الباب الخامس

سريان الموائع اللانيوتونيه

Non-Newtonian Fluid Flow

تكلمنا فى الفصل السابق عن سريان الموائع النيوتونيه بمعنى أنها يتحكم فى تدفقها أو سريانها قانون نيوتن ، وعامة سلوك أى مادة يتبع احدى الحالات الثلاثه التاليه : المرونه Elasticity- اللدونه Plasticity - اللزوجه Viscosity.

ففى حالة السلوك المرن المثالى يكون الإجهاد (τ) الواقع على جسم ما يتناسب تناسبا طرديا مع الانفعال (γ)والذى يحكمه قانون هوك Hook's Law .

$$\tau = E\,\gamma \qquad (5\text{-}1)$$

حيث E هو معامل المرونه أو معامل يانج Young Modulus واذا أثرت قوة ما على مادة صلبه لاينتج عنها حركة حتى نصل إلى إجهاد الخضوع Yield Stress حيث تكون الحركه لاحدود لها تحت تأثير هذه القوه فيكون ذلك ممثلا للدونه .

ومعظم المنتجات الغذائيه تسلك سلوكا مختلطا بين المواد المرنـــه واللزجه وتختلف في ذلك عن سلوك المواد (الموائع) النيوتونيه بمعنى أن العلاقه التى تحكم تناسب إجهاد القص مع معدل القص علاقه غير خطيه تعتمد على كل من الزمن ومعدل التناقص فى سرعة الطبقات على بعضها .

وفى محاولات عديده وجد أن أنسب علاقه لتمثيل السلوك الغير نيوتونى رياضيا هو استخدام مايسمى قانون الأس Power Law

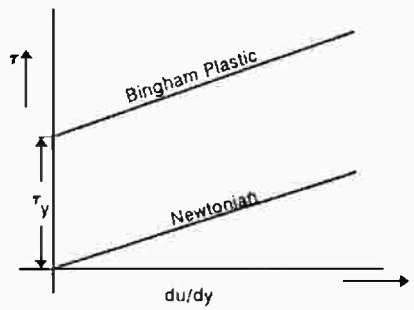
$$\tau = K\,\gamma^{n} \qquad (5\text{-}2)$$

حيث :

K	= معامل القوام	وهومايعادل معامل اللزوجه فى حالة الموائع النيوتونيه.
n	= الأس	ويساوى الواحد الصحيح فى حالة الموائع النيوتونيه.

ويمكن تقسيم الموائع غير النيوتونيه إلى مايأتى :-

١- موائع بنجهام بلاستيك Bingham Plastic Fluids

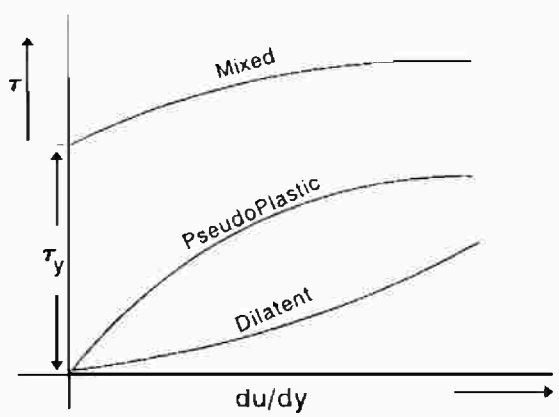


شكل (٥-١) العلاقه بين إجهاد القص ومعدل القص

وهى مواد لها خاصية عدم البدء فى السريان أو التدفق قبل الوصول إلى إجهاد خضوع Yield Stress وبعدها يكون السريان لزج عادى (شكل ٥-١).

$$\tau = K \left(-\frac{du}{dy}\right) + \tau_y \qquad (5\text{-}3)$$

٢- موائع شبيهة البلاستيك Pseudo Plastic Fluids.



شكل (٥-٢) الموائع المختلفه

وهى تمثل أغلبية السوائل الغير نيوتونيه حيث يكون هناك تناقص فى اجهاد القص كلما زاد معدل القص وبذلك تكون قيمة n أقل من الواحد الصحيح ويكون منحنى السريان مقعرا إلى أسفل (شكل ٥-٢) .

٣- موائع ديلاتينيه Dilatent Fluids

وفيها يكون هناك زيادة فى اجهاد القص كلما زاد معدل القص وتكون قيمة n أكبر من الواحد الصحيح وبذلك يكون منحنى السريان مقعراً إلى أعلـــــى (شكل ٥-٢).

٤- موائع مختلطه Mixed Fluids

وفيها يكون هناك اجهاد خضوع قبل السريان الشبه بلاستيكى كما هو مبين فى الشكل (٥-٢)

ويمكن تمثيلها بالمعادله الآتيه :

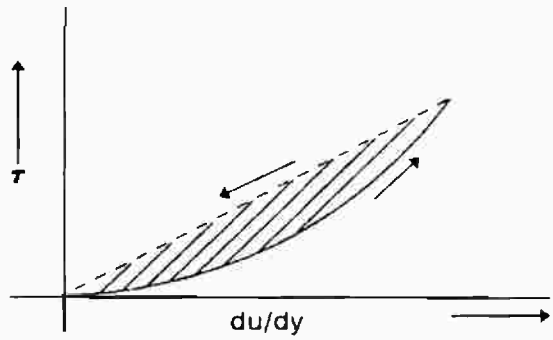
$$\tau = K \left(-\frac{du}{dy}\right)^{n} + \tau_y \qquad (5\text{-}4)$$

وهى الحاله العامه للموائع المختلطه .

وتكون $n > 1$ ، τ_y = صفر فى حالة المواد شبه بلاستيكيه

وتكون $n < 1$ ، τ_y = صفر فى حالة المواد الديلاتينيـــــه

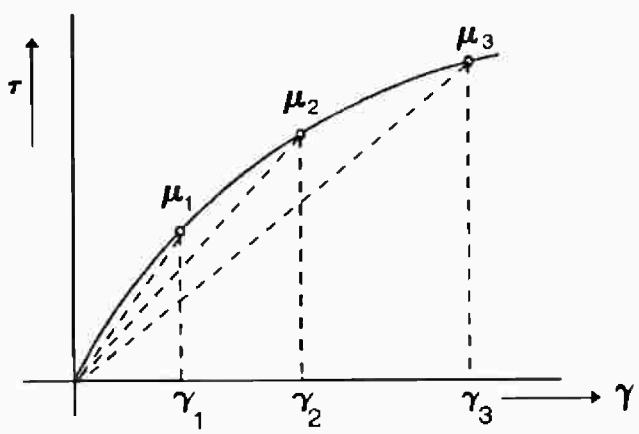
وتنقسم المواد الديلاتينيه Dilatent إلى نوعين طبقا لتغير إجهاد القص بالنسبه للزمن مع معدل القص . فإذا مازاد إجهاد القص مع الزمن فإنه يطلق عليها موائع متزايدة القوام Rheopectic . واذا مانقص إجهاد القص مع الزمن فإنه يطلق عليها مواد متناقصة القوام Thixotropic وينتج عن ذلك قصور فى طاقة الاحتكاك بين الطبقات Hystresis كما هو مبين فى الشكل (٥-٣).



شكل (٥-٣) طاقة الاحتكاك بين طبقات المائع

وتتأثر كل من اللزوجه والقوام إلى حد كبير بدرجة الحراره ويعتبر استخدام معادلة ارهينيوس » Arrhenius Equation على نطاق واسع معبرا عن هذه العلاقه حيث يتناسب معامل اللزوجه أو معامل القوام تناسبا عكسيا مع درجة الحرارة المطلقه للمائع .

وفى كثير من تطبيقات صناعة الاغذيه نجد ان هناك محاولات لقياس اللزوجه النيوتونيه دون الحاجه الى معرفة خصائص انسياب السائل وينتج عن ذلك قياس اللزوجه الظاهريه Apparent Viscosity وهى التى تعبر عن اللزوجه لسائل نيوتونى له مقاومة للسريان عند قص محدد Shear Rate (شكل ٥-٤) وفى أغلب حالات الموائع الشبه بلاستيكيه تتناقص اللزوجه الظاهريه عند زيادة معدل القص.



شكل (٥-٤) اللزوجه الظاهريه للمائع

μ_A = Apparent Viscosity

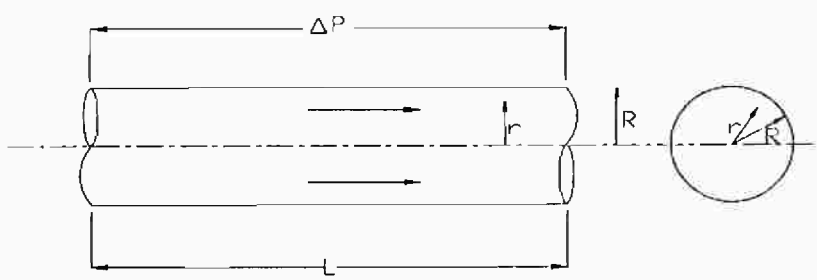
$\mu_A = (\frac{\tau}{\gamma})$ at a given shear rate

أجهزة قياس اللزوجه أو القوام :

لقياس اللزوجه أو القوام لأى موائع غذائيه يمكن إستخدام أجهزة خاصه تسمى فيسكومترات Viscometers أو ريومترات Rheometers. ويوجد عادة جهازين أو طريقتين رئيسيتين : جهاز يعتمد على سريان المائع داخل الأنابيب ويسمى Tube Viscometer، وجهاز يعتمد على دوران المائع حول اسطوانه ومن خلال فراغ ضيق ويسمى Rotational or Coaxial Viscometer.

النوع الأول :

ريومترات الأنبوبه الشعريه Capillary Tube Rheometers



شكل (٥-٥) ريومترات الأنبوبه الشعريه

بصفه عامه تتضمن ريومترات الأنبوبه الشعريه عدداً من أجهزة القياس التى تدفع السائل خلال انبوبه معلوم قياساتها الهندسيه شكل (٥-٥). نستطيع الحصول على علاقه بين معدل القص واجهاد القص وذلك بقياس تدرج الضغط ومعدل السريان الحجمي للمائع خلال الأنبوبه الشعريه .

ويمكن الحصول على العلاقه بين معدل القص واجهاد القص اللازمه لدفع المائع خلال الأنبوبه الشعريه عن طريق عمل ميزان للقوى على المقطع العرضى للأنبوبه الشعريه .

القوه المسببه للسريان هى فرق الضغط بين طرفى الأنبوبه ΔP

$$\tau = \frac{\Delta P . \pi r^2}{2 \pi r L} \qquad (5.5)$$

حيث πr^2 = المساحه المقطعيه

$2\pi r L$ = المساحه السطحيه للشريحه

$$\therefore \tau = \frac{\Delta P . r}{2L}$$

$$\tau = K \gamma^n$$

$$= -K\left(\frac{du}{dr}\right)^n$$

$$\frac{\Delta P . r}{2L} = -K\left(\frac{du}{dr}\right)^n$$

$$-\int_u^o du = \left(\frac{\Delta P .}{2KL}\right)^{\frac{1}{n}} . \int_o^r r^{\frac{1}{n}} dr$$

$$\int_o^u du = \left(\frac{\Delta P .}{2KL}\right)^{\frac{1}{n}} \left[\frac{r^{\frac{n+1}{n}}}{\frac{n+1}{n}}\right]_o^R$$

$$\therefore u = \left(\frac{\Delta P .}{2KL}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{R^{\frac{1+n}{n}}}{\left(\frac{1+n}{n}\right)} \qquad (5\text{-}6)$$

ومعدل السريان الحجمى Q

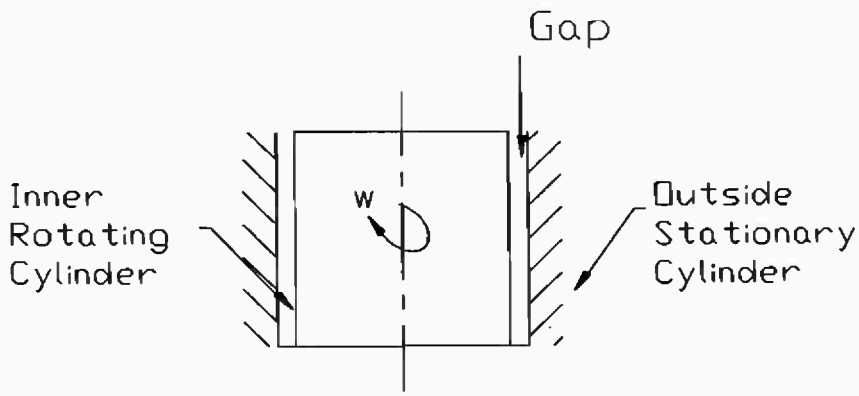
$$Q = \pi R^2 . u$$

$$Q = \pi\left(\frac{n}{n+1}\right) R^{\frac{3n+1}{n}} \left(\frac{\Delta P}{2KL}\right)^{\frac{1}{n}} \qquad (5\text{-}7)$$

ويمكن حساب كل من معامل القوام K والأس n وذلك برسم معدل السريان الحجمى Q مع قيمة $(\frac{\Delta P}{2L})$ على ورق بيانى لوغاريتمى فيكون ميل الخط المستقيم الناتج هو قيمة الأس n ومقدار الجزء المقطوع مع المحور الرأسى يمكن حساب قيمة معامل القوام K منه .

النوع الثانى :

الريومترات الدورانيه المتمركزه Rotational Coaxial Rheometers



شكل (٥-٦) ريومترات الاسطوانه الدورانيه

تستخدم الريومترات الدورانيه شكل (٥-٦) لقياس إجهاد القص حيث تتعرض العينه فيها إلى معدل قص منتظم ، وتتم عملية القياس على أساس قياس عزم الدوران اللازم لادارة الأسطوانه الداخليه عند عدد معلوم من الدوران لكل وحدة زمن. ويكون:

$$\Omega = (2\pi\ rL).\ \tau.r \qquad (5\text{-}8)$$

$$\gamma = -r\frac{d\omega}{dr} \qquad (5\text{-}9)$$

حيث Ω = عزم الدوران = القوه × ذراع العزم

ω = السرعه الزاويه

وحيث أن

$$\tau = K\left(-r\frac{d\omega}{dr}\right)^{n} \qquad (5\text{-}10)$$

$$\therefore \frac{\Omega}{2\pi L.r^{2}} = K\left(-r\frac{d\omega}{dr}\right)^{n}$$

$$\therefore -r\frac{d\omega}{dr} = \left(\frac{\Omega}{2\pi KL}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{r^{2/n}}$$

$$-d\omega = \left(\frac{\Omega}{2\pi KL}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{dr}{r^{\frac{2}{n}+1}}$$

$$-\int_{o}^{\omega i} d\omega = \left(\frac{\Omega}{2\pi KL}\right)^{\frac{1}{n}} \int_{Ro}^{Ri} \frac{dr}{r^{\frac{2+n}{n}}}$$

$$\therefore -\omega_{i} = \left(\frac{\Omega}{2\pi KL}\right)^{\frac{1}{n}} \left[\frac{r^{-\frac{2+n}{n}+1}}{-\frac{2+n}{n}+1}\right]_{Ro}^{Ri}$$

$$-\omega_{i} = -\frac{n}{2}\left(\frac{\Omega}{2\pi KL}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{1}{R_{i}^{2/n}} - \frac{1}{R_{o}^{2/n}}\right)$$

$$\therefore \omega_{i} = \left(\frac{n}{2}\right)\left(\frac{\Omega}{2\pi KL}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{1}{R_{i}^{2/n}} - \frac{1}{R_{o}^{2/n}}\right) \qquad (5\text{-}11)$$

ومن هذه المعادله (رقم ٥-١١) يمكننا ايجاد قيمة كل من معامل القوام K وقيمة الأس n وذلك عند رسم العلاقه التجريبيه لقيم مختلفه للوغاريتم السرعه الزاويه مع قيم لوغاريتم عزم الدوران على إحداثيات بيانيه .

ويمكننا الحصول على معامل اللزوجه للسوائل النيوتونيه من هذه المعادله بوضع قيمة $n = 1$ وبذلك .

$$\mu = \frac{\Omega}{4\pi\ \omega_i L} \cdot \left[\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_o^2}\right] \qquad (5\text{-}12)$$

وبمقارنة المعادلتين الأخيرتين يمكننا الحصول على صيغه للعلاقه بين اللزوجه الظاهريه وكل من معامل القوام K والأس n. فإذا كانت السرعه الدورانيه للاسطوانه الداخليه لجهاز قياس اللزوجه هى N.

$$\therefore\ \omega_i = 2\pi N$$

وبذلك تكون العلاقه المطلوبه هى :

$$\mu_A = -\left(\frac{1}{n}\right)^n \cdot (4\pi N)^{n-1} \cdot K \qquad (5\text{-}13)$$

مثال (١) :

تم الحصول على النتائج التجريبيه التاليه من جهاز قياس لزوجة أنبوبى Tube Viscometer قطره ٠,٢٦٧ سم وطوله ٠,٩١ متر وكان المائع المستخدم هو صلصة التفاح Apple Sauce .

ΔP	Q
Pascal x 10^5	$m^3/sec.10^{-4}$
١,٣	٠,٩١
١,٤٥	٢,٥
٢,٥٦	٢,١
١,٩٩	٣,٢
٢,١٣	٥,٢
٢,٤١	٨,٥
٢,٧	١٢,٤٩

إحسب كل من معامل القوام K وقيمة الأس n

الحـــل

معدل السريان الحجمى فى الأنبوبه الشعريه يمكن الحصول عليه من المعادله :

$$Q = \pi \left(\frac{n}{n+1}\right) R^{\frac{3n+1}{n}} \cdot \left(\frac{\Delta P}{2KL}\right)^{\frac{1}{n}}$$

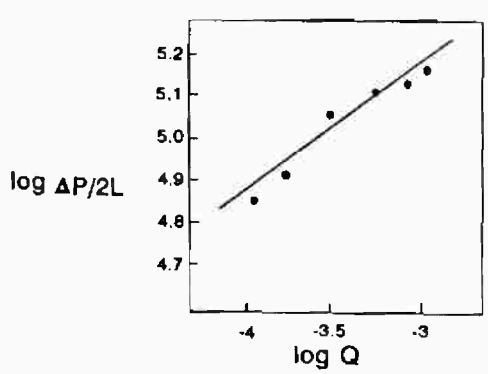
ويمكن اعادة الصياغه بدلالة الفقد فى الضغط كالآتى :

$$\frac{\Delta P}{2L} = \left(\frac{K}{\pi^{n}}\right) \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n} \cdot \frac{1}{R^{3n+1}} \cdot Q^{n}$$

$$\log\left(\frac{\Delta P}{2L}\right) = \log K - n \log \pi + n \log \frac{n+1}{n} - (3n+1)\log R + n \log Q$$

وبتمثيل هذه المعادله بيانياً بحيث يكون المحور الرأسى يمثل $\log \frac{\Delta P}{2L}$ والمحور الأفقى يمثل log Q فيكون ميل الخط المستقيم هو قيمة الأس n.

$\frac{\Delta P}{2L} \times 10^{5}$	$\log \frac{\Delta P}{2L}$	log Q
٠.٧١٥	٤.٨٥	٤.٠٤-
٠.٧٩٥	٤.٩٠	٣.٨٢-
٠.٨٥٥	٤.٩٣	٣.٦٨-
١.٠٩٥	٥.٠٤	٣.٥٠-
١.١٧	٥.٠٧	٣.٢٩-
١.٣٣	٥.١٢	٣.٠٧-
١.٤٩	٥.١٧	٢.٩٠-



ومن الرسم البيانى يكون الميل:

$$n = 0.28$$

وبالتعويض فى المعادله يمكن حساب قيمة K عند أى نقطة من نقاط الخط المستقيم

$$K = 4.074 \quad Pa.s^n$$

مثال (٢)

تم الحصول على القياسات التاليه للزوجة الظاهريه لمركز المولاس عند درجة حرارة ٢٧٤ كلفن مستخدمين ريومتر أحادى الأسطوانه المتمركزه التى طولها ١١٤٣ . متر وقطرها ١٥٩ . متر وذلك عند سرعات دورانيه مختلفه. إحسب كل من قيمة معامل القوام K وقيمة الأس n .

μ_A (Pa.s)	N (r p m)
١٦ ٦	٢ ٥
١٦ . .	٥ . .
١٥ ٥	١٠ . .
١٥ ٤	٢٠ . .
١٤ ٦	٥٠ . .
١٤ ٢	١٠٠ . .

الحـــل

من المعادله التى تربط اللزوجه الظاهريه وسرعة دوران اسطوانه جهاز الريومتر نجد أن :

$$\mu_A = \left(\frac{1}{n}\right)^n . (4\pi N)^{n-1} . K$$

$$\therefore \log \mu_A = n \log \left(\frac{1}{n}\right) + \log K + (n-1) \log (4\pi N)$$

وبرسم قيم كل من $\log \mu_A$ ، $\log (4\pi N)$ نجد أن .

$\log \mu_A$	$\log (4\pi N)$
١ . ٢٢ .	. . ٢٨١ -
١ . ٢ . ٤	. . . ٢ .
١ . ١٩ .	. . ٣٢١
١ . ١٨٨	. . ٦٢٢
١ . ١٦٤	١ . . ٢ .
١ . ١٥٢	١ . ٣٢١

فيكون ميل المنحنى $n-1 = -0.0417$

$$\therefore n = 0.9583$$

ويمكن التعويض فى المعادله السابقه لأى قيمة $\log \mu_A$ والمناظره لها قيمة $\log (4\pi N)$ ومنها يمكن حساب قيمة معامل القوام K

$$K = 15.5 \ Pa.\ s^n$$

الاحتكاك Friction

إنه من الأهميه بمكان دراسة تأثير نوع السريان على معاملات الاحتكاك بين طبقات المائع وبعضها وبينها وبين الوعاء المحتوى عليها أثناء تطورالأنواع المختلفه من نظم السريان (طبقى - مرحلى - دوامى). وحيث أن معظم المواد الغذائيه المصنعه تسلك سلوك غير نيوتونى وتتأثر كثيرا بدرجة الحراره أثناء معامله هذه المواد حراريا ، وبالتالى يتطلب الأمر تطوير صيغ رياضيه للموائع الغير نيوتونيه لامكان استخدامها لوصف سلوك الموائع أثناء سريانها وبالأخص داخل الأنابيب أو المواسير الأسطوانيه .

ويتعين علينا استخدام رقم رينولدز أخر مختلف عن الموائع النيوتونيه ويسمى رقم رينولدز العام Generalized Reynolds Number (GRe) حيث :

$$GRe = \frac{\rho u^{2-n} D^n}{2^{n-3} \cdot K \left[\frac{3n+1}{n}\right]^n} \qquad (5\text{-}14)$$

ومن الواضح أن رقم رينولدز العام سيتغير بتغير نفس المعاملات كما هو الحال بالنسبه لرقم رينولدز العادى ولكن يختلفان فى أن القيمه ستتغير مع تغير قيمة الأس n (دليل سلوك السريان) ويتلاحظ أن رقم رينولدز العام يساوى رقم رينولدز العادى عندما تكون قيمة $n = 1$ وبالتالى تتحول K الى μ .

وفى حالة السريان الانسيابى أو الطبقى يكون

$$GRe < 2100 \quad \text{Laminar Flow}$$

$$f = \text{friction factor} = \frac{64}{GRe}$$

وفى حالة السريان الدوامي المضطرب

$$GRe < 2100 \quad \text{Laminar Flow}$$

$$f = 0.316/ GRe^{0.25}$$

ومن العوامل الأخرى الهامه فى عملية وصف سريان موائع الأغذيه هو طاقة الحركه ، فاذا طبقنا قانون الأس بالنسبه لمائع يسرى داخل أنبوب اسطوانى فتكون طاقة الحركه كما يأتى :

$$K.E. = \frac{u^2}{2\,ag} = \text{Constant} = a$$

where

$$a = \frac{(4n + 2)(5n + 3)}{3(3n + 1)^2}$$

ويلاحظ أن قيمته تساوى الواحد الصحيح عندما تكون n = 1 أى فى حالة سائل نيوتونى.

مثال (٣):

إحسب قيمة رقم رينولدز لتحديد نوع السريان لمركز المشمش ذو الخصائص الآتيه :

$$n = 0.3 \qquad K = 20 \ \ Pa.s^n$$

اذا كان سريان مركز المشمش فى أنبوب قطره ٢.٥٤سم وسرعة السريان المتوسطه تساوى ٠.٦ متر/ثانيه. ماذا تكون قيمة رقم رينولدز فى حالة سريان مياه نقيه فى الأنبوب ؟

$$\rho \ \text{apricot} = 1040 \ kg/m^3$$

$$\rho \ \text{Water} = 1000 \ kg/m^3$$

$$\mu \ \text{water} = 1488 \times 10^{-3} \ Pa.sec.$$

الحـــل

$$GRe = \frac{\rho \, u^{2-n} D^n}{2^{n-3} \cdot K \left(\frac{3n+1}{n}\right)^n}$$

$$GRe = \frac{(1040)\,(0.6)^{1.7}\,(\frac{2.54}{100})^{0.3}}{2^{-2.7}.\,(20).\,(\frac{0.9+1}{0.3})^{0.3}}$$

$$= 27.1$$

وعلى هذا الأساس يكون السريان طبقى متوازى

وفى حالة استخدام مياه نقيه

$$Rc = \frac{\rho\, u D}{\mu}$$

$$= \frac{(1000)\,(0.6)\,(\frac{2.54}{100})}{1488 \times 10^{-3}}$$

$$= 10.24$$

وكذلك يكون السريان طبقى متوازى .

مثال (٤)

يتم ضخ صلصة التفاح Apple Sauce خلال ماسورة قطرها ٥سم بسرعة متوسطه قدرها ٣ متر/ثانيه ودرجة حرارة ٢٤°م أوجد نوع السريان واحسب قيمة معامل الاحتكاك اذا كان :

$$n = 0.408 \qquad k = 0.66 \quad Pa.s^n$$

$$\rho = 1100 \qquad \kappa g/m^3$$

الحـــل

$$GRc = \frac{\rho u^{2-n} D^{n}}{2^{n-3}.K.(\frac{3n+1}{n})^{n}}$$

$$GRe = \frac{(1100)\,(3)^{1.592}\,(0.05)^{0.408}}{2^{-2.592}\,.\,(0.66).\,\left(\frac{1.224+1}{0.408}\right)^{0.408}}$$

$$= 8519$$

وعلي ذلك يكون السريان دوامى مضطرب

ولحساب قيمة معامل الاحتكاك نستخدم المعادله :

$$f = \frac{0.316}{GRe^{0.25}}$$

$$f = \frac{0.316}{(8519)^{0.25}} = \frac{0.316}{9.607}$$

$$f = 0.033$$

مثال (٥) :

يتم ضخ عصير الطماطم بمعدل سريان قدرة ٥ جالون/دقيقه(القدم المكعب = ٧ . ٤٨ جالون) في ماسورة قطرها واحد بوصه ، فإذا كانت كثافه عصير الطماطم = ١ . ١٣ جم/سم^{٣} ومعامل القوام K = ١٢٥ داين.ث/سم^{٢} وقيمة الأس اللانيوتونى ٤٥ . . إحسب الفرق فى ضغط العصير لمتر طولى من الماسوره .

الحل :

$$Dyne = \frac{gm.cm}{sec^{2}}$$

$$K = 125\ \frac{gm.cm\ .scc.}{sec^{2}.\ cm^{2}}$$

$$K = 125\ gm/sec.\ cm. \quad (Poise)$$

$$\&\ n = 0.45$$

$$D = 1\ " = 2.54\ cm$$

$$\text{Volumetric flow rate} = \frac{5}{7.48} = 0.668 \quad \text{ft}^3/\text{min}$$

$$\pi r^2 u = 0.668$$

$$\therefore \quad u = \frac{0.668}{\pi\ (0.042)^2} = 122.54 \quad \text{ft/min}$$

$$u = \frac{122.54 \text{ X } 100}{60 \text{ X } 3.28} = 62.27 \text{ cm/sec.}$$

$$GRe = \frac{8.D^n . u^{2-n} \rho}{2^n . K. (\frac{3n+1}{n})^n}$$

$$\therefore GRe = \frac{8. (2.54)^{0.45} . (62.27)^{2-0.45} . 1.13}{2^{0.45} . 125. (\frac{3 \text{ X } 0.45 + 1}{0.45})^{0.45}}$$

$$GRe = 23.1$$

∴ Flow is Laminar

$$\therefore f = \frac{64}{N_{G\,Re}} = \frac{64}{23.1} = 2.77$$

$$\therefore F = f. \frac{L}{D} . \frac{u^2}{2ag}$$

$$a = \frac{(4n + 2)(5n + 3)}{3(3n + 1)^2}$$

$$= \frac{(4 \text{ X } 0.45 + 2)(5 \text{ X } 0.45 + 3)}{3(3 \text{ X } 0.45 + 1)^2}$$

$$= \frac{(3.8)(5.25)}{3(2.35)^2} = 1.2$$

$$F = 2.77 \text{ X } \frac{100}{2.54} \text{ X } \frac{(62.27)^2}{2 \text{ X } 981 \text{ X } 1.2}$$

$$F = 179.6 \text{ cms} = 1.796 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta P = F.\rho$$

$$= 1.796 \text{ X } 1130$$

$$\Delta P = 2029.6 \quad \text{kg./m}^2$$

$$\text{or } \Delta P = 2029.6 \times 9.81 \quad \frac{\text{Newton}}{m^2} \text{ (Pascal)}$$

$$= 19910$$

$$\Delta P = 0.199 \times 10^5 \approx 0.2 \times 10^5 \text{ Pascal}$$

مثال (٦) :

يتم تسخين عصير طماطم فى مبادل حرارى ذو مواسير عددها عشرون ماسوره وطول المبادل ٧ متر وقطر كل ماسوره $\frac{٣}{٤}$ بوصه . فإذا كان معدل السريان الحجمى ٤٠ لتر/دقيقه إحسب مقدار الفقد فى الضغط خلال المبادل الحرارى اذا علمت أن كثافة عصير الطماطم = ١٠١٣ كجم/متر مكعب ويعتبر العصير سائل لانيوتونى

مقدار معامل القوام ١٢ . ٧ × ١٠ $^{-٧}$ $\frac{\text{داين} \times \text{ثانيه}}{\text{سم}^٢}$ ومقدار الأس ٤٨ . .

الحـــل

Every pipe will have a flow rate equal to 2 lit/min.

$$u = \frac{2 \times 1000}{\pi \times (\frac{0.75 \times 2.54}{2})^2 \times 60} = 11.7 \text{ cm/sec.}$$

$$D = \frac{3}{4}'' = \frac{3}{4} \times 2.54$$

$$\therefore D = 1.905 \text{ cm}$$

$$GRe = \frac{8.D^n . u^{2-n} . \rho}{2^n K . (\frac{3n+1}{n})^n}$$

$$= \frac{8. (1.905)^{0.48} . (11.7)^{2-0.48} . (1.013)}{2^{0.48} . (7.13 \times 10^{-7}). (\frac{3 \times 0.48 + 1}{0.48})^{0.48}}$$

$$= \frac{(8)(1.363)(42)(1.013)(10^7)}{(1.395)(7.13)(2.18)}$$

$$\therefore GRe = 21.4 \times 10^7$$

$\therefore$ Flow is turbulent

وعلى هذا الاساس تطبق المعادله

$$f = \frac{0.316}{GRe}$$

$$= \frac{0.316}{(21.4 \times 10^7)^{0.25}}$$

$$f = \frac{0.316}{121} = 2.61 \times 10^{-3}$$

$$\therefore F = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{u^2}{2g}$$

$$= (2.61 \times 10^{-3}) \cdot \left(\frac{700 \times 20}{1.905}\right) \cdot \frac{(11.7)^2}{(2 \times 981)}$$

$$F = 1.108 \text{ cm}$$

$$\Delta P = F.\rho$$

$$= 1.108 \times 1.013$$

$$= 1.12 \text{ gm/cm}^2$$

$$= \frac{1.12 \times (100)^2}{(1000)} = 11.2 \text{ kg/m}^2$$

or $\Delta P = 11.2 \times 9.81$

$$\Delta P = 110 \frac{\text{Newton}}{m^2} \text{ or Pascal}$$