اللـــزوم

الدكتوره / سهـام التويهـــى
المدرس بقســـم الفلسفـــة

ان علاقة اللزوم من العلاقات الهامه فى المنطق . ورغـــم وجود انواع عديدة من اللزوم الا ان هنـاك نوعان هما الاساسيـــان لكل نوع من انواع الاستنتاج وهما اللزوم المادى واللـــــزوم الصورى . كما تمثل علاقه اللزوم احد الموضوعات الرئيسيـــــة لفلاسفة علم المنطق لما لها من اهمية وايضا لما ترتب علـــى اللزوم المادى من نتائج لا تتفق ـ فى ظاهرها ـ بأى حال مع مـا نعرفه عادة عن اللزوم . اى ان استخدام اللزوم المادى قـد ادى الى ما يمكن ان نطلق عليه متناقضات اللزوم المادى.

والواقع ان علاقة اللزوم ـ بنوعيها : المادى والصورى ـ ما زال يشوبها الكثير من الغموض واللبس فى الفهم ـ لذلـــــك فانها فى حاجه الى مزيد من التوضيح حيث يتصور البعض ان المسمى " مادى " يعنى " المعنى " وهذا ما يظهر فى الفقرة التالية :

> " اما المناطقة ـ والمعاصرون منهم بعفة خاصه فقـــد اجمعوا الآن بغية الدقه والتوضيح فى تحديد استعمـــال هذه الاداه الهامه " اذا .....اذن " ان يوسعوا مـــن استعمالها بحيث يقبلونها حتى اذا لم تكن هناك رابطه اطلاقا فى المعنى بين المقدم والتالى ،" وجعلـــوا صدق المركب الشرطى او كذبه متوقفا كل التوقف علـى صدق او كذب المقدم والتالى فحسب " . ولذا فهـــم يفرقون بين " اللزوم المادى " الذى يتوقف علـــى المعنى " ، واللزوم الصورى " الذى يهتم بالشكـــل الصورى وحده ، ويلاحظ ان " اللزوم الصورى " اشمـــل واوسع من اللزوم المادى " . اذ ان كل قضية مركبـــه

شرطية " فيها " لزوم مادى " بين مقدمها وتاليها يكون فيها كذلك " لزوم صورى " لكن العكس غير صحيح "(١)

ولعل اهم ما نريد ابرازه من الفقره السابقه عبارتين وهما :

١) " ولذا فهم يفرقون بين " اللزوم المادى " الذى يتوقف على المعنى واللزوم الصورى الذى يهتم بالشكل الصورى وحده "

٢) " ان اللزوم الصورى أشمل وأوسع من " اللزوم المادى" اذ ان كل قضية مركبه شرطيه فيها "لزوم مادى " بين مقدمها وتاليها ،يكون فيها كذلك " لزوم صورى " لكن العكس غير صحيح ".

وسوف يتضح لنا من خلال هذا البحث ان العباره الاولى تخالف الحقيقة ذلك ان اللزوم المادى لا يتوقف على المعنى ولا دخل له بالمعنى على الاطلاق ، كما ان اللزوم الصورى لا يتوقف على الشكل الصورى وحده . وسنجد ان العباره الثانيه فيها ايضا ما يخالف للحقيقه ذلك ان القضية المركبه الشرطيه التى يكون فيها " لزوم صورى " بين مقدمها وتاليها يكون فيها " لزوم مادى " وليس العكس . فاللزوم المادى لا يتضمن لزوما صوريا ولا اى نوع اخر من اللزوم بل ان اللزوم المادى هو المتضمن فى كل نوع من انواع اللزوم .

---

(١) د. زكى نجيب محمود ، المنطق الوضعى ، مكتبة الانجلو المصريه ، ١٩٥١ ، ص ١٤٦.

وبناء على ما سبق فاننا نهدف من هذا البحث الى توضيح ما يلـــى :-

١) الانواع المختلفه للزوم.

٢) مفهوم اللزوم المادى

٣) مغالطات اللزوم المادى

٤) مفهوم اللزوم الصورى

١ - الانواع المختلفه للزوم :

ان علاقة اللزوم هى العلاقه القائمه بين اجزاء القضايـــا الشرطيه على اختلافها . ويقصد بالقضايا الشرطيه - فى المنطـق المعاصر - النوع المتصل منها وليس المنفصل . حيث يطلق علـــى القضايا الشرطيه المنفصله " قضايا فعليـــــــــــــــــه " disjunctive propositions وعادة ما يعبر عـــن الشرطيه المتصله بالصوره " اذا... اذن " .

ويعرف الغزالى الشرطيه المتصله بقوله (١) :

" ما يسمى شرطيا متصلا كقولنا ان كان العالم حادثا فلـــه محدث سمى شرطيا لأنه شرط وجود المقدم لوجود التالى بكلمـــــة الشرط وهو ان واذا وما يقوم مقامهما . فقولنا ان كان العالـم حادثا يسمى مقدما . وقولنا فله محدث يسمى تاليا وهو الـــذى قرن به حرف الجزاء الموازى للشرط . والتالى يجرى مجرى المحمول ولكن يفارقة من وجه وهو ان المحمول ربما يرجع فى الحقيقـــه

---

(١) الغزالى ، معيار العلم ، مكتبه الجندى ، ١٩٧٣ ، تحقيـق الشيخ محمد مصطفى ابو العلا ، ص ٨٣.

الى نفس الموضوع ولا يكون شيئا مفارقا له ولا متعلا به على سبيل اللزوم والتبعيه كقولنا الانسان حيوان والحيوان محمول وليس مفارقا ولا ملازما تابعا . واما قولنا فله محدث فهو شيء آخر لزم اتصاله واقرانه بوصف الحدوث لا انه يرجع الى نفس العالم".

واذا ما فحصنا المثال الذى قدمه الغزالى للقضيه الشرطيه نجد ان نوع اللزوم المتضمن به هو اللزوم القائم على التعريف لان وصف العالم بانه حادث يعنى انه لم يكن من قبل موجود وان له محدث . واذا ما استعرضنا عدة قضايا شرطيه سيظهر لنا انواع اخرى من اللزوم . فالقضايا الشرطيه المختلفه قد تؤكد انماطا مختلفه تطابقها معان مختلفه لـ " اذا ... .". اذن" " so .... if ". التى تمثل البناء المنطقى للقضيه الشرطيه.

ويمكن توضيح ذلك بالامثله الاتيه :-

١) اذا كان أ أكبر من ب اذن ب اصغر من أ .

٢) اذا كان زيد اعزبا اذن زيدا يكون غير متزوج .

٣) اذا وضعت ورقة عباد الشمس الزرقاء فى حامض فانها تصبح حمراء .

٤) اذا نجحت فى الامتحان سأحضر لك هديه .

اذا ما تناولنا الصياغات الشرطيه السابقه نجد انها ذات انماط لزوميه مختلفه .

ففى المثال الاول نجد ان التالى يلزم منطقيا من المقدم واللزوم المنطقى Logical implication يقوم على التركيب المنطقى logical structure للقضايا بدون اى

حاجه لمعلومات اخرى (١).

وفى المثال الثانى يلزم التالى من المقدم بواسطة التعريف حيث ان الحد " اعزب " يعنى " رجلا غير متزوج " بينما نجد ان التالى ينتج من المقدم بواسطة اللزوم السببى فى المثال الثالث . اما فى المثال الرابع فان اللزوم يقوم بين المقدم والتالى بناء على تقرير من المتحدث بوعد يحققه فى ظروف معينه وبذلك فان الامثله الاربعه يؤكد كل منها نمطا مختلفا من انماط اللزوم بين المقدم والتالى. ولكن الاختلاف لا يعد اختلافا جذريا لانها كلها تقرر انماطا من اللزوم .

ويقرر كوبى copi وجود معنى جزئيا مشتركا لهذه الانماط المختلفه من اللزوم . ولكى يبين لنا هذا الجزء المشترك يتساءل عن الظروف الكافيه التى يمكن بها تقرير كذب عباره شرطيه بعينها . ولتوضيح ذلك يقدم القضية التالية (٢).

" اذا وضعت ورقة عباد الشمس الزرقاء فى هذا المحلول
فانها ستتحول الى اللون الاحمر "

فما هى الظروف التى تجعل من هذه القضيه الشرطية قضيه كاذبه ؟

مما لا شك فيه ان هناك طرقا تجريبيه كثيره لبحث قيمه صدق هذه القضيه . فمثلا يمكن وضع الورقه بالفعل فى المحلول

---

(١) Quine, W.V., Philosophy of Logic, Prentice Hall Inc., 1970, p. 48.

(٢) Copi, I.m., Introduction to Logic, The Macmillan Company, 3rd. ed., 1968, p. 224.

لرؤيه النتيجه . كما يمكن اختبار المحلول كيميائيا لمعرفه نوعه فاذا كان حمضيا فان القضيه الشرطيه السابقه تكون صادقه لأننا نعلم ان ورقه عباد الشمس الزرقاء دائما تتحول الى اللون الاحمر عندما توضع فى الحامض . اما اذا كان المحلول قلويا فان القضيه الشرطيه التى نحن بصددها تكون كاذبه .

اى ان اهم ما يجب توضيحه ان القضيه الشرطيه السابقه لا تؤكد ان ورقه عباد الشمس قد وضعت بالفعل فى المحلول ، كما انها لا تؤكد انها تحولت فعلا الى اللون الاحمر . اى ان القضيه الشرطيه لا تقرر شيئا بالنسبه للمقدم او بالنسبه للتالى[١] . وكل ما تقرره هذه القضيه الشرطيه انه اذا وضعت ورقة عباد الشمس الزرقاء فى المحلول فانها ستتحول الى اللون الاحمر. وبذلك فان هذه القضيه الشرطيه تكون كاذبه اذا ما وضعنا ورقه عباد الشمس الزرقاء فى المحلول ولم تتحول الى اللون الاحمر ، أى اذا صدق المقدم وكذب التالى تكون القضيه الشرطيه كاذبه . وهذا الشرط لكذب القضيه الشرطيه هو شرط لجميع القضايا الشرطيه وان اختلفت فيما تقرره من انماط اللزوم[٢].

واذا ما رمز للقضايا بالحروف (ق ، ل ، م ..) فان القضية الشرطيه " اذا ق اذن ل " تكون كاذبه فى حاله صدق القضية العطفيه " ق . ~ل "[٣]، اى فى حالة صدق المقدم وكذب التالى . بعباره اخرى ، القضيه الشرطيه "اذا ق اذن ل "

---

(١) المرجع السابق ، نفس الموضع

(٢) المرجع السابق ، نفس الموضع

(٣) يلاحظ انه يرمز لأداة العطف " و " بالنقطة ". " ولأداه النفى بالرمز " ~ " . وبذلك تقرأ " ق . ~ل " هكذا : القضيه ("ق و " لا ل") .

تكون صادقه اذا ما صدقت " ~ (ق . ~ ل)"[١]. وبذلك يعتبر كوبى ان " ~ (ق . ~ ل)" جزء من معنى القضيه الشرطيه " اذا ق اذن ل " . فكل قضيه شرطيه تعنى انكار صدق المقدم وكذب التالى .

ولكن الى جانب هذا المعنى السابق المشترك بين القضايا الشرطيه يوجد معنى خاص بكل منها طبقا لنمط اللزوم القائم بها . ففى المثال الاول وجدنا القضيه الشرطيه مؤكده للزوم المنطقى ،وفى المثال الثانى كان اللزوم تعريفيا ،وكان اللزوم سببيا فى المثال الثالث بينما كان الارتباط تقريريا فى المثال الرابع . ولكن ايا كان نمط اللزوم الذى تقرره القضيه الشرطيه فان جزءا من معناها هو نفى القضية المكونه من عطف المقدم مع نفى التالى. اى ان شروط كذب القضية الشرطيه يمثل الجزء المشترك بين جميع انواع القضايا الشرطيه حيث يكون جميعها كاذبا فى حالة صدق المقدم وكذب التالى.

٢) مفهوم اللزوم المادى :

اللزوم المادى هو اللزوم المستخدم فى " الحساب التحليلى للقضايا " فى المنطق المعاصر وبخاصة فى المنطق الثنائى القيم أى القائم على قيمتى الصدق و الكذب فقط . حيث يقتصر حساب القضايا على علاقات الصادق اى على قيم الصدق (صادق وكاذب)[٣]. واذا كان تناول القضايا من ناحيه الصدق والكذب

---

(١) تقرأ هكذا : القضيه (ق صادقه و ل كاذبه) قضية كاذبه ، او من الكذب ان تكون ق صادقه و ل كاذبه .

(٢) Copi, Introduction to Logic, p. 225

(٣) Lewis, C. I. & Langford, C.H., Symbolic Logic, New York, 1932, p. 87.

هو تناول لها من جهة الماصدق فان علاقة اللزوم فى هذا النوع من الحساب لا يكون لها المعنى المعتاد .. ويستخدم المناطقة المعاصرون الرمز الشابت " ⊂ " للدلاله على هذا النوع من اللزوم الذى لا يماثل الانواع السابقه ولذا يطلقون عليه مصطلحا خاصا وهو" اللزوم المادى" material implication. ويمنحه مصطلحا خاصا يكون له مفهوما خاصا لا يختلط مع اى نمط آخر من انماط اللزوم . وعلينا ان نكون على بينه فى تفهم مصطلح " مادى " material حتى لا نفهم الماديه على إنها " المعنى " كما فهمها البعض . ومن رأينا ان سبب استخدام مصطلح " مادى " انما لان هذا النوع من اللزوم يكون قائما على قيم صدق القضايا . وهذه القيم هى ما يعتبرها المناطقه ما صدقات denotations للجمل. ويمكن التمثيل بكارناب الذى اعتبر ان ماصدقات الجمل هى قيم صدقها(١). فكما ان ماصدقات الحدود تمثلها الاشياء الماديه(٢) فإن" الكذب و الصدق" باعتبارهما ماصدقات للجمل فهما ماديان ولذا اطلقت كلمه " مادى " على هذا النوع من اللزوم المتوقف على قيم الصدق .

فاللزوم المادى لا يقرر اى ارتباط حقيقى بين المقدم والتالى وكل ما يقرره انه لا يمكن ان يكون المقدم صادقا عندما يكون التالى كاذبا . ويمثل الرمز الخاص باللزوم المادى " ⊂ " دالة صدق . والصياغه الرمزيه للزوم المادى تكون على النحو الاتى :

ق ⊂ ل (٣)

---

(١) Carnap, R., Meaning and Necessity, The University of Chicago Press, Chicago, 1947, p. 31.

(٢) مثلا كلمة " انسان " تكون ماصدقاتها الافراد الماثلين فى الواقع الخارجى المادى.

(٣) وتقرأ "اذا كانت ق اذن ل "

ومن المعروف ان شروط صدق دالة اللزوم هى :

١) صدق المقدم وصدق التالى

٢) كذب المقدم وكذب التالى

٣) كذب المقدم وصدق التالى

وتكذب فى حالـــــه :

صدق المقدم وكذب التالى .

وهو الشرط المشترك فى جميع انواع اللزوم . ومن ثم فـــان اللزوم المادى يكون متضمنا فى انماط اللزوم الاخرى.

والواقع ان اللزوم المادى نجد جذوره فى المنطق الرواقى. فنمط اللزوم عند فيلو Philo الميغارى يماثل تماما " اللـــزوم المادى " الحديث . وتكون القضيه الشرطيه صادقه - عنـــــده - عندما وفقط عندما لا يكون لها مقدم صادق وتالى كاذب[1] وبذلـــك يكون فيلو هو اول من اوضح استخدام اللزوم المادى. وتابـــــع الرواقيون فيلو فى القول باللزوم المادى وذلك ما نجده عنـــد سكستوس Sextus الذى قدم شروط صدق القضية الشرطيه موضحـــا لها بالامثله وذلك كما يلى " الارتباطات (ص ص) اذا كان يوجد كلاب ، اذن الكون محكوم بالعنايه الالهيه ،(ك ك) اذا كانـــت الارض تطير ، اذن الارض ذات اجنحه ،(ك ص) اذا كانت الارض تطير اذن الارض موجوده ،(ص ك) اذا كان هو يتحرك ،اذن هو يمشى"[2]

---

(١) Mates, B., Stoic Logic, Universities of California Press, 2nd ed., 1961, p. 42.

(٢) المرجع السابق ،ص ٤٤ . ويلاحظ ان " ص " تعنى صادق و " ك " تعنى كاذب فمثلا (ص ص) تعنى ان المقدم صادق والتالـــى صادق .

واوضح سكستوس انه بالنسبه للارتباط الاخير" انه يتحرك لكنه لا يمشي". وتكون الشرطيه صادقه فى الثلاث حالات الاولى وكاذبه فى الحاله الاخيره . ومن ثم فانه يكون قد قدّم قائمه صدق للقضيه الشرطيه . وبذلك يتضح ان ما يطلق عليه " اللزوم المادى " الان قد سبق معرفته فى المنطق الرواقى .

والحقيقة ان السبب الرئيسى لاستخدام اللزوم المادى او لتناول الشرطيات كما لو كانت مجرد لزوميات ماديه هو ان المبرهنات الصحيحه المشتمله على قضايا شرطيه تظل صحيحه عندما تفسر القضايا الشرطيه باعتبارها مؤكده للزوم المادى فقط(١) وفى ذلك نجد راسل يقول " العلاقه التى بفضلها يمكننا الاستنتاج الصحيح هى : ما اسميها اللزوم المادى " (٢).

ولقد قام راسل بتعريف اللزوم المادى بالنفى والفعل معا وذلك كما يلى :

$$ق \subset ل \equiv \sim ق \ V \ ل \quad (٣)$$

وتقرأ هكذا (القول بصدق " ق يلزم عنها ل " يكافىء القول بصدق " اما لا ق او ل ".

ويرى راسل اننا لسنا فى حاجه الى خاصيه اخرى لتعريف اللزوم المادى فهو يكتفى بان يكون " المقدم كاذبا او التالى

---

(١) Copi, I. M., Symbolic Logic, The Macmillan Company, 3rd. ed., 1967, p. 22

(٢) راسل ، اصول الرياضيات ، الجزء (١) المترجمه د . محمد مرسى ، د . احمد الاهوانى ، دار المعارف ، القاهرة ١٩٥٨ ، ص ٧٤

(٣) الرمز " V " يرمز لدالة الفصل وهى تعنى الفصل الضعيف الذى يمكن معه الجمع بين البديلين .

صادقـا "(١)

والواقع ان فكرة اللزوم المادى قد حيرت الكثيرين بـل وقد يتردد البعض فى قبولها ، ذلك لانها تخالف ما الفناه فـى اللغة العادية . والعبارات الشرطيه ـ فى اللغة العادية ـ عـادة ما تتطلب وحده فى موضوعات المقدم والتالى ـ وحتى فى حالـة صدق كل من المقدم والتالى فان اللغة العادية تتطلب اكثر مـن الصدق وهو قيام علاقه منطقيه او ضروريه بينهما . فمثـلا اذا قلنا بالقضيه الشرطيه التاليه :ـ

" اذا كان كنيدى رئيسا فاذن الكرنب من الخضر"(٢)

من الواضح انه لا يوجد اى ارتباط فى المعنى بين المقـدم "كان كنيدى رئيسا" والتالى " الكرنب من الخضر " رغم صـدق كل من هما . ولذلك فان هذه القضية الشرطيه تمثل غرابـه عند من ألف اللغة العادية . فعادة ما يستخدم اللزوم فى اللغـة العادية اذا ما كانت هناك علاقه تربط بين مقدم وتالى القضيـة الشرطيه بحيث يبدو التالى وكانه نتيجه ضروريه للمقدم. الا ان المثال الذى نحن بصدده يعتبر قضيه شرطيه صادقه طالما ان قيم الصدق هى فقط الشىء الضرورى فى علاقة دالة الصدق للـلـزوم المادى .

ويرى تارسكى Tarski ان الفارق بين لغة المنطق واللغـة العادية ليس فارقا ذا طابع مطلق . حيث انه احيانا ما يستخدم اللزوم بالمعنى المادى فى اللغة العادية ، يوضح ذلك بالمثـال الاتـى :ـ

---

(١) د. محمد ثابت الفندى ، اصول المنطق الرياضى ، دار النهضة العربية ١٩٨٤ ، ص ١٥٩

(٢) هذا المثال منقول عن:

Allwood, J. & Andersson, L. & Dahl, O., Logic in Linguistics, Cambridge University Press, 1977,p.38

" لنتصور ان صديقا لنا يواجه مشكله نعرف انه لن يستطيع حلها . فى هذه الحاله يمكننا التعبير عن عدم اعتقادنا هذا (أى اعتقادنا بعدم استطاعة حلها) بصوره مرحه على النحو الآتى :

" اذا أنت حللت هذه المشكله ، سوف اكل قبعتى "(١)

وبذلك نكون امام قضيه لزوم يكون التالى فيها كاذبا بلا شك وعلى ذلك فما دمنا نثبت صدق قضيه اللزوم كلها فاننا بذلك نثبت - فى الوقت نفسه - كذب المقدم اى اننا نؤكد فشل هذا الصديق فى حل المشكلة التى يواجهها . ومن الواضح عدم وجود اية علاقه تربط بين المقدم وبين التالى فى هذه القضيه وعلى ذلك فاننا نكون بازاء حاله نموذجيه لقضيه لزوم مادى(٢).

٣) مغالطات اللزوم المادى :

يمكن صياغه شروط صدق قضيه اللزوم المادى " اذا ق اذن ل" فى قائمه صدق باعتبارها داله صدق وذلك كما يلى :

ق	ل	ق ⊃ ل
ص	ص	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ص
ك	ك	ص

(١) تارسكى ، الفرد ، مقدمه للمنطق ولمنهج البحث فى العلوم الاستدلاليه ، ترجمه د . عزمى اسلام ، مراجعة د. فؤاد زكريا الهيئة المصريه العامه للتاليف والنشر ، ١٩٧٠ ،ص ٦٢

(٢) المرجع السابق ، ص ٦٣

يتضح من القائمه السابقه انه فى حاله اذا ما كان المقدم كاذبا لا يهم اذا ما كان التالى صادقا ام كاذبا . فالقضيـــة الشرطيه " ق ⊂ ل " ستكون صادقه ايا كانت قيمه صدق التالـــى اذا كان المقدم كاذبا . كما انه فى حالة اذا ما كان التالـى صادقا لا يهم قيمه صدق المقدم لان القضية الشرطيه " ق ⊂ ل " ستكون صادقه فى اى الاحوال . وبذلك ينشأ ما يطلق عليه عـــاده متناقضات اللزوم المادى Paradoxes of material implication. وهى ما تصاغ كما يلى : ـ

" اى قضيه كاذبه تستلزم ماديا اى قضية ايا كانت ،
والقضية الصادقه مستلزمه ماديا بواسطة اى قضية ايا كانت "(١)

وهما نتيجتان من نتائج اللزوم المادى والصياغة الرمزيـــه لهما هـى :

١) ل : ⊂ : (ق ⊂ ل)

اى القضيه الصادقه مستلزمه ماديا بوساطه اى قضيه .

او : اذا كانت " ل " صادقه فان قضيه اللزوم التى تمثـل " ل " تاليا فيها تكون صادقه .

٢) ~ ق : ⊂ : (ق ⊂ ل)

اى ان القضيه الكاذبه تستلزم أى قضيه .

او : اذا كانت " ق " كاذبه اذن تكون قضيه اللزوم التـى تمثل " ق " مقدما فيها صادقه .

---

(١) Cohen, M. R. & Nagel, E., An Introduction to Logic, New York, 1962, p.127.

وطبقا لهاتين النتيجتين فان القضايا الشرطيه الاتيـــه تكون صادقه :

١) اذا كان أرسطو ليس دائره اذن ٢ x ٢ = ٩

٢) اذا كان ارسطو دائـــره اذن ٢ x ٢ = ٩

٣) اذا كان ارسطو دائـــره اذن ٢ x ٢ = ٥

نجد ان القضيه رقم(١) صادقه لان القضيه الصادقه تلـــزم عن اى قضيه والتالى " ٢ x ٢ = ٩ " صادقا . اما القضيه الثانيه فهى صادقه من الجهتين . حيث ان المقدم فيها كاذبا فيلزم عنه اى قضيه كما ان التالى صادقا فيلزم عن اى قضيه . اما القضيه رقم(٣) فانها صادقه لان المقدم كاذب فيلزم عنه اي قضيه . وهناك الكثير من الامثله المصاغة بلغة الحديث التى تقدم من اجل اثبـات متناقضات اللزوم المادى (١).

والواقع ان هذه النتائج ليست بالمتناقضات الحقيقيه بل تبدو وكأنها متناقضات . وذلك لانها من جهه تتطابق مع شـروط صدق اللزوم المادى فتكون صادقه ، بينما من جهه اخرى بصياغتها باللغةً العادية تكون متطابقه مع المعنى المعتاد لكلمه" اللزوم " الذى يتطلب ارتباطا حقيقيا بين المقدم والتالى.فنحن اعتدنـا على استعمال علاقه اللزوم فىاللغة العادية عندما يكون هناك علاقه بين معانى او موضوعات كل من المقدم والتالى ولكن اللزوم المادى ان هو الا دالة صدق وكل ما هو ضرورى له هو قيم صدق القضايا.

فلقد منح المناطقة لكلمه " اللزوم " تعريفا يصدق علـــى معنى خاص يختلف عن المعنى المالوف لها . فالخطأ فى القضايـــا

---

(١) يمكن الرجوع فى ذلك الى :
Allwood & Andersson & Dahl, Logic in Linguistics, p. 39.

السابق ذكرها يكمن فى الحكم عليها بانها متناقضه طبقا للمعنى المألوف للزوم ثم اسناد هذا الحكم الى اللزوم المادى.

فالرموز المتغيره للقضايا والتى نستخدم لها الحروف ق ، ل ، م ... الخ لا تمثل بالفعل قضايا اى تقريرات ذات معانى مختلفه بل ما تمثله هو فقط صدق او كذب القضايا[١]. ولذلك يكون من الخطأ صياغه القضايا باللغة العادية لأننا فى هذه الحالة ندخل فى اعتبارنا المعنى وهو مستبعد تماما من حساب القضايا. ومن ثم تظهر التناقضه لاننا نكون قد ادخلنا فى اعتبارنا شيئا ليس له وجود اصلا فى نسق المنطق الشكلى القيم . ومن اجل تحاشى هذه المتناقضات علينا دائما ان نذكر انفسنا بان حد " اللزوم " عندما يتصف بانه " لزوم مادى " يكون مسلوبا من اى معانى معتادة الانتساب له .

وترجع اهمية اللزوم المادى الى ان شروط الكذب الخاصه به تمثل جزءا من شروط صدق اى قضيه شرطيه . فقضية اللزوم المادى تكون كاذبه فى حالة صدق المقدم وكذب التالى ، أى قضية شرطيه ايا كان نمط اللزوم بها تكون صادقه ما لم يكن المقدم صادقا والتالى كاذبا . كما ان البرهنات تكون صحيحه استنباطيا اذا المقدمات استلزمت ماديا النتائج . بعباره اخرى تكون البرهنه صحيحه اذا كانت عبارة اللزوم المادى(والتى يمثل المقدم فيها عطف جميع مقدمات هذه البرهنه ويمثل التالى النتيجه) معبره عن قضيه صادقه بالضروره[٢]. كما يؤكد تارسكى على اهمية اللزوم المادى بقوله : " ... ان نظرية اللزوم المادى سوف تفوق اية نظرية اخرى فى البساطة ، كما اننا يجب

---

(١) Lewis, Symbolic Logic, p. 87.

(٢) Bradley, R. & Swartz, N., Possible Worlds, Oxford, 1979, p. 268.

الا ننسى ، على ايه حال، ان المنطق الذى اقيم على هذه الفكره البسيطة ، قد اتضح انه اساس سليم لأكثر العمليات الرياضيه تعقيدا ودقة"(١).

٤) مفهوم اللزوم الصورى :

لكى يتبين لنا بدقه المقصود باللزوم الصورى علينا توضيح مفهومين يتعلق بهما هذا النوع من اللزوم وهما : -

" الصوره او الثابت المنطقى " و " دالة القضيه " .

ولكى نعرف المقصود بصورة القضيه علينا التفرقه بين الثوابت والمتغيرات . والتفرقه الصحيحه بين كل من المتغيرات والثوابت انما تكون على اساس صفة بنائيه خاصه بهم وهى صفه القابليه للابدال . فالمتغيرات فى اى نسق تكون خاضعه للتبديل طبقا لقواعد هذا النسق ووفقا لشروط بعينها اى ان الفارق بين كل من المتغير والثابت ليس فى كون الثابت له معنى محدد بينما لا يكون للمتغير معنى ، بل ان الفارق بينهما ان الثابت لا يمكن ابداله بينما المتغير هو الذى يكون خاضعا للتبديل(٢).

فمثلا " س " كرمز للمتغير فى صورة القضية" س افريقى " يمكن ان اضع بدلا منها اى ثابت من الثوابت الفردية التى تعتبر قيما للمتغير . اما الثابت فهو ما لا يتغير معناه بتغير مواضعه كما انه ليس قابلا للابدال ومن امثله الثوابت الروابط المنطقية " أو "، " يلزم " ، " يساوى " ... الخ .

---

(١) تارسكى ، مقدمة للمنطق ولمنهج البحث فى العلوم الاستدلالية ص ٦٤.

(٢) تناولنا فكرة المتغير تفصيلا فى كتابنا ، اسس المنطق الرياضى (رؤيه حديثه) ، توزيع مكتبه النهضه المصريه ، ١٩٨٧ ، ص ٧٨ - ص ٨١ .

وصورة القضية هى ما لا يتغير مهما تغيرت الحدود التى تتألف منها القضيه . فمثلا القضيه " زيد اكبر من عمرو " تشتمل على حدين و علاقة وهى علاقه " اكبر من " التى يمكن الرمز لها بالحرف " ع " واذا استبدلنا بحدى القضية " زيد وعمرو " المتغيرين " س ، ص " ستكون صورة القضية زيد اكبر من عمرو" هى : -

س ع ص

واذا استبدلنا بالحدين "زيد وعمرو " حدين اخرين ولنقل المسطره والقلم واستبدلنا بالعلاقة " اكبر من " العلاقه " اطول من " وقلنا " المسطره اطول من القلم " لكان لهذه القضيه نفس الصوره السابقه وهى " س ع ص " . فصورة القضية لا تتغير لانها من الثوابت المنطقيه .

وعلى اساس هذه الصوره او البناء المنطقى يقوم اللزوم المنطقى. فمثلا الصياغه الشرطيه التاليه :

اذا كان س اكبر من ص اذن ص اصغر من س

والصياغه الرمزيه لها :

س > ص : ⊂ : ص < س

نجد ان نوع اللزوم القائم بها هو النوع المنطقى الذى يقوم على البناء المنطقى للقضايا بدون اى حاجه الى معارف اضافيه .والبناء المنطقى للقضية لا يعنى الصوره فقط بل يشتمل كذلك على معانى او تعريفات الثوابت المنطقية الوارده به .

فاللزوم القائم فى الصياغه الشرطيه السابقه لا يقوم على الصوره الخالصه (س ع ص) بل لا بد من ابقاء الثوابت المنطقية

حتى يمكن ان تقوم عمليه اللزوم على اساسها .

وكمثال على اللزوم المنطقى ايضا الصياغه الاتيه : -

أ > ب . ب > ج : ∴ أ > ج

وتقرأ اذا كانت " أ " اكبر من " ب " و " ب " اكبر من " ج " يلزم عن ذلك ان " أ " اكبر من " ج " .

ومن الواضح ان اللزوم فى هذه الصياغه هو اللزوم المنطقى لانه يقوم على الصوره وعلى معانى الثوابت المنطقية الوارده به .

اذن اللزوم المنطقى هو لزوم صورى لانه لزوم عام يمكن تطبيقه على اى قيمه من القيم طبقا لمجال المتغيرات ولا يهتم بما يمكن ان تشير له هذه المتغيرات ، لكنه لا يقوم على الصوره وحدها بل ياخذ فى الحسبان معانى الثوابت المنطقيه . ولذلك عادة ما يقال ان اللزوم المنطقى ان هو الا لزوم صورى. وتمثل شروط اللزوم المادى شروط صدق للزوم الصورى.

ومن ثم فان اللزوم الصورى يتضمن اللزوم المادى وليس العكس.

ولكن راسل يتناول اللزوم الصورى بمفهوم خاص واعتقد انه اراد به تفسير ما يطلق عليه باللزوم الضرورى الذى يكون فيه التالى نتيجه ضروريه للمقدم . واوضح راسل ان هذا النوع من اللزوم يقوم بين دالات القضايا وليس بين القضايا . لذلك علينا توضيح ما هى داله القضية حتى يمكن تفهم فكرة راسل عن اللزوم.

يدل الحد " دالة قضيه " على صيغه ناقصه لا يمكن الحكم عليها بالصدق او بالكذب مثلما يمكن ذلك بالنسبة للقضيه[1] فدالة

(١) تناولنا " دالة القضيه " تفصيلا فى كتابنا " اسس المنطق الرياضى "

القضية ان هى الا صياغه تحتوى على فراغ لا يدل على شئ ، واذا ما وضع فى الفراغ قيمه محدده فانها تتحول الى قضيه يمكن الحكم عليها بالصدق او الكذب وتصاغ دالة القضيه للدالة او للتصور " انسان " كما يلى : -

انســـان (...)

ولكن راسل يستخدم المتغيرات لملاء هذا الفراغ للدلالـــه على الاماكن الشاغره التى يجب ان نملاها بالقيم ، وبذلك تكتـب الدالة هكذا : -

انســـان (س)

ويمكن وضع اى قيمه من القيم بدلا من المتغير " س ".وبعض من هذه القيم تجعل من الدالة " انسان (س) " قضيه صادقـــه وقد يجعل منها البعض الآخر قضيه كاذبه .

وجميع القضايا الكليه عند راسل هى دالات قضايا . فمثـلا القضيه " كل انسان فان " هى - عنده - دالة قضية معبره عـــن صياغة شرطيه فتصبح : -

" اذا كان س انسان اذن س فان "

ويلاحظ راسل ان الصياغه السابقه " ليست علاقه بيـــن دالتى قضيتين ، ولكنها بذاتها دالة قضيه مفرده لها خاصيـــه جميله وهى انها دائما صادقه "[1]. ذلك ان " س انسان" بكونها

---

(١) راسل ، اصول الرياضيات ،ص ٨١

دالة قضيه لا يلزم عنها شيء . وينبغى الا نغير " س " فى " س انسان " ، ثم مستقلا عن ذلك نغيرها فى " س فان " . فمع ان المتغير يمكن ابداله بأى قيمه الا انه ينبغى ان تكون " س " هى بذاتها فى طرفى اللزوم . فلكى نحصل على لزومنا الصورى فى القضية " سقراط انسان يلزم عنها سقراط فان " ينبغى ألا نغير اولا مثلا سقراط فى " سقراط انسان " ثم فى " سقراط فان". ولكن ينبغى ان نبدأ بالقضية كلها " سقراط انسان يلزم عنها سقراط فان " ونغير سقراط فى هذه القضية بكليتها[١].

ويوضح هذا ان اللزوم الصورى يتضمن شيئا اسمى من علاقة اللزوم ذلك انه عند تغيير حد من الحدود تكون هناك علاقة اضافيه . وقد يقول البعض ان هذه العلاقه هى علاقة التداخل بين فعلى الناس والفانين وهى العلاقة التى يقال بها فى اللزوم الصورى . ولكن راسل يرفض هذا الرأى لانه لا يسمح بتفسير جميع الحالات . ويستخدم لتفسير ذلك الفكره التى اسماها بالحكم .

ويقسم راسل القضايا الى "حد " هو الموضوع والى شيء نقوله عن الموضوع وهو ما يسميه بالحكم[٢]. وبذلك يمكن تقسيم القضيه " سقراط انسان " الى " سقراط " و " انسان " . والحكم ذاته لا يمكن وصفه بالصدق او الكذب لان التصور " انسان" يمثل فى حد ذاته دالة قضيه لا يمكن وصفها بالصدق او الكذب كما سبق واوضحنا . ويمكن ان يقال ان هناك علاقه بين الحكمين" يكون انسانا " ، " يكون فانيا " ، وبفضل هذه العلاقه عندما تقوم احداهما تقوم الاخرى[٣]. ويذهب كوهن Cohen الى القول انه انه ـ بناء على رأى راسل ـ يمكن استبدال التصورات بدالات

---

(١) المرجع السابق ،ص ٨٢
(٢) المرجع السابق ،ص ٨٣
(٣) المرجع السابق ، نفس الموضع .

القضايا ونقول ان الانسانيه تستلزم الفناء[١]. وبذلك يكون اللزوم الصورى هو فى حقيقته لزوم بين تصورات .

وبناء على ما سبق يكون التالى " س فان " فى الصياغة الشرطيه " اذ كان س انسان اذن س فان هو جزء من معنى المقدم " س انسان " . فاذا قلنا عن اى شىء انه " انسان" فلا بد ان يكون " فانيا " لوجود علاقه دائمه وضروريه بين تصورى " الانسانيه " و " الفناء " .

وبذلك يعتبر راسل اللزوم الصورى مشتقا من علاقه بين حكمين[٢]. كما يعتبر ان فكرة دالة القضيه وفكرة الحكم اساسيتان لتفسير اللزوم الصورى[٣]. فدالة القضيه باستخدامها مع المتغيرات ان هى الا صورة قضيه ومن ثم فهو لزوم بين صور القضايا وليس بين القضايا . ولكن دالات القضايا صور محتويه احكام او تصورات لذلك فان اللزوم الصورى - كما يجىء عند راسل - يكون قائما على فكرتى دالة القضية والحكم .

ومن ثم يمكن القول ان اللزوم الصورى - سواء كان منطقيا او بالمفهوم الخاص له عند راسل - لا يقوم على الشكل الصورى وحده بل ياخذ فى حسبانه معانى الثوابت المنطقية او التصورات الوارده به .

---

(١) Cohen, M. R., A Preface to Logic, Dover Publications Inc., 1977, p. 54.

(٢) راسل ، اصول الرياضيات ،ص ٨٤ ،ص ٨٦

(٣) المرجع السابق ،ص ٨٤

وفى خاتمة هذا البحث يمكن القول ان اهم النتائج التى انتهينا اليها هى : -

أولا: اللزوم المادى لا علاقة له على الاطلاق بالمعنى حيث يقوم بين قيم صدق القضايا بينما يقوم اللزوم الصورى على البناء المنطقى للقضايا .

ثانيا: بقيام اللزوم المادى بين قيم صدق القضايا يكون قائما على ماصدقات القضايا وهى (الصدق و الكذب). بينما اللزوم الصورى بقيامة على البناء المنطقى للقضية لا يرتكز على الصورة الخالصه وحدها بل يأخذ فى حسبانه مفاهيم او معانى الثوابت المنطقية او التصورات الوارده به .

ثالثا: يمثل اللزوم المادى الجزء المشترك بين مختلف انماط اللزوم ، ذلك انه يمثل شروط صدق بقيه انواع اللزوم.ومن ثم يكون اللزوم المادى متضمنا فى كل نوع من انواع اللزوم.

رابعا: كل قضية مركبه شرطيه فيها "لزوم صورى " بين مقدمها وتاليها يكون فيها كذلك " لزوم مادى " وليس العكس مما يوضح خطأ العبارة الثانيه التى أوردناها فى مستهل هذا البحث .

خامسا: اوضحنا ان نتائج اللزوم المادى لا تمثل فى حقيقتها متناقضات . انما تنشأ المتناقضات من صياغه هذه النتائج باللغة المادية التى تتطلب ارتباطا حقيقيا بين معنى كل من مقدم وتالى القضيه الشرطيه ثم اسنادها الى اللزوم المادى الذى لا علاقة له بالمعنى.

اهم مراجع البحث :

أولا: المراجع العربيه :

١) الغزالى ، معيار العلم ، تحقيق الشيخ محمد مصطفى ابـــو العلا ، مكتبة الجندى ، ١٩٧٣.

٢) تارسكى ، الفرد ، مقدمه للمنطق ولمنهج البحث فى العلـــوم الاستدلاليه ، ترجمه د. عزمى اسلام ، مراجعة د . فـــؤاد زكريا ، الهيئه المصرية العامه للتاليف والنشر ، ١٩٧٠.

٣) راسل ، براتراند ، اصول الرياضيات ، الجزء(١)،ترجمـــــه د. محمد مرسى ، د. احمد الاهوانى ، دار المعارف ،القاهرة ، ١٩٥٨.

٤) د. زكى نجيب محمود ، المنطق الوضعى ، مكتبة الانجلو المصرية ، ١٩٥١.

٥) د. سهام النويهى ، اسس المنطق الرياضى (رؤيه حديثـه) ، توزيع مكتبة النهضه المصرية ، ١٩٨٧.

٦) د. محمد ثابت الفندى ، اصول المنطق الرياضى ،دار النهضـه العربية ، ١٩٨٤.

ثانيا: المراجع الاجنبيـة :

1. Allwood, J. & Andersson, L. & Dahl, O., Logic in Linguistics, Cambridge University Press, 1977.
2. Bradley, R. & Swartz, N., Possible Worlds, Oxford, 1979.

3. Carnap, R., Meaning and Necessity, The University of Chicago Press, Chicago, 1947.
4. Cohen, M. R. & Nagel, E., An Introduction to Logic, New York, 1962.
5. Cohen, M. R., A Preface to Logic, Dover Publications Inc., 1977.
6. Copi, I., Introduction to Logic, The Macmillan Company, 3rd ed., 1968.
7. Copi, I., Symbolic Logic, The Macmillan Company, 3rd. ed. 1967.
8. Lewic, C. I. & Langford, C.H., Symbolic Logic, New York, 1932.
9. Mates, B., Stoic Logic, Universities of California Press, 2nd. ed., 1961.
10. Quine, W.V., Philosophy of Logic, Prentice Hall Inc., 1970.