الفصل الرابع

اختبار الفروض الفارقة
بالإحصاء اللا بارامترى

الفصل الرابع

اختبار الفروض الفارقة بالإحصاء اللا بارامترى

أولاً : اختبار الفرق بين النسب :

١ - *اختبار الفرق بين نسبتين مستقلتين (غير مرتبطتين) :*

يســـتخدم الباحث اختبار الفرق بين نسبتين فى حالة وجود متغيرات تصنيفية (اســمية أو ترتيبيــة) ، فــى بحــثه ، نظراً لأنه من الصعب حساب قيمة المتوسط أو الانحراف المعيارى ، لذا فإن الباحث يستخدم اختبار الفرق بين النسب مع مراعاة أن تكــون العينات كبيرة ، نظراً لأنه يعتمد فى حسابه على النسبة الحرجة للفرق بين النسبتين ، كما هو موضح فى المعادلة الآتية :

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{\text{الفرق بين النسبتين}}{\text{الخطأ المعيارى لفرق النسبتين}}$$

$$\text{الخطأ المعيارى للنسبة ق}_{١} = \sqrt{\frac{ق_{١} (١ - ق_{١})}{ن_{١}}}$$

$$\text{الخطأ المعيارى للنسبة ق}_{٢} = \sqrt{\frac{ق_{٢} (١ - ق_{٢})}{ن_{٢}}}$$

$$\text{الخطأ المعيارى لفرق النسبتين} = \sqrt{\frac{ق_{١} (١ - ق_{١})}{ن_{١}} + \frac{ق_{٢} (١ - ق_{٢})}{ن_{٢}}}$$

$$\therefore ذ = \boxed{\frac{ق_{١} - ق_{٢}}{\sqrt{\frac{ق_{١} (١ - ق_{١})}{ن_{١}} + \frac{ق_{٢} (١ - ق_{٢})}{ن_{٢}}}}} \quad (١)$$

حيث أن :

ق$_{١}$ = نسبة الأفراد الناجحين أو الموافقين فى العينة الأولى (ن$_{١}$)

ق$_{٢}$ = نسبة الأفراد الناجحين أو الموافقين فى العينة الثانية (ن$_{٢}$)

وبعـد حساب قيمة (ذ) يقارن الباحث هذه القيمة بقيمتى التوزيع الاعتدالى للنسبة الحرجة لدلالة الطرفين (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ علـى الترتيب ، فإذا كانت قيمة (ذ) أقل من القيمة الحرجة للدلالة دل ذلك على عدم وجود فرق دال بين النسبتين ، والعكس صحيح .

ويمكن إيجاد النسبة الحرجة (ذ) أيضاً بطريقة ثانية من المعادلة الآتية :

$$ذ = \frac{أ_١ - أ_٢}{\sqrt{أَ \, بَ \left(\frac{ن_١ + ن_٢}{ن_١ \times ن_٢} \right)}} \qquad (٢)$$

حيث أن :

$أ_١$ = نسبة الأفراد الموافقين أو الناجحين فى العينة الأولى ($ن_١$)

$أ_٢$ = نسبة الأفراد الموافقين أو الناجحين فى العينة الثانية ($ن_٢$)

$أَ$ = المتوسط الوزنى للنسبتين = $\frac{ن_١ أ_١ + ن_٢ أ_٢}{ن_١ + ن_٢}$

$بَ$ = نسبة الفاشلين أو غير الموافقين فى العينتين ($ن_١ + ن_٢$) معاً = ١ – أَ

أمـــا إذا كانـــت العينتان متساويتين ($ن_١ = ن_٢ = ن$) ، فإنه يمكن اختصار المعادلة (٢) السابقة إلى الصورة الآتية :

$$ذ = \frac{أ_١ - أ_٢}{\sqrt{\frac{٢ أَ بَ}{ن}}}$$

حيث أن :

$أَ$ = المتوسط الوزنى أو المتوسط العام للنسبتين $أ_١$ ، $أ_٢$ = $\frac{أ_١ + أ_٢}{٢}$

$بَ$ = متوسط باقى النسبتين فى الجهة الأخرى من التصنيف (١ – أَ)

ن = عدد أفراد أى من المجموعتين (عدد الحالات)

ويمكن أن تأخذ المعادلة (٢) الصورة الآتية :

$$ذ = \frac{أ_١ - أ_٢}{\sqrt{أَ \, بَ \left(\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢} \right)}} \qquad (٣)$$

مثال (١٢) :

وضــع باحث فرضاً نصه : " لا يوجد فرق دال إحصائياً بين نسبتى صعوبات تعلــم الرياضــيات لدى الذكور والإناث من تلاميذ المرحلة الإعدادية " . اختبر صحة الفرض من البيانات الآتية :

البيان	الذكور	الإناث
ذوو صــعوبات التعلم	٣٧	٣٠
العيــــنة الكلــــية	١٥٩	١٥١

خطوات الحل باستخدام المعادلة (١) :

(١) نسبة ذوى صعوبات التعلم من الذكور ($ق_١$ أو $أ_١$) = $\frac{٣٧}{١٥٩}$ = ٠,٢٣

(٢) نسبة ذوى صعوبات التعلم من الإناث ($ق_٢$ أو $أ_٢$) = $\frac{٣٠}{١٥١}$ = ٠,٢٠

(٣) النسبة الحرجة :

$$ذ = \frac{ق_١ - ق_٢}{\sqrt{\frac{ق_١ (١ - ق_١)}{ن_١} + \frac{ق_٢ (١ - ق_٢)}{ن_٢}}} \qquad (١)$$

$$ذ = \frac{٠,٢٣ - ٠,٢٠}{\sqrt{\frac{٠,٢٣ (١ - ٠,٢٣)}{١٥٩} + \frac{٠,٢٠ (١ - ٠,٢٠)}{١٥١}}}$$

$$ذ = \frac{٠,٠٣}{\sqrt{\frac{٠,٢٣ \times ٠,٧٧}{١٥٩} + \frac{٠,٢٠ \times ٠,٨٠}{١٥١}}} = ٠,٦٤$$

(٤) نقارن قيمة النسبة الحرجة (٠,٦٤) بقيمتى التوزيع الاعتدالى للنسبة الحرجة لدلالــة الطرفين (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ على الترتيب ، نجد أن قيمة النسبة الحرجة (٠,٦٤) غير دالة إحصائياً ، وبالتالى يمكــن قــبول الفــرض الصــفرى السابق ، ورفض الفرض البديل (نسبة ذوى صــعوبات الــتعلم من الذكور لا تساوى نسبة ذوى صعوبات التعلم من الإناث) .

خطوات الحل باستخدام المعادلة (٢) :

(١) نسبة ذوى صعوبات التعلم من الذكور (أ_{1}) = ٠,٢٣

(٢) نسبة ذوى صعوبات التعلم من الإناث (أ_{2}) = ٠,٢٠

(٣) المتوسط الوزنى ($\acute{\text{أ}}$) للنسبتين :

$$= \frac{\text{ن}_1 \text{أ}_1 + \text{ن}_2 \text{أ}_2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2} = \frac{(\text{١٥٩} \times \text{٠,٢٣}) + (\text{١٥١} \times \text{٠,٢٠})}{\text{١٥٩} + \text{١٥١}} = \text{٠,٢٢}$$

(٤) $\acute{\text{ب}}$ = ١ − $\acute{\text{أ}}$ = ١ − ٠,٢٢ = ٠,٧٨

(٥) النسبة الحرجة ذ :

$$\boxed{\text{ذ} = \frac{\text{أ}_1 - \text{أ}_2}{\sqrt{\acute{\text{أ}}\ \acute{\text{ب}} \left(\frac{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}{\text{ن}_1 \times \text{ن}_2} \right)}}}$$

$$\text{ذ} = \frac{\text{٠,٢٣} - \text{٠,٢٠}}{\sqrt{\text{٠,٢٢} \times \text{٠,٧٨} \left(\frac{\text{٣١٠}}{\text{٢٤٠٠٩}} \right)}}$$

$$\text{ذ} = \frac{\text{٠,٠٣}}{\sqrt{\text{٠,٢٢} \times \text{٠,٧٨} \times \text{٠,٠١٣}}} = \text{٠,٦٤}$$

النسبة الحرجة = ٠,٦٤ وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً من المعادلة (١) .

مثال (١٣) :

طبق أحد الباحثين استفتاء على مجموعتين من الأفراد (ن_1 = ١٠٠ ، ن_2 = ٥٠) وبلغ عدد الذين أجابوا بنعم عن سؤال فى الاستفتاء من العينة الأولى ٦٠ فرداً ، وبلغ عدد الذين أجابوا بنعم عن نفس السؤال من العينة الثانية ٣٥ فرداً ، فهل يوجد فرق دال إحصائياً بين النسبتين ؟

خطوات الحل باستخدام المعادلة (١) :

$$\text{ق}_1 = \frac{\text{٦٠}}{\text{١٠٠}} = \text{٠,٦٠} \quad ؛ \quad \text{ق}_2 = = \frac{\text{٣٥}}{\text{٥٠}} = \text{٠,٧٠}$$

النسبة الحرجة :

$$ذ = \frac{ق_١ - ق_٢}{\sqrt{\frac{ق_١(١-ق_١)}{ن_١} + \frac{ق_٢(١-ق_٢)}{ن_٢}}}$$

$$ذ = \frac{٠,٦٠ - ٠,٧٠}{\sqrt{\frac{٠,٦٠ \times ٠,٤٠}{١٠٠} + \frac{٠,٧٠ \times ٠,٣٠}{٥٠}}}$$

$$ذ = \frac{-٠,١٠}{\sqrt{٠,٠٠٢٤ + ٠,٠٠٤٢}} = -١,٢٠$$

بمقارنة قيمة (ذ) = (-١,٢٠) بالقيم الدالة للنسبة الحرجة لدلالة الطرفين (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ نستنتج أن قيمة (ذ) غير دالة إحصائياً ، وبالتالى نقبل الفرض الصفرى ($ق_١ = ق_٢$) ، ونرفض الفرض البديل ($ق_١ \neq ق_٢$) .

خطوات الحل باستخدام المعادلة (٢) :

$أ_١ = ٠,٦٠$ ؛ $أ_٢ = ٠,٧٠$

$أَ$ للنسبتين =

$$\frac{ن_١ أ_١ + ن_٢ أ_٢}{ن_١ + ن_٢} = \frac{١٠٠ \times ٠,٦٠ + ٥٠ \times ٠,٧٠}{١٠٠ + ٥٠} = ٠,٦٣$$

$بَ = ١ - أَ = ١ - ٠,٦٣ = ٠,٣٧$

$$ذ = \frac{أ_١ - أ_٢}{\sqrt{أَ \; بَ \left(\frac{ن_١ + ن_٢}{ن_١ \times ن_٢} \right)}}$$

$$ذ = \frac{٠,٦٠ - ٠,٧٠}{\sqrt{٠,٦٣ \times ٠,٣٧ \left(\frac{١٥٠}{٥٠٠٠} \right)}}$$

$$ذ = \frac{-٠,١٠}{\sqrt{٠,٦٣ \times ٠,٣٧ \times ٠,٠٣}} = -١,٢٠$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً .

مثال (١٤) :

طبق باحث استبياناً على مجموعتين من طلاب الجامعة (ذكور ، إناث) بلغ عدد كل منها ٤٠٠ ، وحسب نسبة الذين أجابوا بنعم من الذكور عن السؤال الخامس فى الاستبيان فكانت مساوية ٠,٦٨٥ ، وكانت نسبة الإناث مساوية ٠,٨٨٨ احسب الفرق بين النسبتين ؟

خطوات الحل :

$$\bar{أ} = \frac{أ_١ + أ_٢}{٢} = \frac{٠,٨٨٨ + ٠,٦٨٥}{٢} = ٠,٧٩$$

$$\bar{ب} = ١ - \bar{أ} = ١ - ٠,٧٩ = ٠,٢١$$

$$\boxed{\text{النسبة الحرجة } ذ = \frac{أ_١ - أ_٢}{\sqrt{\frac{٢\,\bar{أ}\,\bar{ب}}{ن}}}}$$

$$ذ = \frac{٠,٨٨٨ - ٠,٦٨٥}{\sqrt{\frac{٢ \times ٠,٧٩ \times ٠,٢١}{٤٠٠}}}$$

$$\therefore \text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{٠,٢٠٣}{٠,٠٢٩} = ٧$$

وهى دالة عند مستوى ٠,٠١ ، وبالتالى فإن الباحث يرفض الفرض الصفرى ويقبل الفرض البديل .

٢- اختبار الفرق بين نسبتين مرتبطتين :

يمكن اختبار الفرق بين نسبتين عندما تكون العينة واحدة فإذا طبق باحث مقياساً لحب الاستطلاع قبل وبعد التدريب ، فقد يصلح برنامج حب الاستطلاع فى تنمية حب الاستطلاع لدى بعض الأفراد ويفشل مع البعض الآخر ، فإذا كانت البيانات

رقمية فإن الباحث يستخدم اختبار " ت " فى المقارنة بين درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى ، أما إذا كانت البيانات التى حصل عليها الباحث اسمية مثل الإجابة عن سؤالين من أسئلة أحد الاختبارات بالصواب ، أو الخطأ ، أو تأييد ، أو عدم تأييد أحد المرشحين فى الانتخابات قبل وبعد قيامه بالحملة الدعائية ، فإن العينة فى هذه الحالة هى نفسها التى أجابت عن أسئلة الاختبار ، أو هى نفسها التى قامت بتأييد أو عدم تأييد المرشح فى الانتخابات ، وتستخدم النسبة الحرجة فى اختبار الفرق بشرط أن تكون العينة > ٢٥ من المعادلة الآتية :

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{|\text{ب} - \text{جـ}|}{\sqrt{\text{ب} + \text{جـ}}}$$

مثال (١٥) :

يوضح الجدول الآتى عدد الذين أجابوا إجابة صحيحة ، أو الذين أجابوا إجابة خاطئة عن سؤالين من أسئلة أحد الاختبارات العقلية ، فكيف نحسب الفروق بين هذه التكرارات بعد تحويلها إلى نسب ؟

السؤال الأول / السؤال الثانى	صواب	خطأ	مجـ
صواب	٥٥ (أ)	٥ (ب)	أ + ب = ٦٠
خطأ	١٥ (جـ)	٢٥ (د)	جـ + د = ٤٠
مجـ	أ + جـ = ٧٠	ب + د = ٣٠	ن = ١٠٠

خطوات الحل :

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{|٥ - ١٥|}{\sqrt{٥ + ١٥}} = ٢,٢٤$$

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{|٥ - ١٥|}{\sqrt{٥ + ١٥}} = ٢,٢٤$$

إذن قيمة النسبة الحرجة (٢,٢٤) دالة عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالى فإن الباحث يرفض الفرض الصفرى ، نظراً لأن الفرق بين النسبتين دال إحصائياً ، أى يتم قبول الفرض البديل .

ويمكن حل المثال السابق بحساب النسبة الحرجة من المعادلة الآتية :

$$\boxed{ذ = \frac{ك_1 - ك_2}{\sqrt{\frac{أ + د}{ن}}}}$$

حيث أن :

$ك_1$ = نسبة من نجحوا فى المتغير الأول (السؤال الأول)

$$= \frac{أ + جـ}{ن} = \frac{٧٠}{١٠٠} = ٠,٧٠$$

$ك_2$ = نسبة من نجحوا فى المتغير الثانى (السؤال الثانى)

$$= \frac{أ + ب}{ن} = \frac{٦٠}{١٠٠} = ٠,٦٠$$

أ = نســبة من نجح فى المتغير الأول (السؤال الأول) ، وفشل فى المتغير الثانى (أخطأ فى السؤال الثانى)

$$أ = \frac{جـ}{ن} = \frac{١٥}{١٠٠} = ٠,١٥$$

د = نســبة من فشل فى المتغير الأول (أخطأ فى السؤال الأول) ، ونجح فى المتغير الثانى (السؤال الثانى)

$$= \frac{ب}{ن} = \frac{٥}{١٠٠} = ٠,٠٥$$

$$\boxed{ذ = \frac{ك_1 - ك_2}{\sqrt{\frac{أ + د}{ن}}}}$$

$$ذ = \frac{٠,٧٠ - ٠,٦٠}{\sqrt{\frac{٠,١٥ + ٠,٠٥}{١٠٠}}} = \frac{٠,١٠}{\sqrt{\frac{٠,٢٠}{١٠٠}}} = ٢,٢٤$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً .

مثال (١٦) :

إذا كــان عدد المؤيدين لمرشح ما ٤٠ من بين مائة فرد ، وبعد قيام المرشح بالدعاية زاد العدد إلى ٥٥ فرداً ، فإذا كانت البيانات كما هى فى الجدول الآتى : فهل يوجد تحسن دال فى نسبة التأييد ؟

بعد / قبل	مؤيد	معارض
مؤيد	٢٢	١٨
معارض	٣٣	٢٧

خطوات الحل :

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{|\text{ب} - \text{جـ}|}{\sqrt{\text{ب} + \text{جـ}}}$$

$$(\text{ذ}) = \frac{|١٨ - ٣٣|}{\sqrt{١٨ + ٣٣}} = \frac{١٥}{\sqrt{٧,١٤١}} = ٢,١٠$$

إذن قيمة النسبة الحرجة (٢,١٠) دالة عند مستوى ٠,٠٥ ، وهذا يدل على وجود تحسن فى نسبة المؤيدين بعد قيام المرشح بالدعاية الانتخابية .

حل آخر باستخدام المعادلة :

$$\text{ذ} = \frac{\text{ك}_{١} - \text{ك}_{٢}}{\sqrt{\frac{\text{أ} + \text{د}}{\text{ن}}}}$$

$$\text{ك}_{١} = \frac{٢٢ + ٣٣}{١٠٠} = ٠,٥٥ \quad ؛ \quad \text{ك}_{٢} = \frac{٢٢ + ١٨}{١٠٠} = ٠,٤٠$$

$$\text{أ} = \frac{٣٣}{١٠٠} = ٠,٣٣ \quad ؛ \quad \text{د} = \frac{١٨}{١٠٠} = ٠,١٨$$

$$\text{ذ} = \frac{٠,٥٥ - ٠,٤٠}{\sqrt{\frac{٠,٣٣ + ٠,١٨}{١٠٠}}} = \frac{٠,١٥}{\sqrt{\frac{٠,٥١}{١٠٠}}} = ٢,١٠$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً .

ثانيا : اختبار مربع كاى (كا^2) : *Chi – Square (X^2)*

يــتم اســتخدام (كــا^2) فــى البيانات التى تقع فى تصنيفات متعددة ، والتى يــبلغ عددها اثنين ، أو أكثر مثل الإجابة عن أسئلة الاستبيان (نعم – لا ؛ موافق – معــترض – موافــق بشدة ؛ وغيرها) ، والتى تتطلب الإجابة عنها اختيار بديل من عــدة بدائــل ، كــنوع التخصص الذى يرغب الطالب فى الالتحاق به ، أى أن (كا^2) تســتخدم فى حالة البيانات الاسمية ، ويُطلق على اختبار (كا^2) اختبار حسن المطابقة *Goodness of fit* ، نظــراً لأنــه يســتخدم فــى حالة الكشف عن دلالة الفروق بين الأعــداد الملاحظة ، أو التكرارات الملاحظة من الأشياء ، أو الاستجابات الواقعة فى كــل تصــنيف والعدد المتوقع المعتمد على الفرض الصفرى ، أو التكرارات المتوقعة (التكرارات النظرية للمتغير موضوع الدراسة فى المجتمع الأصلى) ، والتى يجب أن تكــون كبيرة (ألا تقل عن خمسة) ، فإذا كانت قيمة (كا^2) = صفر فهذا يدل على أن عيــنة البحث ممثلة للمجتمع فى تكراراتها ومتطابقة معه ، أما إذا كانت قيمة (كا^2) > صــفر ، فهــذا يــدل على وجود فروق بين تكرارات العينة الملاحظة وبين تكرارات التوزيع النظرى للمجتمع (التكرارات المتوقعة) ، ويكون الفرض الصفرى هنا حول المجــتمع الأصــلى الــذى نســحب منه العينة ، فهو يفترض عدم وجود فروق دالة إحصــائياً بيــن تكــرارات العيــنة الملاحظة والتكرارات المتوقعة ، فإذا ما تم رفض الفــرض الصــفرى (تطابق العينة مع المجتمع) ، فيتم قبول الفرض البديل للبحث ، والــذى يكون عادة عكس الفرض الصفرى (عدم التطابق) ، أما عدم إمكانية رفض الفــرض الصــفرى فهــذا يــدل علــى رفض الفرض البديل (عدم تطابق العينة مع مجتمعها) ، ويتم حساب كا^2 من المعادلة الآتية :

$$\text{كا}^2 = \frac{\text{مجـ} (\text{ك} - \text{كَ})^2}{\text{كَ}}$$

حيث أن : ك = التكرار الملاحظ (التجريبى)

كَ = التكرار النظرى أو التكرار المتوقع (حسب الفرض المختبر)

مثال (١٧) :

احسب قيمة (كا^2) من بيانات الجدول الآتى :

فئات (ف)	أبيض	أحمر	أزرق	أسود
تكرار (ك)	٧	٣	٣	٧

خطوات الحل :

(١) نحسب التكرار النظرى أو التكرار المتوقع (كَ) =

$$\frac{\text{مجموع التكرارات (مجـ ك)}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{٧ + ٣ + ٧ + ٣}{٤} = ٥$$

(٢) نقوم بعمل الجدول الآتى :

ف	ك	كَ	ك – كَ	$(\text{ك} - \text{كَ})^2$	$\frac{(\text{ك} - \text{كَ})^2}{\text{كَ}}$
أبيض	٧	٥	+٢	٤	٠,٨
أحمر	٣	٥	–٢	٤	٠,٨
أزرق	٣	٥	–٢	٤	٠,٨
أسود	٧	٥	+٢	٤	٠,٨
مجـــ	٢٠				٣,٢٠

(٣) نحسب الفروق بين التكرار التجريبى والتكرار النظرى (ك – كَ) .

(٤) نقوم بتربيع الفروق $(\text{ك} - \text{كَ})^2$ للتخلص من الإشارات السالبة .

(٥) نقسم ناتج مربعات الفروق $(\text{ك} - \text{كَ})^2$ على التكرارات النظرية المقابلة

$$= \frac{(\text{ك} - \text{كَ})^2}{\text{كَ}}$$

(٦) نجمع نواتج خارج قسمة $\frac{(\text{ك} - \text{كَ})^2}{\text{كَ}}$ لنحصل على قيمة (كا^2)

∴ قيمة (كا^2) = ٣,٢٠

(٧) نكشف عن قيمة (كا^2) المحسوبة فى جدول دلالة (كا^2) لمعرفة القيمة الجدولية (كا^2 الجدولية) ، المقابلة لدرجات حرية (عدد الفئات – ١) = ٣ عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ فنجد أن قيمة (كا^2) الجدولية مساوية ٧,٨٢ عند مستوى ٠,٠٥ .

(٨) إذا كانت (كا^2) المحسوبة < (كا^2) الجدولية ، فهذا يدل على أن الفرق بين التكرار النظرى والتكرار التجريبى (ك – كَ) غير دال إحصائياً ، وبالتالى يمكن قبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل ، أما إذا كانت قيمة (كا^2) المحسوبة ≥ (كا^2) الجدولية عند أى مستوى من مستويات الدلالة (٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١) ، فهذا يدل على أن الفرق بين التكرار النظرى والتكرار التجريبى دال إحصائياً ، وبالتالى يمكن قبول الفرض البديل ورفض الفرض الصفرى .

ويمكن حساب (كا^{2}) من الجدول المزدوج (٢×٢) ، كما هو موضح فى المثال الآتى :

مثال (١٨) :

إذا قسَّمنا عدداً من أطفال الصف السادس الابتدائى مثلاً حسب اختبار للذكاء إلى مجموعتين : إحداهما مرتفعة ، والأخرى منخفضة ، ثم لاحظنا فى نهاية العام الدراسى نجاح ورسوب أطفال المجموعتين ، فكانت النتيجة ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

ذكاء / تحصيل	مرتفع	منخفض	المجموع
ناجح	٤٠ (أ)	١٠ (ب)	٥٠
راسب	٢٠ (جـ)	٣٠ (د)	٥٠
مجـ	٦٠	٤٠	١٠٠

المطلوب : **مقارنة هذه النتيجة بما كان يتوقع لها لو أن الذكاء لا يؤثر فى التحصيل (فرض صفرى) .**

خطوات الحل :

(١) نعد جدولاً آخراً يحتوى على تكرارات فرضية مؤسسة على افتراض الفرض الصفرى (لا يؤثر الذكاء فى التحصيل) ، وفى هذه الحالة يكون عدد الناجحين مساوياً لعدد الراسبين فى كل من فئتى الذكاء ، أى يصبح الجدول التكرارى النظرى على أساس الفرض الصفرى كما يأتى :

ذكاء / تحصيل	مرتفع	منخفض	المجموع
ناجح	٣٠	٢٠	٥٠
راسب	٣٠	٢٠	٥٠
مجـ	٦٠	٤٠	١٠٠

ويمكن الحصول على التكرارات النظرية المقابلة لكل تكرار تجريبى عن طريق ضرب مجموع عمود التكرار الأول × مجموع تكرار صفه وقسمة الناتج على المجموع الكلى للتكرارات على النحو الآتى .

(أ) التكرار النظرى (كَ) المقابل للتكرار التجريبى (٤٠) =

$$\frac{٦٠ \times ٥٠}{١٠٠} = ٣٠$$

(ب) التكرار النظرى (كَ) المقابل للتكرار التجريبى (١٠) =

$$\frac{٤٠ \times ٥٠}{١٠٠} = ٢٠$$

(جـ) التكرار النظرى (كَ) المقابل للتكرار التجريبى (٢٠) =

$$\frac{٦٠ \times ٥٠}{١٠٠} = ٣٠$$

(د) التكرار النظرى (كَ) المقابل للتكرار التجريبى (٣٠) =

$$\frac{٤٠ \times ٥٠}{١٠٠} = ٢٠$$

وهذه نفس التكرارات التى حصلنا عليها سابقاً .

(٢) نعـد مـن الجدولين السابقين جدولاً ثالثاً يشتمل على الفروق بين التكرارات التجريبية والتكرارات النظرية المعتمدة على الفرض الصفرى كما يأتى :

ذكاء / تحصيل	مرتفع	منخفض	المجموع
ناجح	١٠	-١٠	صفر
راسب	-١٠	١٠	صفر
مجـ	صفر	صفر	صفر

(٣) نعـد جـدولاً يشتمل على التكرار التجريبى (ك) ، والتكرار النظرى (كَ) ، لحساب (كا^{٢}) على النحو الآتى :

ك	كَ	ك – كَ	(ك – كَ)^{٢}	$\frac{(ك - كَ)^{٢}}{كَ}$
٤٠	٣٠	+١٠	١٠٠	٣,٣٣
٢٠	٣٠	-١٠	١٠٠	٣,٣٣
١٠	٢٠	-١٠	١٠٠	٥,٠٠
٣٠	٢٠	+١٠	١٠٠	٥,٠٠
مجـ =١٠٠	مجـ = ١٠٠			مجـ = ١٦,٦٦

$$\therefore كا^{٢} = \frac{مجـ (ك - كَ)^{٢}}{كَ} = ١٦,٦٦$$

(٤) نحسب درجات الحرية * = (عدد الأعمدة – ١) (عدد الصفوف – ١)

= (٢ – ١) (٢ – ١) = ١

(٥) قيمة (كا^2) الجدولية المقابلة لدرجات حرية واحد = ١٠,٨٣ عند مستوى ٠,٠٠١ ، وبالتالى فإن (كا^2) المحسوبة (١٦,٦٦) > (كا^2) الجدولية (١٠,٨٣) عند مستوى ٠,٠٠١ ، أى أن (كا^2) المحسوبة دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠٠١ ، وهذا يجعلنا نرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل (يؤثر الذكاء فى النجاح التحصيلى) .

ويمكن حساب (كا^2) من التكرارات الملاحظة باستخدام المعادلة الآتية :

$$\text{كا}^2 = \frac{\text{ن}\,(\text{أ د} - \text{ب جـ})^2}{(\text{أ} + \text{ب})(\text{جـ} + \text{د})(\text{أ} + \text{جـ})(\text{ب} + \text{د})}$$

حيث أن :

أ ، ب ، جـ ، د = التكرارات الملاحظة .

ن = مجموع هذه التكرارات

ويمكن حل المثال السابق باستخدام هذه المعادلة على النحو الآتى :

$$\text{كا}^2 = \frac{100\,(40 \times 30 - 10 \times 20)^2}{40 \times 60 \times 50 \times 50}$$

$$\text{كا}^2 = \frac{100\,(1000)^2}{40 \times 60 \times 50 \times 50}$$

$$\text{كا}^2 = \frac{1000000}{40 \times 60 \times 5 \times 5} = 16.66$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً .

ويمكن حساب (كا^2) للجدول التكرارى (ن × ن) بالطريقة العامة بشرط ألا تقل القيمة العددية للتكرار المتوقع لأية خلية من خلايا هذا الجدول عن خمسة ،

---

* درجات الحرية فى حالة اختبار كا^2 لحسن المطابقة = عدد الخلايا – ١؛ ودرجات الحرية فى حالة اختبار كا^2 لحسن المطابقة مع التوزيع الاعتدالى = عدد الخلايا – ٣ .

فعندما يقل التكرار المتوقع عن خمسة نضم بعض صفوف الجدول ، أو أعمدته إلى بعضها البعض حتى يصبح تكرارها المتوقع ≤ خمسة ، كما هو موضح فى المثال الآتى :

مثال (١٩) :

يوضح الجدول الآتى استجابات الذكور والإناث عن سؤال من أسئلة استبيان ، احسب (كا٢) .

الاستجابة / النوع	موافق جداً	موافق نوعاً ما	لا أدرى	أرفض تماماً	أرفض جداً	مجـ
ذكور	٥	٣٧	١٣	٢٨	٥	٨٨
إناث	٣	١٧	٨	٢٠	٥	٥٣
مجـ	٨	٥٤	٢١	٤٨	١٠	١٤١

خطوات الحل :

(١) نحسب التكرارات النظرية أو المتوقعة لكل خلية من خلايا الجدول على النحو الآتى :

(أ) التكرار النظرى (كَ) لخلية ذكور موافق جداً

$$= \frac{٨ \times ٨٨}{١٤١} = ٥$$

(ب) التكرار النظرى (كَ) لخلية ذكور موافق نوعاً ما

$$= \frac{٥٤ \times ٨٨}{١٤١} = ٣٣,٧$$

وهكذا لجميع خلايا الجدول ، حتى نحصل على التكرارات المتوقعة كما هو موضح فى الجدول الآتى :

الاستجابة / النوع	موافق جداً	موافق نوعاً ما	لا أدرى	أرفض تماماً	أرفض جداً	مجـ
ذكور	٥	٣٣,٧	١٣,١	٣٠	٦,٢	٨٨
إناث	٣	٢٠,٣	٧,٩	١٨	٣,٨	٥٣
مجـ	٨	٥٤	٢١	٤٨	١٠	١٤١

(٢) نلاحظ أن التكرار المتوقع للخليتين (إناث – موافق جداً ؛ إناث – أرفض جداً) أقل من خمسة ، لذا فعلينا أن نجمع خلايا عمود " موافق جداً " مع خلايا عمود " موافق نوعاً ما " لنحصل بذلك على عمود " موافق " ، ونجمع خلايا عمود " أرفض نوعاً ما " مع خلايا عمود " أرفض جداً " لنحصل بذلك على عمود " أرفض " حتى نُكون الجدول الآتى الذى يصلح لحساب قيمة ($كا^2$) .

الاستجابة / النوع	موافق	لا أدرى	أرفض	مجـ
ذكور	٤٢	١٣	٣٣	٨٨
إناث	٢٠	٨	٢٥	٥٣
مجـ	٦٢	٢١	٥٨	١٤١

(٣) نحسب التكرارات المتوقعة للجدول السابق بعد ضم الأعمدة والصفوف ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

الاستجابة / النوع	موافق	لا أدرى	أرفض
ذكور	٣٨,٧	١٣,١١	٣٦,٢٠
إناث	٢٣,٣٠	٧,٨٩	٢١,٨

(٤) نحسب ($كا^2$) على النحو الآتى :

ك	كَ	ك – كَ	$(ك - كَ)^2$	$\frac{(ك - كَ)^2}{كَ}$
٤٢	٣٨,٧	٣,٣٠	١٠,٨٩	٠,٢٨٠
٢٠	٢٣,٣٠	٣,٣٠-	١٠,٨٩	٠,٤٧٠
١٣	١٣,١١	٠,١١-	٠,٠١٢	٠,٠٠١
٨	٧,٨٩	٠,١١	٠,٠١٢	٠,٠٠٢
٣٣	٣٦,٢٠	٣,٢٠-	١٠,٢٤	٠,٢٨٠
٢٥	٢١,٨	٣,٢٠	١٠,٢٤	٠,٤٧٠

$$\therefore \quad كا^2 = \frac{مجـ\,(ك - كَ)^2}{كَ} = ١,٥٠٣$$

(٥) نحسب درجات الحرية = (عدد الأعمدة – ١) (عدد الصفوف – ١)

= (٣ – ١) (٢ – ١) = ٢

قــيمة (كا^{٢}) الجدولية المقابلة لدرجات حرية ٢ عند مستوى ٠,٠٥ تساوى ٥,٩٩ ، وبالــتالى فــإن قــيمة (كا^{٢}) المحسوبة (١,٥٠٣) غير دالة إحصائياً ، أى نســتطيع أن نقرر أنه لا توجد فروق دالة إحصائياً بين استجابات الذكور والإناث عن ذلك السؤال .

ويمكــن حساب (كا^{٢}) فى حالة احتواء التكرارات المتوقعة على قيمة أقل من خمســة عــن طــريق تعديل الفرق بين التكرار التجريبى والنظرى (ك – كَ) بطرح قــيمة مقدارهــا (٠,٥) مــن كــل فــرق بغض النظر عن الإشارة السالبة (الفرق المطلــق) ، وقد اقترح هذا التعديل " ييتس " *Yates* ، وأطلق عليه " تصحيح ييتس " *Yates Correction* (فى : محمود السيد أبو النيل ، ١٩٧٨ ، ص ١٩٢) ، كما هو موضح فى المثال الآتى :

مثال (٣) :

ك	كَ	ك – كَ	(ك– كَ) المعدل	(ك – كَ)^{٢}	(ك – كَ)^{٢} / كَ
٢	٤	٢-	٢,٢٥	١,٥٠	٠,٥٦
٧	٤	٣+	٦,٢٥	٢,٥٠	٠,٠٦
٣	٤	١-	٠,٢٥	٠,٥٠	٠,٠٦

$$\therefore \quad \text{كا}^{٢} = \frac{\text{مجـ} \,(\text{ك} - \text{كَ})^{٢}}{\text{كَ}} = ١,٦٨$$

درجات الحرية = عدد الحالات – ١ = ٣ – ١ = ٢

∴ (كــا^{٢}) المحســوبة (١,٦٨) < كــا^{٢} الجدولية (٥,٩٩) المقابلة لدرجات حرية ٢ عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالى فإن الفرق غير دال إحصائياً .

تمارين :

١- أجــاب ١٢٠ تلمــيذاً عن سؤال فى استبيان وكان تكرار القبول ٩٠ وتكرار الرفض ٣٠ ، احسب باستخدام (كا^{٢}) دلالة فرق هذا التكرار .

٢- احسب (كا^{٢}) من بيانات الجدول الآتى :

٤٠	٧٠
٨٠	٩٠

ثالثاً : اختبار كولموجروف – سميرنوف للعينة الواحدة :

Kolmogorov – Smirnof one Sample Test:

يُستخدم اختبار كولموجروف – سميرنوف فى حالة البيانات الاسمية ، أو مقاييس التقدير *Rating Scales* لقياس حُسن المطابقة عن طريق التحقق من صحة الفرض الصفرى (لا توجد فروق بين التكرارات) ، بدلاً من اختبار (كا^{٢}) الخاص بقياس دلالة البيانات التصنيفية ، ويقوم اختبار كولموجروف – سميرنوف على مقارنة التوزيع التكرارى المتجمع (التراكمى) – تحت شرط التوزيع النظرى – مع التوزيع التكرارى المتجمع المُلاحَظ ، ويمثل التوزيع النظرى ما هو متوقع تحت شرط الفرض الصفرى ، ويتم فى هذا الاختبار تحديد النقطة التى يحدث فيها أعلى تباعد *Divergence* (أكبر فرق مطلق) ، بين النسب المتجمعة الملاحظة (المشاهدة) والنسب المتجمعة المتوقعة ، ويستخدم هذا الاختبار الإحصائى فى اختبار نفس الفرض الذى يتم اختباره بواسطة (كا^{٢}) فى حالة العينة الواحدة ، إلا أنه أكثر دقة وسهولة فى إجراء العمليات الحسابية من (كا^{٢}) ، كما أنه يُفضل استخدامه عن (كا^{٢}) عندما يكون حجم العينة $\geq$ ٣٠ فرداً ، ويتم حسابه من المعادلة الآتية :

$$\text{أكبر فرق مطلق } (K.S) = \left(\frac{ك_{١}}{ن} - \frac{\bar{ك}_{٢}}{ن} \right)$$

حيث أن :

ك$_{١}$: التكرار المتجمع التصاعدى المشاهد أو الملاحظ ،

$\frac{ك_{١}}{ن}$: التكرار المتجمع الملاحظ النسبى

$\bar{ك}_{٢}$: التكرار المتجمع التصاعدى للتكرارات المتوقعة (ك$_{٢}$)

$\frac{\bar{ك}_{٢}}{ن}$: التكرار المتجمع التصاعدى النسبى للتكرارات المتوقعة

ن : عدد أفراد العينة = مجموع التكرارات (مجـ ك)

ويتم مقارنة قيمة *K.S* (أكبر فرق مطلق) ، المحسوبة بالقيمة النظرية الجدولية المقابلة لعدد أفراد العينة (ن) من جدول القيم النظرية الخاصة بهذا الاختبار (اختبار كولموجروف – سميرنوف للعينة الواحدة) ، فإذا كانت القيمة المحسوبة *K.S* $\geq$ القيمة النظرية الجدولية فهذا يدل على وجود فرق دال إحصائياً بين التكرار الملاحظ والتكرار المتوقع ، وبالتالى يتم رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل .

مثال (٢١) :

قــام باحــث بدراســة لمعــرفة رغبة الأطفال فى اختيار اللعبة ، وفى سبيل ذلــك وخــلال جزء من بحثه وضع اللعبة نفسها فى ألوان مختلفة ، وكانت اختيارات الأطفال ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

اللون	أبيض	أصفر	أحمر	أزرق	أخضر
التكرار (ك)	٣	٩	١٦	١	١

تحقق من صحة الفرض الصفرى " اختيار الطفل للعبة لا علاقة له باللون "

خطوات الحل :

(١) التكرارات المتوقعة ($ك_٢$) = $\frac{\text{مجـ ك}}{\text{عدد البدائل}} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$

(٢) نحسب التكرار المتجمع التصاعدى ($ك_١$) للتكرار الملاحظ (ك)

ك١ = ٣ – ١٢ – ٢٨ – ٢٩ – ٣٠

(٣) نحســـب الـــتكرار المـــتجمع الملاحظ النسبى ($\frac{ك_١}{ن}$) من التكرار المتجمع الملاحظ (ك١) :

$$\frac{ك_١}{ن} = \frac{٣}{٣٠} ، \frac{١٢}{٣٠} ، \frac{٢٨}{٣٠} ، \frac{٢٩}{٣٠} ، \frac{٣٠}{٣٠}$$

(٤) التكرارات المتوقعة ($ك_٢$) = ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٦

(٥) نحسب التكرار المتجمع المتوقع ($كَ_٢$) للتكرارات المتوقعة ($ك_٢$) :

$كَ_٢$ = ٦ – ١٢ – ١٨ – ٢٤ – ٣٠

(٦) نحسب التكرار المتوقع النسبى ($\frac{كَ_٢}{ن}$) للتكرارات المتجمعة المتوقعة ($كَ_٢$)

$$\frac{كَ_٢}{ن} = \frac{٦}{٣٠} ، \frac{١٢}{٣٠} ، \frac{١٨}{٣٠} ، \frac{٢٤}{٣٠} ، \frac{٣٠}{٣٠}$$

(٧) نحسب الفرق المطلق $\left[\frac{ك_١}{ن} - \frac{كَ_٢}{ن} \right]$ =

ناتج الخطوة (٣) – ناتج الخطوة (٦) :

$\left[\frac{ك_١}{ن} - \frac{كَ_٢}{ن} \right] = \frac{-٣}{٣٠}$ ، صفر ، $\frac{١٠}{٣٠}$ ، $\frac{٥}{٣٠}$ ، صفر

أكبر فرق = $\frac{-٣}{٣٠}$ + صفر + $\frac{١٠}{٣٠}$ + $\frac{٥}{٣٠}$ + صفر

أكبر فرق = $\frac{١٢}{٣٠}$ = ٠,٤

(٨) نكشــف عن القيمة النظرية بجدول القيم النظرية المقابلة لعدد (ن) = ٣٠ ، نجد أن القيمة النظرية = ٠,٢٤ ، ٠,٢٧ عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ على

الترتيب ، أى أنه توجد اختلافات جوهرية فى اختيارات الأطفال للعب تختلف باخـــتلاف اللـــون ، بمعنى أن هناك علاقة بين اختيار الطفل للعبة ولونها ، وبذلـــك يـــتم رفض الفرض الصفرى السابق ، ويمكن تلخيص خطوات الحل السابقة فى الجدول الآتى :

اللون	ك	$ك_1$	$\frac{ك_1}{ن}$	$ك_2$	$كَ_2$	$\frac{كَ_2}{ن}$	$\frac{ك_1}{ن} - \frac{كَ_2}{ن}$
أبيض	٣	٣	$\frac{٣}{٣٠}$	٦	٦	$\frac{٦}{٣٠}$	$-\frac{٣}{٣٠}$
أصفر	٩	١٢	$\frac{١٢}{٣٠}$	٦	١٢	$\frac{١٢}{٣٠}$	صفر
أحمر	١٦	٢٨	$\frac{٢٨}{٣٠}$	٦	١٨	$\frac{١٨}{٣٠}$	$\frac{١٠}{٣٠}$
أزرق	١	٢٩	$\frac{٢٩}{٣٠}$	٦	٢٤	$\frac{٢٤}{٣٠}$	$\frac{٥}{٣٠}$
أخضر	١	٣٠	$\frac{٣٠}{٣٠}$	٦	٣٠	$\frac{٣٠}{٣٠}$	صفر
مجـ	٣٠						٠,٤

ويمكن حل المثال السابق باستخدام ($كا^2$) على النحو الآتى :

اللون	ك	كَ	ك − كَ	$(ك - كَ)^2$	$\frac{(ك - كَ)^2}{كَ}$
أبيض	٣	٦	−٣	٩	$\frac{٩}{٦}$
أصفر	٩	٦	+٣	٩	$\frac{٩}{٦}$
أحمر	١٦	٦	+١٠	١٠٠	$\frac{١٠٠}{٦}$
أزرق	١	٦	−٥	٢٥	$\frac{٢٥}{٦}$
أخضر	١	٦	−٥	٢٥	$\frac{٢٥}{٦}$
مجـ	٣٠				٢٨

$$\therefore \text{كا}^{٢} = \frac{\text{مجـ}(\text{ك} - \text{كَ})^{٢}}{\text{كَ}} = ٢٨$$

درجات الحرية = عدد الحالات – ١ = ٥ – ١ = ٤

قيمة (كا^٢) الجدولية المقابلة لدرجات حرية (٤) = ١٨,٤٦ عند مستوى ٠,٠٠١ ، أى أن قيمة (كا^٢) المحسوبة (٢٨) > قيمة (كا^٢) الجدولية (١٨,٤٦) عند مستوى ٠,٠٠١ ، وهذا يدل على وجود فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠٠١ بين اختيارات الأطفال للعب ، تختلف باختلاف اللون ، وبالتالى يمكن رفض الفرض الصفرى .

ونلاحظ فى بعض الأحيان رفض الفرض الصفرى باستخدام اختبار (كا^٢) ، بينما اختبار كولموجروف – سميرنوف يقبله ، وهذا يدل على دقة اختبار كولموجروف – سميرنوف .

رابعاً : اختبار كولموجروف – سميرنوف لعينتين مستقلتين :

Kolmogorov – Smirnof Tow Sample Test:

يمكن استخدام اختبار كولموجروف – سميرنوف لاختبار دلالة الفرق بين مجموعتين مستقلتين (ذكور – إناث ؛ علمى – أدبى ؛ ريف – حضر ، وغيرها) فى متغير تابع نتائج قياسه فى صورة رتب ، وهو يعتمد فى ذلك على نفس فكرة الاختبار فى حالة مجموعة واحدة والتى سبق شرحها ، ويحسب من المعادلة الآتية :

$$\boxed{K = \left(\frac{\text{ك}_١}{\text{ن}_١} - \frac{\text{ك}_٢}{\text{ن}_٢}\right)\sqrt{\frac{\text{ن}_١ \times \text{ن}_٢}{\text{ن}_١ + \text{ن}_٢}}}$$

$$\left[\frac{\text{ك}_١}{\text{ن}_١} - \frac{\text{ك}_٢}{\text{ن}_٢}\right] = \text{ف}$$ (أكبر فرق مطلق بين التكرارين ك١ ، ك٢ المتجمعين النسبيين)

$$\boxed{K = \text{ف}\sqrt{\frac{\text{ن}_١ \times \text{ن}_٢}{\text{ن}_١ + \text{ن}_٢}}}$$

حيث أن :

$ك_1$: التكرار المتجمع للعينة ($ن_1$)

$ك_2$: التكرار المتجمع للعينة ($ن_2$)

$\frac{ك_1}{ن_1}$: التكرار المتجمع النسبى للعينة ($ن_1$)

$\frac{ك_2}{ن_2}$: التكرار المتجمع النسبى للعينة ($ن_2$)

نقارن K المحسوبة بالقيم النظرية ($\acute{K}$) الموضحة بالجدول الآتى :

دلالة الطرف الواحد	٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥	٠,٠٠٣	٠,٠٠١	٠,٠٠٠٥
دلالة الطرفين	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠٦	٠,٠٠٢	٠,٠٠١
قيمة $\acute{K}$	١,٢٢	١,٣٦	١,٥٢	١,٦٣	١,٧٣	١,٨٦	١,٩٥

فـإذا كانـت K المحسـوبة $\leq$ $\acute{K}$ النظرية (الجدولية) ، عند أى مستوى من مستويات الدلالـة ، دلّ ذلك على وجود فروق بين المجموعتين فى المتغير التابع ، وبالتالى يتم رفض الفرض الصفرى ، وقبول الفرض البديل .

مثال (٢٢) :

طـبق باحـث اختـباراً فـى مقرر القياس النفسى على طلاب الفرقة الثالثة (الشعب العلمية والشعب الأدبية) بكلية التربية بقنا وحصل على البيانات الآتية :

التقدير / التخصص	ضعيف جداً	ضعيف	مقبول	جيد	جيد جداً	ممتاز
علمـــى	٤	٤	٩	١١	١٦	٢٠
أدبـــى	١٢	١٩	١٥	٧	٦	٢

وأراد الباحث التحقق من صحة الفرض : " لا توجد فروق دالة إحصائياً بين تقديـرات طـلاب الشـعب العلمـية وتقديرات طلاب الشعب الأدبية فى مقرر القياس النفسى " .

خطوات الحل :

(١) نحسب التكرار المتجمع لطلاب الشعب العلمية ($ك_1$) :

$ك_1$ = ٤ – ٨ – ١٧ – ٢٨ – ٤٤ – ٦٤

(٢) نحسب التكرار المتجمع النسبى لطلاب الشعب العلمية $(\frac{ك_١}{ن_١})$:

$$\frac{ك_١}{ن_١} = \frac{٤}{٦٤} ، \frac{٨}{٦٤} ، \frac{١٧}{٦٤} ، \frac{٢٨}{٦٤} ، \frac{٤٤}{٦٤} ، \frac{٦٤}{٦٤}$$

(٣) نحسب التكرار المتجمع لطلاب الشعب الأدبية $(ك_٢)$:

$ك_٢$ = ١٢ - ٣١ - ٤٦ - ٥٣ - ٥٩ - ٦١

(٤) نحسب التكرار المتجمع النسبى لطلاب الشعب الأدبية $(\frac{ك_٢}{ن_٢})$:

$$\frac{ك_٢}{ن_٢} = \frac{١٢}{٦١} ، \frac{٣١}{٦١} ، \frac{٤٦}{٦١} ، \frac{٥٣}{٦١} ، \frac{٥٩}{٦١} ، \frac{٦١}{٦١}$$

(٥) نحسب الفرق المطلق $[\frac{ك_١}{ن_١} - \frac{ك_٢}{ن_٢}]$

$$ف = (\frac{٤}{٦٤} - \frac{١٢}{٦١}) + (\frac{٨}{٦٤} - \frac{٣١}{٦١}) + (\frac{١٧}{٦٤} - \frac{٤٦}{٦١}) +$$
$$(\frac{٢٨}{٦٤} - \frac{٥٣}{٦١}) + (\frac{٤٤}{٦٤} - \frac{٥٩}{٦١}) + (\frac{٦٤}{٦٤} - \frac{٦١}{٦١})$$

ف = ٠,١٣ + ٠,٣٨ + ٠,٤٩ + ٠,٤٣ + ٠,٢٨ + صفر

∴ أكبر فرق مطلق (ف) = ٠,٤٩

(٦) نعوض فى المعادلة :

$$\boxed{K = ف \sqrt{\frac{ن_١ \times ن_٢}{ن_١ + ن_٢}}}$$

$$K = ٠,٤٩ \sqrt{\frac{٦٤ \times ٦١}{٦٤ + ٦١}} = ٠,٤٩ \sqrt{٣١,٢٣}$$

$$K = ٠,٤٩ \times ٥,٥٨ = ٢,٧٣$$

(٧) نستخرج قيمة K' النظرية من جدول القيم النظرية ، وطبقاً لدلالة الطرفين فإن القيمة النظرية اللازمة للدلالة عند مستوى ٠,٠٠١ تساوى ١,٩٥ ، وبالتالى فإن K المحسوبة > K' الجدولية عند مستوى ٠,٠٠١ ، أى توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠٠١ بين تقديرات طلاب الشعب العلمية وتقديرات طلاب الشعب الأدبية فى مقرر القياس النفسى .

(٨) يمكن تلخيص الخطوات السابقة فى الجدول الآتى :

التقديرات	التخصص علمى	التخصص أدبى	ك١ علمى	ك١ / ن١	ك٢ أدبى	ك٢ / ن٢	ك١ / ن١ – ك٢ / ن٢
ضعيف جداً	٤	١٢	٤	٤ / ٦٤	١٢	١٢ / ٦١	٠,١٣
ضعيف	٤	١٩	٨	٨ / ٦٤	٣١	٣١ / ٦١	٠,٣٨
مقبول	٩	١٥	١٧	١٧ / ٦٤	٤٦	٤٦ / ٦١	ف = ٠,٤٩
جيد	١١	٧	٢٨	٢٨ / ٦٤	٥٣	٥٣ / ٦١	٠,٤٣
جيد جداً	١٦	٦	٤٤	٤٤ / ٦٤	٥٩	٥٩ / ٦١	٠,٢٨
ممتاز	٢٠	٢	٦٤	٦٤ / ٦٤	٦١	٦١ / ٦١	صفر

خامسا : اختبار مان - ويتنى (يو) : *Mann –Whitney U Test*

يلجأ الباحث إلى استخدام اختبار مان – ويتنى لحساب الفروق بين عينتين ، أو مجموعتين مستقلتين عندما يتعذر عليه استخدام اختبار " ت " ، أى عندما لا تتحقق شروط استخدام اختبار " ت " (العينات العشوائية ، تجانس التباين ، إعتدالية التوزيع ، استقلالية العينات ، وغيرها) ، وأيضاً عندما تكون البيانات التى حصل عليها الباحث لمتغيرات بحثه فى صورة رتب ، أو درجات يمكن تحويلها إلى رتب ، ويعد اختبار مان – ويتنى من أقوى الاختبارات اللابارامترية للعينات الصغيرة وأقدمها ومن أقوى البدائل عندما يتعذر على الباحث استخدام اختبار " ت " .

وتوجد ثلاثة أنواع من المعالجة فى هذا الاختبار هى : عندما يكون عدد أفراد العينات < ٩ ، وعندما تكون العينات ذات حجم متوسط (٩ < ن < ٢٠) ، وعندما يزيد أفراد العينة عن ٢٠ (ن > ٢٠) .

١- عندما يكون عدد أفراد كل مجموعة (ن١ ، ن٢) < ٩ :

نقوم بدمج درجات المجموعتين معاً ، ونرتبها ترتيباً طبيعياً ، ثم نحدد المجموعة ذات الحجم الأصغر ، ونحسب قيمة *U* لهذه المجموعة عن طريق حساب عدد المرات التى فيها درجة من المجموعة الثانية تسبق درجة من المجموعة الأولى وبعد تحديد ن١ ، ن٢ ، *U* نكشف فى الجداول المعدة لذلك ، فإذا كانت

U المحســوبة $\geq$ U الجدولــية عــند مستوى الدلالة المختار (α) ، فإنه يتم فى هذه الحالــة رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل بأنه توجد فروق دالة بين أفراد المجموعتيــن فــى المتغير التابع ، أما إذا كانت U المحسوبة > U الجدولية فإنه يتم قــبول الفرض الصفرى " لا توجد فروق " ورفض الفرض البديل (نلاحظ أن الكشف عن دلالة U عكس الكشف عن دلالة اختبار " ت " ، ودلالة $كا^{٢}$) .

مثال (٢٣) :

حصل باحث فى بحثه على البيانات الآتية :

المجموعة التجريبية (ت)	٧٨	٦٤	٧٥	٤٥	٨٢
المجموعة الضابطة (ض)	١١٠	٧٠	٥٣	٥١	—

المطلوب : حساب الفروق بين المجموعتين باستخدام اختبار مان – ويتنى .

خطوات الحل :

(١) نرتب درجات أفراد المجموعتين معاً ترتيباً طبيعياً .

(٢) نحـــدد المجموعة الصغرى وهى المجموعة الضابطة $ن_{١}$ فى مثالنا بافتراض أن المجموعــة التجريبـــية ($ن_{٢}$) هى الأكبر (نرمز عادة للمجموعة الكبرى بالرمز $ن_{٢}$)

(٣) نضـــع الرمـــز (ت) لكـــل درجة من درجات المجموعة الأولى ($ن_{١}$) ، ونضع الرمز (ض) لكل درجة من درجات المجموعة الثانية ($ن_{٢}$) ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

٤٥	٥١	٥٣	٦٤	٧٠	٧٥	٧٨	٨٢	١١٠
ت	ض	ض	ت	ض	ت	ت	ت	ض

(٤) نحســـب قـــيمة U للمجموعــة الصغرى ($ن_{١}$) عن طريق فحص المجموعة الضـــابطة (ض) ، أو المجموعــة الثانـــية ($ن_{٢}$) ، وذلك بحساب عدد مرات درجـــات المجموعـــة التجريبـــية (ت) الـــتى تسبق كل درجة فى المجموعة الضابطة (ض) .

U = عد مرات ت التى تسبق كل ض = ١ + ١ + ٢ + ٥ = ٩

∴ U = ٩ ، $ن_1$ = ٤ ، $ن_2$ الكبرى = ٥

∴ قيمة U الجدولية المقابلة لـــ $ن_1$ = ٤ ، $ن_2$ = ٥ عند مستوى ٠,٠٥ (أدنى مستـــوى لدلالة الطرفين متفق عليه فى العلوم السلوكية) تساوى واحد ، أى أن U المحســـوبة > U الجدولية ، وهنا يتم قبول الفرض الصفرى ، ورفض الفرض البديل .

٢- *عندما تكون ٩ ≤ ن ≤ ٢٠ :*

يتم استخدام اختبار مان – ويتنى فى هذه الحالة وفقاً للخطوات الآتية :

أ – نقوم بتسجيل درجات أفراد كل مجموعة فى جدول ، ثم تحويل هذه الدرجات إلى رتب (ر) ، بحيث يُكتب أمام كل درجة رتبتها فى العينتين معاً ، وليس مجـــرد رتبـــتها فـــى مجموعـــتها التى تنتمى إليها ، مع مراعاة أن الدرجة الصـــغرى تـــأخذ الرتـــبة ١ ، فالأكـــبر ٢ ، فالأكبر ٣ وهكذا ، وفى حالة الدرجات المتساوية فإنها تعطى متوسط الرتب المتتالية التى تحتلها (راجع طريقة حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان فى الفصل السادس) .

ب- نجمـــع رتـــب درجات كل مجموعة ($ن_1$ ، $ن_2$) ونرمز له بالرمز مجـــ $ر_1$ للمجموعـــة الأولـــى ومجـــ $ر_2$ للمجموعة الثانية (لمراجعة الحل نُذّكر بأن مجـــ $ر_1$ + مجـــ $ر_2$ = $\frac{(ن_1 + ن_2)(ن_1 + ن_2 + ١)}{٢}$) .

جـــ- نحسب U_1 ، U_2 من المعادلات الآتية :

$$U_1 = ن_1\, ن_2 + \frac{ن_1 (ن_1 + ١)}{٢} - مجـــ\, ر_1$$

$$U_2 = ن_1\, ن_2 + \frac{ن_2 (ن_2 + ١)}{٢} - مجـــ\, ر_2$$

[للمراجعة : $U_1 + U_2$ = $ن_1$ × $ن_2$]

د – نحدد U الصغرى سواء كانت U_1 أو U_2 ، ونكشف فى الجداول عن قيمة U الجدولـــية المقابلة لعدد أفراد المجموعة الأولى $ن_1$ ، وعدد أفراد المجموعة الثانـــية $ن_2$ ، فإذا كانت U الصغرى المحسوبة ≤ U الجدولية يكون للفرق بيـــن المجموعتيـــن دلالـــة إحصائية ، وهنا نرفض الفرض الصفرى ونقبل

الفــرض البديل ، أما إذا كانت U الصغرى المحسوبة > U الجدولية ، فهذا يــدل على أن الفرق بين المجموعتين غير دال إحصائياً ، وهنا نقبل الفرض الصفرى ونرفض الفرض البديل .

مثال (٢٤) :

قــام باحــث باختــيار مجموعتيــن مــن الأطفــال بطريقة عشوائية وكانت المجموعــتان متكافئتيــن ، أطلق على مجموعة منها مجموعة تجريبية وأطلق على الأخــرى مسمى المجموعة الضابطة ، ثم تعرضت المجموعة التجريبية لبرنامج تنمية التفكير الابتكارى وبعد انتهاء البرنامج قام الباحث بقياس التفكير الابتكارى لدى أفراد المجموعتين (التجريبية والضابطة) وحصل على البيانات الآتية :

مجموعة تجريبية	١٧	١٧	١٤	١١	١١	٨	٦	٤	--	--
مجموعة ضابطة	١٢	١٢	١١	١٠	٦	٥	٥	٤	٢	٢

وأراد الباحــث اختــبار صحة الفرض " البرنامج ذو فعالية فى تنمية التفكير الابتكارى لدى الأطفال " .

خطوات الحل :

نطبق خطوات الحل السابقة حتى نحصل على الجدول الآتى :

المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة	
الدرجة	الرتبة (ر ١)	الدرجة	الرتبة (ر ٢)
١٧	١٧,٥	١٢	١٤,٥
١٧	١٧,٥	١٢	١٤,٥
١٤	١٦	١١	١٢
١١	١٢	١٠	١٠
١١	١٢	٦	٧,٥
٨	٩	٥	٥,٥
٦	٧,٥	٥	٥,٥
٤	٣,٥	٤	٣,٥
—	—	٢	١,٥
—	—	٢	١,٥
ن١ = ٨	مجـ ر١ = ٩٥	ن٢ = ١٠	مجـ ر٢ = ٧٦

نلاحظ من الجدول السابق أن $\text{مجـ ر}_{١} + \text{مجـ ر}_{٢} = ٩٥ + ٧٦ = ١٧١$

$$\text{مجـ ر}_{١} + \text{مجـ ر}_{٢} = \frac{(٨ + ١٠)(٨ + ١٠ + ١)}{٢} = \frac{١٨ \times ١٩}{٢} = ١٧١$$

$$\boxed{U_{١} = \text{ن}_{١}\,\text{ن}_{٢} + \frac{\text{ن}_{١}(\text{ن}_{١} + ١)}{٢} - \text{مجـ ر}_{١}}$$

$$U_{١} = ٨ \times ١٠ + \frac{٨ \times ٩}{٢} - ٩٥$$

$$U_{١} = ٨٠ + ٣٦ - ٩٥ = ٢١$$

$$\boxed{U_{٢} = \text{ن}_{١}\,\text{ن}_{٢} + \frac{\text{ن}_{٢}(\text{ن}_{٢} + ١)}{٢} - \text{مجـ ر}_{٢}}$$

$$U_{٢} = ٨ \times ١٠ + \frac{١٠ \times ١١}{٢} - ٧٦$$

$$U_{٢} = ٨٠ + ٥٥ - ٧٦ = ٥٩$$

[لمراجعة الحل نتذكر أن $U_{١} + U_{٢} = \text{ن}_{١} \times \text{ن}_{٢} = ٢١ + ٥٩ = ٨ \times ١٠ = ٨٠$]

$\therefore U_{١} = ٢١$ هـى القـيمة الصغرى ، $\text{ن}_{١} = ٨$ ، $\text{ن}_{٢} = ١٠$ ، فيمة U الجدولية (عند $\text{ن}_{١} = ٨$ ، $\text{ن}_{٢} = ١٠$ ومستوى دلالة الطرفين ٠,٠٥) = ١٧ ، وبالتالى فـإن $U_{١}$ المحسـوبة > U الجدولـية ، وهذا يدل على أنه لا توجد فروق ذات دلالـة إحصائية بين رتب درجات المجموعة التجريبية ورتب درجات المجموعة الضـابطة ، وبالتالى يتم رفض الفرض السابق : " البرنامج ذو فعالية فى تنمية التفكير الابتكارى لدى الأطفال " وقبول الفرض الصفرى " ليس للبرنامج فعالية فى تنمية التفكير الابتكارى لدى الأطفال " .

ويمكن حل مثال (٢٣) السابق بالطريقة الآتية :

المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة	
الدرجة	الرتبة (ر ١)	الدرجة	الرتبة (ر ٢)
١١٠	٩	٧٨	٧
٧٠	٥	٦٤	٤
٥٣	٣	٧٥	٦
٥١	٢	٤٥	١
		٨٢	٨
ن_1 = ٤	مجـ ر_1 = ١٩	ن_2 = ٥	مجـ ر_2 = ٢٦

$$U_1 = \text{ن}_1\,\text{ن}_2 + \frac{\text{ن}_1(\text{ن}_1 + ١)}{٢} - \text{مجـ ر}_1$$

$$U_1 = ٤ \times ٥ + \frac{٤ \times ٥}{٢} - ١٩$$

$$U_1 = ٢٠ + ١٠ - ١٩ = ١١$$

$$U_2 = \text{ن}_1 \times \text{ن}_2 - U_1 = ٢٠ - ١١ = ٩$$

$\therefore U_2$ (الصغرى) = ٩ ، ن_1 = ٤ ، ن_2 = ٥

قيمة U الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ لدلالة الطرفين المقابلة لـ (٤ ، ٥) تساوى ١ ، ومن هنا فإن $U_2 > U$ الجدولية ، وبالتالى يتم قبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل .

٣- *عندما تكون ن > ٢٠ :*

يتبع الباحث فى هذه الحالة نفس خطوات الحالة الثانية (٩ ≤ ن ≤ ٢٠) التى سبق شرحها ثم يأخذ U الصغرى ويعوض بها فى المعادلة الآتية :

$$\text{الدرجة المعيارية ذ} = \frac{U_{(\text{الصغرى})} - \frac{\text{ن}_1 \times \text{ن}_2}{٢}}{\sqrt{\frac{\text{ن}_1\,\text{ن}_2(\text{ن}_1 + \text{ن}_2 + ١)}{١٢}}}$$

وتخضع دلالة (ذ) للقيم المعيارية (± ١,٦٤٥ ، ± ٢,٣٣) عند مستويى ٠,٠٢٥ ، ٠,٠٠٥ لدلالة الطرف الواحد ؛ والقيم (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ لدلالة الطرفين .

نلاحظ من المعادلة السابقة ما يأتى :

$\frac{\text{ن}_1 \times \text{ن}_2}{٢}$ = المتوسط ؛ $\sqrt{\frac{\text{ن}_1\,\text{ن}_2(\text{ن}_1 + \text{ن}_2 + ١)}{١٢}}$ = الانحراف المعيارى (ع)

$$\therefore \text{الدرجة المعيارية (ذ)} = \frac{U - \text{المتوسط}}{\text{ع}}$$

ويكتفى معظم الباحثين بمعرفة الفروق ودلالتها عند استخدام اختبار " مان – ويتنى " ، إلا أن الباحث الماهر يقوم بحساب قوة العلاقة بين المتغير المستقل (التجريبى) ، والمتغير التابع عندما تكون الفروق دالة إحصائياً ، نظراً لأنها تشير إلى وجود علاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع ، ويمكن حساب قوة العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع عن طريق حساب معامل الارتباط الثنائى للرتب *Rank Biserial Correlation* الذى اقترحه *Glass* من المعادلة الآتية :

$$\text{ق}_U = \frac{2\,(\text{م}_{ر1} - \text{م}_{ر2})}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}$$

حيث أن :

ق_U = قوة العلاقة (معامل الارتباط الثنائى للرتب)

$\text{م}_{ر1}$ = متوسط رتب المجموعة الأولى (ن١) = $\frac{\text{مجـ ر}_1}{\text{ن}_1}$

$\text{م}_{ر2}$ = متوسط رتب المجموعة الثانية (ن٢) = $\frac{\text{مجـ ر}_2}{\text{ن}_2}$

ويحكم الباحث على قيمة ق_U (قوية ، متوسطة ، ضعيفة) طبقاً لمحكات الحكم على قيمة معاملات الارتباط الموضحة فى الفصل الخامس .

تمرين :

طبق باحث مقياساً فى مفهوم الذات لدى الأطفال على مجموعة تجريبية وأخرى ضابطة بعد التدريب تتكون كل منها من ٩ أطفال فحصل على البيانات الآتية :

المجموعة الضابطة	٢١	٨٢	٢٦	٨٨	٥٥	٢٤	٤٦	٥٥	٣٢
المجموعة التجريبية	١٨	٩٩	٣٣	٦٢	٨٢	٩	٤٢	٣٢	٢٦

- هل توجد فروق بين درجات المجموعتين فى مفهوم الذات باستخدام اختبار " مان – ويتنى " ؟

سادساً : اختبار ويلكوكسون للفرق بين رتب قيم مرتبطة :

Wilcoxon – Matched Paired Signed-Ranks Test:

يستخدم الباحثون اختبار " ويلكوكسون " عندما يتعذر عليهم استخدام اختبار " ت " لمتوسطين مرتبطين (عينة واحدة) ، أى عندما يتعذر عليهم تحقيق شروط استخدام اختبار " ت " لمتوسطين مرتبطين - كما وضحنا سابقاً - ويصلح اختبار ويلكوكسون فى حالة المقارنة بين درجات المجموعة التجريبية فى القياسين القبلى والبعدى ، كما يصلح فى حساب الفروق بين درجات مجموعة من الأفراد فى اختبار ما ، ودرجات نفس المجموعة من الأفراد فى اختبار آخر ، وبصفة عامة يصلح هذا الاختبار للمجموعات المتكافئة التى يناظر كل فرد فى إحدى المجموعات فرداً آخر فى المجموعات المتكافئة ، وأطلقت " رمزية الغريب " (١٩٨٩) على هذا الاختبار اختبار الأزواج المترتبة المتماثلة ، نظراً لأن هذا الاختبار يعتمد على ترتيب الفروق بين كل زوجين من الدرجات التى يحصل عليها الفرد فى الظاهرتين موضوع البحث .

ولا يستخدم هذا الاختبار فى التصنيفات الاسمية ، أى يشترط أن تكون الدرجات فى شكل أرقام عددية ، ويستخدم اختبار " ويلكوكسون " فى حالة العينات المكونة من ٦ أفراد إلى ٥٠ فرداً ، ويتم استخدامه على النحو الآتى :

١- عندما تكون ٦ ≥ ن ≥ ٢٥ :

لتوضيح طريقة استخدام اختبار " ويلكوكسون " نعرض المثال الآتى :

مثال (٢٥) :

طبق باحث اختباراً للقلق على (١٠) طلاب من الطلاب مرتفعى القلق (قياس قبلى) ، وبعد أن استخدم معهم أسلوباً للعلاج السلوكى لتخفيف القلق لديهم ، قام بتطبيق اختبار القلق عليهم مرة ثانية (قياس بعدى) ، فحصل الباحث على البيانات الآتية :

قياس قبلى	٢٨	٤٥	٢٧	٣٣	٢٦	٣١	٣٥	٢٨	٢٦	٣٤
قياس بعدى	٢٧	٤٥	٢٤	٢٣	٣٤	٢٣	٢٩	٣٠	٣١	٢٧

لمعرفة الفروق بين درجات القياسين القبلى والبعدى نتبع الخطوات الآتية :

قياس قبلى	قياس بعدى	الفروق	الرتب	رتب الفروق الموجبة	رتب الفروق السالبة
٢٨	٢٧	١	١	١	
٤٥	٤٥	صفر			
٢٧	٢٤	٣	٣	٣	
٣٣	٢٣	١٠	٩	٩	
٢٦	٣٤	٨-	٧,٥		٧,٥
٣١	٢٣	٨	٧,٥	٧,٥	
٣٥	٢٩	٦	٥	٥	
٢٨	٣٠	٢-	٢		٢
٢٦	٣١	٥-	٤		٤
٣٤	٢٧	٧	٦	٦	
				T_+ = ٣١,٥	T_- = ١٣,٥

(١) نضع درجات القياس القبلى والقياس البعدى فى عمودين .

(٢) نحسب الفروق بين درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى (نطرح درجات القياس البعدى من درجات القياس القبلى) ، كما هو موضح فى العمود الثالث .

(٣) نضع رتباً للفروق (بغض النظر عن الإشارات السالبة وافتراض أن الفروق مطلقة) ، فنعطى الرتبة (١) لأصغر فرق ، ثم الرتبة (٢) للفرق الذى يليه ، ... وهكذا ، وإهمال الفروق الصفرية ، كما هو موضح فى العمود الرابع .

(٤) نسجل رتب الفروق الموجبة فى العمود الخامس ومجموعها (T_+) = ٣١,٥ .

(٥) نسجل رتب الفروق السالبة فى العمود السادس ومجموعها (T_-) = ١٣,٥ .

(٦) نحدد القيمة الصغرى (T_+ أو T_-) ، ففى مثالنا T_- هى القيمة الصغرى ، ثم نحدد عدد الأزواج (ن) ، نظراً لأن الأزواج التى لها فروق صفرية يتم استبعادها من العدد (ن) ، ففى المثال السابق عدد الأزواج (ن) = ١٠ – ١ = ٩ .

(٧) نستخرج من جدول " ويلكوكسون " قيمة T النظرية (الجدولية) المقابلة لـ (ن) = ٩ عند مستوى ٠,٠٥ ، أو مستوى ٠,٠١ لدلالة الطرفين ،

نجد أن (T_1 = ٥ ؛ ٢) على الترتيب ، فإذا كانت T_1 الصغرى المحسوبة $\geq$ T الجدولـيـة عـند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ لدلالة الطرفين ، فهذا يدل على وجــود فروق ذات دلالة إحصائية بين درجات القياس القبلى ودرجات القياس الــبعدى ، ففــى مثالــنا T_1 الصــغرى = ١٣,٥ ، فهــذا يدل على عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين درجات القياس القبلى ودرجات القياس الــبعدى ، وبالتالى يتم قبول الفرض الصفرى " لا توجد فروق دالة إحصائياً بين درجات القلق فى القياسين القبلى والبعدى " .

١- *عندما تكون (ن > ٢٥) :*

عندما تكون العينة > ٢٥ فقد يقترب التوزيع من التوزيع الاعتدالى ، لذا يتم حساب الدرجة المعيارية على النحو الآتى :

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{ن}(\text{ن}+١)}{٤}$$

$$\text{الانحراف المعيارى (ع)} = \sqrt{\frac{\text{ن}(\text{ن}+١)(٢\text{ن}+١)}{٢٤}}$$

$$\text{الدرجة المعيارية (ذ)} = \frac{\text{الانحراف عن المتوسط}}{\text{ع}}$$

$$\text{الانحراف عن المتوسط} = T\ (\text{الصغرى}) - \frac{\text{ن}(\text{ن}+١)}{٤}$$

$$\boxed{\therefore \quad \text{ذ} = \frac{T\ (\text{الصغرى}) - \frac{\text{ن}(\text{ن}+١)}{٤}}{\sqrt{\frac{\text{ن}(\text{ن}+١)(٢\text{ن}+١)}{٢٤}}}}$$

لــذا فإنــه يجب على الباحث اتباع نفس الخطوات السابقة حتى يستطيع أن يحدد القيمة الصغرى من القيمتين T_1 أو T_2 ، ثم يعوض عنها فى المعادلة السابقة ، ويقــارن قيمة (ذ) المحسوبة بالقيم المعيارية (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ لدلالــة الطرفيــن ؛ والقيم (± ١,٦٤٥ ، ± ٢,٣٣) لدلالة الطرف الواحد (٠,٠٢٥ ، ٠,٠٠٥) .

ولمـا كانـت الفـروق الدالـة إحصـائياً تـدل علـى وجـود علاقـة بين المتغـير المسـتقل والمتغـير الـتابع ، لـذا يجـب على الباحث أن يحسب قوة هذه العلاقـة بيـن المتغيريـن ، فعندما يستخدم الباحث اختبار " ويلكوكسن " فى معرفة الفـروق وكانـت الفـروق دالـة إحصـائياً فإنه يستطيع أن يحسب قوة العلاقة بين المتغيريـن المستقل والتابع باستخدام معامل الارتباط الثنائى لرتب الأزواج المرتبطة ***Matched-Pairs Rank Biserial Correlation*** الـذى يـتم حسـابه من المعادلة الآتية :

$$\text{قوة العلاقة } (ق_T) = \frac{٤\,T_1}{ن\,(ن-١)} - ١$$

حيث أن :

T_1 = مجموع الرتب ذات الإشارات الموجبة

ن = عدد أزواج الدرجات

وقـد تكون قيمة $ق_T$ سالبة ، فهذا يدل على أن مجموع الرتب ذات الإشارات السالبة > مجموع الرتب ذات الإشارات الموجبة ($T_2 > T_1$) .

تمرين :

طـبق باحث مقياس السيطرة على مجموعة من الأفراد المتزوجين ، فحصل على البيانات الآتية :

الزوج	٢٥	٩	١٧	٨	-١	١٥	١٤	٨	٦
الزوجة	١٨	١٤	١٦	٣	-١٣	١٠	١١	-٣	صفر

المطلوب : حساب دلالة الفروق باستخدام اختبار ويلكوكسن .

سابعاً : اختبار الوسيط : *The Median Test*

يُستخدم اختبار الوسيط فى المقارنة بين وسيطى مجموعتين مستقلتين لاختبار الفرض الصفرى ، عندما يتعذر على الباحث استخدام اختبار " ت " لعينتين مستقلتين ، وتقوم فكرته على حساب وسيط درجات المجموعتين معاً والذى يتم حسابه عن طريق ترتيب درجات المجموعتين ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً ، فإذا كان عدد الدرجات (ن١ + ن٢ = ن) فردياً ، فتكون الدرجة التى تقع فى منتصف الدرجات المرتبة تصاعدياً أو تنازليا هى قيمة الوسيط ورتبتها = [(ن + ١) ÷ ٢] ، أما إذا كان عدد الدرجات (ن١ + ن٢ = ن) زوجياً ، فيكون متوسط الدرجتين اللتين تقعان فى المنتصف (رتبة كل منها = ن ÷ ٢) هى قيمة الوسيط ، ثم يقوم الباحث بوضع إشارات موجبة (+) أمام كل درجة أكبر من الوسيط (أعلى من الوسيط) ، ووضع إشارات سالبة (-) أمام كل درجة تساوى أو أدنى من الوسيط (أقل من الوسيط) ، ثم يحسب الباحث عدد الإشارات الموجبة والسالبة لكل مجموعة من المجموعتين ، ثم يقوم بتكوين الجدول المزدوج على النحو الآتى :

المجموعة	+	-	المجموع
الأولى	أ	ب	أ + ب
الثانية	جـ	د	جـ + د
المجموع	أ + جـ	ب + د	ن

حيث أن :

أ + جـ = عدد الإشارات الموجبة للمجموعتين (ن١ + ن٢)

ب + د = عدد الإشارات السالبة للمجموعتين (ن١ + ن٢)

ن =مجموع أفراد المجموعتين (ن١ + ن٢)

أ + ب = مجموع الإشارات الموجبة والسالبة للمجموعة الأولى (ن١)

جـ + د = مجموع الإشارات الموجبة والسالبة للمجموعة الثانية (ن٢)

يقوم الباحث بحساب (كا٢) من المعادلة الآتية :

$$\text{كا}^2 = \frac{\text{ن} \left(\text{أ د} - \text{ب جـ} \right)^2}{\left(\text{أ} + \text{ب} \right) \left(\text{جـ} + \text{د} \right) \left(\text{أ} + \text{جـ} \right) \left(\text{ب} + \text{د} \right)}$$

وفى حالة وجود تكرارات فى الجدول المزدوج أقل من خمسة نطبق المعادلة المصححة للمعادلة السابقة على النحو الآتى :

$$(\text{كا}^{٢}) = \frac{\text{ن} \left(\text{أ د} - \text{ب جـ} - \frac{\text{ن}}{٢} \right)^{٢}}{(\text{أ} + \text{ب})(\text{جـ} + \text{د})(\text{أ} + \text{جـ})(\text{ب} + \text{د})}$$

ويتم حساب درجات الحرية = (عدد الأعمدة – ١) (عدد الصفوف – ١) ، أى أن درجـــات الحـــرية فى هذه الحالة تساوى واحد ، ويكشف فى جدول (كا^{٢}) عن القـــيمة الـــنظرية (كـــا^{٢} الجدولـــية) المقابلة لدرجات حرية (١) ، فإذا كانت (كا^{٢}) المحســـوبة ≤ (كا^{٢}) الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ فهذا يدل على وجود فروق دالة إحصائياً بين وسيطى درجات المجموعتين ، لصالح المجموعة ذات الوســـيط الأكـــبر ، وبالـــتالى يتم رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل . أما إذا كانـــت (كـــا^{٢}) المحســـوبة < (كا^{٢}) الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ (أدنى مستوى للدلالة) ، فيتم فى هذه الحالة قبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل .

مثال (٢٦) :

طـــبق باحـــث اختباراً فى التحصيل على مجموعتين من التلاميذ فحصل على الدرجات الآتية مرتبة من الأدنى إلى الأعلى .

المجموعة الأولى	١٠	١٠	١٠	١٢	١٥	١٧	١٧	١٩	٢٠	٢٢	٢٥	٢٦
المجموعة الثانية	٦	٧	٨	٨	١٢	١٦	١٩	١٩	٢٢	--	--	--

المطلوب : حساب الفروق بين وسيطى درجات المجموعتين .

خطوات الحل :

(١) نعـــيد ترتيب درجات مجموعتى التلاميذ تنازليا أو تصاعدياً ، وبالتالى نجد أن قـــيمة الوسيط = ١٦ (الدرجة التى تقع فى منتصف التوزيع ، وترتيبها فى التوزيع التصاعدى أو التنازلى = ١١) .

(٢) إشـــارات المجموعة الأولى هى : – ، – ، – ، – ، – ، + ، + ، + ، + ، + ، + ، + .

(٣) إشارات المجموعة الثانية هى : – ، – ، – ، – ، – ، – ، + ، + ، + .

(٤) نعد الجدول المزدوج (٢ × ٢) على النحو الآتى :

المجموعة	+	-	المجموع
الأولى	٧	٥	١٢
الثانية	٣	٦	٩
المجموع	١٠	١١	٢١

نلاحظ من الجدول السابق وجود تكرار < من ٥ فى خانة الإشارات الموجبة للمجموعة الثانية ، ومن هنا نستخدم معادلة ($كا^٢$) المصححة على النحو الآتى :

$$كا^٢ = \frac{ن \left(|أ\,د - ب\,جـ| - \frac{ن}{٢} \right)^٢}{(أ + ب)(جـ + د)(أ + جـ)(ب + د)}$$

$$كا^٢ = \frac{٢١ \left(|٧ \times ٦ - ٥ \times ٣| - \frac{٢١}{٢} \right)^٢}{١٢ \times ٩ \times ١٠ \times ١١}$$

$$كا^٢ = \frac{٢١ (١٦,٥)^٢}{١١٨٨٠} = ٠,٤٨$$

($كا^٢$) الجدولية المقابلة لدرجات حرية (١) = ٣,٨٤ عند مستوى ٠,٠٥ .

∴ ($كا^٢$) المحسوبة (٠,٤٨) غير دالة إحصائياً ، وبالتالى يتم قبول الفرض الصفرى (تطابق توزيعى الأصل للمجموعتين) ، ورفض الفرض البديل .

ثامنا : اختبار الإشارة : *Sign Test*

يســتخدم اختــبار الإشارة كبديل لابارامترى فى حالة عدم تمكن الباحث من اســتخدام اختبار " ت " لمتوسطين مرتبطين ، أى أن اختبار الإشارة يستخدم فى حالة عينتين مرتبطتين ، ويتم حسابه من المعادلة الآتية :

$$ذ = \frac{ق - ١}{\sqrt{ن}}$$

حيث أن :

ق = الفرق بين عدد الإشارات الموجبة والسالبة .

ن = عدد أفراد العينة مستبعداً منها عدد الحالات التى تحصل على فروق صفرية

مثال (٢٧) :

احسب دلالة الفروق بين درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى لعدد عشرة تلاميذ فى اختبار الحساب من البيانات الآتية :

القياس القبلى	٧	٣	٧	٥	٨	٤	٥	٢	٣	٦
القياس البعدى	١٠	٥	٦	٧	١٠	٦	٧	٨	٦	٥

خطوات الحل :

(١) نسجل درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى فى عمودين .

(٢) نحسب الفروق بين درجات القياسين القبلى والبعدى (نطرح درجات القياس الــبعدى مــن درجات القياس القبلى) ، ونسجل فقط إشارة الفرق موجبة أو سالبة – ولا يهمنا قيمة الفرق – فى عمود ثالث .

(٣) نحســب عــدد الإشــارات الموجبة وعدد الإشارات السالبة ، ونحسب الفرق بينهم لنحصل على قيمة (ق) .

(٤) نستبعد عدد الحالات ذات الفروق الصفرية (إن وجدت) من العدد (ن) .

(٥) نحســب قيمة (ذ) ، ونستخدم قيم النسبة الحرجة (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عــند مســتويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ لدلالــة الطرفين ، أو القيم (± ١,٦٤٥ ، ± ٢,٣٣) عــند مســتويى ٠,٠٢٥ ، ٠,٠٠٥ لدلالة الطرف الواحد للحكم على دلالة قيمة (ذ) المحسوبة ، كما هو فى الجدول الآتى :

القياس القبلى	القياس البعدى	إشارات الفروق
٧	١٠	–
٣	٥	–
٧	٦	+
٥	٧	–
٨	١٠	–
٤	٦	–
٥	٧	–
٢	٨	–
٣	٦	–
٦	٥	+

عدد الإشارات الموجبة = ٢ ، عدد الإشارات السالبة = ٨

∴ ق = ٨ – ٢ = ٦

$$ذ = \frac{٦ - ١}{\sqrt{١٠}} = \frac{٥}{\sqrt{١٠}} = ١,٥٨$$

∴ قيمة ذ (١,٥٨) < القيمة الجدولية لدلالة الطرفين والطرف الواحد عند مستويى ٠,٠٥ ؛ ٠,٠٢٥ ، بالتالى يتم قبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل .

مثال (٢٨) :

حصـل عشـرة تلامـيذ فـى اختبارى الجبر والهندسة على الدرجات الآتية :

الجبر	١٩	١٩	٢٦	١٥	١٨	٣٠	١٧	٣٠	٢٦	٢٨
الهندسة	١٤	١٩	٣٠	٧	١٣	٢٠	١٧	٢٩	١٨	٢١

المطلوب : اختبار دلالة الفروق بين الدرجات .

خطوات الحل :

الجبر	الهندسة	إشارات الفروق
١٩	١٤	+
١٩	١٩	صفر
٢٦	٣٠	-
١٥	٧	+
١٨	١٣	+
٣٠	٢٠	+
١٧	١٧	صفر
٣٠	٢٩	+
٢٦	١٨	+
٢٨	٢١	+

عدد الإشارات الموجبة = ٧ ؛ عدد الإشارات السالبة = ١

عدد الفروق الصفرية = ٢

ق = ٧ – ١ = ٦

ن = عدد أفراد العينة – عدد الفروق الصفرية

ن = ١٠ – ٢ = ٨

$$ذ = \frac{٦ - ١}{\sqrt{٨}} = \frac{٥}{\sqrt{٨}} = ١,٧٧$$

∴ قيمة (ذ) دالة عند مستوى ٠,٠٥ لدلالة الطرف الواحد ، فإذا كان هذا المستوى من الدلالة مقبولاً لدى الباحث فإنه يرفض الفرض الصفرى ويقبل الفرض البديل .

تاسعاً : اختبار كروسكال – واليز : *The Kruskal – Wallis Test:*

يستخدم الباحث اختبار كروسكال – واليز عندما يتعذر عليه استخدام تحليل التباين أحادى الاتجاه البارامترى ، أى عندما لا تتحقق شروط استخدام تحليل التباين أحادى الاتجاه (الاعتدالية ، تجانس تباين العينات مع المجتمعات المسحوبة منها ، واستقلالية العينات ، وغيرها) ، ويستخدم اختبار كروسكال – واليز فى المقارنة بين عدة عينات مستقلة بحيث تكون البيانات رتبية ، أو يمكن تحويلها إلى رتب ، ويُعد هذا الاختبار توسيعاً لاختبار ويلكوكسن إلى أى عدد من المجموعات المستقلة (أكثر من مجموعتين) ، ويعتمد على الفرض الصفرى " أى العينات المستقلة (ك) مشتقة من نفس الأصل الإحصائى " ، بمعنى أن العينات تنتمى إلى مجتمعات متشابهة ، ويعتمد هذا الاختبار على رتب الأفراد فى المجموعات ، أى يتم دمج درجات المجموعات (ك) معاً باعتبارها مجموعة واحدة ، ثم وضع رتبة لكل درجة ، بحيث أصغر درجة تأخذ الرتبة (١) ، ثم الدرجة التى تليها تأخذ الرتبة (٢) وهكذا ، فإذا كان الفرض الصفرى صحيحاً يكون متوسط الرتب (متوسط رتب المجموعات المدمجة باعتبارها مجموعة واحدة) ، مساوياً لمتوسطات رتب المجموعات الأخرى ، ثم نحسب مجموع رتب كل مجموعة : مجموع رتب المجموعة الأولى ($ن_١$) = $مجـ ر_١$ ، مجموع رتب المجموعة الثانية ($ن_٢$) = $مجـ ر_٢$ ، مجموع رتب المجموعة الثالثة ($ن_٣$) = $مجـ ر_٣$ ، وهكذا . ثم نحسب القيم الآتية :

$$م_١ = \frac{(مجـ ر_١)^٢}{ن_١}$$

$$م_٢ = \frac{(مجـ ر_٢)^٢}{ن_٢}$$

$$م_٣ = \frac{(مجـ ر_٣)^٢}{ن_٣} \quad .... \text{ وهكذا}$$

ثم نعوض فى المعادلة الآتية :

$$هـ = \frac{12 \times مجـ م}{ن(ن+1)} - 3(ن+1)$$

حيث أن :

$$مجـ م = م_1 + م_2 + م_3 + \ldots + م_ى$$

$$= \frac{(مجـ ر_1)^2}{ن_1} + \frac{(مجـ ر_2)^2}{ن_2} + \frac{(مجـ ر_3)^2}{ن_3} + \ldots\ldots + \frac{(مجـ ر_ى)^2}{ن_ى}$$

$$ن = ن_1 + ن_2 + ن_3 + \ldots\ldots + ن_ى$$

ثـم نقـارن قيمة هـ المحسوبة بقيمة $كا^2$ الجدولية المقابلة لدرجات حرية = عدد المجموعات – ١

وعندما توجد رتب مكررة فإنه يمكن التعويض فى المعادلة الآتية :

$$هـ = \frac{\frac{12 \times مجـ م}{ن(ن+1)} - 3(ن+1)}{1 - \frac{مجـ ت}{(ن^3 - ن)}}$$

حيث أن :

$$\left[1 - \frac{مجـ ت}{(ن^3 - ن)} \right] = \text{معامل التصحيح}$$

$$مجـ ت = [(ت_1^3 - ت_1) + (ت_2^3 - ت_2) + (ت_3^3 - ت_3) + \ldots\ldots]$$

$ت_1$ = عدد التكرارات المتشابهة فى المجموعة الأولى ($ن_1$)

$ت_2$ = عدد التكرارات المتشابهة فى المجموعة الثانية ($ن_2$)

$ت_3$ = عدد التكرارات المتشابهة فى المجموعة الثالثة ($ن_3$)

مثال (٢٩) :

طـبق باحـث اختباراً فى التحصيل على ثلاث مجموعات من التلاميذ فحصل على الدرجات الآتية :

مجموعة (١)	٣	٧	١١	١٦	٢٢	٢٩	٣١	٣٦	--
مجموعة (٢)	٣	٤	٧	١٨	١٩	٣٢	--	--	--
مجموعة (٣)	٢٢	٣٨	٤٦	٤٧	٤٧	٥٠	٥٣	٥٤	٥٦

المطلوب : حساب الفروق بين درجات المجموعات الثلاث .

خطوات الحــل :

المجموعة (١)	ر١	المجموعة (٢)	ر٢	المجموعة (٣)	ر٣
٣	١,٥	٣	١,٥	٢٢	١٠,٥
٧	٤,٥	٤	٣	٣٨	١٦
١١	٦	٧	٤,٥	٤٦	١٧
١٦	٧	١٨	٨	٤٧	١٨,٥
٢٢	١٠,٥	١٩	٩	٤٧	١٨,٥
٢٩	١٢	٣٢	١٤	٥٠	٢٠
٣١	١٣	—	—	٥٣	٢١
٣٦	١٥	—	—	٥٤	٢٢
—	—	—	—	٥٦	٢٣
ن١ = ٨	مجـ ر١ = ٦٩,٥	ن٢ = ٦	مجـ ر٢ = ٤٠	ن٣ = ٩	مجـ ر٣ = ١٦٦,٥

(١) ن١ = ٨ ، ن٢ = ٦

ن٣ = ٩ ؛ ن (الكلية) = ٢٣

(٢) نحسب كل من :

$$\text{م}_1 = \frac{(\text{مجـ ر}_1)^2}{\text{ن}_1} = \frac{(٦٩,٥)^2}{٨} = ٦٠٣,٧٨$$

$$\text{م}_2 = \frac{(\text{مجـ ر}_2)^2}{\text{ن}_2} = \frac{(٤٠)^2}{٦} = ٢٦٦,٦٧$$

$$\text{م}_3 = \frac{(\text{مجـ ر}_3)^2}{\text{ن}_3} = \frac{(١٦٦,٥)^2}{٩} = ٣٠٨٠,٢٥$$

(٣) نحسب مجـ م = مجـ ($\text{م}_1 + \text{م}_2 + \text{م}_3$) = ٣٩٥٠,٧٠

(٤) نحسب عدد مجموعات القيم المتساوية (مجـ ت) = ($\text{ت}_1^3 - \text{ت}_1$)

$= ٢^3 - ٢ = ٨ - ٢ = ٦$

(٥) نحسب :

$$هـ = \frac{\frac{١٢ \times ٣٩٥٠,٧}{٢٣ \times ٢٤} - ٣ \times ٢٤}{١ - \frac{٦}{(٢٣)^{٢} - ٢٣}}$$

$$هـ = \frac{٨٥,٨٨ - ٧٢}{١ - \frac{٦}{١٢١٤٤}} = ١٣,٨٨$$

وبالكشــف عن دلالة هـ (١٣,٨٨) فى جدول قيم كا^{٢} المقابلة لدرجات حرية (٢) نجد أنها دالة عند مستوى ٠,٠١ (كا^{٢} الجدولية = ١١,٣٤) ، وهذا يؤدى إلى رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل .

عاشراً : اختبار فريدمان لتحليل التباين فى اتجاهين بواسطة الرتب :

Fridman two – way ANOVA by Ranks Test:

ابــتكر " فــريدمان " أسـلوباً إحصــائياً لاختــبار دلالــة الفروق بين رتب أكــثر مــن مجموعتيــن مرتبطتيــن ، أو بيــن مجموعــات متشــابهة من الأفراد *Matched Groups* (المتجانســين فــى بعــض المتغــيرات مثل : العمر ، الذكاء ، المســتوى الاجتماعى والاقتصادى ، ... وغيرها) ، ويستخدم أيضاً فى التجارب التى يــتم فــيها إعــادة القــياس عدداً من المرات على نفس المجموعة ، ويعتمد اختبار " فــريدمان " على افتراض أن مجموعات القيم المرتبطة تأتى من مجتمعات متشابهة (الفــرض الصفرى) ، باستخدام البيانات الرتبية بدلاً من بيانات النسبة أو المسافة ، وفــى هذه الحالة تكون البيانات عبارة عن ترتيب الأفراد أنفسهم فى عدد من الشروط التجريبية المختلفة .

مثال (٣٠) :

فــيما يلى درجات ثمانية تلاميذ فى التذكر ، والمطلوب حساب دلالة الفروق بين الدرجات .

التلاميذ (ن)	القيـــــاس			
	الأول	الثانى	الثالث	الرابع
١	٧	٧	٤	٣
٢	٨	٨	٥	٦
٣	٩	٧	٤	٣
٤	٨	٦	٣	٣
٥	١٠	٥	٢	١
٦	١٠	٦	٣	٢
٧	٩	٥	٤	٢
٨	١١	٦	٣	٢

خطوات الحل :

(١) نُعـــد جـــدولاً يتم فيه ترتيب درجات كل صف على حده ، بحيث أصغر درجة تـــأخذ الرتـــبة (١) ، والدرجـــة التى تليها تأخذ الرتبة (٢) ، وهكذا كما هو موضح فى الجدول الآتى :

ن	رتب القيـــــاس			
	الأول	الثانى	الثالث	الرابع
١	٣,٥	٣,٥	٢	١
٢	٣,٥	٣,٥	١	٢
٣	٤	٣	٢	١
٤	٤	٣	١,٥	١,٥
٥	٤	٣	٢	١
٦	٤	٣	٢	١
٧	٤	٣	٢	١
٨	٤	٣	٢	١
مجـ	ر ع$_1$ = ٣١	ر ع$_2$ = ٢٥	ر ع$_3$ = ١٤,٥	ر ع$_4$ = ٩,٥

(٢) نجمــع رتب كل عمود ($ر ع_١ = ٣١,٥$ ، $ر ع_٢ = ٢٥$ ، $ر ع_٣ = ١٤,٥$ ، $ر ع_٤ = ٩,٥$) .

(٣) نحسب متوسط مجاميع الرتب ($م_ع$) من المعادلة الآتية :

$$م\ ع = \frac{\text{مجموع رتب الأعمدة}}{\text{عــدد الأعمــدة}}$$

$$م\ ع = \frac{٣١ + ٢٥ + ١٤,٥ + ٩,٥}{٤} = ٢٠$$

(٤) نحســب مجموع مربعات انحراف مجموع رتب كل عمود عن متوسط الرتب (م ع) وليكن س :

$$س = مجـ [(مجـ\ ر\ ع_١ - م_ع)^٢ + (مجـ\ ر\ ع_٢ - م_ع)^٢ + (مجـ\ ر\ ع_٣ - م_ع)^٢ + (مجـ\ ر\ ع_٤ - م_ع)^٢]$$

$$= (٣١ - ٢٠)^٢ + (٢٥ - ٢٠)^٢ + (١٤,٥ - ٢٠)^٢ + (٩,٥ - ٢٠)^٢$$

$$= ٢٨٦,٥$$

(٥) نختــبر الفــرض الصــفرى على أساس أن مجاميع رتب الأعمدة (القياسات المختلفة) متساوية ، أى أن قيمة (س) = صفر ، من المعادلة الآتية :

$$كا^٢ = \frac{١٢ \times س}{ن \times ع\ (ع + ١)}$$

درجات الحرية = ع − ١

حيث أن :

ن = عدد التلاميذ أو عدد الصفوف

ع = عدد الأعمدة أو عدد البدائل أو عدد الاختيارات

$$كا^٢ = \frac{١٢ \times ٢٨٦,٥}{٨ \times ٤ \times ٥} = \frac{٣٤٣٨}{١٦٠} = ٢١,٤٩$$

(٦) نقــارن قــيمة ($كا^٢$) المحســوبة (٢١,٤٩) بقيمة ($كا^٢$) الجدولية المقابلة لدرجــات حرية (٤ − ١ = ٣) عند مستويات ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ ،

فــإذا كانت (كا^{2}) المحسوبة $\leq$ (كا^{2}) الجدولية عند أى مستوى من مستويات الدلالــة الســابقة نــرفض الفــرض الصــفرى ، ونقبل الفرض البديل بأن المجموعــات الأربع لا تنتمى إلى مجتمعات متشابهة بسبب وجود فروق دالة إحصائياً بينها .

∵ (كـا^{2}) الجدولــية المقابلــة لدرجــات حــرية (٣) = ١٦,٢٧ عــند مستوى ٠,٠٠١ .

∴ (كا^{2}) المحسوبة > (كا^{2}) الجدولية ، وبالتالى يتم رفض الفرض الصفرى .

ويمكن تبسيط المعادلة السابقة على النحو الآتى :

$$\text{كا}^{2} = \frac{١٢}{\text{ن} \times \text{ع}\,(\text{ع} + ١)} \times \text{مجـ ر}^{2}_{\text{ع}} - ٣\text{ن}\,(\text{ع} + ١)$$

حيث أن :

$\text{مجـ ر}^{2}_{\text{ع}}$ = مربع مجموع رتب كل عمود .

ويمكن تطبيق هذه المعادلة على مثالنا السابق على النحو الآتى :

$$\text{كا}^{2} = \frac{١٢}{٨ \times ٤ \times ٥} \times [(٣١)^{2} + (٢٥)^{2} + (١٤,٥)^{2} + (٩,٥)^{2}] - ٣ \times ٨ \times ٥$$

$$\text{كا}^{2} = \frac{١٢}{١٦٠} \times [(٩٦١ + ٦٢٥ + ٢١٠,٢٥ + ٩٠,٢٥)] - ١٢٠$$

$$\text{كا}^{2} = ١٤١,٥ - ١٢٠ = ٢١,٥$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً .

مثال (٣١) :

أجــرى باحــث تجــربة تضــمنت أربعة أنواع من طرائق التدريس (التعلم الــتعاونى ، النمذجة ، الإلقاء ، لعب الدور) على ثلاث مجموعات من التلاميذ ، وكل مجموعة تتكون من أربعة تلاميذ متجانسين ، وتعرضت كل مجموعة للأنواع الأربعة من طرائق التدريس السابقة وحصل الباحث على البيانات الآتية :

المجموعات / الطريقة	التعاونى (١)	النمذجة (٢)	الإلقاء (٣)	لعب الدور (٤)
الأولى	٨	٨	٣	٦
الثانية	٩	٧	٢	٨
الثالثة	٩	٨	٤	٧

المطلوب : المقارنة بين درجات مجموعات التلاميذ فى طرائق التدريس الأربعة

خطوات الحل :

(١) نكون جدول الرتب على النحو الآتى :

المجموعات / الطريقة	التعاونى (١)	النمذجة (٢)	الإلقاء (٣)	لعب الدور (٤)
الأولى	٣,٥	٣,٥	١	٢
الثانية	٤	٢	١	٣
الثالثة	٤	٣	١	٢
المجموع	١١,٥	٨,٥	٣	٧

(٢) متوسط مجاميع رتب الأعمدة (م ع) = $\frac{١١,٥ + ٨,٥ + ٣ + ٧}{٤}$

$$= \frac{٣٠}{٤} = ٧,٥$$

(٣) نحسب س :

$$س = (١١,٥ - ٧,٥)^٢ + (٨,٥ - ٧,٥)^٢ + (٣ - ٧,٥)^٢ + (٧ - ٧,٥)^٢$$

$$= (٤)^٢ + (١)^٢ + (-٤,٥)^٢ + (-٠,٥)^٢$$

$$= ١٦ + ١ + ٢٠,٢٥ + ٠,٢٥ = ٣٧,٥$$

(٤) نحسب $كا^٢$:

$$كا^٢ = \frac{١٢ \times س}{ن \times ع (ع + ١)} = \frac{١٢ \times ٣٧,٥}{٣ \times ٤ \times ٥}$$

$$كا^٢ = \frac{٤٥٠}{٦٠} = ٧,٥$$

ويمكن تطبيق المعادلة :

$$\text{كا}^{٢} = \frac{١٢}{\text{ن} \times \text{ع}\,(\text{ع} + ١)} \times \text{مجـ}\ \text{ر}_{\text{ع}}^{٢} - ٣\text{ن}\,(\text{ع} + ١)$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{١٢}{٣ \times ٤ \times ٥} \times [(١١,٥)^{٢} + (٨,٥)^{٢} + (٣)^{٢} + (٧)^{٢}] - (٣ \times ٣ \times ٥)$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{١٢}{٦٠} \times (٢٦٢,٥) - ٤٥ = ٥٢,٥ - ٤٥ = ٧,٥$$

(٥) درجات الحرية = عدد المجوعات (الصفوف) – ١ = ٢

(كا^{٢}) الجدولية المقابلة لدرجات حرية (٢) عند مستوى ٠,٠٥ = ٥,٩٩ .

∴ (كا^{٢}) المحسوبة > (كا^{٢}) الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالى يمكن القول أنه توجد فروق دالة إحصائياً بين رتب درجات مجموعات التلاميذ الثلاث فى طـرائق الـتدريس الأربعـة ، أى نـرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل .

(٦) لمعـرفة اتجـاه دلالـة الفروق نستخدم المقارنة المتعددة المتوسطات بين كل مجموعتيـن علـى حده فى حالة البيانات الرتبية ومنها اختبار الإشارة الذى سبق عرضه .

تمرين :

استخدم اختبار فريدمان لتحليل الفروق بين مجموعات القيم الآتية :

التلاميذ	المجموعات			
	(١)	(٢)	(٣)	(٤)
١	٥	٩	٤	١
٢	٦	٨	٧	٢
٣	٩	١٠	٨	٧
٤	٥	١٠	٤	٢
٥	٨	٦	٤	١
٦	١٠	٨	٧	٥
٧	١٤	١٢	١٣	١٠

الحادى عشر : اختبار كوكران : *Cochran Q Test*

اقــترح " كوكران " *Cochran* عام ١٩٥٠ اختباراً يصلح للاستخدام فى حالة حصــول الباحــث على بيانات اسمية من معالجات متعددة ، أو قياسات متكررة على مجموعــات مرتــبطة (غــير مســتقلة) ، أو مجموعــة واحدة من الأفراد ، بحيث تــأخذ التصــنيفات الدرجــة (١ ، صفر) مثل : (ناجح ، راسب) ، يأخذ " ناجح " الدرجة (١) ، ويأخذ " راسب " الدرجة (صفر) ، وهكذا . وأطلق عليه مسمى " اختبار كيو " *Q Test* ، ويتم حسابه من المعادلة الآتية :

$$\text{كيو} = \frac{\text{ك}\,(\text{ك}-١) \times \text{مجـ}\,[(\text{مجـ س}_{١} - \text{مَ})^{٢} + (\text{مجـ س}_{٢} - \text{مَ})^{٢} + \ldots + (\text{مجـ س}_{\text{ك}} - \text{مَ})^{٢}]}{\text{ك}\,(\text{مجـ س}) - \text{مجـ س}^{٢}}$$

درجات الحرية = ك −١

حيث أن :

ك = عدد المعالجات

$\text{مجـ س}_{١}$ = مجموع درجات المعالجة الأولى

$\text{مجـ س}_{٢}$ = مجموع درجات المعالجة الثانية

$\text{مجـ س}_{\text{ك}}$ = مجموع درجات المعالجة الأخيرة (ك)

مجـ س = مجموع درجات المعالجات (ك)

= $\text{مجـ س}_{١} + \text{مجـ س}_{٢} + \ldots + \text{مجـ س}_{\text{ك}}$

$\text{مجـ س}^{٢}$ = مجموع مربعات درجات المعالجات

ويــتم اختــبار دلالــة (كيو) من جدول ($\text{كا}^{٢}$) بدرجات حرية = ك − ١ ، فإذا كانــت قــيمة (كــيو) المحسوبة ≤ قيمة ($\text{كا}^{٢}$) الجدولية عند مستوى دلالة معين *(α)* فهــذا يــدل على وجود فروق دالة بين المعالجات المختلفة ، وبالتالى يرفض الباحث الفرض الصفرى ، ويقبل الفرض البديل .

مثال (٣٢) :

طــبق باحــث ثلاثــة بــرامج مختلفة لحب الاستطلاع على ثلاث مجموعات مــن التلامــيذ كــل مجموعة مكونة من ١١ تلميذاً (المجموعات الثلاث متماثلة) ، وبعــد انــتهاء الــتجربة طــبق الباحث مقياساً لحب الاستطلاع فحصل على البيانات الآتية :

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
١	صفر	١
١	١	١
صفر	صفر	١
صفر	صفر	١
١	صفر	١
١	١	١
١	١	١
صفر	صفر	١
صفر	صفر	صفر
١	صفر	١
١	١	صفر

وأراد الباحث أن يختبر الفرض الصفرى : " لا يختلف حب الاستطلاع لدى التلاميذ باختلاف نوع البرنامج المستخدم " .

خطوات الحل :

(١) نعيد تكوين الجدول السابق على النحو الآتى :

المجموعة الأولى (س١)	المجموعة الثانية (س٢)	المجموعة الثالثة (س٣)	المجموع (س)	مربع المجموع (س٢)
١	صفر	١	٢	٤
١	١	١	٣	٩
صفر	صفر	١	١	١
صفر	صفر	١	١	١
١	صفر	١	٢	٤
١	١	١	٣	٩
١	١	١	٣	٩
صفر	صفر	١	١	١
صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
١	صفر	١	٢	٤
١	١	صفر	٢	٤
مجـ س١ = ٧	مجـ س٢ = ٤	مجـ س٣ = ٩	مجـ س = ٢٠	مجـ س٢ = ٤٦

(٢) نحسب متوسط درجات المعالجات (مَ) :

$$م = \frac{٧ + ٤ + ٩}{٣} = \frac{٢٠}{٣} = ٦,٦٧$$

(٣) نحسب قيمة (كيو) من البيانات السابقة على النحو الآتى :

$$كيو = \frac{٣ (٣ - ١) \times مجـ [(٧-٦,٦٧)^٢ + (٤-٦,٦٧)^٢ + (٩-٦,٦٧)^٢]}{٣ \times ٢٠ - ٤٦}$$

$$كيو = \frac{٦ \times مجـ [(٠,٣٣)^٢ + (-٢,٦٧)^٢ + (٢,٣٣)^٢]}{٦٠ - ٤٦}$$

$$كيو = \frac{٦ \times ١٢,٦٦٧}{١٤} = \frac{٧٦,٠٠٢}{١٤} = ٥,٤٢٩$$

(٤) درجات الحرية = ك - ١ = ٣ - ١ = ٢

(٥) نحسب قيمة ($كا^٢$) الجدولية المقابلة لدرجات حرية (٢) ، عند مستوى ٠,٠٥ نجدها مساوية ٥,٩٩ ، وعند مستوى ٠,٠١ = ٩,٢١ .

∴ قيمة كيو المحسوبة (٥,٤٢٩) < قيمة ($كا^٢$) الجدولية (٥,٩٩) عند أدنى مستوى للدلالة (٠,٠٥) ، وبالتالى يقرر الباحث أن حب الاستطلاع لدى التلاميذ لا يختلف باختلاف نوع البرنامج المستخدم ، أى أن الباحث يقبل الفرض الصفرى ويرفض الفرض البديل .