الفصل الرابع
صعوبات التعلم تعلم الرياضيات
عند التلاميذ العاديين والموهوبين

تمهيد :

يتطرق هذا الفصل إلى موضوع صعوبات تعلم الرياضيات عند التلاميذ، سواء أكانوا من العاديين (متوسطى التحصيل) أم من الموهوبين، لذلك من المهم أن نتحدث عن الرياضيات قبل التحدث عن صعوبتها.

والتحدث عن الرياضيات يفرض علينا الإشارة إلى ماهية الرياضيات وتطورها عبر العصور، وأيضا الرياضيات كمادة علمية وكمنهج تربوى، كذلك تحديد قيمها التربوية، إذ فى ضوء ذلك يمكن الإنطلاق إلى صعوبات تعلمها، وذلك ما يتحقق خلال هذا الفصل.

وعند الحديث عن صعوبات تعلم الرياضيات، فإننا نتطرق أولا إلى صعوبات التعلم بعامة، ثم صعوبات تعلم الرياضيات، وفى النهاية نتحدث عن صعوبات تعلم الرياضيات عند التلاميذ الموهوبين.

فى ضوء ما تقدم يتمحور الحديث فى هذا الفصل حول الموضوعات التالية:

* تطور الرياضيات عبر العصور.
* الرياضيات كمادة علمية.
* الرياضيات كمنهج تربوى.
* صعوبات تعلم الرياضيات.
* صعوبات تعلم الرياضيات عند التلاميذ الموهوبين.

[١٤]

تطور الرياضيات عبر العصور

تعنى الرياضيات بدراسة الكميات العددية والعلاقات بينها، كذا الكميات الفراغية والعلاقات بينها، وكذلك تعميم هذه العلاقات. وتتطلب دراسة هذه الكميات

تعريفها بدقة على أساس خصائص معينة لها، ثم تستخدم تلك الخصائص – بالإضافة إلى قوانين منطقية معينة – لاستنتاج العلاقات الكائنة بين الكميات نفسها وبين علاقات سبق الحصول عليها. والفروع الرياضية بالنسبة للكميات العددية هى الحساب، وبالنسبة للكميات الفراغية هى الهندسة. أما علم الجبر فيعتبر تعميماً للحساب، وبالمثل تعتبر نظرية الأعداد التى تبحث فى خصائص الأعداد الصحيحة فقط تعميماً له. ويستخدم الجبر فى الهندسة التحليلية كأداة لتطوير النظريات الهندسية عن طريق استعمال مجموعات إحداثية.

والطريقة التحليلية لاغنى عنها فى دراسة التفاضل والتكامل، وتعتبر أساسية فى جميع التطبيقات الرياضية تقريبا فى الطبيعة الحديثة والرياضة العالية.

تنقسم (الرياضيات) عادة إلى ثلاثة أنواع هى: الجبر (ويشمل نظرية الأعداد) والتحليل، والهندسة. ويشير التحليل هنا إلى ذلك الجزء من دراسة الرياضيات الذى يهتم أساساً بالنظريات المبرهنة عن طريق حساب التفاضل والتكامل، وباستخدام الطريقة التحليلية. أما فى التطبيقات الرياضية فينصب الاهتمام على تطبيق الخطط الرياضية فى الفروع الأخرى للعلوم.

والرياضيات شأنها شأن أى فرع من فروع المعرفة العقلية، لذا تتميز بالنمو والتغير، وهذا ما سنلاحظه فيما يلى عند تتبعنا لتاريخ الرياضيات:

*** الطبيعة التجريبية لرياضيات ما قبل الحضارة الهيلينية :**

هناك شك قليل بأن رياضيات ما قبل الحضارة الهيلينية أملتها الضرورة أو نشأت من الضرورة. وما يؤيد وجهة النظر هذه، ما نذكره فيما يلى من أسانيد:

- أجبر فيضان النيل السنوى قدماء المصريين على تخطيط الأراضى بنظام معين للتقليل من خطر الفيضان.
- واجه قدماء البابليين الحاجة الملحة للرياضيات، فوضعوا أنظمة للرى تمكنوا عن طريقها من تصريف مياه المستنقعات والتحكم فى الفيضان، وبذا استطاعوا تحويل الأراضى الواقعة على طول نهرى دجلة والفرات إلى منطقة زراعية خصبة وغنية.
- عملت أنظمة مشابهة – قديمة – فى جنوب قارة آسيا على طول نهرى السند والكنج وفى شرق آسيا على طول نهرى اليانجتسى وهوانج هو. وقد تطلبت هندسة وإدارة الأنظمة السابقة معرفة فنية عالية، وبالتالى تطلبت معرفة

الرياضيات اللازمة لها. أيضا أدت الحاجة إلى تقويم سنوى للزراعة يفيد المزارعين، والحاجة إلى الانتظام فى أسواق المقايضة إلى خلق حوافز قوية لتطوير الرياضيات.

وهكذا نجد أن هناك أساساً للقول بأن الرياضيات التى تمثلت فى نظام العد البدائى نشأت أصلا من تطور فئات المجتمع فى بعض بلاد الشرق القديمة فى الألف الخامس والرابع الثالث قبل الميلاد، كما أنها نشأت كعلم تطبيقى يساعد فى الهندسة والحرف المهنية والزراعية.

ورغم أن الرياضيات بدأت كعلم للقياس والحساب العملى، فإنها أصبحت بعد ذلك تدرس لذاتها، كما أنها أسهمت فى تطور العلوم الأخرى.

والآن، نحصر اهتمامنا عند دراسة رياضيات ما قبل الحضارة الهيلينية فى رياضيات المصريين القدماء والبابليين فقط، وسبب ذلك إنهم إتبعوا طرقاً فنية دقيقة لحفظ أعمالهم الرياضية، لذا فإننا نملك اليوم قدراً واضحاً ودقيقا من المعلومات المحددة من مصادرها الأولية عن رياضيات المصريين القدماء والبابليين، هذا بعكس قدماء الهنود والصينيين الذين استخدموا أدوات قابلة للفساد عند تسجيل أعمالهم الرياضية، لذا فإننا نملك القليل من معلوماتهم الرياضية التى ينقصها أيضا اليقين والدليل على صحتها.

وعند النظر إلى رياضيات ما قبل الحضارة الهيلينية، فإننا نهتم بطبيعة تلك الرياضيات أكثر من اهتمامنا بما تحتويه، فنلاحظ أن العلاقات الرياضية التى اكتشفها المصريون أو البابليون نشأت أساساً من المحاولة والخطأ، أو التجربة والخطأ. وبعبارة أخرى لم تكن الرياضيات القديمة تعطى غير نتائج رقمية بدرجة تكفى لتلبية حاجات هذه الحضارات القديمة. كما أننا لا نستطيع أن نجد فى تلك الرياضيات مثالا واحداً يقوم على ما ندعوه بالبناء المنطقى، فبدلا من البرهان نجد عملية موضحة بعدد كبير من حالات عددية محددة. وباختصار نجد أنفسها أمام تعليمات محددة: "إفعل كذا والنتيجة هى ...."، وقد كان الغرض من تلك التعليمات هو تعليم الإجراءات التجريبية المكتشفة عن طريق التكرار والإعادة ومن خلال زيادة صعوبة المسائل تدريجيا.

* **الرياضيات الإغريقية والمنهج الاستدلالى الاستنتاجى :**

إن أهم ما يميز الرياضيات الإغريقية هو كتاب إقليدس (الأصول) الذى كتبه فى حوالى ٣٠٠ ق٠م، وقد أخذ ذلك العمل العظيم مكانة كل الكتابات الإغريقية التى سبقته وطرح كل الأعمال السابقة له جانباً فى موضوع الرياضيات٠

ومن الصعب، بعامة، أن نحدد بالضبط مدى ما تدين به الرياضيات الإغريقية للرياضيات الشرقية القديمة، إذ إتضح أن للأخيرة دوراً أكبر مما كان يعتقد طبقا لما أبانته الأبحاث التى تمت فى القرن العشرين حول آثار المصريين والبابليين القدماء٠

ولكن مهما تكن قوة الارتباط التاريخى بين رياضيات الشرق القديمة والرياضيات الإغريقية فإن الإغريق حولوا الرياضيات إلى شئ يختلف عن مجرد مجموعة نتائج تجريبية كتلك التى قام بها الذين سبقوهم، وذلك لأن الإغريق أكدوا على أن الحقائق الرياضية يجب ألا تؤسس على المنهج التجريبى، ولكن على التفكير الاستنتاجى٠

ورغم صعوبة تعليل وتفسير النظرية الجديدة للطريقة الرياضية تماماً، فإنه توجد تفسيرات تقوم على اعتبارات نفسية واقتصادية وقومية أيضا، لتلك النظرة٠

وأنه لمن المخيب للآمال أنه لا توجد فى الواقع مصادر أولية متوافرة لدراسة رياضيات الإغريق القديمة، وذلك بعكس المصادر المتوافرة لدراسة رياضيات المصريين والبابليين القدماء، لذلك نجد أنفسنا مضطرين أن نعتمد على مخطوطات وروايات يقع تاريخها بعد بضع مئات من السنين من تاريخ كتابة المعالجات والنصوص الرياضية الأصلية٠

وعلى الرغم من ذلك استطاع علماء العلوم الكلاسيكية المتعلقة باليونان إعادة كتابة روايات وتفسيرات معقولة ومقبولة – رغم كونها إفتراضية – لتاريخ رياضيات الإغريق القديمة، واستطاعوا أيضا أن يستعيدوا العديد من النصوص الإغريقية القديمة٠

وطبقات لكتاب **بروكلس** (الخلاصة الإقليدية) الذى كتب فى القرن الخامس بعد الميلاد بدأت الرياضيات الإغريقية بعمل "**تاليس** Thales" فى النصف الأول للقرن السادس قبل الميلاد، وتطورت ونظمت بصورة أفضل فى الأعمال الأخيرة **لفيثاغورث** وأتباعه (٥٣٠ ق٠م٠)٠

وعلى أية حال فإنه بين عهدى **تاليس** (٦٠٠ ق٠م٠) **وإقليدس** (٣٠٠ ق٠م٠) طورت نظرية المنهج المنطقى كسلسلة من العبارات نحصل عليها بالتفكير الاستنتاجى من مجموعة عبارات أولية تفترض فى بداية الموضوع٠

وهذه الطريقة التى تنظم بدقة أى فرع من فروع المعرفة إذا ما طبقناها عليه نستطيع وصفها فى شكلها الإغريقى، كما يلى:

- توضيحات لبعض المصطلحات الفنية الأولية توحى للقارئ بالمعنى الذى تعنيه هذه المصطلحات الأولية٠
- بعض الافتراضات الأولية التى تتعلق بهذه المصطلحات والتى نشعر إنها صحيحة على أساس الخواص التى تمليها التوضيحات الأولية٠ وهذه الافتراضات تؤخذ كمسلمات أو بديهيات لذلك الموضوع، وتعرف كل المصطلحات الفنية الأخرى بواسطة الأوليات، كما تستنتج كل الفرضيات الأخرى منطقيا من البديهيات أو المسلمات٠

أصبحت تعرف الطريقة السابقة بطريقة البديهيات الأساسية، ومن المؤكد – بالطبع – إن الإسهام الأكثر شهرة الذى قدمه الإغريق القدماء للرياضيات هو صياغة المنهج الاستدلالى (الاستنتاجى) القائم على البديهيات والتأكيد عليه٠

ومع منتصف القرن الرابع قبل الميلاد، تطورت هذه الطريقة بشكل واضح لأننا نجد فى كتاب **أرسطو** (٣٨٤ – ٣٢٢ ق٠م٠) إنه قد سلط الكثير من الضوء على بعض ملامح هذه الطريقة٠ ومع بداية القرن الثالث قبل الميلاد كان الجو قد تهيأ لظهور عمل **إقليدس** العظيم والمهم الذى يعتبر تطبيقاً لطريقة البديهيات الأساسية٠

ورغم أن الهندسة هى الطابع المميز للرياضيات اليونانية، فإن فيها قدراً لا يستهان به من نظرية العدد، والهندسة الجبرية، وحساب المثلثات٠

*** الانتقال من العصور القديمة إلى العصور الحديثة :**

ذوى وانطفأ إشعاع أمجاد الرياضيات الإغريقية بعد وصولها إلى القمة فى عهد **إقليدس، وأرشميدس، وأبولونيوس**، وذلك مع تفكك المجتمع القديم فى حوالى ٤٠٠م٠ وقد خيمت على أوروبا فترة عقيمة مجدبة عرفت بعصور الظلام٠ وقد أصبح الهنود ومن بعدهم العرب – لأول مرة – الحراسة الأمناء للرياضيات وذلك أثناء قرون الإنحطاط التى عاشتها الحضارة الغربية٠ وقد كانت المفاهيم الإغريقية للتفكير الدقيق، وبخاصة فكرة البرهان تبدو بغيضة للهنود، فرغم تفوقهم فى طرق الحساب،

وإسهامهم فى الجبر، ولعبهم دورا مهما فى بناء نظام الأعداد، فإنهم لم يسهموا بشئ يستحق الذكر بخصوص الطريقة المنهجية. وبعامة كانت الرياضيات الهندية فى هذه المرحلة تجريبية إلى حد كبير.

ويتمثل إسهام العرب المهم فى أنهم حفظوا للعالم قدراً كبيراً من المعرفة حين ربطوا بين المعرفة الواسعة للهنود والإغريق. فالعديد من أعمال الإغريق والهنود فى الفلك والطب والرياضيات نقلت بالترجمة إلى اللغة العربية وحفظوها للتلاميذ الأوروبيين الذين أعادوا ترجمتها إلى اللاتينية واللغات الأخرى مرة أخرى.

ولم تنتقل علوم الإغريق الكلاسيكية ورياضياتها إلى أوروبا إلا فى الجزء الأخير من القرن الحادى عشر الميلادى. ويعتبر القرن الثانى عشر من وجهة نظر الرياضيات القرن الذى ساد فيه المترجمون. وقد شهد القرن الثالث عشر إدخال نظام الأعداد الهندسية والعربية إلى أوروبا، كما شهد نشأة الجامعات القديمة.

أما القرن الرابع عشر الذى عرف بأنه قرن الموت الأسود وبداية حرب المائة عام فقد كان مقفرا من جهة الرياضيات، وشهد القرن الخامس عشر بداية النهضة الأوروبية فى الآداب والمعرفة. واخترعت الطباعة فى حوالى منتصف القرن الخامس عشر، وقد أحدث اختراع المطبعة ثورة فى تجارة الكتب وأتاح للمعرفة أن تنتشر على نطاق واسع. وفى خلال هذا القرن والقرن الذى تلاه خطا الحساب والجبر وحساب المثلثات خطوات واسعة تحت الأثر العملى للتجارة والملاحة والفلك ومسح الأراضى. ومع مجيء القرن السابع عشر ازداد محتوى الرياضيات زيادة كبيرة كما فتح باب البحث لعدد كبير من المجالات الجديدة فى الرياضيات، ففى أثناء القرن اخترع **جوت نابيير** "اللوغاريتميات"، وأسس **جاليليو جاليلى** علم الديناميكا، ووضع **جوهان كبلر** قوانينه المشهورة التى تصف حركة الكواكب، ووضع كل من **جيراردد يسرجيوس، بليز باسكال** الهندسة الإسقاطية، وأسس **رينيه ديكارت** الهندسة التحليلية الحديثة، ووضع **بيير دى فرما** أسس نظرية العدد الحديثة، وقدم كل من **باسكال** و **فرما** و **كريستيان هيجنز**، مستقلا عن الآخرين إسهامات لنظرية الاحتمالات، وأهم من ذلك كله إخترع كل من **نيوتن** و **ليبنتز**، حساب التفاضل والتكامل.

ولقد أثبت علم التفاضل، وعلم الهندسة التحليلية إنهما وسيلتان لهما قوة مذهلة وقدرة على حل حشد كبير من المسائل والمشكلات التى كانت محيرة وتبدو غير قابلة للحل فى ذلك الوقت.

ولقد جذب التفاضل والتكامل إليه مختلف الباحثين، لذا يمكن القول – وهذا يتفق مع الحقيقة – بأن القرن الثامن عشر قد أنفق فى إستغلال وتطوير هذه الأداة الرياضية الجديدة، أى التفاضل والتكامل.

ويتميز القرن التاسع عشر بالاكتشافات العظيمة والتقدم السريع فى العلوم الرياضية وفى تطبيقاتها فى العلوم الأخرى، مثل: الميكانيكا والجيوديس والفلك.

ومن أهم النظريات الرياضية التى أبتكرت أو تبلورت فى هذا القرن، هى النظريات المتعلقة بمفاهيم الفئات والمجموعات والهندسة اللاإقليدية والتوبولوجى والعلوم الإحصائية والمنطق الرياضى.

وتتميز رياضيات القرن العشرين بزيادة فى التعميم والتجريد واستعمال المنطق الشكلى. وأهم ما تهتم به الرياضيات المعاصرة هو الدراسة العامة والدراسة التفصيلية للتركيب الرياضى الذى يتميز بأنه تركيب استنباطى، أى أنه مبنى على الأسلوب الافتراضى. ولقد ابتدأ البحث عن تركيب الرياضيات قبل سنة ١٩٠٠، إلا أن جهود الرياضيين لم تكلل بالنجاح إلا فى أوائل القرن العشرين. وقد كانت فكرة التركيب الرياضى نتيجة لتفاعل مفهوم العدد وابتكار أنواع مختلفة من الجبر المجرد وامتداد مفاهيم الفراغ نتيجة لخلق أنواع مختلفة من الهندسات المجردة. وامتداد أساليب الاستدلال والتى يمكن التعبير عنها بأنها كانت بمثابة تحرر لعلوم الحساب والجبر والهندسة والمنطق.

ولقد كان ذلك أساسا لإعادة النظر فى المعرفة الرياضية كلها ومحاولة إعادة بنائها على أسس أكثر شمولا وتجريدا، وذلك باستخدام الأسلوب الذى يعرف بالأسلوب الافتراضى الاستنباطى، وهو أسلوب يعتمد على عناصر غير معرفة ومجموعة محددة من المسلمات ونظريات تشتق من تلك المسلمات بالطرق الاستنباطية. وبذلك اعتبرت الرياضيات علم نسبى، وألغى الاعتقاد القديم القائل بأن الرياضيات علم مطلق.

ويتميز القرن العشرين بانطلاقة واسعة فى مجال التطبيق العملى للرياضيات فنجد إنه رغم التجريد، إزدادت مجالات تطبيقه فى العلوم الأخرى. والموضوعات التى هى فعلا من نتاج القرن العشرين كثيرة، نذكر منها على سبيل المثال نظرية المعلومات والعمليات التى يدخل فيها عامل الصدفة واستراتيجية الألعاب وهى النظرية التى تسمى نظرية الألعاب والتى ظهرت حوالى ١٩٤٤، ولقد ابتدأ هذا العلم عندما نشر **جون فون نيومان، اوسكار مورجنسترن**، كتابهما المسمى (نظرية الألعاب

والسلوك الاقتصادى)٠ كذلك من موضوعات القرن العشرين البرمجة الخطية وترجع إلى عام ١٩٤٨، وقد ساعد هذا الموضوع فى إيجاد طريقة دقيقة لإدارة المصانع الكبيرة والعمليات الحكومية٠ ومن المعروف أن نتائج نظرية بحوث العمليات (التى من نتاج القرن العشرين) استخدمت فى الحرب العالمية الثانية، وبعد الحرب استعملت طرق بحوث العمليات فى المصانع حتى يزيد الإنتاج والدقة فى العمل دون زيادة التكاليف، أى لرفع مستوى الكفاية الإنتاجية٠ ومن النظريات التى ظهرت فى القرن العشرين كذلك نظرية الاتصال ونظرية العينات وعلم مراقبة الإنتاج وهو مبنى على كثير من النظريات والطرق الإحصائية، ويفيد فى المحافظة على جودة البضاعة المنتجة من غير أن تتأثر وتفسد من الاختبار المباشر٠

[١٥]

الرياضيات كمادة علمية

يتم دراسة هذا الموضوع من الزوايا التالية:

*** أهمية الرياضيات :**

كانت الرياضيات – وما تزال – مناط الثقة واليقين عند معظم المفكرين، بما تمتاز به من دقة وصرامة لا نجد لها مثيلا فى أى نوع آخر من فروع المعرفة الإنسانية، فأصبحت الرياضيات – بمنهجها الاستنباطى – مثلا يحتذى لكل تفكير ضرورى يقينى، ولكل مفكر يبغى الدقة والثقة فى تفكيره٠ والمتتبع لتاريخ الفكر البشرى قد لا يعجب إذن حينما يأتى فيلسوف قديم **كفيثاغورث** يحاول تفسير الكون تفسيرا رياضياً، ولا يعجب أيضا حين يرى فيلسوفا محدثا **كديكارت** يحاول تطبيق المنهج الرياضى على كل مناحى التفكير، الفيزيقى منه والميتافيزيقى، بل أن هذا المتتبع لتاريخ الفكر قد يجد العذر لفيلسوف مثل **لينتز** فى حلمه الذى ظل يلازمه طول حياته فى أن يكون كل تفكير إنسانى شبيها بالتفكير الرياضى، ولا يضيق ذرعا من كتاب (الأخلاق) الذى وضعه **سبينوزا** حينما يقرأه فيخيل له أنه يقرأ لعالم من علماء الهندسة لا لفيلسوف يكتب فى الميتافيزيقا٠

إن الرياضيات لم تكن مصدر إغراء للمفكرين والفلاسفة بسبب منهجها فحسب، بل لأنها مجال لبحث خلاق تدفع إليه حاجات اجتماعية واقتصادية، فضلا عن أنها أصبحت اليوم تمد العلم الطبيعى بالتنظيم العقلى للظواهر الطبيعية، وأصبح

منهجها قوام العلوم الفيزيقية. وهى – أكثر من ذلك – مجال للبحث عن الجمال، وهذا ما يؤيده رسل الذى يقول: "الرياضيات تحوى جمالا باردا، لا يضحك – كجمال النحت – لا يلجأ إلى أى جانب من جوانب طبيعتنا الضعيفة، ولا إلى الزخارف الزاهية للتصوير والموسيقى ومع ذلك فهو جمال خالص رفيع قادر على الإتقان الدقيق مثل ما يمكن لأعظم فن أن يكون، فالروح الحقيقية للنشوة، والإطراء ومعنى الوجود .. كل ذلك يكون موجودا فى الرياضيات وبيقين لا يقل عن وجوده فى الشعر".

وتمتاز الرياضيات بلغتها الرمزية، فالرموز المستخدمة فى اللغة الرياضية وضعت أساسا لتوضيح المعانى التى هى غالبا ما تكون غامضة فى اللغة المألوفة، فقد تكون للكلمة فى لغة الحديث أكثر من معنى حسب ورودها فى العبارة، أما اللغة الرياضية فهى محددة تحديدا دقيقا، وأن المشتغلين فى هذا المجال – كما هو فى العلم والفلسفة – أكثر حذرا ودقة.

ولكن الرياضيات هى أكثر من منهج وفن ولغة، فهى جسم المعرفة الذى يخدم محتواه عالم الطبيعة، وعالم الاجتماع، والفيلسوف، والمنطقى، والفنان، وهى محتوى يشيع حب استطلاع الإنسان الذى يتذوق حلاوة الأصوات الموسيقية. ومحتوى الرياضيات قد شكل بلا أدنى إنكار – وإن كان ذلك بطريقة غير محسوسة – مسار التاريخ الحديث.

ومهما اختلفت التفسيرات، وتعددت وجهات النظر فى طبيعة الرياضيات وأسسها، فإنها تتفق – بوجه ما من الوجوه – على ضرورة قضاياها ويقينها على صورة حاول معها الكثيرون من المفكرين أن يربطوا بين الرياضيات والضرورة، حتى لقد ذهب بوترو إلى أن الرياضيات إنما تختص بعلم الضرورة.

باختصار، تحتل الرياضيات مكاناً متميزاً بين العلوم لأنها أكثرها دقة، ويقينا، واكتفاء ذاتيا واتصافاً بالعقلية الخالصة، لذا تعد الرياضيات "لغة العلم" فى ذاتها، فكمال النظرية العلمية فى التعبير عنها بصيغة رياضية، لذا لم يغال البتة من أطلق عليها اسم (ملكة العلوم)، وقد يعود ذلك بالدرجة الأولى إلى أنها تكون الشكل المثالى الذى يجب أن تتجه إليه كل المعرفة العلمية، أو ربما لأن المفاهيم التى تشكلها ضرورية للنمو الكامل لفروع العلم الأخرى.

أيضا إذا أخذنا فى الاعتبار أن التقدم الحضارى يواكب التقدم العلمى ويعتمد عليه، وأن التقدم العلمى يعتمد بدوره على الرياضيات اعتمادا مباشرا، يمكننا إدراك الأثر الفعال والمباشر الذى قامت، وما تزال تقوم به الرياضيات من أجل تحقيق الرفاهية والرجاء والرخاء للبشرية، إذ تعد الأداة المباشرة التى مهدت الطريق لتطور الفكر البشرى.

*** طبيعة الرياضيات :**

حظيت الرياضيات – وما تزال – حتى يومنا هذا، باهتمام شديد من الفلاسفة، لا من حيث موضعها الخاص بها فحسب، بل من حيث أهميتها الحاسمة بالنسبة لمشكلة طبيعة وحدود المعرفة التى يمكن أن يكتسبها العقل الإنسانى عن طريق التدليل الخاص دون استعانة بالملاحظة أو التجربة. لذا فليس غريبا أن نجد **أفلاطون** وهو أول فيلسوف رياضى عظيم ينظر إلى الرياضيات باعتبارها المثل الأعلى لمعرفتنا. وعليه، فإن عالمها يتجاوز الحس وقوامه كائنات معقولة لا يدركها غير العقل وحده. كما أنه ليس غريبا أيضا أن يقبل **رسل** – فى بداية حياته الفلسفية – موقفا مماثلا لموقف **أفلاطون** من حيث الجوهر.

وهكذا تبدو المعرفة الرياضية حالة من حالات المعرفة العقلية الخالصة التى تكتسب بالتفكير وحده، وتكون مستقلة عن التحقيق التجريبى، أى ما يسمى بالمصطلح الفلسفى معرفة قبلية، غير أن مثل هذا الرأى ليس مما يروق للذوق الفطرى السليم. وبالتأكيد، ينبغى على الفيلسوف التجريبى أن يجد بديلا عنه، وأشهر محاولة لإيجاد بديل له فى تاريخ الفلسفة كانت قبل نهاية القرن التاسع عشر، وهى محاولة **كانت** الذى أوضح أن النقطة فى المستوى تحدد بواسطة إحداثيين: الأول هو الإحداثى السينى، والثانى هو الإحداثى الصادى، وهو بذلك جعل الوحدة بين العدد والمكان ممكنة، وبذا ربط بين التحقيق التجريبى والمعرفة العقلية.

أيضا فى نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين وضع كل من **فريجة** فى ألمانيا أولا، ثم **رسل** بعد ذلك مستقلا عنه فى إنجلترا، أشهر نظرية فى الرياضة الحديثة، وهى التى يطلق عليها عادة (نظرية المنطق الرياضى)، ورأيهما – باختصار – هو أن الحدود الرياضية مثل العدد والجمع وما شاكلهما يمكن تعريفهما فى حدود منطقية خالصة، وأنه من الممكن استنباط النظريات الرياضية من البديهيات المنطقية البحتة، فالرياضة إذن امتداد للمنطق.

وبعامة، مهما تباينت وجهات النظر المختلفة لطبيعة الرياضيات، إلا أن جميعها تتفق على أن الرياضيات من أعظم ما حققته الروح الإنسانية لأن قضاياها تعد قضايا ضرورية، وصادقة صدقا مطلقا، ويقينية يقينا لا يمكننا حياله ألا أن نسلم به، ذلك دفع المتخصصين والعامة على حد سواء إلى التسليم بأن الرياضيات هى "العلم الدقيق"، وبأنها المثال الذى ينبغى الاهتداء والاحتذاء به فى كل تفكير يقينى.

*** دوافع استخدام الرياضيات :**

أدرك الباحثون فى مجال العلوم البحتة (Science) أهمية استخدام الرياضيات منذ زمن بعيد، ذلك لأن:

١ – باستخدام لغة الرياضيات يمكن تلخيص وعرض الكثير من خبرات العلوم البحتة بأسلوب دقيق ومناسب.

٢ – تكشف الرياضيات عن العلاقات المتوقعة بين الحقائق، أو نتائج المشاهدات المختلفة لظواهر العلوم البحتة.

٣ – تساعد الرياضيات على الربط بين حقائق العلوم البحتة، وبذا يمكن تحديد العلاقات المتداخلة، وأحيانا تستخدم الرياضيات فى تحديد صياغة نظرية لهذه العلاقات واختبارها كميا.

ولكن ما سبق لا يعنى أن استخدام الرياضيات قاصر على العلوم البحتة إذ أن الرياضيات لا يمكن بأى حال من الأحوال أن تكون بمعزل عن باقى العلوم الإنسانية والاجتماعية، لذا أحس الكثير من الباحثين فى مجال العلوم الإنسانية والاجتماعية منذ زمن ليس ببعيد بأهمية الدور الذى يمكن أن تسهم به الرياضيات فى ميادين علومهم، فعملوا على تترييض علومهم (أى وضعها فى صياغات وعلاقات رياضية) كلما أمكن ذلك، ولعل أهم الدوافع التى دفعتهم إلى تحقيق ذلك ما يلى:

(١) الانتفاع بمزايا وخصائص الرياضة والإحصاء :

أ – فالتعبير بالوسائل الرياضية عن عناصر المشكلات العلمية يعد تعبيرا رمزيا بالغ الدقة لا تعتريه الأرجحة أو التناقض الذى يمكن أن ينتج من استعمال اللفظ.

ب – والرقم سواء أكان مباشرا أو تجريديا فيه من المزايا ما يقرب من الموضوعية فى البحوث الإنسانية والاجتماعية، ومن ثم فهو يساعد على التخلص بدرجة ما –

من الطبيعة الوصفية التقليدية – التى تغلب على البحوث الإنسانية فتسمها بسمة الاجتهاد الشخصى أو الذاتية الملفتة للنظر.

ج – القدرة على التنبؤ الذى يقوم على "نظرية الاحتمالات" يدعم البناء النظرى للعلوم الإنسانية والاجتماعية ويزيد من صفتها النفعية.

(٢) استجابة البحوث التى تجرى فى ميدان العلوم الإنسانية والاجتماعية للتطور الذى أصاب طرق البحث ووسائله فى العلوم البحتة:

أ – فالعلوم الإنسانية لا يمكن أن تعيش أو تتطور بمعزل عن التيارات الفكرية التى تعيش فى الميادين الأخرى، سواء ما كان منها فلسفيا أم منهجيا. ولا يمكن أن نتصور أى تقدم تحرزه العلوم البحتة لا نجد له صدى فى العلوم الإنسانية والاجتماعية، بل بقدر ما يحدث من تغير فى فلسفة العلم البحت ومناهجه ووسائل بحثه يتبعه تغير مماثل فى فلسفة العلوم الإنسانية والاجتماعية، ومناهج بحثها، ووسائل البحث فيها. ومن ثم نرى الآن بعض فروع العلوم الإنسانية والاجتماعية تعتمد على الرياضيات، مثل: علم الاجتماع الرياضى، ونظرية الرسم (Graph Theory) فى علم الاجتماع، وعلم النفس الإحصائى، وعلم الجغرافيا الرياضى، وتحليل النصوص فى اللغويات باستخدام العقول الإلكترونية (الكمبيوتر).

ب – والقفزات العظيمة التى أحرزتها العلوم البحتة، لا من حيث نفعية نتائجها فحسب، بل من حيث مناهج البحث فيها أيضا، جعل الباحثين فى العلوم البحتة يرتابون فى النتائج التى يتوصل إليها الباحثون فى العلوم الإنسانية والاجتماعية لاتباعهم مناهج ووسائل بحث تقليدية يعوزها الدليل الموضوعى، ونتيجة لذلك لجأ الباحثون فى العلوم الإنسانية والاجتماعية إلى الوسائل الرياضية والإحصائية حتى لا يوصموا بالتخلف.

ج – وكل باحث يريد الدقة والموضوعية يستخدم طريقة البحث العلمى السليم، وهى تعتمد أساسا على الأساليب الرياضية والإحصائية فى الوصول إلى النتائج الدقيقة الصحيحة، ومن ثم إذا أراد الباحثون فى مجال العلوم الإنسانية والاجتماعية أن تتم بحوثهم بدقة وموضوعية فلا مناص لهم من استخدام الرياضيات والإحصاء.

* **فى فلسفة الرياضيات :**

قديما، حينما كانت العلوم جزء من الفلسفة لم تقتصر الصلة بين العلوم والفلسفة على صلة جزء بكل فحسب، إنما كانت فوق هذا صلة اهتمام من الفلسفة بتحليل أو تبرير المبادئ والمسلمات التى تقوم عليها العلوم.

وبعد الاستقلال النسبى للعلوم عن الفلسفة، ظلت الصلة بين الفلسفة والعلوم قائمة، وإن كانت من جانب الفلسفة فقط، التى عنيت فى نطاق اهتماماتها المنطقية بالتعرف إلى مناهج العلوم أو طرائق التفكير التى كفلت للعلوم تقدما، وتزايدا بعيدا عن طرق الفلسفة ومنطقها، فنشأ بذلك فى أحضان الفلسفة فرع من الدراسات المنطقية غير مسبوق سمى مناهج العلوم.

وفى الفكر المعاصر تجاوزت الصلة بين العلوم والفلسفة تلك الحدود الضيقة التى عبرت عنها فكرة مناهج العلم. فلقد نشأت فى العلوم نفسها، وبخاصة المتقدمة منها، حركات نقد ذاتى لبنائها العلمى من داخله لاختبار الأفكار والمبادئ أو الأسس التى يقوم عليها هذا البناء، وبيان الارتباط بينها وبين قضايا العلم ونظرياته المشتقة منها. ففى الرياضيات بدأت فيها الحركة النقدية منذ أوائل القرن التاسع عشر حتى يومنا هذا. "حقيقة أنه لا يوجد علم أكثر عراقة فى تاريخه من الرياضيات. فقد دخلت الرياضيات مرحلة اليقين العلمى منذ أقدم المفكرين الذين حفظ لنا التاريخ أسماءهم، مثل: **طاليس، فيثاغورث**. كما انه لا يوجد علم انحدر إلينا عبر القرون كبناء وثيق شاهد بالعبقرية العلمية للإنسان، مثل: هندسة الرياضى الإسكندرى **إقليدس**، ولكن بعد ثلاثة وعشرين قرنا من الثبات والتقدم، ظهر هندسيون من أمثال **ريمان، لوبتشفسكى**، فى القرن التاسع عشر، وغيرهما من الرياضيين الذين كانوا ينقبون فى أساس علمهم وقواعده التى يقوم عليها، فشعرت بفضلهم الرياضيات فجأة بحاجتها إلى نقد ذاتى لتقصى أسسها وأصولها التى تقوم عليها طوال قرون طويلة مضت، وذلك عندما أظهر هؤلاء الرياضيون إمكان وضع هندسات أخرى، كل واحدة منها متسقة القضايا أو النظريات ومخالفة لغيرها، كما تختلف جميعا عن الهندسة الموروثة عن **إقليدس**. وبدا فوق هذا أن بعض الهندسات الجديدة أكثر قربا من الواقع الكروى لكوكبنا من الهندسة التقليدية، وأن الكثير منها واسع التطبيق أيضا، كل هذا إنما تبين بتحليل البناء الهندسى التقليدى، للوصول إلى أساسه ومسلماته، ثم بتغيير الأسس والمسلمات تغييرا يؤدى إلى قيام هندسات أخرى مغايرة. كما تبين كذلك أنه لكى يقوم علم هندسى وثيق يجب الابتعاد بالمسلمات عن الأشكال المكانية، والاكتفاء بإحالتها إلى المنطق الصورى

وحده، حتى لم تعد الهندسة نظريات فى أشكال هندسية، وإنما فقط فى علاقات منطقية بحتة.

كل هذا النقد الباطنى القائم على تحليل البناء الرياضى بما فيه من المسلمات، إنما عرف عند الرياضيين بمسألة "أساس الرياضة"، بينما تسمى المسألة نفسها عند الفلاسفة والكثير من الرياضيين أيضا "فلسفة الرياضة"؛ لأنه واضح الآن أن أولئك الرياضيين الباحثين فى الأسس والأصول إنما يفلسفون، وإنهم بالتجائهم فوق هذا إلى المنطق الصورى الذى هو لب الفلسفة وجوهرها، إنما التقوا مع الفلاسفة المهتمين بنقد المعرفة العلمية عن طريق تحليل البناء العلمى إلى عناصره وأسسه لتحديد طبيعة تلك الأسس، وما يترتب عليها من قضايا ونظريات مشتقة منها على أساس المنطق وحده وحسب، فتساءل حينئذ الفلاسفة: أهى كلها قضايا من طبيعة المنطق الصورى أم أنها لا تمت إلى هذا المنطق بصلة، وإنما تستقى من منابع تجريبية تعرف عند الرياضيين باسم "الحدس"؟ ثم ما معنى "الحقيقة" فى الرياضيات، وما قيمة الحقائق الرياضية؟. هكذا نجد أن فلسفة الرياضة اليوم لهى ملتقى أبحاث الرياضيين والفلاسفة معا، وأكبر مظهر من مظاهر التعاون المثمر بين العلم والفلسفة. ويمكن الإشارة إلى بعض المسائل التى تعالج فى فلسفة الرياضيات، وهى:

١ – موضوعات ذات طابع منطقى صرف :

وتتمثل فى التعريفات والقضايا الخاصة مع تحليلها تحليلا رمزيا، بقصد اشتقاق الحدود المعرفة بعضها من بعض، وبرهان القضايا أو النظريات على أساس المسلمات.

٢ – موضوعات ذات طابع فنى علمى :

وتتمثل فى البحث فى أساس البناء الرياضى كله، أو أسس أية نظرية رياضية منفردة لاستقصاء الأصول والمسلمات، أو كالبحث فى معالة نقائص الرياضيات.

٣ – موضوعات ذات طابع منهجى :

فيما يختص بالرياضيات يتناول البحث كيفية إقامة ما يسمى بالنسق الاستنباطى، كما يتناول بحث الشروط المنطقية لاختيار المسلمات.

٤ – موضوعات ذات طابع فلسفى :

فيما يختص بالرياضيات، نجد فى الوقت الراهن ثلاثة مواقف أساسية تتنازع الأمر فوق مسرح الأبحاث الخاصة بأسس الرياضة، وهى:

- موقف المناطقة الذين يرون فى قضايا الرياضيات مجرد قضايا من المنطق الصورى وحسب.
- ثم موقف الأكسيوماتيكين الذين يرون أن المنطق والرياضة نابعان سويا من أصل آخر قبلهما هو الطريقة الأكسيوماتيكية (*).
- ثم أخيرا موقف الحدسيين الذين يرفضون الموقفين السابقين، ويؤكدون أن الحقائق الرياضية لا صلة لها بالمنطق وأنها نابعة من نوع خاص من التجربة الفكرية، يسمى "الحدس الرياضى".

*** التعاون بين الرياضيات والفلسفة :**

يعتبر كتاب (الأصول) فى الهندسة **لأقليدس** من الوجهة العلمية البحتة أوثق الكتب كلها التى انحدرت إلينا من الفكر القديم، وأكثرها تداولا. ولا يرجع سر نجاح كتاب (الأصول) عبر العصور كلها إلى ابتكار **أقليدس** لنظريات جديدة، إنما يرجع إلى الطريقة أو المنهج الذى اتبعه **أقليدس** فى استعراض النظريات التى يحتويها الكتاب، وذلك بتنسيقها فى نسق علمى موحد، محكم الحلقات، بحيث يتوقف برهان كل نظرية لاحقة على نظريات أخرى سبق برهانها وسابقة عليها فى داخل بناء منطقى يجمع كل النظريات المتفرقة، ويستند بحذافيره إلى أساس أو مقدمات، أو كما يقول **أقليدس** إلى "أصول" محددة قليلة ووثيقة تبقى خارج البرهان، فلم يفطن الرياضيون إليها من قبله. إن سر نجاح **إقليدس** فى تأسيس علم الهندسة، وإخراجه إلى حيز الوجود، يعود إلى الطريقة أو المنهج الذى اتبعه فى تنسيق نظريات الهندسة المتفرقة، وربطها برهانيا بحيث يستنبط بعضها من بعض.

ها نحن نقف فجأة فى فلسفة الرياضة أمام فكرة "المنهج" الذى أثمرها كعلم، فإلى هذا المنهج نحول النظر منذ الآن ونكرس الانتباه ، لأن تحليل خطوات ذلك

(*) تعنى كلمة Axiom (كما جاءت بقاموس أكسفورد) مسلمة، أو بديهية أو حقيقة لا تحتاج لبرهان ويمكن اعتبار كلمة Axiom تقابل لفظ بديهية، لأنها أنسب الألفاظ التى تتماشى مع ذلك سياق العرض السابق. وعليه فإن الطريقة الأكسيوماتيكية تعنى الطريقة التى تقوم على البديهيات.

المنهج يساعد على بيان الأسس والأصول التى تقوم عليها الرياضيات، ناهيك عن أن نقد تلك الأسس وما يترتب عليها من قضايا رياضية، هى المسائل التى تتناولها فلسفة الرياضة، وتجيب عليها.

إن إثارة فكرة المنهج فى الرياضيات تحتم علينا العودة إلى الوراء، أى إلى الفلاسفة الذين مهدوا بلا شك لـ **إقليدس** فى منهجه الذى اتبعه لبناء علم رياضى. إن ذلك يوضح التعاون الوثيق الذى نشأ بين الفلسفة والرياضيات منذ القدم فى سبيل تأسيس علم رياضى وثيق، ذلك التعاون الذى أسهم فى إقامة رياضيات ثابتة الأركان بفضل التحليل الفلسفى لأسس الرياضيات. وفى تلك العودة نمهد بتعريف للرياضيات على أساس منهجها كما يعرفها المحدثون.

أن تعريف الرياضيات على أساس موضوعها، أى على أساس أنها علم الكم (الهندسة) والمقدار (العدد) لم يعد الآن صالحا للتعبير عن طبيعة الرياضيات ككل منسجم متسق يضم فروعا عديدة. فمثلا، لا تدخل هندسة الوضع، أو الحساب الهندسى لـ **جراسمان**، أو جبر المنطق لـ **جورج بول**، تحت مقولة الكم أيا كان، أى لا تمت الموضوعات السابقة للكم (متصلا أو منفصلا) بصلة.

لذلك فإن الاتجاه الحديث للتعبير عن طبيعة الرياضة ينحو نحو تعريفها تعريفها يتماشى مع كل فروعها، كما يتماشى معها ككل منسق تتوقف فيه نظرية رياضية على نظرية أو نظريات أخرى. وهذا التعريف، إنما هو تعريف لها بطريقتها أو منهجها، لا بموضوعاتها التى تتناولها. إلا أن تعريف الرياضة بمنهجها على هذا النحو يكشف فى الوقت نفسه عن طبيعة موضوعها كما يتصوره المعاصرون الذين تخلوا عن التصورات القديمة للكم متصلا ومنفصلا كموضوع للرياضة. لكن هذا التعريف للرياضة على أساس منهجها إنما يحتاج إلى مقدمات لكى يفهم. إن التصور الحديث لطبيعة الرياضة والتحول إلى الاهتمام بمنهجها، إنما نشأ عن حركة النقد الداخلى التى قام بها رياضيو القرن التاسع عشر لتصوراتهم الرياضية التقليدية. وكانت نقطة انطلاق تلك الحركة إحدى مسلمات هندسة **إقليدس** التى حاول الرياضيون عبثا البرهان على صحتها كنظرية من النظريات، فكشفوا بفشلهم المتكرر عن عوالم هندسة أخرى غير عالم **إقليدس**. وحيث أن **أرسطو**، **وإقليدس** قد سبق لهما الكلام فى مناهج الرياضة قبل أن يتكلم الرياضيون المحدثين فى هذا الموضوع، لذلك يجب أن نقف عند مذهب هذين المفكرين القديمين.

تناول **أرسطو** فى كتابه (التحليلات الثانية) البرهان اليقينى (الرياضى)، فأوضح أن اليقين الذى تمتاز به قضايا الرياضيات ونظرياتها، إنما هو مستمد من أنها علم برهانى، أو كما يقال الآن علم استنباطى.

"والعلم البرهانى عنده هو العلم الذى يحتاج لقيامه كعلم إلى نقط بدء أى أسس أو مبادئ يبدأ منها برهان قضاياه ونظرياته، وتلك الأسس أو المبادئ قليلة العدد وغير قابلة للبرهان فى العلم الرياضى نفسه، وإن كانت تبرهن فى علم أعلى كالميتافيزيقيا التى هى علم المبادئ الأولى للوجود، ومنها مبادئ الرياضيات طبعا.

من هذه المبادئ ما هو مشترك بين العلوم كلها، كالمبادئ الأولية الثلاثة للوجود والفكر، وهى: الهوية وعدم التناقض والثالث المرفوع، ومنها ما هو خاص بكل علم على حدة، وأهمها فيما يختص بالرياضيات ما يأتى:

١ – التعريفات، وهى قضايا تشرح معنى الحدود الأولية، ولا يقال لها صادقة أو كاذبة، كتعريف الخط مثلا بقولك أنه طول لا عرض له.

٢ – الأصول الموضوعية أو الأوضاع المتفق عليها، وهى ما ترجمه العرب بعبارة "العلوم المعرفة"، وهى قضية لا برهان عليها وواضحة فى ذاتها حتى لكأنما الإنسان يعرفها دائما إذا ذكرت أمامه كما أنه لا غنى عنها لمن يريد التعلم، ومثالها قولك الكل أكبر من الجزء.

٣ – المسلمات وهى ما نقله العرب فى كلمة "المصادرات". وهى أيضا قضية لا برهان عليها، ولكنها تختلف عن الأصل المتعارف عليه فى أنها ليست واضحة فى ذاتها، ويجد المتعلم عنادا فى قبولها، ومن ثم فهو يصادر بها حتى تتضح له فيما بعد، ومثلها: المتوازيان لا يلتقيان مهما إمتدا.

كل هذه المبادئ لا تبرهن فى العلم الذى يستند إليها، وإنما فى علم أعلى كالفلسفة الأولى، ولكن المبادئ التى تستمد منها براهين النظريات الرياضية سواء مباشرة أو مما سبق برهانه من النظريات بواسطتها.

إن مثل هذا التحليل الأرسطى غير المسبوق فى تاريخ الفكر يشهد بعناية **أرسطو** بفلسفة العلوم منذ القدم، ويشهد أنه كان أسبق من الرياضيين فى فحص مسألة مصادر اليقين الرياضى بفحص الأسس التى يقوم عليها البناء الرياضى كله. كما أنه يبين أنه وضع حجر الزاوية لتعاون لم ينفصم منذ ذلك الوقت بين الفلسفة والرياضيات، فأنشأ بذلك منذ القدم فلسفة الرياضيات التى هى ميدان التعاون المستمر

بين الرياضيات والفلسفة، إلا أنه لم يذهب أبعد من هذا التحليل فلم يقم نسقا رياضيا على هذه العناصر التى ميزها، بل ترك نظريات الرياضيات مبعثرة وغير مؤتلفة فى بناء موحد، كما كان عليه الحال عند الفيثاغورثيين.

أما **إقليدس**، جمع فى كتابه (الأصول) نظريات القدماء المبعثرة التى ظهرت فى القرون الثلاثة عليه، وقدم الهندسة على نظرية الأعداد (الحساب)، واشتق هذه الأخيرة من الأولى متأثرا بالفيثاغورثيين، ونسق هذا كله ولأول مرة فى التاريخ فى نسق أو بناء واحد محكم الحلقات، بحيث يعتمد برهان أية نظرية لاحقة على ما تقدم عليها فى ترتيب ذلك البناء، وبحيث يستند النسق كله إلى تلك المقدمات أو المبادئ التى ميزها **أرسطو** فى كتابه (التحليلات الثانية). وذلك يعنى أن تعاليم **أرسطو** كانت وراء إنجاز **إقليدس** لكتابه (الأصول) الذى يعتبر أوثق وثيقة انحدرت عبر العصور من العالم القديم، والذى شمل عددا كبيرا من القضايا المبرهنة أى المشتقة بالبرهان، وهى إما نظريات أو ملحقات أو تمارين مشهورة، تلك قام **إقليدس** ببرهانها على أساس الأنواع الثلاثة من المقدمات، أو الأصول (التعريفات – المسلمات – البديهيات).

أيضا حلل **إقليدس** خطوات برهان كل نظرية على حدة، فذكر ثمانى خطوات منها:

١ – ذكر منطوق النظرية.

٢ – إعادة المنطوق مع الاستعانة بشكل مرسوم.

٣ – افتراض التسليم بصحة القضية فيستعان بقضية أخرى مسلم بها أو تم برهانها.

٤ – ثم الأشكال الإضافية أو إنشاء للأعمال، وهو عبارة عن تحليل القضية التى يراد برهانها إلى أشكال أخرى مألوفة وأبسط منها ... إلخ .. إلخ .. حتى الخطوة الثامنة والأخيرة وهى إعلان النتيجة.

والجدير بالذكر أن خطوات البرهان السابقة كانت معروفة قبل **إقليدس** عند قدماء الهندسيين وعند **أفلاطون**، إلا أن أهمية عمل **إقليدس** لا ينحصر فقط فى مثل تلك الخطوات العلمية التى تتبع فى الحل، وإنما أيضا فى استناده إلى تحليلات **أرسطو** الثانية، وبذا استطاع أن يبنى نسقا استنباطيا واحدا لكل النظريات المبعثرة التى خلفها السابقون، تستنبط فى داخله النظريات اللاحقة مما سبقها فى الترتيب، ويستند الاستنباط برمته إلى قبول عدد محدود من المقدمات أو الأصول.

ويقوم النسق الاستنباطى – كما أوضحنا – عند **أرسطو** و **إقليدس** على استخلاص مقدمات، أو قضايا أولية أهمها الأصول الموضوعة والمسلمات (المصادرات)، ولا فارق بين النوعين إلا فى درجة الوضوح والبداهة لدى المتعلم.

فالأول أوضح، بينما يعاند العقل فى قبول الثانى ويتقبله متسامحا وحسب. فإذا أغفلنا هذا الفارق السيكولوجى أو البيداجوجى (التعليمى)، فإن تلك القضايا الأولية تعتبر مطابقة للواضع ومعبرة عنه، أى تعتبر فى ذاتها أنها "حقيقة". فالحقيقة هى فى المطابقة التامة مع الخارج أو العالم الواقعى، هذا بكل تأكيد هو موقف **أرسطو و إقليدس** المشترك. ولم يتردد **الفيلسوف كانط** فى تأييد مثل هذا الرأى على نحو يختلف بعض الشئ عندما نظر إلى تلك القضايا الإقليدية الأولية على أنها قضايا "ضرورية" لأنها تعبر عن خواص المكان الحقيقى الوحيد، وإن كان هذا المكان عنده ذاتيا فى الذهن البشرى، وليس واقعيا فى العالم الخارجى كما عند **أرسطو و إقليدس**، وهذا هو الفارق بين الموقفين. ولكن هذا الفارق لا يؤثر فى كون تلك المبادئ الهندسية هى قضايا حقيقية؛ لأنها معبرة مباشرة عن خصائص المكان سواء أكان فى الخارج وفقاً لرؤية **إقليدس**، أو فى باطن الذهن وفقاً لرؤية **كانط**. فالخط يمتد عند **كانط** إلى ما لا نهاية والكل أكبر من الجزء والمتوازيان لا يلتقيان ... إلخ.

عندما يتحدث المناطقة المعاصرون عن التطور المشترك بين **أرسطو و إقليدس** الخاص بطبيعة النسق الاستنباطى، يصفونه بأنه "نسق يقينى استنباطى". والمقصود بهذه التسمية إبراز كلمة "يقينى" التى تشير إلى الفكرة المميزة لحقيقة تصور القدماء، وهى أن المقدمات أو المبادئ التى يستند إليها النسق "يقينية" أى مطابقة للواقع الخارجى، وتبعا لذلك تكون أيضا القضايا المشتقة منها بالبرهان (النظريات) يقينية كذلك. ولقد اتفق **كانط** مع ما سبق، لذلك حكم بأن الهندسة الإقليدية هى الوحيدة الممكنة للإنسان لأن قضاياها ضرورية.

ولكن التصور المعاصر للنسق الاستنباطى لا يرى هذه المطابقة، ولا هذه الضرورة إذ يعتبر القضايا الأولية مجرد فروض أو أوضاع نتفق عليها، ولا صلة لها بالواقع الخارجى أو المكان، كما أنها ليست ضرورية عند الذهن، وكل ما تمتاز به هو أنها يجب أن تكون غير متناقضة فيما بينها، بحيث يمكنها أن تنتج طائفة من القضايا المشتقة أو النظريات التى لا تتناقض فيما بينها. وهذا التصور لا يسمح بالتمييز بين مسلمات أو أصول موضوعة فكلها مجرد فروض أو أوضاع نتفق عليها.

ومن ثم جاء اسمه، فالمناطقة المحدثون يصفون هذا التصور الجديد بأنه "نسق فرضى استنباطى"، وذلك يعنى أن المبادئ عبارة عن افتراضات، وذلك يعطى لنا تعريفا للرياضيات بمنهجها من وجهة نظر المحدثين.

إن هذا التصور الجديد للنسق الاستنباطى هو الذى جعل الرياضيين المحدثين يكتشفون أوجه النقص الشديد فى نسق **إقليدس** الهندسى، فقد تبين الرياضيون أن نظريات **إقليدس** لا يمكن أن تنتج عن مقدماته الأولية وحدها، لأن تلك المقدمات ناقصة نقصاً ذريعاً. فقد بين **هنرى بوانكاريه** نقص المقدمات الخاصة بالنقلة Desplacment كما أوضح **مورتز باش** أن هندسة **إقليدس** تنقصها المقدمات الخاصة بالترتيب أو النظام. كذا بين **برتراند رسل** أن الثمانى والعشرين نظرية الأولى من كتاب **إقليدس** تستعمل ضمنا، لا صراحة عدة مقدمات مضمرة لم ينص عليها فى ثبت مقدماته، وأنه لولا **ديفيد هلبرت** الذى أكمل وأتم الكسيوماتيك لهندسة **إقليدس** فى كتابه المسمى (أصول الهندسة) "١٨٩٩"، ما كان هناك برهان هندسى "إقليدى" واحد سليم، أى يستنبط نتائجه بدقة من المقدمات المصرح بها فى بداية الهندسة، ودون اللجوء إلى مقدمات أخرى مضمرة فى ذهن الهندسى.

خلاصة ما سبق أن التعاون بين الفلسفة والرياضيات فى الكشف عن منهج الرياضيات قد أثمر ما يلى:

١ – تعريف الرياضيات من حيث منهجها بأنها نسق استنباطى.

٢ – تباين وجهات نظر كل من القدماء والمحدثين فى قيمة قضايا هذا النسق: أهى حقيقية وضرورية أم هى مجرد افتراضات وأوضاع؟

٣ – توضيح أن تحليل أقليدس لأصول الهندسة يعانى من النقص الذريع الذى تداركه الرياضيون المعاصرون.

[١٦]

الرياضيات كمنهج تربوى

يتم دراسة هذا الموضوع من الزوايا التالية:

*** لم ندرس الرياضيات ؟**

يرى البعض أن – الرياضيات الحقيقية – تكون عن التحديدات والبرهان والبنى المجردة، مثل: الأعداد الأولية، والنظريات الهندسية، ... إلخ، وهذه يمكن أن نطلق عليها اسم "رياضة الرياضيين".

ولكن، "من المؤكد أن هناك علة منطقية فى تدريس الرياضيات إذا نظرنا إلى الأمر من زاوية النفع والفائدة، وذلك لأن قدرا كبيرا مما تستأثر به الرياضيات من قدرة إنما يكمن فيما بين الحقائق من علاقات، وهذا هو السبب فى أن تذكرنا لقدر قليل من المعرفة يمكن أن يؤدى إلى استحضار قدر ضخم من المعارف. وإذا كانت الرياضيات جديرة بالمكانة التى تحتلها فى المنهج الدراسى، فإن الواجب يحتم علينا أن يتأتى تعلمها بطريقة تؤدى إلى إبراز هذه العلاقات".

أيضا هناك جوانب أخرى لهذا النوع، من خلالها يحصل كثير من الناس على المتعة حينما يهتدون إلى حل بعض الأحاجى الرياضية، أو حين يلهون ويسمرون ببعض الألعاب التى تقوم على البناء الرياضى. فعلى سبيل المثال: يستمتع التلاميذ الصغار بمحاولة العدد تباعا إلى أقصى ما يستطيعون، وذلك باتباع نظام معين. كما يشعر التلاميذ بالزهو الذى يتأتى كنتيجة لاستقصاء بعض القوالب العديدة، كمثال حاصل العمليات:

(١ + ٢+ ١)، (١ + ٢ + ٣ + ٢ + ١)، (١ + ٢ + ٣ +٤+ ٣ + ٢ + ١)

... إلخ ... إلخ.

حيث نجد أن الحاصل على التوالى هو ٤، ٩، ١٦، إلخ. وهذه مربعات الأعداد ٢، ٣، ٤ على التوالى. كذلك، فإن تعلم هذا النوع من الرياضيات، يدربهم على تحليل المعنى، وعلى سوق الشواهد وعلى استبعاد ما لا يمت إليه بصلة وثيقة.

* **أساسيات الرياضيات :**

وتتمثل فى الآتى:

(١) القاعدة (القانون أو الخاصية):

إن معرفة التلميذ للقاعدة واستخدامها فى إيجاد إجابات صحيحة لا يعنى فهمه لما يتعلمه أو حتى معرفته للمفاهيم الأولية لهذه القاعدة. فمثلا عند قسمة كسر على كسر، يضرب التلميذ الكسر الأول فى مقلوب الكسر الثانى، وبذا يحصل على إجابات صحيحة، وذلك بالطبع دون معرفة السبب الذى جعله يفعل ذلك. إن فهم قاعدة، قسمة كسر على كسر يتطلب تكوين المفاهيم الأولية التالية فى ذهن التلميذ:

- العملية ومعكوسها (عملية الضرب معكوسة عملية القسمة).
- العنصر المحايد فى عملية الضرب.

- خاصية ضرب بسط ومقام كسر فى أى عدد لا يساوى الصفر لا يغير من قيمة هذا الكسر.

(٢) المفهوم الرياضى :

يمكن أن نعرف المفاهيم – بعامة – بأنها عبارات أو رموز لفظية تدل على معلومات وأفكار مجردة لأشياء أو خبرات معينة ذات صفات أو خصائص مشتركة. ونعنى بالمفهوم الرياضى ذلك التجريد العقلى للصفات المشتركة بين فئة من الخبرات أو الظواهر. وذلك يوضح أن المفاهيم الرياضية لا تكتسب قيمتها إلا من خلال التنظيم التجريدى الذى يدرس علاقاتها. فمثلا مفهوم مثل مفهوم التوازى هو تجريد لجميع المستقيمات الواقعة فى المستوى ولا تتلاقى مهما امتدت. كذلك مفهوم العدد هو تجريد للخاصية المشتركة بين الفئات التى تحتوى على نفس عدد العناصر. أيضا مفهوم عملية الجمع هو تجريد لخاصية مشتركة لاتحاد الفئات غير المتقاطعة، وبالمثل مفهوم التساوى هو خاصية مشتركة بين الفئات المتكافئة.

والجدير بالذكر "أن المفاهيم الرياضية، حتى وإن كانت من أصل تجريبى بالفعل، فسيظل من الصحيح أن الرياضيات قد انفصلت عن ذلك الأصل التجريبى وأنها قد أصبحت علما بريئا من الصفات المحسوسة. فعندما يفكر الرياضى فى الخط المستقيم، فهو لا يفكر فى خيط البناء. وعندما يثبت أن المنصفات تتلاقى فى المثلث، فإن البرهان يكون مستقلا عن التحقيق المادى لهذا الشكل، ومن المحال أن يحل البيان بالرسم محل برهان الاستدلال، إذ ليس للرسم من عمل سوى أن يكون دعامة للانتباه، دون أن يكون عنصرا مكونا للبرهان، (فالتصورات الهندسية تصورات فكرية) كما أكد بذلك الفيلسوف الرياضى الألمانى **هوسول**.

فى ضوء ما سبق، يمكن التأكيد على أن عملية تكوين المفهوم فى ذهن التلميذ تتأتى عن طريق تكوين المفاهيم والعلاقات الأولية الأساسية لذلك المفهوم، فمثلا لا يدل معرفة التلميذ للعدد وتمييزه وعده على فهمه لمفهوم العدد، إذ أن العدد مفهوم مركب يتطلب فهمه معرفة مفاهيم أساسية، مثل: الفئات المتكافئة، التناظر الأحادى، علاقة الترتيب.

(٣) التركيب الرياضى :

تعنى كلمة "التركيب" فى نظر **جوبلو** التركيب المرسوم، والعملية الجبرية، والعملية الذهنية، وتركيب النتيجة مع الفرض. ولعل ما يقوله فى ذلك يوضح ما يعنيه:

"إن أهمية التركيبات المرسومة فى الهندسة لم تخف على أحد، ولكن المناطقة يميلون إلى أن يروا فيها مجرد عمليات مساعدة أو ممهدة للاستدلال، فى حين إنها هى الاستدلال نفسه"، وأيضا يقول: "ليس ثمة قضية حسابية أو جبرية لا يبرهن عليها عن طريق (عملية) أو سلسلة من العمليات"٠ كذلك يقول: "ليست العمليات التركيبية عمليات عقلية، وإنما هى عمليات تنفذ ذهنيا"٠ وفى فقرة أخرى يقول **جوبلو**: "لكى نبرهن على أن فرضاً ما يستتبع نتيجة ما، نركب النتيجة مع الفرض"٠ وبذا يريد أن يؤكد على وجه التحديد أن "النشاط التركيبى للعقل هو الذى يظهر النتيجة الجديدة"٠ والذى يعنينا هنا ونود التركيز عليه هو أن أى تركيب رياضى بعامة، يتكون من "مسميات" وعلاقات أو عمليات أولية وبديهيات، ونظريات مشتقة، ذلك بشرط أن يتوافر فى هذه المكونات التآلف والاستقلال والتصنيف، ولكن لا يعنى معرفة التلميذ للتركيب الرياضى سيطرته على الموقف تماما، إذ ينبغى بجانب ذلك فهمه لأساس ما يتعلمه حتى يستطيع أن يعرف أهمية ودلالة العلاقة بين مكونات وخصائص أى تركيب، وأن يعرف كيف يصنف مكونات أى تركيب إذا كان غير مصنف أو غير متآلف، وبذا يستطيع أن يسهم فى خلق تركيبات جديدة مما يساعده على التعميم والتطبيق فى شتى المواقف٠

(٤) طبيعة البرهان :

إن معرفة التلميذ لطرق البرهنة المختلفة والتمييز بينها لا يعنى فهمه لطبيعة البرهان، إذ أن فهم طبيعة البرهان يتطلب معرفة الأسس المنطقية التى يقوم عليها البرهان وكيفية تطبيق هذه الأسس فى مختلف فروع الرياضيات (الهندسة – الجبر – التفاضل والتكامل – الاحتمالات) كما يتطلب أيضا معرفة الطالب لدلالة وأهمية برهان الوجود وبرهان الوحدانية٠

* **الرياضيات : طبيعتها وطرق تعلمها :**

أوضحنا فيما سبق أن الرياضيات ذات طبيعة تركيبية إذ أنها تبدأ من البسيط إلى المركب، فمن مجموعة من المسلمات تشتق النتائج والنظريات عن طريق السير بخطوات استدلالية تحكمها قوانين المنطق٠ وعليه تعتبر الرياضيات بناءً استدلالياً فى جوهرها، مع الأخذ فى الاعتبار أن التجريد يصبغ الرياضيات بطابعه، وذلك يعنى أن المسلمات لا تحمل معنى معينا بل تكتسب معناها من الجزء الذى تستخدم فيه٠

وعلى الرغم من طبيعة الرياضيات – التى سبق الإشارة إليها – كعلم، فإن هناك فرق بين الرياضيات كعلم والرياضيات كمادة دراسية، ويتمثل هذا الفرق فى الآتى:

- الرياضيات كعلم قد تطورت خلال فترات زمنية طويلة نتيجة الأبحاث والاكتشافات حتى أخذت شكلها الحالى، والرياضيات كمادة دراسية تحمل فى جوهرها المفاهيم الأساسية للرياضيات كعلم ولكن بعد تبسيطها حتى تلائم القدرات العقلية للتلاميذ وخلفيتهم فى الأعمار المختلفة.

- الرياضيات كعلم، بناء استدلالى، ولكن عندما تدرس كمادة دراسية ليس من المهم أن يشتق التلميذ معلومات رياضية جيدة بقدر ما نهتم بان يكون التلميذ قادراً على إجراء عمليات استدلالية بسيطة يتمكن خلالها من اشتقاق بعض النتائج من معلومات رياضية معطاة.

- المسلمات فى علم الرياضيات لها طبيعة تجريدية، بينما نجد تلك المسلمات فى الرياضيات كمادة دراسية يجب أن تكون واضحة ومفهومة للتلاميذ ومقرونة بأمثلة ملموسة فى البداية قبل التقدم إلى المستوى المجرد عن طريق الأمثلة ثم الهبوط من المجرد إلى الملموس ثانيا عن طريق التطبيقات على مشكلات ومواقف الحياة العملية.

- الرياضيات كمادة دراسية يجب أن تبنى فى ترتيب هرمى بحيث يعتبر كل موضوع كمطلب أساسى قبل دراسة الموضوع التالى، وداخل إطار كل موضوع يجب أن تنظم المفاهيم والمهارات تنظيما هرميا بحيث تبدأ بالمفاهيم الأولية والمهارات البسيطة ثم تليها المفاهيم الثانوية والمهارات المركبة. مثل هذا التنظيم الهرمى يساعد التلميذ على تعلم الرياضيات كما سنوضح فيما بعد.

ومن المهم التنويه إلى أن طبيعة المادة تؤثر على طرق تعلمها، وذلك ما توضحه وتعضده الآراء التالية:

- الرياضيات ذات طبيعة تركيبية وتراكمية، لذا فإن تعلمها يقوم أساسا على خطوات تتابعية منظمة، فمثلا: يتعلم التلميذ مفهوم معين إذا كان قد تعلم المفاهيم السابقة الأبسط، وتعلم الأخيرة يعتمد على تعلم مفاهيم سابقة أبسط منها، وهكذا بالنسبة للمهارات الرياضية وغيرها. وبناء على ذلك فإن تدريس الرياضيات يجب أن يبدأ من أبسط المستويات ثم يتدرج إلى المستوى المركب فالأكثر تركيبا فالمعقد.

- تقوم الرياضيات على أساس نوعين من المفاهيم: مفاهيم أولية، ومفاهيم ثانوية (مفاهيم متقدمة)، والثانية أكثر تركيباً من الأولى. وبالتالى لكى يتعلم التلميذ نظرية تتضمن المفاهيم الثانوية يجب أن يكون قد تعلم المفاهيم الأولية أولا.

فى ضوء الرأيين السابقين نرى أن تعلم الرياضيات يحدث على مراحل أو فى مستويات متتابعة، وفى كل مستوى يجب أن يتم تعليم المفاهيم والمهارات ... إلخ التى تعتبر متطلبات مسبقة لتعلم المستوى التالى له، وهكذا.

لذلك ينبغى على المعلم عند تدريسه لموضوع معين أن يحلل هذا الموضوع إلى مهام تبدأ من المهام البسيطة إلى المركبة إلى الأكثر تركيباً، وهكذا، ثم ينظمها فى مستويات متدرجة فى الصعوبة، تبدأ بأبسط المستويات، وعند التأكد من تحصيل التلاميذ لمحتوى مستوى معين يبدأ فى الانتقال للمستوى الأرقى وهكذا، حتى يتم تعليم الموضوع المطلوب.

أيضا من المهم واللازم أن يستخدم المعلم أثناء التدريس طرق تدريس متنوعة حتى يساعد التلاميذ على التعلم، مع مراعاة إن استخدام طرق التدريس المتنوعة تحكمه عدة عوامل من أهمها خصائص التلاميذ ونوعية الموضوع الذى يتم تدريسه.

وبعامة تساعد عملية التعليم التلاميذ على التعلم، ومن أجل أن نصل إلى أفضل تعلم ممكن يجب أن تكون هناك خطة لعمليات التعليم داخل الفصول الدراسية، وأن تنفذ هذه الخطة بكل دقة متناهية، وذلك يبرز أهمية التخطيط والتنفيذ، إذ خلال مرحلة التخطيط يتم وضع إستراتيجيات معينة فى ضوء ظروف ومتطلبات الموقف التعليمى لتدريس المادة، وفى أثناء مرحلة التنفيذ تترجم الإستراتيجية التى سبق وضعها إلى إجراءات تنفيذية داخل مواقف التعليم – التعلم، وتشمل هذه الإجراءات أساليب وطرق التعلم التى تناسب ظروف ومتطلبات الموقف التعليمى.

ولإستراتيجية تخطيط الموقف التدريسى ثلاثة جوانب يجب أن تؤخذ فى الاعتبار، وهى:

(أ) أن التنوع فى مراحل التدريس ضرورى لأن هناك فروق بين قدرات واتجاهات التلاميذ وخلفيتهم ومستويات تحصيلهم فى الرياضيات.

(ب) أن التلاميذ يتعلمون بطرق متنوعة وإن كل مجموعة من التلاميذ تبدأ عملية تعلمهم من مستوى معين حسب خلفية كل منهم فى الرياضيات.

(ج) إن مداخل التدريس تختلف باختلاف طبيعة الموضوع الذى يدرس، وبناء على ذلك فإن إستراتيجيات أو طرق التدريس، التى يطبقها المعلم فى المواقف التدريسية – وأحياناً فى الموقف التدريسى الواحد – يجب أن تتنوع حتى نضمن أفضل تعلم للتلاميذ.

وحيث أن مداخل التدريس تختلف باختلاف طبيعة الموضوع الذى يدرس، لذا يجب اختيار طرق تدريس بحيث تناسب موضوع الدراسة، وذلك ما أثبته خبراء تعليم الرياضيات والباحثون فى هذا المجال، وفيما يلى نذكر أهم الإسهامات التى تمت فى الميدان:

- تعتبر الطريقة الاستقرائية من أنسب طرق التدريس عندما نكون بصدد تكوين المفاهيم الرياضية بينما تعتبر الطريقة الاستنباطية مناسبة لتدريس الخواص الرياضية.
- يمكن تحقيق أفضل تعلم لمفهوم المشتقة، عندما يستخدم المعلم الطريقة الاستنباطية، وتحقيق أفضل تعلم لمفهوم النهايات، عندما يستخدم المعلم الطريقة الاستقرائية.
- من المهم استخدام طريقة حل المشكلات لتعليم التلاميذ اكتشاف بعض العلاقات الرياضية داخل إطار موضوع معين.
- تعتبر الطريقة التركيبية من أنسب الطرق عندما نريد تعليم التلاميذ اشتقاق سلسلة من معلومات معطاة، بينما تعتبر الطريقة التحليلية من أنسب الطرق لبناء خطوات الوصول إلى نتيجة معطاة.
- تستخدم طريقة الإلقاء عندما يكون المقصود هو إعطاء التلميذ معلومات رياضية أساسية كنقطة بداية لتكوين خلفية معينة لموضوع ما.

وباختصار، يرتكز تعليم الرياضيات على طبيعة المادة نفسها، وعلى كيفية تعلم الفرد لهذه المادة، وأيضا على خصائص المتعلم، وعلى طرائق التعليم المناسبة التى يمكن عن طريقها تيسير حدوث التعلم، فطبيعة المادة تلقى الضوء على طرق تعليمها، وهذه يمكن أن تتحدد بمعرفة خصائص المتعلم. وعندما يتم تحديد طرق التعلم فإنه يمكن اختيار طرق التعليم المناسبة.

*** الإستراتيجية فى تدريس الرياضيات :**

يتخلل الموقف التعليمى أو التدريسى الواحد مجموعة من الأنشطة، فالمدرس قد يقوم بطرح بعض الأسئلة ويستمع إلى إجابات التلاميذ عليها، ويقوم بتقييمها عن طريق الموافقة عليها أو رفضها أو اتخاذ موقف محايد منها. وقد يستمع المدرس إلى الأسئلة التى يطرحها التلاميذ ثم يجيب عليها. وفى الموقف نفسه، قد يشرح المدرس نظرية فى الهندسة، أو يوضح عملياً إثبات قاعدة أو قانون فى الميكانيكا، أو يقوم بحل بعض تمارين

ومسائل فى الجبر، وغير ذلك. وفى المقابل، قد يكلف المدرس التلاميذ بإجراء تجربة ما، أو بحل بعض المسائل، ثم يلاحظ ويتتبع كل منهم ليقف على ما أنجزه من العمل المطلوب منه. وينبغى أن تتم الأنشطة السابقة فى مسار منظم، وإلا عمت الفوضى الموقف التدريسى.

ويجب أن ننظر إلى التعليم فى الموقف التدريسى على أنه ظاهرة اجتماعية، تتحقق نتيجة لتفاعل المدرس مع التلاميذ من جهة، ولتفاعل التلاميذ فيما بينهم من جهة أخرى، حيث ينتقل أثر التعليم من بيئة إلى أخرى، ومن إطار ثقافى لآخر، ومن وقت لآخر فى نفس الثقافة. أيضا يجب أن ندرك أن للتعليم عناصره، وأشكاله، وتنظيماته، ومشاكله أيضا.

ورغم أن التعليم يتم فى إطار من الظروف الثابتة: الوقت وحدوده، ومصادر السلطة، ومدى قدرات التلاميذ، والهيكل التنظيمى والسياسة المدرسية، فإنه فى صفاته الأساسية عبارة عن تنظيم لعمل اجتماعى يتضمن:

(١) المعلم، وهو الذى يقود ذلك التنظيم إلى بر الأمان، ليحقق الأهداف المرجوة منه.

(٢) أهداف، وهذه تتضمن أهداف المدرسة بعامة، كما تتضمن أهداف المادة التى يقوم المعلم بتدريسها.

(٣) موقف تعليمى، وهذا يتضمن بالتبعية مجموعتين من العوامل، هما:

أ – مجموعة عوامل لا يستطيع المدرس التحكم فيها، كحجم الفصل، وعدد التلاميذ فيه، وصفات التلاميذ وخصائصهم.

ب – مجموعة عوامل يستطيع المدرس التحكم فيها، وتعديلها فى إطار الهدف المرسوم للمادة التى يقوم بتدريسها، ونوع الأسئلة التى يوجهها إلى التلاميذ.

والمجموعة الأخيرة هى بمثابة الوسائل التى يستخدمها المدرس لتحقيق الأهداف المطلوبة منه، وهى تتضمن نوعين من العوامل، هما:

* المادة الدراسية وما يرتبط بها من أدوات تعليمية، وهذه تعرف بالوسائل المادية.
* طرائق استخدام وتقديم المادة وأدواتها التعليمية، وهذه تعرف بالوسائل الإجرائية، ولها مظهران، هما:

- مناورات على نطاق كبير وواسع، وتسمى بالاستراتيجيات.

- حركات بسيطة تتضمن العناصر التكتيكية للاستراتيجيات، وهذه تسمى العمليات المنطقية.

وتشير كلمة "إستراتيجية" إلى نمط من الأفعال والتصرفات التى تستخدم لتحقيق نتائج معينة، وهذه الأفعال والتصرفات تعمل بالتالى على وقف تحقيق نتائج غير مرغوب فيها.

ومن الأهداف العامة التى توجه إليها الاستراتيجيات نشاطها: التأكد من أن تعلما حصل فى الوقت المناسب والمحدد له، عن طريق حث وتشجيع التلاميذ على تبادل الأفكار فيما بينهم، ومع معلمهم، ومحاولة تقليل الأخطاء فى إجاباتهم عند محاولاتهم تعلم الأفكار والمبادئ.

وتعنى "العمليات المنطقية" الأشكال التى يتخذها السلوك اللفظى عندما يشرح المدرس المنهج المكلف بتعليمه للتلاميذ. فقد يرى أحد المدرسين أهمية التركيز على التعريفات عندما يعرض أفكاراً جديدة، بينما يرى مدرس آخر أن ربط خبرات التلميذ بما يقوم بشرحه شفهيا ضرورة لازمة، لذا يقدم للتلاميذ حقائق جديدة عليهم ويستخدم وسائل تعينه على توضيح ما يشرحه. وقد يرى ثالث ضرورة تقييم نتائج التجارب العملية التى يقوم بها ليبين للتلاميذ ما حققته وما فشلت فى تحقيقه.

ورغم التباين السابق فى نظرة كل معلم للموقف التدريسى، فإنهم جميعا يتفقون على أهمية تقييم سلوك التلاميذ فى ضوء معايير سليمة. ومما هو جدير بالذكر، إنه إذا لم يقم المدرس بإنجاز الأنشطة السابقة التى تتمثل فى الشرح وتقديم التعريفات وتقييم السلوك والأعمال، فعليه تكليف التلاميذ ليقوموا بها تحت إشرافه، وأن يشترك معهم فى محاورات علمية. وفى هذه الحالة، يبذل المدرس جهوداً مكثفة تفوق الجهود التى يبذلها لو إنه تحمل مسئولية العمل منفرداً.

وتوضح العمليات المنطقية تكويناً يمكن ملاحظته ومتابعته ووصفه. وفى بعض الأحيان، يكون هذا التكوين غير كامل داخل الفصل، إذا كانت العمليات المنطقية مختصرة. أيضا، قد لا يتبع المدرس الشكل الكامل لما أعده لشرح موضوع ما تماما، ولا يأخذ كلية بالنمط المحدد الذى زعم استخدامه لتوضيح بعض التعريفات.

ونود أن نلفت النظر إلى أن العمليات المنطقية التى سبق الإشارة إليها، يمكن تقييمها منطقيا من حيث صلاحيتها وصوابها، وأنها بمثابة مؤشرات عن مدى وضوح ما يعلمه المدرس.

[١٧]

القيم التربوية للرياضيات

نتيجة لعدم فهم طبيعة الرياضيات ونتيجة للنظرة السطحية لوظيفتها ونتيجة لعدم الاهتمام بالقيم الإنسانية التى تتيحها دراستها لم يستطع كثير من الناس تقدير الجمال الحقيقى والقوة فى الرياضيات مما أدى إلى النظر لها على أنها مجرد أداة تسهم فى حل المشكلات التى تقابل الأفراد كل حسب طبيعة العمل الذى يقوم به٠ وبمعنى آخر يحتاج الفرد إلى أقل قدر منها فى استخداماته اليومية بينما يحتاج من يعمل فى مجالات تخصصية دقيقة إلى قدر أكبر منها٠

وبالطبع تعد النظرة السابقة للرياضيات نظرة ضيقة محدودة لأن للرياضيات فى واقع الأمر قيما تربوية تساعد على الاستمتاع بمباهج فهم العمل الرياضى فى حقيقته بطريقة أساسية صحيحة تتعدى ما وراء قواعد العد الحسابى٠ هذه القيم التربوية يمكن تلخيصها فيما يلى:

١ – التجريد :

إن الرياضيات هى أكثر العلوم تجريدا، ودراسة الرياضيات هى دراسة التجريد فى ذاته٠ وقد يعترض البعض على ذلك فيقولون أن الرياضيات ليست مجردة ولكنها مادية تماما؛ بمعنى إنها محددة ودقيقة٠ ولكن ذلك يقوم على استخدام غير سليم للألفاظ لأننا عندما نقابل المجرد بالمادى، فإننا نعنى تحديد مظاهر منتقاة أو مظاهر للأشياء ولا نعنى الأشياء فى كلياتها، فالتجريد شكل أو نمط يمكن تطبيقه على الأشياء الخاصة٠ أما الرياضيات فلا يشترط أن تتضمن أشياء فى وحدة معقدة ولكن مظاهر شكلية معينة من الأشياء، وهى تعنى بطرق تحليل الخبرة وتنظيمها طبقا لأنماط شكلية معينة٠

فمثلا ما يسميه الرياضيون "الاستمرار الحقيقى للعدد" يتضمن جميع الأعداد الصحيحة والكسرية والتحليلية أيضا، وعليه فنظام الأعداد الحقيقية خطة شكلية يمكن أن يحدد على أساسها كل الأطوال الممكن تنظيمها٠

وبعامة دراسة الرياضيات تفيد بصفة خاصة فى توضيح التفكير الذى يستطيع بالتالى أن يرتفع بالحالات الخاصة، وأن ينتقل إلى خلق واستخدام مفاهيم لها عمومية واسعة٠

٢ – المنطق :

لا يتفق الرياضيون والفلاسفة على ماهية العلاقة بين الرياضيات والمنطق ولكنهم يتفقون جميعا على أن التفكير الرياضى منطقى فى طبيعته وأن الرياضيات الصحيحة هى أيضا بالضرورة منطقية فى طبيعتها. والواقع أن كل من المنطق والرياضيات يتضمن استنتاجات دون وجود تأكيد على حقائق خاصة بعالم الأشياء فى أى منهما، ولكن يقتصر التأكيد فقط على طريقة استنتاج فكرة من فكرة أخرى.

ومن القيم الفريدة فى دراسة الرياضيات وجود تلك الفرص الكثيرة لتعلم كيفية التفكير المنطقى مما لا يوجد إلا فى علم المنطق ذاته، إذ أن هدف الرياضيات الأساسى أن توضح الفروض وأن توضح ما يمكن أن يستنتج منها.

٣ – الاعتماد الشكلى المتبادل :

إن الأشياء التى تدخل فى الخبرة الإنسانية لا يمكن اعتبارها منفصلة تماما بعضها عن بعض ولكن يجب النظر إليها فى علاقات متشابكة مترابطة، فجوهر المعنى فى الخبرة هو فى صحة الأحداث، فمن بين إسهامات الرياضيات أن نتناول بطريقة منظمة الأشكال الممكنة للاعتماد المتبادل. فالعلاقة تحدد بقاعدة حيث يرتبط شئ أو أكثر بمجموعة من الأشياء الأخرى. والرياضيات تتناول البناء الشكلى لمثل هذه القواعد التى يقوم عليها الارتباط.

فمثلا "رياضيات الدالة" توضح لنا الطرق الممكنة للارتباط بين الأشياء مما يجعل الطبيعة الأساسية للمعنى العقلى طبيعة حية. كذلك تمدنا الرياضيات بأكثر المعالجات وضوحا وتنظيما للخصائص الشكلية للتحويلات الممكنة، وبذا تقدم إسهاما مهماً فى فهم الذكاء للأمور الإنسانية فهما عميقا.

٤ – اليقين :

الرياضيات فرع من فروع المعرفة تكون فيه النتائج مؤكدة لا محتملة، نهائية لا مبدئية. فالفرض الثابت فى الرياضيات يعتبر مؤكدا لا يقبل المناقشة فى جميع الأوقات فالفروض الأساسية التى تشتق من التعريفات والبديهيات فى أى نظام رياضى ليست حقائق تخضع للاختبار والمراجعة، لذا ففى عالمنا المتغير دائما يجد الفرد نوعاً من السرور والرضا العقلى بسبب اليقين الذى تقدمه الرياضيات.

ورغم اليقين الذى تتميز به الرياضيات، فإن ذلك لا يعنى أن جميع النتائج الممكنة قد تثبت صحتها بنجاح. ويعود ذلك إلى الفجوات فى التفكير

المنطقى الخاص بميدان البحث فى الرياضيات من ناحية، وبسبب سوء التقدير من ناحية أخرى.

وبعامة لا يوجد مدى لحدود البحث والكشف عن الرياضيات؛ لأنه بالربط المستمر وإعادة الربط بين الأفكار وبإقامة تعريفات وبديهيات جديدة، يمكن تكوين فروض جديدة. لذا فالرياضيات لها جاذبية خاصة؛ لأنها تمدنا بفرص عديدة لاكتشافات جديدة تبقى ثابتة مدى الحياة.

٥ – الصرامة العقلية :

إن دراسة الرياضيات هى تدريب على العمل العقلى. ففى الرياضيات وحدها يصل مطلب الدقة والمنطق الخالص الدقيق (الصرامة العقلية) إلى أقصى الحدود. وتتضح الصرامة العقلية فى العرض التام للأسس التى تقوم عليها كل عبارة. وعليه تقترب الرياضيات أكثر من أى نظام آخر من المثل الأعلى للكمال. وبالتالى فنقاء الرياضيات الصارمة ووضوحها ودقتها تعد انتصارات كبرى للعقل الإنسانى.

٦ – لغة الرياضيات :

تتميز الرياضيات بالمستوى العالى فى التجريد، ومن ثم فهى تستخدم بدل الكلمات العادية لغة قائمة على الرموز لتحقق أهدافها فى تحرير الفرد من قيود التخصيص، بما يلائم العمل التجريبى ملائمة تامة. إذ أن لغة الرياضيات تساعد على العد المعقد أو التوضيح أو البرهان بأكبر قدر من السهولة وأقل فرصة فى الخطأ، وذلك ما يحتاجه الباحثون فى أى ميدان من ميادين المعرفة.

كذلك فإن القدرة على استخدام الرموز من الهبات التى ينفرد بها الإنسان حيث أن البصيرة التى تتيح فهم الطبيعة ووظيفة الأنظمة المركزية الممكنة هى إحدى القيم التربوية الأساسية للرياضيات. وعليه فإن دراسة لغة الرياضيات التى تقوم على الرموز يمكن أن تسهم إسهاما فعالا نحو تحقيق هذا الهدف.

٧ – الرياضيات والواقع :

إن الرياضيات هى الأساس الذى تستند إليه سائر العلوم من بيولوجية واجتماعية ونفسية إلى علوم مادية بحتة. لذا ينبغى أن تتيح الرياضة الفرصة لمن يدرسها أن يفهم معنى العمليات الرياضية التى يقوم بها، ومدى هذه العمليات ودورها. وبمعنى آخر، ينبغى أن تبين الرياضيات أن قوام الفن الرياضى أن نضع المشكلة

الشخصية بواسطة آليات مجردة ومبسطة على شكل "عمليات" أو على شكل "معادلات" تنطبق على الواقع تمام الانطباق.

وينبغى أيضا أن يقف من يدرس الرياضيات على الفوائد التى يقدمها استخدام هذا النمط من العمليات أو المعادلات: ألا وهى دقة النتيجة وسرعتها وصحتها وعموميتها. وعليه أيضا أن يدرك أن هذا النمط من العمليات لا يمكن أن تكون له مثل هذه الفوائد إلا بمقدار ما يمنحها له نشاطه الفكرى. ومن هنا كان من الضرورى أن يكتسب هذه الفوائد بنفسه، وأن يجعل منها عادات له وغايات لذكائه.

٨ – الرياضيات والإبداع الفنى :

النظام عامل من عوامل الجمال وإذا ما انضافت إليه الأناقة التى تعنى اختيار أسهل طريقة تؤدى إلى النتيجة، غدا الجمال كاملا، وذلك ما تمتاز به الرياضيات، لذا لا توجد أدنى غرابة أن يكون الكثير من الرياضيين أناسا يهزهم سحر الفنون ولا سيما الموسيقى.

[١٨]

صعوبات تعلم الرياضيات عند التلاميذ العاديين

يقول **وليم عبيد** عند تناوله موضوع "المدخل العلمى للمعرفة" ما يلى: "يتميز عصرنا الحاضر بالتزايد التراكمى للمعرفة إلى حد يسميه البعض إننا فى عصر المعلومات، أو فى عصر الانفجار المعرفى، مما حدا بالكثيرين إلى إعادة النظر فى أوعية المعرفة التقليدية، .....، ولم تعد مصداقية المعرفة وموثوقيتها تعتمد الآن على الخبرة الشخصية أو الحدس أو مصادر السلطة فقط، بل أصبح المدخل العلمى هو الأساس للحصول على المعرفة ضمانا لموضوعيتها، وثبات مصداقيتها".

إن ما تقدم، يشير بطريقة واضحة أن تعلم الرياضيات شأنه شأن أى مجال من مجالات التعلم الأخرى، ليس بالشئ السهل اللين، فما بالنا إذا كان الأمر يتمحور حول صعوبات تعلم الرياضيات، إذ يتطلب هذا الموضوع تحليل وفحص دقيقين لمعرفة جميع خفاياه ودقائقه، حتى لا نضطر أن نسير فى طريقة الأدخال المملوءة بالأشواك، كما يوضح ذلك الحديث التالى:

* **مفهوم صعوبات تعلم الرياضيات :**

مر مفهوم صعوبات التعلم – بعامة – بمراحل عديدة، قبل أن يصل إلى صورته الحالية، ففى الاجتماع السنوى لمجلس الأطفال غير العاديين عام ١٩٦٠م " Council For Exceptional Children (CEC)" ظهر توجه قوى لإيجاد مصطلح جديد للأعداد المتزايدة من الأطفال الذين يسجلون معدلات منخفضة فى التحصيل الدراسى مع أن معدل ذكائهم عادى أو فوق المتوسط.

وفى عام ١٩٧٣ اقترح **كيرك** (Kirk, 1973) مصطلح الصعوبات الخاصة بالتعلم (Specific Learning Disabilities)، وترتب على ذلك تكوين جمعية الأطفال ذوى صعوبات التعلم Association For Children With Learning Disabilities، وتم إنشاء قسم خاص بصعوبات التعلم.

وفى أغسطس ١٩٧٧ قامت الحكومات الاتحادية الأمريكية بتحديد الأطفال ذوى صعوبات التعلم بأنهم الأطفال الذين يعانون من قصور فى واحدة أو أكثر من العمليات النفسية الأساسية التى تتطلب فهم واستخدام اللغة المكتوبة أو المنطوقة، ويظهر هذا القصور فى نقص القدرة على الاستماع أو التفكير أو الكلام أو القراءة أو الكتابة أو فى أداء العمليات الحسابية.

وفى عام ١٩٨١ قامت اللجنة الوطنية المشتركة لصعوبات التعلم والتى تضم ستة من المنظمات العاملة فى مجال المعوقين بالولايات المتحدة الأمريكية بوضع تعريف لمصطلح صعوبات التعلم على أنه يشير إلى مجموعة متجانسة من الاضطرابات تنشأ نتيجة خلل فى الجهاز العصبى المركزى، أو ربما تظهر فى حالة إعاقة أخرى كالتخلف العقلى أو العجز الحسى، أو الاضطرابات الانفعالية والاجتماعية، أو التأثيرات البيئية. ويؤكد التعريف الذى أورده المجلس القومى المشترك لصعوبات التعلم " National Joint Council For Learning Disabilities (NJCLD)" على مؤشرين مهمين فى تحديد الطفل الذى يعانى من صعوبة فى التعلم، هما:

* أن تكون الصعوبة نوعية وليست عامة.
* ألا ترجع الصعوبة إلى إعاقة حسية أو عقلية.

ورغم اختلاف التعاريف، فإن تعريف صعوبات التعلم أخذ اتجاهين، أحدهما أكد على صعوبات التعلم الأكاديمية، والآخر أكد على صعوبات التعلم النمائية.

ويصف **دوماك** (Dumak)، التلاميذ ذوى صعوبات التعلم بالحالات التى يبدو فيها واضحا للمعلم أن مستوى تحصيلهم يقل عن مستوى تحصيل زملائهم فى نفس العمر الزمنى، أو هى الحالات التى لا يتناسب فيها تحصيل التلميذ مع مستوى قدراته العقلية فى واحد أو أكثر من المجالات الآتية:

- القدرة على التعبير اللفظى أو الكتابى.
- المهارات الأساسية فى القراءة.
- فهم المواد المسموعة والمقروءة واستيعابها.

وبعامة، التلاميذ ذو صعوبات التعلم يعانون من صعوبات واضحة فى التعلم كالقراءة والكتابة وإجراء العمليات الحسابية؛ بمعنى: صعوبات التعلم تشير إلى مجموعة متباينة من التلاميذ يعانون من بعض مشكلات فى التعلم تظهر بقدر واضح فى انخفاض مستوى تحصيلهم الفعلى عن المستوى المتوقع لهم، رغم تمتعهم بكل ما يتمتع به التلميذ العادى من صفات.

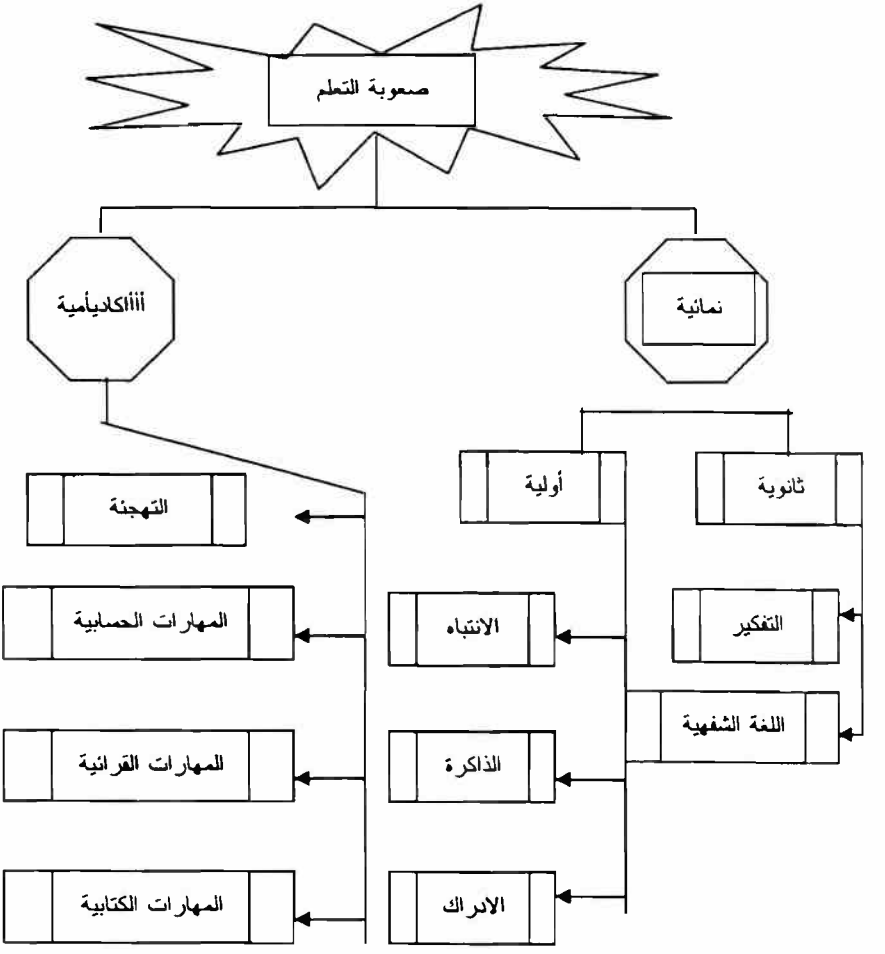
وعليه تعبر صعوبات التعلم عن القصور فى الأداء الأكاديمى والتحصيل الدراسى فى ثلاث مهارات أساسية هى القراءة والكتابة والحساب نتيجة لصعوبات ثانوية فى الانتباه والإدراك والاستقبال والتصور والعمليات العقلية المعرفية بعامة. ويمكن النظر إلى صعوبات التعلم كإعاقة لا تظهر للعيان، ولكنها تظهر أكاديميا فقط داخل حجرات الدراسة وأثناء التدريس الفعلى فى صورة تدنى المستوى اللغوى والرياضى، الأمر الذى يستوجب إعداد فصول علاجية لتلك الفئة وتتطلب نوعا خاصا من المعلمين لتدريسهم.

ويمكن تحديد أهم حالات صعوبات التعلم فى الآتى:

- ضعف مستوى تمكن التلميذ فى بعض المهارات، كما يظهر فى سلوكه وأداءه أثناء تفاعله مع مدرسيه وزملائه داخل الفصل.
- بطء التلميذ فى اكتساب المهارات أو المعلومات، وفى معرفة أساليب حل المشكلات مقارنة بزملائه الآخرين فى الفصل.
- اضطراب التلميذ فى تعلمه، وتعرض أداءه وممارساته العملية والإجرائية للذبذبات الشديدة ارتفاعا وانخفاضا.
- إحساس التلميذ بالعجز الشديد والشعور بالنقص لعدم قدرته على تحقيق مستوى زملائه فى الفصل.

إن التلميـــذ صاحب الصعوبة فى التعلم، هو تلميذ فى حاجة إلى العون والمساعدة ليحقق مستوى التلاميذ العاديين، وحتى لا تبدو عليه علامات الحيرة والقلق نظراً لانخفاض مستوى تحصيله عن مستوى تحصيل زملائه الآخرين الذين هم فى نفس سنه، ولذلك علينا أن نتساءل هل من الممكن تصنيف صعوبات التعلم التى يعانى منها التلميذ، حتى يمكن وضع أساليب علاجية وفق محددات الصعوبة ودرجة شدتها؟

بعامة يمكن تصنيف صعوبات التعلم على أنها: صعوبات تعلم **نمائية** (Developmental Learning Disabilities)، وهذه يمكن تصنيفها إلى صعوبات أولية: انتباه، ذاكرة، إدراك، وهى تتداخل مع بعضها البعض فى وظائفها، لذلك تؤثر – بدورها – على الصعوبات الخاصة باللغة الشفهية والتفكير، والأخرى صعوبات تعلم **أكاديمية** (Academic Learning Disabilities)، وتتمثل تلك الصعوبات فى القراءة، أو الكتابة، أو الحساب. والمخطط التالى يبين هذه التصنيفات:



تصنيفات صعوبات التعلم

هذا عن صعوبات التعلم بعامة، **فماذا عن صعوبات تعلم الرياضيات؟**

للإجابة عن السؤال المهم السابق، نقول:

تمثل الرياضيات لغة رمزية عالمية شاملة (Universal of Symbolic Language) لكل الثقافات على اختلاف تنوعها وتباين مستويات تقدمها وتطورها، والرياضيات كلغة هى الأساس لكثير من أنماط التواصل وتعايش الإنسان من حيث التفكير الاستدلالى الرياضى وإدراك العلاقات.

وتشمل بنية الرياضيات : عمليات العد Operation of Counting، والقياس Measurement، والحساب Arithmetic، وإجراء العمليات الحسابية Calculating، إلى جانب الهندسة Geometry، والجبر Algebra، والقدرة على التفكير فى شتى المجالات الرياضية.

إن صعوبات تعلم الرياضيات تمثل أكثر الصعوبات شيوعا، ولذلك شهدت السبعينيات والثمانينيات من القرن العشرين اطرادا بالغا فى الاهتمام بالأسباب والعوامل التى تقف خلف تلك الصعوبات، وذلك من خلال ظهور العديد من المنظمات والهيئات والجمعيات التى تبنت مشكلات وصعوبات تعلم الرياضيات، والتى أسهمت فى ظهور العديد من المناهج والبرامج والمقررات والأساليب التدريسية وأساليب التشخيص التى استهدفت مشكلات وصعوبات تعلم الرياضيات؛ وأبرز هذه المنظمات هى المجلس القومى الأمريكى لمعلمى الرياضيات National Council Of Teachers Mathematics (NCTM) (1989,1991, 1995) والمجلس القومى الأمريكى لمشرفى الرياضيات The National Council of Supervisors of Mathematics (1989) (NCSM).

وتبدأ مشكلات أو صعوبات تعلم الرياضيات غالبا فى سن مبكرة عند تلاميذ المرحلة الابتدائية، ويمكن أن تستمر حتى المرحلة الثانوية وربما بداية المرحلة الجامعية، وقد يمتد تأثيرها جنبا إلى جنب مع مسيرة الطالب الأكاديمية، ناهيك عن تأثيرها فى حياته العملية.

وإذا لم تعالج صعوبات تعلم الرياضيات أولا بأول فإنها تتزايد من صف دراسى إلى آخر ومن مرحلة تعليمية إلى أخرى، فالتلميذ الذى يعانى من صعوبات تعلم فى مادة الحساب فى المرحلة الابتدائية، قد يعانى من صعوبات تعلم فى مادة الجبر وفروع أخرى من الرياضيات مثل الهندسة والإحصاء فى مراحل تالية. لذا من

المهم وضع معايير ومواصفات خاصة لمنهج الرياضيات تجعله قابلا لتحقيق أهدافه مع فئات متنوعة من المتعلمين، دون أن يعانى أحدهم من صعوبات تعلم.

إن تدريس القواعد الأساسية للرياضيات Math Basics فى المدارس يعتريها الكثير من نقاط الضعف، وذلك مثل:

- عدم مراجعة المقررات السابقة؛ يحول دون إحداث نوع من التكامل والاستمرارية فى تناول الرياضيات.
- سوء الاتصال والتوصل، والافتقار إلى التركيز والممارسات الكافية خلال العديد من الأنشطة التدريسية.
- الافتقار إلى الترابط المنطقى فى عرض وتقديم الاستراتيجيات الخاصة بالحساب المدرسى.
- الإيقاع السريع فى تقديم العديد من المفاهيم، وعدم التأكد من هضم التلميذ لها واستيعابها.

ونظرا لوجود الفروق الفردية بين التلاميذ، مما يجعل كل منهم حالة فريدة فى ذاتها، ليكون لكل تلميذ خصائصه التى تميزه عن الآخرين بالنسبة لصعوبات التعلم، لذلك من الصعب أن يعكس جميع التلاميذ نفس الخصائص والمؤشرات. ورغم ذلك، توجد مجموعة من الخصائص المشتركة والعامة التى تميز ذوى صعوبات تعلم الرياضيات، وهذه يمكن إدراجها تحت أنواع الصعوبات التالية:

- إدراك القيمة الميكانيكية Spacial Relationships
- الإدراك البصرى Visual Perception
- التعرف على الرموز Symbol Recognition
- التواصل مع الآخرين Language and Communication Abilities
- مهارات الرسم الحركى Graphmotor Skills
- الاستراتيجيات المعرفية Cognitive Strategies
- الذاكرة Memory

ومما يذكر يحدد **جودى جراى** (Judy Gray, 2000) صعوبات تعلم الرياضيات فى: عدم الفهم، وعدم التطبيق، بالإضافة إلى الصعوبة فى اكتساب

المفاهيم الرياضيات Mathematical Concepts والمهارات والإجراءات الرياضية Skills and Procedures.

يمكن أيضا تصنيف صعوبات تعلم الرياضيات فى التالى:

١ – صعوبات تتعلق بفهم القيمة المكانية Difficuties with developing and understanging of place value.

٢ – صعوبات فى إجراء العمليات الحسابية ناتجة عن عدم تنمية مفاهيم الجمع والطرح والضرب والقسمة من خلال الاستخدام الفعال لاستراتيجيات إجراءات تلك العمليات Computation difficulties such as developing the concepts of addition , subtraction , multiplication and division , number fact retrieval, use of effective calculation strategies .

٣ – صعوبات فى توظيف العمليات الحسابية عند حل المشكلات اللفظية (الكلامية) Difficulties in applying computation skills in the context of solving problem.

وكنتيجة طبيعية لصعوبات تعلم الرياضيات، قد يعانى بعض التلاميذ من انفعال متواصل مصاحب لأداءاتهم ومعالجتهم للمشكلات الرياضية وحل المسائل اللفظية، هذا الانفعال يطلق عليه قلق الرياضيات Math Anxiety، وهو يمثل متغيراً انفعاليا ينشأ عن رد فعل التلميذ تجاه الرياضيات، ويعبر قلق الرياضيات عن نفسه لدى بعض التلاميذ فى أنماط متباينة من الانفعال كالخوف أو القشعريرة أو تجمد الأطراف أو زيادة إفراز العرق، كل هذا يحدث لبعض التلاميذ عندما يواجهون مشكلة رياضية.

وعلى المستوى نفسه، قد يقف قلق الرياضيات عائقا أمام أداء التلاميذ لحل المشكلات الرياضية أو المسائل الحياتية، وقد يؤدى هذا إلى تكوين وتنمية اتجاهات سالبة نحو الرياضيات بصفة خاصة.

ويمكن استخدام مصطلح فوبيا الرياضيات Math Phobia لوصف هذه الظاهرة. فالتلميذ يكون لديه فوبيا الرياضيات، إذا كان:

- لا يحب الرياضيات بشدة فى المدرسة.
- يحاول تجنبها.
- ينظر إلى الرياضيات على أنها علم غامض أو لغز فوق مستوى فهمه.

- يتكلم فقط عن كرهه الشديد للرياضيات وغضبه منها.

ويرى ساراسون Sarason أن المواقف التى يشعر التلميذ فيها بالقلق تتمثل فى:

- يشعر التلميذ بأن الموقف يتميز بالصعوبة والتحدى بالنسبة له.
- يرى التلميذ نفسه غير كفء أو غير قادر على مجابهة هذا الموقف أو مواجهته.
- يتوقع التلميذ الفشل من وجهة نظر الآخرين الذين يلاحظون سلوكه أو يراقبون أداءه.
- يسلك التلميذ خلال موقف تعلم الرياضيات سلوكا غير صحيح أو غير مرغوب فيه أو على الأقل غير مناسب لسلوكه المعتاد فى هذا الموقف.

وفى اتجاه معاكس تماما، يمكن أن يكون القلق دافعا للإنجاز، وذلك قد يؤدى إلى زيادة التحصيل وقد أطلق على هذا النوع من القلق اسم (القلق الدافع أو الحميد).

وأيا كان نوع القلق إيجاباً أو سلباً، فإنه يسبب بدرجة ما صعوبات نوعية فى تعلم الرياضيات، والسؤال:

ما المقصود بصعوبات تعلم الرياضيات Learning Difficulties of Mathematies؟

هناك تعريفات اهتمت بصعوبات تعلم الرياضيات، منها على سبيل المثال:

* الصعوبة بأنها كل ما يعوق التلميذ للوصول إلى الحل السليم فى خطوات الحل.
* عدم قدرة التلميذ العادى الذى يتميز بمستوى ذكاء متوسط على النجاح فى مادة الرياضيات.
* هذا المفهوم يستخدم لوصف مجموعة من التلاميذ يظهرون انخفاضا فى التحصيل الدراسى فى الرياضيات عن زملائهم بالرغم من أنهم يتمتعون بذكاء عادى أو فوق متوسط، لكن تظهر عليهم ملامح الصعوبة فى بعض العمليات الحسابية، وعليه فإن الصعوبة فى مادة الرياضيات هى العائق الذى يحول دون الوصول إلى حل المشكلة، ومؤشر وجودها هو الخطأ الذى يتكرر فى استجابات التلاميذ على الاختيار التشخيصى بنسبة ٢٥٪ فأكثر.
* التلاميذ ذوو صعوبات التعلم فى الرياضيات قد يتميزون بذكاء عادى، إلا أنهم يظهرون تباعداً دال إحصائيا بين تحصيلهم الأكاديمى الفعلى فى مادة الرياضيات وبين المستوى المتوقع من التلميذ العادى، وهم غير قادرين على التعلم فى

الظروف العادية على الرغم من أنهم لا يعانون من اضطرابات انفعالية أو إعاقات حسية أو عقلية.

* التلميذ الذى يعانى من صعوبة فى الرياضيات هو الذى لديه صعوبات فى عملية فهم المفاهيم، وليست لديه القدرة على التطبيق.
* عدم القدرة على اكتساب المفاهيم الرياضية Mathematical Concepts والمهارات والإجراءات Skill and Procedures.

وتعود بعض صعوبات تعلم الرياضيات إلى النقص فى الانتباه لدى هؤلاء التلاميذ، مثل:

- صعوبة فى الانتباه إلى خطوات حل المشكلات.
- صعوبة فى التمييز بين الأعداد وأنواعها.
- صعوبة فى جمع الأعداد رأسيا وأفقيا.
- صعوبة فى فهم لغة الرياضيات ومصطلحاتها.
- صعوبة فى فهم التسلسل العددى.
- صعوبة فى كتابة الأعداد والرموز الرياضية.

أيضا توجد ستة تصنيفات لصعوبة التعلم فى الرياضيات، وهى:

- صعوبة التعلم اللفظية Verbal difficulties حيث يجد التلميذ صعوبة فى فهم الحقائق أو المسائل الرياضية حين تقدم له شفويا، ويجد صعوبة فى التعبير الرياضى عنها.
- صعوبة التعلم الرمزية Practognostic difficulties حيث يجد التلميذ نفسه عاجزا عن التعامل مع المدركات الحسية بطريقة رمزية.
- صعوبة التعلم الاصطلاحية Lexical difficulties وتشير إلى مشكلات قراءة الرموز الرياضية (الأعداد، العلامات).
- صعوبة التعلم الكتابية Graphical difficulties وتشير إلى صعوبة كتابة الرموز الرياضية.
- صعوبة التعلم المفاهيمية Deognostical difficulties وتشير إلى الصعوبات المتعلقة بقدرة التلميذ على فهم الأفكار والعلاقات الرياضية وإجراء الحسابات العقلية.

- صعوبة تعلم العملية أو إجرائها Operational difficulties وتحدث حين يجد التلميذ صعوبة فى إجراء العمليات الحسابية الأربع فيجمع بدلا من أن يطرح أو يقسم بدلا من أن يضرب.

ولأن صعوبات التعلم الدراسية فى أساسها ترجع إلى عوامل كثيرة متعددة ومتشابكة ومعقدة نتيجة أوجه القصور الحسية، أو العقلية، أو الانفعالية، أو الدافعية، أو الاجتماعية، أو التدريسية، أو الخاصة بالقراءة، بعضها يزول بزوال مسبباتها وأغلبها يعالج بتحسين المقررات وطرق التدريس، لذلك يرى **ولكس** (Wilcox, 1988) أن هناك أسبابا متعددة لصعوبات التعلم من أهمها:

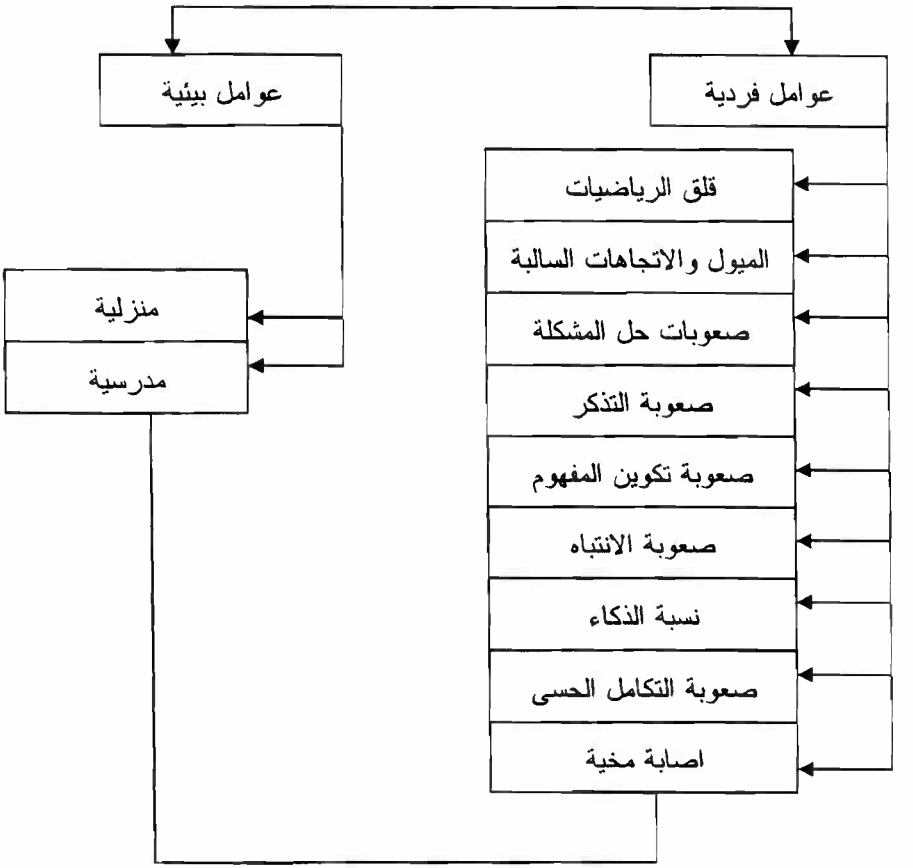
١ – الأسباب الحسية، والأسباب الصحية، والأسباب النفسية، والأسباب الدافعية، والأسباب الثقافية.

٢ – الحرمان الوجدانى، وسوء التوافق الأسرى، والنشأة فى بيئة محرومة.

وعندما يفشل التلميذ أو يقع فى أخطاء أو تواجهه بعض صعوبات التعلم رغم أن المعلم يؤدى عمله بطريقة مقبولة، فذلك قد لا يرجع إلى عوامل نفسية أو داخلية تعترى المتعلم بقدر ما يرجع إلى عوامل أخرى خارج نطاق المعلم والمتعلم معا، مثل: طريقة تقديم وعرض المادة العلمية فى الكتاب، أو صعوبة المادة الدراسية، أو عدم توافر الأنشطة المصاحبة لها، أو سرعة تقديم الموضوعات المقررة فى وقت قصير لضمان الانتهاء من المنهج فى الوقت المقرر، مما يترتب عليه عدم مشاركة المتعلم فى العملية التعليمية، أو صعوبة الأسئلة الاختبارية، وعدم مألوفيتها، أو عدم وجود المناخ التربوى المناسب للمتعلم ... إلخ، مع مراعاة أن هذه العوامل لا توجد منفردة فقد تتشابك وتتفاعل لتولد مصدر (أو مصادر) الصعوبة. وعليه، يمكن تلخيص العوامل التى ترتبط بصعوبات تعلم الرياضيات فى الآتى:

* عوامل نفسية، مثل: التوتر والقلق والخوف من الفشل وعدم الثقة بالنفس والاعتماد على الآخرين والتسرع والاندفاع.
* عوامل بيئية، مثل: الأسرة وجماعة الأصدقاء والمدرسة.
* عوامل صحية، مثل: الصحة العامة والانتباه والتركيز وضعف السمع وسوء التغذية وضعف البصر.

ويوجد توجه آخر، يلخص أهم العوامل التى تؤدى إلى صعوبات تعلم الرياضيات، فى الآتى:



أيضا يوجد توجه ثالث يوضح العوامل التى تؤدى إلى صعوبات تعلم الرياضيات، وتتمثل فى: إزدحام الفصل بالتلاميذ، وطول المقررات الدراسية فى الرياضيات، وعدم تمكن المعلم من استخدام التعلم الفردى فى التدريس، وقصر مدة الحصة، وتطبيق بعض أساليب العقاب التعسفية، وإعطاء المزيد من الواجبات المنزلية المرهقة، وعدم قدرة المعلم – بسبب كثرة أعباءه وزيادة همومه الشخصية – على ممارسة أى لون من التدريس العلاجى للتلاميذ فى إطار اليوم الدراسى.

خلاصة القول، قد ترتبط صعوبات تعلم الرياضيات بعوامل بعينها، من أهمها:

- ضعف الخبرات الرياضية السابقة لدى التلميذ قبل المدرسة وأثنائها.
- تدنى المستوى اللغوى للتلميذ.

- الظروف الأسرية الصعبة للتلميذ.
- تعقد المنهج المدرسى وما يرتبط به من أبعاد.
- ضغوط الظروف الاجتماعية والثقافية المحيطة بالتلميذ.
- محدودية خبرة المعلم وكفاءته التعليمية واتجاهاته السلبية نحو الرياضيات.
- عدم مناسبة البيئة الصفية، من حيث: كثافة الفصل العالية، والإمكانيات التعليمية المتاحة الضعيفة.
- هبوط مستوى العلاقة بين المعلم والتلميذ مما يحول دون تحقيق التفاعل الصفى الكامل.

وتظهر صعوبات التعلم بصورة سافرة فى غياب التدريب والممارسة لموضوعات المنهج، مما يعرض التلميذ للنسيان وعدم التركيز أو عدم ثبات المعلومات، وأيضا لعدم توافر مواد ووسائل التعليم المساعدة، وكذلك تظهر تلك الصعوبات بسبب الصياغة اللغوية الصعبة لموضوعات المنهج أو استخدام المدرس نفسه تعبيرات وصياغات لغوية معقدة.

*** طبيعة وخصائص التلاميذ ذوى صعوبات تعلم الرياضيات :**

التلميذ الذى يعانى من صعوبة فى تعلم الرياضيات، من المتوقع أن يفشل فى دراستها، وخاصة عندما يكلف بمهمة صعبة، دون توفير خبرات ناجحة أو تدخل تربوى علاجى مناسب لتجاوز تلك الصعوبة. أيضا، التلميذ الذى يعانى من صعوبات فى تعلم الرياضيات، يكون بطيئا فى تعلم المفاهيم والمهارات الرياضية المعقدة نسبياً، إلى جانب عدم مقدرته على إجراء التطبيقات الرياضية الحياتية بدقة.

أما أهم خصائص التلاميذ الذين يعانون من صعوبات فى تعلم الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، يمكن تحديدها فى الآتى:

- عدم القدرة على فهم مدلولات الأعداد ونطقها وكتابتها.
- عدم القدرة على إجراء العمليات الحسابية.
- عدم القدرة على التميز بين الأرقام المتشابهة [مثل: (٢ ، ٦) (٧ ، ٨)] .
- عدم القدرة على فهم مدلول الرموز الرياضية (مثل: +، − ، ÷ ، x).
- عدم القدرة على إيجاد ضعف العدد، أو نصفه، أو ثلثه (مثل: ضعف العدد ٣ هو ٦).
- عدم القدرة على حل المسائل اللفظية فى الحساب.

ويتطلب تعليم التلاميذ ذوى صعوبات التعلم فى مادة الرياضيات تدخلا من المعلم لمساعدتهم على الفهم حتى يتقنون المفاهيم العددية، وخاصة ما يرتبط منها بالجوانب اللغوية، ويستطيعون مقابلة الصعوبة فى حل المشكلة الرياضية، والتغلب على مشكلات التشويش المكانى والبصرى وضعف القدرة على التذكر والتسلسل، وبذلك يتمكنون من:

١ – مقاومة الإحساس بالفشل وعدم الثقة بالنفس، فلا يشعرون دائما بالتوتر والقلق أثناء التعلم.

٢ – تحقيق الموازنة الطبيعية بين تحصيلهم الفعلى والتحصيل المتوقع منهم حيث لا يستطيعون الاستفادة من الخبرات التعليمية التى تقدم لهم فى الفصل الدراسى العادى.

٣ – تنمية بعض القدرات النمائية المتصلة بالتعلم، كالفهم، والتفكير، والإدراك، والانتباه، والذاكرة، وتفعيل هذه القدرات من أجل مواجهة السلبيات التالية:

- الاعتمادية Dependency
- صعوبة فى التعميم Difficulty with Generalization
- صعوبة فى تقييم الأداء Difficulty Munitoring Proformance
- صعوبة فى الذاكرة Difficulty with Memory
- صعوبة فى اكتساب المبادئ الأولية Difficulty in Acquiring Elementary Units

[١٩]

صعوبات تعلم الرياضيات عند التلاميذ الموهوبين

قد يبدو مصطلح الموهوب ذو صعوبات التعلم، أو "الموهوب منخفض التحصيل الدراسى"، مصطلحاً غريبا بالنسبة لكثيرين، وقد لا يقبلونه أو يعتدون به على أساس ارتباط الموهبة بالذكاء والإبداع والقدرة فى علاقة وثيقة. وعلى أساس أن الموهوب عقليا يعرف بأنه المتفوق دراسيا أو الذى يحصل على درجات عالية فى التحصيل الدراسى، وعليه فإن الطفل إذا ما كان موهوبا وتنخفض درجات تحصيله الدراسى، فذلك يمثل حالة غير عادية (استثنائية). وحقيقة الأمر، أن الطفل قد يكون موهوبا فى مجال أو أكثر من مجال العمليات المعرفية، ولكن نسبة قليلة منهم تكون متميزة فى كل المواد

الدراسية، ولذلك قد تكون هناك فئة من الموهوبين منخفضى التحصيل الدراسى بسبب ما يعانون من صعوبات، مما يسبب لهم عجزا عن التعلم، وهذه الفئة من الأطفال غالباً ما يصدر عنهم بعض الأنماط السلوكية الشاذة فى المواقف المدرسية، مثل:

- قلة الكلام أو الاتصال، وأحيانا الانسحاب الكامل من المواقف التعليمية التعلمية.
- السلبية وعدم المشاركة فى الحديث والتقوقع حول الذات.
- العدوانية تجاه الآخرين وإثارة المشكلات معهم.

يشعر التلاميذ الموهوبون من ذوى صعوبات التعلم بتقدير ذات منخفضة، ولا يثقون كثيراً فى قدرتهم على إحراز نواتج مدرسية إيجابية، ويتسمون بمفهوم ذات غير حقيقى يتسم بالدونية، كما أن اتجاهاتهم نحو المدرسة سلبية، ويميلون للعزلة ويواجهون صعوبة فى اكتساب صداقات مع الآخرين أو المحافظة على صداقاتهم القائمة مع الآخرين.

إن نمط الموهبة الذى حدده **تيرمان** Terman عام ١٩٢٥، هو أن الموهوب شخص درجات تحصيله الدراسى عالية، ويحصل على درجات عالية أيضا فى اختبارت الذكاء (IQ) المقننة، ومن هنا يكون التناقض: كيف يكون الفرد موهوبا ويعانى فى الوقت نفسه من عجز أو صعوبات فى تعلمه تجعله منخفض التحصيل الدراسى؟ وفى عام ١٩٨١ عقدت ندوة علمية بجامعة جون هوبكنز الأمريكية، ضمت خبراء فى مجالى: الموهبة وصعوبات التعلم للنظر فى هذه القضية، حيث كان السائد فى ذلك الوقت أن المتعلم قد يلقى الرعاية إما باعتباره موهوبا أو باعتباره يعانى عجزاً فى التعلم. ولم يكن يؤخذ فى الحسبان أن هناك فئة يمكن أن تجمع بين الموهبة، والعجز فى التحصيل الدراسى فى الوقت نفسه، ولقد أقر المشاركون فى هذه الندوة أن هناك اتفاقا تاما بينهم على أنه يوجد بالفعل طلاب موهوبون ويعانون فى الوقت نفسه من صعوبات تعلم. وإن كان لا يلتفت إليهم عند تصنيف الطلاب، حيث يتم تصنيفهم أما ضمن فئة الموهوبين أو ضمن فئة ذوى صعوبات التعلم، وقد أوصى الخبراء خلال هذه الندوة – ربما للمرة الأولى – بضرورة الاهتمام بهذه الفئة التى يجمع أفرادها بين الموهبة وعجز التعلم فى آن واحد باعتبارهم فئة من المتعلمين لهم حاجاتهم وخصائصهم المتميزة.

ومنـذ ذلك الوقـت بدأ هذا المفهوم ينتشر لدى البعض ويزداد شيوعا شيئا فشيئا، ومن ثم بدأت تصدر الكتب، وتنشر المقالات، وتجرى البحوث حول هذا الموضوع، وبدأت المؤتمرات التى تعقد فى مجال التربية الخاصة سواء فى مجال

الموهبة أو الإعاقة تتضمن بحثا واحدا على الأقل حول هذه الفئة ذات الاستثناء المزدوج (Dual Exceptionality).

وتعبر بوم (Baum, 1990) عن هذه القضية الخاصة بالموهوبين ذوى الاحتياجات الخاصة بالقول: "كيف يكون الفرد قادرا على التعلم وغير قادر على التعلم فى الوقت نفسه؟ لماذا نجد طلابا داخل المدرسة ضعاف التحصيل الدراسى ويعانون صعوبات فى تعلمهم بينما هم خارج المدرسة ابتكاريون مبدعون يؤدون أنشطة إبداعية فى بعض المجالات غير المدرسية؟ إن هذا السلوك الإبداعى مع انخفاض مستوى التحصيل الدراسى يتواجدان فى الشخص الواحد فى الوقت نفسه. إن الكثيرين من الناس يعتبرون الموهبة وصعوبة التعلم على طرفى نقيض، فكيف يجتمع الأضاد فى الشخص نفسه؟! وتستطرد قائلة: "إن التعجب مصدره ما يشعر به هؤلاء من تناقض بسبب غموض المصطلح، وقد لا يعتبر هذا غريبا بسبب عدم وجود اتفاق بين الخبراء فى مجالى: الموهبة وعجز التعلم حول هذا المفهوم. إن السبب فى ذلك يرجع إلى أن كثيرا من الناس لا يزالون يعتبرون أن الموهوب هو الذى يحقق مستوى تحصيليا دراسيا عاليا فى الدراسة، فالطفل الذى فى عمر الثامنة وهو خبير فى الحشرات ويستطيع تمييز مئات الأنواع منها وتصنيفها حسب خواصها وفصائلها وأسمائها قد لا يعتبر طفلا عاديا، ورغم ذلك يستبعد من برامج الموهوبين بالمدرسة لأنه قد يكون لديه عسر أو عجز قرائى Dyslexia مثلا، أن هذا الطفل رغم موهبته فهو يعانى صعوبات أو عجز فى التعلم".

فالموهوب الذى يعانى صعوبة أو عجز فى التعلم، قد يعجز بدرجة كبيرة عن مواجهة ذاته لتصحيح أوضاعه أو تعديلها على أقل تقدير، بما يكفل له تحقيق النجاح والفلاح المأمولين منه، ولعل السبب فى ذلك يرجع إلى المحاولات التربوية المقصودة القليلة التى وجهت إليهم من أجل العناية والاهتمام بهم، إذ لم يلتفت إلى فئة الموهوبين ممن يعانون صعوبات فى التعلم، إلا خلال العقدين الأخيرين من القرن العشرين، حيث تحققت بعض الممارسات التربوية المهمة فى هذا المجال فى الفترة الأخيرة مثل:

- تزايد استخدام الاختبارات وإجراء القياسات والتقويم باستخدام أساليب عديدة متنوعة.
- زيادة اهتمام المعلمين بإحالة الطلاب ذوى الاحتياجات الخاصة إلى ذوى الشأن فى هذا الميدان، لتلقى رعاية وخدمات خاصة تناسبهم.

- بذل مزيد من الجهود للتعرف على طاقات الأطفال واكتشافها وخاصة فى الثقافات المتنوعة ولدى الأقليات فى المجتمع.

وجدير بالذكر أنه على الرغم من المحاولات السابقة، فإن أوضاع الموهوبين من ذوى صعوبات تعلم الرياضيات بقيت على حالها بدرجة كبيرة، ولم تتعدل كثيرا، ولعل السب فى ذلك، يعود إلى عدم اهتمام أولياء أمورهم بأن يكون لهم دور يذكر فى اكتشافهم، إذ أنهم يرون أنهم يظهرون سلوكا ومهارات عالية متقدمة داخل المنزل، ناهيك عن صعوبة مادة الرياضيات ذاتها مقارنة ببقية المواد الراسية المقررة.

*** تعريف الموهوبين ذوى صعوبات تعلم الرياضيات :**

هو الموهوب الذى لديه قدرات وإمكانات عالية تمكنه من القيام بأداء أو إنجاز عال متميز فى المواد الدراسية المختلفة، ولكنه فى الوقت نفسه يعانى عجزا أو صعوبة فى تعلم مادة الرياضيات تؤدى إلى انخفاض مستواه الدراسى فيها، أو تجعله يحقق مستوى دراسيا متدنيا فى مادة الرياضيات. ومما يذكر أن الطلاب من هذه الفئة لا تقدم لهم الرعاية التى تناسب ظروفهم بسبب صعوبة تمييزهم، إذ إنهم ليسوا كالموهوبين تماما، وليسوا كالذين يعانون عجزا فى تعلمهم تماما، وغالبا ما يتم التعامل معهم على أساس أنهم إما موهوبون أو عاجزون عن التعلم، وليس الاثنين معا.

ومن ناحية أخرى، إن ذوى المستوى العالى فى تحصيل مادة الرياضيات لديهم دافعية عالية نحو تعلمها واستذكارها واتجاهاتهم إيجابية نحو المناهج المدرسية بعامة ونحو منهج الرياضيات بخاصة، ولكن الموهوبين من ذوى صعوبات تعلم الرياضيات قد يكون تحصيلهم الدراسى فى مادة الرياضيات عاديا أو متوسطا، وقد يكون منخفضا، وقد يرسب بعضهم.

ومن ناحية ثالثة، فإن الموهوبين الذين يعانون عجزا فى التعلم (LD)، قد تكون لديهم قدرات وطاقات كامنة عديدة مختفية أو مقنعة.

ومن ناحية رابعة، هناك بعض الأطفال قد تكون اللغة اللفظية عندهم جيدة، إلا أنهم لا يستطيعون التعبير عنها بشكل كتابى (تحريرى) وبالعكس، كذلك فإن الطفل الذى يعانى عجزا جسديا يسبب له عدم الحركة قد يكون انخفاض درجاته فى التحصيل بسبب خبراته الحياتية المحدودة التى ترجع إلى عدم الحركة بسبب العجز الجسدى.

والشئ المدهش والغريب آنياً أن الطفل الموهوب الذى يعانى من صعوبات التعلم غالبا ما يستخدم موهبته فى إخفاء الصعوبة التى يعانيها، وهذا ينتج عنه أن

يظهر كلا الاستثنائين بصورة أقل شدة من حقيقتها، فالصعوبة تبدو أقل لأن الطفل يستخدم موهبته فى إخفائها، وفى الوقت نفسه فإن هذه الصعوبة تؤدى إلى إخفاء الموهبة أو جعلها تظهر أقل كثيرا من حقيقتها. والأدهى من ذلك، أن الطفل الموهوب قد يحقق تفوقا كبيرا فى تحصيله الدراسى، باستثناء تحصيله فى مادة الرياضيات، بحيث يحجب هذا التفوق الدراسى تعثره فى تحصيل مادة الرياضيات، وخاصة إذا استطاع هذا الطفل اجتياز الاختبارات فيها بدرجة عادية، إذ فى هذه الحالة يتم تبرير موقفه بوجود ظروف غير طبيعية واستثنائية حالت دون حصوله على درجات عالية فى مادة الرياضيات، وعلى نفس المستوى المرتفع الذى حققه فى بقية المواد الدراسية.

*** تصنيفات الموهوبين ذوى صعوبات تعلم الرياضيات :**

وفقا لما أشارت إليه البحوث والدراسات المعاصرة، توجد هذه الفئة من الطلاب فى ثلاث مجموعات، هى على النحو التالى:

- المجموعة الأولى :

وتمثل فئة التلاميذ أو الطلاب الذين يسهل التعرف عليهم على أنهم موهوبون لأنهم عاليو التحصيل الدراسى ودرجاتهم فى اختبار ذكاء (IQ) عالية،إلا أنهم بمرور الوقت وكلما كبروا تزداد الفجوة بين أدائهم الفعلى وأدائهم المتوقع منهم، إنهم قد يبهرون معلميهم بقدراتهم اللفظية الشفهية بينما هم فى صورة معاكسة تماما فى الأعمال التحريرية، كما أنهم فى بعض الأوقات قد يكونوا غير منسقين وغير منظمين وينسون، وعندما يصلون لمرحلة التعليم الثانوى حيث تزداد الواجبات والأعمال المنزلية التحريرية وتتسم المقررات بالتجريد وتعتمد على الفهم والتحليل، يكون من الصعب عليهم متابعة الدراسة وتحقيق مستوى تحصيلى دراسى عالى، ويبدو عليهم الإهمال، لذلك فإنهم لا يجتهدون، ولا يثابرون، ولا يصبرون، وبالتالى فإنهم لا يحققون النجاح المأمول منهم. وتتمثل مشكلتهم الحقيقية فى النظر إليهم على أنهم موهوبون ولا يلتفت إلى ما يعانونه من صعوبات التعلم، وقد لا تكون صعوبة التعلم هى السبب الوحيد لانخفاض التحصيل، فقد توجد أسباب عديدة، مثل: ضعف أو جنوح الميول والاهتمامات ودوافع التعلم، أو تكون التوقعات عنهم أكبر من اللازم وغير حقيقية، أو أنهم يعانون من بعض المشكلات النفسية والاجتماعية.

- المجموعة الثانية :

وهى فئة من الصعب اكتشافها أو التعرف على أفرادها، إذ إن سلوكهم خليط من موهبة غير معرفة وصعوبة التعلم غير معرفة أيضا، ومن ثم فمستواهم فى التحصيل الدراسى متوسط، لذلك يبدون وكأنهم عاديون، فلا يلتفت أحد إليهم. إن موهبتهم تخفى صعوبة التعلم لديهم، وهذه الصعوبة تخفى أيضا موهبتهم. ويصبح كل منهما قناعاً يخفى الآخر. ويصعب اكتشاف هؤلاء الطلاب؛ لأنه ليس لديهم سلوك غير عادى (متميز أو موهبة) ظاهر، ولا سلوك غير سوى (عجز أو صعوبة) ظاهرة. إن موهبتهم أو عجزهم يظهران بالصدفة فى بعض المواقف الدراسية، أو حينما يثيرها المعلم داخل الصف بالصدفة، أيضا عندما يستخدم أساليب تدريسية تستلزم تفكيراً ابتكارياً من جانب المتعلم، هنا قد تظهر موهبة هؤلاء الطلاب. ولكن قد يظهر عجزهم واضحاً عندما يدخلون الجامعة. وهكذا، تظهر الموهبة أو العجز فى مراحل متقدمة من المراحل العمرية لهؤلاء الطلاب، أو عند إتباع أساليب عمل تقوم على التفكير والإبداع.

- المجموعة الثالثة :

وهذه الفئة من الطلاب يعرفون بطريقة ذاتية أنهم يعانون من صعوبات أو عجز عن التعلم (LD)، بسبب رسوبهم المتكرر فى مادة الرياضيات أو تحقيقهم درجات منخفضة فيها مقارنة ببقية زملائهم فى الدراسة، ولذلك يشعرون بتعاسة وإحباط، وخاصة عندما تقوم المدرسة بتصنيفهم ضمن ضعيفى التحصيل الدراسى فى مادة الرياضيات، وأيضا عندما ينظر إليهم أولياء أمورهم على أساس ذلك. وتتمثل مشكلة هؤلاء الطلاب فى اهتمام المدرسة وأولياء أمورهم أيضا بنواحى ضعفهم كعاجزين عن التعلم ولا يلتفتون إلى موهبتهم. إن هؤلاء الأطفال الذين يتم اعتبارهم عاجزين عن التعلم فى مادة الرياضيات، قد يكونوا من المبدعين داخل منازلهم، فهم قادرون على بناء أشكال زخرفية جميلة باستخدام المكعبات البلاستيك الملونة، كما يظهرون سلوكا إبتكاريا فى مواقف عديدة تتعلق بالهوايات التى يمارسونها خارج المدرسة. وهذه الأمور تعتبر بمثابة مؤشرات واضحة على قدراتهم الابتكارية العالية مما يضعهم فى منزلة أو مستوى الموهوبين رغم فشلهم الدراسى بالمدرسة. إن هؤلاء الأطفال نجد لديهم حساسية شديدة كما نجدهم من النوع حاد الطبع بسبب صعوبات تعلمهم. وقد يعممون فشلهم فى دراسة مادة الرياضيات على كل المواقف والحالات ومختلف المجالات، وذلك يكون من أسباب فشلهم الدراسى داخل المدرسة، كما يلقى بظلاله القاتمة على اتجاهاتهم وإبداعاتهم داخل المنزل. وهؤلاء غالباً ما ينظر إليهم

المعلم على إنهم ممزقون، لأنهم يهملون عمل واجباتهم المنزلية التى يكلفهم بها، وتنتابهم أحلام يقظة داخل الفصل، ويشكون من صداع دائم ويشعرون بآلام فى المعدة، ويحسون بإحباطات شديدة سريعة الإيقاع، وقد يستخدمون موهبتهم فى تبرير عدم قيامهم بأداء الواجبات المدرسية المنزلية، وغالبا لا تتاح لهؤلاء الطلاب الفرصة داخل المدرسة لإظهار موهبتهم.

وأيا كان موقع الطلاب بالنسبة للمجموعات الثلاثة السابقة فإنهم – فى الغالب الأعم – لا يلقون الرعاية المناسبة لظروفهم باعتبارهم مزدجو الاستثناء (Dual Exceptionality): موهبة عقلية يقابلها عجز عن التعلم، وكنتيجة لذلك تحدث لهم تتابعات وتداعيات اجتماعية وعاطفية ويظلون يواجهون إحباطات تؤثر عليهم أثناء نموهم حتى يصبحوا كبارا راشيدن. ولا يجدون من يقدم لهم المساعدة، ولا ينضمون إلى أية برامج مناسبة للرعاية اللازمة لهم، وتصبح الموهبة التى يمتلكونها غير ذات فائدة لهم ولغيرهم، وذلك يمثل إهداراً بشرياً كبيراً، وعدم استثمار مفجع.

القسم الثالث

الفصل الخامس :

مداخل لتعليم الرياضيات لذوى صعوبات التعلم

الفصل السادس :

حل المشكلات الرياضية لذوى صعوبات تعلم الرياضيات مع أو دون صعوبات فى القراءة.

الفصل السابع :

برامج لعلاج بعض صعوبات تعلم الرياضيات عند التلاميذ الموهوبين.