

ملاحق الدراسة

- دروس الوحدة البنائية
- جداول تحليل نتائج البحث
- الاختبار البنائي للجزء الأول
- الاختبار البنائي للجزء الثاني
- الاختبار البنائي للجزء الثالث
- الاختبار النهائي الأول
- الاختبار النهائي الثاني
- ثبات الاختبارين النهائيين وصدقهما
- حساب زمن الاختبارين النهائيين
- فاعلية الوحدة البنائية

دروس الوحدة

الدرس الاول

التجربة العشوائية فى بعد واحد

الهدف : - أن يتعلم التلميذ مفهوم التجربة العشوائية فى بعد واحد فى البعد الاول وفى البعد الثانى .

الاهداف السلوكية :-

- أن يتعرف التلميذ على التجربة العشوائية .
- أن يميز التلميذ بين التجربة العشوائية وغير العشوائية.
- أن يحدد التلميذ فضاء النواتج لبعض التجارب العشوائية.

الوسائل التعليمية :-

قطعة مغناطيس - دبابيس - قطعة نقود برونزية - زهرة نرد - صندوق به كرة حمراء وكرة زرقاء وكرة صفراء وبه فتحة تسمح بإخراج إحدى هذه الكرات دون رؤية أى منها داخل الصندوق .

طريقة العرض :-

يقوم الطالب بالانشطة التالية كتمهيد للدرس.

تجربة (١)

المدرس: امسك قطعة المغناطيس وقربها من الدبابيس قريباً كافياً ماذا تشاهد؟
 الطالب : قطعة المغناطيس جذبت الدبابيس اليها.
 المدرس: كرر التجربة السابقة عدة مرات ماذا تلاحظ؟
 الطالب : فى كل مرة تنجذب الدبابيس الى المغناطيس.

تجربة (٢)

المدرس: إقذف قطعة النقود البرونزية الى اعلى ولاحظ الوجه الذى يظهر.
 الطالب : لقد ظهرت صورة (مثلاً) .
 المدرس: كرر التجربة السابقة عدة مرات ماذا تلاحظ؟
 الطالب : إما ان تظهر صورة او تظهر كتابة.
 المدرس: هل تغيرت نتيجة التجربة بتكرارها عدة مرات؟
 الطالب : نعم .

تجربة (٣)

المدرس: الق زهرة النرد كأنك تلعبها. ماذا تشاهد؟

الطالب : ظهور الوجه ذو الثلاث نقط (مثلاً)

المدرس: كرر التجربة عدة مرات ماذا تشاهد؟

الطالب : ظهور الوجه ذو النقطة او النقطتين او الثلاث او الاربع او الخمس او الست نقط.

تجربة (٤)

المدرس: اخرج كرة من الصندوق وما لونها ؟

الطالب : حمراء (مثلاً).

المدرس: كرر التجربة السابقة عدة مرات واذكر لون الكرة في كل مرة ؟

الطالب : الكرة اما حمراء او زرقاء او صفراء.

المدرس: التجربة (١) كانت نتيجتها ثابتة دائماً لذلك فهي ليست تجربة عشوائية اما التجربة

العشوائية فننتيجتها ليست ثابتة ويمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل اجرائها الا

اننا لا نستطيع ان نتنبأ بصفة مؤكدة ان اى من هذه النواتج سيتحقق فعلا عند اجراء هذه

التجربة ، وتسمى التجربة العشوائية التى يوصف كل ناتج فيها بشيء واحد بتجربة

عشوائية فى بعد واحد .

فضاء النواتج:-

المدرس: فضاء النواتج لتجربة عشوائية هى مجموعة كل النواتج الممكنة لهذه التجربة ويرمز

له بالرمز **ف** وستقتصر دراستنا على التجارب التى جميع نواتجها لها نفس الفرصة فى

الحدوث .

مثال (١)

المدرس: فى تجربة القاء قطعة نقود برونزية اذكر فضاء النواتج ؟

الطالب : **ف** = { ص ، ك } حيث ص تعنى صورة وك تعنى كتابة .

مثال (٢)

المدرس: فى تجربة القاء زهرة نارد اذكر فضاء النواتج؟

الطالب : **ف** = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } حيث الرقم يدل على عدد النقط

مثال (٣)

المدرس: فى تجربة سحب كرة حمراء او زرقاء او صفراء من الصندوق اذكر فضاء النواتج؟

الطالب : **ف** = { كرة حمراء ، كرة زرقاء ، كرة صفراء }

تدريبات :-

- ١- اى مما يأتى يمكن اعتباره تجربة عشوائية ؟
 - وضع ناقوس فوق شمعة مشتعلة وملاحظة ما يحدث للشمعة .
 - سحب كرة من صندوق يحتوى على كرات جميعها حمراء وملاحظة لون الكرة المسحوبة ؟
 - اطلاق رصاصة على هدف وملاحظة النتيجة ؟
 - سحب ورقة من اوراق الكوتشينة وملاحظة الرقم الذى يظهر ؟
- ٢- اكتب فضاء النواتج لكل من التجارب العشوائية الاتية :-
 - عند سحب ورقة من اوراق الكوتشينة المحكمة الخلط وملاحظة نوع الصورة التى تظهر ؟
 - عند رمى زهرة نرد وملاحظة الوجه الذى يظهر ؟

الدرس الثانى

التجربة العشوائية فى بعدين

الهدف : ان يتعلم الطالب مفهوم التجربة العشوائية فى بعدين فى البعد الاول وفى البعد الثانى .

الاهداف السلوكية : -

- ان يتعرف الطالب على التجربة العشوائية فى بعدين .
- ان يحدد الكالب فضاء النواتج لتجربة عشوائية فى بعدين .
- ان يجمع الطالب نواتج تجربة عشوائية فى بعدين فى جدول .
- ان يستخدم الطالب هذا الجدول فى ايجاد فضاء النواتج .

الوسائل التعليمية :

قطعتى نقود برونزيتين متميزتين - زهرتى نرد احدهما بيضاء والاخرى حمراء .

طريقة العرض :

يقوم التلميذ بالنشاط التالى كتمهيد للدرس .

تجربة (١)

المدرس: القى قطعتى النقود دفعة واحدة ماذا تشاهد ؟

الطالب: احدهما تظهر صورة والثانية تظهر كتابة (مثلاً) .

المدرس: كرر العمل السابق عدة مرات ماذا تلاحظ؟

الطالب: مهما تعددت المرات فأنا نحصل على النواتج الاتية :

(ص١ ، ص٢) ، (ص١ ، ك٢) ، (ك١ ، ص٢) ، (ك١ ، ك٢) حيث ص١ صورة

القطعة الاولى ، وص٢ هى صورة القطعة الثانية ، وك١ هى كتابة القطعة الاولى ، وك٢

هى كتابة القطعة الثانية .

المدرس: هل التجربة السابقة عشوائية ؟

الطالب: نعم . ولكن كل ناتج فيها يوصف بشيئين احدهما خاص بالقطعة الاولى والثانى خاص

بالقطعة الثانية .

المدرس: كل تجربة عشوائية يوصف كل ناتج فيها بشيئين احدهما خاص بتجربة عشوائية فى

بعد واحد والاخر خاص بتجربة عشوائية اخرى فى بعد واحد تسمى تجربة عشوائية فى

بعدين . ما هو فضاء النواتج فى التجربة العشوائية السابقة .

الطالب : ف = { (ص١ ، ص٢) ، (ص١ ، ك٢) ، (ك١ ، ص٢) ، (ك١ ، ك٢) }
تجربة (٢)

المدرس: الق زهرتى النرد دفعة واحدة عدة مرات ماهى النواتج الممكنة للتجربة ؟
 الطالب: النواتج يمكن وضعها فى جدول حسب الزهرة البيضاء والحمراء كالاتى :

الحمراء البيضاء	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١ ، ١)	(١ ، ٢)	(١ ، ٣)	(١ ، ٤)	(١ ، ٥)	(١ ، ٦)
٢	(٢ ، ١)	(٢ ، ٢)	(٢ ، ٣)	(٢ ، ٤)	(٢ ، ٥)	(٢ ، ٦)
٣	(٣ ، ١)	(٣ ، ٢)	(٣ ، ٣)	(٣ ، ٤)	(٣ ، ٥)	(٣ ، ٦)
٤	(٤ ، ١)	(٤ ، ٢)	(٤ ، ٣)	(٤ ، ٤)	(٤ ، ٥)	(٤ ، ٦)
٥	(٥ ، ١)	(٥ ، ٢)	(٥ ، ٣)	(٥ ، ٤)	(٥ ، ٥)	(٥ ، ٦)
٦	(٦ ، ١)	(٦ ، ٢)	(٦ ، ٣)	(٦ ، ٤)	(٦ ، ٥)	(٦ ، ٦)

المدرس: هل هذه التجربة العشوائية فى بعدين ؟
 الطالب: نعم .

المدرس: ماهو فضاء النواتج ف لهذه التجربة ؟

الطالب: ف = { (١ ، ١) ، (٢ ، ١) ، ، (٦ ، ٦) }

تدريبات

- ١ - يراد اختيار لجنة من عضوين من بين اربع طلاب ا ، ب ، ج ، د. اكتب فضاء النواتج .
- ٢ - صندوق يحتوى على خمس كرات منها ثلاث كرات ملونه باللون الأحمر وكرتان باللون الأبيض اكتب فضاء النواتج اذا اختيرت كرتان الواحدة بعد الاخرى وملاحظة تتابع ازواج الالوان التى تظهر ؟
- ٣ - اذا كان س عدد صحيح ينتمى الى الفترة [٠ - ٣] المحتواه فى المحور السينى وكان ص عدد صحيح ينتمى الى الفترة [٢ - ٠] المحتواه فى المحور الصادى . اكتب فضاء النواتج للازواج المرتبة (س ، ص) .
- ٤ - فريق كرة قدم اما ان يفوز (ز) او يتعادل (ع) او يخسر (خ) اكتب فضاء النواتج اذا كان مقررا ان يلعب الفريق مباراتين .

الدرس الثالث

العمليات على الاحداث

الهدف: ان يتعلم الطالب مفاهيم : الحدث - الحدث الاولى - الحدث المؤكد - الحدث المستحيل في البعد الاول وفي البعد الثانى .

الاهداف السلوكية :-

- ان يتعرف الطالب على الحدث
- ان يتعرف الطالب على الحدث المؤكد.
- ان يتعرف الطالب على الحدث المستحيل.
- ان يميز الطالب نوع الحدث .
- ان يوجد الطالب حدث التقاطع لحدثين .
- ان يوجد الطالب حدث الاتحاد لحدثين .
- ان يوجد الطالب الحدث المكمل لحدث .

الوسائل التعليمية:

صندوق به كرة حمراء وكرة خضراء وكرة صفراء - زهرة - قطعة نقود.

طريقة العرض :

يقوم الطالب بالنشاط التالى كتمهيد للدرس .

تجربة (١)

المدرس : القى زهرة النرد ثم سجل الوجه الذى يظهر واكتب فضاء النواتج .

الطالب : ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

المدرس : الحدث هو مجموعة جزئية من فضاء النواتج ويقال ان حدثا ما قد وقع اذا كان ناتج

التجربة عنصراً من عناصر المجموعة التى يتألف منها الحدث . اذا كان أ = حدث

الحصول على عدد فردى . اوجد أ ؟

الطالب : أ = { ١ ، ٣ ، ٥ }

المدرس : اذا كان ب = حدث الحصول على عدد من ١ الى ٦ اوجد ب ؟

الطالب : ب = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } = ف

المدرس : مثل هذا الحدث يسمى حدثاً مؤكداً اى ان الحدث المؤكد هو ف .

اذا كان ج = حدث الحصول على عدد اكبر من ٦ اوجد ج ؟

الطالب : ج = ϕ

المدرس : مثل هذا الحدث يسمى حدثاً مستحيلاً أى ان الحدث المستحيل هو ϕ

إذا كان د = حدث الحصول على عدد اولى زوجى أوجد د ؟

الطالب : د = $\{ ٢ \}$

المدرس : مثل هذا الحدث يسمى حدثاً أولياً أى ان الحدث الاولى هو الحدث الذى يتألف من عنصر واحد فقط من فضاء النواتج .

ماهى الاحداث الاولية لهذه التجربة ؟

الطالب : الاحداث الاولية لهذه التجربة هى $\{ ١ \}$ ، $\{ ٢ \}$ ، $\{ ٣ \}$ ، $\{ ٤ \}$ ، $\{ ٥ \}$ ، $\{ ٦ \}$.

المدرس : فى تجربة القاء قطعة نقود برونزية ماهى الاحداث الاولية؟

الطالب : الاحداث الاولية هى $\{ ص \}$ ، $\{ ك \}$.

المدرس : اذكر فضاء النواتج ف ؟

الطالب : ف = $\{ ص ، ك \}$.

المدرس : اكتب مجموعة كل الاحداث الممكنة ؟

الطالب : المجموعة هى $\{ \phi ، ف ، \{ ك \} ، \{ ص \} \}$

المدرس :مجموعة كل الاحداث الممكنة لتجربة عشوائية فضاء نواتجها ف

يرمز لها بالرمز ق (ف) .

العمليات على الاحداث

تجربة (٣)

المدرس: الق زهرة النارد واكتب فضاء النواتج ؟

الطالب : ف = $\{ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ \}$

المدرس: اذا كان أ = حدث الحصول على عدد فردى ،

ب= حدث الحصول على عدد اولى ،

ج = حدث الحصول على عدد زوجى .

أوجد كل من أ ، ب ، ج .

الطالب : أ = $\{ ١ ، ٣ ، ٥ \}$ ، ب = $\{ ٢ ، ٣ ، ٥ \}$ ، ج = $\{ ٢ ، ٤ ، ٦ \}$.

المدرس: اوجد أ $\cap$ ب ؟

الطالب : أ $\cap$ ب = $\{ ٣ ، ٥ \}$

المدرس: ما هو الحدث $A \cap B$ ؟

الطالب : $A \cap B$ هو حدث الحصول على عدد فردى اولى .

المدرس: ما معنى وقوع الحدث $A \cap B$ ؟

الطالب : معنى وقوع الحدث $A \cap B$ هو وقوع الحدث A والحدث B معاً .

المدرس: اوجد $A \cap C$ ؟

الطالب : $A \cap C = \phi$

المدرس: ما معنى ان $A \cap C = \phi$.

الطالب : $A \cap C = \phi$.يعنى ان حدوث الحدث A والحدث C معاً مستحيل .

المدرس: اوجد $A \cup B$ ؟

الطالب : $A \cup B = \{1, 3, 5, 2\}$

المدرس: ماهو الحدث $A \cup B$ ؟

الطالب : $A \cup B$ هو حدث الحصول على عدد فردى او اولى .

المدرس: مامعنى وقوع الحدث $A \cup B$ ؟

الطالب : معنى وقوع الحدث $A \cup B$ هو وقوع الحدث A او وقوع الحدث B

المدرس: اوجد الحدث المكمل للحدث A اى اوجد A^c ؟

الطالب : $A^c = \{2, 4, 6\}$

المدرس: ما معنى وقوع A^c ؟

الطالب : معنى وقوع A^c هو عدم وقوع الحدث A .

تدريبات :

- فى تجربة القاء زهرة النرد اذا كانت F هى فضاء النواتج وكان

ث ١ = حدث ظهور عدد فردى .

ث ٢ = حدث ظهور عدد زوجى .

ث ٣ = حدث ظهور عدد اولى .

ث ٤ = حدث ظهور عدد زوجى اولى .

ث ٥ = حدث ظهور عدد فردى غير اولى .

ث ٦ = حدث ظهور عدد زوجى او عدد اولى .

اكتب ما يلى :

(١) ف

(٢) جميع الاحداث السابقة

(٣) حدث مؤكد .

(٤) حدث مستحيل.

(٥) الاحداث الأولية .

(٦) مجموعة احداث فضاء النواتج ق (ف) .

(٧) اوجد θ_1 ، θ_2 ، θ_3 ، θ_4 ، θ_5 بدلالة احد الاحداث السابقة

- القيت قطعتى نقود متميزتين فإذا كانت ف هي فضاء النواتج وكان :

$\theta_1 =$ حدث ظهور صورة واحدة على الاقل .

$\theta_2 =$ حدث ظهور صورة وكتابة معاً .

$\theta_3 =$ حدث ظهور كتابتين .

اكتب (١) هذه الاحداث ؟

(٢) فضاء النواتج ف ؟

(٣) مجموعة احداث فضاء النواتج ق (ف).؟

الدرس الرابع

إحتمال الحدث

الهدف :

أن يتعلم التلميذ مفهوم إحتمال الحدث في البعد الأول وفي البعد الثاني وكذلك داله لأحتمال
الأهداف السلوكية :-

- أن يوجد الطالب على إحتمال الحدث .
- أن يتعرف الطالب على دالة الإحتمال.
- أن يوجد الطالب أمثله لدالة الإحتمال .

والوسئل التعليمية : زهرة نرد - قطعتى نقود متمايزتين.

طريقة العرض : يقوم الطالب بالنشاط الثانى كتمهيد للدرس .

المدرس : ألق زهرة النرد وإذكر فضاء النواتج .

الطالب : ف = { ٦،٥،٤،٣،٢،١ } .

المدرس : إذا كان أ = حدث الحصول على عدد زوجى أكبر من ٢ أكتب أ .

الطالب : أ = { ٦،٤ } .

المدرس : كرر التجربة ١٠٠ مره ما هو عدد مرات وقوع الحدث أ.

الطالب : ٣٥ مرة (مثلاً) .

المدرس : أوجد النسبة $\frac{\text{عدد مرات حدوث أ}}{\text{عدد عناصر أ}}$ والنسبة $\frac{\text{عدد عناصر ف}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}}$

وما العلاقة بينهما ؟

الطالب: النسبة الاولى = $\frac{35}{100}$ والنسبة الثانية = $\frac{2}{6}$ أى متساويتان تقريباً .

المدرس: كرر العمل السابق بإجراء التجربة ٢٠٠ مرة ما هو عدد مرات حدوث أ ؟

الطالب: ٦٨ مرة (مثلاً) .

المدرس: ما هى العلاقة بين النسبتين السابقتين ؟

الطالب: النسبة الاولى = $\frac{68}{200}$ والثانية = $\frac{2}{6}$ اى متساويتان تقريباً

المدرس: لما كانت النسبة الاولى تعبر عن الامكانية النسبية لوقوع الحدث أ فإن النسبة الثانية تعبر أيضاً عن الامكانية النسبية لوقوع الحدث أ وهو ما يسم احتمال حدوث الحدث أ.
فى تجربة القاء زهرة النرد ماهو فضاء النواتج ؟

الطالب: ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

المدرس : ما هى ق (ف) .

الطالب : هى مجموعة كل الأحداث الممكنة للتجربة العشوائية السابقة

المدرس : نعرف الآن الداله ل : ق (ف) ————— ح .

والتي تجعل صورة الحدث أ هى $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$ لكل أ $\in$ ق (ف) .

∴ أوجد ل (ف) .

الطالب : ل (ف) = $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}} = 1$

المدرس : ل (ف) < لكل أ $\in$ ق (ف) .

الطالب : نعم

المدرس: اذا كان ب = حدث الحصول على عدد فردى اولى

، ج = حدث الحصول على عدد زوجى.

اوجد ل (ب) ، ل (ج) ؟

الطالب: ل (ب) = $\frac{2}{6}$ ، ل (ج) = $\frac{3}{6}$

المدرس: ماالعلاقة بين ب ، ج .

الطالب: حدثين متنافيين لان ب $\cap$ ج = $\emptyset$

المدرس: اوجد ل (ب $\cup$ ج) ؟

الطالب : ل (ب ∪ ج) = $\frac{5}{6}$
 المدرس: لاحظ ان ل (ب ∪ ج) = ل (ب) + ل (ج) .
 اوجد ل (ف) ؟

$$\text{الطالب : ل (ف)} = \frac{1}{6} = 1$$

دالة الاحتمال:

المدرس: دالة الاحتمال ل المعرفة على فضاء النواتج ف لتجربة عشوائية هي

ل : ق (ف) ————— ح .تحقق الخواص الاتية :

$$(1) \text{ ل (أ) } < 0 \text{ لكل حدث أ ينتمى الى ق (ف) .}$$

$$(2) \text{ ل (ف)} = 1$$

$$(3) \text{ اذا كان أ ، ب حدثين متنافين اي } A \cap B = \emptyset \text{ فان}$$

$$\text{ل (أ ∪ ب)} = \text{ل (أ)} + \text{ل (ب)} .$$

هل الدالة ل : ق (ف) ————— ح التي تجعل

$$\text{حيث أ} \leftarrow \frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}} \text{ دالة احتمال ؟}$$

$$\text{الطالب : ل (أ)} = \frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}} < 0 \text{ لكل أ تنتمى الى ق (ف) .}$$

$$\text{ل (ف)} = \frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}} = 1$$

واذا كان كل من أ ، ب ينتمى الى ق (ف) بحيث $A \cap B = \emptyset$

$$\frac{\text{عدد عناصر ب}}{\text{عدد عناصر ف}} + \frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}} = \frac{\text{عدد عناصر } A \cup B}{\text{عدد عناصر ف}}$$

$$= \frac{n(A \cup B)}{n(F)}$$

∴ ل دالة احتمال

المدرس : أوجد قيمة ل (أ) + ل (أ) لكل أ ∈ ق (ف)

تجربة (٢) :

المدرس : الق قطعتى النقود المتميزتين واذكر فضاء النواتج ؟

الطالب : ف = { (ص١ ، ص٢) ، (ص١ ، ك٢) ، (ك١ ، ص٢) ، (ك١ ، ك٢) } .

المدرس : اذا كان أ = حدث الحصول على كتابة اكتب أ ؟

الطالب : أ = { (ص١ ، ك٢) ، (ك١ ، ص٢) ، (ك١ ، ك٢) } .

المدرس : اوجد ل (أ) ؟

$$\frac{3}{4} = \frac{n(A)}{n(F)}$$

المدرس : أوجد ل (أ) .

$$\frac{1}{4} = \frac{n(A)}{n(F)} - 1 = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$$

تدريبات :

- فى تجربة القاء زهرة النرد

اولاً : اوجد فضاء النواتج وعدد عناصره ؟

ثانياً: عبر عن الاحداث الاتية ثم اوجد احتمال كل منها؟

(أ) الحدث أ الذى يعنى ظهور رقم اقل من ٥ ؟

(ب) الحدث ب الذى يعنى ظهور رقم اكبر من ٥ ؟

(ج) الحدث ج الذى يعنى ظهور رقم زوجى ؟

(د) الحدث د الذى يهنى ظهور رقم اقل من ٢ ؟

- صندوق يحتوى على ٣ كرات حمراء و ٢ صفراء اذا سحب كرتان متتاليتان احسب :

(أ) احتمال ان تكون الكرة الاولى صفراء ؟

(ب) احتمال ظهور كرة حمراء ؟

الدرس الخامس

المتغير العشوائى

الهدف: ان يتعلم الطالب مفهوم المتغير العشوائى فى البعد الاول وفى البعد الثانى .

الاهداف السلوكية:

- ان يتعرف الطالب على المتغير العشوائى .
- ان يوجد الطالب احتمال المتغير العشوائى عند قيمة له.
- ان يتعرف الطالب على المتغير العشوائى الوثاب .
- ان يتعرف الطالب على المتغير العشوائى المتصل .
- ان يميز الطالب بين المتغير العشوائى الوثاب والمتصل.

الوسائل التعليمية:

قطعتى نقود متمايزتين - زهرتى نرد

طريقة العرض :

يقوم التلاميذ بالنشاط الاتى كتمهيد للدرس.

تجربة (١)

المدرس: الق قطعتى النقود ثم اذكر فضاء النواتج **ف** ؟

الطالب: **ف** = { (ص ١، ص ٢) ، (ك ١، ك ٢) ، (ك ١، ص ٢) ، (ك ٢، ك ١) } .

المدرس: اذا كانت **س** دالة معرفة كالاتى **س: ف** ————— < ح تجعل صورة كل عنصر

هى عدد الصور التى تظهر اوجد صورة كل عنصر ينتمى الى **ف** ؟

الطالب: **س** ((ص ١، ك ٢)) = ١ ، **س** ((ص ١، ص ٢)) = ٢ ،

س ((ك ١، ص ٢)) = ١ ، **س** ((ك ١، ك ٢)) = ٠ ،

المدرس: اذا كانت **ف** هى فضاء النواتج لتجربة عشوائى وكانت **س** دالة من **ف** الى

مجموعة الاعداد الحقيقية اى ان **س: ف** ————— < ح ، ح هى مجموعة

الأعداد الحقيقية

حيث **ف** ————— < ح

اى ان **س** تجعل صورة العنصر **ف** الذى ينتمى الى **ف** هى العدد الحقيقى **ح** فإن **س** تسمى

متغير عشوائى معرف على **ف** .

تجربة (٢)

المدرس : الق زهرة النرد واذكر فضاء النواتج ؟

الطالب: **ف** = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

المدرس: اذا كانت **س** دالة من **ف** الى **ح** اى ان **س**: **ف** ————— ح يجعل العدد

الحقيقى ١ هو صورة كل من الالوجه ٥،٣،١. ويجعل العدد الحقيقى ٢ هو صورة كل

من الالوجه ٦،٤،٢. فإن الدالة **س** تعرف متغير عشوائى على **ف** ويكون مدى الدالة

س هو المجموعة { ١ ، ٢ } ونعبر عن ذلك **س** = { ١ ، ٢ } وتسمى العناصر ١، ٢ قيم

المتغير العشوائى **س** .

اذا كانت **أ** = الحدث { ٥،٣،١ } اوجد **ل** (**أ**) ؟

$$\text{الطالب : ل } (\{ ٥،٣،١ \}) = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

المدرس: يلاحظ ان عناصر **ف** التى تكون صورتها العدد الحقيقى ١ هى العناصر ٥،٣،١ لذلك

يعبر عن احتمال ان يأخذ المتغير العشوائى **س** القيمة ١ بالقيمة $\frac{٣}{٦}$ ويعبر عن ذلك رمزياً .

عدد العناصر التى صورتها **س**

$$\text{ل (س = ١) = } \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢} \text{ اى ان ل (س = س) = } \frac{\text{عدد العناصر التى صورتها س}}{\text{عدد عناصر ف}}$$

واختصاراً نكتب **ل** (س) بدلاً من **ل** (س = س) اذا اوجد **ل** (٢)

$$\text{الطالب: العناصر ٢ ، ٤ ، ٦ هى فقط التى تكون صورتها ٢ إذا ل (٢) = } \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

المدرس: يسمى المتغير العشوائى **س** وثاب اذا كان هناك تناظر احادى بين **ص** + ، **س** **س**

بمعنى وجود دالة من **ص** + الى **س** بحيث ان كل عنصر ينتمى الى **س** يكون

صورة لعنصر واحد فقط من عناصر **ص** + او كانت **س** منتهية اى ان المتغير

وستقتصر دراستنا على النوع الوثاب.

مثال

المدرس : الق قطعتى النقود البرونزيتين المتميزتين دفعة واحدة واستنتج فضاء النواتج ؟

الطالب : $F = \{ (ص١، ص٢) ، (ص١، ك٢) ، (ك١، ص٢) ، (ك١، ك٢) \}$.

المدرس: اذا كان S هو المتغير العشوائى على F الذى يجعل صورة كل ناتج من F تكون

العدد الحقيقى الذى يدل على عدد الصور الظاهرة اوجد قيم S ؟

الطالب: S : $F \rightarrow \mathbb{R}$.

يجعل ٢ هى صورة $(ص١، ص٢)$ ويجعل ١ هى صورة $(ص١، ك٢)$ ، $(ك١، ص٢)$.

ويجعل صفر صورة $(ك١، ك٢)$ اذاً $S = \{ ٠، ١، ٢ \}$ اى ان صفر ١، ٢ هى قيم

المتغير العشوائى S .

المدرس: اوجد الاحتمالات المقابلة لقيم المتغير العشوائى S .

الطالب: $L(س=٠) = \frac{١}{٤}$ ، $L(س=١) = \frac{٢}{٤}$ ، $L(س=٢) = \frac{١}{٤}$

تدريبات

- فى تجربة إلقاء زهرتى نرد دفعة واحدة إذا كان S هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة

الناتج $(س، ص)$ هو أصغر العددين $س، ص$.

١- أوجد قيم S .

٢- الإحتمالات المقابلة لقيم S .

- فى تجربة إلقاء زهرتى نرد دفعة واحدة إذا كان S هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة

الناتج $(س، ص)$ هو أكبر العددين $س، ص$.

١- أوجد قيم S .

٢- الإحتمالات المقابلة لقيم S .

الدرس السادس

دالة التوزيع

الهدف: ان يتعلم الطالب مفهوم دالة التوزيع فى البعد الاول وفى البعد الثانى .

الاهداف السلوكية:

- ان يتعرف الطالب على دالة التوزيع .
- ان يستنتج الطالب خواص دالة التوزيع .
- ان يستنتج الطالب العلاقة بين دالة التوزيع ودالة المنحنى التكرارى

الوسائل التعليمية : قطعتي نقود متميزتين - زهرتى نارد احدهما حمراء والاخرى بيضاء

طريقة العرض: يقوم الطالب بالنشاط التالى كتمهيد للدرس :

تجربة (١)

المدرس: الق قطعة النقود ثم أكتب فضاء النواتج ؟

الطالب: $F = \{ص، ك\}$

المدرس: اوجد $Q(F)$ ؟

الطالب: $Q(F) = \{ \{ص\} ، \{ك\} ، \{ص، ك\} ، \phi \}$

المدرس: اوجد صورة كل عنصر من عناصر $Q(F)$ بواسطة دالة الاحتمال ل.

الطالب : $L(\{ص\}) = \frac{1}{4}$ ، $L(\{ك\}) = \frac{1}{4}$ ، $L(\phi) = 0$ ، $L(F) = 1$

المدرس: اذا كان S هو المتغير العشوائى المعروف على F الذى يجعل صورة كل عنصر من عناصر F هو احتمال الحدث المكون من هذا العنصر اوجد صور عناصر F بواسطة S .

الطالب: $S(ص) = L(\{ص\}) = \frac{1}{4}$ ، $S(ك) = L(\{ك\}) = \frac{1}{4}$.

المدرس: اوجد S

الطالب: $S = \{ \frac{1}{4} \}$

المدرس: إذا كانت s تنتمي الى Y فإننا نعرف $L(s=s)$ = احتمال الحدث الذي صورته s

بواسطة s هي s اوجد $L(s=s) = \frac{1}{p}$

$$\text{الطالب : } L(s=s) = L(\{ص\}) + L(\{ك\}) = \frac{1}{p} + \frac{1}{p} = 1$$

المدرس : نفرض ان s هو متغير عشوائي معرف على فضاء النواتج

$F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ أى ان s : $F \rightarrow$ ح. فإذا كانت s_1 هي

صورة f_1 بواسطة s وكانت s_2 هي صورة f_2 بواسطة s ، وهكذا فإن

s_n هي صورة f_n بواسطة s . إثبت ان مجموع احتمالات قيم $s = 1$

$$\text{الطالب: } L(s=s) = L(s=s_1) + L(s=s_2) + \dots + L(s=s_n) =$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} = \frac{1+1+\dots+1}{n} = \frac{n}{n} = 1.$$

المدرس: دالة توزيع المتغير العشوائي s المعروف على فضاء النواتج F هي دالة من Y الى

الى مجموعة الاعداد الحقيقية ح تجعل صورة كل قيمة من قيم المتغير العشوائي هي

احتمالها ويرمز لها بالرمز Ls أى ان Ls : $Y \rightarrow$ ح

حيث $s \rightarrow L(s=s)$ لكل $s \in Y$

إذا كانت $s_1, s_2, \dots, s_n$ هي قيم المتغير العشوائي s اثبت ان

$$Ls(s) < 0 \text{ لكل } s \text{ تنتمي الى } Y$$

الطالب: احتمال اى قيمة للمتغير العشوائي s = احتمال الحدث الذى تكون صورة جميع

عناصره هي هذه القيمة بواسطة المتغير العشوائي وبما ان احتمال اى قيمة للمتغير

العشوائي يكون اكبر من الصفر اذاً $Ls(s) < 0$ لكل s تنتمي الى Y .

المدرس : اثبت ان $Ls(s_1) + Ls(s_2) + \dots + Ls(s_n) = 1$.

$$\text{الطالب : } Ls(s_1) + Ls(s_2) + \dots + Ls(s_n) =$$

$$= L(s=s_1) + L(s=s_2) + \dots + L(s=s_n)$$

إذا $دس (س_١) + دس (س_٢) + + دس (س_ن) = ١$.

مثال:

المدرس: فى تجربة القاء قطعى النقود المتمايزتين اذا كان $س$ هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة أى ناتج هى عدد الصور التى يحتوى عليها هذا الناتج اوجد قيم $س$.

الطالب: $ف = \{ (ص_١, ص_٢), (ص_١, ك_٢), (ك_١, ص_٢), (ك_١, ك_٢) \}$.

$$س (ص_١, ص_٢) = ٢$$

$$س (ص_١, ك_٢) = ١$$

$$س (ك_١, ص_٢) = ١$$

$$س (ك_١, ك_٢) = ٠$$

إذا قيم $س$ هى ٠، ١، ٢ .

المدرس: ماهى احتمالاتها المقابلة .

الطالب: $ل (س=٢) = \frac{1}{4}$ ، $ل (س=١) = \frac{1}{2}$ ، $ل (س=٠) = \frac{1}{4}$

المدرس: اوجد توزيع $س$

س	صفر	١	٢
دس (س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

العلاقة بين دالة التوزيع ودالة التكرار

المدرس: اذا كان لدينا الجدول التكرارى الاتى لدرجات ٥٠ تلميذ فى امتحان ما .

الدرجة	١٠	١٣	٢٠	٢٥	٣٠	المجموع
عدد التلاميذ	٥	٧	٢٢	١٠	٦	٥٠

باعتبار التلاميذ عناصر لفضاء نواتج $ف$ فإذا كانت $س$ هى المتغير العشوائى الذى

يجعل صورة كل تلميذ هى درجته اوجد توزيع احتمال المتغير العشوائى $س$ ؟

الطالب: ل (س = ١٠) = $\frac{٥}{٥٠}$ ، ل (س = ١٣) = $\frac{٧}{٥٠}$

ل (س = ٢٠) = $\frac{٢٢}{٥٠}$ ، ل (س = ٢٥) = $\frac{١٠}{٥٠}$

ل (س = ٣٠) = $\frac{٦}{٥٠}$

∴ توزيع احتمال المتغير العشوائى س هو

الدرجة	١٠	١٣	٢٠	٢٥	٣٠
احتمالها المقابل	$\frac{٥}{٥٠}$	$\frac{٧}{٥٠}$	$\frac{٢٢}{٥٠}$	$\frac{١٠}{٥٠}$	$\frac{٦}{٥٠}$

المدرس: اذا كان المقصود بدالة التكرار هو الدالة التى تربط بين الدرجة وتكرارها اى تربط بين قيم المتغير العشوائى س وبين تكرار هذه القيم وليس احتمالها اذاً ما هى العلاقة بين قيمة دالة التوزيع للمتغير العشوائى السابق عند قيمة له (درجة ما) وبين قيمة دالة التكرار عند هذه القيمة للمتغير العشوائى السابق (هذه الدرجة) .

الطالب: قيمة دالة التوزيع عند درجة ما = $\frac{\text{قيمة تكرارها}}{\text{مجموع التكرارات}}$

المدرس: وفى حالة الجداول التكرارية ذى المجموعات تعتبر مراكز المجموعات هى قيم المتغير العشوائى

تدريبات :

- فى تجربة لقاء زهرتى نرد متمايزتين اوجد توزيع احتمال المتغير العشوائى الذى يعبر عن مجموع ما يظهر من النقط .

- الجدول الاتى يبين توزيع درجات عينة مكونة من ١٠٠ طالب فى امتحان ما

مجموعات الدرجات	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
عدد التلاميذ (التكرار)	٤	٥	٣٠	٣٦	٨	٢	١٠٠

باعتبار مراكز مجموعات الدرجات قيم لمتغير عشوائى س معرف على فضاء النواتج (مجموعة التلاميذ) ف اوجد توزيع احتمال المتغير العشوائى س ثم اوجد العلاقة بين دالة التوزيع ودالة التكرار

- فيما يلى جدول يبين التوزيع التكرارى للأجور الأسبوعية لعدد من العمال

الأجر بالجنيه	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	المجموع
عدد العمال	٢	٢٢	١٩	١٤	٣	٦٠

باعتبار مراكز مجموعات الأجور قيم لمتغير عشوائى س معرف على فضاء النواتج (مجموعة العمال) ف اوجد توزيع احتمال المتغير العشوائى س ثم اوجد العلاقة بين دالة التوزيع ودالة التكرار

الدرس السابع

التوقع

الهدف : ان يتعلم الطالب التوقع (الوسط الحسابى) فى البعد الاول .

الاهداف السلوكية :

- ان يتعرف الطالب على التوقع لمتغير عشوائى .
- ان يحسب الطالب التوقع لمتغير عشوائى .
- ان يحسب الطالب التوقع للمتغير العشوائى من الجداول التكرارية .

الوسائل التعليمية:

زهرة نرد - صندوق به ثلاث كرات حمراء وكرتان لونهما أصفر وكرة زرقاء وبه فتحة تسمح بإخراج احدى الكرات دون رؤيه اي منها داخل الصندوق - قطعتي نقود متمايزتين .

طريقة العرض :

يقوم التلميذ بالنشاط التالى كتمهيد للدرس .

تجربة (١)

المدرس : الق قطعتي النقود ثم اكتب فضاء النواتج ف

الطالب: $F = \{ (ص١، ص٢)، (ص١، ك٢)، (ك١، ص٢)، (ك١، ك٢) \}$.

المدرس: اذا كان S متغير عشوائى معرف على F يجعل صورة كل ناتج هى عدد الصور

التي يتضمنها اوجد صورة كل ناتج بواسطة S ؟

الطالب: $S((ص١، ص٢)) = ٢$ ، $S((ص١، ك٢)) = ١$ ، $S((ك١، ص٢)) = ١$ ، $S((ك١، ك٢)) = ٠$ ،

المدرس: اوجد قيم Y S واحتمالاتها المقابلة

الطالب: القيم هى $S = ٢$ ، $L (S = ٢) = \frac{١}{٤}$ ،

$S = ١$ ، $L (S = ١) = \frac{١}{٢}$ ،

$$س = ٠ ، ل (س = ٠) = \frac{1}{4}$$

المدرس: اوجد حاصل ضرب قيم س في احتمالاتها المقابلة واوجد مجموع النواتج ؟

$$\text{الطالب: } ١ = \frac{1}{4} \times ٠ + \frac{1}{2} \times ١ + \frac{1}{4} \times ٢$$

المدرس: مجموع حواصل ضرب قيم س في احتمالاتها المقابلة يسمى توقع س ويرمز له

بالرمز $س^M$ س وعموما اذا كان س هو متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج ف وكانت

قيم س هي س ١، س ٢، س ن واحتمالاتها المقابلة هي ل ١، ل ٢،، ل ن

$$\text{فإن } س^M = س ١ ل ١ + س ٢ ل ٢ + + س ن ل ن$$

مثال:

المدرس: الق زهرة النرد واكتب فضاء النواتج ؟

$$\text{الطالب: ف} = \{ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ \}$$

المدرس: اذا كان س هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل ناتج هي العدد الحقيقى الدال

على عدد النقط على هذا الوجه احسب توقع س ؟

الحل:

المدرس: احسب ل (١) ، ل (٢) ، ل (٣) ، ل (٤) ، ل (٥) ، ل (٦)

$$\text{الطالب: ل (١) = ل (٢) = ل (٣) = ل (٤) = ل (٥) = ل (٦) = \frac{1}{6}}$$

المدرس : احسب توقع س ؟

الطالب: م س = $\frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{6} \times 3 + \frac{1}{6} \times 4 + \frac{1}{6} \times 5$

$$\frac{21}{6} = (1+2+3+4+5) \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \times 6$$

مثال :

المدرس : الصندوق الذى امامك به ثلاث كرات حمراء وكرتان لونهما أصفر وكرة زرقاء فى تجربة سحب كرة وملاحظة لونها اذا كان س هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل كرة هى العدد الحقيقى الدال على عدد الكرات من لونها احسب توقع س

الحل:

المدرس : ماهى قيم س

الطالب : هى ١، ٢، ٣

المدرس : ماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : هى $\frac{1}{6}$ ، $\frac{2}{6}$ ، $\frac{3}{6}$ على الترتيب

المدرس : احسب توقع س ؟

الطالب : م س = $\frac{14}{6} = (1+2+9) \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \times 1 + \frac{2}{6} \times 2 + \frac{3}{6} \times 3$

مثال

المدرس : الجدول الاتي يبين توزيع درجات عينة مكونة من ١٠٠ طالب في امتحان ما

مجموعات الدرجات	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	١٠	١٢	١٢	٤٠	٢٠	٦	١٠٠

باعتبار مراكز مجموعات الدرجات قيم لمتغير عشوائي X معرف على فضاء النواتج
(مجموعة التلاميذ) F احسب توقع X ؟

الحل :

المدرس : ماهي قيم X ؟

الطالب : القيم هي ٥، ١٥، ٢٥، ٣٥، ٤٥، ٥٥

المدرس : ماهي احتمالاتها المقابلة؟

الطالب : هي $\frac{1}{100}$ ، $\frac{12}{100}$ ، $\frac{12}{100}$ ، $\frac{40}{100}$ ، $\frac{20}{100}$ ، $\frac{6}{100}$ على الترتيب

المدرس : احسب توقع X ؟

الطالب : $E(X) = 5 \times \frac{1}{100} + 15 \times \frac{12}{100} + 25 \times \frac{12}{100} + 35 \times \frac{40}{100} + 45 \times \frac{20}{100} + 55 \times \frac{6}{100}$

$$E(X) = (5 + 18 + 30 + 140 + 90 + 330) \times \frac{1}{100} = \frac{6}{100} \times 55 = 31,6$$

تدريبات:

- مجموعة من التلاميذ عددها ن كل منهم يحمل الرقم الدال على ترتيبه فى احد الامتحانات فاذا كان س هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل تلميذ هى العدد الدال على ترتيبه اوجد توقع س ؟

- الجدول الاتى يبين درجات مجموعة من التلاميذ فى امتحان ما

المجموعة	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	المجموع
عدد التلاميذ	٨	١٢	١٥	١٠	٥	٥٠

باعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى س معرف على فضاء النواتج (مجموعة التلاميذ) ف احسب توقع س؟

- فيما يلى جدول توزيع تكرارى لعمال احد المصانع فى مجموعات حسب ساعات العمل الأسبوعية التى اشتغلوها فى اسبوع

مجموعات ساعات العمل	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠	المجموع
عدد العمال	١٨	٦٧	٤٤	٣٣	٨	٥	١٧٥

باعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى س معرف على فضاء النواتج (مجموعة العمال) ف احسب توقع س؟

الدرس الثامن

التوقع

الهدف: ان يتعلم الطالب التوقع فى البعد الثانى.

الاهداف السلوكية :

- ان يتعرف الطالب على مجموع متغيرين عشوائيين.
- ان يتعرف الطالب على حاصل ضرب متغيرين عشوائيين .
- ان يستنتج الطالب توقع مجموع متغيرين عشوائيين .
- ان يوجد الطالب توقع حاصل ضرب ثابت فى متغير عشوائى .
- ان يحسب الطالب التوقع بالطريقة المختصرة من الجداول التكرارية

الوسائل التعليمية:

قطعة نقود برونزية .

طريقة العرض :

يقوم الطالب بالنشاط التالى كتمهيد للدرس.

تجربة (١)

المدرس: الق قطعة النقود ثم اكتب فضاء النواتج ؟

الطالب : $F = \{ص، ك\}$

المدرس: اذا كان $س$ متغير عشوائى معرف على F حيث $س(ص) = ٢$ ، $س(ك) = ٤$

وكان $ص$ متغير عشوائى معرف ايضاً على F حيث $ص(ص) = ١$ ، $ص(ك) = ٣$

$= ٣$ فاننا نعرف متغير عشوائى اخر على F يجعل صورة كل عنصر من F هى

مجموع صورتيه بواسطة $س$ ، $ص$ ويرمز لهذا المتغير العشوائى $س + ص$ ويسمى

مجموع المتغيرين العشوائيين $س$ و $ص$. اوجد قيم $س + ص$

الطالب : $(س + ص)(ص) = (س(ص) + ص(ص)) = ٢ + ١ = ٣$

$(س + ص)(ك) = (س(ك) + ص(ك)) = ٤ + ٣ = ٧$

المدرس: اوجد قيم المتغير العشوائى $س \times ص$

الطالب : $(س \times ص)(ص) = (س(ص) \times ص(ص)) = ٢ \times ١ = ٢$

$$(س \times ص) (ك) = س(ك) \times ص(ك) = ٤ \times ٣ = ١٢$$

المدرس: فى تجربة القاء قطعة النقود اوجد فضاء النواتج

الطالب : $ف = \{ص، ك\}$

المدرس: اذا كان $ث$ هو المتغير العشوائى المعروف على $ف$ الذى يجعل صورة اى ناتج هو

عدد حقيقى ثابت وليكن ٥ اوجد توزيع $ث$ ؟

الطالب : توزيع $ث$ هو

٥	س
١	ث (س)

المدرس: اوجد $م$ $ث$

الطالب : $م$ $ث = ٥ = ١ \times ٥ = ٥$

المدرس: المتغير العشوائى الذى يجعل صورة اى عنصر من فضاء النواتج هى عدد وحيد

$ث$ يسمى متغير عشوائى ذو قيمة وحيدة

نظرية (١)

المدرس: توقع المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة $ث$ هو $ث$

ما هى المعطيات ؟

الطالب : المعطيات هى متغير عشوائى ذو قيمة وحيدة $ث$ معرف على فضاء النواتج $ف$

المدرس : ماهو المطلوب ؟

الطالب: اثبات ان $م$ $ث = ٥$

الاثبات:

المدرس: ما هى قيم المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة $ث$ ؟

الطالب : قيمة واحدة هى $ث$.

المدرس:ما احتمالها ؟

الطالب :احتمالها $١ =$

المدرس: احسب توقع $ث$ ؟ اى $م$ $ث$

الطالب : $م$ $ث = ١ \times ٥ = ٥$

مثال:

المدرس: فى تجربة لقاء قطعتى نقود متمايزتين اذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة اى ناتج هى عدد الصور التى تظهر على القطعة الاولى ، **ص** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة اى ناتج هى عدد الصور التى تظهر على القطعة الثانية .
اوجد قيم كل من **س** ، **ص** .

الطالب : $((ص١، ص٢)) = ١$ ، $((ص١، ك٢)) = ١$ ، $((ك١، ص٢)) = ٠$ ،
 $((ك١، ك٢)) = ٠$ ، $((ص١، ص٢)) = ١$ ، $((ص١، ك٢)) = ٠$ ،
 $((ك١، ص٢)) = ٠$ ، $((ك١، ك٢)) = ٠$ ، $((ص١، ك٢)) = ٠$ ،

المدرس: اوجد توزيع **س** وتوزيع **ص**؟

الطالب : توزيع **س** هو

س	صفر	١
$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$

اما توزيع **ص** فهو

ص	صفر	١
$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$

المدرس: اوجد $س^M$ ، $ص^M$

الطالب : $س^M = ٠ \times \frac{١}{٢} + ١ \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

$$\text{ص}^{\text{م}} = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times 0 = \frac{1}{2}$$

المدرس: اوجد قيم $\text{ص} + \text{س}$

$$\text{الطالب: } (\text{ص} + \text{س}) = ((\text{ص}, \text{ص})) = ((\text{ص}, \text{س})) + ((\text{ص}, \text{ص})) = ((\text{ص}, \text{ك})) + ((\text{ص}, \text{ص})) = 1 + 1 = 2$$

$$2 = 1 + 1$$

$$, (\text{ص} + \text{س}) = ((\text{ص}, \text{ك})) = ((\text{ص}, \text{س})) + ((\text{ص}, \text{ك})) = 1 + 0 = 1$$

$$1 = 0 + 1$$

$$, (\text{ص} + \text{س}) = ((\text{ك}, \text{ص})) = ((\text{ك}, \text{س})) + ((\text{ك}, \text{ص})) = 0 + 1 = 1$$

$$, (\text{ص} + \text{س}) = ((\text{ك}, \text{ك})) = ((\text{ك}, \text{ص})) + ((\text{ك}, \text{ك})) = 0 + 0 = 0$$

المدرس: اوجد توزيع $\text{ص} + \text{س}$

الطالب: توزيع $\text{ص} + \text{س}$ هو

ع	صفر	١	٢
$\text{ص} + \text{س}^{(ع)}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

المدرس: اوجد $\text{ص}^{\text{م}} + \text{س}^{\text{م}}$

$$\text{الطالب: } \text{ص}^{\text{م}} + \text{س}^{\text{م}} = \frac{1}{4} \times 0 + \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{4} \times 2 = 1$$

المدرس: قارن بين $\text{ص}^{\text{م}} + \text{س}^{\text{م}}$ ، $\text{ص}^{\text{م}}$ ، $\text{س}^{\text{م}}$

$$\text{الطالب: } \text{ص}^{\text{م}} + \text{س}^{\text{م}} = \text{ص}^{\text{م}} + \text{س}^{\text{م}}$$

نظرية (٢)

المدرس: اذا كان s ، v متغيرين عشوائيين معرفين على فضاء النواتج F فإن

$$s^M + v^M = v^M + s^M$$

المدرس: ماهي معطيات النظرية

الطالب: المعطيات هي s ، v متغيرين عشوائيين معرفين على فضاء النواتج F

المدرس: ماهو المطلوب ؟

الطالب: اثبات ان $s^M + v^M = v^M + s^M$

الاثبات :

المدرس: اذا كان المتغير العشوائي s معرف على فضاء النواتج F حيث

$F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ بحيث يجعل صورة f_1 هي s_1 ، وصورة

f_2 هي s_2 ،، هكذا فانه يجعل صورة f_n هي s_n ما هو

احتمال

كل قيمة لهذا المتغير العشوائي

الطالب: هي $\frac{1}{n}$

المدرس: احسب s^M

$$s^M = \frac{s_1}{n} + \frac{s_2}{n} + \dots + \frac{s_n}{n}$$

$$= \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{n}$$

المدرس: اذا كان المتغير العشوائي V معرف على نفس فضاء النواتج F حيث يجعل صورة F_1 هي V_1 ، وصورة F_2 هي V_2 ،.....، وهكذا فانه يجعل صورة F_N

هي V_N واضح ان احتمال كل قيمة له هي $\frac{1}{N}$ اوجد M_V .

$$\text{الطالب : } M_V = \frac{V_1}{N} + \frac{V_2}{N} + \dots + \frac{V_N}{N}$$

$$= \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_N}{N}$$

المدرس: ما هو المتغير العشوائي $(S + V)$

الطالب : المتغير العشوائي $(S + V)$ هو

$(S + V) : F \rightarrow C$

يجعل صورة F_1 هي $S_1 + V_1$

ويجعل صورة F_2 هي $S_2 + V_2$ ،.....، هكذا يجعل صورة F_N

هي $S_N + V_N$. واحتمال كل قيمة هي $\frac{1}{N}$

المدرس: اوجد M_{S+V}

$$\text{الطالب : } M_{S+V} = \frac{S_1 + V_1}{N} + \frac{S_2 + V_2}{N} + \dots + \frac{S_N + V_N}{N}$$

$$= \frac{(S_1 + V_1) + (S_2 + V_2) + \dots + (S_N + V_N)}{N}$$

$$\frac{(ص_1 + ص_2 + \dots + ص_n) + (س_1 + س_2 + \dots + س_n)}{n} =$$

$$\frac{(ص_1 + ص_2 + \dots + ص_n)}{n} + \frac{(س_1 + س_2 + \dots + س_n)}{n} =$$

$$س^M + ص^M =$$

نظرية (٣)

المدرس: اذا كان $س$ متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج $ف$ ، كان $ث$ هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة $ث$ المعرف على $ف$ ايضاً فأن $س^M + ث = ث^M + س$.
اذكر معطيات النظرية

الطالب: $س$ متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج $ف$ ، $ث$ هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة $ث$ المعرف على نفس فضاء النواتج $ف$

المدرس : ماهو المطلوب

الطالب : اثبات ان $س^M + ث = ث^M + س$

الاثبات

المدرس: اوجد $س^M + ث$

الطالب: $س^M + ث = ث^M + س = س^M + ث$

مثال :

المدرس: فى تجربة القاء زهرة نرد اذا كان $س$ هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل ناتج هو العدد الدال على النقط التى تظهر اوجد قيم $س$.

الطالب : قيم $س$ هى ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ .

المدرس: ماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : احتمال كل منها $\frac{1}{6}$

المدرس: اذا كان ث هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل ناتج هى العدد الحقيقى ٥ ما

هى قيم المتغير العشوائى ث $\times$ س

الطالب : قيم المتغير العشوائى ث $\times$ س هى ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠

المدرس: ماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : احتمال كل منها $\frac{1}{6}$

المدرس: اوجد μ ث $\times$ س

$$\begin{aligned} \text{الطالب : } \mu \text{ ث } \times \text{س} &= \frac{1}{6} \times ٥ + \frac{1}{6} \times ١٠ + \frac{1}{6} \times ١٥ + \frac{1}{6} \times ٢٠ + \frac{1}{6} \times ٢٥ + \frac{1}{6} \times ٣٠ \\ &= \frac{١٠٥}{6} = \frac{1}{6} \times ٣٠ + \end{aligned}$$

المدرس: اوجد μ س

$$\text{الطالب : } \mu \text{ س} = \frac{1}{6} \times ١ + \frac{1}{6} \times ٢ + \frac{1}{6} \times ٣ + \frac{1}{6} \times ٤ + \frac{1}{6} \times ٥ + \frac{1}{6} \times ٦$$

$$= \frac{٢١}{6}$$

المدرس : ماهى العلاقة بين μ س ، μ ث $\times$ س

الطالب : μ ث $\times$ س = μ س

نظرية :

المدرس : اذا كان S هو متغير عشوائي معرف على فضاء النواتج F وكان T هو المتغير

العشوائي ذو القيمة الوحيدة T المعرف على F ايضاً فإن

$$M_T \times S = T \times M_S.$$

المدرس : ماهي معطيات النظرية ؟

الطالب : S متغير عشوائي معرف على فضاء النواتج F ، T هو المتغير العشوائي ذو القيمة

الوحيدة T المعرف على F ايضاً

المدرس : ماهو المطلوب ؟

الطالب : اثبات ان : $M_T \times S = T \times M_S$.

الاثبات :

المدرس : اذا كانت $F = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ وكان المتغير العشوائي S

يجعل صورة F_1 هي S_1 ، وصورة F_2 هي S_2 ، ، هكذا فانه يجعل صورة

F_n هي S_n واحتمال كل منها هو $\frac{1}{n}$ ما هو المتغير العشوائي $T \times S$ ؟

الطالب : المتغير العشوائي $T \times S$ هو $(T \times S)$: ← ح

يجعل صورة F_1 هي $T \times S_1$ ويجعل صورة F_2 هي $T \times S_2$ ، ،

هكذا يجعل صورة F_n هي $T \times S_n$

المدرس : اوجد $م \times ث$ س

$$\frac{ث \text{ س } ن}{ن} + \dots + \frac{ث \text{ س } ٢}{ن} + \frac{ث \text{ س } ١}{ن} = م \times ث \text{ س}$$

$$\frac{ث \text{ س } ١ + ث \text{ س } ٢ + \dots + ث \text{ س } ن}{ن} =$$

$$\frac{ث (س ١ + س ٢ + \dots + س ن)}{ن} =$$

$$= م \times ث \text{ س}$$

الطريقة المختصرة لحساب التوقع

المدرس : اذا كانت $ف = \{ف ١، ف ٢، \dots، ف ن\}$ وكان المتغير العشوائى

س يجعل صورة $ف ١$ هى $س ١$ ، وصورة $ف ٢$ هى $س ٢$ ،.....،هكذا فانه

يجعل صورة

فن هى $س ن$ ، واذا كانت $ث ١$ ، $ث ٢$ ثابتان ما هو المتغير العشوائى

$$ص = \frac{س - ث ١}{ث ٢}$$

الطالب : المتغير العشوائى $ص$ هو $\frac{س - ث ١}{ث ٢} : ف \leftarrow ح$

يجعل صورة ف_١ هي $\frac{س١ - ث١}{ث٢}$ ويجعل صورة ف_٢ هي $\frac{س٢ - ث٢}{ث٢}$

.....، هكذا فانه يجعل صورة ف_ن هي $\frac{سن - ثن}{ث٢}$

المدرس : اوجد م^ص

الطالب: م^ص = $\frac{م}{س - ث١}$ = $\frac{١}{ث٢} \times م (س - ث١)$

$$= \frac{١}{ث٢} \times م (س - (١ - ث١))$$

$$= \frac{١}{ث٢} \times م (س - ١ + ث١) \dots\dots\dots (١)$$

المدرس : اوجد م^ص س بدلالة م^ص

الطالب : من (١) اذا $ث٢ \times م^ص = م^ص - س١$ اذا $س١ - ث١ = م^ص - س١$ اذا $س١ - ث١ = م^ص - س١$

المدرس : تستخدم الفكرة السابقة لحساب التوقع لجدول تكرارى ذى مجموعات بالطريقة المختصرة وذلك باختيار ث_١ (ويسمى بالوسط الفرضى) ويكون عدداً قريباً من منتصف مراكز المجموعات واختيار ث_٢ مساوياً لطول المجموعة الواحدة .

مثال

المدرس: اذا اعطيت الجدول التكرارى الاتى :-

المجموعات	-٥٠	-٤٠	-٣٠	-٢٠	-١٠	-٠	المجموع
التكرار	٦	٢٠	٤٠	١٢	١٢	١٠	١٠٠

باعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى X احسب $\bar{X}$ بالطريقة المختصرة

الحل :

المدرس: ما هى مراكز المجموعات والتي تمثل قيم المتغير العشوائى X .

الطالب : قيم X هى ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٠ ، ٢٠ ، ١٠ ، ٠

المدرس : ماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : احتمالاتها المقابلة هى $\frac{6}{100}$ ، $\frac{20}{100}$ ، $\frac{40}{100}$ ، $\frac{12}{100}$ ، $\frac{12}{100}$ ، $\frac{10}{100}$

المدرس : ما هو العدد $\bar{X}$ (الوسط الفرضى) الذى تود اختياره

الطالب : لنفرض ان $\bar{X} = 30$

المدرس: ما هو العدد $\bar{X}$ ؟

الطالب : $\bar{X} = 10$

المدرس: ما هى قيم المتغير العشوائى Y = $\frac{X - \bar{X}}{\bar{X}}$

الطالب : قيم Y هى $\frac{30-50}{10}$ ، $\frac{30-40}{10}$ ، $\frac{30-30}{10}$ ، $\frac{30-20}{10}$ ، $\frac{30-10}{10}$ ، $\frac{30-0}{10}$

اى $\frac{20}{10}$ ، $\frac{10}{10}$ ، 0 ، $\frac{10-}{10}$ ، $\frac{20-}{10}$ ، $\frac{30-}{10}$

ای ٣-، ٢-، ١-، ٠، ١، ٢

المدرس: ما هي احتمالاتها المقابلة؟

الطالب: احتمالاتها المقابلة هي $\frac{6}{100}$ ، $\frac{20}{100}$ ، $\frac{40}{100}$ ، $\frac{12}{100}$ ، $\frac{12}{100}$ ، $\frac{10}{100}$

المدرس: اوجد M ص

$$+ \frac{40 \times 0}{100} + \frac{12 \times 1-}{100} + \frac{12 \times 2-}{100} + \frac{10 \times 3-}{100} = M \text{ ص الطالب}$$

$$\frac{34-}{100} = \frac{12+20+0+12-24-30-}{100} = \frac{6 \times 2}{100} + \frac{20 \times 1}{100}$$

المدرس: اوجد M س

$$31,6 = 30 + 3,4- = 30 + \frac{34-}{100} \times 10 = 1 \text{ ث} + M \text{ ص} \times 2 \text{ ث} = M \text{ س الطالب}$$

تدريبات :

- اذا اعطيت الجدول الاتي

المجموعات	-٥٠	-٤٠	-٣٠	-٢٠	-١٠	-٠	المجموع
التكرار	٦	٢٠	٤٠	١٢	١٢	١٠	١٠٠

١- ماهى الفكرة التى تقوم عليها الطريقة المختصرة لحساب الوسط الحسابى ؟

٢- احسب الوسط الحسابى للجدول السابق بالطريقة المختصرة ؟

- اذا كان s متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج F وكان المتغير العشوائى t ذو قيمة وحيدة معرف على F ايضاً اوجد
(أ) t^m ث.

(ب) قيم المتغير العشوائى $(s - t^m)$ ث

(ج) $t^m (s - t^m)$ ث

ملحوظة :

المدرس : الوسط الحسابى لمتغير عشوائى ليس هو توقعه ولكن هذا يحدث فقط فى حالة التجارب التى نواتجها لها نفس الفرصة فى الظهور اى التى نواتجها متساوية الاحتمال.

الدرس التاسع

التباين

الهدف: ان يتعلم الطالب تباين المتغير العشوائى فى البعد الاول.

الاهداف السلوكية :

- ان يتعرف الطالب على تباين المتغير العشوائى .
- ان يحسب الطالب التباين للمتغير العشوائى .
- ان يحسب الطالب التباين للمتغير العشوائى من الجداول التكرارية.

الوسائل التعليمية:

قطعتى نقود برونزيتين متميزتين .

طريقة العرض:

تمهيد :

المدرس : فى تجربة القاء قطعتى نقود برونزيتين متميزتين اذكر فضاء النواتج ؟

الطالب : ف = { (ص_١، ص_٢)، (ص_١، ك_٢)، (ك_١، ص_٢)، (ك_١، ك_٢) }

المدرس : اذا كان س هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل ناتج هى عدد الصور التى

تظهر به . ماهى قيم س وما هى احتمالاتها المقابلة

الطالب : قيم س هى ٠، ١، ٢ واحتمالاتها $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ على الترتيب

المدرس : اوجد μ س

الطالب : μ س = $\frac{1}{4} \times 0 + \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$

المدرس : ماهى قيم المتغير العشوائى (س - μ س)^٢

الطالب :قيم المتغير العشوائى (س - م^٢ س^٢) هى (١-٢) ، (١-١) ، (١-٠) اى ١ ،
المدرس :ماهى احتمالاتها المقابلة؟

الطالب : احتمالاتها المقابلة هى $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2}$

المدرس : اوجد م^٢ (س - م^٢ س^٢)

$$\text{الطالب : } \text{م}^2 (\text{س} - \text{م}^2 \text{س}^2) = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times 0$$

المدرس :اذا كان س متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج ف حيث

ف = {ف^١، ف^٢،، ف^ن} يجعل صورة ف^١ هى س^١ وصورة ف^٢ هى س^٢

.....، هكذا فانه يجعل صورة ف^ن هى س^ن عرف المتغير العشوائى

$$(\text{س} - \text{م}^2 \text{س}^2)$$

الطالب : المتغير العشوائى (س - م^٢ س^٢) يجعل صورة ف^١ هى (س^١ - م^٢ س^٢)

، ويجعل صورة ف^٢ هى (س^٢ - م^٢ س^٢) ، ، هكذا فانه يجعل
صورة ف^ن هى (س^ن - م^٢ س^٢)

المدرس : يعرف تباين المتغير العشوائى س بانه توقع المتغير العشوائى (س - م^٢ س^٢)

$$\text{ويرمز له بالرمز } \sigma^2 \text{ اى ان } \sigma^2 = \text{م}^2 (\text{س} - \text{م}^2 \text{س}^2)$$

$$\text{خاصية : } \sigma^2 = \text{م}^2 \text{س} - 2 \text{م}^2 \text{س} + \text{م}^2 \text{س}^2$$

المدرس : ما هى العلاقة بين المتغير العشوائى (س - م^٢ س^٢) و المتغير العشوائى

$$\text{س}^2 - 2 \text{م}^2 \text{س} + \text{م}^2 \text{س}^2$$

$$\text{الطالب : } (\text{س} - \text{م}^2 \text{س}^2) = \text{س}^2 - 2 \text{م}^2 \text{س} + \text{م}^2 \text{س}^2$$

المدرس : احسب ${}^M (س - م س)^2$

الطالب : ${}^M (س - م س)^2 = {}^M (س - ٢ م - ٢ م س + م س + م س^2)$

$$= {}^M س - ٢ م س - ٢ م س + م س + م س^2$$

$$= {}^M س - ٢ م س - ٢ م س + م س^2$$

$$= {}^M س - ٢ م س$$

مثال :

المدرس : فى تجربة القاء قطعى نقود برونزيتين متميزتين أكتب فضاء النواتج **ف** ؟

الطالب : **ف** = { (ص١، ص٢)، (ص١، ك٢)، (ك١، ص٢)، (ك١، ك٢) }

المدرس : اذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل ناتج هى العدد الحقيقى الدال

على عدد الصور الظاهرة فى هذا الناتج احسب تباین **س**.

الحل:

المدرس : ماهى قيم **س**؟

الطالب : قيم **س** هى ٠، ١، ٢

المدرس : ماهى احتمالاتها المقابلة

الطالب: احتمالاتها $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ على الترتيب

المدرس: احسب ${}^M س$ ؟

$${}^M س = ٢ \times \frac{1}{4} + ١ \times \frac{1}{2} + ٠ \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = ١$$

المدرس: ماهى قيم **س** ٢ وما هى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : قيم س^٢ هي ٠، ١، ٤، واحتمالاتها $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$

المدرس: احسب س^٣ س^٢ ؟

$$\text{الطالب : س}^3 = \frac{1}{4} \times 0 + \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{4} \times 4 = \frac{3}{2}$$

المدرس: احسب تباين س ؟

$$\text{الطالب : } \sigma^2 = \text{س}^2 - (\text{س})^2 = 1 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2}$$

مثال :

المدرس : الجدول الاتي يبين درجات مجموعة من التلاميذ في احد الامتحانات

المجموعات	-٠	-٤	-٨	-١٢	-١٦	المجموع
عدد التلاميذ	٢	٥	٤	٨	١	٢٠

باعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائي س معرف على فضاء النواتج

(مجموعة التلاميذ) اوجد تباين س ؟

الحل:

المدرس: ما هي قيم المتغير العشوائي س ؟

الطالب :قيم س هي ٢، ٦، ١٠، ١٤، ١٨

المدرس: ما هي احتمالاتها المقابلة ؟

$$\text{الطالب : احتمالاتها المقابلة هي } \frac{2}{20}, \frac{5}{20}, \frac{4}{20}, \frac{8}{20}, \frac{1}{20}$$

المدرس: ما هو توقع س؟

$$\text{الطالب : س} = \frac{2}{20} \times 2 + \frac{5}{20} \times 6 + \frac{4}{20} \times 10 + \frac{8}{20} \times 14 + \frac{1}{20} \times 18$$

$$١٠,٢ = \frac{٢٠٤}{٢٠} = (٨ + ١٢ + ٤٠ + ٣٠ + ٤) \times \frac{١}{٢٠} =$$

المدرس: ما هي قيم س ٢ ؟

الطالب : قيم س ٢ هي ٤ ، ٣٦ ، ١٠٠ ، ٢٥٦ ، ٣٢٤

المدرس: ما هي احتمالاتها المقابلة ؟

$$\text{الطالب : احتمالاتها المقابلة هي } \frac{١}{٢٠} , \frac{٨}{٢٠} , \frac{٤}{٢٠} , \frac{٥}{٢٠} , \frac{٢}{٢٠}$$

المدرس : احسب توقع س ٢ ؟

$$\text{الطالب : } \text{س}^٢ = \frac{١}{٢٠} \times ٣٢٤ + \frac{٨}{٢٠} \times ٢٥٦ + \frac{٤}{٢٠} \times ١٠٠ + \frac{٥}{٢٠} \times ٣٦ + \frac{٢}{٢٠} \times ٤ =$$

$$١٢٣ = (٣٢٤ + ٢٠٤٨ + ٤٠٠ + ١٨٠ + ٨) \times \frac{١}{٢٠} =$$

المدرس: اوجد ٢٤ س ؟

$$\text{الطالب : } = \text{س}^٢٤ = \text{س}^٢ - \text{س}^٢٣ = ١٠٤,٠٤ - ١٢٣ = ١٩,٩٦$$

تدريبات:

- اثبت ان تباين المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة = ٠

- الجدول الاتى يبين درجات مجموعة من التلاميذ فى احد الامتحانات

المجموعات	-٠	-٤	-٨	-١٢	-١٦	المجموع
عدد التلاميذ	٢	٥	٤	٨	١	٢٠

باعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى س معرف على فضاء النواتج
(مجموعة التلاميذ) اوجد

$$(۱) \text{ س}^۴$$

$$(۲) \text{ قيم (س - س}^۴ \text{) س}^۲$$

$$(۳) \text{ س}^{۲۴}$$

الدرس العاشر

الانحراف المعياري

الهدف: ان يتعلم الطالب تباين المتغير العشوائى فى البعد الثانى والانحراف المعياري فى

البعد الاول.

الاهداف السلوكية:

- ان يتعرف الطالب على الانحراف المعياري للمتغير العشوائى.
- ان يحسب الطالب الانحراف المعياري للمتغير العشوائى.
- ان يحسب الطالب الانحراف المعياري للمتغير العشوائى من الجداول التكرارية

الوسائل التعليمية :

زهرة نرد - آلة حاسبة

طريقة العرض :

تمهيد:

المدرس: إذا كانت درجات مجموعة مكونة من ثلاثة أفراد هي ٦ ، ٩ ، ١٢ إحسب الوسط الحسابي لدرجات هذه المجموعة .

الطالب : الوسط الحسابي لدرجات هذه المجموعة = $\frac{1}{3} \times 6 + \frac{1}{3} \times 9 + \frac{1}{3} \times 12$

$$9 = (6 + 9 + 12) \times \frac{1}{3} =$$

المدرس : إذا كانت درجات مجموعة أخرى مكونة من ثلاثة أفراد هي ١ ، ٢ ، ٢٤ إحسب الوسط الحسابي لدرجات هذه المجموعة

الطالب : الوسط الحسابي لدرجات هذه المجموعة = $\frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 + \frac{1}{3} \times 24$

$$9 = (1 + 2 + 24) \times \frac{1}{3} =$$

المدرس : ماذا تلاحظ ؟

الطالب : ألاحظ تساوى الوسط الحسابى للمجموعتين .

المدرس : هل يصلح الوسط الحسابى لمقارنة المجموعتين السابقتين ؟

الطالب : بالرغم من أن الوسط الحسابى يصلح لمقارنة الفرد بأفراد مجموعته إلا أنه لا يصلح لمقارنة المجموعتين السابقتين لأن هناك فرق بين درجات المجموعتين السابقتين يرجع لإختلاف تشتت درجات المجموعة الأولى عن الوسط الحسابى لها عن تشتت درجات المجموعة الثانية عن الوسط الحسابى لها .

المدرس : لذلك فإننا نبحث عن مقياس يعطى صورته أكثر دقة عن المجموعات ، لذلك فإننا نلجأ الى حساب الوسط الحسابى لمربعات فرق الدرجات عن وسطها الحسابى وليس لهذا الفرق مباشرة لعدم صلاحية ذلك ، ثم نأخذ الجذر التربيعى للناتج وهذا ما يسمى بالإنحراف المعيارى . لذلك يعرف الإنحراف المعيارى للمتغير المعيارى s بأنه :

$$\sqrt{\frac{\sum s^2}{n}} \quad \text{ويرمز له بالرمز } s \quad \text{إذا ما هو } s$$

$$\sqrt{\frac{\sum s^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (s - \bar{s})^2}{n}} \quad \text{الطالب :}$$

مثال:

المدرس: فى تجربة القاء زهرة نرد ما هو فضاء النواتج ؟

الطالب: $f = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

المدرس: اذا كان s هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل ناتج عبارة عن عدد اولى هى

العدد ١ ويجعل صورة كل ناتج عبارة عن عدد غير اولى هى العدد ٢ اوجد s

الحل:

المدرس: ما هى قيم s ؟

الطالب: قيم s هى ١ ، ٢

المدرس: ماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب: $\frac{2}{6}, \frac{4}{6}$

المدرس: احسب توقع س ؟

$$\frac{8}{6} = \frac{4}{6} + \frac{4}{6} = \frac{2}{6} \times 2 + \frac{4}{6} \times 1 = \text{م س}$$

المدرس: ماهي قيم س ٢ وماهي احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب: قيم س ٢ هي ١، ٤ واحتمالاتها هي $\frac{4}{6}, \frac{2}{6}$ على الترتيب.

المدرس: احسب م س ٢

$$2 = \frac{8}{6} + \frac{4}{6} = \frac{2}{6} \times 4 + \frac{4}{6} \times 1 = \text{م س ٢}$$

المدرس: احسب ع س ٢

$$\frac{2}{9} = \frac{16}{9} - 2 = \text{م س ٢} - \text{م س ٢} = \text{ع س ٢}$$

المدرس: احسب ع س

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} = \text{ع س}$$

مثال:

المدرس: الجدول الآتي يبين توزيع درجات ٥٠ تلميذ في امتحان ما :

المجموعات	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	المجموع
عدد التلاميذ	٨	١٢	١٥	١٠	٥	٥٠

باعتبار مراكز المجموعات هي قيم لمتغير عشوائي X معرف على فضاء النواتج Ω (مجموعة التلاميذ). اوجد الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X ؟

الحل:

المدرس: ما هي قيم X وما احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب: قيم X هي ٧,٥ ، ١٢,٥ ، ١٧,٥ ، ٢٢,٥ ، ٢٧,٥ واحتمالاتها هي

$$\frac{٨}{٥٠} ، \frac{١٢}{٥٠} ، \frac{١٥}{٥٠} ، \frac{١٠}{٥٠} ، \frac{٥}{٥٠} \text{ على الترتيب}$$

المدرس : اوجد $E(X)$

$$\text{الطالب : } E(X) = \frac{٨}{٥٠} \times ٧,٥ + \frac{١٢}{٥٠} \times ١٢,٥ + \frac{١٥}{٥٠} \times ١٧,٥ + \frac{١٠}{٥٠} \times ٢٢,٥ + \frac{٥}{٥٠} \times ٢٧,٥$$

$$= \frac{٢٧٥}{١٠٠} + \frac{٤٥٠}{١٠٠} + \frac{٥٢٥}{١٠٠} + \frac{٣٠٠}{١٠٠} + \frac{١٢٠}{١٠٠} = \frac{١٦٧٥}{١٠٠} = ١٦,٧$$

$$= ١٦,٧$$

المدرس : ما هي قيم X^2 وما هي احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : قيم X^2 هي ٥٦,٢٥ ، ١٥٦,٢٥ ، ٣٠٦,٢٥ ، ٥٠٦,٢٥ ، ٧٥٦,٢٥ واحتمالاتها هي

$$\frac{٨}{٥٠} ، \frac{١٢}{٥٠} ، \frac{١٥}{٥٠} ، \frac{١٠}{٥٠} ، \frac{٥}{٥٠} \text{ على الترتيب}$$

المدرس : اوجد $م^2$ س

$$\frac{15}{50} \times 306,25 + \frac{12}{50} \times 156,25 + \frac{8}{50} \times 56,25 = \text{الطالب : } م^2 \text{ س}$$

$$+ 910,875 + 37,5 + 9 = \frac{5}{50} \times 756,25 + \frac{1}{50} \times 506,25 +$$

$$315,55 = 75,625 + 101,55$$

المدرس : احسب $ع^2$ س

$$\text{الطالب : } ع^2 \text{ س} = م^2 \text{ س} - م^2 \text{ س} = 278,89 - 315,55 = 36,36$$

المدرس : اوجد $ع$ س

$$\text{الطالب : } ع \text{ س} = \sqrt{36,36} = 6,03$$

نظرية (٥)

إذا كان ث هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على فضاء النواتج ف فإن
 $ع = \text{صفر} .$
 ث

المدرس : ما هى معطيات النظرية .

الطالب : ث هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على فضاء النواتج ف .

المدرس : ما هو المطلوب ؟

الطالب : إثبات أن : $ع = \text{صفر}$ ث

الإثبات : 2E
المدرس : أوجد 2E

الطالب : ${}^2E = {}^M({}^2E - {}^2E) = {}^M({}^2E - {}^2E) = {}^2E$ صفر

نظرية (٦)

إذا كان S متغير عشوائي معرف على فضاء النواتج F ، T هو المتغير العشوائي ذو القيمة

الوحيدة T فإن : ${}^E = {}^S$ ، ${}^S = {}^T$

المدرس : ما هي المعطيات ؟

الطالب : S متغير عشوائي معرف على فضاء النواتج F ، T هو المتغير العشوائي ذو القيمة الوحيدة T المعروف على F أيضا .

المدرس : ما هو المطلوب ؟

الطالب : إثبات أن : ${}^E = {}^S + {}^T$

الإثبات 2E
المدرس : أوجد ${}^S + {}^T$

الطالب : ${}^2E = {}^S + {}^T = {}^M({}^S + {}^T - {}^S + {}^T) = {}^M({}^S + {}^T - {}^S + {}^T)$

${}^2E = {}^M({}^S + {}^T - {}^S + {}^T) = {}^M({}^S + {}^T - {}^S + {}^T) = {}^2E$

المدرس : أوجد ${}^S + {}^T$

الطالب : $\mathcal{E} = \mathcal{S} + \mathcal{T}$

نظرية (٧)

إذا كان $\mathcal{S}$ متغير عشوائي معرف على فضاء النوتج $\mathcal{F}$ ، $\mathcal{T}$ هو المتغير العشوائي ذو القيمة

الوحيدة $\mathcal{T}$ المعرفة على $\mathcal{F}$ أيضا فإن $\mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{T}^2}$ ، $\mathcal{S} = \mathcal{T} \times \mathcal{S}$

المدرس : ما هي المعطيات ؟

الطالب : $\mathcal{S}$ متغير عشوائي معرف على فضاء النوتج $\mathcal{F}$ ، $\mathcal{T}$ هو المتغير العشوائي ذو القيمة

الوحيدة $\mathcal{T}$ المعرفة على $\mathcal{F}$ أيضا .

المدرس : ما هو المطلوب ؟

الطالب : إثبات أن $\mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{T}^2} = \mathcal{T} \times \mathcal{S}$

الإثبات :

المدرس : أوجد $\mathcal{E}^2$ $\mathcal{T} \times \mathcal{S}$

الطالب : $\mathcal{E}^2 = \mathcal{T}^2 \times \mathcal{S}^2 = (\mathcal{T} \times \mathcal{S} - \mathcal{T} \times \mathcal{S})^2 = (\mathcal{T}^2 \times \mathcal{S}^2 - \mathcal{T}^2 \times \mathcal{S}^2)$

$$= \mathcal{T}^2 (\mathcal{S}^2 - \mathcal{S}^2) = \mathcal{T}^2 (\mathcal{S}^2 - \mathcal{S}^2)$$

المدرس : أوجد $\mathcal{E} = \mathcal{T} \times \mathcal{S}$

الطالب : $\mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{T}^2} = \mathcal{T} \times \mathcal{S}$

تدريبات :

- الجدول الآتي يبين درجات مجموعة من التلاميذ في امتحان ما

المجموع	-٢٥	-٢٠	-١٥	-١٠	-٥	المجموعات
٥٠	٥	١٠	١٥	١٢	٨	عدد التلاميذ

باعتبار مراكز المجموعات هي قيم لمتغير عشوائي X معرف على فضاء النواتج
ف (مجموعة التلاميذ). اوجد

$$\begin{aligned} (1) \quad X & \text{ س} \\ (2) \quad \text{قيم } (X - 5) & \text{ س} \\ (3) \quad X & \text{ س} \end{aligned}$$

- الجدول الآتي يبين مجموعات الأجور اليومية لعمال أحد المصانع

مجموعات الأجور اليومية بالجنية	- ٥	- ٧	- ٩	- ١١	- ١٣	- ١٥	المجموع
عدد العمال	٦	٨	١٠	١٦	٩	٧	٥٦

باعتبار مراكز المجموعات هي قيم لمتغير عشوائي X معرف على فضاء النواتج
ف (مجموعة العمال). اوجد

$$\begin{aligned} (1) \quad X & \text{ س} \\ (2) \quad \text{قيم } (X - 5) & \text{ س} \\ (3) \quad X & \text{ س} \end{aligned}$$

جدول رقم (١) يوضح
جدول مواصفات الإختبار النهائى الأول

الرقم	عناصر المحتوى	الوزن النسبى للأهداف	
		فى البعد الاول	فى البعد الثانى
١	مفهوم فضاء النواتج فى بعد	%٢,٥	—
٢	مفهوم الحدث فى بعد	%٢,٥	—
٣	مفهوم الحدث المؤكد	%٢,٥	—
٤	مفهوم الحدث المستحيل	%٢,٥	—
٥	مفهوم فضاء النواتج فى بعدين	%٢,٥	—
٦	مفهوم الحدث فى بعدين	%٢,٥	—
٧	مفهوم داله الاحتمال	%٢,٥	—
٨	مفهوم احتمال الحدث	%٣,٥	—
٩	مفهوم المتغير العشوائى	%٢,٥	%٢,٥
١٠	مفهوم داله التوزيع	%٣,٥	%٢,٥
١١	مفهوم التوقع ^٣ س	%٧	%٢,٥
١٢	مفهوم التباين ع ^٢ س	%٣,٥	—
١٣	الانحراف المعيارى ع ^٤ س	%٣,٥	—
١٤	مفهوم حاصل جمع متغيرين عشوائيين	%٢,٥	%٢,٥
١٥	مفهوم حاصل ضرب متغيرين عشوائيين	%٢,٥	—
١٦	خواص دالة التوزيع	%٦,٥	%٢,٥
١٧	خاصية ع ^٢ س = ع ^٢ س ^٢ - ع ^٢ س	%٢,٥	—
١٨	نظرية ١	%٢,٥	—
١٩	نظرية ٢	%٢,٥	—
٢٠	نظرية ٣	%٢,٥	—
٢١	نظرية ٤	%٢,٥	%٣,٥
٢٢	نظرية ٥	%٢,٥	%٣,٥
٢٣	نظرية ٦	%٢,٥	%٣,٥
٢٤	نظرية ٧	%٢,٥	%٣,٥

جدول رقم (٢) يوضح
جدول مواصفات الإختبار الثانى

الرقم	عناصر المحتوى	الوزن النسبى للأهداف	
		فى البعد الاول	فى البعد الثانى
١	مفهوم فضاء النواتج فى بعد	—	%٤
٢	مفهوم الحدث فى بعد	—	%٤
٣	مفهوم الحدث المؤكد	—	%٤
٤	مفهوم الحدث المستحيل	—	%٤
٥	مفهوم فضاء النواتج فى بعدين	—	%٤
٦	مفهوم الحدث فى بعدين	—	%٤
٧	مفهوم داله الإحتمال	—	%٨
٨	مفهوم إحتمال الحدث	—	%٤
٩	مفهوم المتغير العشوائى	%٤	%٤
١٠	مفهوم داله التوزيع	%٤	—
١١	مفهوم التوقع ^م	%٤	—
١٢	مفهوم التباين ع ^٢	%٨	%٤
١٣	الإنحراف المعياري ع ^٤	—	%٤
١٤	مفهوم حاصل جمع متغيرين عشوائيين	—	%٤
١٥	مفهوم حاصل ضرب متغيرين عشوائيين	—	%٨
١٦	خواص دالة التوزيع	—	—
١٧	خاصية ع ^٢ = س ^م - س ^{٢م}	—	%٤
١٨	نظرية ١	—	%٤
١٩	نظرية ٢	—	%٤
٢٠	نظرية ٣	—	%٨
٢١	نظرية ٤	—	—
٢٢	نظرية ٥	—	—
٢٣	نظرية ٦	—	—
٢٤	نظرية ٧	—	—

جدول رقم (٣) يوضح
نتائج تطبيق الاختبار النهائي الأول

بعدياً			قبلياً	
النسبة المئوية للدرجة	درجته	رقم الطالب	درجته	رقم الطالب
%٨٠	٢٨	١	١	١
%٨٢,٩	٢٩	٢	١	٢
%٨٢,٩	٢٩	٣	١	٣
%٧٧,١	٢٧	٤	صفر	٤
%٨٠	٢٨	٥	١	٥
%٨٥,٧	٣٠	٦	٢	٦
%٧٤,٣	٢٦	٧	صفر	٧
%٨٢,٩	٢٩	٨	١	٨
%٨٥,٧	٣٠	٩	٢	٩
%٨٨,٨	٣١	١٠	٣	١٠
%٨٠	٢٨	١١	١	١١
%٨٢,٩	٢٩	١٢	١	١٢
%٨٥,٧	٣٠	١٣	٢	١٣
%٨٢,٩	٢٩	١٤	١	١٤
%٨٢,٩	٢٩	١٥	١	١٥
%٨٠	٢٨	١٦	١	١٦
%٨٥,٧	٣٠	١٧	٢	١٧
%٧٧,١	٢٧	١٨	صفر	١٨
%٨٢,٩	٢٩	١٩	١	١٩
%٨٢,٩	٢٩	٢٠	١	٢٠
%٨٠	٢٨	٢١	١	٢١
%٨٠	٢٨	٢٢	١	٢٢
%٨٢,٩	٢٩	٢٣	١	٢٣
%٨٥,٧	٣٠	٢٤	١	٢٤
%٨٢,٩	٢٩	٢٥	١	٢٥
%٨٢,٩	٢٩	٢٦	١	٢٦
%٧٧,١	٢٧	٢٧	صفر	٢٧
%٨٥,٧	٣٠	٢٨	٢	٢٨
%٧٤,٣	٢٦	٢٩	صفر	٢٩

جدول رقم (٤) يوضح
نتائج تطبيق الاختبار النهائي الثاني

بعدياً			قبلياً	
النسبة المئوية للدرجة	درجته	رقم الطالب	درجته	رقم الطالب
%٨٠	٢٠	١	١	٢
%٨٠	٢٠	٢	١	٣
%٨٠	٢٠	٣	١	٤
%٧٦	١٩	٤	صفر	٥
%٨٠	٢٠	٥	١	٦
%٨٤	٢١	٦	٢	٧
%٧٦	١٩	٧	صفر	٨
%٨٠	٢٠	٨	١	٩
%٨٤	٢١	٩	٢	١٠
%٨٨	٢٢	١٠	٣	١١
%٨٠	٢٠	١١	١	١٢
%٨٠	٢٠	١٢	١	١٣
%٨٤	٢١	١٣	٢	١٤
%٨٠	٢٠	١٤	١	١٥
%٨٤	٢١	١٥	٢	١٦
%٨٠	٢٠	١٦	١	١٧
%٨٤	٢١	١٧	٢	١٨
%٧٦	١٩	١٨	صفر	١٩
%٨٠	٢٠	١٩	١	٢٠
%٨٠	٢٠	٢٠	١	٢١
%٨٠	٢٠	٢١	٢	٢٢
%٨٤	٢١	٢٢	٢	٢٣
%٨٤	٢١	٢٣	١	٢٤
%٨٠	٢٠	٢٤	٢	٢٥
%٨٠	٢٠	٢٥	١	٢٦
%٧٦	١٩	٢٦	صفر	٢٧
%٨٤	٢١	٢٧	٢	٢٨
%٧٦	١٩	٢٨	صفر	٢٩

جدول رقم (٥) يوضح

نتائج تطبيق الإختبار النهائى الأول فى المره الثانية .

النسبة المئوية للدرجة	درجته	رقم الطالب
%٨٠	٢٨	١
%٨٢,٩	٢٩	٢
%٨٢,٩	٢٩	٣
%٧٤,٣	٢٦	٤
%٨٠	٢٨	٥
%٨٥,٧	٣٠	٦
%٧٤,٣	٢٦	٧
%٨٢,٩	٢٩	٨
%٨٥,٧	٣٠	٩
%٨٨,٦	٣١	١٠
%٨٠	٢٨	١١
%٨٠	٢٨	١٢
%٨٥,٧	٣٠	١٣
%٨٠	٢٨	١٤
%٨٢,٩	٢٩	١٥
%٨٠	٢٨	١٦
%٨٥,٧	٣٠	١٧
%٧٤,٣	٢٦	١٨
%٨٠	٢٨	١٩
%٨٢,٩	٢٩	٢٠
%٨٠	٢٨	٢١
%٨٠	٢٨	٢٢
%٨٢,٩	٢٩	٢٣
%٨٥,٧	٣٠	٢٤
%٨٢,٩	٢٩	٢٥
%٨٢,٩	٢٩	٢٦
%٧٧,١	٢٧	٢٧
%٨٥,٧	٣٠	٢٨
%٧٤,٣	٢٦	٢٩

جدول رقم (٦) يوضح

نتائج تطبيق الإختبار النهائى الثانى فى المره الثانيه .

رقم الطالب	درجته	النسبة المئوية للدرجة
١	٢٠	%٨٠
٢	٢٠	%٨٠
٣	٢٠	%٨٠
٤	١٨	%٧٢
٥	٢٠	%٨٠
٦	٢١	%٨٤
٧	١٩	%٧٦
٨	٢٠	%٨٠
٩	٢١	%٨٤
١٠	٢١	%٧٦
١١	٢٠	%٨٠
١٢	٢٠	%٨٠
١٣	٢١	%٨٤
١٤	٢٠	%٨٠
١٥	٢٠	%٨٠
١٦	٢٠	%٨٠
١٧	٢٠	%٨٤
١٨	١٩	%٧٦
١٩	٢٠	%٨٠
٢٠	١٩	%٧٦
٢١	٢٠	%٨٠
٢٢	٢٠	%٨٠
٢٣	٢٠	%٨٠
٢٤	٢١	%٨٤
٢٥	٢٠	%٨٠
٢٦	٢٠	%٨٠
٢٧	١٩	%٧٦
٢٨	٢٠	%٨٠
٢٩	١٨	%٧٢

جدول رقم (٧) يوضح
الوصول إلى مستوى التمكن

رقم الجانب	عدد الطلاب الذين تعلموا في البعد الأول	النسبة المئوية لعدد الطلاب الذين تعلموا في البعد الأول	عدد الطلاب الذين تعلموا في البعد الثاني	النسبة المئوية لعدد الطلاب الذين تعلموا في البعد الثاني
١	٢٩	%١٠٠	٢٩	%١٠٠
٢	٢٩	%١٠٠	٢٩	%١٠٠
٣	٢٩	%١٠٠	٢٩	%١٠٠
٤	٢٩	%١٠٠	٢٩	%١٠٠
٥	٢٩	%١٠٠	٢٩	%١٠٠
٦	٢٩	%١٠٠	٢٩	%١٠٠
٧	٢٩	%١٠٠	٢٩	%١٠٠
٨	٢٩	%١٠٠	٢٩	%١٠٠
٩	٢٩	%١٠٠	٢٨	%٩٦,٦
١٠	٢٨	%٩٦,٦	٢٨	%٩٦,٦
١١	٢٧	%٩٣,١	٢٧	%٩٣,١
١٢	٢٦	%٨٩,٧	٢٥	%٨٦,٢
١٣	٢٨	%٩٦,٦	٢٨	%٩٦,٦
١٤	٢٥	%٨٦,٢	٢٤	%٨٢,٨
١٥	٢٤	%٨٢,٨	٢٢	%٧٥,٩
١٦	٢٤	%٨٢,٨	٢٤	%٧٥,٩
١٧	٢٤	%٨٢,٨	٢٤	%٨٢,٨
١٨	٢٦	%٨٩,٧	٢٤	%٨٢,٨
١٩	٢٦	%٨٩,٧	٢٤	%٨٢,٨
٢٠	٢٦	%٨٩,٧	٢٤	%٨٦,٢
٢١	٢٥	%٨٦,٢	٢٥	%٨٢,٨
٢٢	٢٧	%٩٣,١	٢٢	%٧٥,٩
٢٣	٢٤	%٨٢,٨	٢٢	%٧٥,٩
٢٤	٢٤	%٨٢,٨	٢٤	%٨٢,٨
٢٤	٢٦	%٨٩,٧	٢٤	%٨٢,٨

الإختبار البنائى للجزء الأول

- س ١ أى مما يأتى يمكن إعتباره تجربة عشوائية .
- سحب كره من صندوق يحتوى على كرات جميعها حمراء وملاحظه لون الكره المختاره.
 - سحب كرتين متتاليتين من صندوق يحتوى على كرتين لونهما أصفر وثلاث كرات حمراء وملاحظة لون الكرتين المسحوبتين .

س ٢

كلب	حصان	عنب	برتقال	قطه	موز	تفاح
-----	------	-----	--------	-----	-----	------

لدينا سبعة كروت متماثلة تماماً ومحكمة الخلط سحب كرت عشوائياً ولاحظنا الأسم المكتوب على الكرت المسحوب .

أولاً : عبر عن فضاء النواتج

ثانياً : عبر عن الإحداث الأتية

- أ = سحب كرت يحمل أسم حيوان

- ب = سحب كرت يحمل اسم يحتوى على الحرف الأبجدي ب .

- الحدث الذى يحمل اسم حيوان أو اسم يحتوى على الحرف ب .

- الحدث الذى يحمل اسم حيوان أو اسم يحتوى على الحرف ب .

- الحدث الذى يعنى سحب كرت يحمل أسم حيوان يحتوى على الحرف ب .

- الحدث الذى يعنى سحب كرت يحمل أسم أسد ، ما أسم هذا الحدث .

- الحدث الذى يعنى سحب كرت يحمل أسم حيوان أو فاكهة ، ما أسم هذا الحدث .

- عبر عن الحدث المكمل للحدث أ بطريقة الصفة المميزة .

س ٣ إذا كان س عدد صحيح ينتمى إلى الفترة [-٣ ، ٣] المحتواه فى محور السينات وكان

ص عدد صحيح ينتمى إلى الفترة [١ ، ٣] المحتواه فى محور الصادات .

(أ) اكتب فضاء النواتج للأزواج المرتبة (س ، ص)

(ب) اكتب الحدث أ الذى يعنى $س < ٢$

(ج) اكتب الحدث ب الذى يعنى $س + ص < ٢$

(د) اكتب أ $\cap$ ب ماذا يسمى هذا الحدث وماذا يسمى الحدثين أ ، ب حينئذ

س ٢ فى تجربة إلقاء قطعتى نقود برونزيتين متمايزتين دفعة واحدة ، إذا كانت ف هى فضاء

النواتج وكان أ = حدث ظهور صورة واحدة على الأقل

(أ) أوجد ف

(ب) أوجد أ

(ج) أوجد الاحداث الأولية .

(د) أوجد مجموعة احداث فضاء النواتج ق (ف)

الإختبار البنائي للجزء الثانى

- س ١ (أ) عرف دالة الإحتمال
 (ب) إذكر خواص دالة الأحتمال
 (ج) إثبت بالبرهان هذه الخواص
- س ٢ صندوق يحتوى على ثلاث كرات حمراء وكرتان لونهما أصفر وكره خضراء سحب كره من الصندوق ولوحظ لونها أوجد (أ) فضاء النواتج
 (ب) الحدث أ حيث $A = \text{سحب كره حمراء}$
 (ج) الحدث ب حيث $B = \text{سحب كره صفراء}$
 (د) $L(A)$
 (هـ) $L(B)$
 (و) إحتمال سحب كره ليست صفراء
- س ٣ (أ) عرف المتغير العشوائى س على فضاء النواتج ف
 (ب) عرف دالة التوزيع
 (ج) إذكر خواص دالة التوزيع
 (د) إثبت بالبرهان هذه الخواص
 (هـ) ما هى العلاقة بين دالة التوزيع ودالة التكرار
 (و) عرف التوقع
- س ٤ عند إلقاء زهرتى نرد ومشاهدة النتيجة إذا كان س هو المتغير العشوائى الذى يعبر عن مجموع ما يظهر من النقط على الزهرتين أوجد (أ) فضاء النواتج
 (ب) Y
 (ج) توزيع إحتمال س
 (د) M_S

س ٥ الجدول الأتى يبين درجات ٥٠ تلميذ فى إمتحان ما

المجموع	١١٠ _	٩٠ _	٧٠ _	٥٠ _	٣٠ -	١٠ _	المجموعة
التكرار	٨	١١	١٥	١٠	٤	٢	

- بإعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى س معرف على فضاء النواتج ف
 (ب) إحتمالاتها المقابلة
 (أ) قيم س
 (ج) M_S

الإختبار البنائي للجزء الثالث

س١ إذا كان s ، v متغيرين عشوائيين معرفين على فضاء النواتج $\mathcal{F}$ وكانت $\mathcal{T}$ ثابت

عرف كل مما يأتي :-

$$(أ) \quad s + v$$

$$(ب) \quad s \times v$$

$$(ج) \quad \text{المتغير العشوائي } \mathcal{T} \text{ ذو القيمة الوحيدة } \mathcal{T}$$

س٢ إذا كان s ، v متغيرين عشوائيين معرفين على $\mathcal{F}$ أوجد

$$(أ) \quad s^m + v$$

$$(ب) \quad \mathcal{T}^m \times s \quad \text{حيث } \mathcal{T} \text{ هو المتغير العشوائي ذو القيمة الوحيدة } \mathcal{T} \text{ المعروف على } \mathcal{F} \text{ أيضاً}$$

س٣ إذا كانت s متغير عشوائي معرف على $\mathcal{F}$ وكانت $v = s + \mathcal{T}$ هي متغير عشوائي

آخر معرف على $\mathcal{F}$ أيضاً حيث $\mathcal{T}$ هو المتغير العشوائي ذو القيمة الوحيدة $\mathcal{T}$ المعروف على $\mathcal{F}$

$$\text{أيضاً فإذا كانت } s^y = \{s^1, s^2, \dots, s^n\}$$

$$(أ) \quad \text{أوجد } s^y$$

$$(ب) \quad \text{أوجد } s^m$$

$$(ج) \quad \text{اثبت أن } s^m = s^m + \mathcal{T}.$$

$$(د) \quad \text{اوجد قيم المتغير العشوائي } (s - s^m)^2$$

$$(هـ) \quad \text{أوجد } s^2$$

$$(و) \quad \text{اثبت أن } s^2 = s^2$$

س ٤ . الجدول الآتى يبين درجات مجموعة من التلاميذ فى إمتحان

المجموعة	٤ _	٨ _	١٢ _	١٦ _	٢٠ _ ٢٤	المجموع
عدد التلاميذ	١٥	٢٥	٣٨	١٢	١٠	١٠٠

بإعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى S معرف على F (مجموعة التلاميذ)
(أ) أوجد توزيع S

(ب) أوجد M S

(ج) أوجد E S

(د) أوجد E S

س ٦ فى تجربة إلقاء زهرتى نرد دفعة واحدة فإذا كانت S هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة الناتج (S ، V) هى اصغر العددين S ، V وكان V هو المتغير العشوائى الذى يجعل الناتج (S ، V) هى اكبر العددين

(أ) أوجد توزيع S

(ب) أوجد توزيع V

(ج) أوجد توزيع $S + V$

(د) أوجد توزيع $S \times V$

(هـ) أوجد M $S + V$

(و) أوجد M $S \times V$

الاختبار النهائى الأول

س ١ : فى تجربة إلقاء زهرة نرد إذا كانت **ف** فضاء النواتج وكان **أ** = حدث ظهور عدد أولى

أوجد (أ) **ف**

(ب) **أ**

(ج) الحدث المؤكد .

(د) الحدث المستحيل .

س ٢ فى تجربة إلقاء قطعتى نقود برونزيتين متميزتين دفعة واحدة ، إذا كانت **ف** هى فضاء

النواتج وكان **أ** = حدث ظهور صورة واحدة على الأقل .

(أ) أوجد **ف**

(ب) أوجد **أ**

(ج) عرف دالة إحتمال **ل** على **ف**

(د) أوجد **ل** (أ)

س ٣ إذا كانت **س** متغير عشوائى معرف على **ف** وكان **س** = { **س**_١ ، **س**_٢ ، ... ، **س**_ن } .

(أ) عرف دالة التوزيع **د**_{**س**}

(ب) إثبت أن **د**_{**س**} (**س**) < ٠ لكل **س** تنتمى إلى **س**

(ج) أثبت أن **د**_{**س**} (**س**_١) + **د**_{**س**} (**س**_٢) + + **د**_{**س**} (**س**_ن) = ١

(د) ما هى العلاقة بين دالة التوزيع ودالة التكرار .

س ٤ إذا كانت **س** متغير عشوائى معرف على **ف**

(أ) عرف التوقع **م**_{**س**}

(ب) عرف التباين **ع**_{**س**}

(ج) عرف الانحراف المعياري **ع**_{**س**}

س ٥ إذا كانت **س** متغير عشوائى معرف على **ف** وكانت **ص** = **س** + **ث** هى متغير

عشوائى آخر معرف على **ف** حيث **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة **ث** المعرف على

ف أيضاً

(أ) أوجد $ى$ $ص$. (ب) اوجد $م$ $ص$.

(ج) اثبت أن $ص^م = س^م + ث$.

(د) اوجد قيم المتغير العشوائى ($ص - س^م$) $س^2$

(هـ) اوجد $ع$ $ص$

(و) إثبت أن $ع = \sqrt[2]{ث} س$

س٧ إذا كان $س$ ، $ص$ متغيرين عشوائيين معرفين على فضاء النواتج $ف$ حيث

$$ف = \{ف_1، ف_2، \dots، ف_n\}،$$

$$س = \{س_1، س_2، \dots، س_n\}.$$

$$ص = \{ص_1، ص_2، \dots، ص_n\}$$

(أ) اوجد $م$ $س$ (ب) اوجد $م$ $ص$

(ج) عرف المتغير العشوائى $س + ص$

(د) اوجد $م$ $س + ص$

(هـ) اثبت أن $س^م + ص = س^م + ص^م$

س٨ - إذا كان $ث$ هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة $ث$ معرفاً على فضاء النواتج $ف$ ،

$ص$ متغير عشوائى معرف على نفس فضاء النواتج $ف$

(أ) اثبت أن $م ث = ث$

(ب) اثبت أن $ع ث = صفر$

(ج) اثبت أن $ع^2 ص = م^2 ص - م^2 ص$

الاختبار النهائي الثاني

س ١ إذا كانت **ف** هي فضاء النواتج لتجربه عشوائية ، **ل** هي دالة احتمال

$$(أ) \text{ اثبت أن } \mathbb{L} = \emptyset$$

$$(ب) \text{ اثبت أن } \mathbb{L} = \{ \mathbf{f} \}$$

$$(ج) \text{ اثبت أن } \mathbb{L} = \{ \mathbf{f} \} - \mathbb{L} \text{ حيث } \mathbf{f} \in \mathbb{L}$$

س ٢ في تجربة إلقاء زهرة النرد إذا كانت **س** متغير عشوائي معرف على فضاء النواتج **ف** يجعل صورة كل ناتج عدد أولى هي العدد ١ ويجعل صورة باقى النواتج هي ٢ .

$$(أ) \text{ اوجد } \mathbb{L}$$

$$(ب) \text{ اوجد توزيع } \mathbb{L}$$

$$(ج) \text{ اوجد } \mathbb{L}^2$$

$$(د) \text{ اوجد } \mathbb{L}^2$$

$$(هـ) \text{ اوجد } \mathbb{L}^2$$

س ٣ الجدول التكرارى الآتى يمثل درجات مجموعة من التلاميذ فى إمتحان

المجموعة	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ - ٧٠	المجموع
التكرار	١٠	١٥	٢٥	٢٠	١٠	٨٠

باعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج (مجموعة التلاميذ)

$$(أ) \text{ اوجد قيم } \mathbb{L}$$

$$(ب) \text{ اوجد توزيع } \mathbb{L}$$

س ٤ . الجدول الآتى يبين درجات مجموعة من التلاميذ فى إمتحان

المجموعة	٤ -	٨ -	١٢ -	١٦ -	٢٠ - ٢٤	المجموع
عدد التلاميذ	١٥	٢٥	٣٨	١٢	١٠	١٠٠

باعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى معرف على **ف** (مجموعة التلاميذ)

(أ) أوجد توزيع s

(ب) أوجد s^m

(ج) أوجد s^E

(د) أوجد s^E

س ٥ الجدول الأتي يبين درجات مجموعة من التلاميذ في امتحان

المجموع	- ٥٠	- ٤٠	- ٣٠	- ٢٠	- ١٠	- ٠	المجموعة
عدد التلاميذ	٤٠	٣٠	٩٠	١٢٠	٨٠	٦٠	٢٠

باعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى s معرف على فضاء النواتج فى (مجموعة التلاميذ)

(أ) ما هى الفكرة التى تقوم عليها الطريقة المختصرة لحساب التوقع .

(ب) أوجد توزيع s

(ج) أوجد قيم المتغير العشوائى s حيث $s = \frac{30 - s}{10}$

(د) أوجد s^m

(هـ) أوجد s^m

س ٦ فى تجربة إلقاء زهرتى نرد دفعة واحدة فإذا كانت s هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة الناتج (s ، s) هى اكبر العددين s ، s وكان s هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة الناتج (s ، s) هى اصغر العددين .

(أ) أوجد توزيع s

(ب) أوجد توزيع s

(ج) أوجد توزيع $s + s$

(د) أوجد توزيع $s \times s$

(هـ) أوجد s^m

(و) أوجد $s^m \times s$

ثبات الاختبارين النهائيين وصدقهما

قام الباحث بحساب معامل الثبات للاختبار الأول باستخدام معادلة بيرسون كما يلي :

$$r = \frac{n \text{ مج ص } - \text{ مج ص } \times \text{ مج ص } - \sqrt{n \text{ مج ص }^2 - (\text{ مج ص }^2)} \sqrt{n \text{ مج س }^2 - (\text{ مج س }^2)}}{n \text{ مج ص }^2 - (\text{ مج ص }^2)}$$

حيث r = معامل الارتباط .

$\text{ص} =$ درجة الطالب ت في التطبيق الأول حيث $\text{ت} = ١, ٢, \dots, ٢٩$

$\text{ص} =$ درجة الطالب ت في التطبيق الثاني $\text{ت} = ١, ٢, \dots, ٢٩$

$n =$ عدد الطلاب $= ٢٩$

$$r = \frac{826 \times 831 - 23714 \times 29}{\sqrt{682276 - 23578 \times 29} \sqrt{69061 - 23855 \times 29}}$$

$$= \frac{6864.6 - 6877.6}{\sqrt{682276 - 683762} \sqrt{69061 - 691795}}$$

$$= \frac{1300}{1354.15} = \frac{1300}{1486 \times 1234} = 0.96$$

وهذا معامل ارتباط قوى يدل على ثبات الاختبار الاول .

ويمكن حساب معامل الصدق الذاتي للاختبار الأول كما يلي :-

$$\text{معامل الصدق الذاتي} = \sqrt{\text{معامل ثابت}} = \sqrt{0.96} = 0.98$$

وهذا يدل على صدق الاختبار بالاضافه إلى صدق المحكمين سابق الذكر.

ثم قام الباحث بحساب معامل الارتباط للاختبار الثاني من القانون السابق كما يلي :-

$$r = \frac{580 \times 585 - 11713 \times 29}{\sqrt{336400 - 11614 \times 29} \sqrt{342225 - 11817 \times 29}}$$

$$r = 0.86 = \frac{377}{\sqrt{40.6} \times \sqrt{468}} = \frac{339300 - 3396977}{\sqrt{336400 - 33680.6} \sqrt{342225 - 342693}}$$

وهو معامل إرتباط قوى يدل على ثبات الاختبار الثانى .

ثم قام الباحث بحساب معامل الصدق الذاتى للاختبار الثانى كما يلى :-

$$\text{معامل الصدق الذاتى} = \sqrt{\text{معامل الثبات}} = \sqrt{0.86} = 0.93 .$$

وهو معامل قوى يدل على صدق الاختبار الثانى بالاضافة إلى صدق المحكمين سابق الذكر

حساب زمن الإختبارين النهائيين

قام الباحث بحساب زمن كل من الاختبارين النهائيين من المعادلة .

$$\frac{ز٢ \times ١٣}{١٣} = ز٢$$

حيث $ز٢$ هو الزمن المناسب للإختبار .

$ز١$ هو الزمن التجريبي للإختبار .

$ز٢$ هو المتوسط المرتقب للإختبار .

$ز١$ هو المتوسط التجريبي للإختبار .

بالنسبة للإختبار النهائي الأول كان المتوسط التجريبي ٢٨,٦٦ والمتوسط المرتقب هو

٢٨ وأخذ الباحث المتوسط الحسابي للزمن الذي إستغرقه الطلاب فبلغ ١٦٧ دقيقة فيكون :

$$\text{الزمن المناسب للإختبار النهائي الأول} = \frac{٢٨}{٢٨,٦٦} \times ١٦٧ = ١٦٣ \text{ دقيقة .}$$

وبالنسبة للإختبار النهائي الثاني كان المتوسط التجريبي ٢٠,٧١ والمتوسط المرتقب ٢٠

وأخذ الباحث المتوسط الحسابي للزمن الذي إستغرقه الطلاب فبلغ ١٣٤ دقيقة فيكون :

$$\text{الزمن المناسب للإختبار النهائي الثاني} = \frac{١٣٤ \times ٢٠}{٢٠,٧١} = ١٣١ \text{ دقيقة .}$$

فاعلية الوحدة البنائية

قام الباحث بحساب نسبة الكسب المعدلة لبلاك^(١) لكل من الاختبارين النهائيين من

المعادلة .

$$\text{نسبة الكسب المعدلة لبلاك} = \frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{د}} + \frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{د}}$$

حيث ص = متوسط الدرجات البعديه للإختبار .

س = متوسط الدرجات القبلية للإختبار .

د = النهاية العظمى للإختبار .

وحيث يكون د - س يدل على المتوقع ،

$\frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{د}}$ هو تأثير مقدار المعرفه السابقة على التعلم .

والنسبه الناتجه يجب أن تتراوح بين ٢،١

ولحساب نسبة الكسب المعدلة للإختبار الأول .

$$\text{ص} = ٢٨,٦٦$$

$$\text{س} = ١,٢٣$$

$$\text{د} = ٣٥$$

$$\text{نسبة الكسب المعدلة للإختبار الأول} = \frac{١,٢ - ٢٨,٦٦}{٣٥} + \frac{١,٢ - ٢٨,٦٦}{١,٢٣ - ٣٥}$$

$$= \frac{٢٧,٥٦}{٣٥} + \frac{٢٧,٥٦}{٣٣,٩} = ٠,٧٨ + ٠,٨١ = ١,٥٩$$

ولحساب نسبة الكسب المعدلة للإختبار الثانى .

$$\text{ص} = ٢٠,١٧$$

$$\text{س} = ١,٢١$$

$$\text{د} = ٢٥$$

$$\text{نسبة الكسب المعدلة للإختبار الثانى} = \frac{١,١٢ - ٢٠,١٧}{٢٥} + \frac{١,٢١ - ٢,١٧}{١,٢١ - ٢٥}$$

$$= \frac{١٨,٩٦}{٢٥} + \frac{١٨,٦٩}{٢٣,٧٩} = ٠,٧٦ + ٠,٨١ = ١,٥٧$$

النسبتان السابقتان تتراوح قيمتهما بين ٢،١ مما يدل على فاعلية الوحدة البنائية .

^(١) صلاح عبد السلام الخراش : " تقويم مناهج الرياضيات للكبار " ، رسالة دكتوراة غير منشورة ، كلية البنات ،