الفصل الأول

ماهية التفكير الرياضى

* تمهيد.
* التفكير الرياضى.
* التفكير الرياضى فى عصر العولمة بما يتوافق مع منهجية الرياضيات للجميع.
* تدريس مهارات التفكير الرياضى.
* الاعتماد والجودة فى تدريس مهارات التفكير الرياضى.
* مقومات التفكير الرياضى الناقد عند معلمى الرياضيات.

تمهيد:

الرياضيات كمادة دراسية يعكسها منهج محدد، رغم لغتها الرمزية التجريدية، فإنهامتعة للغاية فى تعليمها وتعلمها. فالرياضيات تتميز بالعقلية الخالصة، كما أنها تخاطب الوجدان والمشاعر؛ لأنها - ببساطة - تعكس الظواهر والأحداث من حولها، حيث يمكن وضع أى ظاهرة أو حدث فى نموذج رياضى، ناهيك عن أن الرياضيات تعتمد التفكير منهجا رئيسًا لها فى دراستها، إذ من الصعب جدًا اعتماد تعليم وتعلم الرياضيات على الحفظ والتلقين (ثقافة الذاكرة)، مثلما يحدث فى بعض المواد الدراسية الأخرى. فدراسة الرياضيات فى جميع مستويات ومراحل التعليم تقوم على أساس التفكير من أجل الفهم، كما أن الرياضيات ذاتها تسهم فى اكساب المتعلمين المقومات التى تساعدهم على ممارسة التفكير الصحيح، وذلك يجعلهم يستطيعون مواجهة المشكلات الدراسية والحياتية بسهولة ويسر.

الرياضيات هى المستودع الكبير، الذى يمكن للمتعلمين أن يجلبوا منه الأفكار التى تساعدهم على: التفكير الفعال، وتوصيل الأفكار أو تبادلها مع الآخرين، والقدرة على إعطاء الأحكام، وأخذ القرارات العقلانية المناسبة، وتحقيق الاستنتاجات الصحيحة، وذلك إعتمادًا على التفكير الرياضى، الذى لا يستخدم فقط فى ماد الرياضيات، وإنما ينتقل أثره فى دراسة المواد الأخرى، كما تظهر فاعليته فى حل المشكلات الدراسية والعملية والحياتية على حد سواء.

والحقيقة إذا استطاع المتعلمون السيطرة بنجاح على أساليب التفكير الرياضى، فإنهم يضمنون تحقيق فرص واقعية فى تعلم الرياضيات، كما أن هذه الأساليب تكسبهم قدرات بعينها يمكن استخدامها فى تعلم المواد الدراسية الأخرى، وذلك يؤدى إلى تحقيق النجاح والفلاح فى تعلمهم، لأنهم يفهمون ما يقومون به فهمًا واضحًا جليًا.

إن المردودات الطبيعية المتوقعة من التمكن من طرائق التفكير الرياضى يعمل على

تحسين - وأحيانًا تطوير - قدرات المتعلمين التحليلية، كما يمكنهم من تعلم الحقائق، والمهارات والمفاهيم، والتعميمات، والمبادئ والتراكيب الرياضية، وأيضًا يساعدهم على توضيح تطبيقات الخبرات الرياضية، وعلى تحديد العلاقات التبادلية بين القضايا الرياضية، وعلى تحديد العلاقات التبادلية بين القضايا الرياضية، وعلى ربط الأسباب بمسبباتها وفقًا للأصول التى يجب أن يقوم عليها البرهان الرياضى الصحيح، وعلى حل المشكلات لكون الرياضيات أداة أساسية لنقل الأفكار، ولتوليد قدرات يمكن استخدامها وظيفيًا وإجرائيًا.

وجدير بالذكر أن عملية التفكير الرياضى فى حل المشكلات، تقوم على أساس فهم أبعاد المشكلة، والتعرف على معطياتها، ثم وضع خطة حلها. وكنتيجة لهذه العملية، يستطيع المتعلم أن يغير فى شكل المشكلة، أو يعيد صياغتها من جديد، أو يترجمها من صورة رياضية إلى أخرى،كأن يترجمها من صورة لفظية إلى صورة رمزية، ومن صورة رمزية إلى معادلة ليقوم بحلها. أيضًا تساعد عملية التفكير الرياضى فى حل المشكلات فى فهم دلالات معطيات المسألة الرياضية، وذلك يسهم فى إمكانية أن يصيغ المتعلم تلك المعطيات بكلماته أو لغته الخاصة، أو أن يترجمها من صورة إلى أخرى فى كلمات صحيحة لغويًا، أو أن يفسر ويستنتج بما يتوافق مع المعطيات على أساس علمى سليم.

مادام الأمر كذلك، يمكننا أن نقول أن التفكير الرياضى يتسم بالقوة اللازمة لعمليتى: التعليم من جهة المعلمين والتعلم من جهة المتعلمين، ولذلك من المهم دراسة هذا الموضوع بتفريعاته الكثيرة وتفصيلاته المتعددة.

أولاً: التفكير الرياضى:

من منطلق أن التفكير عملية عقلية، إذا استطاع الإنسان أن يسيطر عليها، يكون قادرًا على التعامل مع الرموز والمفاهيم والقضايا، كما يستطيع إجراء عمليتى التحليل والتركيب، وهذا وذاك يساعدان الإنسان على فهم طبيعة المشكلات وحلها.

وإذا خصصنا الحديث عن الرياضيات، فإنها تعتمد نظامًا للتفكير، يتميز عن باقى

الأنظمة الأخرى التى تقوم على أساسها العلوم المختلفة، ولذلك يمكن وصف الرياضيات بأنها العلم الذى يسمح للإنسان بممارسة أقصى درجات التفكير وإدراك العلاقات والبرهان والاستنتاج.

ويرجع ذلك إلى طبيعة مادة الرياضيات، فهى بنائية التركيب تقوم على التراكم المعرفى، حيث تعتمد أى خطوة فى هذا البناء على خطوات سابقة، وتمثل فى الوقت نفسه الأساس لخطوات لاحقة، وذلك يسمح باستنتاج أكثر من نتيجة منطقية لنفس المقدمات المعطاة.

أيضًا تتميز بنية الرياضيات بأنها استدلالية مرنة، مما ساعد فى تنظيم محتواها، من الكليات إلى الجزئيات، أو من الجزئيات إلى الكليات.

وتتميز لغة الرياضيات بالوضوح والصرامة العقلية والدقة والإيجاز فى التعبير، وذلك يعمل على وضوح الأفكار، وتوجيه التفكير فى مسارات صحيحة. ولما كانت الرياضيات فى أساسها تقوم على إثبات صحة قانون، أو برهان نظرية، أو حل مسألة، فإنها تكون غنية بالمواقف التى تمثل مشكلات تتطلب حلولا نظرية لها، وأحيانًا تفرض على الدارسين لها، البحث عن التطبيقات العملية والإجرائية لحلول تلك المشكلات، وبذلك يتدرب المتعلمون على إدراك العلاقات بين العناصر الرياضية، كما يمتلكون بصيرة رياضية وفهمًا عميقا لطبيعة الرياضيات ذاتها. من هنا، تكون الرياضيات على علاقة وثيقة بمهارات التفكير من حيث كونها: تنطوى على تركيب الأفكار، وتنظيم المعلومات وترتيبها، والنظر إلى المفاهيم الرياضية نظرة فاحصة مدققة، وتقديم حلول صحيحة أو براهين دقيقة لا تعتريها أية ثغرات منطقية، ولذلك فإن العلاقة التى تربط بين التفكير والرياضيات علاقة منظومية تبادلية التأثير، ويمكن أن نسميها بالتفكير الرياضى.

وتوجد **تعاريف** عديدة لمصطلح التفكير الرياضى، منها ما يلى:

* القدرة على حل المشكلات الرياضية.

* أسلوب تفكير خاص بدراسة الرياضيات، ويشتمل على عدة مهارات، مثل:

الاستقراء، والاستدلال، وحل المشكلة، ..إلخ.

* نشاط عقلى خاص بدراسة الرياضيات، يهدف حل المشكلات باستخدام مهارات بعينها من التفكير الرياضى، وفق ما يتطلبه الموقف.

* أسلوب يستخدمه الفرد عندما يواجه موقفًا مشكلا يحاول خلاله الوصول إلى هدف معين، ويدفعه لتحقيق ذلك وجود حافز لديه، ولكن بسبب العوائق التى تعترض سبيله، لا يستطيع استخدام معلوماته أو خبراته السابقة فى التغلب على تلك العوائق، فيضطر إلى تحليل المشكلة، ويحاول الربط بين المعطيات والمطلوب، إلى أن يحقق الحل المستهدف.

* دعامة رئيسة لها أهمية قصوى فى المحاكمات الرياضية وحل المسائل والبرهان الرياضى، ولا يمكن الاستغناء عنها فى عملية اكتساب المعرفة وحل المشكلات، ولذلك يعكس التفكير الرياضى تفكيرًا بشريًا فاعلاً يكتسبه المتعلم بشكل تراكمى من خلال دراسته لموضوعات الرياضيات.

* مجموعة من العمليات العقلية التى تتمحور حول مشكلات رياضية محددة، والتى تهدف إنتاج أفكار تستخدم كوسيلة أو كإستراتيجية لحل تلك المشكلات.

* قدرة المتعلم على التفكير من أجل فهم وتحليل جميع جوانب المسألة الرياضية، فيساعده ذلك فى تقديم حلول نمطية أو إبداعية لتلك المسألة، على أساس ما يمتلكه من قدرات عقلية وإمكانات ذهنية. وفى هذه الحالة، يلازم التفكير الرياضى المكتسب الفرد طيلة حياته، ويكون بمثابة خبرة حياته ودراسية تترسب فى أعمق أعماقه، بحيث يستطيع استدعاءها وقتما يشاء.

وينقسم التفكير الرياضى إلى مستويين، هما:

* مستوى الاستيعاب: وينقسم إلى ثلاث مستويات فرعية، هى: الترجمة والتفسير والاستكمال.

* مستوى القدرات العقلية العليا، وينقسم إلى مجموعة مستويات فرعية متعددة، منها: الإستقراء، والاستدلال، والقياس، والتعميم، والاستنتاج، والتعبير بالرموز، والمنطق الشكلى أو الصورى، والبرهان الرياضى، وحل المشكلات.

ويمكن تعريف تلك المستويات الفرعية، على النحو التالى:

- الاستقراء Induction:

ويقصد به الوصول إلى نتيجة ما من بعض المشاهدات أو الملاحظات أو الأمثلة الخاصة.

- الاستدلال:

استنتاج ناضج ولازم لاثبات صحة عبارة أو نظرية أو قانون، ويمكن التعبير عنه فى تتابع من العبارات المركبة التى ترتبط بروابط منطقية، بحيث تكون كل عبارة هى الاساس لصحة العبارة التالية.

- القياس:

ويتمثل فى مطابقة موقف جديد بموقف سابق ثبت صحته، أو قبول قضية ما قياسًا على صحة قضية أخرى مشابهة.

- التعميم Generalization:

استنتاج يمكن مقارنته بالاستنتاج الذى هو أساس العلوم الفيزيقية. وبمعنى آخر، تكون صحة الاستنتاجات الرياضية لها نفس طبيعة تعميمات التجارب فى العلوم المعملية.

- الإستنباط أو الاستنتاج Deduction:

ويقصد به الوصول إلى نتيجة خاصة إعتماداً على مبدأ عام، أو هو تطبيق القاعدة العامة على حالة خاصة من الحالات التى تنطبق عليها القاعدة.

- التعبير بالرموز Symbolism:

ويقصد به إستخدام الرموز للتعبير عن الأفكار الرياضية أو المعطيات اللفظية.

- إدراك العلاقات:

ويقصد بها القدرة على استخلاص علاقات أو معلومات جديدة لم يسبق دراستها، ولكن أمكن التنبؤ بها من العلاقات والمعلومات المعطاة.

- البرهان الر ياضى Mathematical Proof:

يقصد به الدليل أو الحجة لبيان أن صحة عبارة ما تنبع من صحة عبارات سابقة لها، أو هو سلسلة من العبارات لبيان صحة نتيجة ما عن طريق الاستدلال والمنطق وتقديم الدليل استناداً إلى نظرية أو مسلمة سابقة، أو هو عبارة عن معالجة لفظية أورمزية تتمثل فى تتابع من العبارات بحيث تستنبط كل عبارة منها من سابقتها استناداً إلى شواهد معترف بصحتها واستنباطًا بأساليب يقرها المنطق.

وتشير **طبيعة** التفكير الرياضى - وفقًا لرؤية **بلانك** Le Blanc (١٩٨٥) - إلى وجود وجهتى نظر، هما:

* يختلف التفكير الرياضى عن سائر أنماط التفكير الأخرى، لأنه يشتمل على مصطلحات محددة تحديداً دقيقًا، من حيث العلاقات التى تربط بين الأعداد والرموز والمفاهيم التى يمكن تمثيلها بيانيا أو رمزيا.
* يعتمد التفكير الرياضى على أنشطة عقلية يجب اتباعها والأخذ بها فى تدريس الرياضيات، لتنمية هذا النوع من التفكير، حيث يتمثل أهم هذه الأنشطة، فى الآتى:
  - التركيز على إجراءات بعينها تساعد فى تحقيق النتائج المعنية.
  - اكتشاف النمط الذى تنتظم أو تتمحور حوله المعلومات.
  - استخدام الأساليب والطرائق التى تساعد فى حل المشكلات.
  - تطبيق المنهج الاستقرائى فى تكوين العلاقات التى تربط بين متغيرات المشكلة الرياضية.
  - استخدام المنطق الشكلى فى تكوين وتركيب واستنتاج العلاقات الر ياضية.

ونظرًا لأهمية وقوة التفكير الرياضى، يوصى المجلس القومى لمعلمى الرياضيات National Coucil of Teachers of Mathematics (NCTM:2000, 2003) بأهمية وضرورة إثارة فكر المتعلم وتنمية قدراته التفكيرية، بما يكفل تحقيق: (١) تنمية قدرة المتعلم على حل المشكلات، (٢) اكتشاف التعميمات والعلاقات الرياضية، والربط بينها لإنتاج تركيبات رياضية جديدة، (٣) استخدام أنواع متعددة من الاستدلال وطرق البرهان، (٤) استخدام لغة الرياضيات والمنطق للتعبير عن الأفكار والقضايا الرياضية بطريقة دقيقة، (٥) إبتداع تمثيلات ونماذج رياضية.

ولأن العلاقة مزدوجة بين التفكير والفهم، يجب تبنى طرق استخدام التفكير الرياضى ضمن طرق فهم وتعلم الرياضيات فى المرحلة الإبتدائية، مع مراعاة أن تنمية التفكير الرياضى تسهم فى تحسين مستوى أداء المهارات الرياضية الأساسية عند المتعلمين، وكذا تنمية قدراتهم على التحليل والبناء والتركيب.

والسؤال:

ما دور معلم الرياضيات فى تنمية تفكير الطلاب الرياضى؟

معلم الرياضيات هو الأساس القوى الذى يمكن الإرتكان عليه لضمان نجاح برامج تنمية التفكير الرياضى، فهو المحفز والمثير والموجه والمرشد والميسر لتعليم التفكير الرياضى، ولذلك يجب أن يكون مدركا لأبعاد ومستويات البنية الرياضية، وأن يكون فاهما للمقصود من تعليم الرياضيات، من حيث الأهداف الصريحة والخفية التى يجب تحقيقها من وراء تدريس الرياضيات، وأيضًا من حيث طرائق التدريس وأساليب التقويم التى يجب اتباعها فى المواقف التدريسية.

وبعامة يتجلى الدور المهم لمعلم الرياضيات فى تنمية التفكير الرياضى عند المتعلمين، عندما يتمكن شخصيًا من مهارات التفكير الرياضى، وعندما يسعى دومًا إلى مشاركة المتعلمين فى صياغة وترجمة وحل المسائل الرياضية، وعندما يعمل على تنمية قدراتهم على صنع القرار بالنسبة للأساليب التى يجب اتباعها فيما يختص باستراتيجيات حلول المشكلات الرياضية.

ثانيا: التفكير الرياضى فى عصر العولمة بما يتوافق مع منهجية الرياضيات للجميع:

على الرغم من إننا نعيش مجتمع المعرفة فى عصر العولمة، حيث يشهد العالم تدفقًا معرفيًا بلا حدود، فإن إفرازات هذا العصر لا تقتصر فقط على الجانب النظرى ممثلا فى الحقائق والتراكيب والنظريات، وإنما يصاحب ذلك ويواكبه فى الوقت نفسه، ظهور فيض هائل ورهيب من المستحدثات التقنية المعاصرة، ومن المخترعات العملية الحديثة، وجميعها تعتمد - بدرجة كبيرة ومباشرة - على النظريات الرياضية فى تصميمها وتحقيقها إجرائيا.

وإذا دققنا النظر فى المستحدثات والإختراعات التى تقوم على أساس النظريات العلمية فى مجالات أخرى غير مجال الرياضيات، نجد أن تلك النظريات تعتمد بدورها أو بطريقة مباشرة على مادة الرياضيات، وبذلك تكون الرياضيات القاسم المشترك الأعظم بالنسبة للظهور المعرفى أو العلمى فى عصر العولمة.

وإذا أردنا الحديث فى مجال الكمبيوتر وإنترنت بالنسبة لدورهما العلمى أو العملى أو الترويجى أو البحثى.. إلخ، فإن الحديث يمتد إلى آفاق بلا حدود، بحيث يصعب مجرد تحديد عناوين أو رءوس موضوعات لتلك الأدوار، التى تعتمد على القوانين والنظريات الرياضية. فعلى سبيل المثال: النمذجة، ودالة النمو الأسية، والمحاسبة، ونظرية المباريات، ..إلخ، تعتمد فى تصميم وتطبيق برامجها على الرياضيات.

وإذا تغلغلنا وتعمقنا فى دراسة الاستخدام الوظيفى للرياضيات فى عصر العولمة، لوجدنا أن هذا الاستخدام له دلالة واضحة وقاطعة، يظهر بصورة مباشرة فى تعدد وظائفها. ومن ناحية أخرى، قد يستطيع الفرد أن يتعلم جميع لغات العالم، ولكنه يقف عاجزًا أمام السيطرة على القوانين والنظريات والنماذج الرياضية المعروفة الآن، فإنجاز ذلك لمسايرة النمو الذى يحدث فى الرياضيات، يستوجب أن يقرأ الفرد بإمعان واتقان يوميًا عدة بحوث علمية رفيعة المستوى، ومزدحمة بتفصيلات فنية، وذات طول وصعوبة لا يستهان بهما، وذلك فوق طاقة أى إنسان.

وأيضًا على مستوى آخر من الحديث حول التفكير الرياضى فى عصر العولمة، نقول:

إن جمال الرياضيات وقوتها شرعت لمنهجية «الرياضيات للجميع»، وجعلتها عرفًا شائعًا يعتد به، ويستفيد منه الجميع بلا إستثناء، فالرياضيات كانت سلمًا للفكر الصوفى، وما تزال أساسًا للفكر العقلانى، فى مسيرة ارتقاء الإنسان، لأنها تعد أكثر العلوم احكامًا ودقة وأعمقها فكرًا، لأنها كانت ولا تزال - حتى وقتنا هذا - تمثل جزءً أساسيًا من التأمل النظرى الإنسانى. إن الاكتشافات العديدة والحديثة التى يحققها الرياضيون، تتجلى فى معالجة وحل مشكلات لم تكن تخطر على البال، حيث كانت تعتبر غير رياضية من قبل وفيما مضى. وعلى أساس أن **النمط** بمعناه الواسع يشمل تقريبا أى نوع من الانتظام يمكن للعقل أن يميزه أو يدركه، يمكن **تعريف الرياضيات** بأنها تصنيف ودراسة جميع الأنماط. وكمثال: قد يتكرر نمط بعينه فى الطبيعة، حيث يظهر فى مجالات: الجاذبية والضوء والصوت والحرارة والمغناطيسية والكهرباء الاستاتيكية والتيارات الكهربية والاشعاعات الكهرومغناطيسية والأمواج فى البحار وتحليق الطائرات وذبذبة الأجسام المرنة وميكانيكا الذرة، وذلك يوضح إننا أمام مفهوم رياضى واحد له أكثر من تطبيق فيزيائى، حيث يؤكد هذا المفهوم قوة الرياضيات التى تتجلى فى تطبيقاتها المتعددة فى مجالات كثيرة، كما يُظهر هذا المفهوم جمال الرياضيات حيث التماثل والترتيب، وأحيانا إعادة الترتيب. ولأن الرياضيات رائعة فى قوتها، وواضحة فى أنساقها الجمالية، فإنه تكون مقصد ومبتغى الجميع بلا استثناء، كلٍ حسب تخصصه، وحسب احتياجه من قوانينها ونظرياتها وتراكيبها.

«الرياضيات للجميع» كمنهجية أو كمبدأ تم إقراره، لم يتحقق على أساس اعتباطى، وإنما إنبثق من الدلالات الصريحة والخفية لقوة الرياضيات وجمالها، وذلك يظهر واضحًا جليًا عند الحديث عن التعميم والبساطة، إذ أن تعميم نتيجة ما يجعلها أكثر فائدة وأكثر بساطة؛ لأن النتائج الأقوى تكون أسهل فى تعلمها عن تلك الأضعف منها. فالرياضيات عندما تتناول أو تتطرق إلى مشكلة بعينها بالبحث

والدراسة، تهمل وتحذف المعلومات التى لا داعى لها، لتبقى فقط الحقائق الأساسية اللازمة لحل تلك المشكلة. وفى المقابل، نجحت منهجية «الرياضيات للجميع»؛ لأنها أدركت وتبنت أسمى ما فى الرياضيات من معانى عملية ومفاهيم وظيفية، كما أيقنت هذه المنهجية أنه من الصعب أو من النادر أن تذكر أو تتضمن أية نظرية رياضية عامة شيئًا معقدًا أو مركبًا دون الحاجة إليه فى إثباتها، حتى لا يتحول انتباه الفرد عن الحقائق المهمة التى تقوم عليها النظرية.

وإذا كنا فى الحديث السابق قد تطرقنا إلى الرياضيات فى مجتمع المعرفة فى عصر العولمة، وتحدثنا عن العلاقة البينية بين: قوة وجمال الرياضيات من جهة، ومنهجية الرياضيات للجميع من جهة أخرى، فإن الحديث السابق، يدعونا إلى طرح السؤال المهم: ما علاقة ما تقدم بالتفكير الرياضى؟

إن التفكير الرياضى يطل علينا بشدة وقوة وإلحاح، طالما حديثنا يدور فى فلك منهجية: الرياضيات للجميع، إذ من الصعب (وأحيانا من المستحيل) أن يكون للحديث أهمية تذكر للفرد، أو يمكنه فهم شتى جوانبه، دون أن يكون متمكنا من التفكير الرياضى، وفاهما لأسسه وقواعده. فالتفكير الرياضى بالنسبة لدارسى مادة الرياضيات يمثل سمة عصر العولمة، الذى يسمى أحيانا بعصر الكمبيوتر وإنترنت، والذى قد يطلق عليه صراحة بعصر التفكير لارتباطه المباشر بالتكنولوجيا المتقدمة.

وأيا كان مسمى عصرنا هذا، فمن الصعب فك الارتباط والتشابك بين الرياضيات كمدخل أو أسلوب أو منهجية لتعلم الرياضيات كبناء وتركيب، والتفكير الرياضى كمدخل أو أسلوب أو منهجية لتعلم الرياضيات ذاتها. وليس أدل على ذلك من أن الصيغ الرياضية الجيدة لها قدرة عجيبة وإمكانية رائعة على تجميع الأشياء والمفاهيم المتباعدة تحت سقف واحد، لأنه كلما زاد حجم التعميم، زادت السهولة والبساطة والربط بين الأحداث، سواء أكانت نظرية (مثل: القوانين الرياضية)، أم كانت تطبيقية (مثل: توظيف الرياضيات فى استنتاج بعض القوانين الطبيعية، أو فى الحكم على ظاهرة اجتماعية أو نفسية)، أم كانت حياتية (مثل: استخدام الرياضيات فى بعض المشكلات أو المعضلات المعيشية التى يواجهها الإنسان فى حياته اليومية).

من جهة قوة الرياضيات، ظهرت أهمية غالبية نتائج الصور أو الصياغات الرياضية بعد اكتشافها بزمن بعيد. أما من ناحية جمال الرياضيات، فإن كثيراً من النظريات الرياضية بالغة الجمال، والتى يعتز بها الرياضيون أنفسهم بسبب أهميتها الخاصة لذواتهم ولأنفسهم، ظهرت قبل كل شىء فى مجال علم الفيزياء. والمهم فى هذا الشأن أن التفكير الرياضى هو الأساس والسند والركيزة لإنطلاق الرياضيات إنطلاقًا بلا حدود، فيما يختص ويرتبط بقوتها وجمالها. وعلينا أن نتصور عملاً آليا نمطيًا فى مجال الرياضيات كعلم، أو الرياضيات كمنهج، دون أن يلازمه تفكيراً رياضيًا رصينا، فإن النتيجة النهائية لهذا العمل من المتوقع أن يشوبها الخطأ وعدم السلامة، وأيضًا من المفروض أن تفتقر نتيجة هذا العمل إلى الإبداع، وهو ما يعطى للرياضيات قوتها وجمالها الحقيقيين.

أيضًا، من خلال التفكير الرياضى، يستطيع الرياضى اكتشاف أن شيئين كانا يعتبران من قبل مختلفين تماما، هما متطابقان من الناحية الرياضية، وهذا الأمر يسعد الرياضى كثيراً، ويجعله يشعر بالنشوة والانتصار. كذلك، عندما يتبع الرياضى التفكير الرياضى، ويأخذ به فى دراسته لبعض الأنماط الرياضية، فإنه لا يشبع فقط رغبته الخاصة فى النظر بعمق للكيفية التى يسير بها الكون، وإنما يأمل أن يكون لعمله فائدة تعود بالخير والرجاء على الأجيال الحالية بعامة، وعلى الأجيال القادمة بخاصة.

جدير بالذكر أن الرياضى لا يستنزف قدراته التفكيرية الذهنية فى دراسة مشكلات ظهرت من قبل، وتم حسمها وتحقيق حلولها، وإنما يوجه تفكيره الرياضى دومًا للمشكلات التى يحتمل ظهورها مستقبلاً، ولذلك فإنه عندما يتطرق إلى مشكلة حالية قائمة، يضع فى اعتباره ونصب عينيه أن حله لهذه المشكلة، قد يقوده إلى وضع أساس قوى لنظرية رياضية جديدة. إن بصيرة الرياضى التى تظهر بوضوح خلال تفكيره الرياضى، تقوده إلى اكتشاف كل جديد فى مجال البحث العلمى الرياضى، وإلى إدراك الحدود الفاصلة بين المهم والأهم، وإلى توقع ما قد يثبت عدم أهميته، أو ما قد يبدو غريبًا، وذلك من خلال حسه أو فكره الرياضى، فيركز جل

تفكيره الرياضى على الأفكار الضرورية، ويتجنب الأفكار التى تستهلك قدراته العقلية من أجل الوصول إلى سراب.

ومن منطلق أن التفكير بشكل عام عملية أو سلسلة من العمليات العقلية يعمل العقل البشرى بواسطتها على اختزان وتذكر المعرفة المكتسبة. وتحتل عملية التفكير مكانة مهمة فى المناهج المدرسية، التى تهدف تعلم الفرد طرق التفكير التى تمكنه من التكيف مع المجتمع الذى يعيش فيه، وحل المشكلات التى تواجهه فى الحياة سواء داخل المدرسة وخارجها. أما التفكير الرياضى، فهو التفكير المصاحب للفرد فى مواجهة المشكلات والمسائل الرياضية فى محاولة حلها، والذى تحدده اعتبارات عديدة تتعلق بالعمليات العقلية التى تتكون منها عملية الحل، والذى توضح معالمه العمليات المنطقية التى تتكون منها عملية الحل، وأيضا الذى تبرزه العمليات المنطقية التى تتكون منها عملية حل مسائل مختلفة الأنواع، والعمليات المنطقية التى يجب أن تستخدم لإجابة سؤال المشكلة أو المسألة الرياضية.

والتفكير الرياضى يُعرف بالتفكير **الراقى**؛ لأن بيئة تعلم الرياضيات تساعد الطلاب على الاكتشاف والاختراع والابتكار وتحقيق حلول إبداعية غير مألوفة. ووفقا لما جاء فى الأدبيات التربوية، يمكن إجمال أساليب التفكير فى ستة عشرة أسلوبا، هى: التفكير الاستقرائى، والتفكير الاستنباطى، والتفكير الناقد، والتفكير الاستدلالى، والتفكير التجريدى، والتفكير التأملى، والتفكير الرمزى، والتفكير العلاقى، والتفكير الاحتمالى، والتفكير الإبداعى، والتفكير المنطقى، والتعميم، والتفكير فى حل المشكلة، والبرهان الرياضى، والمنطق الشكلى، والإدراك المكانى والتصور البصرى.

ولأن **التدريس** عملية إبداعية، فإن دوره فى غاية الأهمية فى تعليم التفكير الرياضى فى عصر العولمة، إذ عن طريقة يمكن تحديد المقومات التى تتوافق مع منهجية: الرياضيات للجميع. وأهم هذه المقومات، هى: الاهتمام بالتخمينات والاحتمالات والتصورات اللازمة لحل المسائل الرياضية، واستخدام التمثيل الرمزى

للمشكلات الرياضية، وجعل الطالب يصف تفكيره الرياضى خطوة بخطوة، وقبول الحلول الصحيحة، واستخدام استراتيجيات متنوعة ومناسبة لمرحلة نمو الطالب، والربط بين المفاهيم الرياضية وتطبيقاتها الحياتية، وخلق جو تعليمى جيد داخل الفصل، وإستمرار عملية التقويم لتوجيه عملية التدريس فى جميع مراحلها، وإعطاء الفرصة للمستويات المختلفة لتفكير الطلاب، وممارسة التأمل المستمر بما يساعد على التفكير المنظم، وتحدى قدرات الطلاب عن طريق استخدام الاسئلة الإبداعية، وتوجيه أسئلة تعمل على تركيز انتباه الطلاب حول المشكلة موضوع الدرس، وتشجيع الطلاب على حل المسائل بأساليب إبداعية بأكثر من طريقة.

إن المقومات آنفة الذكر يجب أن تؤكدها وتتبناها منهجية الرياضيات للجميع، ليكون الفرد متفاعلاً، ومتأملاً، ومنتبهًا، ومبدعًا، ومفكرًا، ومشاركًا، ومنظمًا؛ لأن هذه المقومات هى الأساس القوى ليستطيع المتعلم أن يتبع أسلوب التفكير الرياضى فى دراسة وتعلم الرياضيات، وهذا هو الهدف الأسمى والنبيل لتعليم الرياضيات فى عصر العولمة.

ثالثًا: تدريس مهارات التفكير الرياضى:

يمكن تحقيق تدريس مهارات التفكير الرياضى من خلال تحقيق المهام التالية:

* أن يستخدم المعلم منهجية إلقاء الأسئلة على الطلاب، التى تساعدهم على التفكير فى الحل على أساس صحيح، فيطرح على نفسه نماذج من الأسئلة، مثل: من أين أبدأ؟ ماذا أفعل؟ ما المردودات التربوية لأساليب التدريس التى أتبعها؟ وتحدد إجابة السؤال الأول نقطة البدء والإنطلاق فى عملية التفكير، وتحدد إجابة السؤال الثانى الخطة التى يتم اتباعها فى التفكير، وتحدد إجابة السؤال الثالث أساليب التقويم التى يجب تطبيقها لمعرفة نتائج التفكير بالنسبة لحلول المسائل والمشكلات، حيث تتضمن تلك الأساليب أسئلة: المقارنة والعلاقية والتفسيرية والاستقرائية والاستنباطية.. إلخ.

* أن يستخدم المعلم إستراتيجيات تدريس متنوعة، كأن يستخدم إستراتيجية

الاستقراء عندما يتطلب الموقف التدريسى الوصول إلى تعميمات (قاعدة - نظرية - قانون)، أو يستخدم إستراتيجية القياس للتفكير فى حالات خاصة (حل المسائل والتمارين). المهم هنا أن تكون الاستراتيجية المستخدمة مناسبة لمرحلة نمو الطالب، ليستطيع أن يفهم ويدرك ما يقوله المعلم.

* أن يتيح المعلم الفرص المناسبة ليصف الطالب الخطوات التى قام بها، والتى تعبر عن مسارات تفكيره الرياضى، وبذلك يستطيع المعلم أن يتتبع هذه المسارات، ويصححها كلما استدعى الموقف التعلمى ذلك.

* أن ترتبط الألفاظ والتعبيرات المتداولة فى الموقف التدريسى بمهارات التفكير وعملياته، وأن تناسب حصيلة المتعلم اللغوية، وأن تثير دوافع المتعلم الكامنة، وأن تعبر عن شخصية المعلم السوية المهذبة.

* أن تهتم أساليب التقويم التى يطبقها المعلم بعمليات التفكير التى يقوم بها المتعلم، وأحيانا تتحداها قليلا لتصل إلى المستوى الأولى للعمليات التفكيرية العليا (التفكير فوق المعرفى).

* أن يوفر المعلم الفرص المواتية، التى يستطيع عن طريقها قياس قدرة الطالب على التفاعل مع زملائه الآخرين، ومع مواقف التدريس الجديدة.

إن السلوكيات والأنشطة السابقة تعكس ممارسات تعليمية تعلمية متقدمة يغلب عليها طابع تحليل البيانات ومعالجة المعلومات، وذلك يخالف تماما، ويكون على طرف نقيض من النمط التقليدى الذى يقوم على أساس: التلقين من قبل المعلم والحفظ من قبل المتعلم. فالسلوكيات والأنشطة السابقة بمثابة أساسيات لتحقيق التفاعل الصفى فى المواقف التدريسية، ولتأكيد العلاقات البينشخصية بين المتعلمين بعضهم البعض، وبينهم والمعلمين؛ لأن تحقيق تلك السلوكيات والأنشطة لا تعتمد على منهجية ثقافة الذاكرة، حيث يقوم المعلم بنقل المعلومات من ذهنه، ليستقبلها المتعلم ثم يخزنها فى ذهنه، ناهيك عن أن السلوكيات والأنشطة آنفة الذكر لها دورها

الفاعل فى تنمية مظاهر التفكير الرياضى عند المتعلمين من جهة، وفى تأكيد قوة التفكير فى الممارسات الصفية واللاصفية، وفى إثراء الأنشطة المنهجية واللامنهجية.

ولكى يكون معلم الرياضيات فعالا فى تفكيره، ويستطيع فى الوقت نفسه أن ينقل أثر ذلك إيجابًا على المتعلمين، يجب تحسين مستوى إعداده. وتدريبه على أسس علمية تضمن إكسابه مقومات التفكير: المعرفى وفوق المعرفى بدرجة لائقة جداً، على أن يتاح له الفرص العملية والتدريسية التى يطبق فيها ذلك التفكير، ليتأكد من قدرته على تفعيل المقومات التى اكتسبها بالفعل. إن عدم إمتلاك المعلم لمهارات تدريس التفكير من جهة، وقصور برامج وتأهيل وتدريب المعلم على التمكن من أساليب التفكير الرياضى من جهة أخرى، لهى من المعوقات الحقيقية، ليس فقط بالنسبة لتدريس التفكير، بل أيضا بالنسبة لتعليم الرياضيات ذاتها.

وعلى صعيد آخر، أحدث الانفجار المعلوماتى - فى وقتنا هذا - فجوة عميقة فى برامج إعداد المعلم (أكاديميا وتربويا ومهنيا)، وذلك يتطلب تنفيذ برامج تدريب مستمرة، ليستطيع المعلم أن يلحق بالتطورات والتغيرات المستمرة فى المجال التربوى، على أن تؤكد هذه البرامج أهمية التفكير الرياضى بالنسبة للمعلمين والمتعلمين على حد سواء، لدوره الحيوى والجوهرى فى إعداد المعلمين والمتعلمين أقوياء العقول، ممن لديهم العزيمة والإصرار على الأداء على مستوى التمكن والكفاية العالية.

بعامة، إن ممارسات وأداءات المعلم الصفية لها تأثيرها المباشر فى تعليم الطلاب، إذ يؤثر سلوك المعلم على تحصيل الطلاب من جهة، وعلى أمور أخرى غاية فى الأهمية، مثل: مفهوم الذات وتقديرها، إقامة العلاقات الاجتماعية التى تعتمد منهجية التعامل مع الآخر من منطلق الاحترام المتبادل، اكتساب قدرات ومهارات التفكير من جهة أخرى.

ولكى تكون ممارسات وأداءات المعلم فاعلة بالنسبة لتدريس مهارات التفكير الرياضى بهدف تنميتها، ينبغى أن يمتلك - كما قلنا من قبل - مهارات توجيه الأسئلة Questioning، على أساس أنها تساعد فى جمع البيانات، كما أن معالجتها

ومحاولة الإجابة عنها تبين المعنى المقصود للعلاقات التى يتم الاستفسار عنها، كما تتيح إمكانية معرفة مواقف تعلمية جديدة ومتباينة بالنسبة للمتعلمين. ولتحقق الأسئلة الصفية الأهداف المرجوة آنفة الذكر، يجب أن يحرص المعلم على بنائها على أساس السبر، فالأسئلة السابرة - من خلال الحوار الذى يتم بين المعلم والمتعلم - تساعد المتعلم على تحقيق الإجابة الصحيحة بنفسه. وإذا كان توجيه الأسئلة يمثل منطلق دور المعلم فى تنمية التفكير الرياضى، فإن أهم الخطوات اللاحقة للخطوة السابقة، تتمثل فى الآتى:

*** تهيئة المتعلمين لبناء الفصل Structuring:**

يجب تهيئة المتعلمين للتفاعل الصفى على المستويين: الفردى والجمعى، وتنظيم مواد وأدوات التعليم المتاحة (تكنولوجيا التعليم)، وتحديد أدوار المتعلمين ليدرك كل منهم الحيز أو النطاق الذى يجب يتحرك فيه، وتأكيد أن هدف التعليم الأسمى هو اكتساب القدرة على التفكير.

*** الاستجابة Responding الصريحة لتساؤلات ومتطلبات المتعلمين:**

عندما يحرص المعلم على الاستجابة لتساؤلات المتعلمين ومتطلباتهم، فى حدود ما يدرسونه، وعلى أساس الأحكام الاجتماعية اللائقة، فذلك يساعد على تنمية وعى المتعلمين بعمليات التفكير، وعلى معرفة كيفية اكتسابها.

*** المعلم كنموذج Modeling:**

عندما يمتلك المعلم مقومات السلوك المعرفى التى تظهر واضحة جلية فى ممارسات الحياة اليومية، وفى أدوات التدريس، فإنه يكون نموذجًا معرفيًا، فيحاول المتعلمون الاهتداء بسلوكه داخل الفصل وخارجه.

*** إتاحة الفرصة للمناقشة والتعبير:**

من الأساسيات التى يجب أن يأخذها المعلم فى إعتباره، إذا أراد ينمى تفكير المتعلمين الرياضى، أن يشجعهم على المناقشة وإقامة الحوار فيما بينهم من جهة،

ومعه من جهة أخرى. إن تحويل الفصل الدراسى إلى قاعدة مداولات حرة، يساعد المتعلمين على تحليل المواقف وفحص البدائل واتخاذ القرارات.

*** إعطاء وقت كاف للتفكير:**

لا يتطلب التفكير فى إجابة سؤال الرد الفورى عليه، لأنه ذلك يعنى أن السؤال، إما أنه سهل وبسيط، أو أنه يقع فى نطاق الخبرات المباشرة للمتعلم.

إن الإجابة عن أى سؤال، أو الاستفسار عن أى موضوع، أو القيام بأى عملية تعليمية، ..إلخ، يجب أن تكون بمثابة إجراءات تتحدى ذكاء المتعلمين، وتتطلب التفكير فيها مليًا وبجدية، لذلك من المهم أن يعطى المعلم وقتًا كافيًا للتفكير فى المهمات أو النشاطات التعلمية، وأن يحفز المتعلمين للمشاركة العقلانية المتأنية، وأن يعمل على توفير بيئة تربوية تساعد على التفكير.

*** ممارسة التعلم النشط:**

يقوم التعلم النشط على أساس تحقيق ممارسات بعينها، مثل: الملاحظة والمقارنة والتصنيف والتفسير وفحص البدائل والبحث عن افتراضات جديدة والعمل على حل مشكلات حقيقية، ودون ذلك تتحول مواقف التعليم والتعلم إلى مواقف نمطية، تقوم على ثقافة الذاكرة، التى لا تسهم كثيراً فى تنمية تفكير المتعلمين.

والسؤال:

ما إمكانية تدريس التفكير؟

من السهل تحقيق هذا الهدف، إذا تم تصميم المواقف التدريسية على أساس قيام المعلم بعمليات البحث والاستقصاء والاستكشاف والتحليل، وأيضًا إذا أخذ المعلم فى حساباته السبل الكفيلة لنقل أثر العمليات السابقة على تفكير المتعلمين.

ومن الاعتبارات المهمة التى تساعد على تدريس التفكير، ما يلى:

- مشاركة التلاميذ الفعالة فى المواقف التى تتطلب تشغيل آلياتهم الذهنية، بهدف فحص وتحليل تلك المواقف.

- إمتلاك المعلم إمكانات ومهارات التدريس الفعال.

- قيام المواقف التدريسيةعلى أساس مشكلات عملية وحياتية يتطلب حلها التفكير غير النمطى (التفكير الأحادى).

- البعد عن أساليب التلقين والحفظ فى التدريس، وإعتماد أسلوب المناقشة والحوار، لتحويل الفصل الدراسى إلى قاعدة مداولات وإصدار أحكام.

- عدم تمحور عملية التقويم حول الجانب المعرفى التحصيلى فقط، وإنما بجانب ذلك يجب الاهتمام بأساليب التقويم التى تهتم بالتفكير فوق المعرفى، والتى تقيس القدرة على التفاعل الحيوى والجوهرى مع المواقف الجديدة.

- ربط تدريس المعلومات الجديدة بالخبرات السابقة، على أن تكون هذه وتلك منطلقات أساسية لتحقيق عمليات معرفية لم يعرفها المتعلم من قبل.

- استخدام أسئلة السبر غير المباشر، التى يستطيع المعلم - إن استخدامها بوعى وذكاء - أن يحفز مستويات التفكير العليا عند المتعلمين.

- أن يثير المعلم طاقات إبداعات المتعلمين، من خلال تحفيزهم على قبول منهجية: الإصرار والتحدى فى حل المشكلات، لأن هذه المنهجية تقوم أساسًا على ممارسة التفكير القوى الرصين.

- العمل بكل الطرق والأساليب والوسائل لتوفير بيئة مدرسية ومناخ صفى يتسمان بمقومات تربوية خالصة، تقوم على أساس التفكير الصحيح.

- قبول فكرة تبادل الرأى والمشورة بين المعلم والمتعلمين، وبين بعضهم البعض، مع أهمية عدم التعصب أو التحيز لآراء بعينها على حساب بقية الآراء، لأن كل شئ قابل للتعديل والتبديل والتغيير.

- استخدام الألغاز والأحاجى الرياضية، سواء أكان ذلك فى بداية الدرس أم فى نهايته كتكليف منزلى، لدورها المهم فى تفعيل قدرات وعمليات التفكير عند المتعلمين.

- التفكير عملية جادة ومرنة فى الوقت نفسه، ولذلك من المهم أن تتسم بعض مواقف التعليم والتعلم التى تتطلب تفعيل آليات الذهن بروح الفكاهة والدعابة، على أن يعطى المعلم للمتعلمين الوقت الكافى لتشغيل العقل من أجل التفكير.

رابعًا: الإعتماد والجودة فى تدريس مهارات التفكير الرياضى:

يمكن تعريف **الجودة الشاملة** فى التعليم، بأنها: مجموعة من الخصائص أو السمات التى تعبر بدقة وشمولية عن جوهر التربية وحالتها، بما فى ذلك كل أبعادها: مدخلات، وعمليات، ومخرجات قريبة الأمد وبعيدة الأمد، وتغذية راجعة (تقويم تكوينى) وتغذية نهائية (تقويم تراكمى)، وكذا التفاعلات المتواصلة التى تؤدى إلى تحقيق الأهداف التربوية المحددة سلفًا والأهداف المجتمعية والحياتية المتوقعة مستقبلاً، على أن يراعى أنه على قدر سلامة جوهر السمات آنفة الذكر تتحقق مستويات الجودة.

وإذا أضفنا وربطنا ومزجنا مفهوم الاعتماد Accreditation إلى مفهوم الجودة السابق، فإننا نحصل على مفهوم جامع لهما (مفهوم الاعتماد وضمان الجودة)، وهو يعنى: مجموعة من الأنشطة والإجراءات والمقاييس والمعايير المستخدمة فى فحص وتقييم المؤسسات التربوية التعليمية للتحقق من مدى استيفاء الشروط والمقومات الأكاديمية والتنظيمية والإدارية (المدخلات) التى تضمن تحقيق رؤية ورسالة وأهداف هذه المؤسسات (المخرجات)، بما يكفل تطوير المعرفة وخدمة المتعلمين والمجتمع فى شتى المجالات، بشكل يتلاءم مع المستويات المعرفية والتربوية التى تقرها الأعراف والنصوص واللوائح التعليمية التعلمية العالمية.

وعلى أساس إقرار مفهوم الاعتماد والجودة؛ لأنه يمثل المفهوم الأوسع والأشمل، يكون من المهم الإجابة عن السؤال التالى:

ما موقع تدريس مهارات التفكير الرياضى فى إطار مفهوم الاعتماد والجودة؟

إن تحقيق مفهوم الاعتماد والجودة، والوصول به إلى خطوات عملية إجرائية

ترتبط ارتباطًا وثيقًا بتدريس مهارات التفكير الرياضى يستوجب تأكيد صحة وسلامة مدخلات العملية التعليمية التعلمية بجميع ما تتضمنه أو يقع تحت مظلتها من:

- عناصر بشرية (معلمين، ومتعلمين، وموجهين: فنيين، إداريين، أعضاء الإدارة المدرسية، المعاونين والعمال).
- عناصر مادية (مبانٍ مدرسية وملاحقها ومرفقاتها، مثل: الأفنية والمعامل والورش وحجرات الأنشطة والملاعب والمسارح.. إلخ).
- عناصر إستراتيجية (اللوائح والقوانين المنظمة للعمل الإدارى، والمناهج والمقررات الدراسية، واستراتيجيات التعليم وما يتبعها من طرائق التدريس وأساليب التقويم وتكنولوجيا التعليم).

وحيث أن تحسين مهارات التفكير الرياضى يمثل أحد العناصر الإستراتيجية بالنسبة لمدخل العملية التعليمية التعلمية، إذ على أساس هذا العنصر يكتسب المتعلم معلومات ومعارف يمكنه توظيفها وتطبيقها فى مختلف المراحل الدراسية والمواقف الحياتية، كما يساعده فى تعرف كيفية التوصل إلى المصادر المتنوعة للمعرفة فيحصل عليها بسهولة ويسر، ناهيك عن أن تحسين مهارات التفكير الرياضى يعمل على تنمية نمو المتعلم الذاتى، ويرفع من مستوى قدراته العقلية وأمكاناته الذهنية، ويجعله يتقبل المستحدثات طالما لا تتعارض مع أعراف وقيم المجتمع.

ولجعل تحسين مهارات التفكير الرياضى أمراً واقعيًا، يمكن تحقيقه فعليًا، يجب العمل بجدية من أجل توفير مجموعة من المعايير التى ترتبط ارتباطا مباشراً بمادة الرياضيات ذاتها، ومن أهم هذه المعايير، ما يلى:

* تعريف المتعلمين المكونات الأساسية للبناء الرياضى (مفاهيم - تعميمات - حقائق - نظريات - أنظمة -... إلخ).
* تدريب المتعلمين على تحليل وتركيب أى بناء أو نظام رياضى .
* لفت نظر المتعلمين وانتباههم إلى أهمية مراعاة الأسس العلمية لبناء أى نسق رياضى.

* الربط المباشر بين النظرية أو القانون الرياضى بتطبيقاته العملية، وبذلك يدرك المتعلمون الدور المهم للرياضيات فى الحياة العملية.

* إبراز الدور الجوهرى للرياضيات فى خدمة المواد الدراسية الأخرى، فيعتقدون فى صحة المقولة:«رغم أن الرياضيات ملكة العلوم، فإنها خادمة لها فى الوقت نفسه».

أيضًا يستوجب التحسين الذى نوهنا إليه فيما تقدم، الاهتمام بالمعايير التى ترتبط بأساليب تدريس الرياضيات، مثل:

* الاهتمام بتهيئة الفرص أمام المتعلمين للتفاعل الصفى فى المواقف التدريسية، وللإندماج الحيوى مع بعضهم البعض خارج الصفوف الدراسية.

* توفير فرص تعليمية تعلمية كافية لممارسة الأنشطة التربوية المصاحبة، مع تأكيد أهميتها داخل المدرسة وخارجها.

* توجيه المتعلمين للمشاركة الصفية من خلال تبادل الأسئلة مع المعلم، ومع بعضهم البعض، وعن طريق إعداد صياغات جديدة لبعض المشكلات الرياضية.

* إثارة دوافع المتعلمين بما يحفزهم على ربط بعض المسائل الرياضية ببعض قضايا المجتمع.

* ربط عملية التدريس ذاتها بمستوى نمو ونضج المتعلمين فى المراحل التعليمية المختلفة.

* الاهتمام بموضوعات التدريس التى تدفع المتعلمين للتفكير الرياضى، على أن يتم استخدام إستراتيجيات تدريس مناسبة لتحقيق ذلك الهدف.

* اتباع أساليب تقويم شاملة لجميع جوانب التعلم، مع التركيز على أساليب التقويم التى ترتبط بمهارات التفكير الرياضى.

* العمل على تنمية الثقافة التى تسهم فى رسم استراتيجيات التحديث والتطوير

المستمر وتوكيد الجودة، فيما يخص بتدريس مهارات التفكير الرياضى. وأهم ملامح هذه الثقافة، يتمثل فى الآتى:

- الثقافة المستقبلية التى تعتد بظروف الحاضر كجذور ومنطلقات للمستقبل فى الوقت نفسه، وذلك بعد دراسة وتحليل ونقد الواقع لتنقيته من الشوائب، وذلك فيما يخص تجارب التدريس المعمول بها.
- ثقافة التواصل المعرفى، الذى يسهم فى لقاء الأجيال، واحترامهم لبعضهم البعض، من خلال دستور أخلاقى ومعرفى.
- ثقافة الجزاء على قدر العمل، دون مجاملات ومداهنات، مع تشجيع المتعثرين، ومكافأة الموهبين.
- ثقافة الصدق مع الذات، وفق معايير موضوعية أساسها الدقة والجدية والالتزام والجودة.
- ثقافة الإنجاز ليوجه المعلم والمتعلم جل جهدهما من أجل تحقيق العمل المنتج، وبذلك لا يضيع وقت الحصة فى أمور لا فائدة منها.
- ثقافة الجدارة والأهلية فى اختيار معلمى الرياضيات من ذوى الموهبة والكفاءة فى تدريس مادة الرياضيات، ومن ذوى القدرة العالية فى السيطرة الكاملة على مهارات التفكير الرياضى.

* تهيئة المناخ الصفى بما يساعد المتعلمين على اكتشاف حلول إبداعية غير نمطية للمسائل الرياضية، مع تشجيعهم لبناء نماذج رياضية لها.
* التركيز على المسائل الرياضية التى تتحدى قدرات المتعلمين قليلا، لضمان أن يقوم المتعلمون بتشغيل آلياتهم الذهنية إلى أقصى درجة ممكنة، وأيضًا التركيز على المسائل التى لها تطبيقاتها العملية والحياتية.
* الاهتمام بأسلوب حل المشكلات، واستخدامه فى حل المسائل اللفظية الإنشائية، ليقوم المتعلم بترجمة اللفظ إلى رمز، ثم تكوين المعادلة التى تعبر عن تجميع رموز المسألة، بهدف حلها، وفقًا للخطوات المتبعة فى أسلوب حل المشكلات.

* تقديم مسائل يعتمد حلها على أسلوبى: الاستقراء والاستدلال معًا، ليعرف المتعلم الحدود الفاصلة بين هذين الأسلوبين.

* الاهتمام بالمسائل الرياضية التى يعتمد حلها على حوار نصفى المخ، حيث يلتزم النصف الأيسر من المخ بالقواعد، ويعمل - عادة - فى ظل القيود من خلال إقامة العلاقات المنتظمة المتدرجة من خطوة إلى أخرى، بينما يعتمد النصف الأيمن للمخ على الحدس ليقفز من المقدمات إلى النتائج مباشرة، من خلال أقصر الطرق.

* تدريب المتعلمين، ليس فقط على استخدام الكمبيوتر فى حل المسائل الرياضية وفق برامج معدة سلفًا، بل أيضًا على عمل البرامج اللازمة لحل تلك المسائل بأنفسهم.

وبعد أن تطرقنا إلى المعايير التى يجب مراعاتها فى بناء منهج الرياضيات وأساليب تدريسه لتأكيد مهارات التفكير الرياضى كهدف يجب تحقيقه، من المهم طرح السؤال التالى:

ما دور معلم الرياضيات فى تحقيق الاعتماد والجودة فى تدريس مهارات التفكير الرياضى؟

تتمثل أهم هذه الأدوار فى الأتى:

* أن يتبع سياسة تدريسية تتسم بالتطور لملاحقة المستحدثات التربوية من جهة، وللوقوف على أساليب التدريس الحديثة من جهة أخرى.

* أن يهتم بالأساليب المعاصرة فى طرق إدارة الفصل، وخاصة تلك التى تحقق أقصى درجات التفاعل الصفى والانضباط فى الوقت نفسه.

* أن يتمكن جيداً من مهارات الكبيوتر، ليعرف الحدود الفاصلة بين استخدامه كوسيط تعليمى وكأداة تعليمية.

* أن يوفر الفرص المناسبة لاستخدام تكنولوجيا التعليم الحديثة فى التدريس.

* أن يحقق التفاعل التام بينه والمتعلمين من خلال إتاحة الفرص المناسبة للحوار وتبادل الآراء، من منطق ومنطلق إحترام ثقافة الغير.

* أن يتدرب على كيفية تضمين وتدريس مهارات التفكير عبر المحتوى الدراسى بما يناسب مستوى المتعلمين.

* أن يستخدم أساليب التقويم الحديثة، وأن يطبق أنسب السبل لتقييم جميع جوانب نمو المتعلم.

* أن يضع آليات عملية لتحقيق الانضباط العام، فى ضوء متطلبات: تقدير قيمة الوقت، والالتزام بالجداول الدراسية، والمواءمة الفاعلة للزمن بين التدريس والمناقشة والحوار وتشجيع المتعلمين كمبدعين.

* أن يصغى إلى الإجابات الشفهية التى يقدمها المتعلمون، والاهتمام بتشجيعهم لتقديم الإجابات الدقيقة، وأيضًا العمل على تصحيح الأخطاء التى يقعون فيها أولاً بأول.

* أن يوجه إهتمام المتعلمين لدور المكتبة الجوهرى فى تعليمهم أساليب التفكير الصحيحة، وأن يحدد لهم موضوعات بعينها لها علاقة مباشرة بالتفكير الرياضى ليحاورهم ويناقشهم فيها بعد قراءتها.

* أن يجيب عن استفسارات المتعلمين، وأن يساعدهم فى حل مشكلاتهم، وأن يعمل على بناء جسور قوية للعلاقات العلمية والإنسانية معهم.

* أن يأخذ بمبدأ الثواب والعقاب لتقييم أداء المتعلمين، على أن يتعرف على نقاط القوة فيعززها، وأيضًا نقاط الضعف فيأخذ إجراءات كفيلة بعلاجها، من خلال أساليب التفكير المناسبة.

* أن يضع مجموعة من المعايير الموضوعية، يقوم على أساسها برسم خريطة العمل داخل الفصل وخارجه، وفى المدرسة وخارج أسوارها، وبذلك يكون همزة الوصل بين المتعلمين وإدارة المدرسة، كما يكون بمثابة الجسر الممتد بين المدرسة والمجتمع.

* أن يشارك فى المؤتمرات التربوية والعلمية التى تناقش القضايا التربوية الحيوية،

مثل: قضية الامتحانات من قدرتها على قياس مستوى أداء المتعلمين فى شتى المناحى، وقضية المقررات الدراسية من حيث حداثتها وتوافقها مع متطلبات العصر.

* أن يعمل جاهداً لتحديث معارفه ومهاراته الأكاديمية والتربوية، وأن يرفض الجمود أو الإنغلاق الفكرى، وأن يسعى جاهداً ليكون مبدعًا فى أفعاله وتصرفاته وأقواله، داخل الفصل وخارجه.

* أن يرفض التستر على أى تجاوز أو إنحراف، سواء أكان هذا التجاوز صادراً من أحد المعلمين، أم من أحد المتعلمين، وأن لا يقبل الخطأ سواء أكان معنويًا أم ماديًا.

خامساً: مقومات التفكير الرياضى الناقد عند معلمى الرياضيات:

بادئ ذى بدء، تجدر الإشارة إلى أن استقصاء عوامل التفكير الناقد الرياضى التى تظهر فى ر ياضيات الفصول الدراسية يمكن تأكيدها والتحقق منها من خلال سلوكيات المعلم، إذ دون تلك السلوكيات يفقد المعلم ركنا أساسيًا بالنسبة لعملة التوجيهى من أجل تحسين التفكير الرياضى الناقد عند الطلاب، وخاصة فى ضوء الاعتبارين التاليين:

- تطوير التفكير الرياضى الناقد يعد هدفًا أساسيًا لتعليم الرياضيات.
- سلوكيات المعلمين تعد من أهم العوامل التى تؤثر على تطوير التفكير الرياضى الناقد للطلاب.

إن تقصى عوامل التفكير الرياضى الناقد فى سلوك التدريس لمعلمى الرياضيات بات من الأهمية بمكانة، حيث لا يمكن إهمال هذا الجانب أو غض البصر عنه، إذا أردنا اكساب الطلاب مقومات هذا النمط من التفكير. وعوامل التفكير الر ياضى الناقد (القدرات والاستعدادات) يجب أن تنعكس فى سلوك تدريس معلمى الرياضيات، وأن تسيطر على سلوكهم التدريسى، والسؤال:

ما المقصود بالتفكير الرياضى الناقد؟

هو نوع من التفكير يتعامل مع ما يعتقده الشخص أو يفعله فى أى موقف أو

حدث. ولهذا التفكير سمتين أساسيتين، أولهما: معروفة بإسم **التفكير المسبب**، وهو يقود ويؤدى إلى الاستنتاجات والقرارات ذات الصدى؛ لأنها تؤيد وتُعدل باثباتات وبراهين مقبولة، وثانيهما: معروفة بإسم **التفكير الانعكاسى** الذى يشير للوعى الكامل لخطوات التفكير التى تقود إلى الاستنتاجات والقرارات الصحيحة.

ومن المهم الإشارة إلى أن عوامل سيطرة التفكير الرياضى الناقد تعنى عدد السلاسل فى الدرس المفرد، وهى تشمل عامل أو أكثر من عوامل التفكير الرياضى الناقد، المرتبطة بالسلاسل الكلية للدروس.

ويمكن أن يتكون **نموذج** تصنيف عوامل التفكير الرياضى الناقد، من جزئين رئيسين، **أولهما:** يتعامل مع سلوكيات المعلم (أفعاله) التى تشمل عوامل عامة للتفكير الرياضى الناقد، والتى تكون تأثيراتها محدودة بالنسبة لمحتوى الرياضيات؛ لأنه مفروض من قبل السلطات التعليمية الأعلى، أما **ثانيهما:** فإنه يتعامل مع سلوكيات التدريس التى تعكس عامل التفكير الرياضى الناقد والتى ترتبط بشكل مباشر بإبداعات تعليم محتوى الرياضيات. وعليه يمكن الزعم بأن الجزء الأول يشير إلى قدرات واستعدادات أكاديمية تعكس تصرفات المعلم السلوكية المهنية، أما الجزء الثانى، فإنه يحتوى على أربع أجزاء فرعية ترتبط بمحتوى منهج أو مقرر الرياضيات، وهى المفاهيم والتعميمات والمهارات وحل المشكلة.

الجدول التالى يقدم نموذج تصنيف عوامل التفكير الرياضى الناقد، وهى:

[١] العوامل العامة.

* القدرات:

- التركيز على قضايا محددة.
- الاحتفاظ بالنقطة الأساسية للتفكير فى العقل.
- توجيه أسئلة إيضاحية.
- توجيه أسئلة شارحة.
- وضع آراء الطلاب الصحيحة والخاطئة فى الاعتبار ومناقشتهم فيها.
- ربط المعرفة السابقة بما يتم اكتسابه من معلومات ومعارف.

- استخدام الرموز فى الجمل الرياضية بدقة، مع مرعاة ضبطها.
- الامداد بالمعلومات بطريقة نظامية، والتركيز على التتابع المنطقى لها.
- ذكر المتطابقات بين الجمل.

* التنظيمات:

- التركيز على ضرورة التعرف على الاهداف وما يجب فعله قبل البدء فى الاجابة.
- التركيز على ضرورة التعرف على المعلومات المعطاة قبل البدء فى الاجابة.
- تشجيع الطلاب على البحث عن المعلومات الضرورية.
- تشجيع الطلاب على فحص الحلول التى يتم الحصول عليها.
- تشجيع الطلاب على تقديم المعلومات باستخدام الجداول والاشكال الجرافيكية والخرائط... إلخ.

[٢] العوامل المرتبطة بالمحتوى:

* المفاهيم:

- التعرف على خصائص المفاهيم.
- مقارنة المفهوم بالمفاهيم الأخرى.
- التعرف على أمثلة لمضمون ودلالة المفهوم مع الامداد بمبررات تؤكد وتشرح ذلك.

* التعميمات:

- تحديد المفاهيم التى يمكن الربط بينها فى تعميمات وعلاقات.
- تحديد ظروف تطبيق التعميمات.
- تحديد المعادلات المختلفة للتعميمات (الموقف الخاص).
- الامداد ببرهان مؤيد للتعميم.

* اللوغارتيمات والمهارات:

- توضيح الأساس المفاهيمى للمهارة.

- مقارنة أداء الطالب بالأداء المثالى.

* حل المشكلة:

- وضع شكل عام للحل المستهدف.

- تحديد المعلومات المعطاة.

- تحديد المعلومات المرتبطة وغير المرتبطة.

- اختيار وتبرير استراتيجية الحل للمشكلة.

- تحديد واستقصاء الأهداف الفرعية التى تقود لتحقيق الهدف.

- اقتراح طريقة بديلة لحل المشكلة.

- تحديد التشابهات والاختلافات بين المشكلة المعطاة والمشاكل الأخرى.

ويمكن بناء النموذج السابق باستخدام **الطريقة الضمنية المنطقية** التى توضحها الخطوات التالية:

١- إختيار عينة من الدروس بشكل عشوائى، ويتم تقسيم كل واحد منها لسلاسل فصول دراسية متعددة. **والسلسلة** يتم تعريفها إجرائيا كجزء من الدرس، بحيث يكون هذا الجزء كاملاً فى معناه، وله هدف محدد. وكل سلسلة يتم تحليلها لتحديد جميع أو كل الافعال السلوكية التدريسية التى تشتملها. أما **سلوك الأداء التدريسى** فيتم تعريفه كأداء ذو غرض، وعلى المعلم أن يقوم بتعليمه داخل السلسلة. وعادة ترتبط الأفعال السلوكية معًا لتمنح المعلم القدرة على تحقيق أهداف السلسلة.

فالمعلم ربما يمد التلاميذ بمعلومات، ويشجعهم على البحث عن معلومات جديدة، أيضًا قد يقوم المعلم بطرح أسئلة إيضاحية أو يعطى تعليمات، أو يناقش آراء

الطلاب أو يجيب عن اسئلتهم،... إلخ. كل هذه الأعمال يجب أن يضعها المعلم فى اعتباره كأفعال سلوكية، يجب أن يعمل جاهداً من أجل تحقيقها.

٢- ومن منطلق أن كل أداء سلوكى يمكن تبريره طبقا للمعيار: يجب أن يعرض الأداء السلوكى قدرة أو استعداداً لاكتساب أو لتعليم التلميذ التفكير الرياضى الناقد. وبكلمات أخرى: يجب أن يشير سلوك المعلم بأنه يعمل كموجه (بوعى أو دون وعى)، لقدرات التلاميذ أو استعداداتهم لاكتساب أو تعلم التفكير الرياضى الناقد، ليروا مدى قدرتهم على ممارسة التفكير الرياضى الناقد بأنفسهم، أو مدى استعدادهم لتعلم وتطبيق هذا النمط من التفكير عملياً وإجرائياً.

وبناءً على ذلك، فإنه جميع السلوكيات يمكن تصنيفها إلى صنفين، ترتبط أو لا ترتبط بالتفكير الرياضى الناقد. والسلوكيات المرتبطة يتم تصنيفها لأدائين عامين، أما السلوكيات غير المرتبطة فإنها لا ترتبط بشكل مبدئى بمحتوى الرياضيات، وبالأداءات المحددة المرتبطة بمحتوى الرياضيات.

٣ - أيضاً اختيار عينة من دروس أخرى بطريقة عشوائية، ثم تحليلها لتحديد أية أفعال سلوكية جديدة، قد ترتبط - ولو قليلا - بالتفكير الرياضى الناقد، وهكذا يتم وضع وإستنتاج قائمة كافية وصالحة لتقديم التفكير الرياضى الناقد ولتحديد عوامله.

وعلى أساس القائمة السابقة يمكن فصل الأداءات السلوكية العامة عن الأداءات الخاصة، وعن الأداءات العامة فى خطوة تالية، يتم تقسيمها أو فصلها فى قدرات واستعدادات، ثم يتم وضع هذه الأداءات السلوكية فى القدرات والاستعدادات كأقسام، يتم مراجعتها لوضع الأقسام المتشابهة معا.

أما الأداءات السلوكية الخاصة، يتم تصنيفها طبقا أو تبعا لمحتوى الرياضيات كمادة دراسية، وذلك فى صورة: مفاهيم وتعميمات ومهارات ولوغاريتمات وحل المشكلات.

٤ - ومما يذكر أن التفصيل أو الايضاح الاستنباطى، يجب أن يوازن بين العمليات المنطقية والمحتوى التعليمى وأساليب وحركات المعلم التعليمية والتدريسية.

٥ - يمكن تحديد عوامل التفكير الرياضى الناقد؛ من خلال تحقيق الاجراءات التالية:

* تقسيم الدرس لمجموعة من السلاسل، على أن يكون لكل سلسلة (أو حلقة) العنوان الخاص بها طبقا لمحتوى الرياضيات كمادة علمية دراسية، وذلك مثل: المفاهيم، والتعميمات، والمهارات، وحل المشكلة.

* يمكن تجميع كل أفعال أو أداءات المعلم السلوكية فى قائمة، ثم تصنيفها استنباطا، على النحو التالى:

- الأداء السلوكى: يشتمل عاملاً عامًا للتفكير الرياضى الناقد (قدرة - استعداد).

- الأداء السلوكى :يشتمل عاملاً خاصًا للتفكير الرياضى الناقد (يرتبط بالمحتوى الرياضى).

- الأداء السلوكى: يشتمل عاملاً يعمل على تحسين التفكير الرياضى الناقد.

- الأداء السلوكى: لا يرتبط بالتفكير الرياضى الناقد.

٦- طبقا للعمل السابق، يمكن تعريف أربعة أنواع من سلاسل الفصول الدراسية، وهى:

- السلاسل الإيجابية، وتشمل الأداء السلوكى الذى يعكس على الأقل عاملاً واحدًا للتفكير الرياضى الناقد، ولا يشمل أى سلوك إنشائى.

- السلاسل السلبية، وتشمل الأداء السلوكى الذى يعكس فقط العامل السلبى أو المعيق للتفكير الرياضى الناقد.

- السلاسل التى لا تأثير لها، وبذلك لا تشمل أى أداء سلوكى يمكن تقويمه كسلوك إيجابى أو سلبى.

- السلاسل المحايدة، وتشمل كلا من الأداءات السلوكية الايجابية والسلبية.

نموذج (١): المسافة بين النقطة والخط المستقيم:

يوضح الجدول التالى تحليل سلسلة الحل التى عن طريقها يمكن تحقيق الهدف:

المحتوى	السلوكيات	مشتملات	نوع السلسلة	عوامل التفكير الرياضى الناقد
حل المشكلة	- التعرف على المعلومات التى يجب أن توجد حتى يمكن تحقيق الهدف. - وضع أسئلة إيضاحية. - وضع أسئلة تفصيلية. - استنتاج معلومات حديثة. - مناقشة آراء الطلاب الخاطئة.	- محدد - عام - عام - محدد - عام	إيجابى (عام+محدد)	عام القدرات - وضع أسئلة إيضاحية - وضع آراء الطلاب فى الاعتبار، سواء كانت صحيحة أو خاطئة ومناقشة تلك الآراء.

نموذج (٢): معادلة الدائرة:

يوضح الجدول التالى تحليل سلسلة الحل التى عن طريقها يمكن تحقيق الهدف:

المحتوى	السلوكيات	مشتملات	نوع السلسلة	عوامل التفكير الرياضى الناقد
التعميم	- الامداد بمعادلة الدائرة (بشكل غير مدقق، غير منظم، ودون أى برهان) - الامداد بمثال لمعادلة الدائرة.	- المعوقات لا ترتبط بالتفكير الرياضى الناقد.	- سلبى	- الفشل فى تبرير الجمل الاخبارية. - استخدام الجمل الاخبارية والرموز بطريقة غير دقيقة. - انتاج معلومات بشكل غير منظم. - الفشل فى دراسة القضايا من جميع الجوانب، لأنه يتحقق بشكل غير متكامل

أما العوامل السلبية التى تكون من الأسباب المباشرة لإعاقة التفكير الرياضى الناقد، فيتمثل أهمها، فى الآتى:

- عدم أخذ آراء الطلاب فى الاعتبار.
- عدم التدليل على الجمل الاخبارية.
- الوصول لتعميمات خاطئة، مع إعطاء معلومات غير كافية.
- استخدام جمل ورموز بشكل غير دقيق.
- انتاج معلومات بشكل غير منظم.
- عدم دراسة القضايا من جميع الجوانب وبشكل متكامل.
- وضع العديد من نفس أنواع الأمثلة وتقرير الجمل دون أى غرض.
- الابتعاد عن النقطة الرئيسية من الحل.

ويتمحور الحديث السابق حول موضوعين، **أولهما:** عوامل التفكير الرياضى الناقد لمعلمى الرياضيات، والتى تظهر أثناء التدريس، **وثانيهما:** تضمين هذه العوامل لفصول الرياضيات الدراسية.

بالنسبة للموضوع الأول، فإن العوامل التى يتم إيجادها فى فصول الر ياضيات يتم تصنيفها لتشكل نموذجًا مقترحًا لعوامل التفكير الرياضى الناقد.

ومن المهم الإشارة إلى أن الموضوع الأول ينبثق بشكل تطبيقى من السلوكيات الواقعية للمعلمين. والسؤال الذى يتم اقتراحه بخصوص هذا النموذج هو: إلى أى مدى يمكن استخدام هذا التصنيف كنموذج لتقويم سلوكيات معلمى الرياضيات؟ وهذا السؤال ربما يقودنا لطرح الاسئلة التالية:

- ما العوامل المقترحة الأخرى الواجب وجودها فى هذا النموذج؟
- لماذا لا يرى المعلمون هذه العوامل المقترحة؟

وبالنسبة للموضوع الثانى، فإن أقل من نصف سلاسل الفصول الدراسية تشمل عوامل إيجابية للتفكير الرياضى الناقد، كما أن ربع العدد الكلى للسلاسل يشمل عوامل سلبية تعد من معوقات التفكير الرياضى الناقد، لذلك يجب الأخذ فى الاعتبار أن الهدف من تحسين التفكير الرياضى الناقد يعد الهدف الرئيس للاصلاح التعليمى، وخاصة أنه يبدو أن معلمى الر ياضيات ليست لديهم اعتبارات وجيهة لتأكيد الهدف من تحسين التفكير الرياضى الناقد بشكل جاد، لعدم وجود إدراك صحيح وواضح لديهم، عن السلوكيات التعليمية الملائمة لتحسين التفكير الرياضى الناقد.

إن عوامل التفكير الرياضى الناقد العامة مقارنة بالعوامل المناظرة الخاصة التى تربط بمحتوى الرياضيات الذى يوجه السلاسل تكون أقل بدرجة كبيرة، وذلك يعنى أن الاهتمام الأقل الذى يشير به المعلم لتحسين التفكير الرياضى الناقد لا يرتبط بالمحتوى الذى يتم تدريسه.

بشكل عام، الهيكل العام لتحسين التفكير الرياضى الناقد يتضمن كل من العوامل العامة والخاصة، ويمكن اعتبار أن نسبة السلاسل التى تسهم فى تحسين التفكير الرياضى الناقد تكون جيدة. أيضًا، فإن المعلمين قد لا يضعون فى اعتبارهم التفكير الرياضى الناقد فى تدريسهم بشكل واضح وبطريقة مركزة ومتزنة.

بعامة، فإن تدريس المعلمين يكون غير موجه نحو تدريس التفكير الرياضى الناقد، إذا اقتصر - فقط - على تدريس المحتوى.

وهذا التوجيه للسلوك التعليمى يمكن توضيحه بعوامل متعددة، مثل:

١ - قد لايرى بعض المعلمين التفكير الرياضى الناقد كهدف رئيس يقود لأهداف أخرى، وفى هذا الشأن هناك حاجة لدراسات أكثر.

٢ - قد لايكون لدى بعض المعلمين معرفة كافية عن طبيعة التفكير الرياضى الناقد، أو استراتيجيات تدريس المحتوى من خلال تدريس التفكير الرياضى الناقد، ولذلك هناك حاجات لدراسات أكثر للاستقصاء عن هذا العامل.

٣ - يعتمد غالبية المعلمين بشكل شبه كامل في تدريسهم على المنهج المقرر فقط، وهذا ربما يكون واحداً من العوامل التى تؤثر على تدريسهم كما سبق شرحه فى الحديث السابق، وربما يكون الهدف من تحليل المنهج هو رؤية مدى تمكن المعلمين من عوامل التفكير الرياضى الناقد.