الفصل الثالث

اختبار الفروض الفارقة
بالإحصاء البارا مترى

الفصل الثالث

اختبار الفروض الفارقة بالإحصاء البارامترى

أولاً : النسبة الحرجة : *Critical Ratio*

تُستخدم النسبة الحرجة فى اختبار دلالة الفرق بين متوسطى درجات مجموعتين من الأفراد بشرط ألا يقل عدد أفراد كل مجموعة منها عن ٣٠ فرداً ويستخدم كثير من الباحثين النسبة الحرجة فى حساب صدق تمييز الاختبار ومفرداته عن طريق أخذ الدرجات المتطرفة (أعلى وأدنى ٢٧ %) من الدرجات الكلية بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً ، ويستخدم البعض الآخر من الباحثين اختبار " ت " فى إيجاد صدق تمييز الاختبار ومفرداته ، وهذا خطأ شاع كثيراً فى البحوث والدراسات النفسية والتربوية والاجتماعية ، نظراً لأن الفروق الدالة على صدق تمييز الاختبار ومفرداته باستخدام اختبار " ت " فروق ذات دلالة إحصائية ، وليست فروقاً ذات دلالة نفسية .

١- *النسبة الحرجة لمتوسطين مرتبطين :*

يتم حساب النسبة الحرجة لمتوسطين مرتبطين من المعادلة الآتية :

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{\text{الفرق بين المتوسطين}}{\text{الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين}}$$

∵ الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين ($\text{ع}_{\text{م}_1-\text{م}_2}$)

$$= \sqrt{\text{ع}^2_{\text{م}_1} + \text{ع}^2_{\text{م}_2} - (2 \times \text{ر} \times \text{ع}_{\text{م}_1} \times \text{ع}_{\text{م}_2})}$$

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\sqrt{\text{ع}^2_{\text{م}_1} + \text{ع}^2_{\text{م}_2} - (2 \times \text{ر} \times \text{ع}_{\text{م}_1} \times \text{ع}_{\text{م}_2})}}$$

حيث أن :

$\text{ع}_{\text{م}_1} = \frac{\text{ع}_1}{\sqrt{\text{ن}_1}}$ (الخطأ المعيارى للمتوسط الأول)

$\text{ع}_{\text{م}_2} = \frac{\text{ع}_2}{\sqrt{\text{ن}_2}}$ (الخطأ المعيارى للمتوسط الثانى)

ر = معامل ارتباط درجات المجموعة الأولى بدرجات المجموعة الثانية

فإذا كانت قيمة النسبة الحرجة < ± ١,٩٦ دلَّ ذلك على عدم وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات المجموعتين ، وهنا يتم قبول الفرض الصفرى ، ورفض الفرض البديل .

وإذا كانت النسبة الحرجة ≥ ± ١,٩٦ (دلالة الطرفين) ، فهذا يدل على وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥ بين متوسطى درجات المجموعتين ، أما إذا كانت النسبة الحرجة ≥ ± ٢,٥٨ (دلالة الطرفين) ، فهذا يدل على وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات المجموعتين عند مستوى ٠,٠١ ، ومن هنا يتم رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل .

٢- *النسبة الحرجة لمتوسطين غير مرتبطين أو مستقلين :*

عندما لا توجد علاقة ارتباطية بين درجات المجموعتين (معامل الارتباط = صفر) فإن القيمة ٢ × ر × $ع_{م١}$ × $ع_{م٢}$ = صفر ، وبالتالى فإن الخطأ المعيارى لفرق المتوسطين $ع_{م١-م٢} = \sqrt{ع^{٢}_{م١} + ع^{٢}_{م٢}}$ ، وتصبح النسبة الحرجة مساوية :

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{م_١ - م_٢}{\sqrt{ع^{٢}_{م١} + ع^{٢}_{م٢}}}$$

ثانياً : **اختبار " ت "** : *T- test*

يستخدم اختبار " ت " فى اختبار دلالة الفرق بين متوسطى درجات مجموعتين من الأفراد ، ويمكن استخدامه فى حالة توافر الشروط الآتية :

١- حجم عينتى البحث : يجب أن يكون حجم كل عينة ٣٠ فرداً أو أكثر .

٢- الفرق بين حجم عينتى البحث : ألا يكون الفرق بين حجم عينتى البحث فرقاً كبيراً ، مثل أن تكون إحدى العينتين عددها ٥٠ فرداً والثانية عددها ٢٠٠ فرد .

٣- مدى تجانس العينتين : أن تكون عينتا البحث متجانستين ، بمعنى أنهما مشتقتان من مجتمع أصل واحد ، ويمكن معرفة التجانس بواسطة حساب النسبة الفائية (ف) *F. Ratio* باستخدام اختبار " هارتلى " *Hartley* :

$$ف = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \frac{ع^{٢}_{١}}{ع^{٢}_{٢}}$$

ويقوم الباحث بمعرفة دلالة النسبة الفائية (ف) بالكشف فى الجداول الإحصائية الخاصة بالتجانس بعد حساب درجات حرية البسط أو التباين الكبير ($ع^{2}_{1}$) ، ودرجات حرية المقام أو التباين الصغير ($ع^{2}_{2}$) ، واستخراج قيمة فَ الجدولية ، ثم يقارن الباحث بين قيمة " ف " المحسوبة وقيمة " فَ " الجدولية على النحو الآتى : فإذا كانت " ف " $\geq$ " فَ " عند أى مستوى من مستويات الدلالة (٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١) دلَّ ذلك على أن العينتين غير متجانستين ، إما إذا كانت " ف " < " فَ " دلَّ ذلك على أن " ف " المحسوبة غير دالة إحصائياً ، وهذا يدل على تجانس العينتين . وبصفة عامة إذا كانت النسبة الفائية (ف) $\geq$ واحد صحيح فتكون هذه النسبة غير دالة إحصائياً ، وقد تكون " ف " < ١ فى حالة تحليل التباين العاملى عندما يكون تباين المتغيرات المستقلة أقل من تباين الخطأ (انظر الفصل السابع) .

أما فى حالة تساوى العينتين ($ن_{1} = ن_{2}$) ، وحجم كل منهما يزيد عن ٣٠ فرداً ، فالباحث لا يكون بحاجة إلى اختبار شرط تجانس التباين .

٤- الاعتدالية : أن يكون توزيع عينتى البحث توزيعاً اعتدالياً ، ويمكن معرفة ذلك عن طريق حساب معامل الالتواء .

$$\boxed{\text{معامل الالتواء} = \frac{\text{المتوسط} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعيارى}}} \quad (١)$$

ويمكن صياغة المعادلة السابقة بدلالة المتوسط والوسيط على النحو الآتى :

$\because$ المنوال = ٣ الوسيط - ٢ المتوسط

بالتعويض عن قيمة المنوال فى المعادلة (١) يمكن الحصول على المعادلة الآتية :

$$\boxed{\text{معامل الالتواء} = \frac{\text{٣ (المتوسط - الوسيط)}}{\text{الانحراف المعيارى}}}$$

فإذا كانت قيمة معامل الالتواء تساوى صفراً ، أو تقترب من الصفر ، فيمكن القول أن منحنى التوزيع اعتدالى ، أو يقترب من التوزيع الاعتدالى .

ويمكن الحكم على شكل التوزيع بأنه إعتدالى إذا كان معامل تفرطحه = ٠,٢٦٣ ، نظراً لأن معامل تفرطح المنحنى الاعتدالى = ٠,٢٦٣ ، ويتم حسابه عملياً من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل التفرطح} = \frac{\text{نصف المدى الربيعى *}}{\text{المئين التسعين} - \text{المئين العاشر}}$$

فإذا زاد مقدار التفرطح المحسوب عن ٠,٢٦٣ يكون التوزيع مسطحاً أو مقعراً *Platykurtic* ، أما إذا قلة قيمته عن ٠,٢٦٣ ، يكون التوزيع مدبباً *Leptokurtic* .

١- عندما تكون عينتا البحث غير مرتبطتين (مستقلتين) ، وغير متساويتين فى الحجم ($ن_1 \neq ن_2$) :

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}\left[\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}\right]}}$$

درجات الحرية = $ن_1 + ن_2 - 2$

حيث أن :

$ن_1$ = عدد أفراد المجموعة الأولى $ن_2$ = عدد أفراد المجموعة الثانية

$م_1$ = متوسط درجات المجموعة الأولى $م_2$ = متوسط درجات المجموعة الثانية

$ع_1^2$ = تباين درجات المجموعة الأولى $ع_2^2$ = تباين درجات المجموعة الثانية

ولمعرفة دلالة الفرق بين المتوسطين يقوم الباحث بحساب درجات الحرية ($ن_1 + ن_2 - 2$) ، ثم يستخدم الجداول الإحصائية الخاصة بدلالة اختبار " ت " ،

(*) نصف المدى الربيعى = $\frac{\text{الربيع الثالث} - \text{الربيع الأول}}{2}$

ويمكـــن معـــرفة تَ الجدولية المقابلة لدرجات الحرية ($ن_١ + ن_٢ - ٢$) ، فإذا كانت الفـــروض المراد اختبارها فروضاً صفرية ، أو فروضاً محايدة يستخدم الباحث دلالة الطرفيـــن (الذيلين) ، ومستويات الدلالة : ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ ، أما إذا كانت الفـــروض موجهة يستخدم الباحث دلالة الطرف الواحد (الذيل الواحد) ، ومستويات الدلالة : ٠,٠٢٥ ، ٠,٠٠٥ ، ٠,٠٠٠٥ باعتبار أن هذه المستويات شبه متفق عليها بيـــن العلمـــاء فـــى مجال البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية لرفض ، أو قبول الفرض .

فإذا كانت " ت " المحسوبة < " تَ " الجدولية ، دلَّ ذلك على عدم وجود فرق جوهـــرى بيـــن المتوسطين ، وقد يرجع الفرق البسيط بين المتوسطين إلى الصدفة ، أو إلى أخطاء القياس . وهنا يتم قبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل .

أمـــا إذا كانـــت " ت " المحسوبة ≤ " تَ " الجدولية دلَّ ذلك على وجود فرق جوهرى بين المتوسطين ، وهنا يتم رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل .

مثال (١) :

احسب قيمة " ت " لمتوسطين مستقلين ($ن_١ \neq ن_٢$) من البيانات الآتيـــة :

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
$ن_١ = ١٠١$	$ن_٢ = ٨١$
$م_١ = ٥٥,٠٢$	$م_٢ = ٥٣,٢٠$
$ع_١ = ١٦,٣٣$	$ع_٢ = ١٤,٦٧$

خطوات الحل :

$$ت = \frac{م_١ - م_٢}{\sqrt{\frac{ن_١ ع_١^٢ + ن_٢ ع_٢^٢}{ن_١ + ن_٢ - ٢}\left[\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢}\right]}}$$

$$ت = \frac{٥٥,٠٢ - ٥٣,٢٠}{\sqrt{\frac{١٠١ \times ٢٦٦,٧ + ٨١ \times ٢١٥,٢١}{١٠١ + ٨١ - ٢}\left[\frac{١}{١٠١} + \frac{١}{٨١}\right]}}$$

$$\text{ت} = \frac{١,٨٢}{\sqrt{\frac{١٧٤٣٢,٠١ + ٢٦٩٣٦,٧}{١٨٠} \times ٠,٠٢٢٢}}$$

$$\text{ت} = \frac{١,٨٢}{\sqrt{٥,٤٧٢}} = \frac{١,٨٢}{٢,٣٤} = ٠,٧٨$$

وبالكشف عن قيمة " تَ " الجدولية لدرجات حرية ١٨٠ عند مستوى ٠,٠٥ نجد أن قيمة " ت " المحسوبة = ٠,٧٨ ، وبالتالى فهى غير دالة إحصائياً .

٢- عـندما تكون عينتا البحث غير مرتبطتين (مستقلتين) ، ومتساويتين فى الحجم ($ن_١ = ن_٢$) :

$$\therefore \text{ت} = \frac{م_١ - م_٢}{\sqrt{\frac{ن_١ ع_١^٢ + ن_٢ ع_٢^٢}{ن_١ + ن_٢ - ٢} \left[\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢} \right]}}$$

وبالـتعويض فـى المعادلة السابقة عن قيمة $ن_١ = ن_٢ = ن$ يمكن الحصول على المعادلة الآتية :

$$\text{ت} = \frac{م_١ - م_٢}{\sqrt{\frac{ن (ع_١^٢ + ع_٢^٢)}{٢ (ن - ١)} \left[\frac{٢}{ن} \right]}}$$

$$\boxed{\therefore \text{ت} = \frac{م_١ - م_٢}{\sqrt{\frac{ع_١^٢ + ع_٢^٢}{ن - ١}}}}$$

درجات الحرية = ٢ ن − ٢

مثال (٢) :

اختــبر دلالة الفرق بين متوسطى درجات مجموعتين من التلاميذ فى مقياس الانتباه الأكاديمى من البيانات الآتية .

المجموعة الثانية	المجموعة الأولى
$ن_٢$ = ٣٣ $م_٢$ = ١٥,٨١ $ع_٢$ = ٢,٦٢	$ن_١$ = ٣٣ $م_١$ = ٢٣,٦٣ $ع_١$ = ٣,٦٢

خطوات الحل :

$$ت = \frac{م_١ - م_٢}{\sqrt{\frac{ع_١^٢ + ع_٢^٢}{ن - ١}}}$$

$$ت = \frac{٢٣,٦٣ - ١٥,٨١}{\sqrt{\frac{(٣,٦٢)^٢ + (٢,٦٢)^٢}{٣٣ - ١}}} = ٩,٩$$

تَ الجدولية المقابلة لدرجات حرية ٦٤ عند مستوى ٠,٠١ تساوى ٢,٦٥٥

∴ ت > تَ عـند مستوى ٠,٠١ ، وبالتالى يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بيـن متوسـطى درجـات المجموعتيـن ، لصالح المجموعة الأولى (الدلالة توجه إلى المتوسط الأكبر فى حالة المقارنة بين مجموعتين) .

مثال (٣) :

وضـع باحـث فرضـاً نصه " يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات التلامـيذ ذوى نقـص الانتباه المصحوب بالنشاط الزائد *ADHD* ، ودرجات التلاميذ العاديـين فـى العدوانـية ، لصالح التلاميذ ذوى *ADHD* " . اختبر نتائج صحة هذا الفرض من البيانات الآتية :

العاديون	*ADHD*
$ن_٢$ = ٧٢ $م_٢$ = ٩٥,٧٠ $ع_٢$ = ٦,٩	$ن_١$ = ٧٢ $م_١$ = ١٤٠,٢٠ $ع_١$ = ٩,٥

خطوات الحل :

$$ت = \frac{م_١ - م_٢}{\sqrt{\frac{ع_١^٢ + ع_٢^٢}{ن - ١}}}$$

$$ت = \frac{١٤٠,٢٠ - ٩٥,٧٠}{\sqrt{\frac{(٩,٥)^٢ + (٦,٩)^٢}{٧٢ - ١}}} = ٣١,٩٤$$

درجات الحرية = ٢ ن – ٢ = ١٤٤ – ٢ = ١٤٢

نستخدم دلالة الطرف الواحد ، نظراً لأن الفرض المراد اختباره فرض موجه .

" تَ " الجدولية عند مستوى ٠,٠٠٥ = ٢,٦١٥ ، وبالتالى فإن " ت " > " تَ " عند مستوى ٠,٠٠٥ ، أى يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠٠٥ بين متوسطى درجات التلاميذ ذوى *ADHD* ، ودرجات التلاميذ العاديين فى العدوانية ، لصالح التلاميذ ذوى *ADHD* ، بمعنى أن التلاميذ ذوى *ADHD* أكثر عدوانية من التلاميذ العاديين بفرق دال إحصائياً .

٣- *حساب الفرق بين متوسطين مرتبطين أو لعينة واحدة :*

عندما تكون عينة البحث مجموعة واحدة ، تعرضت لقياس قبلى وقياس بعدى (قبل وبعد التدريب) ، فإنه يمكن حساب الفرق بين متوسطى درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى لنفس العينة من القانون الآتى :

$$ت = \frac{م_ف}{\sqrt{\frac{مجـ ح^٢_ف}{ن (ن - ١)}}}$$

درجات الحرية = ن – ١

حيث أن :

$م_ف$ = متوسط الفروق بين درجات القياسين القبلى والبعدى ، ويمكن حسابه أيضاً عن طريق حساب الفرق بين متوسطى درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى .

$ح_ف$ = انحراف الفروق (ف) عن متوسطها ($م_ف$) = ف – $م_ف$

مجـ $ح^٢_ف$ = مجموع مربعات الفروق عن متوسطها

= مجـ (ف – $م_ف$)^٢

ن = عدد أفراد المجموعة ، ودرجات الحرية فى هذه الحالة = ن – ١

ويمكن كتابة المعادلة السابقة بالصورة الآتية :

$$\because \quad ع^{2}_{ف} = \frac{مجـ\ ح^{2}_{ف}}{ن}$$

$$\boxed{\therefore \quad ت = \frac{م\ ف}{\sqrt{\dfrac{ع^{2}_{ف}}{(ن - ١)}}}}$$

ويكــتفى معظم الباحثين فى هذه الحالة بمعرفة الدلالة الإحصائية للفروق الــناتجة ، وأن تأثير المتغير المستقل فى المتغير التابع يكون أقوى إذا كانت الفــروق دالــة عند مستوى ٠,٠٠١ عنه فى حالة مستويى الدلالة ٠,٠١ ، ٠,٠٥ ، علمــاً بــأن الدلالة الإحصائية تتأثر بعدد من العوامل منها : مقدار الفــرق بين العينين ، وحجم العينتين ، ومقدار التشتت (الانحراف المعيارى عن المتوسط) فى كل مجموعة على حدة ، لذا يُفضل حساب معامل الارتباط بيــن درجــات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى بواسطة معامل ارتباط بيرســون ، ثــم نــربع قــيمة معامل الارتباط الناتج (ر^{2}) ، ونحسب نسبة الارتــباط *Correlation Ratio* وذلك لتوضيح قوة العلاقة بين نتائج القياس القبلى والقياس البعدى .

ويســتخدم بعــض الباحثيــن المعادلـــة السابقة فى معرفة ثبات الاختبار بطريقة إعادة التطبيق ، أى تطبيق الاختبار نفسه مرتين بفاصل زمنى معين علــى نفــس العينة من الأشخاص ، فإذا كانت الفروق بين درجات التطبيق الأول ودرجــات إعــادة التطبــيق بعد فاصل زمنى معين غير دالة إحصائياً دلّ ذلــك علــى أن الاختــبار ثابــت ، بمعنى أنه يعطى نتائج متماثلة فى كلا التطبيقين .

مثال (٤) :

اختــبر دلالـــة الفــرق بين متوسطى درجات القياس القبلى ودرجات القياس الــبعدى لعيــنة عددها ٣٣ تلميذاً فى مقياس حب الاستطلاع قبل وبعد تطبيق برنامج تنمية حب الاستطلاع من البيانات الآتية :

القياس البعدى	القياس القبلى
$م_٢$ = ٤١,٣٠	$م_١$ = ٣٢,٧١
$ع_٢$ = ٣,٠٢	$ع_١$ = ٣,٥١
$ح^٢_ف$ = ١٤٧,٥	

خطوات الحل :

$$ت = \frac{م_ف}{\sqrt{\frac{مجـ ح^٢_ف}{ن(ن - ١)}}}$$

$$ت = \frac{٤١,٣٠ - ٣٢,٧١}{\sqrt{\frac{(١٤٧,٥)}{٣٣(٣٣ - ١)}}} = ٢٢,٩٨$$

درجات الحرية = ن – ١ = ٣٣ – ١ = ٣٢

بالكشف فى الجداول الإحصائية عن قيمة تَ الجدولية المقابلة لدرجات حرية ٣٢ عند مستوى ٠,٠١ نجد أن تَ = ٢,٧٤ ، وبالتالى فإن ت > تَ عند مستوى ٠,٠١ ، أى يوجد فرق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى ، لصالح القياس البعدى (المتوسط الأكبر) ، ومن هنا يقرر الباحث بأن برنامجه فعالاً فى تنمية حب الاستطلاع لدى التلاميذ .

مثال (٥) :

اختبر دلالة الفرق بين متوسطى درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى لعدد عشرة تلاميذ فى اختبار الحساب من البيانات الآتية :

القياس القبلى	٧	٣	٧	٥	٨	٤	٥	٢	٣	٦
القياس البعدى	١٠	٥	٦	٧	١٠	٦	٧	٨	٦	٥

خطوات الحل :

القياس القبلى (س)	القياس البعدى (ص)	الفروق (ف)	ح ف	$ح^{2}$ ف
٧	١٠	٣	١	١
٣	٥	٢	صفر	صفر
٧	٦	١-	٣-	٩
٥	٧	٢	صفر	صفر
٨	١٠	٢	صفر	صفر
٤	٦	٢	صفر	صفر
٥	٧	٢	صفر	صفر
٢	٨	٦	٤	١٦
٣	٦	٣	١	١
٦	٥	١-	٣-	٩
مجـ س = ٥٠ م س = ٥	مجـ ص = ٧٠ م ص = ٧	مجـ ف = ٢٠ م ف = ٢	صفر	مجـ $ح^{2}$ف = ٣٦

$$\text{ت} = \frac{\text{م ف}}{\sqrt{\dfrac{\text{مجـ ح}^{2}\text{ ف}}{\text{ن (ن - ١)}}}}$$

$$\text{ت} = \frac{٢}{\sqrt{\dfrac{٣٦}{\text{١٠ (١٠ - ١)}}}} = ٣,١٦$$

درجات الحرية = ن - ١ = ١٠ - ١ = ٩

" تَ " الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ لدرجات حرية ٩ تساوى ٢,٢٦ ، ٣,٢٥ على الترتيب ، أى أن " ت " > " تَ " عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالى فإن الفرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥ .

٤- حساب الفرق بين متوسطى عينتين غير متجانستين ($ع^{2}_{١} \neq ع^{2}_{٢}$) ، وغير متساويتين فى الحجم ($ن_{١} \neq ن_{٢}$) :

عندما يكون حجم العينة الأولى لا يساوى حجم العينة الثانية ($ن_{١} \neq ن_{٢}$) ، وعندما تكون النسبة الفائية ($\frac{ع^{2}_{١}}{ع^{2}_{٢}}$) دالة إحصائياً ، فإنه يمكن استخدام اختبار " ت " على النحو الآتى :

(١) نحسب قيمة " ت " بالطريقة العادية باستخدام المعادلة الآتية :

$$ت = \frac{م_١ - م_٢}{\sqrt{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}}$$

(٢) نحدد مستوى الدلالة (٠,٠٥ ، ٠,٠١) .

(٣) نحسـب درجـات حـرية العينة الأولى ($ن_١$ – ١) ، ودرجات حرية العينة الثانية ($ن_٢$ – ١) .

(٤) نحسب قيمة $ت_١$ للعينة الأولى المقابلة لدرجات حرية (ن –١) عند مستوى الدلالـة المحـدد مسبقاً ، ثم نحسب $ت_٢$ للعينة الثانية المقابلة لدرجات حرية ($ن_٢$ – ١)عند نفس مستوى الدلالة .

(٥) نحسب قيمة الفروق ($\acute{ت}$) باستخدام كل من $ت_١$ ، $ت_٢$ من المعادلة الآتية :

$$\boxed{\acute{ت} = \frac{ت_١ \left(\frac{ع_١^٢}{ن_١}\right) + ت_٢ \left(\frac{ع_٢^٢}{ن_٢}\right)}{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}}$$

(٦) نقـارن بيـن قيمتى " ت " ، " $\acute{ت}$ " ، فإذا كانت " ت " $\geq$ " $\acute{ت}$ " عند مستوى الدلالـة المحـدد دلَّ ذلك على وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات المجموعتيـن ، أمـا إذا كانت " ت " < " $\acute{ت}$ " دلَّ ذلك على عدم وجود فرق جوهرى (دال) بين متوسطى درجات المجموعتين .

مثال (٦) :

اختـبر دلالة الفرق بين متوسطى درجات تحصيل مجموعتين من التلاميذ من البيانات الآتية :

مجموعة (١)	مجموعة (٢)
$ن_١$ = ١٠ $م_١$ = ٢٠,٦ $ع_١$ = ٢٨,٤٢	$ن_٢$ = ٢٠ $م_٢$ = ١٦ $ع_٢$ = ٦,٧٢

خطوات الحل :

(١) نحسب النسبة الفائية ($\frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$) = $\frac{٢٨,٤٢}{٦,٧٢}$ = ٤,٢٣

(٢) درجات حرية التباين الكبير (٢٨,٤٢) = $ن_١$ – ١ = ٩ ، ودرجات حرية التباين الصغير (٦,٧٢) = $ن_٢$ – ١ = ١٩

(٣) نكشف في جداول النسبة الفائية (ف) عند درجات حرية التباين الكبير (البسط = ٩) ، ودرجات حرية التباين الصغير (المقام =١٩) ، نجد أن قيمة النسبة الفائية الجدولية (فَ) = ٣,٥٢ عند مستوى ٠,٠١ ، وهذا يدل على أن العينتين غير متجانستين ، بالإضافة إلى أنهما غير متساويتين ($ن_١ \neq ن_٢$) ، وهذا يقودنا إلى استخدام الحالة الرابعة والأخيرة من حالات اختبار " ت " على النحو الآتى :

$$ت = \frac{م_١ - م_٢}{\sqrt{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}}$$

$$ت = \frac{٢٠,٦ - ١٦}{\sqrt{\frac{٢٨,٤٢}{١٠} + \frac{٦,٧٢}{٢٠}}} = ٢,٥٨$$

فإذا حددنا مستوى الدلالة ٠,٠٥ ، فإن $ت_١$ للمجموعة الأولى المقابلة لدرجات حرية ٩ عند مستوى ٠,٠٥ = ٢,٢٦٢ ، $ت_٢$ للمجموعة الثانية المقابلة لدرجات حرية ١٩ عند مستوى ٠,٠٥ = ٢,٠٩٣ .

$$تَ = \frac{ت_١ \left(\frac{ع_١^٢}{ن_١}\right) + ت_٢ \left(\frac{ع_٢^٢}{ن_٢}\right)}{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}$$

$$تَ = \frac{٢,٢٦٢ \times \frac{٢٨,٤٢}{١٠} + ٢,٠٩٣ \times \frac{٦,٧٢}{٢٠}}{\frac{٢٨,٤٢}{١٠} + \frac{٦,٧٢}{١٠}} = ٢,٢٤$$

نلاحظ أن " ت " > " تَ " عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالى يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥ بين متوسطى درجات تحصيل مجموعتى التلاميذ ، لصالح تلاميذ المجموعة الأولى .

وعندما تكون $ن_١ = ن_٢$ ، فإن $ت_١ = ت_٢$ ، نظراً لأن درجات حرية العينة الأولى ($ن_١ - ١$) = درجات حرية العينة الثانية ($ن_٢ - ١$) ، كما أنه لو قمنا بالتعويض فى المعادلة :

$$تَ = \frac{ت_١ \left(\frac{ع_١^٢}{ن_١}\right) + ت_٢ \left(\frac{ع_٢^٢}{ن_٢}\right)}{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}$$

عن قيمة $ت_١ = ت_٢$ ؛ $ن_١ = ن_٢ = ن$ نستنتج أن :

$$تَ = \frac{ت_١ \left(\frac{ع_١^٢}{ن}\right) + ت_٢ \left(\frac{ع_٢^٢}{ن}\right)}{\frac{ع_١^٢}{ن} + \frac{ع_٢^٢}{ن}}$$

$$تَ = \frac{\frac{ت_١}{ن} \left(ع_١^٢ + ع_٢^٢ \right)}{\frac{١}{ن} \left(ع_١^٢ + ع_٢^٢ \right)}$$

$$\boxed{\therefore\ تَ = ت_١ = ت_٢}$$

- **حجم التأثير فى حالة استخدام اختبار "ت" :**

يكتفى بعض الباحثين بإيجاد دلالة الفروق بين المجموعات ، فالدلالة الإحصائية للفرق بين مجموعتين ، أو أكثر ليست كافية لبيان أهمية ذلك الفرق ، وإنما هناك أمور أخرى يجب أن تؤخذ فى الاعتبار مثل حجم ذلك الفرق ، وما يمكن أن يترتب على معرفة ذلك الفرق من قرارات ، أى أن القيمة العملية يجب أن تؤخذ بعين الاعتبار بالإضافة إلى الدلالة الإحصائية ، لذا يُفضل أن يحسب الباحث حجم التأثير *Effect Size* (حجم الفرق) ، عندما تكون " ت " دالة إحصائياً ، لأن مقاييس

حجم التأثير لا تتأثر بحجم العينات ، نظراً لأنها تتناول حجم الفرق ، أو قوة الارتباط *Strength of Association* دون أن تكون دالة لحجم العينة ، أى أن الدلالة الإحصائية قد تكون مضللة أحياناً ، وبالتالى فلابد من حساب حجم التأثير عند تقويم نتائج أية تجربة ، فأحجام التأثير توضح لنا مقدار تأثير المتغيرات المستقلة فى المتغيرات التابعة ، بينما الدلالة الإحصائية لا توضح ذلك ، فحجم التأثير هو الوجه المكمل للدلالة الإحصائية ، لذا يجب على الباحثين الإجابة عن الأسئلة الآتية :

- هل التأثير الملاحظ حقيقى أم يرجع إلى الصدفة ؟
- إذا كان التأثير حقيقى فما حجمه ؟
- هل حجم التأثير كبير بدرجة كافية بحيث يصبح مفيداً ؟

ويمكن حساب حجم التأثير ، أو قوة الارتباط فى حالة استخدام الباحث لاختبار " ت " سواء للعينات المستقلة ، أو المرتبطة من خلال حساب :

١ - *مربع معامل إيتا :* *Eat Squared* (η^2)

يُسمى مربع معامل إيتا (η^2) أحياناً بنسبة الارتباط ، أو قوة العلاقة بين المتغيرين (المستقل ، التابع) ، وينتمى إلى الإحصاء الوصفى (إحصاء العينات) ، ويحدد (η^2) حجم تأثير المتغير المستقل فى المتغير التابع تحديداً كمياً ، نظراً لأن (η^2) يدل على نسبة من التباين الكلى للمتغير التابع (التباين المفسر) فى العينات موضوع البحث التى ترجع إلى تأثير المتغير المستقل ، بمعنى أن (η^2) يحدد نسبة التباين فى المتغير التابع التى يمكن تفسيرها ، والتى تعزى إلى تأثير المتغير المستقل ، ويمكن حساب (η^2) من المعادلة الآتية :

$$\boxed{\eta^2 = \frac{\text{ت}^2}{\text{ت}^2 + \text{درجات الحرية}}}$$

وتدل إيتا (η) على الارتباط الثنائى بين المجموعات والمتغير التابع ، وهنا نذكر الباحث أنه عند تفسير القيمة الناتجة تناقش كنسبة مئوية بضرب الناتج × ١٠٠ حتى نحصل على نسبة التباين المفسر ، وأن درجات الحرية فى حالة العينات المستقلة = ن١ + ن٢ – ٢ ، ودرجات الحرية فى حالة العينات المترابطة = ن – ١

ويمكن حساب حجم التأثير (d) بدلالة (η^2) من المعادلة الآتية :

$$d = \frac{2\sqrt{\eta^2}}{\sqrt{1 - \eta^2}}$$

٢- مربع أوميجا (ω^2) :

ينـــتمى مربع أوميجا (ω^2) إلى الإحصاء الاستدلالى (إحصاء الأصول) على عكس مربع إيتا (η^2) ، ويحسب (ω^2) من المعادلة الآتية :

$$\omega^2 = \frac{ت^٢ - ١}{ت^٢ + ن_١ + ن_٢ - ١}$$

ويفسر (ω^2) مثل (η^2) بعد ضرب الناتج × ١٠٠ لتحويله إلى نسبة مئوية ، ويمكـــن استخدام محكات كوهن *(Cohen,1977)* الآتية للحكم على قوة تأثير المتغير المستقل فى المتغير التابع :

أ - التأثـــير الــذى يفســر حوالى ١ % من التباين الكلى يدل على تأثير ضئيل أو تأثير منخفض .

ب- التأثير الذى يفسر حوالى ٦ % من التباين الكلى يعد تأثيراً متوسطاً .

جـ- التأثير الذى يفسر حوالى ١٥ % من التباين الكلى يعد تأثيراً كبيراً .

٣- معادلات كوهن *Cohen* لحساب حجم التأثير :

توصـــل " كوهن " (فى : صلاح أحمد مراد ، ٢٠٠٠ ، ص ٢٤٦) إلى معادلات لحســـاب حجم التأثير باستخدام قيمة " ت " المحسوبة إذا كانت دالة إحصائياً ، تختلف فـــى طـــريقة حسابها عن مربع معامل إيتا (η^2) ، ومربع معامل أوميجا (ω^2) ، نظراً لأن (η^2) ، (ω^2) يـــدلان علـــى نسبة التباين الكلى للمتغير التابع التى تعزى إلى تأثير المتغـــير المستقل ، أو قوة الارتباط بين المتغير المستقل والمتغير التابع ، بينما حجم التأثـــير المحسوب من معادلات " كوهن " يدل على نسبة الفرق بين متوسطى درجات المجموعتين فى وحدات معيارية ، والمعادلات هى :

أ - حجم التأثير لعينتين مستقلتين ($ن_١ \neq ن_٢$) :

يمكن حساب حجم التأثير لعينتين مستقلتين من المعادلة الآتية :

$$\text{حجم التأثير (ح)} = ت \sqrt{\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢}}$$

حيث أن : ت = ت المحسوبة والدالة ، $ن_١$ ، $ن_٢$ هما حجم العينتين

فـإذا كـان حجـم التأثير (ح) = ٠,٢ فهذا يدل على تأثير ضعيف للمتغير المستقل فى المتغير التابع ، أما إذا كان (ح) = ٠,٥ فهذا يدل على تأثير متوسط للمتغير المستقل فى المتغير التابع ، أما إذا كان (ح) = ٠,٨ ، أو أكثر فهذا يدل على تأثير مرتفع للمتغير المستقل فى المتغير التابع .

ب- حجم التأثير لعينتين غير مستقلتين (عينة واحدة) :

يـتم حسـاب حجم التأثير فى حالة العينات المرتبطة أو غير المستقلة من المعادلة الآتية :

$$\text{حجم التأثير (ح)} = \text{ت} \sqrt{\frac{\text{٢ (١ - ر)}}{\text{ن}}}$$

حيث أن :

ن = حجم العينة ر = معامل الارتباط بين درجات القياسين .

وقـد وضـح " كيس " *(Kiess,1989)* العلاقة بين حجم التأثير ومربع معامل إيتا (η^2) فى المعادلة الآتية :

$$\text{حجم التأثير (ح)} = \frac{\text{٢} \sqrt{\text{مربع معامل إيتا}}}{\sqrt{\text{١ - مربع معامل إيتا}}}$$

$$\text{حجم التأثير (ح)} = \frac{\text{٢} \sqrt{\eta^2}}{\sqrt{\text{١} - \eta^2}}$$

وقـد أعـد " كـيس " جدولاً يوضح العلاقة بين حجم التأثير (ح) ، ومربع معامل إيتا (η^2) بيَّن فيه ما يأتى :

أ - حجـم التأثـير (٠,٢) يقابل مربع معامل إيتا (٠,٠١) ، والذى يدل على أن نسـبة التبايـن المفسـر فـى المتغير التابع التى ترجع إلى تأثير المتغير المستقل تساوى (١ %) ، أى تأثير منخفض .

ب- حجـم التأثير (٠,٥١) تقريباً يقابل مربع معامل إيتا (٠,٠٦) ، والذى يدل علـى أن نسـبة التبايـن المفسـر فى المتغير التابع التى ترجع إلى تأثير المتغير المستقل تساوى (٦ %) ، أى تأثير متوسط .

جـ- حجم التأثير (٠,٨٤) يقابل مربع معامل إيتا (٠,١٥) ، والذى يدل على أن نسبة التباين المفسر فى المتغير التابع التى ترجع إلى تأثير المتغير المستقل تساوى (١٥ %) ، أى تأثير مرتفع .

د - حجم التأثير (واحد) يقابل مربع معامل إيتا (٠,٢٠) ، والذى يدل على أن نسبة التباين المفسر فى المتغير التابع التى ترجع إلى تأثير المتغير المستقل تساوى (٢٠ %) ، أى تأثير مرتفع أيضاً .

تمارين :

١- اختبر دلالة " ت " للفرق بين متوسطى درجات عينتين مختلفتين فى الحجم والتجانس ، ثم احسب حجم التأثير باستخدام (η^2) ، (ω^2) من البيانات الآتية :

العينة الأولى	العينة الثانية
ن١ = ١٥	ن٢ = ٢٤
م١ = ٨٠	م٢ = ٩٤
ع١ = ٥	ع٢ = ٨

٢- النتائج الآتية لعينتين مستقلتين :

العينة الأولى	العينة الثانية
ن١ = ٥٠	ن٢ = ٣٦
م١ = ١٢٤	م٢ = ١٢٠
ع١ = ١٠,٥	ع٢ = ١٢

اختبر دلالة الفرق بين المتوسطين عند مستوى ٠,٠١ .

٣- طبق باحث مقياساً لحب الاستطلاع قبل وبعد التدريب على عشرة تلاميذ فحصل على البيانات الآتية :

قبل	٢٠	٢٥	٢٦	٢٣	٢٧	٣٠	٢٤	٢١	٢٨	٣٠
بعد	٣٥	٣٨	٣٤	٣٤	٣٨	٣٧	٣٥	٣٣	٣٤	٣٥

اثبت أن التدريب فعال فى تنمية حب الاستطلاع لدى التلاميذ مع حساب حجم التأثير .

ثالثا : **تحليل التباين – أحادى الاتجاه** :

One Way – Analysis of Variance (ANOVA):

يُســتخدم تحلــيل التباين أحادى الاتجاه فى الكشف عن الفروق بين درجات مجموعتيــن أو أكــثر مــن الأفراد فى خصائص الشخصية فى حالة وجود متغيرين أحدهما متغير مستقل (تصنيفى) ، يتضمن عدة مستويات هى المجموعات ، والثانى متغــير تــابع ، لذا سُمى بتحليل التباين الأحادى لأنه يتضمن متغيراً مستقلاً واحداً ، ومتغيراً تابعاً واحداً .

ويــرجع الفضل إلى العالم " فيشر " *Fisher* الذى ابتكر تحليل التباين ، وقام " بــيرت " *Burt* بتطبــيقه فى مجالات العلوم النفسية والتربوية ، ويعد تحليل التباين مــن أهــم الطرق المستخدمة فى البحث العلمى فى مجال التربية وعلم النفس ، فهو يصــلح لتحلــيل نتائج عدد من التجارب المتوازنة كل منها تحدث فى ظروف موحدة وعلى مجموعة متجانسة أكثر تجانساً فى الواقع من المجتمع الأصلى ، ويعطى تقديراً لعوامــل الخطأ المنتظم الخاص بالفروق الناتجة من اختلاف المجتمعات الأصلية التى أُشــتقت مــنها العينات ، ويعطى أيضاً تقديراً لا بأس به لنوع آخر من الأخطاء التى تُحــدث فــروقاً منــتظمة ذات تأثــير ثابت فى أداء مجموعات التجربة المشتركة فى كــل طــريقة ، ويساعد على تحليل الفروق فى أداء الأفراد والجماعات إلى اكثر من عنصــر ، ويســاعد على قياس الدلالة الإحصائية فى الأداء . كما أنه يصلح لمعرفة الفــروق القائمــة بيــن البنيــن والبنات فى الذكاء والقدرات العقلية الطائفية ، وفى الســمات المزاجية ، وفى النواحى التحصيلية المختلفة ، ويصلح أيضاً فى قياس مدى تجانس عينات المختبرين ، والمفردات التى تتألف منها الاختبارات النفسية .

ويــرجع شيوع استخدام تحليل التباين فى البحوث العلمية إلى معرفة وقدرة الباحثيــن على استخدامه وتفسير نتائجه ، وتوافر بعض الحزم الإحصائية التى تُسهل اســتخدامه ، كما أنه لا يتقيد بعدد المجموعات الذى يمكن مقارنته ، وعند استخدامه فــى المقارنة بين أكثر من مجموعتين فإنه يمكن التحكم والسيطرة على تقديرات خطأ النوع الأول .

ويُقصــد بتحليل التباين تقسيم تباين المتغير التابع إلى قسمين فى حالة وجود متغير مستقل واحد ، أو إلى عدة أقسام فى حالة أكثر من متغير مستقل ، ويرجع أحد هــذه الأقســام إلــى المتغــير المستقل ، أو المتغيرات المستقلة ويُطلق عليه بالأثر

الرئيســى فــى تباين المتغير التابع وهو تباين منتظم معلوم مصدره ، ويرجع القسم الــثانى - فى حالة وجود متغير مستقل واحد - إلى تباين غير منتظم مصدره درجات الأفــراد يُطلــق علــيه تباين الخطأ *Error Variance* ، أو التباين داخل المجوعات *Within Groups* ، بينما يُطلق على التباين الرئيسى مسمى التباين بين المجموعات *Between Groups* وعــندما لا يؤثــر المتغير المستقل فى المتغير التابع فإن التباين بيــن المجموعات يرجع إلى أخطاء المعاينة *Sampling Error* ، ومن ثم فإن النسبة الفائــية (ف) تســاوى واحــد تقريباً . أما إذا كان المتغير المستقل يؤثر فى المتغير الــتابع فــإن التباين بين المجموعات يزداد أكثر مما هو متوقع عن أخطاء المعاينة ، وبالــتالى فــإن تبايــن بيــن المجموعات يكون أكبر من التباين داخل المجموعات ، أو تبايــن الخطــأ ، وتزداد قيمة النسبة الفائية (ف) عن الواحد ، أى أن قيمة النسبة الفائية ترتبط ارتباطاً طردياً بزيادة تأثير المتغير المستقل فى المتغير التابع .

١ـ تحليل التباين بين مجموعتين :

الباحث الذى يستخدم هذا النوع من تحليل التباين عليه تكوين الجدول الآتى :

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات (التباين)	ف
داخل المجموعات	$ن_{١} + ن_{٢} - ٢$	$ن_{١} ع^{٢}_{١} + ن_{٢} ع^{٢}_{٢}$	$\frac{ن_{١} ع^{٢}_{١} + ن_{٢} ع^{٢}_{٢}}{ن_{١} + ن_{٢} - ٢}$	$\frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$
بين المجموعات	$٢ - ١$	$ن_{١} ح^{٢}_{م_{١}} + ن_{٢} ح^{٢}_{م_{٢}}$	$\frac{ن_{١} ح^{٢}_{م_{١}} + ن_{٢} ح^{٢}_{م_{٢}}}{٢ - ١}$	
المجموع	$ن_{١} + ن_{٢} - ١$	$ن_{١} ع^{٢}_{١} + ن_{٢} ع^{٢}_{٢} + ن_{١} ح^{٢}_{م_{١}} + ن_{٢} ح^{٢}_{م_{٢}}$		

(أ) نحسب درجات حرية مجموع المربعات الداخلية :

درجات الحرية الداخلية = عدد أفراد المجموعات - عدد المجموعات

$= ن_{١} + ن_{٢} - ٢$

(ب) نحسب درجات حرية مجموع المربعات بين المجموعات :

درجات الحرية البينية = عدد المجموعات - عدد القيود = ٢ - ١

عدد القيود = ١ ، نظراً لأن متوسطى المجموعتين ينتسبان إلى متوسط عام واحد *Grand Mean* (المتوسط الوزنى) .

ونحسب من الخطوتين (أ) ، (ب) درجات حرية المجموع الكلى للمربعات = عدد أفراد المجموعات − ١ = $ن_١ + ن_٢ - ١$

(جـ) نحسب مجموع المربعات داخل المجموعات :

مجموع المربعات الداخلية = عدد أفراد العينة الأولى ($ن_١$) × تباينها ($ع^٢_١$) + عدد أفراد العينة الثانية ($ن_٢$) × تباينها ($ع^٢_٢$)

$$\text{مجموع المربعات الداخلية} = ن_١ \times ع^٢_١ + ن_٢ \times ع^٢_٢$$

ويطلق أحياناً على مجموع المربعات داخل المجموعات مسمى مجموع مربعات الخطأ .

(د) نحسب المتوسط العام أو المتوسط الوزنى لمتوسطات المجموعات :

$$\text{المتوسط الوزنى للمجموعتين } (\bar{م}) = \frac{ن_١ م_١ + ن_٢ م_٢}{ن_١ + ن_٢}$$

(هـ) نحسب مجموع المربعات بين المجموعات :

$$\text{مجموع المربعات البينية} = ن_١ ح^٢_{م_١} + ن_٢ ح^٢_{م_٢}$$

حيث أن : $ح_{م_١} = (م_١ - \bar{م})$ ، $ح_{م_٢} = (م_٢ - \bar{م})$ ، أى أن مجموع المربعات بين المجموعات = المجموع الوزنى لمربعات الفروق بين متوسط كل مجموعة والمتوسط العام للمجموعات ($\bar{م}$) .

(و) نحسب المجموع الكلى للمربعات :

المجموع الكلى للمربعات = مجموع المربعات داخل المجموعات + مجموع المربعات بين المجموعات

(ز) نحسب متوسط المربعات (التباين) داخل المجموعات :

$$\text{التباين الداخلى (تباين الخطأ)} = \frac{\text{مجموع المربعات داخل المجموعات}}{\text{درجات الحرية المناظرة}}$$

$$\text{التباين الداخلى} = \frac{ن_١ ع^٢_١ + ن_٢ ع^٢_٢}{ن_١ + ن_٢ - ٢}$$

(ح) نحسب متوسط المربعات (التباين) بين المجموعات :

$$\text{التباين البينى} = \frac{\text{مجموع المربعات بين المجموعات}}{\text{درجات الحرية المناظرة}}$$

$$\text{التباين البينى} = \frac{ن_{١}\, ح^{٢}_{م١} + ن_{٢}\, ح^{٢}_{م٢}}{١}$$

(ط) نحسب قيمة النسبة الفائية (ف) من خارج قسمة التباين الكبير على التباين الصغير :

$$ف = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

(ى) نحسب دلالة الفروق من الجداول الإحصائية على النحو الآتى :

نكشف فى جداول النسبة الفائية المتضمنة فى الجداول الإحصائية عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ لدرجات حرية التباين الكبير (البسط) ، ودرجات حرية التباين الصغير (المقام) ، ونحدد قيمة فَ الجدولية ، فإذا كانت " ف " (المحسوبة) < " فَ " الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ ، فهذا يدل على عدم وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطات درجات المجموعات ، وبالتالى يمكن قبول الفرض الصفرى الذى ينص على عدم وجود فروق بين درجات المجموعات ، ورفض الفرض البديل الذى ينص على وجود فروق بين درجات المجموعات .

أما إذا كانت " ف " (المحسوبة) ≥ " فَ " الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ أو ٠,٠١ ، فهذا يدل على وجود فروق دالة إحصائياً بين متوسطات درجات المجموعات ، بمعنى أن الفروق جوهرية ولا ترجع للصدفة ، أو إلى أخطاء القياس ، وهنا يمكن تأكيد ، أو قبول الفروض البديلة ، والتى تنص على وجود فروق بين متوسطات درجات المجموعات ، وبالتالى يتم رفض الفروض الصفرية .

مثال (٧) :

اختـــبر دلالـــة الفـــرق بين متوسطى درجات تحصيل البنين ودرجات تحصيل البنات فى اختبار تحصيلى من البيانات الآتية :

البنون	البنات
$ن_1 = ٥$ $م_1 = ٢٠$ $ع_1 = ١,٧٨٨$	$ن_2 = ٥$ $م_2 = ١٧$ $ع_2 = ٢,١٠$

خطوات الحل :

(١) درجات الحرية الداخلية = $ن_1 + ن_2 - ٢ = ١٠ - ٢ = ٨$

(٢) درجات الحرية البينية = عدد المجموعات − ١ = ٢ − ١ = ١

(٣) مجموع المربعات الداخلية = $ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2 =$

$= ٥ (١,٧٨٨)^2 + ٥ (٢,١٠)^2 = ٣٨$

(٤) المتوسط الوزنى ($\bar{م}$) = $\frac{م_1 + م_2}{٢} = \frac{٢٠ + ١٧}{٢} = ١٨,٥$

(٥) نحسب $ح_{م1} = (م_1 - \bar{م}) = ٢٠ - ١٨,٥ = ١,٥$

نحسب $ح_{م2} = (م_2 - \bar{م}) = ١٧ - ١٨,٥ = -١,٥$

مجموع المربعات البينية = $ن_1 ح_{م1}^2 + ن_2 ح_{م2}^2$

$= ٥ (١,٥)^2 + ٥ (-١,٥)^2 = ٢٢,٥$

(٦) نحسب التباين داخل وبين المجموعتين :

التباين الداخلى = $\frac{\text{مجموع المربعات الداخلية}}{\text{درجات الحرية المناظرة}} = \frac{٣٨}{٨} = ٤,٧٥$

التباين البينى = $\frac{\text{مجموع المربعات البينية}}{\text{درجات الحرية المناظرة}} = \frac{٢٢,٥}{١} = ٢٢,٥$

(٧) نحسب النسبة الفائية (ف) :

ف = $\frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \frac{٢٢,٥}{٤,٧٥} = ٤,٧٣٧$

(٨) نقوم بتكوين الجدول الآتى :

مصدر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف	الدلالة
داخل المجموعات	٨	٣٨	٤,٧٥	٤,٧٤	غير دالة
بين المجموعات	١	٢٢,٥	٢٢,٥		
المجموع	٩	٦٠,٥			

(٩) نكشـــف فـــى الجـــداول الإحصائية عن قيمة فَ الجدولية عند درجات حرية التبايـــن الكبير (١) ، ودرجات حرية التباين الصغير (٨) عند مستوى ٠,٠٥ نجـــد أن فَ = ٥,٣٢ ، وبالـــتالى لا يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات تحصيل البنين ودرجات تحصيل البنات فى اختبار الحساب ، أى يمكن قبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل .

٢ـ تحليل التباين بين ثلاث مجموعات :

(أ) درجات الحرية الداخلية = $\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢} + \text{ن}_{٣} - ٣$

(ب) درجات الحرية البينية = عدد المجموعات − ١ = ٣ − ١ = ٢

(جـ) مجموع المربعات الداخلية : $\text{ن}_{١}\text{ع}^{٢}_{١} + \text{ن}_{٢}\text{ع}^{٢}_{٢} + \text{ن}_{٣}\text{ع}^{٢}_{٣}$

(د) مجموع المربعات البينية : $\text{ن}_{١}\text{ح}^{٢}_{\text{م}١} + \text{ن}_{٢}\text{ح}^{٢}_{\text{م}٢} + \text{ن}_{٣}\text{ح}^{٢}_{\text{م}٣}$

حيث أن $\text{ح}_{\text{م}٣} = (\text{م}_{٣} - \text{مَ})$

(هـ) نحسب التباين الداخلى :

$$\text{التباين الداخلى} = \frac{\text{ن}_{١}\text{ع}^{٢}_{١} + \text{ن}_{٢}\text{ع}^{٢}_{٢} + + \text{ن}_{٢}\text{ع}^{٢}_{٢}}{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢} + \text{ن}_{٣} - ٣}$$

(و) نحسب التباين البينى :

$$\text{التباين البينى} = \frac{\text{ن}_{١}\text{ح}^{٢}_{١} + \text{ن}_{٢}\text{ح}^{٢}_{٢} + + \text{ن}_{٢}\text{ح}^{٢}_{٢}}{٢}$$

(ز) نحسب النسبة الفائية (ف) :

$$\text{ف} = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

ونتـــبع نفس الخطوات السابقة فى الكشف عن " فَ " الجدولية ومقارنة قيمة " ف " المحسوبة بقيمة " فَ " الجدولية .

• المقارنات المتعددة بين المتوسطات :

إن تحليل التباين يوضح فقط ما إذا كانت توجد أو لا توجد فروق بين المعالجات ، أو المجموعات ، ويجب علينا فى حالة وجود فروق جوهرية بين المعالجات ، أو المجموعات أن نوضح أى المعالجات أو المجموعات التى تسببت فى وجود هذه الفروق (أى المجموعات تختلف عن الأخرى) ؛ وذلك بمعرفة اتجاه دلالة الفروق بين المتوسطات فى حالة أكثر من معالجتين ، أو مجموعتين ، فيجب أن يستخدم الباحث اختبارات المتابعة *Follow-Up Tests* (المقارنات المتعددة بين المتوسطات) والتى منها :

أ - اختبار توكى : *Tukey HSD Test*

قدم " توكى " هذه الطريقة عام ١٩٥٣ والتى تعتمد على تحديد خطأ التجربة كلها (لجميع المقارنات الممكنة لأزواج المتوسطات) * ، بالقيمة (α) وذلك لتقليل خطأ المقارنة الواحدة كلما زاد عدد المقارنات ، وأطلق " توكى " عليها مسمى *HSD* اختصاراً لـ *Honestly Significant Difference* (أدق فرق معنوى) ، ويكون الفرق بين المتوسطين دالاً إذا كانت قيمته أكبر من قيمة *HSD* التى يمكن حسابها من المعادلة الآتية :

$$HSD = q \sqrt{\frac{\text{تباين الخطأ (التباين داخل المجموعات)}}{\text{ن}}}$$

حيث أن :

q = قيمة q الجدولية التى نستخرجها من جدول مدى إحصاءة " ت " *Studentized Range Statistic* – المرفق بالجداول الإحصائية فى هذا الكتاب – المقابلة لدرجات حرية = (عدد المتوسطات ، درجات حرية تباين الخطأ) ، عند نفس مستوى دلالة النسبة الفائية (ف) الناتجة عن تحليل التباين المستخدم فى الدراسة ، ن = عدد الأفراد فى المجموعة الواحدة

---

* عدد المقارنات الممكنة بين أزواج المتوسطات = $\frac{\text{ك}(\text{ك} - 1)}{2}$ ، حيث ك = عدد المجموعات

ويستخدم اختبار " توكى " فى حالة إعتدالية التوزيع فى كل المعالجات ، أو المجموعات ، وفى حالة تجانس التباين ، وأيضاً فى حالة تساوى (ن) فى كل المعالجات ، أو المجموعات ، ويتم اختبار الفرض الصفرى ($م_{١} = م_{٢} = ... م_{ك}$) بالمقارنة الثنائية بين أكبر وأصغر متوسطين ، وبالتالى يُعد اختبار " توكى " بديلاً لاختبار تحليل التباين (اختبار ف) ، فهو يجيب كما يجيب اختبار (ف) عن الفرض الصفرى العام ، كما يُعد اختبار " توكى " أحد اختبارات المقارنات البعدية ، ويمكن التعبير عنه فى صورة نسبة على النحو الآتى :

$$q = \frac{م_{ك} - م_{د}}{\sqrt{\frac{\text{تباين الخطأ}}{ن}}}$$

حيث أن :

q = مدى إحصاءة (ت) المحسوبة .

$م_{ك}$ = أكبر متوسط محسوب للمعالجات ، أو المجموعات المختلفة .

$م_{د}$ = أصغر متوسط محسوب للمعالجات ، أو المجموعات المختلفة .

ونستخدم المعادلة السابقة بعد ترتيب متوسطات المجموعات ترتيباً تصاعدياً ، ثم نحسب الفرق بين كل متوسط وغيره من المتوسطات الأخرى ، ونقسم الناتج على المقدار $\sqrt{\frac{\text{تباين الخطأ}}{ن}}$ وبذلك نحصل على قيمة q المحسوبة ، ثم نقارن هذه القيمة (q المحسوبة) بقيمة q الجدولية المقابلة لدرجات حرية (٢ ، درجات حرية تباين الخطأ) عند نفس مستوى دلالة النسبة الفائية (ف) الناتجة عن تحليل التباين ، فإذا كانت قيمة q المحسوبة > قيمة q الجدولية دلَّ ذلك على وجود فرق جوهرى بين المتوسطين اللذين نقارن بينهما ، أو بين المتوسطات موضوع المقارنة .

ب- طريقة (مدى) شيفيه : *Scheffé Method*

قدم " شيفيه " هذه الطريقة عام ١٩٥٣ ، وهى طريقة أكثر تحفظاً من طريقة " توكى " للمقارنات الثنائية ، لكنها أكثر حساسية للمقارنات المركبة ، ويُفضل استخدامها للمقارنات غير الثنائية ، وللعينات غير المتساوية ، وللمقارنات بين أى عدد من المتوسطات بعد استخدام تحليل التباين ، لذا تُعد هذه الطريقة إحدى طرق المقارنات البعدية .

وتحـــدد طــريقة " شيفيه " مساحة أكبر من المساحة التى تحددها طريقة " توكــى " لقــبول الفــرض الصفرى ، أى أن القيمة الحرجة التى تحددها طريقة " شـــيفيه " أكــبر مـــن القيمة الحرجة التى تحددها طريقة " توكى " لقبول الفرض الصفرى ، وهذا السبب الذى جعل طريقة " شيفيه " أكثر تحفظاً ، بالإضافة إلى أن خطـــأ الـــنوع الأول للمقارنـــة الواحدة فى طريقة " شيفيه " يقل كثيراً عن طريقة " توكى " مما يزيد من قوة طريقة " شيفيه " عن الطرق الأخرى .

ويستخدم الباحث طريقة " توكى " أو طريقة " شيفيه " فى حالة ما إذا كان حجـــم المجموعـــة أكبر من ١٥ فرداً ، وفى حالة عدم وجود فروق دالة باستخدام طريقة " شيفيه " ، فيجب على الباحث أن يستخدم طريقة " توكى " .

ويحسب الفرق بين أى متوسطين من المعادلة الآتية :

$$ف = \frac{(م_١ - م_٢)^٢ (ن_١ \times ن_٢)}{د . ح (ن_١ + ن_٢)}$$

ويمكـــن أن تـــأخذ المعادلة السابقة بعد قسمة كل من البسط والمقام على ($ن_١ \times ن_٢$) الصورة الآتية :

$$ف = \frac{(م_١ - م_٢)^٢}{د . ح (\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢})}$$

حيث أن :

$م_١$ ، $م_٢$ = متوسطى المجموعتين المطلوب المقارنة بينهما

د . ح = تباين الخطأ (التباين داخل المجموعات)

ونحسب دلالة الفرق بين كل متوسطين على حده على النحو الآتى :

(١) نستخرج من جدول النسبة الفائية قيمة " فَ " الجدولية المقابلة لدرجات حرية التبايـــن الصـــغير (المقام) ، ودرجات حرية التباين الكبير (البسط) ، عند نفس مستوى دلالة الفروق الناتجة عن تحليل التباين ، ثم نضرب هذه القيمة (فَ) × درجات حرية بين المجموعات (عدد المجموعات – ١) ، وبالتالى نحصل على قيمة (فً) الجدولية الجديدة .

(٢) نقارن " ف " المحسوبة بالقيمة الجدولية الجديدة (فَ) ، فإذا كانت " ف " ≥ " فَ " دلَّ ذلك على وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطى المجموعتين ، لصالح المجموعة ذات المتوسط الأكبر .

ويمكن حساب مدى " شيفيه " *(R.S)* أيضاً فى حالة عدم تساوى المجموعات من المعادلة الآتية :

$$R.S = \pm \sqrt{\text{ف}\,(\text{ك} - ١) \times \text{الخطأ المعيارى}} \qquad (١)$$

$$\because \text{الخطأ المعيارى لكل مقارنة} = \sqrt{\frac{\text{تباين الخطأ}}{\text{ن}_١ + \text{ن}_٢}} \qquad (٢)$$

بالتعويض من المعادلة (٢) فى المعادلة (١) عن قيمة الخطأ المعيارى نحصل على المعادلة الآتية :

$$R.S = \pm \sqrt{\text{ف}\,(\text{ك} - ١) \times \frac{\text{تباين الخطأ}}{\text{ن}_١ + \text{ن}_٢}} \qquad (٣)$$

حيث أن :

R. S = مدى شيفيه

ف = فَ الجدولية المقابلة لدرجات حرية بين المجموعات ، أو درجات حرية البسط (ك –١) ، ودرجات حرية داخل المجموعات ، أو درجات حرية المقام ($\text{ن}_١ + \text{ن}_٢ - \text{ك}$) ، عند نفس مستوى دلالة (ف) الناتجة عن تحليل التباين المستخدم .

ك = عدد المجموعات ، $\text{ن}_١$ ، $\text{ن}_٢$ = عدد الأفراد فى كل مجموعة .

وعندما تتساوى أعداد الأفراد فى جميع المجموعات ($\text{ن}_١ = \text{ن}_٢ = ... = \text{ن}$) فإن المعادلة (٣) تأخذ الصورة الآتية :

$$R.S = \pm \sqrt{\text{ف}\,(\text{ك} - ١) \times \frac{٢ \times \text{تباين الخطأ}}{\text{ن}}} \qquad (٤)$$

ويصبح الخطأ المعيارى لكل المقارنات مساوياً $\sqrt{\frac{٢ \times \text{تباين الخطأ}}{\text{ن}}}$

فإذا كان الفرق بين المتوسطين المطلوب المقارنة بينهما ≥ مدى شيفيه *(R.S)* دلَّ ذلك على أن هذا الفرق دال إحصائياً لصالح المتوسط الأكبر .

جـ- اختبار أدنى فرق دال : *Least Significant Difference Test (LSD)*

يُعـد اختـبار أدنى فرق دال *(LSD)* الذى اقترحه " فيشر " *Fisher* عام ١٩٤٨ أول الطـرق الإحصائية لاختبار الفروق بين المقارنات الثنائية بعد إجراء تحليل التباين وحساب النسبة الفائية (ف) الدالة إحصائياً ، ويحسب أدنى فرق دال من المعادلات الآتية :

(١) عندما تكون العينات أو المجموعات متساوية :

$$LSD = ت \times ع \sqrt{\frac{٢}{ن}}$$

حيث أن :

ت = تَ الجدولـية المقابلة لدرجات حرية داخل المجموعات (درجات حرية تباين الخطـأ) عـند نفـس مستوى دلالة النسبة الفائية (ف) الناتجة من تحليل التباين .

$$\because ع = \sqrt{تباين الخطأ} \quad \therefore ع^{٢} = تباين الخطأ$$

$$\therefore LSD = ت \times \sqrt{\frac{٢ \times تباين الخطأ}{ن}}$$

(٢) عندما تكون العينات أو المجموعات غير متساوية :

$$LSD = ت \times \sqrt{\frac{تباين الخطأ}{ن_{١} + ن_{٢}}}$$

ويكـون الفـرق بين المتوسطين دالاً إحصائياً إذا كانت قيمة هذا الفرق أكبر من قيمة *LSD* .

٣. تحليل التباين من الدرجات الخام مباشرة:

مثال (٨) :

أراد باحـث أن يختـبر فعالية أربع طرق من طرق التدريس (لعب الدور ، الـنمذجة ، الإلقــاء ، التعلم التعاونى) على أربع مجموعات من تلاميذ الصف الثانى بالمــرحلة الإعدادية ، وذلك لمعرفة تأثير هذه الطرق على تحصيل هؤلاء التلاميذ فى مادة الرياضيات ، وبعد انتهاء التجربة حصل الباحث على البيانات الآتية :

مجموعة (١) لعب الدور	مجموعة (٢) النمذجة	مجموعة (٣) الإلقــاء	مجموعة (٤) التعاونية
٨	١٧	٤	٢٠
٩	١٦	٤	١٥
٧	١٤	٢	١٧
١٠	٩	٢	١٧
١٢	٨	٩	١٦
٩	٨	١	١٦
٤	٧	٥	١٥
١٠	١٢	٦	٢١
١١	١١	٤	١٤
٨	١٠	٨	٢٢

خطوات الحل :

أ – نكون جدولاً ونسجل فيه مجموع درجات كل مجموعة ومجموع مربعات هذه الدرجات على النحو الآتى :

مجموعة (١) لعب الدور		مجموعة (٢) النمذجة		مجموعة (٣) الإلقــاء		مجموعة (٤) التعاونية	
س ١	س٢ ١	س ٢	س٢ ٢	س ٣	س٢ ٣	س ٤	س٢ ٤
٨	٦٤	١٧	٢٨٩	٤	١٦	٢٠	٤٠٠
٩	٨١	١٦	٢٥٦	٤	١٦	١٥	٢٢٥
٧	٤٩	١٤	١٩٦	٢	٨	١٧	٢٨٩
١٠	١٠٠	٩	٨١	٢	٨	١٧	٢٨٩
١٢	١٤٤	٨	٦٤	٩	٨١	١٦	٢٥٦
٩	٨١	٨	٦٤	١	١	١٦	٢٥٦
٤	١٦	٧	٤٩	٥	٢٥	١٥	٢٢٥
١٠	١٠٠	١٢	١٤٤	٦	٣٦	٢١	٤٤١
١١	١٢١	١١	١٢١	٤	١٦	١٤	١٩٦
٨	٦٤	١٠	١٠٠	٨	٦٤	٢٢	٤٨٤
مجـ س١ = ٨٨	مجـ س٢ ١ = ٨٢٠	مجـ س٢ = ١١٢	مجـ س٢ ٢ = ١٣٦٤	مجـ س٣ = ٤٥	مجـ س٢ ٣ = ٢٦٣	مجـ س٤ = ١٧٣	مجـ س٢ ٤ = ٣٠٦١

ب– مجموع المربعات داخل المجموعات :

نحسب مجموع المربعات داخل كل مجموعة من المعادلات الآتية :

$$\text{مجموع المربعات داخل المجموعة الأولى} = \text{مجـ س}^{2}_{1} - \frac{(\text{مجـ س}_{1})^{2}}{\text{ن}}$$

$$= ٨٢٠ - \frac{(٨٨)^{2}}{١٠}$$

$$= ٨٢٠ - ٧٧٤,٤ = ٤٥,٦$$

مجموع المربعات داخل المجموعة الثانية = مجـ س$^{2}_{2}$ − $\frac{(\text{مجـ س}_2)^2}{\text{ن}}$

$= ١٣٦٤ - \frac{(١١٢)^2}{١٠}$

$= ١٣٦٤ - ١٢٥٤,٤ = ١٠٩,٦$

مجموع المربعات داخل المجموعة الثالثة = مجـ س$^{2}_{3}$ − $\frac{(\text{مجـ س}_3)^2}{\text{ن}}$

$= ٢٦٣ - \frac{(٤٥)^2}{١٠}$

$= ٢٦٣ - ٢٠٢,٥ = ٦٠,٥$

مجموع المربعات داخل المجموعة الرابعة = مجـ س$^{2}_{4}$ − $\frac{(\text{مجـ س}_4)^2}{\text{ن}}$

$= ٣٠٦١ - \frac{(١٧٣)^2}{١٠}$

$= ٣٠٦١ - ٢٩٩٢,٩ = ٦٨,١$

∴ مجموع المربعات داخل المجموعات الأربع =

$= ٤٥,٦ + ١٠٩,٦ + ٦٠,٥ + ٦٨,١ = ٢٨٣,٨$

ويمكن حساب مجموع المربعات داخل المجموعات مباشرة من المعادلة الآتية :

مجموع المربعات داخل المجموعات =

مجموع مربعات درجات المجموعات − $\frac{\text{مربع مجموع درجات كل مجموعة}}{\text{عدد أفراد المجموعات}}$

= مجـ س$^{2}_{1}$ + مجـ س$^{2}_{2}$ + مجـ س$^{2}_{3}$ + مجـ س$^{2}_{4}$

$- \left[\frac{(\text{مجـ س}_1)^2}{\text{ن}_1} + \frac{(\text{مجـ س}_2)^2}{\text{ن}_2} + \frac{(\text{مجـ س}_3)^2}{\text{ن}_3} + \frac{(\text{مجـ س}_4)^2}{\text{ن}_4} \right]$

$= ٨٢٠ + ١٣٦٤ + ٢٦٣ + ٣٠٦١ - \left[\frac{(٨٨)^2}{١٠} + \frac{(١١٢)^2}{١٠} + \frac{(٤٥)^2}{١٠} + \frac{(١٧٣)^2}{١٠} \right]$

$= ٥٥٠٨ - ٥٢٢٤,٢ = ٢٨٣,٨$

∴ مجموع المربعات داخل المجموعات = ٢٨٣,٨ وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها من الخطوة (ب) .

جـ- مجموع المربعات بين المجموعات :

نحسب المتوسط العام لدرجات المجموعات الأربع (مَ) من المعادلة الآتية :

$$\bar{\text{م}} = \frac{\text{المجموع الكلى للدرجات}}{\text{عدد أفراد المجمـــوعات}} = \frac{٤١٨}{٤٠} = ١٠,٤٥$$

نحسب متوسط درجات كل مجموعة على النحو الآتى :

متوسط درجات المجموعة الأولى $(\text{م}_١) = \frac{\text{مجـ س}_١}{\text{ن}_١} = \frac{٨٨}{١٠} = ٨,٨$

متوسط درجات المجموعة الثانية $(\text{م}_٢) = \frac{\text{مجـ س}_٢}{\text{ن}_٢} = \frac{١١٢}{١٠} = ١١,٢$

متوسط درجات المجموعة الثالثة $(\text{م}_٣) = \frac{\text{مجـ س}_٣}{\text{ن}_٣} = \frac{٤٥}{١٠} = ٤,٥$

متوسط درجات المجموعة الرابعة $(\text{م}_٤) = \frac{\text{مجـ س}_٤}{\text{ن}_٤} = \frac{١٧٣}{١٠} = ١٧,٣$

∴ مجموع المربعات بين المجموعات =

$$\text{ن}_١(\text{م}_١ - \bar{\text{م}})^٢ + \text{ن}_٢(\text{م}_٢ - \bar{\text{م}})^٢ + \text{ن}_٣(\text{م}_٣ - \bar{\text{م}})^٢ + \text{ن}_٤(\text{م}_٤ - \bar{\text{م}})^٢$$

$$= ١٠(٨,٨ - ١٠,٤٥)^٢ + ١٠(١١,٢ - ١٠,٤٥)^٢ +$$

$$١٠\,(٤,٥ - ١٠,٤٥)^٢ + ١٠(١٧,٣ - ١٠,٤٥)^٢ = ٨٥٦,١$$

ويمكن حساب مجموع المربعات بين المجموعات مباشرة من المعادلة الآتية :

$$\text{مجـ المربعات بين المجموعات} = \text{مجـ}\left[\frac{(\text{مجـ س}_١)^٢}{\text{ن}_١} + \frac{(\text{مجـ س}_٢)^٢}{\text{ن}_٢} + \frac{(\text{مجـ س}_٣)^٢}{\text{ن}_٣} + \frac{(\text{مجـ س}_٤)^٢}{\text{ن}_٤}\right] - \frac{\text{مربع المجموع الكلى للدرجات}}{\text{عدد الأفراد الكلى}}$$

$$= \left[\frac{(٨٨)^٢}{١٠} + \frac{(١١٢)^٢}{١٠} + \frac{(٤٥)^٢}{١٠} + \frac{(١٧٣)^٢}{١٠}\right] - \frac{(٤١٨)^٢}{٤٠}$$

$$= ٥٢٢٤,٢ - ٤٣٦٨,١ = ٨٥٦,١$$

∴ مجموع المربعات بين المجموعات = ٨٥٦,١ وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها من الخطوة (جـ) .

د – المجموع الكلى للمربعات :

نحسب المجموع الكلى للمربعات من المعادلة الآتية :

المجموع الكلى للمربعات = مجموع المربعات داخل المجموعات + مجموع المربعات بين المجموعات

= ٢٨٣,٨ + ٨٥٦,١ = ١١٣٩,٩

ويمكن حساب المجموع الكلى للمربعات مباشرة من المعادلة الآتية :

$$\text{المجموع الكلى للمربعات} = \text{مجـ س}_{١}^{٢} + \text{مجـ س}_{٢}^{٢} + \text{مجـ س}_{٣}^{٢} + \text{مجـ س}_{٤}^{٢} - \frac{\text{مربع المجموع الكلى للدرجات}}{\text{عدد الأفراد الكلى}}$$

$$= ٨٢٠ + ١٣٦٤ + ٢٦٣ + ٣٠٦١ - \frac{(٤١٨)^{٢}}{٤٠}$$

$$= ٥٥٠٨ - ٤٣٦٨,١ = ١١٣٩,٩$$

∴ المجمـــوع الكلى للمربعات = ١١٣٩,٩ وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها من الخطوة (د) .

ويمكـــن حســـاب مجمـــوع المربعات داخل المجموعات عن طريق طرح مجموع المربعات بين المجموعات من المجموع الكلى للمربعات ، أى أن :

مجموع المربعات داخل المجموعات = المجموع الكلى للمربعات − مجموع المربعات بين المجموعات

كمـــا أن مجموع المربعـــات بين المجموعات = المجموع الكلى للمربعات − مجموع المربعات داخل المجموعات

هـــ- درجات الحرية :

درجات حرية التباين داخل المجموعات = عدد الأفراد الكلى − عدد المجموعات (ك)

$$= ٤٠ - ٤ = ٣٦$$

درجات حرية التباين بين المجموعات = عدد المجموعات − ١ = ٤ − ١ = ٣

درجات حرية المجموع الكلى للمربعات =

درجات حرية داخل المجموعات + درجات حرية بين المجموعات =

عدد الأفراد الكلى فى المجموعات − ١

و − متوسط المربعات (التباين) :

$$\text{متوسط المربعات (التباين) داخل المجموعات} = \frac{\text{مجموع المربعات داخل المجموعات}}{\text{درجات الحرية الداخلية}}$$

$$= \frac{٢٨٣,٨}{٣٦} = ٧,٨٨$$

ويُطلق على متوسط المربعات أو التباين داخل المجموعات تباين الخطأ

متوسط المربعات بين المجموعات = $\frac{\text{مجموع المربعات بين المجموعات}}{\text{درجات الحرية البينية}}$

= $\frac{٨٥٦,١}{٣}$ = ٢٨٥,٣٧

ز – النسبة الفائية (ف) :

ف = $\frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$ = $\frac{٢٨٥,٣}{٧,٨٨}$ = ٣٦,٢١

ثم نكشف في جداول النسبة الفائية عند درجات حرية البسط (التباين الكبير) = ٣ ، ودرجات حرية المقام (التباين الصغير) = ٣٦ ومستويات الدلالة ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ ، نجد أن قيمة النسبة الفائية (فَ) الجدولية = ٦,٨٣ ، أى أن قيمة " ف " المحسوبة (٣٦,٢١) > قيمة " فَ " الجدولية عند مستوى ٠,٠١ ، أى توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطات درجات تحصيل تلاميذ المجموعات الأربع فى طرق التدريس المستخدمة ، ومن هنا يتم رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل .

ح – لا يكتفى الباحث بمعرفة دلالة الفروق ، بل يجب عليه حساب حجم التأثير عن طريق حساب مربع معامل *إيتا* (η^2) :

η^2 = $\frac{\text{مجـ المربعات بين المجموعات}}{\text{المجموع الكلى للمربعات}}$ = $\frac{٨٥٦,١}{١١٣٩,٩}$ = ٠,٧٥

∴ التباين المفسر = ٧٥ % وهذا يدل على حجم تأثير كبير .

ط– يقوم الباحث بتفريغ البيانات السابقة فى جدول على النحو الآتى :

مصدر التباين	درجات الحرية	مجـ. المربعات	م. المربعات	ف	الدلالة	η^2
بين المجموعات	٣	٨٥٦,١	٢٨٥,٣٧	٣٦,٢١	٠,٠١	٠,٧٥ تأثير كبير
داخل المجموعات(الخطأ)	٣٦	٢٨٣,٨	٧,٨٨			
المجموع الكلى	٣٩	١١٣٩,٩	—			

والباحث هنا لا يكتفى بمعرفة دلالة الفروق بين متوسطات درجات تحصيل تلاميذ المجموعات وحجم تأثيرها ، بل يجب عليه أيضاً معرفة أية طريقة من طرق التدريس الأربع تسببت فى وجود هذه الفروق ، وذلك باستخدام اختبارات المتابعة والتى منها طريقة توكى *(HSD)* .

$$HSD = q \times \sqrt{\frac{\text{تباين الخطأ}}{\text{ن}}}$$

قيمة q الجدولية المقابلة لدرجات حرية تباين الخطأ (٣٦) ، وعدد المتوسطات (٤) عند مستوى ٠,٠١ = ٤,٧٥ .

$$\therefore HSD = ٤,٧٥ \times \sqrt{\frac{٧,٨٨}{١٠}}$$

$$= ٤,٧٥ \times ٠,٨٩ = ٤,٢٣$$

ى - يُكوِّن الباحث مصفوفة الفروق بين متوسطات درجات تحصيل المجموعات الأربع على النحو الآتى :

المتوسطات	الفروق بين المتوسطات			HSD
	م٢	م٣	م٤	
م١ = ٨,٨٠	٢,٤٠	٤,٣٠*	٨,٥٠*	٤,٢٣
م٢ = ١١,٢٠		٦,٧٠*	٦,١٠*	
م٣ = ٤,٥٠			١٢,٨*	
م٤ = ١٧,٣٠				

ثم يقارن الباحث الفروق بين المتوسطات بقيمة HSD (٤,٢٣) عند مستوى ٠,٠١ ، فيكون الفرق بين المتوسطين دالاً إذا كانت قيمته $\geq$ قيمة HSD ، وبالتالى نجد أنه :

(١) لا توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الأولى (لعب الدور) ، ودرجات تحصيل المجموعة الثانية (النمذجة) .

(٢) توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الأولى (لعب الدور) ، ودرجات تحصيل المجموعة الثالثة (الإلقاء) ، لصالح المجموعة الأولى .

(٣) توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الأولى (لعب الدور) ، ودرجات تحصيل المجموعة الرابعة (التعلم التعاونى) ، لصالح المجموعة الرابعة .

(٤) توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الثانية (النمذجة) ودرجات تحصيل المجموعة الثالثة (الإلقاء) ، لصالح المجموعة الثانية .

(٥) توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الثانية (النمذجة) ، ودرجات تحصيل المجموعة الرابعة (التعلم التعاونى) ، لصالح المجموعة الرابعة .

(٦) توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الثالثة (الإلقاء) ، ودرجات تحصيل المجموعة الرابعة (التعلم التعاونى) ، لصالح المجموعة الرابعة .

وبالتالى يمكن أن يقرر الباحث أن طرق التدريس التى تؤثر تأثيراً موجباً فى تحصيل التلاميذ لمادة الرياضيات على الترتيب هى : التعلم التعاونى ، التعلم بالنمذجة ، التعلم عن طريق لعب الدور ، وأقل الطرق تأثيراً هى طريقة الإلقاء .

مثال (٩) :

قام باحث بإعداد برنامج لتنمية التفكير الابتكارى لدى أطفال الروضة ، وقام بتطبيقه على عينة عشوائية مكونة من ٢١ طفلاً تم تقسيمهم بطريقة عشوائية إلى ثلاث مجموعات ، وبعد انتهاء البرنامج قام الباحث بتطبيق مقياس التفكير الابتكارى على مجموعات التلاميذ لمعرفة أياً من المجموعات حققت أكثر استفادة من البرنامج ، فحصل على البيانات الآتية :

المجموعة (١)	١٢	١٨	١٦	٨	٦	١٢	١٠
المجموعة (٢)	١٨	١٧	١٦	١٨	١٢	١٧	١٠
المجموعة (٣)	٦	٤	١٤	٤	٦	١٢	١٤

خطوات الحل :

(١) نكون جدولاً يتضمن البيانات الآتية :

المجموعة (١)		المجموعة (٢)		المجموعة (٣)	
س١	س٢١	س٢	س٢٢	س٣	س٢٣
١٢	١٤٤	١٨	٣٢٤	٦	٣٦
١٨	٣٢٤	١٧	٢٨٩	٤	١٦
١٦	٢٥٦	١٦	٢٥٦	١٤	١٩٦
٨	٦٤	١٨	٣٢٤	٤	١٦
٦	٣٦	١٢	١٤٤	٦	٣٦
١٢	١٤٤	١٧	٢٨٩	١٢	١٤٤
١٠	١٠٠	١٠	١٠٠	١٤	١٩٦
مجـ س١	مجـ س٢١	مجـ س٢	مجـ س٢٢	مجـ س٣	مجـ س٢٣
٨٢	١٠٦٨	١٠٨	١٧٢٦	٦٠	٦٤٠

(٢) مجموع المربعات داخل المجموعات =

١٠٦٨ + ١٧٢٦ + ٦٤٠ − [$\frac{(٨٢)^٢}{٧}$ + $\frac{(١٠٨)^٢}{٧}$ + $\frac{(٦٠)^٢}{٧}$]

= ٣٤٣٤ − ٣١٤١,١٤ = ٢٩٢,٨٦

(٣) مجموع المربعات بين المجموعات =

مجـ [$\frac{(٨٢)^٢}{٧}$ + $\frac{(١٠٨)^٢}{٧}$ + $\frac{(٦٠)^٢}{٧}$] − $\frac{(٨٢ + ١٠٨ + ٦٠)^٢}{٢١}$

= ٣١٤١,١٤ − ٢٩٧٦,١٩ = ١٦٤,٩٥

(٤) مجموع المربعات الكلى = ناتج (٢) + ناتج (٣)

= ٢٩٢,٨٦ + ١٦٤,٩٥ = ٤٥٧,٨١

(٥) درجات الحرية داخل المجموعات = ٢١ − ٣ = ١٨

درجات الحرية بيـــن المجموعات = ٣ − ١ = ٢

درجات الحرية للمجموع الكلى للمربعات = ٢١ − ١ = ٢٠

(٦) تباين الخطأ = $\frac{٢٩٢,٨٦}{١٨}$ = ١٦,٢٧

(٧) التباين بين المجموعات = $\frac{١٦٤,٩٥}{٢}$ = ٨٢,٤٨

(٨) ف = $\frac{٨٢,٤٨}{١٦,٢٧}$ = ٥,٠٧

(٩) مربع معامل إيتا (η^2) = $\frac{١٦٤,٩٥}{٤٥٧,٨١}$ = ٠,٣٦

(١٠) يفرغ الباحث النتائج السابقة فى الجدول الآتى :

مصدر التباين	درجات الحرية	مجـ. المربعات	م. المربعات	ف	الدلالة	η^2
بين المجموعات	٢	١٦٤,٩٥	٨٢,٤٨	٥,٠٧	٠,٠٥	٠,٣٦ تأثير مرتفع
داخل المجموعات	١٨	٢٩٢,٨٦	١٦,٢٧			
المجموع الكلى	٢٠	٤٥٧,٨١				

نلاحــظ من الجدول السابق وجود فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥ بيــن متوسطات درجات المجموعات الثلاث فى التفكير الابتكارى مع وجود حجم تأثــير مــرتفع . ولمعــرفة اتجــاه دلالة الفروق بين متوسطات الدرجات يمكن استخدام مدى شيفيه على النحو الآتى :

$$RS = \pm \sqrt{\text{ف (ك} - ١) \times \text{تباين الخطأ} \times \frac{٢}{\text{ن}}}$$

$$RS = \pm \sqrt{٣,٥٥ \,(٣- ١) \times ١٦,٢٧ \times \frac{٢}{٧}}$$

$RS = \pm$ ٥,٧٤ عند مستوى ٠,٠٥

المتوسطات	الفروق بين المتوسطات		R.S
	م٢	م٣	
م١ = ١١,٧١ م٢ = ١٥,٤٣ م٣ = ٨,٥٧	٣,٧٢	٣,١٤ ٦,٨٦*	٥,٧٤

نلاحــظ من الجدول السابق أنه لا توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطى درجــات المجموعتين (١ ، ٢) ، ومتوسطى درجات المجموعتين (١ ، ٣) ، بيــنما توجــد فــروق دالــة إحصــائياً عــند مســتوى ٠,٠٥ بيــن متوسطى درجــات المجموعــة (٢) ، ودرجــات المجموعة (٣) ، لصالح المجموعة (٢) ، أى أن المجموعــة (٢) أكــثر المجموعــات الثلاث استفادة من برنامج التفكير الابتكارى .

تمارين :

١- طبق باحث اختباراً فى التحصيل لقياس مستوى تحصيل ثلاث مجموعات من التلاميذ فحصل على البيانات الآتية :

الأولى	الثانية	الثالثة
١٢	١٨	٦
١٨	١٧	٤
١٦	١٦	١٤
٨	١٨	٤
٦	١٢	٦
١٢	١٧	١٢
١٠	١٠	١٤

اختبر دلالة الفروق بين درجات المجموعات الثلاث باستخدام تحليل التباين .

٢- اختبر دلالة الفروق بين درجات البنين والبنات فى القدرة على التذكر من البيانات الآتية باستخدام تحليل التباين .

درجات البنون	درجات البنات
٦	٧
٧	٦
١٥	٢
١٥	٨
١١	٧
١٢	٦

رابعاً : تحليل التباين المتعدد : *Multi Analysis of Variance (MANOVA)*

علمـــنا ممـــا سبق أن التباين البسيط يصلح فقط فى حالة متغير مستقل واحد ومتغـــير تابع واحد ، لذا أُطلق عليه تحليل التباين أحادى الاتجاه ، أما إذا كان الباحث بصـــدد إيجـــاد الفـــروق بيـــن مجموعات دراسته فى أكثر من متغير تابع ، فعليه أن يستخدم تحليل التباين لمتغيرات تابعة متعددة .

ويعـــد تحليل التباين المتعدد *Multivariate ANOVA* امتداداً لتحليل التباين البســـيط *ANOVA* ويـــتوازى تمامـــاً معه ، والفرق الوحيد بينهما أن تحليل التباين المـــتعدد يـــتعامل مـــع عدة متغيرات تابعة فى آن واحد ، بينما تحليل التباين البسيط يتعامل مع متغير تابع واحد فى المرة الواحدة .

مثال (١٠) :

أجـــرى باحـــث دراســـة على ثلاث مجموعات من طلاب المرحلة الثانوية تم اختـــيارهم بطـــريقة عشوائية ، وطبق عليهم اختبارين للذاكرة ، أحدهما يقيس التذكر قصـــير الأمـــد ، والـــثانى يقـــيس التذكر طويل الأمد ، وأراد الباحث اختبار الفرض الصفرى بأن الأصول الكلية الثلاثة التى أُشتقت منها عينات (مجموعات) الدراسة لها متوسطات متساوية فى اختبارى الذاكرة من البيانات الآتية :

المجموعة الأولى التذكر		المجموعة الثانية التذكر		المجموعة الثالثة التذكر	
قصير (ق١)	طويل (ط١)	قصير (ق٢)	طويل (ط٢)	قصير (ق٣)	طويل (ط٣)
٤	٢	٣	٢	٦	٥
٧	٦	٤	٤	٨	٨
٥	٤	٢	٢	٧	٤
٢	١	١	١	٦	٥
٦	٣	٤	٣	٩	٧

خطوات الحل :

يتـــبع الباحـــث نفـــس الخطـــوات التى تم شرحها عند استخدام تحليل التباين البســـيط مـــن الدرجـــات الخام مباشرة لكل متغير تابع على حده ، بعد تكوين الجدول الآتى :

المجموعة الأولى				المجموعة الثانية				المجموعة الثالثة			
$ق_{١}$	$ق^{٢}_{١}$	$ط_{١}$	$ط^{٢}_{١}$	$ق_{٢}$	$ق^{٢}_{٢}$	$ط_{٢}$	$ط^{٢}_{٢}$	$ق_{٣}$	$ق^{٢}_{٣}$	$ط_{٣}$	$ط^{٢}_{٣}$
٤	١٦	٢	٤	٣	٩	٢	٤	٦	٣٦	٥	٢٥
٧	٤٩	٦	٣٦	٤	١٦	٤	١٦	٨	٦٤	٨	٦٤
٥	٢٥	٤	١٦	٢	٤	٢	٤	٧	٤٩	٤	١٦
٢	٤	١	١	١	١	١	١	٦	٣٦	٥	٢٥
٦	٣٦	٣	٩	٤	١٦	٣	٩	٩	٨١	٧	٤٩
مجـ $ق_{١}$ ٢٤	مجـ $ق^{٢}_{١}$ ١٣٠	مجـ $ط_{١}$ ١٦	مجـ $ط^{٢}_{١}$ ٦٦	مجـ $ق_{٢}$ ١٤	مجـ $ق^{٢}_{٢}$ ٤٦	مجـ $ط_{٢}$ ١٢	مجـ $ط^{٢}_{٢}$ ٣٤	مجـ $ق_{٣}$ ٣٦	مجـ $ق^{٢}_{٣}$ ٢٦٦	مجـ $ط_{٣}$ ٢٩	مجـ $ط^{٢}_{٣}$ ١٧٩

أ – بالنسبة للمتغير التابع الأول (التذكر قصير الأمد ق) :

(١) مجموع المربعات داخل المجموعات =

$$١٣٠ + ٤٦ + ٢٦٦ - \left[\frac{(٢٤)^{٢}}{٥} + \frac{(١٤)^{٢}}{٥} + \frac{(٣٦)^{٢}}{٥} \right]$$

$$= ٤٤٢ - ٤١٣,٦ = ٢٨,٤$$

(٢) مجموع المربعات بين المجموعات :

$$= \frac{(٢٤)^{٢}}{٥} + \frac{(١٤)^{٢}}{٥} + \frac{(٣٦)^{٢}}{٥} - \left(\frac{٢٤ + ١٤ + ٣٦}{١٥} \right)^{٢}$$

$$= ٤١٣,٦ - ٣٦٥,٠٧ = ٤٨,٥٣$$

ب– بالنسبة للمتغير التابع الثانى (التذكر طويل الأمد ط) :

(١) مجموع المربعات داخل المجموعات =

$$٦٦ + ٣٤ + ١٧٩ - \left[\frac{(١٦)^{٢}}{٥} + \frac{(١٢)^{٢}}{٥} + \frac{(٢٩)^{٢}}{٥} \right]$$

$$= ٢٧٩ - ٢٤٨,٢ = ٣٠,٨$$

(٢) مجموع المربعات بين المجموعات =

$$\frac{(١٦)^{٢}}{٥} + \frac{(١٢)^{٢}}{٥} + \frac{(٢٩)^{٢}}{٥} - \left(\frac{١٦ + ١٢ + ٢٩}{١٥} \right)^{٢}$$

$$= ٢٤٨,٢ - ٢١٦,٦ = ٣١,٦$$

جـ– بالنسبة لحاصل ضرب القيم المتناظرة للمتغيرين (ق × ط) :

(١) يقوم الباحث بإعداد الجدول الآتى :

المجموعة الأولى			المجموعة الثانية			المجموعة الثالثة		
$ق_1$	$ط_1$	$ق_1 \times ط_1$	$ق_2$	$ط_2$	$ق_2 \times ط_2$	$ق_3$	$ط_3$	$ق_3 \times ط_3$
٤	٢	٨	٣	٢	٦	٦	٥	٣٠
٧	٦	٤٢	٤	٤	١٦	٨	٨	٦٤
٥	٤	٢٠	٢	٢	٤	٧	٤	٢٨
٢	١	٢	١	١	١	٦	٥	٣٠
٦	٣	١٨	٤	٣	١٢	٩	٧	٦٣
مجـ $ق_1$	مجـ $ط_1$	مجـ $ق_1 \times ط_1$	مجـ $ق_2$	مجـ $ط_2$	مجـ $ق_2 \times ط_2$	مجـ $ق_3$	مجـ $ط_3$	مجـ $ق_3 \times ط_3$
٢٤	١٦	٩٠	١٤	١٢	٣٩	٣٦	٢٩	٢١٥

مجـ ق (المجموع الكلى لدرجات المتغير الأول (ق) فى المجموعات الثلاث) =

مجـ $ق_1$ + مجـ $ق_2$ + مجـ $ق_3$ = ٧٤

مجـ ط (المجموع الكلى لدرجات المتغير الثانى (ط) فى المجموعات الثلاث) =

مجـ $ط_1$ + مجـ $ط_2$ + مجـ $ط_3$ = ٥٧

(٢) نحسب مجموع حاصل ضرب الدرجات المتناظرة فى المجموعات الثلاث :

مجـ(ق×ط) = مجـ($ق_1$×$ط_1$) + مجـ($ق_2$×$ط_2$) + مجـ($ق_3$×$ط_3$) =

= ٩٠ + ٣٩ + ٢١٥ = ٣٤٤

(٣) مجموع المربعات بين المجموعات :

$$= \left(\frac{\text{مجـ ق}_1 \times \text{مجـ ط}_1}{ن_1}\right) + \left(\frac{\text{مجـ ق}_2 \times \text{مجـ ط}_2}{ن_2}\right) + \left(\frac{\text{مجـ ق}_3 \times \text{مجـ ط}_3}{ن_3}\right)$$

$$- \left(\frac{\text{مجـ ق} \times \text{مجـ ط}}{ن_1 + ن_2 + ن_3}\right)$$

$$= \left(\frac{٢٤ \times ١٦}{٥}\right) + \left(\frac{١٤ \times ١٢}{٥}\right) + \left(\frac{٣٦ \times ٢٩}{٥}\right) - \left(\frac{٧٤ \times ٥٧}{١٠}\right)$$

$$= \left(\frac{٣٨٤}{٥}\right) + \left(\frac{١٦٨}{٥}\right) + \left(\frac{١٠٤٤}{٥}\right) - \left(\frac{٤٢١٨}{١٥}\right)$$

= ٧٦,٨ + ٣٣,٦ + ٢٠٨,٨ − ٢٨١,٢ = ٣١٩,٢ − ٢٨١,٢ = ٣٨

(٤) المجموع الكلى للمربعات فى المجموعات الثلاث =

$$\text{مجموع حاصل ضرب الدرجات المتناظرة} - \left(\frac{\text{مجـ ق} \times \text{مجـ ط}}{ن_1 + ن_2 + ن_3}\right)$$

= ٣٤٤ − ٢٨١,٢ = ٦٢,٨

(٥) مجموع المربعات داخل المجموعات =

المجموع الكلى للمربعات – مجموع المربعات بين المجموعات

= ٦٢,٨ – ٣٨ = ٢٤,٨

د- نعد مصفوفة مربعات بين المجموعات (S_b) والتى تتكون من ثلاثة عناصر هى الخانات القطرية لكل من المتغير التابع الأول (تنكر قصير الأمد ق) ، والمتغير التابع الثانى (تذكر طويل الأمد ط) ، وكذلك حاصل ضرب القيم المتناظرة للمتغيرين خارج الخانات القطرية على النحو الآتى :

$$S_b = \begin{bmatrix} ٤٨,٥٣ & ٣٨ \\ ٣٨ & ٣١,٦ \end{bmatrix}$$

هـ- نعد مصفوفة مربعات داخل المجموعات (S_w) والتى تتكون من عناصر مصفوفة بين المجموعات (S_b) ما عدا أنها لداخل المجموعات على النحو الآتى :

$$S_w = \begin{pmatrix} ٢٨,٤ & ٢٤,٨ \\ ٢٤,٨ & ٣٠,٨ \end{pmatrix}$$

و – نحسب قيمة المبدا (λ) والتى تنحصر فيما بين صفر ، ١ من المعادلة الآتية :

$$\lambda = \frac{|S_w|}{|S_b + S_w|}$$

$$S_b + S_w = \begin{pmatrix} ٤٨,٥٣ & ٣٨ \\ ٣٨ & ٣١,٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٢٨,٤٠ & ٢٤,٨ \\ ٢٤,٨ & ٣٠,٨ \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} ٧٦,٩٣ & ٦٢,٨٠ \\ ٦٢,٨٠ & ٦٢,٤٠ \end{pmatrix}$$

$$= ٧٦,٩٣ \times ٦٢,٤٠ - ٦٢,٨٠ \times ٦٢,٨٠$$

$$= ٤٨٠٠,٤٣ - ٣٩٤٣,٨٤ = ٨٥٦,٥٩$$

$$S_w = \begin{pmatrix} ٢٨,٤ & ٢٤,٨ \\ ٢٤,٨ & ٣٠,٨ \end{pmatrix} = ٢٨,٤ \times ٣٠,٨ - ٢٤,٨ \times ٢٤,٨$$

$$= ٨٧٤,٧٢ - ٦١٥,٠٤ = ٢٥٩,٦٨$$

$$\therefore \lambda = \frac{٢٥٩,٦٨}{٨٥٦,٥٩} = ٠,٣٠٣$$

ز – نحسب قيمة (ف) من المعادلة الآتية :

$$\text{ف} = \frac{1 - \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} \times \frac{(\text{ن} \times \text{ك} - \text{ك} - 1)}{\text{ك} - 1}$$

حيث أن :

ن = عدد الأفراد في المجموعة الواحدة ، ك = عدد المجموعات

$$\text{ف} = \frac{1 - \sqrt{0{,}303}}{\sqrt{0{,}303}} \times \frac{5 \times 3 - 3 - 1}{3 - 1}$$

$$= \frac{1 - 0{,}55}{0{,}55} \times \frac{11}{2}$$

$$= \frac{0{,}45}{0{,}55} \times 5{,}5 = 4{,}499 = 4{,}5$$

ح- نحسب درجات الحرية :

(١) درجات الحرية بين المجموعات :

= غ (ك – ١) = ٢ × ٢ = ٤ ، حيث أن غ = عدد المتغيرات التابعة

(٢) درجات الحرية داخل المجموعات :

= غ (ن × ك – ك – ١) = ٢ × ١١ = ٢٢

درجات الحرية = (٤ ، ٢٢) ، حيث أن درجات حرية البسط (التباين الكبير) = ٤ ، ودرجات حرية المقام (التباين الصغير) = ٢٢ ، وبالكشف عن قيمة " ف " الجدولية المقابلة لدرجات حرية (٤ ، ٢٢) عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ نجدها تساوى على الترتيب ٢,٨٢ ، ٤,٣١ ، وبالتالى فإن قيمة " ف " المحسوبة (٤,٥) > قيمة " ف " الجدولية عند مستوى ٠,٠١ .

∴ توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطات درجات المجموعات الثلاث فى كل متغير من المتغيرين التابعين (التذكر قصير الأمد ، التذكر طويل الأمد) .

وتوجد طريقة أخرى لتحديد دلالة المبادا (λ) ابتكرها " بارتليت " *Partlet* عن طريق حساب كا (سيأتى شرح كا بالتفصيل فى الفصل الرابع) من المعادلة الآتية :

$$\text{كا}^2 = (\text{ن} - 1) - \frac{\text{غ} + \text{ك}}{2} \times (-\lambda)$$

درجات الحرية = غ (ك – ١)

حيث أن :

ن = عدد الأفراد فى المجموعات = ١٥ ، غ = عدد المتغيرات التابعة = ٢

ك = عدد المجموعات = ٣ ، $-\lambda$ = معكوس ألمبادا المحسوبة

$$\therefore \text{كا}^{٢} = (١٥ - ١) - \frac{٢ + ٣}{٢} \times (-٠,٣٠٣)$$

$$= ١٤ + \frac{٥}{٢} \times ٠,٣٠٣ = ١٤,٧٥٨$$

ثــم نقــوم بالكشــف عــن قــيمة كــا^{٢} الجدولــية المقابلــة لدرجات حرية [غ × (ك − ١) = ٢ × (٣−١) = ٤] نجدها تساوى ١٣,٣ عند مستوى٠,٠١ ، وبالتالى فإن كا^{٢} المحسوبة (١٤,٧٥٨) > كا^{٢} الجدولية ، أى أنه توجد فروق دالة إحصــائياً عند مستوى ٠,٠١ بين تلاميذ المجموعات الثلاث فى التذكر قصير الأمد والــتذكر طويــل الأمد ، وبناءً على ذلك يتم رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل .

ط- يقــوم الباحــث بــتفريغ البــيانات الــتى حصــل عليها فى جدول على النحو الآتى :

<table dir="rtl">
<tr><th>المتغيرات</th><th>مصدر التباين</th><th>د. ح</th><th>مجموع المربعات</th><th>متوسط المربعات</th><th>ف</th><th>الدلالة</th><th>د. ح</th><th>ف الكلية</th><th>الدلالة</th></tr>
<tr><td rowspan="2">تذكر قصير (ق)</td><td>بين المجموعات</td><td>٢</td><td>٤٨,٥٣</td><td>٢٤,٢٧</td><td rowspan="2">١٠,٢٤</td><td rowspan="2">٠,٠١</td><td rowspan="4">(٤ ، ٢٢)</td><td rowspan="4">٤,٥</td><td rowspan="4">٠,٠١</td></tr>
<tr><td>داخل المجموعات</td><td>١٢</td><td>٢٨,٤٠</td><td>٢,٣٧</td></tr>
<tr><td rowspan="2">تذكر طويل (ط)</td><td>بين المجموعات</td><td>٢</td><td>٣١,٦٠</td><td>١٥,٨٠</td><td rowspan="2">٦,١٥</td><td rowspan="2">٠,٠٥</td></tr>
<tr><td>داخل المجموعات</td><td>١٢</td><td>٣٠,٨٠</td><td>٢,٥٧</td></tr>
<tr><td rowspan="2">حاصل الضرب ق × ط</td><td colspan="2">بين المجموعات</td><td>٣٨,٠٠</td><td rowspan="2" colspan="3">λ = ٠,٣٠٣</td></tr>
<tr><td colspan="2">داخل المجموعات</td><td>٢٤,٨٠</td></tr>
</table>

وإذا اســتخدم الباحــث كــا^{٢} فى تحديد دلالة ألمبادا (λ) يصبح الجدول على النحو الآتى :

المتغيرات	مصدر التباين	د. ح	مجموع المربعات	متوسطات المربعات	ف	الدلالة	د. ح	كا²	الدلالة
تذكر قصير (ق)	بين المجموعات	٢	٤٨,٥٣	٢٤,٢٧	١٠,٢٤	٠,٠١	٤	١٤,٧٥٨	٠,٠١
	داخل المجموعات	١٢	٢٨,٤٠	٢,٣٧					
تذكر طويل (ط)	بين المجموعات	٢	٣١,٦٠						
	داخل المجموعات	١٢	٣٠,٨٠						
حاصل الضرب ث × ط	بين المجموعات		٣٨,٠٠	λ = ٠,٣٠٣					
	داخل المجموعات		٢٤,٨٠						

ى- يقوم الباحث بعد ذلك باستخدام اختبارات المتابعة لتحديد دلالة الفروق بين المتوسطات ، فإذا استخدم الباحث اختبار " توكى " *(HSD)* ، فعليه تكوين جدول الفروق بين المتوسطات وحساب قيمة *HSD* على النحو الآتى :

المتوسطات		الفروق بين المتوسطات		q	HSD
		م٢	م٣		
تذكر قصير	م١ = ٤,٨ م٢ = ٢,٨ م٣ = ٧,٢	٢	٢,٤ ٤,٤*	(٣ ، ١٢ ، ٠,٠١) = ٥,٠٤	٣,٤٧
تذكر طويل	م١ = ٣,٢ م٢ = ٢,٤ م٣ = ٥,٨	٠,٨	٢,٦ ٣,٤*	(٣ ، ١٢ ، ٠,٠٥) = ٣,٧٧	٢,٧٠

نلاحظ من الجدول السابق أنه توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات المجموعة (٢) ودرجات المجموعة (٣) فى التذكر قصير الأمد ، لصالح المجموعة (٣) ، كما توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥ بين متوسطى درجات المجموعة (٢) ودرجات المجموعة (٣) فى التذكر طول الأمد ، لصالح المجموعة (٣) .

• **العلاقة بين اختبار " ت " وتحليل التباين** :

بعـض الباحثيـن فى حالة استخدامهم لتحليل التباين بين مجموعتين ووجود فروق دالة فإنهم يستخدمون اختبار " ت " لتوجيه دلالة الفروق ، وهذا خطأ شاع فى الـبحوث والدراسـات النفسـية والـتربوية ، نظراً لأن دلالة الفروق يجب توجيهها مباشرة إلى المتوسط الأكبر ، كما أنه يمكن حساب قيمة " ت " من (ف)* التى أسفر عـنها تحليل التباين من المعادلة : ت = $\sqrt{\text{ف}}$ ، أو ف = ت^2 إذا كانت " ت " دالة (انظـر الفصل الخامس) ، ويتشابه تحليل التباين مع اختبار " ت " فى توافر شروط التوزيع الاعتدالى ، تجانس التباين وعشوائية العينات واستقلالها .

• **حجـم التـأثيـر فى حالة استخدام تحليل التباين** :

يكـتفى بعـض الباحثين بمعرفة دلالة النسبة الفائية (ف) الناتجة عن إجراء تحلـيل التبايـن الأحـادى لقبول ، أو رفض الفرض الصفرى ، فإذا كانت (ف) دالة إحصائياً فإننا نرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل ، إلا أن مستويات الدلالة (٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١) مهمـا كانت كبيرة فإنها لا توضح حجم تأثير المتغير المسـتقل فى المتغير التابع ، لأن الفروق الناتجة ، تتأثر بحجم العينات ، فهى تزداد بازديـاد حجم العينات والعكس صحيح ، ويلجأ البعض الآخر من الباحثين إلى حساب حجـم تأثـير المتغـير المستقل فى المتغير التابع حتى يمكن معرفة نسبة التباين فى المتغـير الـتابع التى يمكن تفسيرها نتيجة لتأثير المتغير المستقل ، ويستخدم هؤلاء الباحـثون عـدة طرق لحساب حجم تأثير المتغير المستقل فى المتغير التابع (التباين المفسر) منها مربع معامل إيتا (η^2) ومربع معامل أوميجا (ω^2) :

$$\text{حجم التأثير } (\eta^2) = \frac{\text{مجموع المربعات بين المجموعات}}{\text{المجموع الكلى للمربعات}}$$

ويمكن حساب مربع معامل أوميجا (ω^2) بالنسبة لتحليل التباين كما يأتى :

$$(\omega^2) = \frac{\text{مجموع المربعات البينية} - (\text{عدد المجموعات} - 1) \times \text{التباين الداخلى}}{\text{المجموع الكلى للمربعات} + \text{التباين الداخلى}}$$

(*) ت = ر $\sqrt{\frac{\text{ن} - 2}{1 - \text{ر}^2}}$ ، ف = $\frac{\text{ر}^2(\text{ن} - 2)}{1 - \text{ر}^2}$

ويمكن حساب (ω^2) من النسبة الفائية (ف) كما يلى :

$$(\omega^2) = \frac{\text{درجات الحرية البينية} \times (\text{ف} - 1)}{(\text{ف} \times \text{درجات الحرية البينية}) + (\text{درجات الحرية الداخلية} - 1)}$$

وتفسر قيمة كل من (η^2) ، (ω^2) كنسبة مئوية بعد ضرب الناتج × ١٠٠ فى ضـــوء المحكات التى سبق ذكرها فى الفصل الثالث عند حساب حجم التأثير بواسطة اختبار " ت " .

تمارين :

١- إذا علمــت أن درجات مجموعتين من البنين والبنات فى اختبار القدرة على التذكر هى :

درجات البنين	٩	١٠	١٥	١٢	١٦
درجات البنات	٦	٥	٧	٨	٩

احسب الفروق ودلالتها وحجم تأثيرها باستخدام تحليل التباين الأحادى .

٢- اختبر صحة الفرض " لا يختلف تحصيل طلاب الفرقة الثالثة بكلية التربية فى مقــرر علم نفس التعلم باختلاف تخصصهم الأكاديمى (علمى ، أدبى) " من البيانات التالية باستخدام تحليل التباين الأحادى .

علمى	أدبى
ن١ = ٣٠٠	ن٢ = ٣٦٠
م١ = ٣٧,٥	م٢ = ٣٦,٥
ع١ = ٥	ع٢ = ٤,٨

خامساً : تحليل التغاير : *Analysis of Covariance (ANCOVA)*

يستخدم الباحثون تحليل التباين عندما تكون عينات ، أو مجموعات البحث متكافئة (يتم التكافؤ بين المجموعات عن طريق المزاوجة ، أو العشوائية) ، وبالتالى يتضح تأثير المتغير المستقل فى المتغير التابع دون أن تؤثر متغيرات أخرى فى المتغير التابع ، أى أن التأثير فى المتغير التابع يعزى إلى المتغير المستقل فقط ، أما إذا لم يتمكن الباحث لظروف خاصة التحقق من التكافؤ بين العينات ، أو المجموعات فإنه يمكن أن يستخدم تحليل التغاير ، وبالتالى فإن تحليل التغاير يُعد خطوة مكملة لتحليل التباين للتأكد من أن الفروق بين المتوسطات ترجع فقط إلى تأثير المتغير المستقل ، وليست لتأثيرات متغيرات أخرى لم نستطيع ضبط تأثيرها فى المتغير التابع ، ويُطلق على المتغيرات الأخرى المتغيرات المصاحبة ، أو المتغيرات الملازمة *Covariates* ، لذا يسمى تحيل التغاير أحياناً بتحليل التباين التلازمى الذى توصل إليه " فيشر *Fisher* " صاحب تحليل التباين البسيط .

فإذا استخدم باحث أسلوب تحليل التباين ودلت النتائج على وجود فروق جوهرية (دالة إحصائياً) بين متوسطات درجات مجموعات بحثه ، فهل تصبح هذه الفروق جوهرية بعد عزل تأثير المتغيرات المصاحبة فى المتغير التابع ؟ فإذا كانت الإجابة " نعم " فهذا يدل على أن المتغير المستقل يؤثر فى المتغير التابع ، أما إذا كانت الإجابة " لا " فهذا يدل على أن الفروق الجوهرية بين متوسطات درجات المجموعات ، تعزى إلى تأثير المتغيرات المصاحبة التى تم عزلها ، وليست راجعة إلى تأثير المتغير المستقل .

إن المتغير المصاحب الذى يجب أخذه فى الاعتبار ألا تقل قيمة معامل ارتباطه بالمتغير التابع عن ٠,٣٠ ، أى يجب ألا تقل نسبة تباينه المفسر فى المتغير التابع عن ٩ % ، وعندما نرغب فى عزل *Covariates* أثر متغيرين على متغير تابع لدراسة متغيرات أخرى ، وكان معامل الارتباط بين هذين المتغيرين قوياً (٠,٨ أو أكثر) ، فعندما يتم عزل أحدهما يتم أتوماتيكياً عزل المتغير الآخر ، نظراً لأن هذين المتغيرين كما لو كانا يقيسان شيئاً واحداً .

مثال (١١) :

أراد باحث دراسة أثر نوع التخصص الأكاديمى (علمى ، أدبى) كمتغير مستقل على قلق الاختبار كمتغير تابع ، وتأكد من الإطار النظرى لدراسته والبحوث والدراسات السابقة أن الخجل *Shyness* (متغير مصاحب) يؤثر فى متغير قلق الاختبار ، ولم يتمكن الباحث من تحقيق التكافؤ بين مجموعات دراسته فى المتغير المصاحب (الخجل) لظروف معينة ، لذا لجأ هذا الباحث إلى الضبط الإحصائى بين مجموعات دراسته فى متغير الخجل ، فقام بتطبيق مقياساً خاصاً بقلق الاختبار ومقياساً خاصاً بالخجل وحصل على البيانات الآتية :

قلق الاختبار (س)		الخجل (ص)	
علمى	أدبى	علمى	أدبى
١٠	٦	٢٠	١٥
٨	٧	١٣	١٦
١٢	٤	٢٥	١١
٩	٥	١٥	١٢
٧	٨	١٨	١١
٨	٦	١٩	١٤
١١	١٠	١٧	١٦
٩	٥	١٦	١١
١٠	٧	٢٠	١٤
١١	٤	٢٢	١٠

خطوات الحل :

(١) نقوم بإجراء تحليل التباين البسيط من الدرجات الخام مباشرة لمعرفة تأثير نوع التخصص (علمى ، أدبى) على قلق الاختبار ، أى لمعرفة دلالة الفروق بين متوسطى درجات الشعب العلمية ودرجات الشعب الأدبية فى قلق الاختبار نكون الجدول الآتى :

قلق الاختبار (س)			
علمى		أدبى	
$س_١$	$س_١^٢$	$س_٢$	$س_٢^٢$
١٠	١٠٠	٦	٣٦
٨	٦٤	٧	٤٩
١٢	١٤٤	٤	١٦
٩	٨١	٥	٢٥
٧	٤٩	٨	٦٤
٨	٦٤	٦	٣٦
١١	١٢١	١٠	١٠٠
٩٩	٨١	٥	٢٥
١٠	١٠٠	٧	٤٩
١١	١٢١	٤	١٦
مجـ $س_١$ = ٩٥	مجـ $س_١^٢$ = ٩٢٥	مجـ $س_٢$ = ٦٢	مجـ $س_٢^٢$ = ٤١٦

أ – مجموع المربعات داخل المجموعتين (علمى ، أدبى) :

$$= ٩٢٥ + ٤١٦ - \left[\frac{(٩٥)^٢}{١٠} + \frac{(٦٢)^٢}{١٠} \right]$$

$$= ١٣٤١ - \left[\frac{٩٠٢٥}{١٠} + \frac{٣٨٤٤}{١٠} \right]$$

$$= ١٣٤١ - ١٢٨٦,٩ = ٥٤,١$$

ب– مجموع المربعات بين المجموعتين (علمى ، أدبى) :

$$= ١٢٨٦,٩ - \frac{(١٥٧)^٢}{٢٠}$$

$$= ١٢٨٦,٩ - ١٢٣٢,٤٥ = ٥٤,٤٥$$

جـ– نفرغ البيانات السابقة بالنسبة لقلق الاختبار فى الجدول الآتى :

المتغير	مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف	الدلالة
قلق الاختبار	بين المجموعات	١	٥٤,٤٥	٥٤,٤٥	١٨,٠٩	٠,٠١
	داخل المجموعات	١٨	٥٤,١٠	٣,٠١		
	المجموع الكلى	١٩	١٠٨,٥٥			

نلاحــظ مــن الجــدول السابق أنه يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات قلق الاختبار لدى طلاب الشعب العلمية ودرجات طــلاب الشــعب الأدبية ، لصالح طلاب الشعب العلمية (م للشعب العلمية = ٩,٥ ، م للشعب الأدبية = ٦,٢) .

وهذا يدل على أن نوع التخصص (علمى ، أدبى) يؤثر فى درجات قلق الاختبار ، فإذا تم عزل تأثير المتغير المصاحب (الخجل) ، فهل يظل المتغير المستقل (نوع التخصص) مؤثراً فى المتغير التابع (قلق الاختبار) ؟

(٢) نقــوم بإجــراء تحلــيل التبايــن البســيط لمعــرفة تأثــير المتغير المستقل (نــوع التخصــص) على المتغير المصاحب (الخجل) بعد تكوين الجدول الآتى :

الخجـل (ص)			
علمى		أدبى	
$ص_١$	$ص_١^٢$	$ص_٢$	$ص_٢^٢$
٢٠	٤٠٠	١٥	٢٢٥
١٣	١٦٩	١٦	٢٥٦
٢٥	٦٢٥	١١	١٢١
١٥	٢٢٥	١٢	١٤٤
١٨	٣٢٤	١١	١٢١
١٩	٣٦١	١٤	١٩٦
١٧	٢٨٩	١٦	٢٥٦
١٦	٢٥٦	١١	١٢١
٢٠	٤٠٠	١٤	١٩٦
٢٢	٤٨٤	١٠	١٠٠
مجـ $ص_١$ ١٨٥	مجـ $ص_١^٢$ ٣٥٣٣	مجـ $ص_٢$ ١٣٠	مجـ $ص_٢^٢$ ١٧٣٦

أ – مجمــوع المــربعات داخــل المجموعتيــن (علمى ، أدبى) فى المتغير المصاحب (الخجل) =

$$٣٥٣٣ + ١٧٣٦ - \left[\frac{(١٨٥)^٢}{١٠} + \frac{(١٣٠)^٢}{١٠} \right]$$

$$= ٥٢٦٩ - \left[\frac{٣٤٢٢٥}{١٠} + \frac{١٦٩٠٠}{١٠} \right]$$

$$= ٥٢٦٩ - ٥١١٢,٥ = ١٥٦,٥$$

ب- مجمـوع المـربعات بيـن المجموعتيـن (علمى ، أدبى) فى المتغير المصاحب (الخجل) =

$$٥١١٢,٥ - \frac{(١٨٥ + ١٣٠)^٢}{٢٠} = ٥١١٢,٥ - \frac{(٣١٥)^٢}{٢٠}$$

$$= ٥١١٢,٥ - ٤٩٦١,٢٥ = ١٥١,٢٥$$

جـ- نفـرغ البيـانات السـابقة بالنسـبة للمتغير المصاحب (الخجل) فى الجدول الآتى :

المتغير	مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف	الدلالة
الخجل	بين المجموعات	١	١٥١,٢٥	١٥١,٢٥	١٧,٤١	٠,٠١
	داخل المجموعات	١٨	١٥٦,٥٠	٨,٦٩		
	المجموع الكلى	١٩	٣٠٧,٧٥			

نلاحـظ من الجدول السابق أن المتغير المستقل (نوع التخصص) يؤثر فـى المتغير المصاحب (الخجل) ، أى يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات الخجل لدى طلاب الشعب العلمية وطلاب الشعب الأدبيـة ، لصـالح طلاب الشعب العلمية (متوسط درجات الشعب العلمية = ١٨,٥ ، متوسـط درجات الشعب الأدبية = ١٣) ، وبمعنى آخر فإن طلاب الشعب العلمية أكثر خجلاً من طلاب الشعب الأدبية .

(٣) نقـوم بإجـراء تحلـيل التبايـن لحاصـل ضرب درجات قلق الاختبار (س) × درجات الخجل (ص) ، بعد تكوين الجدول الآتى :

علمى			أدبى		
القلق $س_١$	الخجل $ص_١$	القلق × الخجل ($س_١ × ص_١$)	القلق $س_٢$	الخجل $ص_٢$	القلق × الخجل ($س_٢ × ص_٢$)
١٠	٢٠	٢٠٠	٦	١٥	٩٠
٨	١٣	١٠٤	٧	١٦	١١٢
١٢	٢٥	٣٠٠	٤	١١	٤٤
٩	١٥	١٣٥	٥	١٢	٦٠
٧	١٨	١٢٦	٨	١١	٨٨
٨	١٩	١٥٢	٦	١٤	٨٤
١١	١٧	١٨٧	١٠	١٦	١٦٠
٩	١٦	١٤٤	٥	١١	٥٥
١٠	٢٠	٢٠٠	٧	١٤	٩٨
١١	٢٢	٢٤٢	٤	١٠	٤٠
مجـ $س_١$ = ٩٥	مجـ $ص_١$ = ١٨٥	مجـ($س_١×ص_١$) = ١٧٩٠	مجـ $س_٢$ = ٦٢	مجـ $ص_٢$ = ١٣٠	مجـ ($س_٢×ص_٢$) = ٨٣١

أ – مجموع المربعات لحاصل ضرب (س×ص) بين المجموعتين =

$$\left(\frac{\text{مجـ س}_{١} \times \text{مجـ ص}_{١}}{\text{ن}_{١}}\right) + \left(\frac{\text{مجـ س}_{٢} \times \text{مجـ ص}_{٢}}{\text{ن}_{٢}}\right) - \left(\frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}\right)$$

حيث أن :

مجـ س = مجـ س$_{١}$ + مجـ س$_{٢}$

مجـ ص = مجـ ص$_{١}$ + مجـ ص$_{٢}$

ن = عدد أفراد المجموعات = ن$_{١}$ + ن$_{٢}$

$$= \frac{١٨٥ \times ٩٥}{١٠} + \frac{١٣٠ \times ٦٢}{١٠} - \frac{٣١٥ \times ١٥٧}{٢٠}$$

= ١٧٥٧,٥٠ + ٨٠٦,٠٠ – ٢٤٧٢,٧٥ = ٩٠,٧٥

ب– مجموع المربعات الكلى لحاصل الضرب (س×ص) =

$$\text{مجـ}(\text{س}_{١} \times \text{ص}_{١}) + \text{مجـ}(\text{س}_{٢} \times \text{ص}_{٢}) - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢}}$$

$$= ١٧٩٠ + ٨٣١ - \frac{٣١٥ \times ١٥٧}{٢٠}$$

= ٢٦٢١ – ٢٤٧٢,٧٥ = ١٤٨,٢٥

جـ– مجموع المربعات لحاصل الضرب (س×ص) داخل المجموعتين =

مجموع المربعات الكلى لحاصل الضرب (س × ص) –

مجموع المربعات لحاصل الضرب بين المجموعتين

= ١٤٨,٢٥ – ٩٠,٧٥ = ٥٧,٥٠

(٤) نقوم بتعديل مجموع المربعات فى تحليل التباين الخاص بالمتغير التابع الأساسى (قلق الاختبار) بعد عزل تأثير المتغير المصاحب (الخجل) على النحو الآتى :

أ – المجموع الكلى المعدل لمربعات المتغير الأساسى (قلق الاختبار) =

المجموع الكلى لمربعات هذا المتغير –

$$\frac{[\text{مجموع المربعات الكلى لحاصل الضرب (س×ص)}]^{٢}}{\text{المجموع الكلى لمربعات المتغير المصاحب (الخجل)}}$$

$$= ١٠٨,٥٥ - \frac{(١٤٨,٢٥)^{٢}}{٣٠٧,٧٥} = ١٠٨,٥٥ - ٧١,٤١٥ = ٣٧,١٣٥$$

ب- مجموع المربعات المعدل داخل المجموعتين بالنسبة لقلق الاختبار =

مجموع مربعات هذا المتغير داخل المجموعات -

$$\frac{[\text{مجموع مربعات حاصل الضرب (س×ص) داخل المجموعات}]^{٢}}{\text{مجموع المربعات داخل المجموعات بالمنسبة للخجل}}$$

$$= ٥٤,١٠ - \frac{(٥٧,٥٠)^{٢}}{١٥٦,٥} = ٥٤,١٠٠ - ٢١,١٢٦ = ٣٢,٩٧$$

جـ- مجموع المربعات المعدل بين المجموعتين بالنسبة لقلق الاختبار =

المجموع الكلى المعدل لمربعات هذا المتغير -

مجموع المربعات المعدل داخل المجموعتين بالنسبة لهذا المتغير

= ٣٧,١٣٥ - ٣٢,٩٧٠ = ٤,١٦٥

(٥) نكــون جــدولاً لتحليل التباين يوضح تأثير المتغير المستقل (نوع التخصص) على قلق الاختبار (المتغير التابع) بعد عزل تأثير المتغير المصاحب (الخجل) على قلق الاختبار كما يأتى :

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف	الدلالة
بين المجموعات	١	٤,١٦٥	٤,١٦٥	٢,١٤٨	غير دالة
داخل المجموعات	١٧	٣٢,٩٧	١,٩٣٩		
المجموع الكلى	١٨	٣٧,١٣٥			

نلاحظ من الجدول السابق ما يأتى :

أ - درجــات حــرية داخــل المجوعــات تقل بمعدل درجة واحدة لكل متغير مصاحب .

ب- درجات حرية بين المجموعات تبقى كما هى .

جــ- لا يوجــد فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات قلق الاختبار لدى طلاب الشعب العلمية وطلاب الشعب الأدبية بعد عزل تأثير الخجل كمتغير مصــاحب على قلق الاختبار ، أى أن نوع التخصص الأكاديمى (علمى ، أدبــى) لا يؤثر فى درجات قلق الاختبار بعد عزل تأثير الخجل على قلق الاختبار .

د - عــند اســتخدام الحزمة الإحصائية فى العلوم الاجتماعية *(Spss)* سوف نحصل على الجدول الآتى :

			Unique Method				
			Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
ANXIETY	Covariates	SHYNESS	21.126	1	21.126	10.892	0.004
	Main Effects	ACADEMIC	4.161	1	4.161	2.145	0.161
	Model		75.576	2	37.788	19.482	0.000
	Residual		32.974	17	1.940		
	Total		108.550	19	5.713		

a- ANXIETY by ACADEMIC with SHYNESS.
b- All effects entered simultaneously.

ومـــا يهـــم الباحـــث فـــى هـــذا الجـــدول دلالـــة التأثـــيرات الرئيسية *Main Effects* (ف = ٢,١٤٥ ، غير دالة) بعد عزل تأثير المتغير المصاحب علـــى المتغير التابع الأساسى ، وهذا يتفق مع خطوات الحل التى سبق شرحها والنتائج التى تم التوصل إليها يدوياً بالآلة الحاسبة مع وجود فروق بسيطة فى القيم العددية نتيجة التقريب .