البحث الثانى :

« دراسة تحليلية للتعلم بالاكتشاف والتعلم الموجه والتعلم بالمعنى بالنسبة لمتغيرات أساسية تخص تدريس الرياضـــــيات »

مقـــــــدمة :

قدمنا فى الدراسة السابقة فكرة عن الأساليب الحديثة فى تعلم الرياضيات التى أثارتها أعمال بياجيه من جهة وتحـــديث مناهج الرياضيات منذ الخمسينيات من جهة أخرى • فقدمنا التعلم بالاكتشاف لبرونر ، والتعلم الموجه لجانيه ، والتعلم بالمعنى لأوسابل (١) • ومع أن هـذه الأسـاليب نشأت وليدة الحاجة الى ايجاد أنسب وسائل تعلم الرياضيات الحديثة التى زحفت الى البرامج المطورة ، الا انها ما زالت تتعامل مع المكونات البسيطة لها ولم تأخذ فى الاعتبار تعلم الطريقة البديهية ومستويات التجريد التى تميز الرياضيات النامية (الحديثة والأحدث) •

ومن دراسة دور الطريقة البديهية فى الرياضيات النامية والتضمـين التربوى لها (٢) ، اتضح ضرورة التوصل الى أسلوب جديد فى تعـــلم الرياضيات يتفق مع طبيعتها النامية•ولهذا فاننا نحتاج أولا الى دراسة أعمق لهذه الأساليب تبين أوجه الاختلاف والاتفاق بينها ، لا بهـــدف المفاضلة بينها فكل منها يستند الى أساس نظرى يمتد جذوره فى علم النفس ونظـرية المعرفة كمـا أنه اتضحت فاعليتها التطبيقية فى مجـالات مختلفة ، ولكن بهدف توضيح الأساليب الثلاث بالنسبة لمتغيرات أساسية تخص تعلم الرياضيات وتدريسها • وذلك للتوفيق والتوحيد بين الأفكار •

ومن ثم فاننا نقدم فيما يلى تحليلا لهذه الأساليب الثلاث فى ضوء عشر متغيرات أساسية تخص تعلم الرياضيات وتدريسها • أى فى ضوء أسس

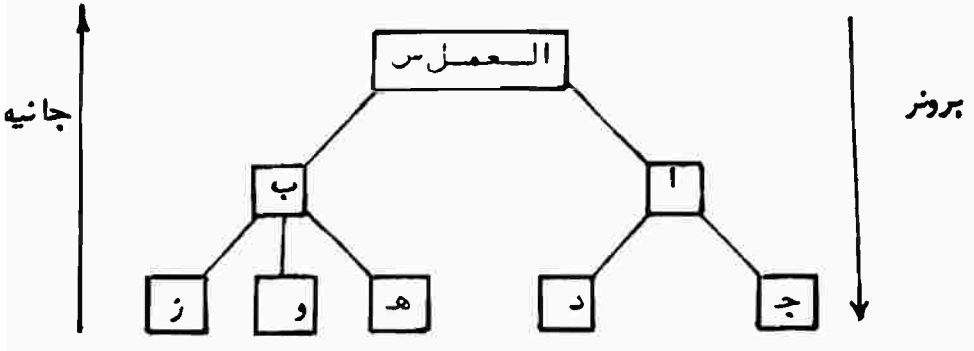
وقضايا تربوية وسيكلوجية ورياضية • فنحلل موقف هذه الأساليب فى ضوء : الهدف التدريسى ، التتابع التدريسى ، الاستعداد ، نقل أثر التعليم ، اثارة التعليم ، سير التعليم ، المتعلم وخصائصه ، التنظيم المنطقى للمادة ، طبيعة الرياضيات النامية ، والنتائج التربوية •

١ ــ بالنسبة للهدف التدريسى : Instructional objective

يتفق جانييه مع برونر على الاعتقاد بأن عمليات الحصول على المعرفة مع استخدامها هى أقيم صور للمعرفة ومن ثم فانها أهم أهداف التربية • أى يتفقان على أسبقية العملية process عن الناتج (النتاج) product الا أن الاثنين يختلفان فى وسائل الحصول على المعرفة • فجانييه كرجل عملى empirisist يعتبر غاية المنبع الرئيسى لكل المعرفة هو الخبرة ، أما برونر كرجل عقلانى rationalist فيعتبر أن الحجة (والاستراتيجيات) هى المنبع الرئيسى للفهم وليست الخبرة • وثم اختلاف آخر بينهما ، فبينما يرى برونر أن أى نظرية للتدريس لا بد أن تأخذ فى الاعتبار المتعلم وعملية الحصول على المعرفه وأن يكون من أهداف التدريس خلق العقول المكتشفة وتعليم التلميذ أن يكتشف بنفسه ، الا أن جانييه يرى أن أهداف التدريس يجب أن تنصب على تكوين المقدرات (أو المهارات العقلية) التى يمكن تحليلها اجرائيا operational والتى يمكن أن يعمل لها تحليل عمل ثم تدريسها • أما أوسابل فيعارض أن تكون لأى نوع من العمليات ، سواء أكان مهارات أو استراتيجيات (مراحل) الأسبقية بين أهداف التربية • فأهم هدف للتربية لاوسابل هو ناتج (نتاج) المعرفة : أى الجسم المنظم من المادة التى تفهم نفسها ، الا أن أوسابل يتفق مع جانييه على أن التدريس بالالقاء أنفع من التدريس بالاكتشاف ولكنهما يختلفان بالنسبة للأهداف المناسبة للتدريس (مهارات عقلية لجانييه أو جسم من المعرفة لاوسابل) •

٢ ــ التتابع التدريسى : Instructional sequence

يختلف جانييه وبرونر بالنسبة للتابع التدريسى • فبرونر يعطى أهمية أقل لتنظيم المادة حيث يعتقد أن المتعلم يبدأ بتعامله مع المـــواد أو الأعمال التى تمثل المشـــكلات أو التعلم عنـــده هو عمل متعـــاقب من الاتزان وعدم الاتزان ينتهى باكتشاف المعرفة المرغوبة • أما بالنســـبة لجانييه فالتدريس يكون ممهد وموجـــه الى أعلى هرم (سلم) الأعمال التعليمية المبنى بدقة • فأعلى مستوى للتعلم لجانييه هو حل المشـــكلة والمستويات الأقل تتضمن حقائق ، مفاهيم ، مبادىء • فالمتتابعة المناسبة لجانييه يمكن وصفها فى الشكل الآتى (١) من أسفل الى أعلى • أما بالنسبة لبرونر يكون بعكس اتجاه الأسهم فى نفس الشكل ، حيث يبدأ المتعلم بحل المشكلة التى تقابله بطريقة مباشرة أو مقدمة من المدرس أو متضمنـــة فى المواد التعليمية ، ثم يساعد المتعلم الى الرجوع من خـــلال الهـــرم ليكون الارتباطات اللازمة وليحصل على المفاهيم اللازمة ، وأخيرا يشتق القواعد المناسبة لحل المشكلة • أما أوسابل فلو أنه يتفق مع جانييه فى التتابع الالقائى الموجه الدقيق الا أنه يتفق مع برونر فى بداية التعلم من أعـــلى الهـــرم التعليمى عن طريق المنظم المتقدم ، هذا المنظم المتقدم يدرس بطريقـــة الالقاء كأول خطوة فى الوحدة التدريسية ولكنها تكتشف كما هو الحال فى مرحلة البداية بالنسبة لبرونر •



شـــكل (١)

٣ ــ بالنسبة للاستعداد : Readiness

يتفق جانييه على مبدأ برونر للاستعداد (الذى يقول : أى مادة يمكن أن تدرس بطريقة فعالة بأمانة عقلية ما لأى طفل فى أى مرحلة لنموه) ولكنه يفسره بطريقة مختلفة عن برونر •

فبالنسبة لجانييه : فهم الاستعداد مفتاحه المتطلبات المعرفية (التعليمية) أو المقدرات • وعلى ذلك فهو يتوقف على امداد المتطلبات التعليمية الكافيه للفهم فى وقت ما ليعد أى طفل ليتعلم أى مادة • هذا بغض النظر عن النمو الجينى لبياجيه ، فمثلا طفل الخامسه الذى لا يدرك حفظ conservation حجم السائل ، لا يرجعه جانييه الى أن الطفل لم يصل نموه العقلى لذلك ولكن لانه لم يؤت خبرة لازمة سابقة • وهذا يختلف عن تصور برونر للاستعداد من امكانية تبسيط المادة لتعطى بصورة أنشطة وصور ذهنية ورمزية ، تناسب مرحلة التلميذ ليستطيع أن يكونها فى ذهنه بالصورة التى يتشكل بها عقله • ويتفق أوسابل مع جانييه على مبدأ الاستعداد ، ويعتقد أوسابل أن المشكلات الخاصة بالاستعداد والتعلم المبكر والاسراع فى التعلم أقل تعقيدا بالنسبة لطرق الالقاء عن طرق الاكتشاف •

٤ ــ بالنسبة لنقل أثر التعلم : Transfer of learning

يقصد جانييه بنقل أثر التعلم العرضى lateral أن تعلم مقدره فى مجال يسهل اتقان مقدره موازيه فى مجال آخر فمثلا تعلم أسلوب البرهنة المنطقية فى نظريات الهندسة يؤدى الى سهولة استنتاج نظريات مماثلة على الاعداد فى الجبر • ويقصد بنقل أثر التعلم الرأسى أن تعلم مقدرة ما تؤدى الى اتقان تعلم فى مستوى أعلى (لنفس الهرم التعليمى) فمثلا اتقان تعلم الضرب يؤدى الى اتقان عمل أصعب على القسمة المطولة. أسلوب برونر للاكتشاف يتمشى مع نقل أثر التعلم الرأسى ، فعندما يصل التلميذ الى المرحلة الرمزية يكون قد نقل أثر التعلم الى أقصى ما يمكن

حيث أن التجريد يجعله يطبق فى مجالات مختلفة • كما أنه يساعد على نقل أثر التعلم العرضى حيث بين برونر أن ما يتعلمه التلميذ على المعادلة بالمسطحات ينتقل على الميزان • وعلاوة على ذلك فالتعلم بالاكتشاف يؤدى الى القدرة على الاكتشاف بصورة أوسع • فنقل أثر التعلم هنا هو نقل عملية الحصول على المعرفة (التعلم الذاتى) سواء استراتيجيات ، طرق بحث ، اجراءات اكتشاف heuristics وما يماثلها • أما أسلوب جانييه لتعلم الموجه فهو يعتبر أسلوبا لنقل اثر التعلم الرأسى الا أن جانييه لم ينكر امكانية نقل أثر التعلم العرضى مثل تدريب المقدرة المراد نقل أثر تعلمها فى مجالات أوسع • والفرق بين وجهتى نظر جانييه وبرونر فى نقل أثر التعلم ينبع من ، الاستراتيجيات وتحليل العمل والهرم (السلم) التعليمى • فبالنسبة لبرونر الأفكار المجردة والمعرفة القصوى تتكون من تحرير الفرد من تأثير النواحى الملموسة والتصورية لها والتعامل معها بالصورة الرمزية البحتة ، وهذه تؤدى بالضرورة الى أن تكون هى أكثر صورة فعالة لنقل أثر التعلم ، فالتجريد يؤدى الى التطبيق والتعميم • أما بالنسبة لجانييه فنقل أثر التعلم يحدث بسبب حدوث عناصر متماثلة (أو متشابهة) محددة فى النمو التتابعى الى حد أن العنصر الذى تم تعلمه (علاقة — مفهوم — مبدأ ، •••) يمكن أن يستخدم بطريقة مباشرة فى المجال الجديد وبذلك يحدث نقل أثر التعلم • أما اذا تطلب المجال الجديد سلوكا مختلفا عن المقدرة المعينة التى أتقنت من قبل فلا يحدث نقل أثر التعلم •

أما أوسابل فيعتقد أن الذى ينقل هو المادة المعرفية وأن أى تعلم بالمعنى يؤدى بالضرورة الى نقل أثر التعلم • وهذا يجعله يقف فى موقف واضح متباين بين موقف جانييه وبرونر • فهو أقل تحفظا عن تأكيد جانييه على العناصر المتماثلة • ولكنه أكثر اعتدالا من دعوى برونر للانتقال الواسع المدى للعملية • وعموما فهو يتفق مع جانييه فى تفوق طرق الالقاء (الموجهة) على طرق الاكتشاف فى سهولة وبلوغ النهاية القصوى للنقل

٥ ــ بالنسبة لاثارة التعلم : Initiation of learning

يركز أوسابل على أن اثارة (بداية أو خلق) التعلم لا بد أن تؤدى الى تصعيد فكرى لربط ما يعرفه المتعلم بما سوف يتعلمه عن طريق تقديم المنظمات المتقدمة فى صورة أكثر تجريدا وعمومية واحتواءا من المـــادة المتعلمة • ويعتقد برونر أن بداية التعلم تؤدى الى اثارة المتعلم لخلـق تنظيم جديد • أما جانييه فاثارة التعلم عنده تكون عن طـريق المتطلبات التعليمية للمقدرات الأدنى فى الهرم التعليمى بحيث تتضح كل واحدة تتعلم بما يسبقها مما قد تم تعلمه • ومن ثم فان الأساليب الثلاث تعتمد على المعرفة المسبقة للتعلم واستخدامها اما لتطبق مباشرة كما فى أسلوب جانييه أو لعمل مد أو تصعيد فكرى كما فى أسلوب أوسابل أو عمل بناء (تنظيم) جديد كما فى أسلوب برونر • وتبعا لتصنيف مستويات المعرفة (لبلوم أوغيره) فان أقل مستوى للتعلم (المستثار) يكون من أسلوب جانييه ثم الأعلى من أسلوب أوسابل ، ثم الأكثر علوا من أسلوب برونر • ومن جهة أخرى يكون مدخل التعلم تبعا لجانييه من الخاص الى العام بينما مدخل التعلم لبرونر وأوسابل من العام الى الخاص •

٦ ــ بالنسبة لسير (اجراءات procedures **) التعلم :**

المحتوى الأساسى الذى يتعلم يجب أن يكتشف تبعا لبرونر فالمتعلم يجب أن يعيد تنظيم المعلومات ويكاملها بما عنده فى تركيبه المعرفى (العقلى) ويكون به تنظيما جديدا يكتشف به شيئا • ويكون غاية التعلم هـــــذا الاكتشاف • ولكن هذا غير كاف بالنسبة لأوسابل لأنه يعتقد أن ما اكتشف يجب أن يتبعه شىء اخر يجعله ذا معنى عن طريق ادخاله بمعنى فى التركيب المعرفى للمتعلم • وعلى ذلك فان أوسابل يركز على أن المادة يجب أن تنظم بحيث تكون ذا معنى ولا يهم أن يسبق ذلك أن يكتشف المتعلم المحتوى أو يكون نشطا فى حل المشكلة • وعلى ذلك فهو يتفق مع جانييه على أهمية العرض المنطقى الموجه • وهذا التتابع الدقيق للمادة يكون استمرارية

بين التركيب المعرفى الموجود فى ذهن المتعلم والمادة الجديدة المتعلمة بما يجعلها ذات معنى •

ومن جهة أخرى يمكننا ان نقول ان مراحل (أو استراتيجيات) التعلم لبرونر ينقصها مرحلة التحقيق • فالمرحلة الأخيرة خاصة بالتجريد حيث يتعامل المتعلم بالرموز • وقد صورها برونر فى أمثلته بشىء من السذاجه والبساطه (١) • حيث يكتشف المتعلم القاعدة عن طريق الانماط • ولكن فى الرياضيات يجب التحقق من القاعدة قبل الأخذ بها • فالاكتشاف يجب أن يتبعه التحقيق ومراحل التعلم لدينيز Z Dienes (٢) تشمل هذه المرحلة • فقد حدد مراحل التعلم (بالاكتشاف) : اللعب والتكوين أو البناء والتحقيق • فهو يفترض ان الطفل عندما يقابل تركيبا ما فانه يقوم عن طريق لعبه (تنقيبه بيده) البحث عن قانون اللعب الذى يقوم به أو تمثيله ، باكتشاف نظام هذا التركيب ، ثم بعد ذلك يكون الطفل من المتغيرات الرياضية التى يلاحظها تركيبا أخر يساعده على حل المشكلة التى أمامه (أو فهم التركيب الأصلى) • وتكون مرحلة التكوين والبناءهذه تابعة لمرحلة التفكير الحدسى حيث يحس الطفل بالتركيب قبل ان يتضح له • ثم يتبع مرحلة التكوين هذه مرحلة تحقيق الطفل لاكتشافه وتحليله ليثبت صحته •• ومن ثم فان مرحلة اللعب لدينيز تناظر مرحلة النشاط لبرونر ، ومرحلة التكوين تناظر مرحلتى الصور الذهنية والتجريد لبرونر (ولكن بتفسير مختلف) أما المرحلة الثالثه له وهى التحقيق فهى تكمل مراحل برونر •

وبالاضافة فالتجريد فى الرياضات (خاصة الحدثة) ليس بالصورة البسيطه التى وصفها برونر ، فالتجريد له مستويات مختلفة كما بينا فى دراسة سابقة (٣) وكما نوضح فى النقطة التاسعة •

٧ ــ بالنسبة للمتعلم وخصائصه Learner characteristics

ركز كثير من التربويين على أهمية أخذ المتعلم وخصائصه فى الاعتبار عند اختيار أنسب طرق التعلم • فمثلا يركز كروبناخ (٤) على أهمية الفروق الفردية فى التعليم ويقترح الا تكون الأفضلية بين طريقة وأخرى بالنسبة لكل التلاميذ ولكن اى طريقة أفضل لأى التلاميذ • ولا تقتصر خصائص التلاميذ على قدراتهم ولكن تعتمد أيضا على حصيلتهم المعرفيه وفهمهم للمتطلبات الأساسية لتعلم شيء ما • كذلك تعتمد على مرحلة النمو التى يمر بها التلميذ • وتختلف الأساليب الثلاث بالنسبة لذلك، فبينما يعتقد أوسابل ان طريقة التعلم قد تناسب مرحلة نمو ولا تناسب مرحلة أخرى فمثلا (كما ذكرنا) يعتقد ان التعلم بالاكتشاف أنسب للطفل قبل سن البلوغ عنها فى مراحل أكثر نضجا • أما برونر فالتعلم عنده لا يعتمد على مرحلة نضج معينة (ويؤيده دينيز) كما يعتقد جانييه ان التعلم لا يعتمد على مرحلة نضج بقدر ما يعتمد على المتطلبات التعليمية لدى التلميذ •

وبعض خصائص المتعلم تتعلق بعوامل المتغير الاسلوبى أو الأسلوب المعرفى stylistic variable - cognitive style • ويعتقد البعض مثل ايزنك ، والأش ، كوجان (٥) ان من بين هذه العوامل ، دوافع التحصيل والانطواء الانبساط والابداع والقلق •

ولو ان من الواضح حدسيا وجود ثم تفاعل بين هذه العوامل وطريقة التعلم الا أنه لا توجد دراسة نظرية أو عملية تدعم بذلك • وعموما يمكننا القول بأن الأساليب الثلاث لم تأخذ فى الاعتبار عوامل الاسلوب المعرفى الذى يميز نوعية التلاميذ ، اللهم الا اذا اعتبرنا أسلوبى برونر وجانييه اللذين يعتبران التعلم عملية تأخذ بعضا من هذه العوامل وتفاعلها مع العوامل المعرفية لدى المتعلم •

٨ ــ بالنسبة للتنظيم المنطقى Logical structure والسيكلوجى للمــادة الرياضية :

المــادة الرياضية الموجودة فى كتب الرياضيات لها تنظيــم منطقى يحدد تسلسل عرض المــادة • وقد يحدد هذا التنظيــم بعض اعتبــارات تتصل بنمو المــادة وطبيعتها وعناصرها وتطبيقاتها • تنظــيم المــادة (المدرسية) أما ان يكون رأسيا حيث ترتب المــادة تبعا للمرحلة أو الصف، أو يكون افقيا حيث ترتب المادة لبرنامج معين فى صف معين مثلا • وقد بين هندرسون (٦) العوامل التى تؤثر فى تنظيم المــادة :

(أ) المعرفة المسبقة (أو المتطلبات التعليمية) فمثلا لتقديم نظرية كل عدد حقيقى يكون له معكوس جمعى $\forall$ س $\in$ ح ، س + ص = • لابد ان يعرف التلميذ الرموز $\forall$ ، E ، $\exists$ قبل ان يفهم الصيغة المعممه باللغة الرياضــية •

(ب) التجريد : فالتجريد (كما يوضحه هندرسون ببساطة) يزيد عندما نزيل القيود الخاصة فمثلا فى التنظيم الافقى : مستطيــلات متوازيات اضلاع < أشكال رباعية < مضلعات • (حيث < تعنى تسبق) هو ترتيب بالنسبة لزيادة التجريد • كذلك فى التنظيم الرأسى : اعــداد صحيحة غير سالبة < اعــداد صحيحــة < اعداد قياسية غير سالبه < أعداد حقيقية < أعداد قياسية < أعداد مركبه ، هــو أيضــا ترتيب بزيادة التجــريد •

(جـ) النمو التاريخى للمادة : فالصــعوبات التى تقابل الرياضيــين فى نمو المــادة هى التى يقابلها التلميذ أيضا اثناء تعلمه لهذه الأفكار كمــا يقول كلين (٦) • ومن ثم فهو يقترح تنظيم تاريخى للمــادة وبه تعــرض المادة فى ترتيب يكون مماثلا لترتيب اختراعها • فمثلا تــدرس الهندســة الاقليدية ثم اللاقليدية ، الاعداد السالبة بعد الموجبة وغير القياسية بعــد القياسيه والمركبة بعدهما •

(د) المباشرة فى التطبيق immediacy of application : فمـــلا لتقديم الفئات فى الجبر نقدمها فى فصل قد يكون فى بداية الكتاب أو نجزىء بنودها وتقـــديم كل بند عند الاحتياج اليه • وفى هذه الحالة الأخـــيرة نقول اننا ننظم المـــادة عن طريق المباشرة فى التطبيـــق • ونفس الشىء يحدث عندما نقدم المنطق فى الهندسة فبدلا من تقديمه ككل قبل الهندســـة يجزأ تبعا لا ستخدامه فى برهنة النظريات بالطرق المختلفة •

(هـ) الألفه familiarity : فالأشـــكال الهندســـية ، المســـتطيل والمربع أكثر الفه من النسبة والنسبة المئوية وهذه أكثر الفه من المعادلا ت• وتنظيم المـــادة تبعا لمـــا هو مألوف يستند الى قواعد سيكلوجية وتربوية •

وعموما فالتنظيم المنطقى يقابله تنظيما آخر هو التنظيم السيكلوجى للمـــادة وهو كما يقول أوسابل (٨) : التنظيم الداخلى الممثل للمعـــــرفة فى تركيبات الذاكرة (العقل) للفرد• أىهو ما يمثل تنظيم الأفكار الداخليه والمعلومات فى ذهن الفرد تبعا لدرجة كل من النضج المعـــرفى (العميق) sophistication وطبيعـــة المـــادة • وكل من التنظـــيم المنطقـــى والسيكلوجى للمـــادة يعتمد على الاخر • فمن ناحية ، التنظيم السيكلوجى للمعرفة هو مشتقه لمحتوى المـــادة مجردا من التنظيم المنطقى لها • ومن جهة أخرى فالتنظيم المنطقى هـــو أعادة تنظيم (تـــرتيب) للتنظيـــم السيكولوجى المادة كما وجدت فى عقول المخترعين الرياضيين الذين بنـــوا المـــــادة •

والتنظيم السيكلوجى للمـــادة يتم تبعا لبياجيه عن طريق عمليتـــى التمثيل والتطويع ومبدأ التوازن الذاتى حيث يتبع النمو مسارا من عدم الاتزان والاتزان • ويمكن أن نقول أن برونر يستخدم هذا المبدأ فى تفسير التنظيم السيكلوجى للمـــادة عن طريق توجيه هذا المسار من تعـــاقبات عدم الاتزان والاتزان لينتهى بالاكتشاف لحالة معرفية مرغوبة • أمـــــا جانييه فيعتقد ان التنظيم السيكلوجى للمادة يعتمد على تكوين المتطلبات

التعليمية اللازمة والعرض الموجه المنطق الدقيق للمادة (من الأبسط الى الاعقد) • ويرى أوسابل أن المنظم المتقدم الذى يقوم بعمل مد وتصعيد فكرى يعد أساسيا للتنظيم السيكلوجى للمادة كما يقرب بين التنظيم المنطقى والسيكلوجى لها • فالمنظم المتقدم يكون أكثر تجريدا وعمومية واحتواء من المادة التى تقدم بعد ذلك بعرض ممنطق موجه • ومن ثم فان المعرفة المكتشفة لبرونر يجب ان يتبعها عرض بتنظيم ممنطق لهذه المعرفة حتى يمكن تمثيلها تمثيلا منظما فى ذهن الفرد لكى تكون ذات معنى• وقد يكون ذلك فى مرحلة التحقيق التى تنقصها مراحل برونر كما أوضحنا فى النقطة السادسة •

٩ ــ بالنسبة للمادة الرياضية وطبيتعها الناميه :

خصائص الرياضيات وطبيعتها الناميه يجب ان تؤخذ فى الاعتبار عند تحليل الأساليب الثلاث • ومع ان هذه الأساليب نشأت وليدة الحاجة الى ايجاد انسب وسائل التعلم للرياضيات الحديثة التى زحفت الى البرامج المتطورة الا نها مازالت تتعامل مع تعلم المكونات البسيطة للرياضيات (خاصة الحديثة) من مفاهيم ، علاقات ، مبادىء تعميمات ، تطبيقات (كما وضح أعمال برونر ومؤيديه) أو موضوعات تقليدية متقدمه (كما وضح من أعمال أوسابل ومؤيديه) (١) • وقد اهتم بياجيه بعد بلورة أفكاره بتعلم الرياضيات الحديثة وتدريباتها (تمارينها) • ومع ذلك فهو أو غيره من السيكلوجيين لم يتطرق الى مستويات التجريد التى تميز الرياضيات الحديثة (والأحدث) ونموها فى ذهن التلميذ بدراسات جديه • وبالتالى لم يلمس أحدهم ما ينتج عن مستويات التجريد من تعميمات تميز الرياضيات الحديثه (والأحدث) ، كالموجوده فى النظريات الأكثر تعميما كنظرية القياس مثلا • وقد أوضحنا ذلك فى دراسة سابقة (٢) • عندما بينا دور الطريقة البديهة axiomatic method فى تطور ونمو الرياضيات فى القرن ١٩ (التى يسميها البعض رياضيات حديثة) عن طريق خلق تركيبات رياضية مجردة مثل التركيبات الجبرية

والتوبولوجيه وظهور نظرية الفئات وبتطوير نظم بديهيه مثل الهندسة الأقليدية وتعميماتها (آفينيه ، اسقاطيه) وبخلق نظم هندسية جديدة • وفى القرن ٢٠ (التى يسميها البعض رياضيات أحدث) عن طريق خلق تركيبات أكثر تجريدا مثل تركيب الصنف والتركيبات المتعددة التكافؤ • وقد أوضحنا مستويات التجريد التى تميز التركيبات الرياضية المختلفة وما تبعها من خلق نظريات أكثر عمومية وقد بينا ان أقل التركيبات الرياضية تجريدا هى النظم العددية والنظم الهندسية ثم يتلوها فى التجريد التركيبات الجبرية (كتركيب المجموعة ، وتركيب التوبولوجى) ويسميها شوكيه Choqet تركيبات أم (٣) ثم التركيبات متعددة التكافؤ (مثل تركيب المجموعة التوبولوجية) وتركيبات مفترق الطرق (مثل تركيب نظريات الجهد) ثم تركيب الصنف •

وقد أدى التجريد الذى ميز الرياضيات الحديثة (والأحدث) ببناء تركيبات رياضية الى تعميم واسع • هذا التعميم ليس فقط الوصول الى قانون عام كما فى الرياضيات التقليدية ولكن التوسع فى النظم والتركيبات الرياضية بحيث يكون التركيب الموسع له تركيب جزئى متشاكل مع التركيب الأصلى (مثلا فى توسع نظام الاعداد الطبيعية الى الصحيحة تكون الاعداد الصحيحة الموجبه متشاكلة مع الاعداد الطبيعية) •ويتضح ذلك من التوسع فى النظم العددية بخلق نظم جديدة مثل الأعداد الجراسمانية ، أو الى الوصول الى هندسات عامة من هندسة اقليدية الى آفينيه الى أسقاطيه الى توبولوجى ، أو الى الوصول الى نظريات عامة مثل نظريات الجهد ، والقياس •

وكداله للتجريد الذى ميز الرياضيات الحديثة باستخدام الطريقة البديهية وما تبعه من تعميم وتوحيد الرياضيات عدم وجود فواصل بينها بما يسمح بتكوين نظريات متبادله يحدث توسع ونمو أكبر (٣) •

وعموما لم يتعرض برونر الا لمستوى واحد من التجريد • وهو أبسط

أنواع التجريد (التقليدى) فى المرحلة الرمزية باستخدام الرموز • وكذلك تعرض دينيز (أحد مؤيديه) فى أحد أعماله [٣] الى أبسط أنواع التعميم الناتج عن ابسط مستوى تجريد للتركيبات الرياضية وهو التوسع فى النظم العددية ولكنه لم يدرس أساليب تعلمه أو نموه فى ذهن التلميذ •

وما يقصده أوسابل من أن المنظم المتقدم يكون أكثر تعميما (أو أحتواءا وتجريدا ، من المادة المتعلمه) لا يعدو أكثر من صياغة مركزة مختصرة وشاملة بأسلوب لغوى مجرد • والتعميم عنده تعميم تقليدى يتمثل فى قاعدة أو قانون عام • ومن ثم فان اثارة التعلم من أعلى السلم (الهرم) التعليمى كما يعتقد برونر وأوسابل يمكن ان نبلوره بأن يكون المدخل التعليمى عن طريقة الأحوال أو النظريات الأكثر تعميما ، وقد قام أحد طلابى فى بحثه بتقديم التكامل لتلميذ المرحلة الثانوية عن طريق النظرية الأكثر تعميما وهى نظرية القياس وتكامل ليبيه ، وبينت هذه الدراسة فاعلية هذا المدخل [١] •

١٠ — بالنسبة للنتائج التربوية Educational outcomes

ذكرنا فى النقطة الأولى العملية والناتج (النتاج) كهدف من أهداف التربيه واتجاه الأساليب الثلاث منه • ولكن يوجد نواتج (نتائج) أخرى تتعلق بالعوامل الوجدانية وتشمل : الدوافع motives القيم والادراك الذاتى self - perception • فمثلا بالاضافة الى هدف التمكن من فئة من المبادىء والأساسيات (أو المقدرات) • يمكننا أن نأخذ الأهداف : الرغبه فى تعلم رياضيات أكثر ، تقدير للمعرفة الرياضية كمعرفة لها قيمتها ، الثقة بالنفس كرياضى ذى حجة أو حلال للمشكلات • ومثل هذه الأهداف يعتقد برونر (دونا عن جانييه وأوسابل) أنها تتحقق بطرق الاكتشاف •

وأخيرا يتضح من التحليل السابق للأساليب الثلاث حول المتغيرات الأساسيه الخاصة بتدريس الرياضيات (تعلمها وتعليمها) ، أن هذه

الأساليب تختلف اختلافا بينا فى بعض النقاط وتتفق فى نقاط أخـــرى • وقد تتفق على الغايات وتختلف فى الوسائل للوصول اليها ، أو تستخدم وسائل متشابهة للوصول الى غايات مختلفة • كمـــا أنها تستخدم نفس المبـــدأ بتفسيرات ومعان مختلفة • ومن ثم يمكن أن نعتبر هذه الأساليب مستقلة ومكملة بعضها البعض • الا أن جميعها غير كامل حيث أغفلت تعلم المستويات المجرده للرياضيات التى تميز بصفة خاصة الرياضيات النامية (الحديثة والأحدث) • وعلى ذلك فمبادىء هذه الأساليب تحتـــاج الى مراجعة لنصل الى نوع من التوحيد والتوفيق والتكامل بينها بمـــا يتفـــق وطبيعة هذه الرياضيات • وذلك لوضع مبادىء جديده أكثر شمولا وعموميه لأســـلوب جديد فى تعلم الرياضيات النامية مستقبلا •

المراجـــــع :

١ ــ نظلة حسن أحمد خضر : « حول تعلم الرياضيات » • مذكرة غير منشورة ــ كلية التربية جامعة عين شمس • تحت النشر فى مجلة المنظمة العربية للتربية والثقافة بقطر •

ــ أو البحث الأول السابق ــ

٢ ــ نظلة حسن أحمد خضر « دور الطريقة البديهية فى الرياضيات الحديثة (والأحدث) والتضمين التربوى لها « صحيفة التربية ــ العدد الأول ــ ١٩٧٧ » •

٣ ــ نظلة حسن أحمد خضر « أصول تدريس الرياضيات » ــ الباب الثانى والثالث ــ عالم الكتب ١٩٧٤ •

4. J. P. Becker : «Some aspects of Mathematics Education Research in the United States.» Journal of Japan Society of Mathematical Education (JSME) Special Issue 1971.

5. L. S. Shulman : «Psychology and Mathematics Education». in 69th Yearbook of the National Society for the Study of Education, University of Chicago Press, 1970.

6. C. D. Henderson. «Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics». Houghton. Mifflin, 1975.

7. D. V. Ausubel «The use of Advance Organizers in Learning & Retention of Meaningful verbal material». In D. T. Gow (ed) «Design and development of curricular materials «Instructional Design Articles, Vol. 2. 1978.

8. D. P. Ausubel : «Some Psychological aspects of the Structure of Knowledge» Op. Cit. pp 24 - 37.