

تربيع الدائرة

تمهيد

للسرفيين رغبة شديدة في العلوم الرياضية ولذلك فتحنا لها باباً في المتتطف دخله
 نخبة علمائنا وتبارى فيه كبار الرياضيين من ابناء الشرق . ثم بلقنا ان قد أنشئت
 جريدة خاصة بالعلوم الرياضية والفنون الهندسية فلم نعد نخفل بهذا الباب لعلنا ان
 الراغبين فيه يجدون حاجتهم هنالك . ولكن يظهر ان حضرات المهندسين وطالبي
 الرياضيات لا يريدون اعفاء المتتطف من هذا الباب كما كتب الينا بعضهم ولذلك رأينا
 ان ننشر بعض الفصول الرياضية من وقت الى آخر ولا سيما ما تنسج به معارف القراء .
 وستنشر مسائل السائلين اذا أرسلت الينا مصحوبة بجلها حتى اذا مضى عليها شهران ولم
 يحلها احد تنشر حل سائلها . وقد اخبرنا ان نبحث الآن في تربيع الدائرة من وجه تاريخي
 معتمدين على ما كتبه هرمس شوبرت في هذا الموضوع

البند الاول . المراد بتربيع الدائرة

لم يرسم احد دائرة الأ رأى محيطها يكبر او يصغر بحسب قطرها اي اذا اتسعت
 فرجة البركار كانت الدائرة كبيرة واذا ضاقت فرجتها فالدائرة صغيرة وعليه فبين محيط
 الدائرة وقطرها نسبة ثابتة حتى اذا عرفنا طول القطر وعرفنا هذه النسبة أمكننا ان نعرف
 طول المحيط ايضاً فاذا كانت النسبة ثلاثة وكان القطر شبراً فالمحيط ثلاثة اشبار او كان
 القطر ميلاً فالمحيط ثلاثة اميال وهلم جرا . واذا عرفنا القطر وعرفنا منه المحيط سهل علينا
 ان نعرف مساحة سطح الدائرة بالاشبار المربعة او بالاميال المربعة اذ قد ثبت بالبرهان
 انه اذا ضرب نصف قطر دائرة في نصف محيطها فالخاصل يساوي مساحة سطحها وهذا
 هو المراد بتربيع الدائرة

وقد بحث الناس من قديم الزمان عن كيفية تربيع الدائرة او عن نسبة محيطها الى
 قطرها ولم يزالوا يبحثون الى يومنا هذا وكل منهم يدعي انه اكتشف الحل الصحيح لهذه
 المسألة وهو انما يتعب نفسه في طلب الخيال ولذلك اقرت اكااديمية العلوم بفرنسا منذ سنة
 ١٧٧٥ انها لم تعد تلتفت الى ما يرسل اليها من حلول هذه المسألة . ثم ثبت بالبرهان الرياضي
 سنة ١٨٨٢ ان حل هذه المسألة بالمسطرة والبركار ضرب من الخيال كما عجبى ولكن ذلك
 لا يمنع النظر فيها من باب تاريخي لما فيه اللذة العلمية اذ ترى ان اسلافنا قد اهتموا بها

في النصور الخالية كما مهمتهم بها كل واحد من ابنائنا الآن وهم يدرسون مبادئ الرياضيات

البلدة الثانية . تاريخ تربيع الدائرة

اشتغال المصريين به * ان افدم كتاب وصل الينا من كتب الرياضيات ورجع مصري قديم كتبه كاتب اسمه احمس قبل التاريخ المسيحي بنحو الف سنة . وقد قال فيه انه اعتمد في ما كتبه على كتاب قديم من ايام الملك رامثات ولعله كان قبله بنحو خمس مئة سنة . والقاعدة التي ذكرت في هذا الكتاب لتربيع الدائرة هي ان يقطع من قطر الدائرة تسعة ويرسم مربع على الباقي منه فذلك المربع يساوي الدائرة . ويظهر بالحساب ان هذه المساواة تقريبية لاحقيقية لانه اذا كان طول القطر متراً وقطعنا تسعة ورسمنا مربعاً على ثمانية اتساعه الباقية فمساحة ذلك المربع اكبر من مساحة الدائرة باقل من نصف دسمر مربع . وقد جرى المصريون على هذه القاعدة زماناً طويلاً وهي ادق من بعض القواعد التي استنبطها غيرهم من الامم التالية لهم

اشتغال العبرانيين والبابليين * لم يصل الينا شيء من كتب العبرانيين الرياضية ولا العلمية ولكن يظهر مما ذكر في التوراة انهم كانوا يعرفون النسبة التقريبية بين قطر الدائرة ومحيطها فقد جاء في الاصحاح السابع من سفر الملوك الاول انه صنع بحر في هيكل سليمان قطره عشر اذرع من شفته الى شفته ومحيطه ثلاثون ذراعاً اي ان نسبة المحيط الى القطر ثلاثة . وجاء في التلمود ان كل ما يحيطه ثلاثة قطره واحد . اما البابليون فكانوا ادق من العبرانيين في معرفة نسبة المحيط الى القطر فانهم وجدوا بالامتحان ان نصف قطر الدائرة يمكن ان يرسم ستة اوتار داخل محيطها ولذلك قالوا ان المحيط اطول من ستة امثال نصف القطر او اطول من ثلاثة امثال القطر

اشتغال اليونانيين * قال المؤرخ فلوطرخس ان اناكساغورس الرياضي رسم مربع الدائرة وهو في السجن ولم تذكر طريقته . ولكن اليونان انتبهوا من ذلك الحين للباحث الرياضية فقام منهم اتيقون الرموضي الذي اشار بان يرسم في الدائرة شكل كثير الاضلاع جداً حتى تماس اضلاعه محيط الدائرة وتعلم مساحته بالطرق الهندسية المعروفة فنعلم منه مساحة سطح الدائرة . وقام بعده بريسون فاشار بان يرسم شكل كثير الاضلاع في الدائرة وشكل آخر كثير الاضلاع خارجاً عنها وتعلم مساحة كل منهما ويؤخذ متوسط المساحتين فيكون مساحة سطح الدائرة وهذا غير صحيح تماماً ولكنه قريب من الصحة جداً ويؤيد فتح باب جديد لمعرفة النهاية الكبرى والنهاية الصغرى والمتوسط في معرفة المساحات

التقريبية وهو السبيل الذي جرى عليه ارخميدس في معرفة نسبة المحيط الى القطر كما سيجي
 وقام بقراط الشيشوسي بعد انتيفون وحاول ان يجد طريقة يحول بها الدائرة الى
 شكل مربع بالمسطرة والبركار فوجد انه اذا رسم نصفاً نظراً في دائرة من مركزها الى
 محيطها احدها عمودي على الآخر واوصل بوترين طرفيهما ورسم على هذا الوتر نصف
 دائرة فاللال الخارج منها عن الدائرة يساوي المثلث الذي بين الوتر ونصف القطرين
 وعليه يمكن ان يرسم شكل تحيط به اضلاع مستوية مساوياً لشكل آخر تحيط به اقواس
 ولم يفلح بقراط في ذلك ولكنه اكتشف كثيراً من الحقائق الهندسية فوسّع نطاق
 المعارف ولم يبلغ الغاية المقصودة. وقام اقليدس بعد بقراط وجمع كتاب الاصول الذي
 لم يزل الى يومنا هذا من خيرة الكتب الهندسية ولكنه اهمل حساب محيط الدائرة
 وسطحها لسبب لا نعلمه فجاء بعده ارخميدس واخاف الى كتابه القضايا التي تعرف
 بها نسبة المحيط الى القطر وذلك انه استعمل محيط شكل مسدس مرسوم في الدائرة لانه
 يعدل ستة امثال نصف القطر وعلم من هذا محيط شكل ذي ١٢ ضلماً ومنه محيط
 شكل ذي ٢٤ ضلماً ومنه محيط شكل ذي ٤٨ ضلماً ومنه محيط شكل ذي ٩٦ ضلماً. ثم
 عرف على هذه الصورة محيط شكل ذي ٩٦ ضلماً محيط بالدائرة فوجد ان نسبة محيط
 الشكل الاول الى قطر الدائرة اكثر من نسبة ٦٣٣٦ الى $\frac{1}{4} \cdot 2017$ ونسبة محيط الشكل
 الثاني المحيط بالدائرة الى قطرها اقل من نسبة ١٩٦٨٨ الى $\frac{1}{4} \cdot 6773$ وعليه نسبة المحيط
 الى القطر اكثر من $\frac{2227}{7114}$ واقل من $\frac{14788}{6773}$. ثم بين ان الكسر الاول اكثر من $\frac{1}{7}$ والكسر
 الثاني اقل من $\frac{1}{7}$ ولذلك فالعدد المطلوب يجب ان يكون بين هذين الحدين
 اي بين $\frac{1}{7}$ و $\frac{1}{7}$ واكثرها هو العدد المستعمل غالباً للدلالة على نسبة المحيط الى القطر
 ومن العجيب ان ارخميدس اتصل الى هذه النتيجة مع ان الاعداد الهندية لم تكن
 معروفة حينئذ في اوربا ولا في مصر. ومع ان هذا الحساب يقتضي استخراج الجذور
 وقام بطليموس النجم بعد ارخميدس وجعل نسبة المحيط الى القطر ثلاث درجات
 وثمان دقائق وثلاثين ثانية بالحساب الستيني وهو يعدل $\frac{17}{13}$ بالكسر العادي وهذا
 اقرب الى النسبة الحقيقية من العدد $\frac{1}{7}$ ولكنه اصعب مراسامته
 الرومان * لم يعرف الرومان شيئاً من تربيع الدائرة ولا من نسبة قطرها الى
 محيطها والظاهر انهم لم يشتغلوا بهذا الموضوع وغاية ما يذكر عنهم ان واحداً من علمائهم
 قال في عصر اغسطس قيصر ان الدائرة التي قطرها ٤ اقدام محيطها ١٢ قدماً ونصف

قدم وهذا يحتمل نسبة المحيط الى القطر $\frac{3}{8}$

الهنود * اما الهنود ففاقوا الرومانيين وفاقوا اليونانيين ايضا من بعض الوجوه ومن اقدم طرقهم الهندسية لتربيع الدائرة ان يؤخذ نصف ضلع مربع وبعده مقدار ثلث زيادة نصف وتر ذلك المربع على نصف ضلعه ثم يجعل نصف قطر وترسم عليه دائرة مسطحا مساويا لسطح المربع . فاذا جربنا بموجب هذه القاعدة الهندسية لتربيع الدائرة وجدنا ان نسبة المحيط الى القطر اقل من الحقيقة بنحو خمسة الى ستة في المئة بين ان هذه النسبة في القاعدة المصرية اكثر من الحقيقة بنحو واحد في المئة وفي القاعدة اليونانية بنحو واحد في الالف . ثم تقدم الهنود في العلوم الرياضية في اوائل العصر المسيحي فعمل واحد منهم اسمه اريهتا نسبة المحيط الى القطر كنسبة 62832 الى 20000 اي انه جعل النسبة 31416 ومعلوم ان النسبة المستعملة عندنا الآن 314159 فتدقيق الهنود هذا من الغرابة بكان عظيم . وقد قال غنيسا احد الشراح انهم اتصلوا الى معرفة هذه النسبة بالجرى على قاعدة ارخميدس في حساب كثير الاضلاع الى ان وصلوا الى شكل اضلاعة 384 ضلعا فوجدوا منه ان نسبة المحيط الى القطر كنسبة 3927 الى 1250 وذلك يعدل 31459 . الا ان اريهتا المذكور آنفا لم يذكر نسبة ارخميدس ولا نسبة بطليموس . ثم ان برغانبا الرياضي الهندي الكبير الذي كان في القرن السابع للميلاد لم يذكر نسبة اريهتا وانما قال ان نسبة المحيط الى القطر تعادل جذر 10 الممالي وهذه النسبة هندية الاصل كما قال علماء العرب ولكنها لا تقابل من حيث الدقة بالنسبة الاولى التي يقال ان الهنود اتصلوا اليها من الجري على قاعدة ارخميدس وقد تمكنوا من زيادة التدقيق في طريقة ارخميدس بسبب نظامهم العشري في العدد فانه يفوق النظام اليوناني من كل الوجوه اهالي الصين * يظهر ان نسبة ارخميدس اتصلت بالصينيين في القرن السادس للميلاد تجروا عليها ووجدوا ايضا نسبة اخرى خاصة بهم وهي $3\frac{7}{10}$ ولا نعلم كيف وجدوها العرب * لا يخفى ما للعرب من الفضل في حفظهم علوم اليونان والهنود وتوسيع نطاقها وايصالها الى امم اوربا وقد ميزوا بين النسبة اليونانية والنسبتين الهنديتين اي جذر 10 الممالي ومقسوم 62832 على 2000 كما ذكره محمد بن موسى الخوارزمي . وهو الذي ادخل الارقام الهندية من الهند في اوائل القرن التاسع للميلاد . وقد اشتغل ابن الهيثم بتربيع الدائرة وله رسالة في هذا الموضوع محفوظة في مكتبة الفايكان برومية هذا وسأتي على نتيجة هذه المقالة في الجزء التالي