الهندسات

غير الاقليدسية

خليل السالم

بالرغم من شيوع التفكير العلمي في الغرب ، وتناوله أسباب الحياة بالشرح والتعليق ، ونجاح تجارب العلم الجديدة في استنطاق أسرار الكون وفتح مغلقاته ، وتطبيق النظريات والفروض العلمية على الظواهر الطبيعية التطبيق الواضح ... بالرغم من كل هذا نجد نفراً غير قليل من قادة الرأي ينعون على النهضة العلمية الحاضرة عيباً في الصميم ، فهؤلاء لا يقدرون للعلم كشفه الحجب المسدلة على حقائق الكون والحياة ولا للعلماء نضالهم في هذا السبيل بقدر ما يهمهم ان يصبح العلم ملكاً مشاعاً بين أفراد الأمة ، وفرصة سانحة يمكن حتى لرجل الشارع أن يستغلها . فلا يحق للعلماء بحسب هذا الرأي الاخير أن ينقطعوا لاختصاصهم دون السعي الى خلق بيئة علمية صالحة لنمو آرائهم ، ولا يجمل بهم أن يضربوا حول تفكيرهم نطاقاً كثيفاً من الغموض والابهام بحيث يستحيل على المثقف العادي أن يقتحم هذا النطاق وينفذ الى لبابه . والعلماء الذين ينظرون الى مستقبل العلم وأثره في توجيه الحضارة نظرة ملؤها التفاؤل يبشرون بأن السلطة لابدّ أنْ توضع في أيدي العلماء لتستقيم الاحوال وتسيطر الحرية والسلام على الشعوب ، وأحلامهم هذه لا تتحقق إلاّ بعد أن تدرك العامة قيمة العلم ومحلّ العلماء ما يستحقون من منازل التشريف والإجلال

تعم هذه الفكرة الديمقراطية الرائعة الاوساط العلمية رويداً رويداً . فالعلماء المنصرفون لابحاثهم يبذلون أبلغ الجهد في تبسيط النظريات وتوضيح النتائج وتقديم الحقائق للناس بلغة سائغة مفهومة مجردة من الالفاظ الفنية الدقيقة والتعبيرات الخاصة التي لا يعيها القارىء العادي فاذا ما حاولنا نحن — في الوقت الذي نعاني جدباً في القرائح وعقماً في الاستنباط والتفوق — أن نقرّب الأفكار العالية الى أذهان المثقفين ، واذا ما حاولنا أن نخلق نفراً من الشباب لا يحجمون عن الاطلاع على النظريات الحديثة في العلم والفن والفلسفة ولا ينون في درس تيارات الفكر المتضاربة التي كانت أساس الحضارة الراهنة والتي يجب أن تكون بشيء

قليل من التكييف والتهذيب أساس نهضتنا المنشودة ، واذا ما حاولنا انارة الطريق أمام الجيل الجديد الذي سيكون لهُ حظ التجديد وشرف الاضافة الى تراث الانسانية العلمي ، أقول اذا ما حاولنا هذا كلّه ،فاننا لا نقوم بمجهود تافه القدر ضئيل الشأن ، وانما هو واجب عظيم كريم يعد أكبر علماء الغرب أنفسهم لحمل أعبائه ، ووسالة ساحية لا تفي حق ماضينا المجيد ومستقبلنا السعيد ان تهرّبنا من تحمل تبعاتها

وهذا البحث عرض سريع لمرحلة خالدة في تاريخ الفكر البشري أنتجت انعتاق العقل من قيود اقليدس وانفساح مجالات أرحب تترعرع فيها الحرية الفكرية وتبلغ أقصى شأو من التحصيل المثمر المستقل . وسأضفي على البحث ما استطعت من أثواب السهولة والبساطة ، إلا انني لا أعد القارىء الكريم بالنجاح الأكيد . واذا ما ابتعدت عن تملق القارىء وتشويقه لاستيعاب هذه الأفكار البالغة مستوىً عالياً من التجريد ، فما ذلك إلاّ لعلمي الواثق أن الفكرة الكبيرة تستلزم المجاهيد الكبيرة . وبقدر ما نبذل من قوة لفهم مسألة ما أو حل مشكلة بعينها ، بذلك القدر نفسه نشعر بعد الوصول الى مطلوبنا بالرضا الريّ المقنع . يضاف اليه الشوق الملح لزيادة الدرس والفهم

***

لا نعرف كتاباً — غير الكتب المحاوية — فرض نفسه على الفكر البشري كما فعل كتاب اقليدس . فتفكيره ومنطقه كانا متعة الأجيال خلال ألفي عام . ولم يخطر ببال أحد أن الباطل قد يأتيه من أمامه أو من خلفه ، فهو نسق حال للتفكير الصحيح ومثل صادق للحقيقة المطلقة التي — اذا تساوت الأمور — يدركها العقل العادي ويؤمن بصحتها عجيراً . وهو أيضاً رد مفحم على اللاادريين الذين ينكرون على العقل إمكان ادراكه حقيقة واحدة مطلقة . فالوصف الدقيق للحيز الذي نحيا فيه كما ورد في اقليدس يقيني لا سبيل لنكرانه على أن هذه العقيدة الراسخة لم تعم الرياضيين عن رؤية عيب في ذلك النطق وتشويه في ذلك الجسم الخالد . فقد ترك اقليدس بديهية المتوازيات دون برهان مع انهُ لا يوجد في العقل البشري ما يجبره على التسليم بصحتها دون دليل . كان السؤال الذي حير الفكر الرياضي منذ القدم هو : لماذا لا يمكننا رسم أكثر من مستقيم واحد يمر بنقطة مفروضة ويوازي مستقيماً آخر معلوماً ؟ وبذلت جهود وافرة لحل المعضلة . ولست أجد من الوقت متسعاً لذكر أسماء جميع الرياضيين الذين التمسوا بكل حماسة كلّ حجة عقلية تعضد اقليدس ولكنني أذكر مع كثير من الاعتذار العالم العربي نصير الدين الطوسي (١٢٠١ — ١٢٧٤) المعروف بمخارجه كما ورد في مقدمة ابن خلدون . فقد فهم أوليات الهندسة وأحس بالمشكلة وقدم برهاناً على صحة البديهية كان من أفضل وأقوم ما قدم في هذا الصدد

ولقد ذهبت تلك الجهود أدراج الرياح لاسباب سنذكرها فيما بعد . واذا كان لابد من ملاحظة على تلك المحاولات التي قصد منها البرهان على صحة تلك البديهية فهي انها كانت تصدر عن عقيدة ثابتة في صحة البديهية . ومثل هذه العقيدة خطأ أساسي، ما أن تبينه المرء حتى أدرك مباشرة مدلول الهندسات غير الاقليدسية وتخلص من وبقة ذلك القيد الثقيل

من المحاولات لبرهنة البديهية ما كانت تبدأ بقضايا يعوزها الدليل للتسليم بصحتها . ومنها ما ارتأت استخدام البديهيات الاخرى لاستنتاج بديهية ، المتوازيات ، ومنها ما فصلت البديهية الى قضايا فرعية لا يؤمن العقل بصحتها سلفاً . وهكذا . الآن فكرة بديعة أشرقت اولاً في ذهن العالم الايطالي جرمانو ساشيري Germani Saccheri (١٦٦٧ — ١٧٣٣) ملخصها هذا السؤال : لنفرض ان عكس البديهية صحيح فالى أين يؤدي بنا هذا الفرض ؟ انهُ دون ريب سينتهي بنا الى مغالطات جمة نكتشفها بسهولة ونحكم عندئذ بأن الفساد ترسب من الفرض الأول بأن عكس البديهية صحيح

من نظريات هندسة اقليدس التي تعتمد على البديهية النظرية التي تنص على أن مجموع زوايا المثلث قائمتان . فلو فرضنا ان مجموع زوايا المثلث أقل من قائمتين (فرض الزاوية الحادة) في المرة الاولى ، ثم فرضنا انهُ اكثر من قائمتين (فرض الزاوية المنفرجة) في مرة اخرى ، فما هي الحقائق الجديدة التي نبنيها على هذه الاركان الجديدة ؟

وعمد ساشيري الى متابعة الاصول المنطقية واستنتاج النتائج واستكشاف النظريات التي تؤلف بناءً جديداً يخالف بناء اقليدس في أساساته ونظامه او هندسته . ولسوء حظ ساشيري خيل اليه انهُ اكتشف تناقضاً في فرض الزاوية المنفرجة . اما عن فرض الزاوية الحادة فقد وقف امامه حائراً لان التناقض لم يبد في نتائجه ابداً . ولما كان ساشيري يرى ان إمكان وجود هندسة صحيحة غير هندسة اقليدس فوق العقل والتصور فقد أيقن من فشل محاولته فنالهُ شرف السبق الى اكتشاف عظيم كاكتشاف الهندسات غير الاقليدسية . والحقيقة انهُ لم يستأثر بهذا الشرف عالم واحد . فالاسم تتنازعه وتدعي حقه ومهما يكن من شيء فكل اسم اقترن بهذا الكشف الخطير ناله حظ كبير من الرفعة والخلود

يقص لوباتشفسكي Nicolai Lobatschewsky (١٧٩٣ — ١٨٥٦) علينا كيف اتجه تفكيره نحو كشف الآراء الجديدة وهو احد مكتشفي الهندسات غير الاقليدسية فيقول : « ان فشل المحاولات المتكررة خلال الي عام مرت بعد اقليدس ، اثار في نفسي الشك ، وأراني ان الحق الذي ننشده ، لا تتضمنهُ الاشياء المعطاة او الفروض المفروضة . فاذا ما اردنا اثباته فلا بد من اللجوء الى التجربة كالرصد الفلكي مثلاً . ولما استطعت أن أقنع نفسي بصواب فكرتي وفيما أيقنت انني حللت المشكلة العويصة . فكتبت مذكرة بهذا الشأن سنة ١٨٢٦ »

التي يقصد بها بناء هندسة غير هندسة اقليدس ومع كثرة ما يرمز اليه التعبير الجديد من المدلولات فانه يكاد في واقع الحال يشير الى هندستين فقط من جميع تلك الهندسات الممكنة . أولى هاتين هي هندسة لوباتشفسكي الروسي وتسمى احياناً هندسة (القطع الزائد) ثم هندسة ريمان الالماني وتسمى ايضاً هندسة (القطع الناقص) كما تسمى هندسة اقليدس بالمناسبة هندسة (القطع المكافىء)

تعتمد هذه الهندسات الثلاث على مبادىء وأركان واحدة ولكنها تختلف في بديهية التوازيات ، فتفرض هندسة اقليدس انهُ لا يمكن مدّ ، من نقطة مفروضة خارج مستقيم اكثر من مستقيم واحد موازٍ لذلك المستقيم . وتنص هندسة لوباتشفسكي على انهُ يمكن رسم عدد لا نهائي من الموازيات التي تمر بتلك النقطة موازية المستقيم الاصلي دون ان تنطبق هذه الموازيات بعضها على بعض . وتفرض هندسة ريمان انهُ لا يمكن مد أي مستقيم موازٍ لذلك المستقيم : اي انك بحسب اقليدس تستطيع رسم موازٍ واحد ، وفي هندسة لوباتشفسكي يمكنك رسم عدد كبير من تلك الموازيات ، وفي هندسة ريمان لا يمكنك رسم أي موازٍ

وبدهي ان النظريات التي تعتمد على بديهية التوازيات تختلف بعضها عن بعض في الهندسات الثلاث . أما النظريات التي لا تتصل بها فهي متماثلة فيها

ومن النظريات المتماثلة : زاويتا قاعدة المثلث المتساوي الساقين تتساويان ، او المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان أو نظريات انطباق المثلثات الخ

وجميع هذه النظريات تؤلف علم المكان المطلق كما اسمى يوحنا بولي هندسته المطلقة المستقلة عن قضية التوازيات . ومن الهندسة المطلقة تتفرع الهندسة النظرية التي تتناول ببحثها مساحة محدودة من المستوي لا المستوي كله . وتبني درسها ملجأ لاحكام البديهيات التي تكشف صحتها للحواس في تلك البقعة المحدودة من المستوي

من أهم النظريات التي يقع فيها التضارب واختلاف نظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة ، فبينما تقول هندسة اقليدس إن هذا المجموع ثابت دائماً ويساوي قائمتين ، نجده متغيراً تابعاً لمساحة المثلث في هندسة القطع الزائد وهو دائماً اقل من زاويتين قائمتين وينقص كلما زادت مساحة المثلث ، ونجده في هندسة القطع الناقص متغيراً ايضاً تابعاً لمساحة المثلث الا انهُ دائماً اكثر من زاويتين قائمتين ويزيد كلما زادت المساحة

وهذا مثل آخر للاختلاف بين النظريات في الهندسات الثلاث . فالمستقيمان العموديان على ثالث متوازيان في هندسة اقليدس ، وغير متوازيين ولكن لا يلتقيان في هندسة لوباتشفسكي ، ويلتقيان في هندسة ريمان

لن نطيل في شرح هذه الفروق ولن نسهب في شرح ماهية كل من هذه الهندسات لان ذلك يقودنا مرغمين الى ذكر النظريات ورسم الاشكال مما لا يتسع له المقام ، ولكننا نعمد الى شرح الفكرة الرياضية التي تستند الهندسة الاقليدسية وغيرها

***

ان الضوء الجديد الذي انبعث من ابحاث بولي وجاوس ولوباتشفسكي قد قلب الرأي العلمي رأساً على عقب . فلم تعد هندسة اقليدس النظام المنطقي الوحيد الممكن الذي يفرض نفسه على التفكير . والاعتقاد بأن هذا الجسم الخالد صحيح في داخله وخارجه ، ينطبق على الحس والاختبار، ويصف الحيز الذي تجري فيه الشموس لمستقراتها الوصف الصحيح ،وبان بديهياته ليست جملاً شرطية ابداً وانما هي أحكام لا تختلف في صحتها اثنان ، ولا مجال للتردد في قبولها ، وبان اصول اقليدس المعرفة المطلقة—اقول ان الاعتقاد بصحة هذا قد تغير بعد الكشف الجديد . ذلك ان هندسة اقليدس ليست الا سلسلة من القضايا المترابطة التي تعتمد على أساس ، ما ان يتغير حتى يتغير البناء بأكمله ، ولا ينقص البناء الجديد إصالة وقيمة عن بناء اقليدس . فيمكن اذن اعتماد بديهيات خاصة للحصول على عدد لا حد له من الهندسات . وليس من الضروري أن تكون القضايا الاولية صحيحة واقعية منطبقة على الحس أو غير ذلك ما دام لا يعنينا منها أكثر من تضميناتها واستنتاجاتها المنطقية أولاً وآخراً ، فلا يغرب عن البال ان هندسة اقليدس نفسها لم تتناول وحدات حسية وانما كانت حدودها الاولية أجساماً وهمية لا وجود لها إلا في الفكر . على ان خصائص ثلاثاً يجب أن تتوافر في مجموعة البديهيات التي تستند أي نظام رياضي وهي : — الخصب بمعنى أن يكون عدد لا بأس به من النظريات تابعاً في وجوده لوجود تلك المجموعة ، ويستنتج هذا العدد بصرف النظر عن تمشيه مع العرف أو عدمه . ونقول ان هذه المجموعة خصبة اذا كان العقل البشري قادراً على اكتشاف أكبر عدد ممكن من التضمينات والاستنتاجات ومن ثم نجد هذه الثمرات الاخيرة تفسيراتها في فرع من العلوم الطبيعية أو الرياضية . والخاصة الثانية أن تكون المجموعة مختصرة لتكون سهلة الفهم ، وواضحة المعالم والحدود ؛ فلا تكون المجموعة كتاباً من القضايا قائماً بذاته ، ولا تختلط فيما بينها بحيث يستحيل ادراك نتائجها الحتمية بسهولة . والشرط الاخير أن تكون مؤتلفة فيما بينها مستقلة بعضها عن بعض، فلا تتصادم نتائج بديهية مع نتائج بديهية أخرى . ولا تستنتج احدى هذه البديهيات من بديهية اخرى فكل منها وحدة مستقلة عن غيرها بالاضافة الى انها تسير مع رفيقتها يداً بيد لتصلا الى نفس الغاية وتعملان بوئام على خلق الجسم الكبير من المنطق السديد أو العلاقات القابلة للتفسير المادي

الهندسة اذن فحص من المنطق الشكلي — كما يتبين بجلاء الآن — فتتطور النتائج تبعاً لتطور المقدمات . وليس يعوزنا الدليل اليوم بعد جهود مشكورة بذلها أمثال كانتور وهويتهد ورسل على أن الرياضيات على وجه العموم لا تزيد عن ان تكون صورة أخرى للمنطق المحض . يبقى سؤال أخير لا نشعر أن الموضوع يصل حدّاً يحسن السكوت عنده ، قبل أن نشير اليه ونحاول الاجابة عنهُ . لا بدَّ أن نسأل الآن : أي هذه الهندسات أصلح لوصف الحيز الذي نألف وعلاقات الابعاد بين أجزاء المادة الموجودة فيهِ ؟

تسير جميع الهندسات بكافة أنواعها في حلبة الدقة الرياضية على قدم المساواة ، فما يقال عن نظام اقليدس يمكن أن يقال عن كلّ نظام آخر ما دامت تتوافر فيه تلك الشرائط السابقة ، وما دامت استنتاجاته تتمشى مع قواعد المنطق الصحيح . ومن هنا لا يمكن القول بأن هذا النظام فاسد والآخر سليم . فبقي علينا بعد ذلك أن نترك للتجربة أن تفصل وتختار الأنسب . والهندسات المهمة الثلاث لا تختلف في استخراج الأبعاد اذا كانت المسافة المقيسة قصيرة ، أما عندما ننتقل الى الأبعاد الشاسعة فتتضارب النتائج وتتضح الفروق . وبحسب رأي ادنغتون تكون هندسة الكون ريمانية (بالنسبة الى ريمان) ، لأن التجربة المستقلة عن كل تفسير أو فكرة سابقين A priori ، والقياسات بالساعات أو بأشعة النور أو بالذرات الموجية لا تترك مجالاً للاختيار وتبرهن لنا على اننا نحيا في حيز «لا اقليدسي» تنطبق عليهِ نظريات هندسة الحيز الناقص تمام الانطباق . وطبعاً يعضد هذا الرأي جميع أنصار النسبية في العالم اليوم . أما الدكتور كيزر فيرى ان لكل هندسة فضاءها الخاص بها . فلا تتغير الهندسة لتنطبق على الحيز وانما يتغير الحيز ليوافق مقررات الهندسة . وما دام تفكيرنا نظريًّا فاننا لا نستطيع ان نفاضل بين الهندسات . اما عندما ننتقل الى عالم الحس فان الرجل العملي الكامن في نفوسنا يستطيع ان يختار من النظم ما يسهّل تفكيره ويبسط معادلاته ويعلل مشاهداته . ويرى رسل ان اختيار هندسة بعينها قضية مصلحة فكرية قبل ان يكون مشكلة وصف الحقائق كما هي في الواقع . أما هويتهد فيقول إن الحيز المتغير الذي جادت به نظرية النسبية وهمٌ باطل يجب رفضه على الاطلاق

من هذا نحكم بأن الجواب عن سؤالنا بثقة واطمئنان عسير وغير ممكن لان قادة الرأي العلمي لم يجمعوا على الحل النهائي . ولكننا لا نعدو ما يشبه الصواب اذا قلنا إن الأغلبية الساحقة من رجال العلم تقبل على اعتناق مبادىء النسبية . ولعل من أهم مبادئها الأساسية مبدأ تحدب الحيز وعدم صلاحية اقليدس لوصف المادة فيه وصفاً دقيقاً صحيحاً

السلط — شرق الاردن