مدخل

# مقدمة في حساب الأخطاء والوحدات

## ● تعاريف:

يتم قياس مقدار ما من خلال مقارنته مع مقدار آخر تمَّ اختياره اصطلاحياً، ويسمى بالوحدة، وتتضمن نتيجة القياس:

- قيمة عددية تمثل عدد الواحدات الموجودة في المقدار المقاس.
- الاشارة إلى الوحدة المستخدمة.

فإذا كانت $(a)$ على سبيل المثال القيمة العددية لكمية فيزيائية معبر عنها بالواحدة $u$ و $b$ قيمتها العددية معبراً عنها بالواحدة $u'$ حيث $u' = ku$ عندئذ يمكن تغيير الوحدة كما يلي:

$$au = bu' \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{u}{u'} = \frac{1}{k} \Rightarrow b = \frac{a}{k}$$

فمثلاً إذا كان الطول المقاس $(a)$ بال $(mm)$ يساوي إلى $(132\ mm)$ فإن قيمته العددية $(b)$ تصبح عند استخدامنا المتر كوحدة:

$$(1m = 10^3 mm\ ,\ \ k = 10^3)$$

$$b = \frac{132}{1000} = 0.132m$$

لكن أي قياس يكون دائماً محاطاً ببعض الاخطاء المجهولة. ولهذا نتساءل ماذا نعمل للحصول على أفضل قياس ممكن وماهي دقة القياس وضمن أي مجال تتغير قيمة هذا المقدار الذي تمَّ قياسه.

## ● تقدير القيمة العددية - الأخطاء:

أخطاء القياس:

مهما كانت دقة الجهاز وصفة مستخدمه فلابد من وجود فرق بين القيمة

الحقيقية التي نرمز لها $(A_o)$ للمقدرا والقيمة المقاسة التي نرمز لها $(A)$ يسمى الخطأ في قيمة $(A)$ ويعطى كما يلي:

$$\Delta\ A = A - A_o$$

إنَّ هذه الأخطاء يمكن أن تكون نظامية (الأخطاء التي تتكرر بإستمرار وفق إتجاه واحد) أو طارئة (الأخطاء التي تحدث من أسباب غير معروفة وهي متغيرة بالاشارة والقيمة المطلقة).

### أ- الأخطاء النظامية *Regular errors*:

### 1) خطأ الصفر أو الانتقال *Systematic errors*:

من أجل جهاز محدد ومهما كانت قيمة $(A_o)$ فقد يحدث أن يكون الفرق $(A - A_o)$ ذا قيمة ثابتة ولتكن $(K)$، والقيمة المقاسة مزاحة بالنسبة للقيمة الحقيقية، أي أنَّ:

$$A = A_o + K$$

يسمى خطأ كهذا خطأ الصفر.

### 2) الخطأ المتناسب أو المكبر *Scaleerror*:

نصادف هذا النوع من الخطأ عندما يكون $(A - A_o)$ من أجل جهاز محدد ذي قيمة متناسبة مع $(A_o)$، أي:

$$\Delta A = K'A_o$$

ويكون:

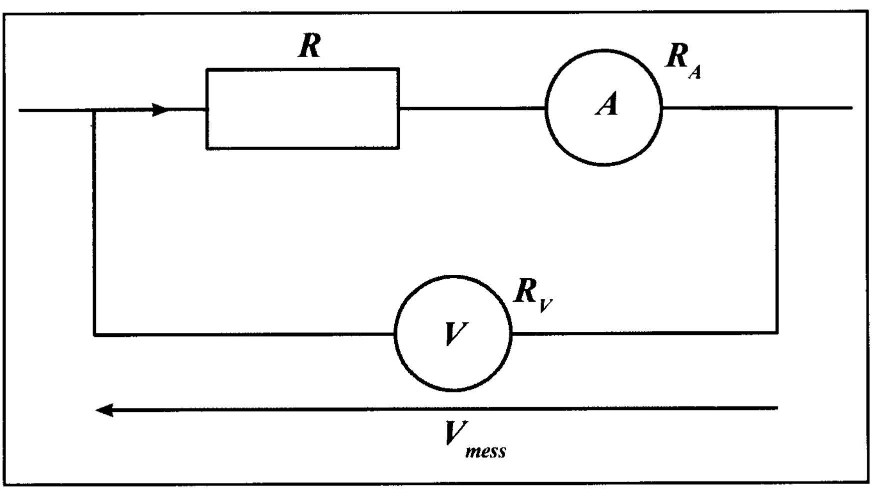
$$A = A_o + K'A_o = (K' + 1)A_o = KA_o$$

عادة يجب عدم وجود الأخطاء النظامية، وبغية التخلص منها يجب معايرة الاجهزه قبل كل قياس، والنظر شاقولياً (عمودياً) على المؤشر عند أخذ القراءة بالانتباه إلى سلم (تدريج) القياس وتسجيل قيمة التدريجة مع المعايرة المختارة. ويختفي هذا النوع من الخطأ عند استخدام جهاز إظهار رقمي.

ومثلاً إذا كانت التوترات الشريانية (ضغط الدم) للمرضى مرتفعة ودرجة حامضية الدم $(PH)$ للدم منخفضة عندئذ يجب تعيير مقياس الضغط ومقياس $(PH)$ بشكل جيد.

لنأخذ مثالاً عن طريقة القياس التي تُحدث خطأ بالزيادة أو بالنقصان.

لدى قياس مقاومة ناقل أومي باستخدام مقياس الفولت ومقياس الامبير يمكن اتباع احدى الطريقتين الآتيتين في التوصل إلى نتيجة انظر (الشكل 1) و(الشكل 2).




الشكل (1)

نلاحظ بأن مقياس الفولت يقيس فرق الجهد مابين طرفي الناقل ومقياس الامبير، أي أن:

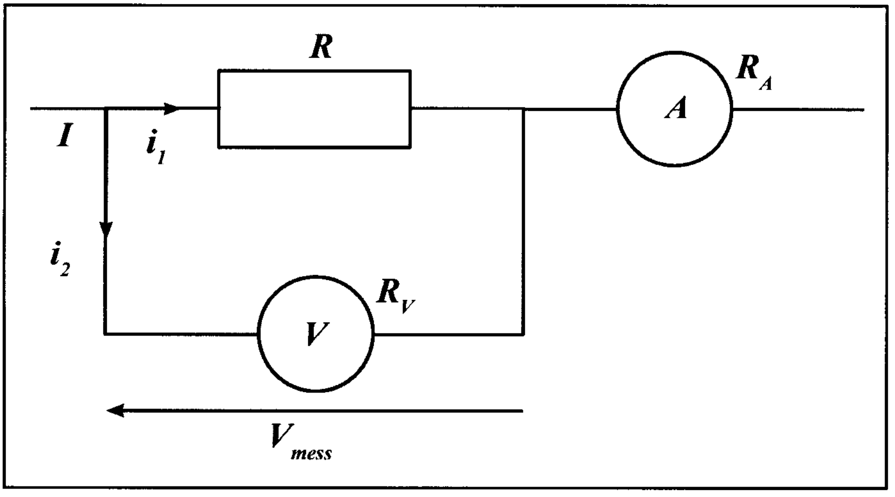
$$V = Ri_1 + R_A \ i_1$$

$$\Rightarrow Ri_1 = V - R_A i_1$$

يقوم مقياس الامبير بقياس $i_1$ :

$$I = i_1$$

وبتطبيق العلاقة المعروفة بإستخدام قانون أوم $R = \frac{V}{I}$ نرتكب خطأ نظامياً بالزيادة، وذلك بسبب الحد $R_A \ i$ - في بسط الكسر السابق. والآن انظر (الشكل 2).




الشكل (2)

نلاحظ بأن مقياس الفولت يقيس فرق الجهد بين طرفي الناقل الاومي فقط.

$$V = Ri'_1$$

بينما يقوم مقياس الامبير بقياس شدة التيار:

$$I = i'_1 + i'_2 \ \rangle \ i'_1$$

وبتطبيق العلاقة $R = \frac{V}{I}$ نرتكب خطأ نظامياً بالنقصان.

إن العلاقة $R = \frac{V}{I}$ تأخذ بعين الاعتبار مقاومات مقياس التيار ومقياس الجهد وفي حالات كهذه يمكن حساب الخطأ وتصحيح القيمة المقاسة. ويجب الاشارة الى أنه عند وجود عيب في الجهاز نتيجة الاستخدام أو النوعية السيئة فيجب إصلاحه أو استبعاده كلياً.

### ب- الاخطاء العشوائية *Random error*:

وهي موجودة دائماً، وعلى عكس الاخطاء النظامية فإن قيمتها الحقيقية لا يمكن أن تكون معروفة، فمن أجل القياس نفسه وباستخدام نفسه وباستخدام الجهاز نفسه تتغير قيمها صدفة (عشوائياً) بالاشارة وبالقيمة المطلقة، وبغية تقديرها نستخدم مفهوم الخطأ.

مثلاً: تتغير شدة التيار الكهربائي الضعيف بسبب الحركة العشوائية للتهيج الحراري التي تضاف الى الحركة الاجمالية للالكترونات وكذلك بتغير طول قطعة معدنية مصقولة بشكل سيء.

### 1) الخأ المطلق *Absolute error*:

هو بالتعريف القيمة المطلقة للخطأ الاعظمي $\Delta A = |A - A_o|_{max}$ ، هذا ولايمكن معرفة القيمة $(A_o)$ بدقة من القياس بل نعرف فقط بأنها محصورة بين القيمتين المختلفتين:

$$A + \Delta A \quad و \quad A - \Delta A$$

أي:

$$A - \Delta A \langle A_o \langle A + \Delta A$$

وقد تكتب:

$$A_o = A \pm \Delta A$$

### 2) الخطأ النسبي *Fractional error*:

لا تدل قيمة الخطأ المطلق على دقة القياس.

فعلى سبيل المثال إذا كان الخطأ المطلق $(\Delta A = 1 \ cm)$ وكان الطول المقاس هو $(100 \ m)$ فالدقة عندئذ جيدة. أما إذا كان الطول المقاس هو $(1 \ m)$ فالدقة عندئذ متواضعة. لكن إذا كان الطول المقياس هو $(1 \ cm)$ فالدقة عندئذ كبيرة للغاية.

وبناء على ماتقدم وبغية تقدير دقة قياس ننسب الخطأ المطلق الى القيمة المقيسة للمقدار فنحصل عندئذ على الخطأ النسبي.

$$\text{الارتياب الخطأ} = \frac{\Delta A}{A}$$

### 3) حساب الأخطاء *Errors calculation*:

يمكن قياس المقادير إما بشكل مباشر (قياس طول بالمتر) أو بشكل غيرمباشر، وهذا يعني أنه يتم الحصول على النتيجة بعد الحساب ابتداءً من مقدار واحد أو عدة مقادير مقاسة مباشرة. وكمثال على ذلك ايجاد سطح مستطيل ابتداء من قياسات مباشرة. وكمثال على ذلك أيضاً ايجاد سطح مستطيل ابتداء من

قياسات للطول $(L)$ والعرض $(I)$ ثم حساب حاصل الضرب $(L.I)$ .

في حالة القياسات المباشرة يتم تقدير الخطأ على النحو التالي:

1- ابتداء من تدريجات جهاز القياس كأن يكون مثلاً (متر مدرج بالميليمتر، فالارتياب المطلق عندئذ يكون $0.5\ mm$ بأعتبار أن أضغر تدريجة تساوي $1\ mm$). وبشكل عام نأخذ الارتياب المطلق مساو لنصف أصغر تدريجة على الجهاز.

2- بإجراء القياس نفسه عدة مرات، فإذا وجدنا نتائج القياس هي: $101\ mm$، $103\ mm$، $105\ mm$، فعندئذ يمكننا القول أن القيمة التقديرية للمقدار هي متوسط القياسات السابقة، أي $A = 103\ mm$ ويكون الخطأ المطلق $\Delta A = 2\ \ mm$

ومنه فإن:

$$A_o = (103 \pm 2)\ \ mm$$

في حالة القياسات اللامباشرة تكون مقادير الأخطاء في القيم المقاسة مباشرة ونفتش عن الخطأ في النتيجة النهائية المحسوبة، يرتكز هذا النموذج من الحساب على فعلين:

×- الخطأ الذي لايحسب إلا بطريقة تقريبية، عندئذ فإن عدداً واحداً معبراً يكفي في الحالة العامة.

×- الخطأ المطلق *absolute difference* وهو في الحالة العامة صغير جداً امام القيمة المقاسة.

$$\Delta A \ \langle\langle\ | A |$$

ويمكننا بالتالي اعتبار المفاهيم المبرهن عنها في الرياضيات والمتعلقة بالتفاضلات (صغير جدا) صالحة للأخطاء المطلقة، ونطابق بين الخطأ $(\Delta A)$ وتفاضل $(A)$ متذكرين اننا لا نعرف اشارة الخطأ، ولهذا يجب علينا اثناء عملية الطرح تصور الحالة الحدية التي يكون فيها للخطأين اشارات متعاكسة ومن ثم جمع قيمهما المطلقة، وهذا يعني معرفة مقدار الخطأ، وسنشير إلى أكثر أنواع الخطأ أنتشاراً وهي:

a- الخطأ في الجمع أو الطرح:

$$S = A + B \qquad D = A - B$$

$$dS = dA + dB \qquad dD = dA - dB$$

$$\Delta S = \Delta A + \Delta B \qquad \Delta D = \Delta A + \Delta B$$

من الهام ملاحظة أنه في حالة الطرح يكون الخطأ النسبي بشكل عام كبيراً جداً وبالتالي فالدقة تكون صغيرة جداً.

b- الخطأ في عمليتي الضرب والتقسيم:

$$P = A \cdot B \qquad Q = \frac{A}{B}$$

فبغية التحويل الى الجمع أو الطرح نتبع (طريقة التفاضلات اللوغاريتمية)

$$\log\ P = \log\ A + \log\ B \qquad \log\ Q = \log\ A - \log\ B$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{dA}{A} - \frac{dB}{B} \qquad \frac{dQ}{Q} = \frac{dA}{A} - \frac{dB}{B}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \qquad \frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

c- الخطأ في تابع ما:

$$y = f(A)$$

بالتعريف: أن مشتق $(y)$ بالنسبة للمقدار $(A)$ هو:

$$y'A = \frac{dy}{dA}$$

إذن:

$$\Delta y = |\ y'A\ | \cdot \Delta A \qquad\qquad dy = y'A \cdot dA$$

**ملاحظات عامة:**

1- يجب عدم الخلط مابين الخطأ والتغيُّرية البيولوجية، فالخطأ مرتبط بالقياس، فهو ينتج من قياساتنا المتعددة للقيمة الحقيقية نفسها $(A_o)$ وهي ثابتة، فنجد نتائج ممتدة مابين $A_o - \Delta A$ و $A_o + \Delta A$ بينما في التغيرية البيولوجية فإن القيمة الحقيقية $(A_o)$ هي نفسها التي تتغير. فمثلاً جميع الرجال المتساوون بالعمر لا يملكون نفس المقاس (حجم، طول...).

2- يقدم حساب الخطأ فائدته الاساسية عندما نعتمد قياساً واحداً، فإذا استطعنا الحصول به على عدة قيم لها نفس المقدار ضمن نفس الشروط فإن الاحصاء يسمح لنا بتفسيرات أكثر دقة.

**4) نتائج:**

لايمكن أن تحتوي القيمة العددية على أرقام معبرة أصغر من قيمة الخطأ المطلق، مكا أنَّه لا معنى للتعبير الرياضي $1255.65 \pm 1$، وذلك عند مقارنة العدد 1 بالعدد 1255.65.

وأنه عندما لاتكون قيمة الخطأ معطاة فإننا نستطيع تقديرها كحد أدنى بوحدة آخر رقم.

فمثلاً:

$A_1 = 56$ يمكننا افتراض أن $\Delta A_1 \rangle 1$

$A_2 = 56.0$ يمكننا افتراض أن $\Delta A_2 \rangle 0.1$

أما من أجل القيم المستخدمة عملياً في الطب الحيوي (نتائج تحاليل بيولوجية مثلاً) فإن الدقة (الخطأ النسبي) أفضل مايمكن 0.01 لذا يجب أن تكون القيمة العددية للنتيجة محتوية كحد أقصى على ثلاثة ارقام وفاصلة، ولهذا يتم استخدام مضاعفات واجزاء الوحدات، انظر (الجدول 1).

| الرمز | الاسم | العامل |
|---|---|---|
| $m$ | ميللي *Milli* | $10^{-3}$ |
| $\mu$ | ميكرو *Micro* | $10^{-6}$ |
| $n$ | نانو *Nano* | $10^{-9}$ |
| $p$ | بيكو *Pico* | $10^{-12}$ |
| $f$ | فمتو *Femto* | $10^{-15}$ |
| $a$ | اتتو *Atto* | $10^{-18}$ |
| $T$ | تيرا *Tera* | $10^{12}$ |
| $G$ | جيغا *Gega* | $10^{9}$ |

**جدول (1)**

| العامل | الاســـم | الرمز |
|---|---|---|
| $10^6$ | *Mega* ميغا | $M$ |
| $10^3$ | *Kilo* كيلو | $K$ |

**تابع الجدول (1)**

## 5) خلاصة :

- يقال أن العمليات الرياضية صحيحة ودقيقة تماماً وهذا خطأ، فالبرهان الرياضي هو نفسه صحيح ودقيق تماماً، ولكن بمجرد أن نعالج يدوياً قيماً عددية توجد عندئذ اخطاء.

وأن التمثيل العشري للأعداد: $\pi$ , $\sqrt{3}$ , $\sqrt{2}$ غير ممكن بدقة تامة وينطبق هذا على كل الاعداد غير الكسرية.

ليست الفيزياء علماً دقيقاً تماماً فعلى سبيل المثال.

في الالكترونيات نعلم بأنه في مضخمات المجموعات العالية الدقة، التلفازات، المذياعات، تتغير الدقة في قيم المقاومات والمكثفات مابين 5 و 20 بالمئة.

ولكن ماذا نقول عندئذ في الفيزياء الحيوية والبيولوجيا. إذا كانت معلوماتنا التي تزداد سنة بعد سنة تسمح لنا بالفهم الجيد وتفسير الظواهر الفيزيائية في الكائن الحي وكذلك الاحاطة الجيدة بالحقيقة البيولوجية بالبرهان، ومع ذلك توجد عدة مجاهيل حتى الان تحتاج إلى مزيد من البحث. من جهة أخرى فإن جميع الكائنات البشرية ليست متماثلة، فهي لاتمتلك الكتلة نفسها ولاالمقاس نفسه... الخ أي يوجد تموج نظامي لها.

يبين (الجدول 2) القيمتين الحديثتين للتراكيز الرئيسية لمركبات بلازما الدم كما يوضح بأنه لا يوجد لكل واحد منها قيمة نظامية بل متسع من القيم النظامية. والمزعج مايحدث غالباً، ومن أجل التبسيط والحفظ، أن يحفظ الطالب عن ظهر قلب القيمة المتوسطة كقيمة نظامية معتبراً الابتعاد عن هذه القيمة حالة مرضية.

إنّ تبسيط البراهين وحل التمارين العددية البسيطة. والمؤدية غالباً الى الابتعاد عن الحقيقة البيولوجية يجب الا يبلبل ذهن الطالب ويجعله يعامل الكائن الحي كآلة ويطبق عليه القوانين في حين أنه سيرى أمامه كائنات بشرية لها معايير غير رقمية (حالة نفسية، بيئية... الخ) ذات دور كبير.

| اسم المركب | الفاصل الطبيعي | تركيز مولي متوسط بال *m mol/1* | تركيز مولي متوسط بال *m mol/kg* | تركيز متوسط بال *mEq/1* |
|---|---|---|---|---|
| *Glucose* | *3 - 5.5 mmol/1* | 4.0 | 4.24 | - |
| *Ure* | *2.3 - 8.5 mmol/1* | 5.0 | 5.30 | - |
| $Na^{++}$ | *136 - 144 mmol/1* | 140 | 148 | 140 |
| $K^{+}$ | *3.6 - 5.0 mmol/1* | 4.0 | 4.24 | 4.0 |
| *Calcium* | *2.15 - 2.60 mmol/1* | - | - | - |

**الجدول (2) قيم عادية لتراكيز مركبات بلازما مألوفة القياس (المركبات التي تراكيزها المتوسطة اقل او تساوي *1 mm01/1* غير موجودة في هذا الجدول**

| اسم المركب | الفاصل الطبيعي | تركيز مولي متوسط بال *m mol/1* | تركيز مولي متوسط بال *m mol/kg* | تركيز متوسط بال *mEq/1* |
|---|---|---|---|---|
| $Ca^{++}$ *libre* | *0.95 - 1.12 mmol/1* | 1.0 | 1.06 | 2.12 |
| *Mg.total* | *0.5 - 1.00 mmol/1* | - | 0 | - |
| $Mg^{++}$ *libre* | ¯*0.5 mmol/1* | ¯ 0.5 | ¯ 0.5 | ¯ 1 |
| $Cl^{-}$ | *96 - 105 mmol/1* | 100 | 106 | 100 |
| $HCO_3^{-}$ | *24 - 30 mmol/1* | 26 | 27.6 | 26 |
| $PO_4H_2^{-}$ *et* | | | | |
| $PO_4H^{--}$ | *0.80 - 1.55 mmol/1* | 1.25 | 1.32 | 2.25 (2) |
| *Porteines* | *60 - 75 mmol/1 (3)* | 1.0 (4) | 1.06 | 16 (5) |
| *Osmolaite* | | | | |
| *Mesure (6)* | *280 - 300 mmol/1* | | 290 | |

**تابع الجدول (2) قيم عادية لتراكيز مركبات بلازما مألوفة القياس (المركبات التي تراكيزها المتوسطة اقل او تساوي *1 mm01/1* غير موجودة في هذا الجدول**

**ملاحظات حول الجدول (2):**

1- القيم الحدية العادية والمتقاربة هي من أجل بعض المركبات المتباعدة كثيراً عن بعضها البعض. كما أن القيمة النظامية تتعلق بعمر الشخص وساعة أخذ المركب وشروط الحياة، وطريقة الجرعة المستخدمة ... الخ. ولكن حتى من أجل الايونات التي تأرجحها أقل مايمكن فهو دائماً اكبر من 3% حول القيمة المتوسطة.

يجب ألا نعتبر القيمة المتوسطة كمعيار مطلق وأن نعزو أقل تغير فيها إلى منشأ مرضي.

2- في $(pH)$ الشرياني العادي للدم $(PO_4H_2^{--}) = 4\ (PO_4H^{--})$.

3- البروتينات هي مزيج والتركيز الوزني مقبول.

4- عندما تكون النسبة المئوية للمزيج البروتيني نظامياً.

5- في $(pH)$ الدموي تكون البروتينات متفككة مثل ايونات سالبة الشحنة واذا كانت النسبة المئوية للمزيج البروتيني عادية فإن التكافؤ المتوسط هو 16.

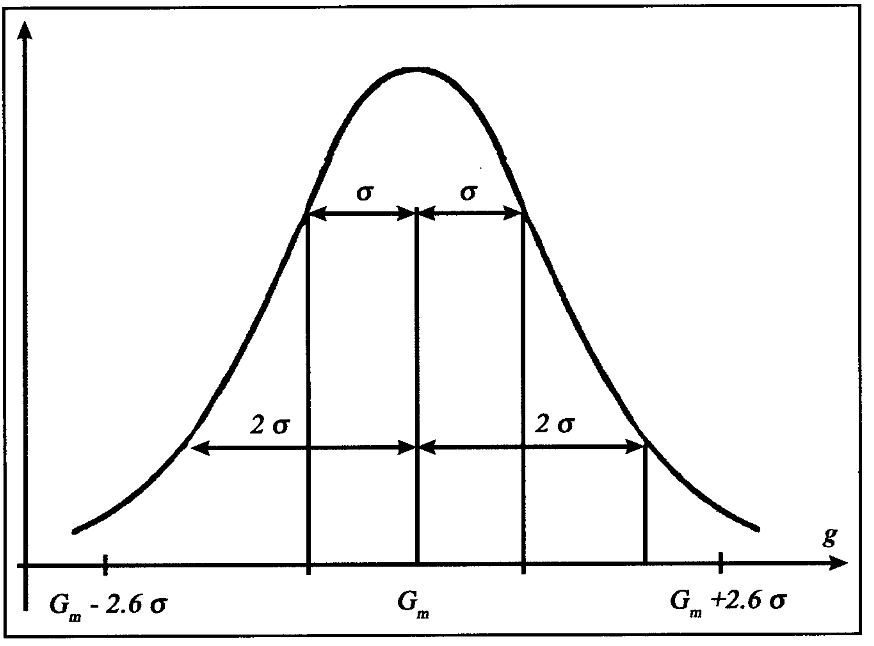
6- أن تكون القيمة المقاسة للاسمولاليتيه أصغر من مجموع التراكيز المولية للمركبات الموجودة يعود الى الفرق مابين التركيز والفعالية.

7- أن مفهوم الارتياب والخطأ نفسه يجب أن يكون دائماً في مخيلة الطبيب عند تفسير القيم العددية (نتائج التحليل البيولوجية خاصة) وبالفعل فإنه يضاف إلى ارتيابات القياس في هذه الحالات الاخطاء الطارئة المحتملة أثناء حمل المريض والنقل إلى المختبر... الخ.

إن تفسير النتائج العددية هذه يجب أن يكون مبنياً على الدراسة والتحليل السليم وليس بشكل تلقائي، فتشخيص المرض يجب ألا يكون إفتراضياً وبالاحرى الشروع في العلاج الطبي بالنظر إلى قيمة عددية مرضية منعزلة.

## • الاحصاء والاحتمال *Statistics and probability*:

لنفترض أنه استطعنا اجراء عدد كبير من القياسات المستقلة عن بعضها البعض للمقدار نفسه وأن الرسم البياني للنتائج التي تم الحصول عليها هو كما في (الشكل 3).




الشكل (3)

نلاحظ بأن المنحنى البياني الناتج متناظر وهو مميز بعددين هما المتوسط $(G_m)$ والفرق من النوع $(\sigma)$.

حيث $(\sigma)$ يميز تشتت النتائج وأن احتمال وجود القيمة المقاسة الآتية ضمن المجال الذي مركزه $(G_m)$.

1- ونصف عرضه $(\sigma)$ يساوي الى 56%.

2- ونصف عرضه $(\sigma)$ يساوي الى 95%.

3- ونصف عرضه $(\sigma)$ يساوي الى 99%.

أي أن المجال الذي مركزه يقع في الوسط $(G_m)$ يحتوي على النتيجة باحتمال

قدره $(P)$، وأن $(P)$ التي يعبر عنها بنسبة مئوية هي مستوى الثقة (نسبة الثقة) وأن المجال الملائم هو مجال الثقة.

ونرى من أجل المنحنى النظري الموصوف اعلاه أن مستوى الثقة 99% يوافق مجال الثقة

$$(G_m - 2.6\sigma \quad , \quad G_m + 2.6\sigma)$$

## • نتائج تجريبية في الفيزياء:

عملياً لا يستطيع الفيزيائي القيام بعدد كبير من القياسات المستقلة بل بقياس وحيد أو بعدة قياسات. وبالتالي فإن $(G_m)$ و $(\sigma)$ الواردتين في الشرح النظري تكونان مجهولتين ويجب تقديرهما. ويعبر عن النتيجة المقاسة بعددين هما المركز ونصف عرض مجال الثقة، وسنعرض فيما يلي للحالتين الآتيتين:

### أ- حالة قياس وحيد:

في عدد كبير من الحالات لا يكون القياس قابلاً للاعادة (أثناء جولة قياس $pH$، أثناء تفاعل بطئ...).

اذاً نملك نتيجة وحيدة هي $(g)$ وأنه بغية تحديد مجال الثقة عند مستوى ثقة معطى لا يتوفر لدينا سوى التعليمات المعطاة من قبل صانع جهاز القياس التي تقود الى خطأ مطلق $(\varepsilon_{max})$. وسنتقبل عند مستوى ثقة من مرتبة 99% إن القيمة المجهولة $(G)$ تكون محتواة ضمن مجال الثقة الذي مركزه يقع على $(g)$ ونصف عرضه $(\varepsilon_{max})$:

$$g - \varepsilon_{max} \ \langle \ G \ \langle \ g + \varepsilon_{max}$$

## ب- حالة عدة قياسات:

لنفترض أنه يمكن اعادة القياس. ولنفترض بأن $(n)$ جهاز من نفس النوعية يقيس نفس المقدار.

ولتكن:

$$g_1 \;,\; g_2 \;\cdots\; g_i \;,\; \cdots\; g_n$$

نتائج $(n)$ قياس. ولتكن القيمة المتوسطة للقيم التي تم الحصول عليها. أن $(\bar{g})$ هي قيمة $(G_m)$ أما قيمة $(\sigma)$ فهي $(S_n)$ (ملمس/ زر / $\sigma_{n-1}$ في الآلات الحاسبة) أي أن:

$$\bar{g} = \frac{\overset{i=n}{i=1}}{n}$$

$$S_n = \sqrt{\frac{n^{\overset{n}{\Sigma}} = 1^{(g_i - \bar{g})^2}}{n-1}}$$

وأنه عند اجراء عدة قياسات يتم تقليص مجال الثقة، ويكون مجال الثقة عند مستوى ثقة $(P)$ هو:

$$\bar{g} - t_{n,p}\ \frac{S_n}{\sqrt{n}} \;\leq\; G \;\leq\; \bar{g} + t_{n,p}\ \frac{S_n}{\sqrt{n}}$$

حيث $(t_{n,p})$ معامل عددي معطى ضمن جداول معلومة ويتعلق بمستوى الثقة $(P)$ وبالعدد $(n)$ للقياسات المنفذة.

قيم المعامل $t_{nlp}$

| $n$ | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 16 | 20 | 50 | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **P=95%** | 2.78 | 2.57 | 2.45 | 2.37 | 2.31 | 2.26 | 2.20 | 2.13 | 2.09 | 2.01 | 1.96 |
| **P=99%** | 4.60 | 4.03 | 3.71 | 3.50 | 3.36 | 3.25 | 3.11 | 2.95 | 2.86 | 2.68 | 2.57 |

## • كيفية حساب $\varepsilon_{max}$

1- اجهزة بسلم مدرج وعقرب ويتم الحساب بإستخدام العلاقة الرياضية:

$$\varepsilon_{max} = \frac{c}{100}C$$

حيث:

$c$: صنف دقة الجهاز ويشار إليه من قبل صانعه

$C$: القيمة العظمى للسلم المدرج.

مثال:

إذا كان صنف الدقة لمقياس الفولت المستخدم يساوي ( 2 ) والقيمة العظمى للسلم المدرج هي $(15V)$ فإن:

$$\varepsilon_{max} = \frac{2}{100} \times 15 = 0.3V$$

فإذا كان فرق الجهد المقاس هو:

$$V_1 = 10.0V$$

فإن

$$\frac{\varepsilon_{max}}{V_1} = \frac{0.3}{10} = 3\%$$

أما إذا كان فرق الكمون المقاس هو:

$$V_2 = 5.0V$$

فإن:

$$\frac{\varepsilon_{max}}{V_2} = \frac{0.3}{5} = 6\%$$

وبالمقارنة نجد بأن قياس $(V_1)$ اكثر دقة من قياس $(V_2)$ وأنه يجب اختيار القيمة العظمى للسلم المدرج حيث يكون عقرب الجهاز واقعاً في النصف الثاني للسلم المدرج.

2- اجهزة اظهار عددية:

إذا كانت القيمة العظمى المختارة التي يقيسها الفولت تساوي $(20V)$ وكانت القيمة التي يقيسها هذا المقياس هي $(V = 11.053V)$ فإن صانع الجهاز يشير إلى أن $(\varepsilon_{max})$ تساوي إلى (0.5%) من القيمة المقروءة يضاف إليها (3) وحدات موافقة لأخر رقم ظاهر وأن أخر رقم ظاهر يرافق $(0.001V)$ ومنه:

$$\varepsilon_{max} = \frac{0.5}{100} \times 11.053 + 3 \times 0.001 = 0.058V$$

## ● الوحدات *Measurement units*:

### أ- الأبعاد:

### 1) تعريف:

يمكن التعبير عن معظم المقادير الفيزيائية $(G)$ ولاسيما المقادير الميكانيكية والكهربائية ابتداءً من ثلاثة مقادير تم اختيارها بشكل ملائم وهي: الطول $L$، الكتلة $M$، الزمن $T$.

تعطى العلاقة الرمزية التي تربط مابين هذه المقادير (عند عدم ادخال قيم عددية) بالشكل التالي:

$$G = L^{\alpha} \quad M^{\beta} \quad T^{\gamma}$$

حيث $(\gamma \ , \ \beta \ , \ \alpha)$ يمكن أن تكون موجبة أو سالبة أو معدومة صحيحة أو كسرية.

وتسمى العلاقة السابقة معادلة ابعاد $(G)$ وعندما تكون $(\gamma \ , \ \beta \ , \ \alpha = 0)$ فإن $(G=1)$ ولهذا يمكننا القول بأن المقدار $(G)$ في هذه الحالة بدون بعد.

**2) فائدة:**

يمكن التعبير عن معظم الوحدات ابتداءً من ثلاثة مقادير وأن مجموع الوحدات الثلاثة الاساسية تشكل نظام وحدات. فمثلاً في $(c.g.s)$ المستخدم ايضاً من بعض البيولوجيين فإن الوحدات الثلاثة الأساسية هي: الطول $(cm)$، الكتلة $(gr)$، الزمن $(s)$.

وفي الوقت الحاضر فإن النظام الرسمي المعتمد للقياس هو القياس الدولي $(SI)$.

في كل علاقة رياضية فيزيائية يوجد تجانس في البعد وهذا يعني أنه على سبيل المثال، وإذا كان لدينا:

$$a = b + c - d$$

فإن ابعاد $(a،b،c،d)$ هي نفسها وذلك كي تكون العلاقة صحيحة.

عندما تحتوي معادلات الابعاد على توابع مثل:

$sin$ ، $exp$ ، $log$ ... الخ

فإن جميع المقادير المعبر عنها بهذه التوابع تكون بدون ابعاد. فمثلاً:

$a = log\ b$ $\qquad$ $c = e^d$ $\qquad$ $f = sin\ g$ ... الخ

فإن: $(a,b,c,d,f,g)$ تكون بدون ابعاد.

**ب- النظام الدولي للقياس $SI$:**

يعبر عن وحدات قياس الكميات الأساسية السبعة لهذا النظام بالوحدات التالية:

| | | |
|---|---|---|
| واحدة الطول هي | $m$ | (متر) |
| واحدة الزمن هي | $s$ | (ثانية) |
| واحدة الكتلة هي | $Kg$ | (كيلوغرام) |
| شدة التيار المقاسة | $A$ | (أمبير) |
| شدة الإضاءة المقاسة | $Cd$ | (شمعة) |
| شدة الحرارة المقاسة | $K$ | (كالفن) |
| كمية المادة المقاسة | $mol$ | (مول) |

وهناك وحدتان إضافيتان هما الراديان لقياس الزاوية المستوية والستيراديان لقياس الزاوية المجسمة.

## تمارين غير محلولة

1) يبين الجول التالي القيم النظرية $(X_o)$ لمقدار ما والقيم $(X)$ المقاسة:

مالذي يمكن استنتاجه من هذا الجدول:

| $X_o$ | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X$ | 111 | 209 | 310 | 409 | 511 | 610 | 709 | 811 |

2) يبين الجول التالي القيم النظرية $(X_o)$ لمقدار ما والقيم $(X)$ المقاسة:

مالذي يمكن استنتاجه من هذا الجدول:

| $X_o$ | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X$ | 104 | 211 | 315 | 421 | 524 | 630 | 734 | 840 |

3) تم معايرة تركيز $Na^+$ في بلازما دم شخص ما وبدقة (0.01) فوجد في اليوم الأول(140) وفي اليوم الثاني (141) هل ازداد تركيز $(Na^+)$ بين اليوم الأول واليوم الثاني.

4) بغية تعيين قيمة $(pH)$، تم قياس فرق الجهد الكهربائي $V\,(volts)$ ودرجة الحرارة $T = 273 + \theta^\circ C$ ومن ثم تطبيق العلاقة التالية:

$$pH = \frac{V + 0.416}{19.83 \times 10^{-5} T}$$

فكانت نتائج القياس هي:

$$T = 0.184 \pm 0.001 \quad Volts$$

$$\theta^\circ \; C = 27 \pm 1^\circ C$$

وأن $pH = 10.085$ .

كيف توضح هذه النتيجة (نفترض بأن الخطأ على 273 و 0.416 و $19.83 \times 10^{-5} \;\; T$ مهملة).

5) في التمرين رقم ( 4 ) هل نستطيع باستخدام مقياس فولت أكثر دقة (خطأ $V$ أقل) الوصول إلى دقة في $(pH)$ أكبر بعشر مرات.

6) تعطى العلاقات مابين $(pH)$ وتركيز $H^+$ كما يلي:

$$pH = -\log (H^+)$$

أو:

$$(H^+) = 10^{-pH}$$

عندما $pH = 10.085$

يكون $(H^+) = 82.2P \ mol/1$

استنتج الخطأ المطلق ل $(H^+)$ من ارتياب $(pH)$ الذي تم الحصول عليه في التمرين رقم (4) كيف تفسر النتيجة ل$(H^+)$ .

7) تم إذابة $161\ gr$ من السكر في الماء بحيث أن الحجم الكلي للمحلول الناتج هو (3) لتر ماهو التركيز بالغرام في اللتر للسكر في المحلول.

8) تم إذابة $(161.0\ gr)$ من السكر في الماء بحيث أن الحجم الكلي يساوي (3) لتر ماهو التركيز بالغرام في اللتر للسكر في المحلول.