الفصل الخامس

اختبار الفروض الإرتباطية بالإحصاء البارامترى

الفصل الخامس

اختبار الفروض الإرتباطية بالإحصاء البارامترى

مقدمة :

تشــير معــاملات الارتــباط إلــى مقــدار التغــير الاقترانى بين ظاهرتين ، ويتم استخدام معاملات الارتباط البارامترية (معامل ارتباط بيرسون ، معامل الارتباط الثــنائى ، معــامل الارتباط الثنائى الأصيل ، معامل الارتباط الجزئى ، معامل الارتباط المــتعدد ، .... ، وغيرها) ، فى اختبار صحة الفروض الارتباطية (العلاقية) ، سواء كانــت فروضاً صفرية ، أو فروضاً مباشرة تقريرية (فروض موجهة أو فروض غير موجهــة) فــى حالة تحقيق التوزيع الإعتدالى لدرجات العينات ، وتجانس التباين ، وخطية العلاقة (متغيرات متصلة) ، وغيرها من الشروط .

وقــيمة معــامل الارتــباط تشــير إلى درجة العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغــيرات التابعة ، وليس إلى تفسير هذه العلاقة ، بمعنى أن الباحث يجد صعوبة فــى تفســير الفــروض الارتباطــية ، لأنه لا ينبغى استنتاج وجود علاقة عليّة بين المتغيريــن المرتبطين ، فوجود معامل ارتباط مرتفع بين متغيرين (س ، ص) ، لا يعــنى أن المتغــير (س) ســبب فى وجود المتغير (ص) ، أو العكس نظراً لأن هذين المتغيريــن ارتبطا ببعضهما لأنهما معاً نتيجة لمتغير ثالث ، ومثال لذلك إذا كانت لدينا عينة من الأطفال تقع أعمارهم فى مدى معين ، فقد ترتبط قياسات ذكائهم مع قياسات السلوك الحركى لديهم ، ليس لأن السلوك الحركى يرتبط عادة بالذكاء ، ولكن لأن كلاً مــن المتغيريــن يرتــبطان بالعمر ، فالخطأ الشائع الذى يقع فيه بعض الباحثين هو تفســير معــاملات الارتــباط علــى أنهــا علاقات سببية (علاقة العلة بالمعلول) ، فالفروض الارتباطية التى تتناول العلاقات بين المتغيرات لا تحدد علاقة العلة بالمعلول ، أى لا يمكــن استنتاج علاقة سببية بين متغيرين عن طريق وجود ارتباط دال إحصائياً أو وجــود فــروق دالة إحصائياً بين المجموعات ، وتوجد بعض الأساليب الإحصائية التى تفسر العلاقات السببية منها تحليل المسار وتحليل التغاير.

وتــتراوح قيمة معامل الارتباط فيما بين +١ ، -١ ، فالعلاقة الموجبة تعنى وجــود تغير اقترانى إيجابى بين المتغير المستقل والمتغير التابع (علاقة طردية) ، بينما العلاقة السالبة تدل على وجود تغير اقترانى سلبى بين المتغير المستقل والمتغير

التابع (علاقة عكسية) ، وإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوى صفراً ، أو تقترب من الصفر ، أو كانت صغيرة جداً بحيث تكون غير دالة إحصائياً ، فهذا يدل على عدم وجود علاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع ، ونحب أن نؤكد على أن قيمة معامل الارتباط غير الدالة إحصائياً تُعامل فى تفسير النتائج على أنها لا توجد علاقة بين الظاهرتين موضوع الدراسة .

ويعتمد التحليل العاملى ومعاملات الانحدار على معاملات الارتباط بين المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة ، كما تفيد معاملات الارتباط فى حساب ثبات وصدق أدوات القياس فى العلوم السلوكية والاجتماعية ، وتحديد قوة الارتباط بين ظاهرتين ، أو متغيرين .

أولاً : معامل ارتباط بيرسون :

Pearson's Product-Moment Correlation

يُستخدم معامل ارتباط بيرسون فى حساب قيمة العلاقة بين متغيرين متصلين ، وتتوزع قيمهما توزيعاً إعتدالياً بشرط ألا يقل عدد الأفراد عن ٣٠ فرداً ، ويمكن حسابه بالطرق الآتية :

١- *حساب الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية :*

يلجأ كثير من الباحثين إلى حساب معامل الارتباط من الدرجات الخام لسهولته (سيأتى توضيح ذلك) ، والبعض الآخر يحول الدرجات الخام إلى درجات معيارية حيث أن :

$$\text{الدرجة المعيارية (ذ)} = \frac{\text{الدرجة الخام} - \text{متوسط الدرجات}}{\text{الانحراف المعيارى للدرجات}}$$

$$\text{ذ} = \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$$

$$\text{معامل الارتباط (ر)} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة}}{\text{عدد الأفراد}}$$

$$\boxed{\text{ر} = \frac{\text{مجـ}(\text{ذ س} \times \text{ذ ص})}{\text{ن}} \qquad \text{درجات الحرية} = \text{ن} - ٢}$$

حيث أن :

ذ س = درجة معيارية من درجات الاختبار الأول (س)

ذ ص = الدرجة المعيارية من درجات الاختبار الثانى (ص)

المقابلة للدرجة المعيارية ذ س على الاختبار الأول

مثال (٣٣) :

طبق باحث اختبارين فى التحصيل (اختبار فى الجبر "س" ، اختبار فى الهندسة "ص") ، على خمسة تلاميذ من تلاميذ المرحلة الاعدادية ، كانت درجاتهم على النحو الآتى :

س	٢	٣	٥	٧	٨
ص	٥	٧	٦	١٠	١٢

المطلوب :

حساب قيمة العلاقة بين درجات التلاميذ فى الاختبارين بواسطة طريقة الدرجات المعيارية وتوضيح دلالتها الإحصائية .

خطوات الحل :

نحسب الدرجات المعيارية المقابلة للدرجات الخام فى الاختبار (س) على النحو الآتى :

(١) متوسط درجات التلاميذ فى الاختبار س (مس) = $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}}$

مس = $\frac{٢٥}{٥}$ = ٥

(٢) نحسب (حس) انحراف درجات الاختبار (س) عن متوسطها (مس)

حس = س − مس = −٣ ، −٢ ، صفر ، +٢ ، +٣

(٣) نحسب الانحراف المعيارى (ع) لدرجات الاختبار (س)

عس = $\sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^2\text{س}}{\text{ن}}}$ = $\sqrt{\frac{٢٦}{٥}}$ = ٢,٢٨

(٤) نحسب الدرجات المعيارية للدرجات (س) من القانون الآتى :

ذس = $\frac{\text{س − مس}}{\text{عس}}$

= −١,٣٢ ، −٠,٨٨ ، صفر ، + ٠,٨٨ ، +١,٣٢

(٥) نحسب متوسط درجات الاختبار (ص) :

$$م_{ص} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$$

(٦) نحسب انحراف الدرجات (ص) عن متوسطها ($ح_{ص}$) :

$ح_{ص}$ = ص − $م_{ص}$ = −٣ ، −١ ، −٢ ، +٢ ، +٤

(٧) نحسب $ع_{ص} = \sqrt{\frac{مجـ ح^{٢}_{ص}}{ن}} = \sqrt{\frac{٣٥}{٥}} = ٢,٦١$

(٨) نحسب $ذ_{ص} = \frac{ص - م_{ص}}{ع_{ص}}$

= −١,١٥ ، −٣٨ ، −٠,٧٧ ، ٠,٧٧ ، ١,٥٣

(٩) نضــرب الدرجات المعيارية ($ذ_{س}$) × الدرجات المعيارية ($ذ_{ص}$) المناظرة لهــا حتى نحصل على مجـ ($ذ_{س}$ × $ذ_{ص}$) ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

س	ص	$ح_{س}$	$ذ_{س}$	$ح_{ص}$	$ذ_{ص}$	$ذ_{س}$×$ذ_{ص}$
٢	٥	−٣	−١,٣٢	−٣	−١,١٥	١,٥١٨٠
٣	٧	−٢	−٠,٨٨	−١	−٠,٣٨	٠,٣٣٤٤
٥	٦	صفر	صفر	−٢	−٠,٧٧	صفر
٧	١٠	+٢	+٠,٨٨	+٢	+٠,٧٧	٠,٦٧٧٦
٨	١٢	+٣	+١,٣٢	+٤	+١,٥٣	٢,٠١٩٦

مجـ ($ذ_{س}$×$ذ_{ص}$) = ٤,٥٤٩٦

$$\therefore \quad ر = \frac{٤,٥٤٩٦}{٥} = ٠,٩١$$

ولمعرفة الدلالة الإحصائية لقيمة معامل الارتباط الناتج (٠,٩١) نحسب درجات الحرية لمعامل الارتباط :

درجات الحرية = ن − ٢ = ٥ − ٢ = ٣

بالكشــف فــى الجداول الإحصائية عن قيمتى معامل الارتباط الجدولية المقابلــة لدرجــات حــرية ٣ عــند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ نجدهما تساويان ٠,٨٧٨ ، ٠,٩٥٦ على الترتيب .

∴ قيمة معامل الارتباط (٠,٩١) أقل من القيمة الجدولية (٠,٩٥٦) عند مستوى (٠,٠١) ، وأكبر من القيمة الجدولية (٠,٨٧٨) عند مستوى (٠,٠٥) ، وبالتالى يمكن القول أن قيمة معامل الارتباط المحسوبة دالة عند مستوى (٠,٠٥) ، أى يمكن رفض الفرض الصفرى " لا توجد علاقة دالة إحصائياً بين درجات التلاميذ فى اختبارى الجبر (س) ، والهندسة (ص) " ، وقبول الفرض البديل " توجد علاقة دالة إحصائياً بين درجات التلاميذ فى اختبارى الجبر (س) ، والهندسة (ص) " .

٢- حساب الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية :

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ}(\text{ذ}_{\text{س}} \times \text{ذ}_{\text{ص}})}{\text{ن}} \qquad (١)$$

$$\text{ذ}_{\text{س}} = \frac{\text{س} - \text{م}_{\text{س}}}{\text{ع}_{\text{س}}} = \frac{\text{ح}_{\text{س}}}{\text{ع}_{\text{س}}} \qquad (٢)$$

بالمثل : $\text{ذ}_{\text{ص}} = \frac{\text{ص} - \text{م}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{ص}}} = \frac{\text{ح}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{ص}}} \qquad (٣)$

بالتعويض من المعادلة (٢) ، (٣) فى المعادلة (١) نحصل على المعادلة الآتية :

$$\boxed{\text{ر} = \frac{\text{مجـ}(\text{ح}_{\text{س}} \times \text{ح}_{\text{ص}})}{\text{ن} \times \text{ع}_{\text{س}} \times \text{ع}_{\text{ص}}}}$$

درجات الحرية = ن − ٢

مثال (٣٤) :

احسب قيمة معامل الارتباط من المثال (٣٣) بواسطة طريقة الانحرافات المعيارية .

خطوات الحل :

س	ص	حس	حص	حس×حص
٢	٥	٣-	٣-	٩
٣	٧	٢-	١-	٢
٥	٦	صفر	٢-	صفر
٧	١٠	٢+	٢+	٤
٨	١٢	٣+	٤+	١٢

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ}(\text{ح}_{\text{س}} \times \text{ح}_{\text{ص}})}{\text{ن}\ \text{ع}_{\text{س}} \times \text{ع}_{\text{ص}}} = \frac{٢٧}{٥ \times ٢,٢٨ \times ٢,٦١} = ٠,٩١ \ \text{تقريباً}$$

٣- حساب الارتباط بطريقة الانحرافات :

تعتمد هذه الطريقة على الانحرافات ومربعاتها دون اعتمادها على الانحراف المعيارى .

$$ر = \frac{مجـ (ح_س \times ح_ص)}{ن \times ع_س \times ع_ص} \quad (١)$$

$$ع_س = \sqrt{\frac{مجـ ح^٢_س}{ن}} \quad (٢)$$

$$ع_ص = \sqrt{\frac{مجـ ح^٢_ص}{ن}} \quad (٣)$$

بالتعويض من المعادلة (٢) ، (٣) فى المعادلة (١) عن قيمة كل من $ع_س$ ، $ع_ص$ نحصل على المعادلة الآتية :

$$ر = \frac{مجـ (ح_س \times ح_ص)}{ن \times \sqrt{\frac{مجـ ح^٢_س}{ن}} \times \sqrt{\frac{مجـ ح^٢_ص}{ن}}}$$

$$\therefore \quad ر = \frac{مجـ (ح_س \times ح_ص)}{\sqrt{مجـ ح^٢_س \times مجـ ح^٢_ص}}$$

درجات الحرية = ن - ٢

مثال (٣٥) :

احسب قيمة معامل الارتباط من المثال (٣٣) بطريقة الانحرافات .

خطوات الحل :

س	ص	$ح_س$	$ح_ص$	$ح_س \times ح_ص$	$ح^٢_س$	$ح^٢_ص$
٢	٥	٣-	٣-	٩	٩	٩
٣	٧	٢-	١-	٢	٤	١
٥	٦	صفر	٢-	صفر	صفر	٤
٧	١٠	٢+	٢+	٤	٤	٤
٨	١٢	٣+	٤+	١٢	٩	١٦
مجـ				٢٧	٢٦	٣٤

$$ر = \frac{٢٧}{\sqrt{٢٦ \times ٣٤}} = ٠,٩١ \text{ تقريباً}$$

٤- حساب ارتباط الدرجات الخام بالطريقة العامة :

تعتمد هذه الطريقة على الدرجات الخام ومربعات هذه الدرجات ، وتتميز هـذه الطريقة بدقتها وسرعة حسابها ، ويتم حساب معامل الارتباط من المعادلة الآتية :

$$ر = \frac{ن \text{ مجـ}_{س ص} - \text{مجـ}_{س} \times \text{مجـ}_{ص}}{\sqrt{[ن \text{ مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2][ن \text{ مجـ ص}^2 - (\text{مجـ ص})^2]}}$$

حيث أن :

مجـ س ص = مجموع حاصل ضرب درجات المتغير المستقل س × درجات المتغير التابع ص المناظرة .

مجـ س = مجموع درجات المتغير المستقل (س)

مجـ ص = مجموع درجات المتغير التابع (ص)

مجـ س^2 = مجموع مربعات درجات المتغير المستقل (س)

مجـ ص^2 = مجموع مربعات درجات المتغير التابع (ص)

(مجـ س)^2 = مربع مجموع درجات المتغير المستقل (س)

(مجـ ص)^2 = مربع مجموع درجات المتغير التابع (ص)

ن = عدد الأفراد الذين طبق عليهم البحث .

مثال (٣٦) :

احسب قيمة معامل الارتباط من المثال (٣٣) بالطريقة العامة .

خطوات الحل :

س	ص	س × ص	س^2	ص^2
٢	٥	١٠	٤	٢٥
٣	٧	٢١	٩	٤٩
٥	٦	٣٠	٢٥	٣٦
٧	١٠	٧٠	٤٩	١٠٠
٨	١٢	٩٦	٦٤	١٤٤
مجـ س = ٢٥	مجـ ص = ٤٠	مجـ س ص = ٢٢٧	مجـ س^2 = ١٥١	مجـ ص^2 = ٣٥٤

$$ر = \frac{٥ \times ٢٢٧ - ٢٥ \times ٤٠}{\sqrt{[٥ \times ١٥١ - (٢٥)^2][٥ \times ٣٥٤ - (٤٠)^2]}}$$

$$ر = \frac{١١٣٥ - ١٠٠٠}{\sqrt{[٧٥٥ - ٦٢٥][١٧٧٠ - ١٦٠٠]}} = ٠,٩١ \text{ تقريباً}$$

ثانياً : معامل الارتباط الثنائى : *Biserial Correlation*

يُستخدم معامل الارتباط الثنائى فى إيجاد العلاقة بين متغيرين أحدهما متغير منفصل (ذكور ، إناث ؛ علمى ، أدبى ؛ راسب ، ناجح ؛ فقراء ، أغنياء ... ، وغيرها) ، والثانى متغير متصل *Continous* (درجات محتملة لا تنقطع) ، أى أن معامل الارتباط الثنائى يُستخدم فى حساب العلاقة بين متغيرين أحدهما اسمى (متغير منفصل) ، والثانى كمى (متغير متصل) ، وأن كلاً منهما موزع توزيعاً إعتدالياً فى مجتمع الأصل .

يضع كثير من الباحثين فروضاً فارقة مثل : " يختلف التحصيل الدراسى لدى التلاميذ باختلاف نوع التلاميذ (ذكور ، إناث) " أو " لا توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطى درجات التلاميذ الذكور ودرجات التلميذات فى التحصيل الدراسى " .

ويقوم هؤلاء الباحثون باختبار مثل هذه الفروض باستخدام الأساليب الإحصائية البارامترية ، أو اللابارامترية المستخدمة فى الكشف عن الفروق بين متوسطات درجات المجموعات ، والبعض الآخر من الباحثين وهم الأكثر صواباً يصيغون الفرضين السابقين فى صورة علاقة إرتباطية بين متوسطى درجات المجموعتين ، مثل : " توجد علاقة بين نوع التلاميذ (ذكور ، إناث) ودرجات تحصيلهم الدراسى " أو " لا توجد علاقة بين نوع التلاميذ (ذكور ، إناث) ودرجات تحصيلهم الدراسى " . ويقوم هؤلاء الباحثون باختبار هذه الفروض باستخدام معامل الارتباط الثنائى سواء كانت فروضاً فارقة (كما فى الحالة الأولى) ، أو فروضاً علاقية (كما فى الحالة الثانية) ، نظراً لأن أحد المتغيرين ، أو المتغير المستقل (متغير اسمى) ، والمتغير الثانى (التابع) متغير كمى (متصل) ، باستخدام المعادلة الآتية :

$$\text{معامل الارتباط الثنائى (ر}_\text{ث}\text{)} = \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\text{ع}} \sqrt{\frac{\text{ن}_1 \times \text{ن}_2}{\text{ن}\,(\text{ن} - 1)}}$$

درجات الحرية = ن – ٢

حيث أن :

م_1 = متوسط درجات تحصيل التلاميذ الذكور (بافتراض أنه المتوسط الأكبر)

م_2 = متوسط درجات تحصيل التلميذات

ع = الانحراف المعيارى لدرجات التلاميذ الذكور والإناث معاً فى المتغير التابع أو المتصل (التحصيل الدراسى)

ن_1 = عدد التلاميذ الذكور ن_2 = عدد التلميذات

ن = العدد الكلى للتلاميذ ($\text{ن}_1 + \text{ن}_2$)

مثال (٣٧) :

طــبق باحث اختباراً فى التحصيل على مجموعة من طلاب الجامعة (طلبة ، طالبات) مكونة من ١٥ طالباً وطالبة ، وحصل على البيانات الآتية :

نوع الطلاب	درجات التحصيل	نوع الطلاب	درجات التحصيل
طالب	٥٩	طالب	٦٤
طالبة	٦٧	طالب	٦٦
طالب	٦٣	طالب	٦٣
طالب	٦٥	طالبة	٦١
طالبة	٥٥	طالب	٦٢
طالب	٧٢	طالبة	٦٣
طالبة	٦٢	طالبة	٦٠
طالبة	٦٠		

وأراد هــذا الباحــث دراســة العلاقــة بين نوع الطلاب ودرجات تحصيلهم الدراسى .

خطوات الحل :

(١) نحسب عدد الطلاب الذكور $(\text{ن}_{١})$ = ٨

(٢) نحسب عدد الطالبات $(\text{ن}_{٢})$ = ٧

(٣) نحسب متوسط درجات الطلاب الذكور $(\text{م}_{١})$ = ٦٤,٢٥

(٤) نحسب متوسط درجات الطالبات $(\text{م}_{٢})$ = ٦١,١٤

(٥) نحسب الانحراف المعيارى لدرجات الطلاب فى التحصيل = ٣,٩١

(٦) نطبق معادلة الارتباط الثنائى :

$$\text{معامل الارتباط الثنائى} \ (\text{ر}_{\text{ث}}) = \frac{\text{م}_{١} - \text{م}_{٢}}{\text{ع}} \sqrt{\frac{\text{ن}_{١} \times \text{ن}_{٢}}{\text{ن} \ (\text{ن} - ١)}}$$

$$\text{ر}_{\text{ث}} = \frac{٦٤,٢٥ - ٦١,١٤}{٣,٩١} \sqrt{\frac{٨ \times ٧}{١٥ \times ١٤}}$$

$$\therefore \quad \text{ر}_{\text{ث}} = ٠,٤١$$

نكشف فى جداول دلالة معامل الارتباط عند درجات حرية (ن – ٢ = ١٣) نجـد أن القيمة الجدولية مساوية ٠,٥١٤ عند مستوى ٠,٠٥ ، إذن لا توجد علاقة دالة إحصائياً بين نوع الطلاب (طلبة ، طالبات) ، ودرجات تحصيلهم الدراسى ، أى أنه يتم قبول الفرض الصفرى .

ويمكن حساب معامل الارتباط الثنائى أيضاً من المعادلات الآتية :

$$\text{ر}_{\text{ث}} = \frac{\text{م}_1 - \text{م}}{\text{ع}} \sqrt{\frac{\text{ن}_1 \times \text{ن}}{\text{ن}_2 (\text{ن} - 1)}}$$

حيث أن :

م_1 = متوسط درجات تحصيل الذكور

م = متوسـط درجـات الجنسـين معـاً (طلـبة + طالـبات) ، علـى المتغير التابع

$$\text{ر}_{\text{ث}} = \frac{٦٤,٢٥ - ٦٢,٨٠}{٣,٩١} \sqrt{\frac{٨ \times ١٥}{٧ \times ١٤}} = ٠,٤١$$

ويمكن حساب معامل الارتباط الثنائى ($\text{ر}_{\text{ث}}$) من المعادلة الآتية :

$$\text{ر}_{\text{ث}} = \frac{\text{م} - \text{م}_2}{\text{ع}} \sqrt{\frac{\text{ن}_2 \times \text{ن}}{\text{ن}_1 (\text{ن} - 1)}}$$

حيث أن :

م_2 = متوسط درجات تحصيل الطالبات .

$$\text{معامل الارتباط الثنائى } (\text{ر}_{\text{ث}}) = \frac{٦٢,٨٠ - ٦١,١٤}{٣,٩١} \sqrt{\frac{٧ \times ١٥}{٨ \times ١٤}}$$

$$\therefore \quad \text{ر}_{\text{ث}} = ٠,٤١$$

نلاحـظ مـن المعادلات السابقة أن معامل الارتباط الثنائى يُستخدم فى حالة وجود فروق بين المتوسطين (م_1 ، م_2) ، بينما عندما يكون متوسط تحصيل الطلبة مثلاً يساوى متوسط تحصيل الطالبات ($\text{م}_1 = \text{م}_2$) ، فى المتغير التابع المتصل ، فإن قيمة معامل الارتباط الثنائى ($\text{ر}_{\text{ث}}$) تساوى صفراً .

ثالثاً : معامل الارتباط الثنائى الأصيل :

Point-Biserial Correlation

يُستخدم معامل الارتباط الثنائى الأصيل أو الخاص فى نفس الأغراض التى يُستخدم فيها معامل الارتباط الثنائى ، وبصفة خاصة إذا أردنا حساب ارتباط درجات كل سؤال من أسئلة الاختبار (ثنائى الإجابة) ، بالدرجة الكلية للاختبار ، كما يُستخدم معامل الارتباط الثنائى الأصيل فى حساب صدق أدوات القياس السلوكية فى حالة حساب صدق تمييز الأداة باستخدام المقارنة الطرفية (أعلى وأدنى ٢٧ % من الدرجات الكلية للاختبار) ، نظراً لأن طريقة المقارنة الطرفية (صدق التمييز) تعطى مؤشراً لصدق الأداة ، وليست القيمة العددية لمعامل الصدق ، ويمكن حساب معامل الارتباط الثنائى الأصيل من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل الارتباط الثنائى الأصيل (ر}_{\text{ث}}\text{)} = \frac{م_1 - م_2}{ع} \sqrt{أ \times ب}$$

درجات الحرية = ن - ٢

مثال (٣٨) :

احسب العلاقة بين نوع الطلاب ودرجات تحصيلهم الدراسى من المثال (٣٧) الذى تم عرضه فى حالة الارتباط الثنائى .

خطوات الحل :

$م_1$ = متوسط تحصيل الطلاب الذكور = ٦٤,٢٥

$م_2$ = متوسط تحصيل الطالبات = ٦١,٤٠

ع = الانحراف المعيارى لدرجات الجنسين معاً = ٣,٩١

أ = نسبة الطلبة : العدد الكلى للطلاب = $\frac{ن_1}{ن_1 + ن_2} = \frac{٨}{١٥}$ = ٠,٥٣

ب = نسبة الطالبات : العدد الكلى للطلاب = $\frac{ن_2}{ن_1 + ن_2} = \frac{٧}{١٥}$ = ٠,٤٧

أى أن ب = ١ - أ

$$\text{معامل الارتباط الثنائى الأصيل(ر}_{\text{ث}}\text{)} = \frac{٦٤,٢٥ - ٦١,١٤}{٣,٩١} \sqrt{٠,٥٣ \times ٠,٤٧}$$

∴ ر ث = ٠,٤٠

مثال (٣٩) :

احســـب معامل الارتباط الثنائى الأصيل بين درجات الاختبار ودرجات سؤاله الأول إذا علمت أن :

$م_١$ (متوسط درجات الإجابات الصحيحة عن السؤال) = ٢٧

$م_٢$ (متوسط درجات الإجابات الخاطئة عن نفس السؤال) = ٢٤,٤٤

ع (الانحراف المعيارى لدرجات الاختبار الكلية) = ٢,٣٣

أ (نســبة الطـــلاب الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال : العدد الكلى للطلاب) = ٠,٣٦

ب : (نســبة الطـــلاب الذين أجابوا إجابة خاطئة عن السؤال : العدد الكلى للطلاب) = ٠,٦٤

خطوات الحل :

$$\text{معامل الارتباط الثنائى الأصيل (ر}_{\text{ث}}\text{)} = \frac{م_١ - م_٢}{ع} \sqrt{أ \times ب}$$

$$\text{معامل الارتباط الثنائى الأصيل (ر}_{\text{ث}}\text{)} = \frac{٢٧ - ٢٤,٤٤}{٢,٣٣} \sqrt{٠,٣٦ \times ٠,٦٤}$$

معامل الارتباط الثنائى الأصيل ($ر_ث$) = ٠,٥٣ تقريباً

ونكشـــف فى جدول دلالة معامل الارتباط عند درجات حرية (ن – ٢) ، أى عـــند درجـــات حـــرية (١٠٠ – ٢) = ٩٨ ، نجـــد أن قيمة معامل الارتباط الثنائى الأصيل دالة عند مستوى ٠,٠١ .

إذن يمكـــن القـــول أنه توجد علاقة موجبة دالة إحصائياً بين درجات الطلاب على السؤال الأول ودرجاتهم الكلية فى الاختبار .

مثال (٤٠) :

طـــبق باحـــث اختـــباراً فى الذكاء على عينة حجمها ٢٠٠ طالب وطالبة من طـــلاب الجامعة ، وقام بترتيب درجات الطلاب الكلية فى الاختبار ترتيباً تنازلياً ، وأخذ نســـبة أعلـــى وأدنى ٢٧ % من الدرجات . أحسب معامل صدق الاختبار من البيانات الآتية :

أعلى ٢٧ %	أدنى ٢٧ %
$ن_١$ = ٥٤ $م_١$ = ١١٥	$ن_٢$ = ٥٤ $م_٢$ = ٩٨
الانحراف المعيارى (ع) لدرجات الطلاب الكلية فى الاختبار = ٨	

خطوات الحل :

يُحســب معــامل صــدق الاختــبار عن طريق حساب معامل الارتباط الثنائى الأصــيل بيــن متوسطى درجات ذكاء أعلى ٢٧ % من الطلاب ، ودرجات ذكاء أدنى ٢٧ % من الطلاب على النحو الآتى :

$$\text{معامل الارتباط الثنائى الأصيل } (ر_ث) = \frac{م_١ - م_٢}{ع} \sqrt{أ \times ب}$$

$$ر_ث = \frac{١١٥ - ٩٨}{٨} \sqrt{٠,٢٧ \times ٠,٢٧} = ٠,٥٧ \text{ تقريباً}$$

∴ معامل صدق الاختبار = ٠,٥٧

ولمعرفة الدلالة الإحصائية لمعامل الصدق ، نكشف فى جدول دلالة معاملات الارتباط عند درجات حرية (ن – ٢ = ١٩٨) ، نجد أن قيمة معامل الصدق (٠,٥٧) دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ .

رابعاً : معامل الارتباط الجزئى : *Partial Correlation*

يلجأ الباحث إلى استخدام معامل الارتباط الجزئى إذا كانت الظاهرة التى يقوم بدراستها تتضمن متغيرين مستقلين ومتغيراً تابعاً حتى يضمن عزل تأثير أحد المتغيرين المستقلين دون تأثيره فى قيمة الارتباط بين المتغير المستقل الثانى والمتغير التابع ، أو يستخدمه الباحث فى حالة ضبط بعض المتغيرات التى يمكن أن تؤثر فى المتغير التابع ، أى أن معامل الارتباط الجزئى يركز على عزل المتغيرات للتعرف على الآثار المتبقية .

فإذا أراد باحث دراسة " الذكاء الاجتماعى والاتجاهات نحو السياحة وعلاقتهما بمستوى الطموح لدى طلاب المعاهد والكليات السياحية " وقام بصياغة عدة فروض منها :

١- توجد علاقة دالة إحصائياً بين الذكاء الاجتماعى ومستوى الطموح لدى طلاب عينة الدراسة بعد عزل تأثير الاتجاهات نحو السياحة فى مستوى الطموح .

٢- توجد علاقة دالة إحصائياً بين الاتجاهات نحو السياحة ومستوى الطموح لدى طلاب عينة الدراسة بعد عزل تأثير الذكاء الاجتماعى فى مستوى الطموح .

فاختبار صحة الفرضين السابقين يتطلب استخدام معامل الارتباط الجزئى ، فإذا رمزنا للذكاء الاجتماعى بالرمز (أ) ، والاتجاهات نحو السياحة بالرمز (ب) ، ومستوى الطموح كمتغير تابع بالرمز (جـ) ، فعلينا أن نحسب معاملات الارتباط البسيطة بطريقة بيرسون بين المتغيرات الثلاثة على النحو الآتى : $ر_{أب}$ ، $ر_{أجـ}$ ، $ر_{بجـ}$ ، ويمكن اختبار صحة الفرض (١) باستخدام المعادلة الآتية :

$$ر_{أجـ.ب} = \frac{ر_{أجـ} - ر_{أب} \times ر_{بجـ}}{\sqrt{[١ - (ر_{أب})^{٢}][١ - (ر_{بجـ})^{٢}]}}$$

ويدل الرمز $ر_{أجـ.ب}$ على قيمة معامل الارتباط بين الذكاء الاجتماعى ومستوى الطموح بعد عزل تأثير الاتجاهات نحو السياحة فى مستوى الطموح .

ولاختبار صحة الفرض (٢) نستخدم المعادلة الآتية :

$$\text{ر}_{\text{ب جـ . أ}} = \frac{\text{ر}_{\text{ب جـ}} - \text{ر}_{\text{أ ب}} \times \text{ر}_{\text{أ جـ}}}{\sqrt{[\,١ - (\text{ر}_{\text{أ ب}})^{٢}\,]\,[\,١ - (\text{ر}_{\text{أ جـ}})^{٢}\,]}}$$

مثال (٤١) :

إذا كان معامل ارتباط الذكاء الاجتماعى (أ) بالاتجاهات نحو السياحة (ب) ، ومستوى الطموح (جـ) = ٠,٧٦ ، ٠,٢٨ على الترتيب ، ومعامل ارتباط الاتجاهات نحو السياحة بمستوى الطموح = ٠,١٨ . أحسب معاملات الارتباط الجزئية بعد عزل تأثير كل متغير من هذه المتغيرات من الارتباطات الأخرى .

خطوات الحل :

$\text{ر}_{\text{أ ب}} = ٠,٧٦$ $\qquad$ $\text{ر}_{\text{أ جـ}} = ٠,٢٨$ $\qquad$ $\text{ر}_{\text{ب جـ}} = ٠,١٨$

$$\text{ر}_{\text{أ ب . جـ}} = \frac{٠,٧٦ - ٠,٢٨ \times ٠,١٨}{\sqrt{[\,١ - (٠,٢٨)^{٢}\,]\,[\,١ - (٠,١٨)^{٢}\,]}} = ٠,٧٥$$

$$\text{ر}_{\text{أ جـ . ب}} = \frac{٠,٢٨ - ٠,٧٦ \times ٠,١٨}{\sqrt{[\,١ - (٠,٧٦)^{٢}\,]\,[\,١ - (٠,١٨)^{٢}\,]}} = ٠,٢٢$$

$$\text{ر}_{\text{ب جـ . أ}} = \frac{٠,١٨ - ٠,٧٦ \times ٠,٢٨}{\sqrt{[\,١ - (٠,٧٦)^{٢}\,]\,[\,١ - (٠,٢٨)^{٢}\,]}} = ٠,٠٥$$

يتضح من النتائج السابقة أن معاملات الارتباط الجزئية تدل على أن ارتباط الاتجاهات نحو السياحة (ب) بمستوى الطموح (جـ) يعتمد على ارتباط الذكاء الاجتماعى (أ) بمستوى الطموح (جـ) ، وارتباط الذكاء الاجتماعى بالاتجاهات نحو السياحة ، أى أن الذكاء الاجتماعى هو القدر المشترك بين متغيرى الاتجاهات نحو السياحة ومستوى الطموح .

أما إذا كان لدينا أربعة متغيرات (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤) ونريد استبعاد تأثير متغيرين (٣ ، ٤) مثلاً من العلاقة بين المتغيرين (١ ، ٢) فيمكن استخدام المعادلة الآتية :

$$\text{ر}_{\text{١٢ . ٣٤}} = \frac{\text{ر}_{\text{١٢ . ٣}} - \text{ر}_{\text{١٤ . ٣}} \times \text{ر}_{\text{٢٤ . ٣}}}{\sqrt{[\,١ - (\text{ر}_{\text{١٤ . ٣}})^{٢}\,]\,[\,١ - (\text{ر}_{\text{٢٤ . ٣}})^{٢}\,]}}$$

وتوجد طرق أخرى لاستبعاد أثر متغير مستقل غير مرغوب فيه منها طريقة تحليل التغاير .

ويؤخـذ على معاملات الارتباط صعوبة تفسيرها ، واعتماد دلالتها الإحصائية على حجم العينة ، نظراً لأن درجات حرية معاملات الارتباط = حجم العينة – ٢ ، لذا فقـد تكـون قـيمة معامل الارتباط صغيرة جداً إلا أنها دالة إحصائياً ، ومن هنا يلجأ الباحـثون إلـى إيجـاد حجم التأثير فى حالة اختبار الفروض العلاقية بحساب مربع معـامل الارتباط ، أو معامل التحديد ($ر^٢$) *Coefficient of Determination* لمعرفة نسـبة التبايـن فى المتغير التابع (١٠٠×$ر^٢$) ، التى يمكن تفسيرها من خلال ارتباط الظاهرتيـن (نسبة التباين المشترك بين الظاهرتين) ، والتى ترجع إلى تاثير المتغير المستقل فى المتغير التابع .

ونذكـر فـى هذا المجال علاقة الارتباط بالاغتراب *Alienation* ، نظراً لأن العلاقـة بيـن الارتـباط والاغتراب علاقة وثيقة ، فالاغتراب يهدف إلى معرفة مدى اسـتقلال الظواهر العددية وابتعادها ، أو انفصالها ، فهو بذلك يقيس عكس ما يقيسه الارتباط ، أى أنه يدل على مدى اختفاء التغير الاقترانى بين الظواهر .

وقد ذكر " كيللى *Kelley* (فى : فؤاد البهى ، ١٩٨٦ ، ص ٤٠٦) معادلة تدل على علاقة الاغتراب بالارتباط هى :

$$\text{الاغتراب (غ)} = \sqrt{\text{١} - \text{مربع معامل الارتباط}} = \sqrt{\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}}$$

فـإذا كـان معـامل الارتـباط بيـن ظاهرتيـن مسـاوياً ٠,٨ فـإن معامل اغـترابهما = $\sqrt{\text{١} - \text{٠,٦٤}} = \sqrt{\text{٠,٣٦}}$ = ٠,٦ ، وبالتالى فإن معامل ارتباط هاتيـن الظاهرتيـن (٠,٨) أكبر من معامل استقلالهما ، أى أننا نستطيع أن نقول أن مـدى ارتباط هاتين الظاهرتين أكثر من مدى استقلالهما ، وبالتالى نستطيع أن نقرر وجود علاقة بين الظاهرتين .

لذا فإن معامل الارتباط الذى يساوى أو يزيد عن ٠,٧ يدل على وجود علاقة بين الظاهرتين ، ويؤدى إلى التنبؤ الانحدارى الصحيح ، نظراً لأن الانحدار يعتمد فى جوهـره علـى معاملات الارتباط ، أما إذا كانت قيمة معامل الارتباط تقل عن ٠,٧ ، فهـذا يـدل علـى وجود علاقة ضعيفة بين الظاهرتين ، وينأى بالانحدار عن التنبؤ الصحيح .

ونعــتمد علــى الاغتراب فى حساب النسبة المئوية للثقة فى الارتباط والتى يطلــق علــيها الباحــثون مســمى التباين المفسر . فإذا كان معامل ارتباط ظاهرتين (ر) = ٠,٤ ، فإن الاغتراب (غ) = $\sqrt{١ - ٠,١٦}$ = ٠,٩٢ تقريباً .

لــذا فإن نسبة التباين المشترك بين الظاهرتين (التباين المفسر) الناتج عن ارتباطهما = ١٦ % ، ونسبة استقلالهما = ٨٤ % ، وبالتالى نستطيع أن نقرر بأنه لا توجد علاقة بين الظاهرتين موضوع الدراسة .

وقــد اقترح " جيلفورد *Guilford* " تفسيراً لمعاملات الارتباط الدالة إحصائياً المحكات الآتية :

أ – إذا كانــت قيمة معامل الارتباط ≥ ٠,٢ ، فهذا يدل على علاقة ضعيفة وغير مهمة .

ب– إذا كانت قيمة معامل الارتباط محصورة فيما بين ٠,٢ ، ٠,٣٩ ، فهذا يدل على أن هذه القيمة ضعيفة والعلاقة ضعيفة .

جـــ– إذا كانت قيمــة معامل الارتباط محصورة فيما بين ٠,٤ ، ٠,٦٩ ، فهذا يدل على وجود علاقة متوسطة ومهمة .

د – إذا كانــت قيمة معامل الارتباط محصورة فيما بين ٠,٧ ، ٠,٨٩ فهذا يدل على أن هذه القيمة مرتفعة وعلاقة قوية ومهمة .

هـــ– إذا كانــت قيمة معامل الارتباط أكبر من ٠,٩ ، فهذا يدل على أن القيمة مرتفعة جداً وعلاقة شبه تامة .

ويقــترح المؤلــف المحكــات الآتــية للحكم على قوة العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة فى حالة معاملات الارتباط الدالة إحصائياً :

أ – إذا كانــت نسبة التباين المفسر (١٠٠ × ر^{٢}) أكبر من ٦٠ % ، فهذا يدل على وجود علاقة قوية بين المتغير المستقل والمتغير التابع .

ب– إذا كانت نسبة التباين المفسر تساوى أو أكبر من ٥٠ % وأقل من ٦٠ % ، فهذا يدل على وجود علاقة متوسطة بين المتغيرين .

جـــ– إذا كانــت نســبة التباين المفسر أقل من ٥٠ % ، فهذا يدل على وجود علاقة ضعيفة بين المتغيرين .

وبمـــا أن الارتـــباط الجـــزئى يهدف إلى عزل أثر أحد المتغيرات من ارتباط المتغيريـــن الآخريـــن ، إذن توجـــد علاقة بين الارتباط الجزئى والاغتراب تتضح من معادلة الارتباط الجزئى الآتية :

$$\text{ر أب جـ} = \frac{\text{ر اب} - \text{ر اجـ} \times \text{ر بجـ}}{\sqrt{[\,1 - (\text{ر اجـ})^{2}\,]\,[\,1 - (\text{ر بجـ})^{2}\,]}} \qquad (١)$$

ويحسب اغتراب الارتباط ر اجـ ، ر ب جـ من المعادلتين :

$$\text{غ اجـ} = \sqrt{١ - (\text{ر اجـ})^{٢}} \qquad (٢)$$

$$\text{غ ب جـ} = \sqrt{١ - (\text{ر ب جـ})^{٢}} \qquad (٣)$$

وبالـــتعويض من المعادلتين (٢، ٣) عن قيمة $\text{ع}^{٢}$ اجـ ، $\text{ع}^{٢}$ ب جـ فى المعادلة (١) نحصل على المعادلة الآتية :

$$\boxed{\text{معامل الارتباط الجزئى } (\text{ر أ ب جـ}) = \frac{\text{ر اب} - \text{ر اجـ} \times \text{ر ب جـ}}{\text{غ اجـ} \times \text{غ ب جـ}}}$$

تمارين :

١- إذا علمت أن : ر اب = ٠,٧٢ ، ر اجـ = ٠,٦٠ ، ر ب جـ = ٠,٥٤ فلحسب معاملات الارتباط الجزئية : ر اب . جـ ، ر اجـ . ب ، ر ب جـ . ا .

٢- احسب اغتراب معاملات الارتباط الآتية : ر اب = ٠,٦٢ ، ر اجـ = ٠,٥٠ ، ر ب جـ = ٠,٤٥

خامساً : معامل الارتباط المتعدد : *Multiple Correlation*

يســـتخدم معامل ارتباط المتعدد فى إيجاد العلاقة بين متغير ما وبين متغيرين أو أكــثر فــى حالــة ضمهما معاً ، ويلجأ الباحث إلى استخدامه فى حالة ما إذا كانت المشــكلة التى يقوم بدراستها تتضمن متغيراً مستقلاً واحداً ومتغيرين تابعين أو أكثر فــى حالــة ضمهما معاً حتى يصل إلى معامل عددى واحد يوضح العلاقة بين المتغير المستقل والمتغيرات التابعة موضوع الدراسة ، أو فى حالة متغيرين مستقلين أو أكثر عــند ضــمهما معاً ومتغير تابع واحد . فمعامل الارتباط المتعدد يوضح مدى اعتماد ظاهــرة مــا علــى عدد من الظواهر ، لذا فهو ذو فائدة كبرى فى البحوث التجريبية بصــفة عامة ، والبحوث النفسية والتربوية والاجتماعية على وجه الخصوص ، نظراً لأن مشاكل الارتباط فيها ما هى إلا مشاكل من الارتباط المتعدد .

ويعــتمد معامل الارتباط المتعدد كخطوة أولية على معاملات الارتباط البسيطة بيــن المتغير المستقل وكل متغير من المتغيرات التابعة ، والتى ينتج عنها المصفوفة الارتباطية *Correlation Matrix* ، بشرط ألا يقل حجم العينة عن ٥٠ فرداً ، وعندما تقترب قيمة معامل الارتباط المتعدد من الواحد (تنحصر قيمة معامل الارتباط المتعدد بين صفر ، ١) فيجب إعادة تصحيحها .

١- معامل الارتباط المتعدد بين متغير مستقل ومتغيرين تابعين :

إذا أراد باحث مثلاً دراسة " الذكاء وعلاقته بالتحصيل الدراسى والاتجاه نحو المدرســة " ، فالذكــاء يمــثل المتغير المستقل (١) ، ويمثل التحصيل والاتجاه نحو المدرسة المتغيرين التابعين (٢ ، ٣) على الترتيب ، فيصبح المطلوب حساب الارتباط بين الذكاء من ناحية وهذين المتغيرين (٢ ، ٣) معاً ، أى التحصيل الدراسى والاتجاه نحــو المدرسة . والخطوة الأولى يبدأ الباحث بحساب معامل الارتباط البسيط (ارتباط بيرســون) ، بيــن كــل متغــير وآخر من متغيرات الدراسة حتى يحصل على ثلاثة ارتباطات ، وبافتراض أن هذه الارتباطات كانت على النحو الآتى :

(١) الذكاء بالتحصيل الدراسى ($ر_{٢١}$) = ٠,٦٥

(٢) الذكاء بالاتجاه نحو المدرسة ($ر_{٣١}$) = ٠,٥٥

(٣) التحصيل الدراسى بالاتجاه نحو المدرسة ($ر_{٣٢}$) = ٠,٧٠

فيــتم حســاب معامل الارتباط المتعدد من الارتباطات السابقة بالتعويض فى المعادلة الآتية :

$$\text{معامل الارتباط المتعدد } (\text{ر}_{١.٣٢}) = \sqrt{\frac{(\text{ر}_{٢١})^٢ + (\text{ر}_{٣١})^٢ - ٢\ \text{ر}_{٢١} \times \text{ر}_{٣١} \times \text{ر}_{٣٢}}{١ - (\text{ر}_{٣٢})^٢}}$$

$$\therefore \ \text{ر}^٢_{١.٣٢} = \frac{(\text{ر}_{٢١})^٢ + (\text{ر}_{٣١})^٢ - ٢\ \text{ر}_{٢١} \times \text{ر}_{٣١} \times \text{ر}_{٣٢}}{١ - (\text{ر}_{٣٢})^٢}$$

$$\text{ر}_{١.٣٢} = \sqrt{\frac{(٠,٦٥)^٢ + (٠,٥٥)^٢ - ٢(٠,٦٥ \times ٠,٥٥ \times ٠,٧٠)}{١ - (٠,٧٠)^٢}}$$

$$\text{ر}_{١.٣٢} = \sqrt{\frac{٠,٤٢ + ٠,٣٠ - ٠,٥٠}{١ - ٠,٤٩}}$$

$$\text{ر}_{١.٣٢} = \sqrt{\frac{٠,٧٢ - ٠,٥٠}{٠,٥١}} = \sqrt{٠,٤٣١}$$

∴ معامل الارتباط المتعدد(ر ١.٣٢) = ٠,٦٥٧ ؛ $\text{ر}^٢_{١.٣٢}$ = ٠,٤٣٢

نلاحظ أن الارتباط بين الذكاء والثنائى (التحصيل والاتجاه) = ٠,٦٥٧ .

فــإذا كانــت عينة الدراسة مكونة من ٢٠٠ تلميذ مثلاً ، فإن درجات الحرية = ن – ٢ = ٢٠٠ – ٢ = ١٩٨ ، وبالكشــف عــن قــيمة معامل الارتباط الجدولية المقابلــة لدرجات حرية ١٩٨ نجد أن معامل الارتباط المتعدد (٠,٦٥٧) دال إحصائياً عــند مســتوى ٠,٠١ ، ويمكن استخدام معادلة التصحيح للحصول على مربع معامل الارتباط المتعدد المعدل *Adjusted R^2* من المعادلة الآتية :

$$\text{ر}^٢ \text{ المعدل} = ١ - \left(\frac{\text{ن} - ١}{\text{ن} - \text{ك} - ١}\right)(١ - \text{ر}^٢)$$

حيث أن :

ن = حجم العينة ك = عدد المتغيرات المستقلة

ر^٢ = مربع معامل الارتباط المتعدد

٢- معامل الارتباط المتعدد بين متغير مستقل وأكثر من متغيرين تابعين :

إذا أراد باحث أن يدرس مشكلة " الكفاية الإنتاجية وعلاقتها ببعض المتغيرات لدى العمال " على النحو الآتى :

(١) الكفاية الإنتاجية (متغير مستقل)

(٢) الذكاء (متغير تابع)

(٣) القدرات الخاصة بالعمل (متغير تابع)

(٤) العلاقة بالرؤساء (متغير تابع)

(٥) العلاقة بالزملاء (متغير تابع)

(٦) الاتجاه نحو العمل (متغير تابع)

(٧) المكانة الاجتماعية (متغير تابع)

يقوم الباحث فى هذه الحالة بحساب معاملات الارتباط المتعددة الآتية :

(أ) معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية (١) ، والذكاء والقدرات (٢، ٣) معاً ، وبافتراض أن معامل الارتباط المتعدد (ر ١. ٣٢) كان مساوياً (٠,٣١) .

(ب) معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية (١) ، والعلاقة بالرؤساء ، والعلاقة بالزملاء (٤ ، ٥) معاً . وبافتراض أن معامل الارتباط المتعدد (ر ١. ٥٤) كان مساوياً (٠,٥٥) .

(جـ) معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية (١) ، والاتجاه نحو العمل والمكانة الاجتماعية (٦، ٧) معاً ، وبافتراض أن معامل الارتباط المتعدد (ر ١. ٧٦) كان مساوياً (٠,٤٢) .

(د) يقوم الباحث بتحويل معاملات الارتباط المتعددة السابقة إلى مقابلاتها اللوغاريتمية من الجداول الإحصائية على النحو الآتى :

معاملات الارتباط المتعددة	المقابلات اللوغاريتمية
ر ١. ٣٢ = ٠,٣١	ز = ٠,٣٢
ر ١. ٥٤ = ٠,٥٥	ز = ٠,٦٢
ر ١. ٧٦ = ٠,٤٢	ز = ٠,٤٥

(هـ) يقوم الباحث بحساب متوسط المقابلات اللوغاريتمية .

$$\text{المتوسط} = \frac{٠,٣٢ + ٠,٦٢ + ٠,٥٤}{٣} = ٠,٤٦$$

(و) يكشف الباحث فى الجداول الإحصائية عن قيمة معامل الارتباط المقابلة للقيمة اللوغاريتمية (٠,٤٦) ، والتى تساوى (٠,٤٣) ، وبالتالى يكون معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية والمتغيرات الستة معاً مساوياً (٠,٤٣) ، ثم يقوم الباحث بالكشف عن دلالته الإحصائية كما وضحنا سابقاً .

٣ـ معامل الارتباط المتعدد بين متغيرين مستقلين أو أكثر ومتغير تابع واحد

يمكن حساب معامل الارتباط المتعدد لعدة متغيرات مستقلة مجتمعة معاً ومتغير تابع واحد ، نظراً لأن معامل الارتباط المتعدد فى هذه الحالة يوضح العلاقة الخطية بين متغير تابع ودالة خطية لمجموعة متغيرات مستقلة .

فإذا أراد باحث دراسة علاقة التنشئة الاجتماعية بكافة متغيراتها بتحصيل الطلاب ، فهنا يجد الباحث أمامه كثير من المتغيرات التى تتكون منها التنشئة الاجتماعية (الأسرة ، جماعة الأقران ، وسائل الإعلام ، الأقارب ، وغيرها) ، وبالتالى تنشأ لديه الحاجة إلى أسلوب إحصائى يعالج أكثر من متغيرين اثنين لإيجاد الارتباطات بين المتغيرات حتى يمكن التوصل إلى قيمة رقمية واحدة توضح علاقة التنشئة الاجتماعية بكافة متغيراتها بالتحصيل لدى الطلاب .

ويصلح معامل الارتباط المتعدد فى إيجاد العلاقة بين أى عدد من المتغيرات المستقلة ومتغير تابع واحد ، ونبدأ بأبسط نموذج وهو معامل الارتباط المتعدد بين ثلاثة متغيرات أحدهما متغير تابع والآخران متغيران مستقلان .

مثال (٢٤) :

أراد أحد الباحثين إيجاد علاقة الميل الهندسى والقدرة الاستدلالية لدى افراد عينة دراسته بتحصيلهم فى مادة الرياضيات بعد أن حسب علاقة كل من الميل الهندسى والقدرة الاستدلالية بالتحصيل ، فكانت ٠,٦٨ ، ٠,٣٢ على الترتيب ، وكانت علاقة الميل الهندسى بالقدرة الاستدلالية = ٠,٧٥ .

$$\text{معامل الارتباط المتعدد } ر_{٣.(٢١)} = \sqrt{\frac{ر^{٢}_{٣١} + ر^{٢}_{٣٢} - ٢\, ر_{٣١} \times ر_{٣٢} \times ر_{٢١}}{١ - ر^{٢}_{٢١}}}$$

حيث أن :

ر (٢١). ٣ = معـــامل الارتـــباط المتعدد بين المتغيرين المستقلين [الميل الهندسى (١) ، القدرة الاستدلالية (٢)] ، والمتغير التابع [التحصيل (٣)]

ر ٣١ معـــامل ارتـــباط المتغير المستقل الأول (الميل الهندسى) بالمتغير التابع (التحصيل)

ر ٣٢ معامل ارتباط المتغير المستقل الثانى (القدرة الاستدلالية) بالمتغير التابع (التحصيل)

ر ٢١ معـــامل الارتـــباط بيـــن المتغيرين المستقلين (الميل الهندسى ، القدرة الاستدلالية)

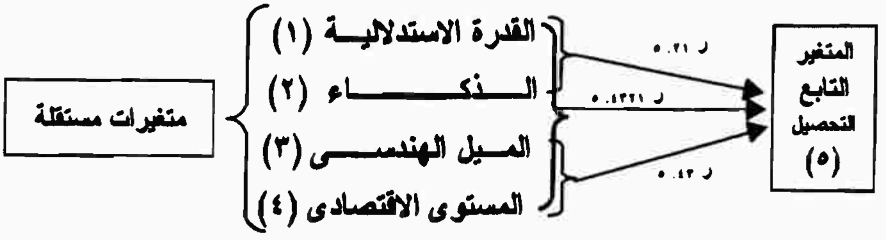
$$\therefore \text{ر}_{٣.(٢١)} = \sqrt{\frac{(٠,٦٨)^{٢} + (٠,٣٢)^{٢} - ٢ \,(\, ٠,٦٨ \times ٠,٣٢ \times ٠,٧٥ \,)}{١ - (٠,٧٥)^{٢}}} = ٠,٧٤$$

$\therefore$ $\text{ر}^{٢}_{٣.(٢١)}$ = ٠,٥٥ ، ويمكن الحصول على $\text{ر}^{٢}$ المعدل من المعادلة الآتية :

$$\text{ر}^{٢}_{٣.(٢١)} \text{ المعدل} = ١ - \left(\frac{ن - ١}{ن - ك - ١} \right) \left(١ - \text{ر}^{٢}_{٣.(٢١)} \right)$$

وإذا كـــان لدينا أكثر من ثلاثة متغيرات ، وليكن مثلاً خمسة متغيرات ، فإننا نتـــبع نفس الخطوات التى تم ذكرها عند إيجاد معامل الارتباط المتعدد فى حالة وجود أكثر من متغيرين تابعين على النحو الآتى :

(أ) إذا كانـــت المتغـــيرات المستقلة هى : القدرة الاستدلالية (١) ، الذكاء (٢) ، الميل الهندسى (٣) ، والمستوى الاقتصادى (٤) ، والمتغير التابع التحصيل (٥) ، نحســـب معامل الارتباط المتعدد بين كل من القدرة الاستدلالية والذكاء والتحصـــيل = ر ٢١. ٥ ، ومعامل الارتباط المتعدد بين كل من الميل الهندسى والمســـتوى الاقتصـــادى والتحصيل = ر ٤٣. ٥ ، كما هو موضح فى الشكل الآتى :



(ب) نقــوم بــتحويل معــاملات الارتــباطات المتعددة (ر ٢١.٥ ، ر ٤٣.٥) إلى مقابلاتها اللوغاريتمية من الجدول الخاص بذلك .

(جـ) نحسب متوسط المقابلات اللوغاريتمية لمعاملات الارتباطات المتعددة = $\frac{\text{مجـ المقابلات اللوغاريتمية}}{\text{عـددهـا}}$

(د) نستخرج من الجدول معامل الارتباط المقابل لمتوسط المقابلات اللوغاريتمية فـيكون هـو معـامل الارتباط المتعدد بين المتغيرات المستقلة معاً والمتغير التابع (ر ٤٣٢١.٥) .

مثال (٤٣) :

نفـترض أن معـامل الارتـباط المـتعدد بيـن كـل من القدرة الاستدلالية والذكـاء = ٠,٥٣ ، ومعـامل الارتباط المتعدد بين كل من الميل الهندسى والمستوى الاقتصـادى = ٠,٣٩ ، فمـا قـيمة معامل الارتباط المتعدد بين المتغيرات المستقلة مجـتمعة (القـدرة الاسـتدلالية ، الذكاء ، الميل الهندسى ، والمستوى الاقتصادى) والتحصيل الدراسى ؟

خطوات الحل :

∵ ر ٢١.٥ (علاقة القدرة الاستدلالية والذكاء بالتحصيل) = ٠,٥٣

ر ٤٣.٥ (علاقة الميل الهندسى والمستوى الاقتصادى بالتحصيل) = ٠,٣٩

∴ المقـابلات اللوغاريتمية (ز) لمعاملى الارتباط المتعدد ٠,٥٣ ، ٠,٣٩ = ٠,٥٩ ، ٠,٤١ على الترتيب .

$$\text{متوسط (ز)} = \frac{٠,٥٩ + ٠,٤١}{٢} = \frac{١,٠٠}{٢} = ٠,٥٠$$

معامل الارتباط المتعدد (ر ٤٣٢١.٥) المقابل لــ ٠,٥٠ = ٠,٤٦

∴ معــامل الارتــباط المــتعدد بيــن المتغــيرات المســتقلة معاً والتحصيل الدراسى = ٠,٤٦

ونختبر دلالة معامل الارتباط المتعدد باستخدام اختبار " ف " من المعادلة الآتية :

$$\text{ف} = \frac{\text{ر}^{٢} (\text{ن} - \text{ك} - ١)}{\text{ك} (١ - \text{ر}^{٢})}$$

درجات الحرية = (ك ، ن – ك – ١)

حيث أن :

ك = عدد المتغيرات المستقلة (درجات حرية البسط)

ن –ك – ١ = عدد الأفراد – عدد المتغيرات المستقلة – ١ (درجات حرية المقام)

فإذا كانت ف المحسوبة ≥ فَ الجدولية المقابلة لدرجات حرية البسط (ك) ، ودرجات حرية المقام (ن – ك – ١) عند مستوى (α) فهذا يدل على أن معامل الارتباط المتعدد دال إحصائياً عند هذا المستوى .

- **العلاقة بين اختبار "ت" ومعاملات الارتباط** :

يمكن اختبار دلالة معامل الارتباط البسيط بين متغيرين من معادلة كندال الآتية :

$$\text{ت} = \text{ر} \times \sqrt{\frac{\text{ن} - ٢}{١ - \text{ر}^{٢}}}$$

درجات الحرية = ن – ٢

حيث أن : ر = قيمة معامل الارتباط ، ن = حجم العينة ≥ ١٠

نكشف فى جدول الدلالة الإحصائية لاختبار " ت " عند درجات حرية = ن – ٢ لمعرفة تَ الجدولية عند مستويات الدلالة الشائعة الاستخدام (٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١) لدلالة الطرفين ، ثم نقارن بين القيمة المحسوبة (ت) والقيمة الجدولية (تَ) ، كما وضحنا سابقاً . ومن الأخطاء الشائعة فى البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية أن يضع الباحث فرضاً فارقاً وفرضاً ارتباطياً لنفس البيانات مثل : توجد علاقة بين الذكاء والتحصيل لدى طلاب الجامعة ، نلاحظ أن هذا الفرض هو نفسه الفرض " توجد فروق بين متوسطى درجات تحصيل الطلاب مرتفعى ومنخفضى الذكاء " .

مثال (٤٤) :

حسب باحث علاقة الذكاء بالتحصيل الدراسى لدى عينة عددها ٤٢ تلميذاً من تلاميذ المرحلة الإعدادية فكان مساوياً ٠,٦ وأراد أن يختبر دلالة معامل الارتباط .

$$\text{ت} = ٠,٦ \times \sqrt{\frac{٤٠}{١ - ٠,٣٦}} = ٠,٦ \times \sqrt{\frac{٤٠}{٠,٦٤}} = ٤,٧٤٣$$

تَ الجدولية المقابلة لدرجات حرية ٤٠ عند مستوى ٠,٠١ = ٢,٤٢

∴ معامل الارتباط بين الذكاء والتحصيل دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠١

ويمكن اختبار دلالة معامل الارتباط الجزئى فى حالة ثلاثة متغيرات باستخدام اختبار " ت " من المعادلات الآتية :

$$ت = \frac{ر_{٢١.٣}}{\sqrt{\frac{١ - (ر_{٢١.٣})^٢}{ن - ٣}}}$$

درجات الحرية = ن - ٣

وفى هذه الحالة يمكن اختبار دلالة الارتباط بين المتغيرين (١ ، ٢) مثلاً بعد حذف أثر المتغير الثالث (٣) ، ويمكن اختبار دلالة الارتباط بين المتغيرين (١ ، ٣) بعد حذف أثر المتغير الثانى (٢) من المعادلة الآتية :

$$ت = \frac{ر_{٣١.٢}}{\sqrt{\frac{١ - (ر_{٣١.٢})^٢}{ن - ٣}}}$$

درجات الحرية = ن - ٣

ودلالة الارتباط بين المتغيرين (٢ ، ٣) بعد عزل تأثير المتغير الأول (١) يتم اختبارها من المعادلة الآتية :

$$ت = \frac{ر_{٣٢.١}}{\sqrt{\frac{١ - (ر_{٣٢.١})^٢}{ن - ٣}}}$$

درجات الحرية = ن - ٣

- **العلاقة بين تحليل التباين ومعاملات الارتباط :**

يمكن اختبار دلالة معامل الارتباط البسيط بين متغيرين بواسطة اختبار " ف " أو تحليل التباين من المعادلة الآتية :

$$ف = \frac{ر^٢ (ن - ٢)}{١ - ر^٢}$$

درجات الحرية = (١ ، ن - ٢)

وتتبع الدلالة اختبار هارتلى (النسبة الفائية ف) عند درجات حرية البسط = ١ ، ودرجات حرية المقام = ن – ٢

ويمكن اختبار دلالة معامل الارتباط المتعدد بواسطة اختبار " ف " من المعادلة الآتية :

$$ف^{*} = \frac{ر^{٢} (ن - ك - ١)}{ك (١ - ر^{٢})}$$

درجات الحرية = (ك ، ن – ك – ١)

حيث أن :

ك = عدد المتغيرات المستقلة ، ن = حجم العينة

$ر^{٢}$ = مربع معامل الارتباط المتعدد

*** سبق توضيح هذه المعادلة .**