم الأساسية للهندسة التحليلية :-

من العيوب الرئيسية فى المقرر التقليدى للهندسة التحليلية (٢)

١ - عيوب فى تقديم الهندسة التحليلية :-

تقدم الهندسة التحليلية عن طريق تقديم الاحداثيات فى مستوى اى فى بعدين والعيب فى هذا المدخل انه تقديم غير منطقى لا يؤدى الى تعميم نظام الاحداثيات والمفاهيم الأساسية للهندسة التحليلية فى أكثر من بعدين (فراغ ذو ثلاثة ابعاد أو أكثر) بطريقة سليمة ، وإصلاح هذا العيب يستحسن أن نقدم نظام الاحداثيات والمفاهيم المرتبطة به فى بعد واحد أولا ، ثم نعم ذلك الى بعدين ، (ثم ابعاد أكثر) بعد ذلك .

(١) خليفة عبد السميع خليفة : المرجع السابق ص ٧٣ .

(٢) نظلة حسن أحمد خضر : مرجع سابق ص ١٥٩ .

٢- عدم التسلسل المنطقي في معالجة مفاهيم (وقوانين) الهندسة التحليلية :

هذا العيب من العيوب الناتجة من العيب السابق، فمثلاً مفهوم (قانون) البعد بين نقطتين يقدم في المستوى (أى فى بعدين) دون ذكر هذا القانون على مستقيم (أى فى بعد واحد) وهذا يؤدي إلى صعوبة تعميمه لأبعاد أكثر.

٣- معالجة بعض المفاهيم الأساسية على أساس غير دقيق (غير سليم رياضياً) :

فعلى سبيل المثال طريق استنتاج شرط تعامد مستقيمين (وهو $m_1 m_2 = -1$) يتوقف على معالجة غير دقيقة لمفهوم اللانهاية.

ثانياً : مشكلات (صعوبات) تستوجب الدراسة والبحث هي :

(١) تطوير منهج الهندسة التحليلية يتم بطريقه غير علميه :

لعل من أبرز أوجه النقد التي توجه إلى عمل المستشارين والموجهين العاملين بوزارة التربية والتعليم بالقاهرة، أنهم يركزون على محتوى المنهج وأن أسلوبهم يغلب عليه الإضافة أو الحذف أو إعادة الصياغة، دون أن يستند ذلك في أغلب الأحوال على أسس نظرية وفلسفية واضحة.

(٢) قصور منهج الهندسة التحليلية الذى يطبق حالياً فى المدارس الثانويه :

يمكن الحكم على ذلك من خلال^(١) تقارير الزيارات الميدانية للموجهين للمدارس الموجوده، كما أنه توجد فجوة كبيرة بين دراسة الطالب لمنهج الصف الأول الثانوى وكذلك بالنسبة للصف الثانى الثانوى أى أنه يوجد فاصل زمنى فى الدراسة ما يقرب من عام ونصف.

(٣) عدم إتساق مكونات المنهج (المنظومات الفرعيه للمنهج)^(٢) :

إن من أهم دواعى تطوير المنهج عدم إتساق المنظومات الفرعيه للمنهج، فمن الشائع أن نجد أن محتوى المنهج، أو طرق التدريس المتبعة فى تنفيذه، أو أساليب تقويم المنهج لا تتفق مع الأهداف الموضوعه له.

(١) وكالة الوزارة للتربية والتعليم بالفيوم : تقارير الزيارات الميدانية للموجهين - المكتب الفنى لتوجيه الرياضيات استنسل على الآله الكاتبه

(٢) رشدى لبيب وآخرون : المنهج منظومة لمحتوى التعليم القاهرة، دار الثقافة ١٩٨٤ ص ١٩٣

(٤) توجد فجوة بين مشكلات التدريس ومشكلات التعلم (الفهم) :-

(٥) لا توجد أهداف للمنهج تنصدر كتاب الطالب كذا لا يوجد دليل لمعلم

الرياضيات

ثالثا المداخل المختلفة لتدريس الهندسة التحليلية

في الرياضيات المدرسية

سوف يتم تعرف هذه المداخل من خلال المصادر التالية :-

(أ) آراء بعض الرياضيين والرياضيين التربويين في تدريس الهندسة التحليلية .

(ب) الاتجاهات المعاصرة في تدريس الرياضيات .

(ج) بعض الكتب الخاصة بتدريس الهندسة التحليلية .

الغرض من عرض هذه الآراء والاتجاهات المعاصرة في تدريس الرياضيات ، والكتب الخاصة بتدريس الهندسة التحليلية ، هو توضيح أهمية تدريس الهندسة التحليلية في المرحلة الثانوية ، وكذلك تعرف المبادئ التي يجب الأخذ بها عند تدريس الهندسة التحليلية والوقوف على الأفكار والمفاهيم الأساسية والتي يمكن تقديمها لطلاب المرحلة الثانوية .

(أ) آراء بعض الرياضيين والرياضيين التربويين في تدريس

الهندسة التحليلية

طرق تدريس الهندسة التحليلية

(١) الطريقة التقليدية :-

وهي تبدأ بتدريس تعيين النقطة بالنسبة للاحداثيات ثم دراسة كيفية تعيين البعد بين نقطتين وتعرف ميل الخط المستقيم ودراسة العلاقة بين ميل المستقيمين المتوازيين والمتعامدين ثم معادلات الخط المستقيم في مستوى متعامد المحاورين ثم دراسة معادلات الدائرة والعلاقة بين الدائرة والخط المستقيم والعلاقة بين دائرتين .
وتقدم الهندسة التحليلية في هذه الطريقة تقديم الاحداثيات في مستوى أى في

بعدين والعيب فى هذا المدخل (١) انه تقديم غير منطقى لا يؤدى الى تعميم نظام الاحداثيات والمفاهيم الاساسية للهندسة التحليلية فى اكثر من بعدين بطريقة سليمة ويفضل تقديم نظام الاحداثيات والمفاهيم المرتبطة به فى بعد واحد ثم بعدين واكثر ، ولاصلاح هذا العيب يستحسن ان نقدم نظام الاحداثيات والمفاهيم المرتبطة به فى بعد واحد أولا ، ثم نعم ذلك الى بعدين ، ثم ابعاد اكثر من ذلك .

(٢) الطريقة الحديثة :-

وهى تعتمد على ان تدريس الهندسة التحليلية يجب ان تكون كوحدة من وحدات الدراسات الهندسية ويجب ان يدرسها التلاميذ على انها اسلوب جديد يساعد على حل المسائل الهندسية التى يصعب حلها بالطرق التركيبية كما يمكن الاستفادة من دراستها فى اثبات بعض نظريات الهندسة الاقليدية اضع الى ذلك اهميتها فى دراسة حساب المثلثات والتفاضل والتكامل ودورها الهام فى الربط بين الجبر والهندسة .

وتعتمد طرق المعالجة فى كتب المناهج المطورة للرياضيات على كتب الهندسة الاقينية ، هندسة التحويلات واساسيات المنطق الرياضى ومفهوم الدالة وغير ذلك من المفاهيم الهامة ، وتبدأ المعالجة بدراسات نظام الاحداثيات احادى البعد - على مستقيم - ثم دراسة الخط المستقيم فى مستوى مائل المحورين الاساسين للهندسة التحليلية عن طريق خواص الاعداد الحقيقية ومنتجه الفراغ وعمت مفاهيمها الى الفراغات الاقليدية او الاحداثية وأسهمت فى نمو معظم افرع الرياضيات .

(٣) طريقة المتجهات (٣)

وتعتمد على دراسة المتجهات Vectors كمدخل اساسى فى دراسة الهندسة التحليلية حتى يمكن استنتاج الصور المختلفة لمعادلات الخط المستقيم ومنها المعادلة الاتجاهية والمعادلة البارامترية ، والمعادلات المتماثلة ، وفى الواقع ان تدريس المفاهيم

(١) نظلة حسن أحمد خضر : مرجع سابق ص ١٥٩ .

(٢) خليفة عبد السميع خليفة : مرجع سابق ص ٧٥ .

الأولية فى الهندسة التحليلية المتعلقة بالخط المستقيم والمستوى عن طريق المتجهات يسهل فهمها ويساعد على استيعابها بأسلوب حديث .^(١) وقد تبين من التجربة أن^(٢) الاتجاه الحديث فى تدريس المفاهيم الأولية فى الهندسة التحليلية خاصة تلك المفاهيم المرتبطة بالخط المستقيم (فى مستوى أو الفراغ ذو ثلاثة أبعاد) والمستوى (فى فراغ ذو ثلاثة أبعاد أو أكثر) عن طريق المتجهات يؤدى الى سهولة فى الفهم على أساس رياضى سليم ويجعل دراسة الهندسة التحليلية جزءا متكاملًا مع مقررات الرياضيات الحديثة سواء فى المرحلة الثانوية أو المراحل الأعلى ، الا أن بعض الموضوعات فى الهندسة التحليلية الخاصة بالمعادلات من الدرجة الثانية (القطع المخروطية أو السطوح المخروطية) من الأسهل معالجتها بنظم الاحداثيات الكارتيزية أو نظم احداثيات أخرى مثل نظام الاحداثيات الأسقاطية وغيرها .

ويلاحظ أنه يوجد أكثر من مدخل لتدريس أو بناء الهندسة التحليلية عن طريق المتجهات تتبعها البرامج الحديثة المختلفة الا أن معظمها يقدم المتجهات وخواص العمليات عليها (التي تختص بتركيب متجه الفراغ بصفة عامة) على أساس معلومات التلميذ السابقة فى نظم الاحداثيات ، ثم يعاد بناء ما يعرفه التلميذ فى الهندسة التحليلية بأسلوب المتجهات مع التوسع فى أخذ المفاهيم الأخرى فى أبعاد مختلفة على هذا الأساس .

(ب) الاتجاهات المعاصرة فى تدريس الرياضيات

ظهرت طرق وأساليب كثيرة لتدريس الرياضيات مثل طريقة الاكتشاف لبرونر Bruner والاكتشاف الموجه لجانيه "Gagne"^(٢) حيث يوجه التلميذ بأسلوب معين ليكشف العلاقات ويقوم بالحل بنفسه ، كما قدم أوسابل "Ausuble" أسلوب للتعليم يوضح فيه أن التعليم يكون أكثر فاعلية اذا كان ذا معنى ويتفاعل مع البناء التعليمى .

(١) نظلة حسن أحمد خضر : مرجع سابق ص ١٧٦ .

(٢) نظلة حسن أحمد خضر : مرجع سابق ص ٢٤ .

أولا : بعض طرائق البرهنة في الرياضيات (١)

١ - الطريقة الاستقرائية :-

الاستقراء هو البدء بحالات خاصة متعددة للوصول منها الى قانون عام أو قاعدة عامة ، أو هو البدء بالحقائق والمشاهدات والتجارب ثم تجميعها وتنظيمها واكتشاف ما تحويه من علاقات وروابط قد تؤدي الى قاعدة عامة .

٢ - الطريقة القياسية :-

القياس هو استخلاص حالات خاصة من حالات عامة مثبتة أو مسلم بها أو هو تطبيق قانون أو قاعدة أو تعميم خاص بموقف ما على مواقف مماثلة له وهذه الطريقة تتيح للطلبة تطبيق القوانين والنظريات الرياضية في حل المشكلات الرياضية .

٣ - الطريقة التركيبية :-

وتبدأ ببيانات معلومة وبحقائق أو فروض للوصول منها الى نتائج معينة بواسطة خطوات منطقية تأخذ شكل «بما أن اذا» وتستخدم هذه الطريقة في حل المسائل والتمارين الهندسية وبراهين النظريات .

٤ - الطريقة التحليلية :-

وتبدأ بما هو مطلوب إثباته وافترض صحته والتفكير فيما يترتب على هذا الافتراض وهكذا حتى إذا ما وصلت الى فكرة صحيحة أصلا كان المطلوب صحيحا وتستخدم الطريقة في حل تمارين الهندسة النظرية والمتطابقات .

٥ - التعلم بالاكشاف :-

وتعتمد على اكتشاف العلاقات بين الفروض المعطاه لاستنتاج المطلوب .

ثانيا : استراتيجيات تدريس الرياضيات :-

١ - التقديم (أو التمهيد) :

وهي الخطوة التي يمهد المدرس لما سوف يدرسه فيركز إنتباه الطلاب على موضوع الدرس والهدف منه أو الناتج الذي يريد الحصول عليه من الدرس وتسمى هذه الخطوة الحافز أو الدافع وفيها يشير المدرس لطلبته الى فائدة ما يدرسونه .

(١) يحي حامد هندام : تدريس الرياضيات (القاهرة دار النهضة العربية ١٩٨٠ ص ٢٣)

٢ - التمثيل :

وتستخدم عادة في تدريس المفاهيم والتعميمات الرياضية وتبدأ بخطوة إعطاء أمثلة للإيضاح أو للتأكيد من ادراك الطلاب للمفهوم أو التعميم يلي ذلك إعطاء مثال مصحوب بالسبب في كونه مثالا .

٣ - التوصيف :

ويستخدم عادة في تدريس المفاهيم والتعميمات الرياضية وتبدأ بخطوة التعريف الذى يجب ان يكون واضحا وبسيطا مستخدما الفاظا لها معنى عند الطلبة حتى يمكنهم ادراك التعريف المعطى ثم تعطى نماذج وامثلة ينطبق عليها التعريف واخرى لا ينطبق عليها .

(١)

٤ - خطوات حل المشكلة الرياضية لبوليا

(أ) فهم المشكلة وتعريف عناصرها وتحديدتها تحديدا واضحا .

(ب) فرض الفروض المختلفة لحل هذه المشكلة .

(ج) اختبار صحة هذه الفروض .

(د) الوصول الى الحل باختيار الفرض الملائم والتحقق من صحة الحل .

(ج) بعض الكتب الخاصة بتدريس الهندسة التحليلية :-

ارشادات حول تدريس الهندسة التحليلية عن طريق المتجهات :-

عند تدريس المفاهيم الاساسية للهندسة التحليلية عن طريق المتجهات يمكن ان يستعين المدرس بأسلوب المتجهات سواء اراد ان يبني الهندسة التحليلية على اساس معلومات سابقة للتلميذ فيها او بطريقة مستقلة .

(١) عند مراجعة حساب المتجهات (٢) نراعى ان يفهم التلميذ معنى المتجه وكيفية تمثيله هندسيا ، وكذلك العناية بتحقيق خواص العمليات على المتجهات بالطرق الهندسية او الجبرية .

(١) منظرلة حسن أحمد خضر : مرجع سابق ص ٢١١ .

(٢) منظرلة حسن أحمد خضر : مرجع سابق ص ١٧٧ .

- (٢) بناء نظام الاحداثيات على مستقيم وعلى مستوى عن طريق المتجهات بأسلوب حدسى ملموس يناسب التلميذ في مراحل مبكرة .
- (٣) بعض المفاهيم المرتبطة بالمتجهات .
- (د) طول المتجه .
- (هـ) حاصل الضرب القياسى لمتجهين .
- (٤) تعريف حاصل الضرب القياسى لمتجهين عن طريق احداثياتهم .
- (٥) الزاوية بين متجهين .

بناء المفاهيم (والقوانين) الاساسية في الهندسة التحليلية المستوية بالمتجهات (٦)

يمكن تدريس المفاهيم الخاصة بتقسيم قطعة مستقيمة ، معادلات المستقيم والدائرة والمفاهيم المرتبطة بها والموجودة في المقررات التقليدية ولكن عن طريق المتجهات .

(١) تقسيم قطعة مستقيمة .

(٢) معادلات المستقيم البارامترية :

(د) المعادلة البارامترية بالمتجهات للمستقيم المار بنقطة الاصل ولنظام احداثيات ما ليس من الضروري ان يكون متعامداً ويوازي المتجه \underline{a} هي :

$$\underline{r} = \underline{a} \lambda$$

حيث λ عدد حقيقي ، \underline{a} متجه غير صفري ، \underline{r} متجه الموضع للنقطة العامة Q على المستقيم .

(هـ) المعادلة البارامترية بالمتجهات للمستقيم l الذى يوازي المتجه \underline{a} ويمر بالنقطة B وهى :

$\underline{r} - \underline{b} = \underline{a} \lambda$ حيث \underline{r} ، \underline{b} متجهات الموضع للنقطة العامة Q على المستقيم والنقطة B على الترتيب .

(٦) نظلة حسن أحمد خضر : مرجع سابق ص ١٩٠ .

(ج) المعادلة البارامترية بالمتجهات للمستقيم المار بنقطتين ب ، د هي :

$$\underline{س} - \underline{ب} = \lambda (\underline{د} - \underline{ب}) \text{ أو } \underline{س} = \underline{ب} + \lambda (\underline{د} - \underline{ب})$$

حيث $\underline{س}$ ، $\underline{ب}$ ، $\underline{د}$ متجهات الموضع للنقطة العامة والنقطتين المعلومتين ب ، د على الترتيب .

(د) معادلة المستقيم المار بنقطة ب وعمودي على المتجه $\underline{ر}$ هي :

$$(\underline{ق} - \underline{ب}) \cdot \underline{ر} = \text{صفر}$$

حيث $\underline{ق}$ ، $\underline{ب}$ متجهات الموضع للنقطة العامة ، النقطة ب على المستقيم على الترتيب .

(٣) الزاوية بين مستقيمين - شرطا تعامد مستقيمين .

يمكن ان نشق قانون الزاوية بين مستقيمين عن طريق المتجهات يأخذ المستقيمين الموجهين $\underline{ل}$ ، $\underline{ك}$ وأخذ متجهين على كل من $\underline{ل}$ ، $\underline{ك}$ وليكونا $\underline{ر}$ ، $\underline{ن}$ وعلى ذلك فالزاوية θ بين $\underline{ل}$ ، $\underline{ك}$ هي الزاوية بين المتجهين $\underline{ر}$ ، $\underline{ن}$. ومنها نوجد شرطا تعامد المستقيمين ، هنا تكون $\theta = 90^\circ$ وهذا يؤدي الى :-

$$\underline{ر} \cdot \underline{ن} = \text{صفر}$$

(٤) معادلة الدائرة بالمتجهات :

اذا كانت $\underline{ق}$ متجه الموضع للنقطة العامة ق على محيط الدائرة ، $\underline{م}$ متجه الموضع للمركز ، $\underline{نق}$ نصف القطر فان معادلة الدائرة تكون $|\underline{ق} - \underline{م}| = \underline{نق}$ فاذا كانت ق احدائياتها (س ، ص) ، م احدائياتها (د ، هـ) فان (س - د) + (ص - هـ) = $\underline{نق}$ ؟

الدائرة (١) :

تعريف : الدائرة هي مجموعة نقط المستوى التي يكون بعد كل منها عن نقطة ثابتة من المستوى يساوى نفس المقدار الثابت .

وتسمى النقطة الثابتة مركز الدائرة ويسمى المقدار الثابت طول نصف قطر

الدائرة ثم استنتاج المعادلة :

$$|| \vec{r} - \vec{m} ||^2 = r^2$$

حيث r متجه الموضع لاي نقعة على الدائرة

وهي المعادلة المتجهة للدائرة التي مركزها m

وطول نصف قطرها r .

اما فى النظام الاحداثى الديكارتى المتعامد فان

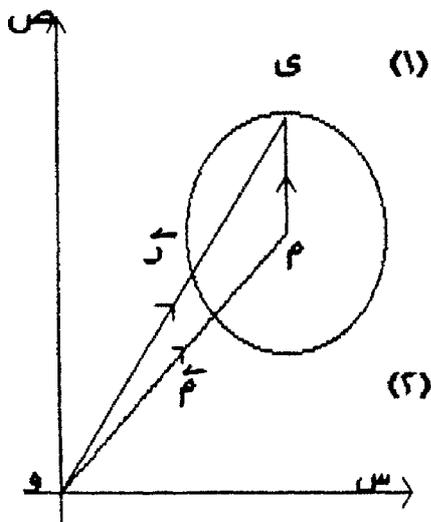
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

والمعادلة (٢) تعبر عن معادلة الدائرة بالصورة

الاحداثية . واذا كان مركز الدائرة هو نقطة

الاصل فان (١) تصبح $|| \vec{r} ||^2 = r^2$

والمعادلة (٢) تصبح $x^2 + y^2 = r^2$



الكمبيوتر وتدريس الرياضيات

استمرت الثورة التقنية فى الاتساع والانتشار فانجبت الكمبيوتر الذى يمثل نقلة نوعية بل تحديا لكل ما سبق من اكتشافات واختراعات حيث انه يفتح آفاقا شاسعة امام طموح الانسان . ويكفي ان نذكر ان غزو الفضاء والهبوط على سطح القمر لم يتحققا الا بمساهمة فعالة من نظم الكمبيوتر .

استخدامات الكمبيوتر :

يمكن تصنيف الاستخدامات المختلفة للكمبيوتر التعليمى فى مجال التعليم كما ذكرها روبرت تايلور (١) الى ثلاثة استخدامات وهى :

(أ) الكمبيوتر كمعلم خصوصى (ب) الكمبيوتر كآلة (ج) الكمبيوتر كمتعلم

ويعرض الباحث هذه الاستخدامات الثلاثة على النحو التالى :-

(أ) الكمبيوتر كمعلم خصوصى Tutor

يتم التدريس للطلاب بواسطة برامج تعليمية أعدت بواسطة المتخصصين فى البرمجة وعادة ما يقوم البرنامج بتقديم بعض الشرح للمفاهيم الجديدة والمدعم بالأمثلة . ويعقب ذلك إعطاء تدريبات للمتعلم ، حيث يطرح بعض الاسئلة التى يجيب عنها الطالب ويقوم الكمبيوتر بتقديم الاستجابات مع تقديم التعزيز والتغذية الراجعة اللازمة وبشكل فوري ، ومن نتائج هذا التقويم يحدد الكمبيوتر ما ينبنى تقديمه للطلاب فيما بعد .

(ب) الكمبيوتر كآلة Tool

يستطيع الطلاب استخدام الكمبيوتر لمساعدتهم فى موضوعات عديدة متنوعة ، فمثلا يمكن استخدامه كآلة فى الرياضيات وفى حل عديد من واجبات العلوم المختلفة وكآلة لرسم الخرائط فى الجغرافيا ، وكحازف موسيقى لا يمل ولا يتعب ومحرر كتابى .

(ج) الكمبيوتر كمتعلم Tutee

والمقصود بذلك هو اعطاء الكمبيوتر تعليمات محددة لتنفيذ بعض المهام التى

(١) رابطة التربية الحديثة : أبحاث مؤتمر نحو مشروع حضارى تربوى مرجع سابق

يكلف بها ، وعلى ذلك فان الطالب الذى يقوم باعطاء تلك الاوامر والتعليمات ينبغى ان يتعلم كيفية البرمجة ، اى التحدث الى الكمبيوتر بلغة يفهمها ، والعاقد التعليمى من وراء ذلك كبير . ان المتعلمين يكتسبون رؤيا جديدة لتفكيرهم الخاص من خلال تعلم كيفية البرمجة والمدرسون يتفهمون الدور التربوى عندما يجدون طلابهم يستفيدون من معاملة الكمبيوتر كمتعلم .

فيما يلى اهم هذه الاستخدامات (١)

- استخدام الكمبيوتر التعليمى فى التدريب والتمرين :

يتميز الكمبيوتر التعليمى فى هذا الشأن بأنه صبور لا يمل ولا يتعب ويسمح لكل تلميذ بأن يستغرق الوقت الكافى لتعلمه ، بمعنى ان هناك توافقا مع سرعة تعلم التلميذ بالاضافة الى توفر التغذية الراجعة الفورية وهذه تمثل المبادئ الاساسية فى نظريات التعلم عند علماء النفس السلوكيين وعلى رأسهم عالم النفس الشهير "سكنر" والكمبيوتر التعليمى يوفر تلك البيئة التعليمية التى تتوافر فيها تلك المواصفات التى تسمح بأن تجعل عملية التعلم عملية تفاعل متبادل بين التلميذ من جهة والبرنامج التعليمى باعتباره المثير من جهة أخرى .

ويتميز الكمبيوتر بقدرة كبيرة فى مجال التعليم باستخدام المهارات الاساسية

وتبع الآتى :-

* يبدأ الكمبيوتر بمرحلة تقديم المفهوم المحدد الذى تقوم عليه المهارة الاساسية .

(١) - رابطة التربية الحديثة : أبحاث مؤتمر نحو مشروع حضارى تربوى لمصر مرجع

سابق ص ٥٨٠ .

- العالمية : الكمبيوتر والتربية (سلسلة ثقافة الكمبيوتر ، ١٩٨٦ ، ص ٢٣ .

- نظلة حسن أحمد خضر : الميكروكمبيوتر وتدریس الرياضيات - التحدى

والرؤيا . مرجع سابق .

- وليم عبید وآخرون : تربويات الرياضيات . مرجع سابق ص ٢٢٣ .

- مجدى عزيز ابراهيم : الكمبيوتر والعملية التعليمية (القاهرة ، الانجلو

المصرية ، ١٩٨٧ ، ص ١٦٠ .

- * يقدم الكمبيوتر ما تتطلبه المهارات من فرص التدريب والتكرار لكي يتمكن الطالب من فهم واستيعاب هذه المهارات وتعميقها .
- * يضيف الكمبيوتر الطابع الشخصي فينادى المستخدم بالاسم ويقدم له التمرينات والارشادات .
- * يملك الكمبيوتر امكانيات متعددة تجعل منه عامل تشجيع وحفز ومن هذه الامكانيات استخدام الالوان والرسوم المتحركة والمؤثرات الصوتية والموسيقى .
- * يستطيع الكمبيوتر ان يقوم بدور المرشد او المدرس الخاص بفضله ما يتمتع به من مزايا مثل الصبر والجلد على العمل .

- استخدام الكمبيوتر التعليمي كوسيلة تعليمية :

يستطيع مدرس الرياضيات استخدام الكمبيوتر التعليمي في حصص الرياضيات التي تتطلب منه رسم عدد كبير من الدوال الرياضية مثل معادلات الخط المستقيم والدوال المثلثية (جا ، جتا ، ظا) وكل ما يفعله المعلم هو قيامه بادخال المعادلة او الدالة المراد رسمها في برنامج خاص على الكمبيوتر ، ويقوم الكمبيوتر في ثوان معدودة برسم المحاور ومنحنى المعادلة او الدالة . يستطيع المدرس ان يحدث العديد من التغيرات في شكل الدالة مثل (جا^٣س ، جا - س ، جا س^٢ ، جا (س+١)) وفي كل مرة يقوم برسم الدالة باستخدام الكمبيوتر ، وفي هذه الحالة ينصرف اهتمام التلاميذ الى ما تحدثه تلك التغيرات التي ادخلت في شكل المعادلة او الدالة مع الرسم المناظر - وبذلك يكون التركيز على الفهم وتتاح الفرصة امام التلاميذ لادراك العلاقات بشكل افضل .

الى جانب ذلك فللكمبيوتر الكثير من المزايا والخصائص التي تجعل منه اداة تعليمية فريدة ذات فاعلية كبيرة وهي :-

- * ينعم كل من يتعامل مع الكمبيوتر بخاصية التفاعل الايجابي بين الكمبيوتر والانسان الذي يستخدمه وهو بذلك يختلف عن علاقة المشاهد بالتلفزيون حيث يكون موقف المشاهد موقفا سلبيا .

* يقدم الكمبيوتر العناية الفائقة لكل من يستخدمه من خلال التفاعل المتبادل ، وهو بهذا يحقق ركنا اساسيا من اركان التربية لا يستطيع الكثير من المعلمين تطبيقه

فى فصولهم التى يتزايد عدد الطلاب فيها .

* يوفر الكمبيوتر للطلاب الفرص العظيمة للتجريب والمغامرة دون خوف او رهبة ،
ففى التعامل مع الكمبيوتر يتحرر الطالب من الخوف وما يسببه من كبح رغبتهم فى
الانطلاق نحو استكشاف آفاق جديدة وتحقيق انجازات متطورة - ان خشية ارتكاب
الاطياء والتعرض للتوبيخ امر لا وجود له فى التعامل مع الكمبيوتر فى مجال
التعلم والتعليم .

* يحقق الكمبيوتر الكثير من الاتجاهات التربوية البناءة من التعليم عن طريق
الاستكشاف .

* يلعب الكمبيوتر دورا هاما فى مراعاة الفروق الفردية من حيث القدرات والمهارات
والمستويات المختلفة للدارسين .

ان استخدام الكمبيوتر كوسيلة تعليمية يستطيع ان يعزز كثيرا من عمليتى
التعليم والتعلم ، ناهيك عن الاثارة ، وشد الانتباه ، مما يعد ضروريا للتعلم الناجح .

الكمبيوتر كأداة لتقديم المواد الدراسية (١)

يعد الكمبيوتر اداة فعالة بين يدى المدرس الواعى الطموح ، اذ يستطيع ان
يستثمره فى تقديم المواد الدراسية التى قد يستعصى على الفهم والادراك بدون
الكمبيوتر وامكاناته وتخزين البيانات واسترجاعها فى توضيح المفاهيم الصعبة مثل :-

* رسم الدوال الرياضية او الاحصائية

* محاكاة العمليات التى يقوم بها القلب والدورة الدموية .

* اظهار الخرائط والتدريب على اساليب رسم الخرائط .

* يمكن توصيل الكمبيوتر بألة طباعة خاصة لانتاج نسخ من النصوص المقررة وبطاقات
عمل توزع على الطلاب .

(١) رابطة التربية الحديثة : مرجع سابق ص ٥٨١ .

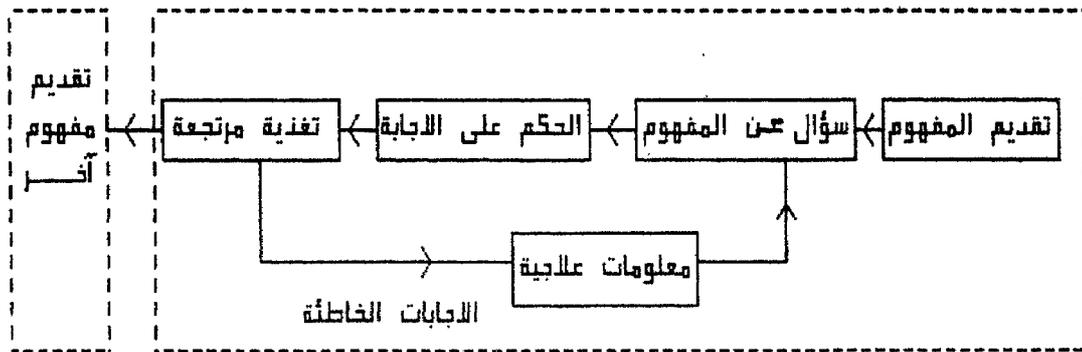
العالمية : مرجع سابق ص ٢٣ .

أحمد محمود عفيفى : مرجع سابق ص ٥٣ .

والتدريس عن طريق الكمبيوتر يتم من خلال تصميم برامج لمساعدة الطلاب في تعلم موضوعات جديدة ، او مفاهيم جديدة ، او في علاج بعض الصعوبات التي تواجه الطلاب في تعلم الرياضيات . ان تعليم المفاهيم الرياضية وممارسة المهارات الرياضية من خلال برنامج كمبيوتر بالتأكيد اكثر اقناعا لمعظم الطلاب من الكراسات والكتب المدرسية مع مراعاة مدى ملاءمة البرنامج للدروس المتضمنة تلك المفاهيم والمهارات الرياضية وهذا قد يساعد على تحسين مواقف التعلم .

اي ان استخدام الكمبيوتر كمعلم يمكن ان يساعد الطالب على التحكم بنفسه في المحتوى التعليمي طبقا لسرعته الذاتية واستعداداته الخاصة . والشكل التالي يوضح مثل هذا الاستخدام .

شكل (١) يبين استخدام الكمبيوتر في تقديم الدروس



الكمبيوتر كأداة لحل المشكلات (١):

يدرك جميع رجال التربية الأهمية الكبرى لمهارات حل المشكلات ولذلك يركزون في عملهم على إتاحة الفرصة للطلاب لاكتساب المهارات التي تساعد الطلاب على التفكير المنطقي بما يتيح لهم تناول المواقف بأسلوب ابداعي - ويؤكد الباحثون التربويون على أهمية هذه المهارات كمهارات أساسية لمواجهة مطالب الحياة العملية ، وفي هذا المجال تبدو أهمية الكمبيوتر واضحة :

* يخلّص الكمبيوتر الطلاب من عبء العمليات الحسابية التي كانوا يجرونها بالورقة والقلم عند تحليل المشكلات مما كان يعوق عملية التفكير والتوصل الى حل المشكلات .

* ان استخدام الكمبيوتر لحل مشكلة تتضمن بعض المتغيرات يسمح بتحويل مركز الاهتمام من آليات الحل الى العلاقات التي تدور حولها الدراسة .

* يعد تعلم برمجة الكمبيوتر أسلوبا هاما مما يتيح للطلاب تنمية مهارات حل المشكلات .

إن الذي يدرس البرمجة يتعلم كيفية بناء الخوارزمية أى خطوات الاجراءات التي تؤدي الى تنفيذ الاعمال المطلوبة ، وتعدّ هذه طريقة منهجية وفعالة لحل المشكلات المركبة أو المعقدة .

إن تعلم كيفية حل المشكلات يعد عنصرا هاما في عملية التعلم ، وهدفا هاما من أهداف تدريس الرياضيات . ويعد الكمبيوتر وسيلة لحل المشكلات الرياضية وكتابة الطلاب لبرامج الكمبيوتر أو الاستعانة ببرامج جاهزة يفيد وينمي قدراته لحل المشكلات . فعندما يحاول الطالب حل مشكلة رياضية فبدلا من أن يحاول الاجابة عن المسألة فإنه يحاول تحديد الخطوات التي يمكن أن تحل بها المسألة ، ثم يكتب برنامجا على الكمبيوتر لتنفيذ هذه الخطوات ويجرى هذا البرنامج على الكمبيوتر ، فإما ان يجد

انظر (١) العالمية مرجع سابق ص ٢١

احمد محمود عفيفي مرجع سابق ص ٥٤

مجدى عزيز ابراهيم مرجع سابق ص ١٠٩

محمد أمين المفتى مرجع سابق ص ٢٣١

خطواته مناسبة لحل المشكلة ، أو ان يقف على ما هو خطأ فى البرنامج او فى خطوات الحل ، كما يقف على التخيير اللازم حتى يمكن الوصول الى النتيجة المطلوبة .
 ان تنمية التفكير بالكمبيوتر يحتمل ان يكون من اهم استخدامات الكمبيوتر فى التعلم بوجه عام وفى تدريس الرياضيات بوجه خاص ، رغم انه للآن ليس واضحا بدرجة كافية ، فمن الممكن ان يساعد الكمبيوتر الطلاب على تنمية انماط جديدة للتفكير يمكن ان تعاونهم فى المواقف التعليمية .

استخدام الكمبيوتر فى البرمجة : (١)

يكون الهدف الاساسى هنا هو تدريس كيفية برمجة الكمبيوتر باستخدام بعض اللغات الخاصة مثل لغة "بيسك" BASIC ولغة فورتران FORTRAN ولغة كوبول COBOL ولغة PASCAL واللغة التى يفضل البدء بها فى التعليم الثانوى العام هى لغة "بيسك" نظرا لسهولةها وشيوعها ولأنها تفى بجميع اغراض المبتدئين .

ان البرمجة تعتبر مدخلا جديدا لتدريس المفاهيم الرياضية ، وتطبيق الرياضيات بشكل له معنى بالاضافة الى انها تزيد من الفرص المتاحة للطلاب لتنمية مهارات حل المشكلات واستخدامها والتدريب عليها . وقيام الطالب ببناء برنامج كمبيوتر يساعده على اكتساب مهارات الفهم العميق للمفاهيم والعلاقات الرياضية المختلفة .

ويجدر بنا فى هذا المقام ، مقام البرمجة ، ان نوضح كيف ان التعامل مع الكمبيوتر يوظف مهارات التعلم الآتية :

* إن التعامل مع الكمبيوتر ينشط فى الطالب مهارة تعرف الانماط بالتمييز والمفاضلة بين الاجهزة المختلفة واستخداماتها .

* يتطلب استخدام الكمبيوتر استغلال المهارات الرياضية الاساسية كالحساب والجبر والهندسة وذلك عند اعداد الخطوات اللازمة لكتابة البرامج وتسلسلها المنطقى .

(١) نظلة حسن احمد خضر : مرجع سابق ص ٣١٧

رابطة التربية الحديثة : مرجع سابق ص ٥٨٣

مجدى عزيز ابراهيم : مرجع سابق ص ١١٥

* تسمى عملية البرمجة فى الإنسان الشعور بالإنجاز مما يحفزه إلى مزيد من الإبتكار والإجادة.

* عندما يستخدم الطالب فى حل المشكلات فإنه يستثمر مهارات حل المشكلات من خلال التفكير فى الخطوات التى يرسمها لنفسه لإيجاد الحل، الأمر الذى يحفزه إلى العمل.

* حين يتعامل الطالب مع الكمبيوتر يدرك أن الإنسان استطاع بقدرته أن يصنع هذا الجهاز الرائع المبهر ويحس أنه يملك السيطرة عليه رغم إمكاناته الفائقة فتطور حاسة القدرة على السيطرة والتحكم، فيزداد الطالب تقديراً لنفسه واعتزازاً بها.

الكمبيوتر وتعلم الرياضيات :

كان تمرين الرياضيات فى الماضى، يستلزم من الطالب إثبات قدرته على حل المسائل التى تتضمن الكثير من العمليات الطويلة والمعقدة وكان تقييم الطالب يتم على أساس إستطاعته التوصل إلى النتائج الصحيحة على هيئة أرقام وأرقام. أما ماذا وراء هذه الأرقام فلم يكن من أهداف تدريس الرياضيات. ولذلك كانت حصص ودروس الرياضيات كثيراً ما تبدو جافة ومملة بالنسبة لبعض الطلاب، أما الآن فقد خُطت الرياضيات خطوات جبارة نحو التطور وذلك بفضل ما يوفره الكمبيوتر من إمكانات فى مجال الرياضيات، ولم يعد التوصل إلى نتائج الرياضيات مشكلة، فالكمبيوتر يقدم النتائج فى غضون ثوان، وقد يتساءل البعض : إذا توصل الكمبيوتر إلى النتائج فماذا بعد؟ ما هو مردود ذلك على الطالب؟ وهنا نقول أن العبرة ليست بالأرقام المجردة ولكن الهدف هو استخدام المفاهيم التى تقدمها الرياضيات فى التطبيقات الهامة فى الحياة. فإذا لم يستطع علم من العلوم أن يخدم الإنسان والحياة

بعض الاستخدامات الأخرى للكمبيوتر التعليمي :

هناك العديد من الاستخدامات الأخرى للكمبيوتر التعليمي هي :

- ١ - استخدام الكمبيوتر لمعالجة بعض صعوبات التعلم . وذلك بتخصيص أوقات إضافية لهذه النوعية من التلاميذ الذين لديهم بعض المشكلات .
- ٢ - استخدام الكمبيوتر التعليمي كمكتبة علمية يمكن ان يرجع اليها التلميذ في اى وقت لمراجعة بعض الدروس التى يحتاجها .
- ٣ - استخدام الكمبيوتر فى تدريس بعض الموضوعات التى يتغيب فيها التلميذ لاعدار قهرية .
- ٤ - استخدام الكمبيوتر كألة حاسبة مساعدة فى حل بعض المسائل .
- ٥ - استخدام الكمبيوتر فى بعض حصص النشاط لتعلم بعض مهارات الآلة الكاتبة والتدريب على بعض برامج معالجة النصوص أو لممارسة بعض الالعاب التعليمية المسلية والتى لها مردود علمى طيب .
- ٦ - استخدام الكمبيوتر من قبل المدرسين لحفظ درجات التلاميذ وتحليل نتائج الاختبارات .

استخدام الكمبيوتر فى التعليم له العديد من الفوائد منها :

- تثقيف الدارسين بتكنولوجيا الكمبيوتر التعليمي واكسابهم بعض المهارات المتعلقة باستخدامه مما يساعد على تكوين اتجاهات ايجابية نحو تلك التكنولوجيا .
- الارتفاع بمستوى التحصيل الدراسى عندما يستخدم الكمبيوتر فى تدريس بعض الموضوعات .
- تنمية مهارات حل المشكلة من خلال تعلم البرمجة .
- مراعاة معدلات تعلم التلاميذ (سرعة تعلمهم) وتوفير تغذية راجعة فورية يعزز كثيرا من عمليات التعلم .
- فاعلية التدريس باستخدام الكمبيوتر حيث يدرس كم كبير اكبر وفى وقت اقل مع ارتفاع تحصيل الطلاب .

ومن ثم تتضح أهمية استخدام الكمبيوتر فى تدريس الرياضيات فيما يلى :-

- يساعد الطالب على اجتياز بعض الصعوبات التى تواجهه فى تعلم الرياضيات .

- ان البرمجة تعتبر مدخلا جديدا لتدريس المفاهيم الرياضية وتطبيق الرياضيات بشكل له معنى بالاضافة الى انها تزيد من الفرص المتاحة للطلاب لتنمية مهارات حل المشكلة واستخدامها والتدريب عليها .
- ان استخدام الكمبيوتر كوسيلة تعليمية يستطيع ان يعزز كثيرا من عمليتي التعليم والتعلم ناهيك عن الاثارة وشد الانتباه مما تعتبر شروطا ضرورية للتعلم الناجح .
- ان الميكروكمبيوتر (بامكانات الكمبيوتر) كأداة للتطور التكنولوجي للعصر الحديث ، ينميها وينمو بها اصبح وسيلة هامة تساعد في تعليم الرياضيات في كافة المراحل الدراسية فهو يساعد في تدريب المهارات العقلية بمستوياتها المختلفة سواء المستويات الدنيا كالمهارات الحسابية او في التشخيص والعلاج والتوضيح .
- يثير الكمبيوتر انتباه الطلاب واهتمامهم نحو دراسة الرياضيات .
- يسهم في تحسين اتجاهات الطلاب نحو دراسة الرياضيات .
- يراعى الفروق الفردية بين الطلاب .
- ان التعليم والتعلم بواسطة الكمبيوتر يحققان الكثير من اسس التربية البناءة حيث يتمتع الطالب الذي يدرس مع الكمبيوتر بتفرغ الكمبيوتر له وتجاوبه معه فيحس الطالب بالرعاية الفردية التي تجعله يقبل على التعلم ويبذل المزيد من الجهد فتنمو مهارات التعلم نموا صحيحا .
- يساعد على تحقيق هدف التعلم الذاتي في تعليم الرياضيات .
- يساعد على تنمية مهارات حل المشكلات الرياضية .
- لقد وفر الكمبيوتر فسحة كبيرة من الوقت للطلاب بحيث يستطيعون خلالها الدخول في مناقشات حول افكارهم ومحاولاتهم وانجازاتهم من خلال التعامل مع الكمبيوتر ولاشك ان مثل هذه المناقشات تثري عملية التعلم وتساعد على تعميق المفاهيم .
- يعتبر الكمبيوتر اداة فعالة بين يدي المدرس الواعي الطموح ، اذ يستطيع ان يستثمره في تقديم المواد الدراسية التي قد يستعصى على الفهم والادراك بدون الكمبيوتر وامكاناته ، فيستطيع المدرس مثلا ان يستغل ما يتيحها الكمبيوتر من امكانية التلوين والرسم وتخزين البيانات واسترجاعها في توضيح بعض المفاهيم الصعبة مثل رسم الدوال الرياضية او الاحصائية .
- يراعى الكمبيوتر الفروق الفردية بين التلاميذ .
- يجعل تعلم الرياضيات قائما على اساس طبيعة التفاعل بين الكمبيوتر والمتعلم .

تعقيب: نظراً لأن البحث الحالي يحاول التعرف على فاعلية تدريس الهندسة التحليلية بمساعدة الكمبيوتر على التحصيل والإحتفاظ وانتقال أثر التعليم لدى طلاب الصف الثانى الثانوى العام فقد قام الباحث بتصميم مجموعة من البرامج تقدم الأساسيات فى الهندسة التحليلية باستخدام الكمبيوتر مستخدماً لغة البيبيسيك فى بناء تلك البرامج، مستغلاً ما يتيح الكمبيوتر من إمكانية التلوين والرسم وتخزين المعلومات فى توضيح هذه الأساسيات ومراعياً فى ذلك التصميم أن يساعد على تنمية كل جانب من جوانب التعليم المختلفه المحددة والمرتبطة بالمفاهيم مع توضيح الأساسيات التى تؤدى إلى صعوبه فى الفهم لدى الطلاب.