الفصل السادس

اختبار الفروض الارتباطية
بالإحصاء اللابارامترى

الفصل السادس
اختبار الفروض الارتباطية بالإحصاء اللابارامترى

أولاً : معامل ارتباط فروق الرتب لسبيرمان :

Spearman's Rank Differences correlation:

يستخدم معامل ارتباط سبيرمان فى حالة ما إذا كان المتغيران ينقسم كل منهما إلى فئات منفصلة ، أو إذا كان المتغيران فى صورة رتب ، أو إذا كان المتغيران متصلين ونفضل استخدام الرتب بدلاً من الدرجات الخام ، ويعد معامل ارتباط سبيرمان حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون الذى يستخدم مع المتغيرات التى يكون قياسها من مستوى المسافة أو النسبة ، كما وضحنا سابقاً ، إلا أن طريقة حساب كل من المعاملين تختلف تماماً .

ويفضل استخدام معامل سبيرمان فى حالة العينات التى يكون حجمها (١٠) أفراد فأقل ، ومن الممكن استخدامه بوجه خاص حينما لا يتجاوز حجم العينة عن (٣٠) فرداً ، ويعتمد فى حسابه على فروق رتب الأفراد على كلا المتغيرين (المستقل ، التابع) ؛ ولا يعتمد على الدرجات الخام ، ويعد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان من أقدم طرق الارتباط اللابارامترية وأفضلها ، ويمكن حسابه من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل ارتباط الرتب} = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ف}^{٢}}{\text{ن} (\text{ن}^{٢} - ١)}$$

درجات الحرية = ن

حيث أن :

مجـ $\text{ف}^{٢}$ = مجموع مربعات فروق الرتب ن = عدد الأفراد

مثال (٤٥) :

اختبر صحة الفرض : " توجد علاقة دالة إحصائياً بين درجات التلاميذ فى اختبارى الجبر والهندسة " من البيانات الآتية بطريقة معامل ارتباط الرتب .

اختبار الجبر (س)	٧٥	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٧	٨٠	٧٧
اختبار الهندسة (ص)	٧٢	٥٥	٦٠	٥٨	٥٤	٥٥	٥٤	٥٢

خطوات الحــل :

يُفضــل لإيجاد رتب كل من (س) ، (ص) عمل الجدولين الآتيين حتى نضمن صحة الترتيب :

١- إيجاد رتب (س) :

نرتب درجات التلاميذ فى الجبر ترتيباً تنازلياً ونرتب درجات التلاميذ فى الهندسة ترتيباً تنازلياً أيضاً ، فإذا رتبت درجات الظاهرة الأولى (درجات س) تصــاعدياً ، فيجــب ترتيــب درجــات الظاهرة الثانية (درجات ص) تصاعدياً أيضاً .

الترتيب التنازلى	٨٠	٧٨	٧٧	٧٧	٧٧	٧٦	٧٥	٧٥
مسلســل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الرتــب	١	٢	٤	٤	٤	٦	٧,٥	٧,٥

نلاحظ من الجدول السابق ما يأتى :

(أ) الســطر الأفقــى الأول : يــتم فيه ترتيب مفردات الظاهرة (س) ترتيباً تنازلياً ، أو تصاعدياً .

(ب) السطر الأفقى الثانى : يتم فيه إعطاء أرقام مسلسلة للظاهرة (س) .

(جـ) السطر الثالث خــاص للرتب : والرتبة تمثل المسلسل ، ولكن إذا كانت الظاهــرة مكررة فتعطى كل ظاهرة متوسط المسلسل ، فمثلاً الدرجة ٧٧ مكــررة ثــلاث مــرات ومسلســلها ٣ ، ٤ ، ٥ فتأخذ كل منها متوسط التسلسل ($\frac{٣ + ٤ + ٥}{٣}$) = ٤ ، وهكذا .

٢- إيجاد رتب (ص) :

الترتيب التنازلى	٧٢	٦٠	٥٨	٥٥	٥٥	٥٤	٥٤	٥٢
مسلســل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الرتــب	١	٢	٣	٤,٥	٤,٥	٦,٥	٦,٥	٨

٣- نكون الجدول الآتى :

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف^{٢}
٧٥	٧٢	٧,٥	١	٦,٥	٤٢,٢٥
٧٥	٥٥	٧,٥	٤,٥	٣	٩,٠٠
٧٦	٦٠	٦	٢	٤	١٦,٠٠
٧٧	٥٨	٤	٣	١	١,٠٠
٧٨	٥٤	٢	٦,٥	٤,٥-	٢٠,٢٥
٧٧	٥٥	٤	٤,٥	٠,٥-	٠,٢٥
٨٠	٥٤	١	٦,٥	٥,٥-	٣٠,٢٥
٧٧	٥٢	٤	٨	٤-	١٦,٠٠

مجـ ف^{٢} = ١٣٥

$$\therefore \text{ر} = ١ - \frac{٦ \times ١٣٥}{٨ \times (٦٤ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦ \times ١٣٥}{٨ \times ٦٣} = ٠,٦٠٧$$

درجات الحرية = ن = ٨

بالكشف فى الجداول الإحصائية الخاصة بمعامل ارتباط سبيرمان عند درجات حرية تساوى ٨ نجد أن قيمة ر المحسوبة غير دالة ، نظراً لأن قيمة ر المحسوبة أقل من القيمة الجدولية (٠,٧٣٨) عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالى يمكن رفض الفرض السابق وقبول الفرض البديل ، حيث لا توجد فروق دالة إحصائياً بين درجات التلاميذ فى اختبارى الجبر والهندسة .

مثال (٤٦) :

فيما يلى تقديرات عشرة طلاب بالفرقة الأولى بكلية التربية فى مادة الرياضيات (س) ، ومادة الكيمياء (ص) ، احسب قيمة العلاقة بين تقديرات الطلاب فى المادتين .

الرياضيات	ضعيف	ممتاز	ضعيف	ضعيف جداً	مقبول	مقبول	جيد جداً	جيد	جيد	مقبول
الكيمياء	جيد	جيد جداً	ضعيف جداً	مقبول	مقبول	جيد جداً	مقبول	ممتاز	مقبول	ضعيف

خطوات الحل :

١- إيجاد رتب (س) :

الترتيب التنازلى	ممتاز	جيد جدا	جيد	جيد	مقبول	مقبول	مقبول	ضعيف	ضعيف	ضعيف جداً
مسلسل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الرتـب	١	٢	٣,٥	٣,٥	٦	٦	٦	٨,٥	٨,٥	١٠

٢- إيجاد رتب (ص) :

الترتيب التنازلى	ممتاز	جيد جدا	جيد جداً	جيد	مقبول	مقبول	مقبول	مقبول	ضعيف	ضعيف جداً
مسلسل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الرتـب	١	٢,٥	٢,٥	٤	٦,٥	٦,٥	٦,٥	٦,٥	٩	١٠

٣- نكون بعد ذلك الجدول الآتى :

الرياضيات (س)	الكيمياء (ص)	رتب (س)	رتب (ص)	ف	$ف^2$
ضعيف	جيد	٨,٥	٤	٤,٥+	٢٠,٢٥
ممتاز	جيد جدا	١	٢,٥	١,٥-	٢,٢٥
ضعيف	ضعيف جدا	٨,٥	١٠	١,٥-	٢,٢٥
ضعيف جداً	مقبول	١٠	٦,٥	٣,٥+	١٢,٢٥
مقبول	مقبول	٦	٦,٥	٠,٥-	٠,٢٥
مقبول	جيد جداً	٦	٢,٥	٣,٥+	١٢,٢٥
جيد جدا	مقبول	٢	٦,٥	٤,٥-	٢٠,٢٥
جيد	ممتاز	٣,٥	١	٢,٥+	٦,٢٥
جيد	مقبول	٣,٥	٦,٥	٣,٠-	٩,٠٠
مقبول	ضعيف	٦	٩	٣,٠-	٩,٠٠

$\text{مجـ ف}^2 = ٩٤$

$$\therefore \text{ر} = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ف}^2}{\text{ن}(\text{ن}^2 - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦ \times ٩٤}{١٠ \times ٩٩} = ١ - ٠,٥٧ = ٠,٤٣$$

نلاحظ مما سبق أن :

(١) معـامل ارتـباط الرتب لسبير مان يصلح لإيجاد الارتباط لبيانات رقمية كمثال (٤٥) ، أو لبيانات وصفية كمثال (٤٦) .

(٢) مجموع الفروق عن متوسطها (مجـ ف) = صفرٌ دائماً

(٣) مجمـــوع رتـــب المتغـــير الأول (مجـــــ س) = مجموع رتب المتغير الثانى (مجـــ ص) .

(٤) تتراوح قيمة معامل ارتباط الرتب فيما بين +١ ، -١ ، ونحصل على الارتباط الــتام الموجب (+١) ، إذا كانت جميع الرتب فى المتغيرين متساوية (ترتيب الحـــالات واحـــد تمامـــاً فـــى المتغيرين) ، أما الارتباط التام السالب (-١) ، نحصـــل علـــيه إذا كـــان ترتيـــب الأفراد فى المتغير الأول عكس ترتيبهم فى المتغـــير الـــثانى ، بمعنى أن الفرد الذى حصل على الرتبة الأولى فى المتغير (س) كانت رتبته الأخيرة فى المتغير الثانى (ص) ، وهكذا .

(٥) لتفســـير معـــنى الارتباط نربع معامل ارتباط الرتب ($ر^٢$) ، نظراً لأن $ر^٢$ تفسر نســـبة التبايـــن فـــى المتغـــير الـــتابع التى ترجع إلى تأثير المتغير المستقل (التباين المشترك بين المتغيرين) .

ويمكـــن استخدام معادلة كندال لاختبار دلالة معامل ارتباط سبيرمان عندما يكون حجم العينة ≤ ١٠ :

$$ت = ر \times \sqrt{\frac{ن - ٢}{١ - ر^٢}}$$

ثـــم نحدد قيمة تَ الجدولية عند درجات حرية ن – ٢ ، ونقارن بين ت المحسوبة مع تَ الجدولية ، كما سبق توضيح ذلك .

تمارين :

١ – احسب معامل ارتباط الرتب بين س ، ص من البيانات الآتية :

س	٤	٥	٥	٦	٩	١٠	٩	١١	٩	١٢
ص	٢	٤	٥	٩	٧	٤	٨	١٠	١٠	١١

٢ – فـــيما يلـــى تقديـــرات عشـــرة طلـــبة بكلـــية العلـــوم فى مادتى الرياضيات (س) ، والكيمـــياء (ص) . احســـب قـــيمة العلاقـــة بين تقديرات الطلبة فى المادتين .

س	جيد جدا	مقبول	جيد	ضعيف جدا	مقبول	ممتاز	ضعيف	ضعيف	جيد جدا	مقبول
ص	جيد	ضعيف	جيد	مقبول	ممتاز	جيد جداً	ضعيف جداً	ضعيف جداً	جيد	جيد

ثانياً : معامل ارتباط فاى (Ø) : *Phi Coefficient*

يستخدم معامل ارتباط فاى *(Ø)* فى حساب العلاقة بين متغيرين منفصلين (اسميين) ، أى يستخدم فى الحالات التى يُقسم فيها كل من المتغيرين إلى نوعين مختلفين مثل الصفات ومعكوساتها (ذكور – إناث ؛ علمى – أدبى ؛ صواب – خطأ ؛ نعم – لا ؛ راسب – ناجح ؛ ضعيف – متفوق ؛ وغيرها) ، لذا فهو يصلح لتحليل مفردات أسئلة الاختبارات النفسية ، ويصلح فى حساب العلاقة بين الآباء والأبناء ، والعلاقة بين المعلمين وتلاميذهم ، وغيرها . ويمكن أن يستخدم فى حساب العلاقة بين المتغيرات المتصلة ، أو المستمرة بعد تحويلها إلى متغيرات ثنائية كما هو الحال فى حالة تحليل التباين الثنائى (سيأتى الحديث عنه) .

مثال (٤٧) :

إذا كانت لدينا إجابة ثنائية (نعم – لا) عن سؤالين مختلفين (س ، ص) ، احسب العلاقة بين الإجابات عن هذين السؤالين من البيانات الآتية :

س / ص	نعم	لا	المجموع
نعم	٥ (أ)	٩ (ب)	١٤
لا	١٣ (جـ)	٤ (د)	١٧
المجموع	١٨	١٣	٣١

خطوات الحل :

نحسب معامل ارتباط فاى *(Ø)* من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل ارتباط فاى } (\varnothing) = \frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\sqrt{(\text{أ} + \text{ب})\,(\text{جـ} + \text{د})\,(\text{أ} + \text{جـ})\,(\text{ب} + \text{د})}}$$

$$\text{معامل ارتباط فاى } (\varnothing) = \frac{٥ \times ٤ - ٩ \times ١٣}{\sqrt{١٤ \times ١٧ \times ١٨ \times ١٣}} = -٠{,}٤١$$

حل آخر :

نحول التكرارات إلى نسب من المجموع الكلى (٣١) على النحو الآتى :

ص \ س	نعم	لا	مجـ النسب
نعم	٠,١٦ (أ)	٠,٢٩ (ب)	٠,٤٥(هـ)
لا	٠,٤٢(جـ)	٠,١٣ (د)	٠,٥٥ (ى)
مجـ النسب	٠,٥٨(هـَ)	٠,٤٢(ىَ)	١,٠٠

نحسب معامل ارتباط فاى $(\varnothing)$ من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل ارتباط فاى } (\varnothing) = \frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\sqrt{\text{هـ} \times \text{ى} \times \text{هـَ} \times \text{ىَ}}}$$

$$= \frac{٠,١٦ \times ٠,١٣ - ٠,٢٩ \times ٠,٤٢}{\sqrt{٠,٤٥ \times ٠,٥٥ \times ٠,٥٨ \times ٠,٤٢}}$$

معامل ارتباط فاى $(\varnothing)$ = - ٠,٤١

وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها سابقاً .

ويتم حساب الدلالة الإحصائية لمعامل ارتباط فاى $(\varnothing)$ بطريقتين هما :

١ـ استخدام كا^٢ :

يــتم حســاب الدلالة الإحصائية لمعامل ارتباط فاى $(\varnothing)$ من علاقته بــ (كا^٢) من المعادلة الآتية :

$$\varnothing = \sqrt{\frac{\text{كا}^٢}{\text{ن}}}$$

كا^٢ = ن × $(\varnothing)^٢$ = ٣١ × ٠,١٧ = ٥,٢٧

درجات حرية كا^٢ = (عدد الصفوف – ١) (عدد الأعمدة – ١)

درجات حرية كا^٢ = ١ × ١ = ١

نكشــف عــن قــيمة كـــا^٢ الجدولية المقابلة لدرجات حرية (١) فى الجداول الإحصائية الخاصة بــ كا^٢ عند مستويات ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ نجدها مساوية ٣,٨٤ ، ٦,٦٤ ، ١٠,٨٣ على الترتيب .

∴ قيمة كا^{۲} (٥,٢٧) > كا^{۲} الجدولية (٣,٨٤) عند مستوى ٠,٠٥

∴ معامل ارتباط (Ø) دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالى يمكن القول أنه توجد علاقة سالبة دالة إحصائياً بين استجابات الأفراد عن السؤال (س) واستجاباتهم عن السؤال (ص) .

٢ـ حساب دلالة (Ø) من الدرجة المعيارية (ذ) :

$$\boxed{\text{ذ} = Ø \sqrt{\text{ن}}}$$

∴ $\text{ذ} = ٠,٤١ \sqrt{٣١} = -٢,٢٨$

نقارن قيمة (ذ) المحسوبة بالقيم اللازمة للدلالة الإحصائية للنسبة الحرجة عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ (±١,٩٦ ، ±٢,٥٨) لدلالة الطرفين .

∴ قيمة (ذ) المحسوبة (−٢,٢٨) دالة عند مستوى ٠,٠٥

تمرين :

احسب معامل ارتباط (Ø) و كا^{۲} من البيانات الآتية :

س \ ص	منخفض	مرتفع
منخفض	٤٩	٧٣
مرتفع	٣٧	٩١

ثالثاً : معامل الارتباط الرباعى :

Tetrachoric Correlation Coefficient

لا يختلف معامل الارتباط الرباعى فى فكرته العامة عن معامل (Φ) ، وتتمثل الاختلافات المحدودة بينهما فى الآتى :

١- أن يكـون المتغـيران فى معامل الارتباط الرباعى متغيرين متصلين أصلاً ، قسـم كل منهما إلى فئتين فقط عند نقطة معينة على متصل الدرجات ، بحيث تصـبح درجـة الفـرد علـى أى متغير منهما إما " منخفضة أو مرتفعة " ، " أقل من المتوسط أو أعلى من المتوسط " ، وهكذا وفقاً لمحك نقطة التقسيم ، وبذلك تتحول درجات أفراد العينة إلى تكرارات لهذا التقسيم الثنائى للمتغير .

٢- أن يـؤدى هـذا التصـنيف الثنائى للدرجات إلى تكرارات متقاربة فى فئتى الجـدول ، بحيث لا تبعد تكرارات الفئة بعداً كبيراً عن ٥٠ % من التكرارات الخاصـة بالمتغير ، ولا يصلح معامل الارتباط الرباعى فى حالة ما إذا زادت الـتكرارات فـى إحـدى خلايـا الجدول عن ٩٠ % من تكرارات المتغير ، أو نقصت فى خلية أخرى عن ١٠ % .

٣- أن يكـون توزيـع الدرجـات الأصـلية لكل من المتغيرين توزيعاً اعتدالياً ، أو قريـباً جـداً مـن التوزيع الاعتدالى ، بحيث يصوغ الباحث افتراض أن البـيانات الـتى يعالجهـا مسحوبة من مجموعة أصلية ذات توزيع اعتدالى نموذجى ، لذا كلما كانت العينة كبيرة ، كلما كان التوزيع اعتدالياً ، ويجب ألا تقل العينة عن ٢٠٠ فرد .

فـإذا طـبق باحـث اختباراً لقياس الذكاء الوجدانى على عينة حجمها ٢٠٠ فـرد ، وقام بتقسيم الأفراد طبقاً لدرجاتهم التى تقع أعلى وأدنى من متوسط الدرجات إلـى مجموعتيـن مـرتفعى الذكاء الوجدانى ، ومنخفضى الذكاء الوجدانى ، ثم طبق الباحـث علـى نفـس العيـنة من الأفراد مقياساً لقياس سمة الانبساط ، وتم تقسيم الأفـراد عـن طـريق متوسـط الدرجـات على الاختبار إلى منبسطين ومنطويين ، وقـام بتدوين تكرارات أفراد العينة فى هذين المتغيرين ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

الذكاء / الانبساط	مرتفعون	منخفضون	مجـ	النسبة
منبسطون	٤٠ (أ)	٦٠ (ب)	١٠٠	٥٠ %
منطويون	٣٥ (جـ)	٦٥ (د)	١٠٠	٥٠ %
مجـ	٧٥	١٢٥	٢٠٠	
النسبة	٣٨ %	٦٢ %		

نستخدم عادة معادلة من الدرجة الثانية ذات مجهولين لحساب قيمة معامل الارتباط الرباعى (رب) هى :

$$\frac{أد - ب جـ}{ن^{٢} \times ص ص^{\prime}} = ر + \frac{س س^{\prime}}{٢} ر^{٢} \qquad (١)$$

حيث أن :

ص = ارتفاع المنحنى الاعتدالى عند نقطة التقسيم ٥٠ % ، ٥٠ %

صَ = ارتفاع المنحنى الاعتدالى عند نقطة التقسيم ٣٨ % ، ٦٢ %

س ، سَ = الدرجتين المعياريتين عند نقطتى التقسيم (ص ، صَ)

ر = معامل الارتباط الرباعى

وهذه المعادلة يمكن حلها بواسطة التحليل – فى بعض الأحيان – إلا أن الطريقة العامة لحلها هى :

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

والمعادلة (١) معادلة طويلة تتطلب كمية عمل كبيرة ، فقد قام " ديفيدوف وجوهين " *(Devidoff& Goheen,1953)* بوضع جدول مبسط لتحديد قيمة معامل الارتباط الرباعى من بيانات الجدول السابق هى :

$$ر_{ب} = \frac{أ \times د}{ب \times جـ} = \frac{٤٠ \times ٦٥}{٦٠ \times ٣٥} = ١,٢٤$$

ويلاحظ أن هذه القيمة تقريبية ، وإن كانت الفروق بينها وبين القيمة الناتجة عن التعويض فى معادلة الدرجة الثانية (المعادلة ١) ، فروقاً ضئيلة لا تقارن بحجم الوفر فى الوقت والجهد واحتمال التعرض للأخطاء .

ويمكن حساب معامل الارتباط الرباعى عن طريق حساب معامل ارتباط *(Ø)* وبالكشف فى الجداول الإحصائية الخاصة بقيمة معامل الارتباط الرباعى المقابلة لمعامل ارتباط *(Ø)* ، نحصل على قيمة تقريبية لمعامل الارتباط الرباعى .

فيمكن حساب معامل ارتباط *(Ø)* من مثالنا السابق على النحو الآتى :

$$\varnothing = \frac{٤٠ \times ٦٥ - ٦٠ \times ٣٥}{\sqrt{١٠٠ \times ١٠٠ \times ١٢٥ \times ٧٥}} = ٠,٠٥$$

قيمة معامل الارتباط الرباعى (ر ب) المقابلة لمعامل ارتباط *(Ø)* المساوى (٠,٠٥) تساوى ٠,٠٨ ، وهى قيمة تقريبية .

رابعاً : معامل الاقتران الرباعي : *Coefficient of Assoeiation*

اقترح " يول *Yule* " معاملاً للاقتران الرباعي يمكن استخدامه في الحالات التي يصعب فيها استخدام الارتباط الرباعي ، وهو قد لا يرقى إلى دقة معاملات الارتباط الأخرى ، إلا أنه يقترب من معامل ارتباط بيرسون إذا تم ضربه × ٠,٧٥ .

وتعتمد طريقة حساب الاقتران الرباعي على خارج قسمة فرق الخلايا المتشابهة على حاصل جمعهما من المعادلة الآتية :

$$\text{الاقتران الرباعي } (ر_ى) = \frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\text{أ د} + \text{ب جـ}}$$

$$ر_ى = \frac{(٤٠ \times ٦٥) - (٦٠ \times ٣٥)}{(٤٠ \times ٦٥) + (٦٠ \times ٣٥)} = \frac{٥٠٠}{٤٧٠٠}$$

$$= \frac{٥}{٤٧} = ٠,١١$$

وتميل القيم العددية لمعامل الاقتران الرباعي ($ر_ى$) إلى أن تكون أكبر من القيم العددية لمعاملات الارتباط الأخرى ، لذا فإنه من الأفضل أن يقترب معامل الاقتران الرباعي من معامل ارتباط بيرسون بضربه في ٠,٧٥ أى أن :

$$ر = ٠,٧٥ \times ر_ى = ٠,٧٥ \times ٠,١١ = ٠,٠٨$$

نلاحظ أن القيمة الناتجة (٠,٠٨) تساوى تقريباً قيمة معامل الارتباط الرباعي التي حصلنا عليها من نفس البيانات .

تمرين :

احسب معامل الارتباط الرباعي ومعامل الاقتران الرباعي من البيانات الآتية :

ص / س	ضعيف	متفوق
ضعيف	٠,٢٧	٠,٢٠
متفوق	٠,٣٠	٠,٢٣

خامساً : معامل ارتباط التوافق :

Contingency Coefficient of Correlation:

يستخدم معامل ارتباط التوافق فى حساب العلاقة بين المتغيرات ثنائية التقسيم غير القابلة للقياس العددى بعد رصدها فى صورة جداول تكرارية مزدوجة عدد خلايا أعمدتها أو صفوفها أكبر أو تساوى اثنين (≥ ٢) مثل : الحالة الاجتماعية (متزوج ، أعزب ، مطلق) ؛ لون البشرة (أبيض ، قمحى ، أسود) ؛ الجنسية (مصرى ، سعودى ، سورى) ، وغيرها من المتغيرات التى لا نستطيع قياسها قياساً كمياً ، أى أن معامل ارتباط التوافق يستخدم فى حساب العلاقة بين المتغيرات التى يتم وصفها وصفاً كيفياً ، ويحسب من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل ارتباط التوافق (ق)} = \sqrt{1 - \frac{1}{\text{جـ}}}$$

حيث أن :

$$\text{جـ} = \text{مجـ} \left[\frac{\text{مربع تكرار كل خلية}}{\text{مجـ التكرارات لعمود تلك الخلية} \times \text{مجـ التكرارات لصف نفس الخلية}} \right]$$

مثال (٤٨) :

إذا أردنا حساب العلاقة بين لون العيون لدى الآباء ولونها لدى أبنائهم من بيانات الجدول الآتى :

الأبناء / الآباء	زرقاء	خضراء	بُنية	مجـ
زرقاء	٢	٤	٤	١٠
خضراء	٣	١	٦	١٠
بنية	٥	٢	٣	١٠
مجـ	١٠	٧	١٣	٣٠

خطوات الحل :

حساب حـ :

(١) بالنسبة للتكرار (٢) = $\frac{٤}{١٠ \times ١٠}$ = ٠,٠٤

(٢) بالنسبة للتكرار (٣) = $\frac{٩}{١٠ \times ١٠}$ = ٠,٠٩

(٣) بالنسبة للتكرار (٥) = $\frac{٢٥}{١٠ \times ١٠}$ = ٠,٢٥

(٤) بالنسبة للتكرار (٤) = $\frac{١٦}{٧ \times ١٠}$ = ٠,٢٣

(٥) بالنسبة للتكرار (١) = $\frac{١}{٧ \times ١٠}$ = ٠,٠١

(٦) بالنسبة للتكرار (٢) = $\frac{٤}{١٣ \times ١٠}$ = ٠,٠٦

(٧) بالنسبة للتكرار (٤) = $\frac{١٦}{١٣ \times ١٠}$ = ٠,١٢

(٨) بالنسبة للتكرار (٦) = $\frac{٣٦}{١٣ \times ١٠}$ = ٠,٢٨

(٩) بالنسبة للتكرار (٣) = $\frac{٩}{١٣ \times ١٠}$ = ٠,٠٧

∴ حـ = ٠,٠٤ + ٠,٠٩ + ٠,٢٥ + ٠,٢٣ + ٠,٠١ + ٠,٠٦

+ ٠,١٢ + ٠,٢٨ + ٠,٠٧ = ١,١٥

معامل ارتباط التوافق (ق) = $\sqrt{١ - \frac{١}{جـ}}$

= $\sqrt{١ - \frac{١}{١,١٥}}$ = ٠,٣٦

نحسب الدلالة الإحصائية لمعامل التوافق عن طريق حساب كا٢ ، ونقارن القيمة المحسوبة بالقيمة الجدولية لـ كا٢ المقابلة لدرجات حرية = (عدد الأعمدة – ١) (عدد الصفوف – ١)

$$كا^٢ \text{ (المحسوبة) } = \frac{ن \times ق^٢}{١ - ق^٢}$$

حيث أن :

ن = عدد أفراد العينة ق٢ = مربع معامل التوافق المحسوب

$$\therefore \quad كا^2 = \frac{30 \times (0.36)^2}{1 - (0.36)^2} = 4.48$$

قيمة كا^2 المقابلة لدرجات حرية ٤ عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ = ٩,٤٩ ، ١٣,٢٨ على الترتيب .

∴ قيمة كا^2 المحسوبة (٤,٤٨) غير دالة إحصائياً .

∴ معامل ارتباط التوافق (٠,٣٦) غير دال إحصائياً ، وبالتالى يمكن القول بأنه لا توجد علاقة دالة بين الخصائص الوراثية للون العيون عند الآباء ولونها لدى أبنائهم .

ويمكن حساب معامل ارتباط التوافق بمعرفة (كا^2) من المعادلة الآتية :

$$ق = \sqrt{\frac{كا^2}{كا^2 + ن}}$$

ونستطيع الحكم على قوة معامل التوافق من ناتج المعادلة الآتية :

$$قوة\ معامل\ التوافق = \sqrt{\frac{ق^2}{1 - ق}}$$

وتخضع قوة معامل التوافق لمحكات الحكم على قيمة نسبة الارتباط (η^2 ، ω^2) التى تم ذكرها فى الفصل الثالث .

تمرين :

احسب معامل ارتباط التوافق من البيانات الآتية :

س \ ص	راسب	ناجح
راسب	٠,٢٧	٠,٢٠
ناجح	٠,٣٠	٠,٢٣

سادساً : معامل ارتباط كندال :

Kendal's Correlation Coefficient

يُستخدم معامل ارتباط كندال فى حساب العلاقة بين متغيرين فى القياس الرتبى ، أى أنه يستخدم فى نفس الأغراض التى يستخدم فيها معامل ارتباط " سبير مان " ، إلا أن معامل كندال أفضل كثيراً من معامل سبيرمان فى قياس ارتباط الرتب ، وقيمته أقل من قيمتى معامل بيرسون ومعامل سبيرمان ، ويتم حسابه من المعادلة الآتية :

$$ر = \frac{مجـ د}{\frac{1}{2} ن (ن - ١)}$$

حيث أن :

مجـ د = مجموع الفروق فى عدد الرتب   ن = عدد أزواج القيم (العينة)

مثال (٤٩) :

إذا علمت أن رتب ١٢ طالباً فى كل من الطموح والإبداع ، كما هى موضحة بالجدول الآتى :

الفرد	أ	ب	ث	د	ت	ج	ر	ح	س	ل	ك	و
رتبة الطموح	٣	٤	٢	١	٨	١١	١٠	٦	٧	١٢	٥	٩
رتبة الإبداع	٢	٦	٥	١	١٠	٩	٨	٣	٤	١٢	٧	١١

احسب معامل ارتباط كندال من البيانات السابقة

خطوات الحل :

(١) نرتب المتغير الأول (الطموح) ترتيباً طبيعياً ، ثم نرتب رتب المتغير الثانى (الإبداع) طبقاً لذلك .

الفرد	د	ث	أ	ب	ك	ح	س	ت	و	ر	ج	د
رتبة الطموح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
رتبة الإبداع	١	٥	٢	٦	٧	٣	٤	١٠	١١	٨	٩	١٢

(٢) نوجد الفرق بين عدد الرتب التى تقع على يسار ، أو أسفل الترتيب الأول ، وعدد الرتب التى تقع على يمين ، أو أعلى الترتيب الأول بالنسبة لتوزيع

المتغير الذى لم يرتب ترتيباً طبيعياً (الإبداع) ، ثم ننتقل إلى الترتيب الثانى ونوجد الفرق بين عدد الرتب على يمينه وعدد الرتب على يساره على النحو الآتى :

- بالنسبة للرتبة ١ : د = ١١ – صفر = ١١
- بالنسبة للرتبة ٥ : د = ٧ – صفر = ٧
- بالنسبة للرتبة ٢ : د = ٩ – ١ = ٨
- بالنسبة للرتبة ٦ : د = ٦ – صفر = ٦
- بالنسبة للرتبة ٧ : د = ٥ – صفر = ٥
- بالنسبة للرتبة ٣ : د = ٦ – ٣ = ٣
- بالنسبة للرتبة ٤ : د = ٥ – ٣ = ٢
- بالنسبة للرتبة ١٠ : د = ٢ – صفر = ٢
- بالنسبة للرتبة ١١ : د = ١ – صفر = ١
- بالنسبة للرتبة ٨ : د = ٢ – ٢ = صفر
- بالنسبة للرتبة ٩ : د = ١ – ٢ = -١
- بالنسبة للرتبة ١٢ : د = صفر

.. مجـ د = ٤٤ ، ن = ١٢

$$ر = \frac{\text{مجـ د}}{\frac{1}{2}\text{ن}(\text{ن} - 1)} = \frac{44}{\frac{1}{2} \times 12 \times 11} = 0{,}67$$

ويمكن حساب دلالة معامل كندال من قيمة ذ على النحو الآتى :

$$\boxed{ذ = \frac{ر}{\frac{2(2\text{ن} + 5)}{9\text{ن}(\text{ن} - 1)}}}$$

$$ذ = \frac{0{,}67}{\frac{2(24 + 5)}{9 \times 12 \times 11}} = \frac{0{,}67}{\frac{58}{1188}} = 13{,}72$$

نقـارن قيمة (ذ) المحسوبة (١٣,٧٢) بقيمة (ذ) الجدولية (±١,٩٦ ، ±٢,٥٨) عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ على الترتيب .

نجـد قيمة (ذ) دالة عند مستوى ٠,٠١ ، وبالتالى فإن معامل ارتباط كندال (٠,٦٧) دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ .

سابعاً : معامل إتفاق كندال :

Kendall Coefficient of Concordance

يقـوم بعض الباحثين بإعداد بعض أدوات القياس السلوكية مثل : الاختبار ، الاسـتبيان ، وبطاقة الملاحظة ، وغيرها من أدوات القياس ، ثم يقومون بعرض هذه الأدوات علـى مجموعـة مـن الخبراء المتخصصين فى المجال الذى أُعدت فيه أداة القـياس لأخـذ آرائهم والإفادة منها فى إعداد الأداة موضوع البحث ، وهذا ما يطلق علـيه صـدق المحكّميـن ، إلا أن بعـض الباحثين يقومون بكتابة عبارات براقة فى بحوثهم مثل : " تم أخذ العبارات التى اتفق عليها ٩٠ % من المحكمين " دون إجراء تحليل إحصائى جيد يؤكد صحة العبارة السابقة ، لذا يجب على الباحثين تحديد درجة اتفـاق المحكّميـن على عبارات الأداة السلوكية تحديداً إحصائياً ، وهنا يفضل حساب معامل اتفاق كندال بين المحكمين من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل اتفاق كندال (ر}_{\text{ك}}\text{)} = \frac{١٢ \times \text{مجـ ف}^{٢}}{\text{م}^{٢} \times \text{ن (ن}^{٢} - ١\text{)}}$$

حيث أن :

مجـ ف^{٢} = مجموع مربعات الفروق عن المتوسط الخاص بالصفوف

م = عدد المحكّمين

ن = حجم العينة ، أو عدد بنود أداة القياس

مثال (٥٠) :

نفـترض أن باحثاً قام بإعداد اختبار لقياس سمة المثابرة لدى طلاب الجامعة مـثلاً ويتكون هذا الاختبار من عشرة بنود ، أو عشرة أبعاد ، ثم قام الباحث بعرض هـذا الاختـبار علـى مجموعـة مـن المحكمين عددهم خمسة وطلب منهم ترتيب هـذه البـنود العشـرة ، أو الأبعاد العشرة من حيث جودة ، أو صحة قياس كل منها لسـمة المثابرة ، وحصل الباحث على تقديرات هؤلاء المحكّمين ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

البنود أو الأبعاد	تقديرات المحكمين (١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	مجموع رتب كل بند أو بعد	ف	ف^{٢}
١	٢	١	٢	٣	٤	١٢	١٥,٥	٢٤٠,٢٥
٢	١	٣	١	٢	٢	٩	١٨,٥	٣٤٢,٢٥
٣	٣	٤	٤	١	٣	١٥	١٢,٥	١٥٦,٢٥
٤	٥	٥	٥	٥	١	٢١	٦,٥	٤٢,٢٥
٥	٤	٢	٦	٧	٦	٢٥	٢,٥	٦,٢٥
٦	٧	٨	٣	٤	٧	٢٩	١,٥	٢,٢٥
٧	٦	٦	٨	٦	٥	٣١	٣,٥	١٢,٢٥
٨	٨	٧	٧	٨	٩	٣٩	١١,٥	١٣٢,٢٥
٩	٩	١٠	١٠	٩	٨	٤٦	١٨,٥	٣٤٢,٢٥
١٠	١٠	٨	٩	١٠	١١	٤٨	٢٠,٥	٤٢٠,٢٥

المطلوب : **كيف يحدد الباحث درجة اتفاق المحكمين على هذه البنود أو الأبعاد ؟**

خطوات الحل :

١- يضع الباحث فى العمود الأول أرقام البنود ، أو الأبعاد العشرة ، والتى تمثل العينة الخاصة بالدراسة (ن) .

٢- بما أن لكل بند أو بعد خمس رتب وضعها خمسة محكمين مختلفين ، يقوم الباحث بإعداد خمسة أعمدة يضع فى كل عمود الرتب الخاصة بكل محكم من المحكمين الخمسة .

٣- يقوم الباحث بإعداد عمود سادس يجمع فيه الرتب الخاصة بكل بند ، أو بعد ، فنلاحظ أن مجموع رتب البند ، أو البعد الأول للمحكمين الخمسة = ١٢ ، ومجموع رتب البند ، أو البعد الثانى للمحكمين الخمسة = ٩ ، وهكذا لكل البنود ، أو الأبعاد .

٤- يقوم الباحث بجمع هذه الرتب حتى يحصل على المجموع الكلى لهذه الرتب ، والذى يساوى فى مثالنا ٢٧٥ رتبة ، ولكى يتأكد الباحث من صحة هذا المجموع (مجموع الرتب) ، يمكن مطابقة المجموع الذى حصل عليه (٢٧٥) بناتج المعادلة الآتية :

$$\text{مجموع الرتب (مجـ ر)} = \frac{\text{م} \times \text{ن} (\text{ن} + ١)}{٢}$$

$$\text{مجـ ر} = \frac{٥ \times ١٠ (١٠ + ١)}{٢}$$

$$= \frac{٥ \times ١١٠}{٢} = ٢٧٥$$

∴ مجموع الرتب (مجـ ر) = ٢٧٥

٥- يقوم الباحث بحساب متوسط الرتب ، أى متوسط رتب الصفوف ، والذى يساوى المجموع الكلى للرتب (٢٧٥) مقسوماً على مجموع الصفوف أو مجموع البنود ، أو مجموع الأبعاد (ن = ١٠) ، وبالتالى يكون متوسط الرتب فى مثالنا هذا = ٢٧٥ ÷ ١٠ = ٢٧,٥ .

٦- يقوم الباحث بإعداد عمود سابع يسجل فيه الفرق (ف) بين مجموع رتب كل صف ومتوسط الرتب (٢٧,٥) . فالفرق بين مجموع رتب الصف الأول ومتوسط الرتب = ٢٧,٥ – ١٢ = ١٥,٥ ، والفرق بين مجموع رتب الصف الثانى ومتوسط الرتب = ٢٧,٥ – ٩ = ١٨,٥ ، وهكذا لكل الصفوف .

٧- يقوم الباحث بإعداد عمود ثامن يسجل فيه مربعات قيم الفروق (ف) حتى يحصل على (ف^{٢}) ، ومنه يحصل الباحث على مجموع مربعات الفروق (مجـ ف^{٢}) .

٨- يقوم الباحث بالتعويض فى المعادلة الآتية :

$$\text{ر}_{\text{ى}} = \frac{١٢ \times \text{مجـ ف}^{٢}}{\text{م}^{٢} \times \text{ن} (\text{ن}^{٢} - ١)}$$

$$\text{ر}_{\text{ى}} = \frac{١٢ \times ١٦٩٦,٥}{٢٥ \times ١٠ \times ٩٩} = ٠,٨٢$$

ويشير معامل ارتباط كندال (٠,٨٢) إلى وجود ارتباط ، أو اتفاق مرتفع بين تقديرات المحكمين الخمسة لهذه البنود أو الأبعاد .

وتتراوح قيم معامل اتفاق كندال فيما بين صفر ، +١ ، وتدل القيمة صفر على وجود اختلاف تام بين المحكمين ، وتدل القيمة +١ على اتفاق تام بين تقديرات المحكمين .

٩- يقوم الباحث بعد حساب معامل اتفاق كندال بتقدير الدلالة الإحصائية لهذا المعامل باستخدام المعادلة الآتية :

$$\boxed{ف = \frac{ر_ى (م - ١)}{١ - ر_ى}}$$

$$ف = \frac{٠,٨٢ \times (٥ - ١)}{١ - ٠,٨٢} = \frac{٠,٨٢ \times ٤}{٠,١٨}$$

$$ف = ١٨,٢٢$$

١٠- يقارن الباحث قيمة ف المحسوبة (١٨,٢٢) بقيمة فَ الجدولية من جدول قيم ف النظرية عند درجات حرية البسط = عدد المحكمين – ١ ، ودرجات حرية المقام = عدد البنود أو الأبعاد – ١ ، أى أن درجات حرية البسط فى مثالنا = ٥ – ١ = ٤ ، ودرجات حرية المقام = ١٠ – ١ = ٩

وقيمة فَ الجدولية المقابلة لدرجات حرية (٤ ، ٩) عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ تساوى ٣,٦٣ ، ٦,٤٢٢ ، على الترتيب ، أى أن ف المحسوبة (١٨,٢٢) > فَ الجدولية (٦,٤٢٢) عند مستوى ٠,٠١ ، أى يوجد اتفاق جوهرى دال عند مستوى ٠,٠١ بين آراء (رتب) المحكمين للبنود ، أو الأبعاد التى يتكون منها مقياس المثابرة .

١١- يمكن أن يلخص الباحث الخطوات السابقة فى الجدول الآتى :

المتغيرات	العدد	ر ى كندال	ف	د. ح	الدلالة
المحكمون البنود	٥ ١٠	٠,٨٢	١٨,٢٢	٤ ٩	٠,٠١