الفصل الرابع

تدريس الهندسة للتلاميذ بطيئى التعليم باستخدام أسلوب حل المشكلات

★ تمهيـــد

★ المقصود بأسلوب حل المشكلات وأهميته.

★ إستراتيجية التدريس باستخدام أسلوب حل المشكلات.

★ نماذج لبعض مسائل الجبر اللفظية محلولة باستخدام أسلوب حل المشكلات .

★ تدريس الهندسة النظرية باستخدام أسلوب حل المشكلات.

★ تدريس التلاميذ بطيئى التعلم باستخدام أسلوب حل المشكلات.

★ المراجـــع .

تمهيد :

لعبت الرياضيات ومازالت تلعب دوراً أساسيا فى جميع مناحى التقدم العلمى من حولنا. والحقيقة، لقد سبق التطور الذى حدث فى الرياضيات كمادة علمية التطور العلمى الذى حدث فى شتى المجالات الأخرى، ولم يقتصر الأمر على ذلك وإنما كان له أثره الملموس وصداه المسموع فى تطوير العلوم الأخرى [١].

ولقد ترتب على التطور الذى حدث فى الرياضيات كمادة علمية تطوراً مناظراً فى الرياضيات كمنهج تربوى. لذا، لم يعد الهدف من تدريس الرياضيات مجرد الرفاهية العقلية، وإنما بات البحث عن تطبيقاتها المعيشية واستخداماتها الوظيفية فى الحياة العملية أمراً لازماً وضرورة مهمة.[٢] وعليه، لم تعد الرياضيات بمثابة تدريبات عقلية، ومهارات مجردة، وعلاقات رمزية فقط، إنما أصبح لها أهداف لا تقل فى مكانتها المرموقة من حيث ترتيب أهميتها عن الأهداف السابقة، وذلك مثل : إكساب التلاميذ الأسلوب العلمى السليم فى التفكير، وتكوين وعى رياضى كامل عند التلاميذ، وذلك بتعريفهم بعض استخداماتها فى الحياة الاجتماعية والاقتصادية والسياسية والطبية . . إلخ [٣]. أيضا، من مظاهر التطوير الذى حدث فى الرياضيات كمنهج تربوى ، التطوير الذى حدث فى طرائق تدريسها. لذا، ظهرت طرائق جديدة كان للتلميذ فيها دور بارز من حيث فاعليته وتفاعله، ومن هذه الطرائق أسلوب حل المشكلات الذى توليه هذه القضية جل اهتمامها .

أولا : المقصود بأسلوب حل المشكلات وأهميته :

لقد وهب الله الإنسان القدرة على التفكير، لذا يجب أن تولى التربية هذا الجانب الاهتمام الواجب، لتوسيع مدارك التلميذ، وليكون أكثر قدرة على حل مشكلاته، التى تمثل له مواقف طارئة تعترض حاجاته، وتتطلب حلاً سريعاً .

وبالنسبة للرياضيات، فإنها من المجالات الخصبة التى يمكن من خلالها تقديم المشكلات المناسبة إلى التلاميذ ليقوموا بحلها بمستوى علمى مقبول، وذلك على أساس أن التلميذ فى أية مرحلة دراسية، وتبعا لقدراته الخاصة، يستطيع أن يحل مشكلة رياضية، أو أن يكتشف بنفسه برهانًا لقانون فى الجبر، أو لتكوين هندسى. إن الرغبة فى الاكتشاف هى إحدى السمات التى تميز التلميذ الذى يميل للرياضيات، ويستمتع بما يعرفه، ويكون شغوفاً أيضا بما سيعرفه من المعلومات الجديدة التى يصل إليها بنفسه. إن الرغبة فى الاكتشاف جعلت من يعمل أو يتخصص فى مجال الرياضيات، سواء أكان ذلك فى العصور القديمة أم فى العصور الحديثة يسأل نفسه دوماً: « هل يمكننى أن أجد حيلة لحل هذه المسألة؟ فإذا لم يستطع أن يجد حيلة اليوم، فإنه يبحث عن واحدة غدا» [٤].

وعلى ضوء ما تقدم، يكون من الضرورى أن يختار المدرس المشكلات الرياضية ذات الدلالة والمعنى فى حياة التلميذ، والتى يمكن السيطرة عليها والتمكن منها، إذا ما استخدم التلميذ أسلوب حل المشكلات. إن تحقيق ما تقدم يجعل التلميذ سعيداً راضياً عن نفسه، كما يمكنه من استخدام المهارات التى يكتسبها من أسلوب حل المشكلات فى المواقف المناظرة، سواء أكان ذلك فى مجال مادة الرياضيات أم فى مجالات المواد الدراسية الأخرى، أم فى المواقف العملية والحياتية [٥].

وبعامة، يسهم أسلوب حل المشكلات فى تدريب التلاميذ على التفكير العلمى السليم، وعلى تنمية قدراتهم على التفكير الثاقب الواعى [٦]. إذا كان الحال كذلك، فينبغى استخدام هذا الأسلوب فى تدريس الرياضيات، وبخاصة أنه يمكن النظر إلى حل أية نظرية أو قانون أو تمرين رياضى بمثابة هدف تربوى يجب تحقيقه، أو بمثابة طريقة عملية يجب تدريب التلميذ عليها، أو بمثابة مهارة ينبغى أن نعلمها للتلميذ* [٧]. وعلى الرغم من أهمية وجدوى ما تقدم، فإن من يلاحظ

(*) إذا نظرنا إلى حل المشكلات كهدف تربوى ، فيوجه الاهتمام إلى عملية حل المشكلة دون أى اعتبار للكيفية أو الطريقة أو الاستراتيجية المتبعة فى الحل. وإذا نظرنا إلى حل المشكلات كطريقة عملية، فينصب الاهتمام فى هذه الحالة إلى الخطوات العقلية أو الإجراءات أو السياسات أو الأساليب أو =

عن قرب ، أو من يدقق فى الأمور، يجد أن أسلوب حل المشكلات لا يستخدم بفاعلية وكشافة فى العملية التعليمية، سواء أكان ذلك بالنسبة للبناء المنهجى كما تعكسه كتب الرياضيات المقررة، أم كان فى طريقة التدريس السائدة والمعمول بها فى تعليم الرياضيات فى مدارسنا.

والحقيقة، تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية التى تسمح طبيعتها وتركيبها باستخدام أسلوب حل المشكلات فى تعليمها. كما تعتبر من المناخات الملائمة لتطبيق أسلوب حل المشكلات، وذلك على أساس أن النظرية أو القانون أو التمرين الرياضى، بمثابة موقف يتطلب تفكيراً ونشاطاً لإثبات الحل، وذلك يمثل تتابعاً فى طرق التفكير العام الذى يمثل أساساً منطقياً متيناً يقوم عليه أسلوب حل المشكلات.

والسؤال:

ما المقصود بأسلوب حل المشكلات؟

إن المشكلة فى الرياضيات تنطوى على سؤال أو مسألة لا يمكن للتلميذ الإجابة عنها فورا، فيضطر إلى بذل الجهد، والاستعانة بخبراته السابقة، والاستفادة بالمفاهيم والمهارات التى سبق له تعلمها للوصول للحل.(٨) ويرى «ويكيلجرين Wickelgean» أن المشكلة الرياضية تشتمل على ثلاثة أنواع من المعلومات :

- معلومات تتعلق بالمعطيات (تعبيرات معطاة).
- معلومات تتعلق بالمعطيات التى تحول واحدا أو أكثر من التعبيرات المعطاة إلى تعبير جديد أو أكثر.
- معلومات تتعلق بالأهداف (التعبيرات الخاصة بالمطلوب).

---

* المسارات التفكيرية التى يمر بها التلميذ للوصول إلى الحل. وإذا نظرنا إلى حل المشكلات كمهارة اساسية، فينبغى الا نركز فقط على نوعية المشكلات وعناصرها أو محتوياتها، وإنما يجب أيضا التركيز على طرق وأساليب أو استراتيجيات حل تلك المشكلات. وبعامة، لمزيد من التفصيل بالنسبة لهذا الموضوع يمكن الرجوع إلى المصدر رقم (٧) فى قائمة المراجع.

وقد تشتمل المشكلة الرياضية بصورة واضحة على تعبيرات خاصة بأهداف جزئية وسيطة، أو قد يعرف القائم بحل المشكلة هذه التعبيرات المتعلقة بالأهداف الجزئية لنفسه (وذلك وصولا للتعبير الخاص بالهدف النهائى)(٩) .

ويمكن تعريف أسلوب حل المشكلات بأنه إحدى طرائق التدريس التى تقوم على وضع التلميذ وجهاً لوجه أمام مشكلات يتطلب حلها بذل جهد أكبر، ومزيد من التفكير (١٠). أيضا، يمكن تعريف أسلوب حل المشكلات (سواء أكان هدفا، أم طريقة أم علمية، أم مهارة أساسية) بأنه الممارسات والنشاطات العقلية والسلوكية التى يؤديها التلميذ منفردا، أو تحت توجيه وإرشاد المعلم ، بهدف الوصول إلى الحل الصحيح لنظريات وتمارين المواد الرياضية الدراسية ، وذلك عن طريق الاستقراء أو الاستدلال. بمعنى ، المشكلة موقف يثير الاهتمام. ويتطلب فهم جميع أبعاده بذكاء وحنكة، حتى يمكن استخدام المعرفة السابقة والمهارات والفهم، لذلك فإن حل المشكلة فى الرياضيات، يتطلب تشغيل آليات التفكير عند المتعلم، ليستخدم الحقائق المكتسبة والمعلومات الواردة بالمشكلة لحل الغموض، وتحقيق المطلوب (١١).

وينال أسلوب حل المشكلات بعامة ، سواء كطريقة أو كإستراتيجية لتدريس الرياضيات، اهتماماً لائقاً وواسعاً، لذا فإن الآراء العديدة المؤيدة والمعضدة لاستخدام هذا الأسلوب فى تدريس الرياضيات ، لها صداها المسموع فى الحقل التربوى. فعلى سبيل المثال:

١ - يرى (وليم عبيد) أنه يجب أن يكون حل المشكلات هو البؤرة التى تتجمع حولها رياضيات الثمانينيات(١٢).

ويؤكد (وليم عبيد) ما تقدم فى رؤيته المستقبلية لرياضيات التسعينيات (١٣).

٢ - أوصى المجلس الوطنى لمعلمى الرياضيات فى الولايات المتحدة الأمريكية فى النشرة المعنونة « برنامج العمل : توصيات عن الرياضيات المدرسية للثمانينيات « أن يكون حل المشكلات محور الرياضيات المدرسية فى الثمانينيات » (١٤).

٣ ـ أشار (ماسلوفا) إلى أن « مفهوم الرياضيات فى معاهد البوليتكنيك يتضح من المناهج نفسها ومن طرق تقديم المادة الدراسية ومن تأكيد العلاقات المختلفة مع المواد الأخرى فى المناهج ومن التوجيه نحو الموقف المعروف بحل المشاكل»[١٥].

٤ ـ يوضح (فيان Wain) العلاقة التبادلية بين البرهان وحل المشكلة [١٦].

٥ ـ يؤكد (بول تورانس Paul Torrance) « أهمية مساعدة الطالب ليتعلم كيف يولد حلول المشكلات، وتصور إمكانية وجود عالم ملتزم اجتماعيا، مع أعطاء الفرصة لأفراده ليكونوا مبدعين متحررين » [١٧].

وجدير بالذكر أن عديداً من البحوث والدراسات ، اهتمت بموضوع أسلوب حل المشكلات، سواء أكانت تلك البحوث والدراسات عربية أم أجنبية، لتحديد مدى فاعلية هذا الأسلوب فى التدريس .

وفيما يختص بفاعلية أسلوب حل المشكلات فى تعليم الرياضيات، فإننا نذكر بعض النماذج لاستخدام هذا الأسلوب ، فيما يلى :

نماذج من البحوث العربية :

(أ) بحث (السيد عبد العزيز محمد عويضة ، ٢٠٠٠) :

قام (السيد عويضة) بدراسة تجريبية للحصول على درجة دكتوراه الفلسفة فى التربية (مناهج وطرق تدريس الرياضيات)، تحت عنوان : « فاعلية برنامج مقترح لتنمية أداء حل المشكلات الهندسية، فى ضوء معرفة بعض متغيرات بنية المشكلة والخصائص المعرفية لدى طلاب المرحلة الإعدادية » . ولقد كان من أهم نتائج هذه الدراسة: وجود أثر دال لكل من متغير بنية المشكلة، والنمط المعرفى والنمو المعرفى للطلاب على أدائهم فى حل المشكلات الهندسية [١٨].

(ب) بحث (صلاح عبد الحفيظ، عايده سيدهم ، ١٩٩٩) :

وعنوان هذا البحث : (أثر استخدام النماذج الرياضية وأسلوب حل المشكلات فى تدريس الرياضيات على تنمية مهارات الترجمة الرياضية والتفكير الرياضى لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى » ، حيث تم اختيار ثلاث مجموعات، مجموعتين تجريبيتين ، ومجموعة ضابطة، وعدد أفراد كل مجموعة (٣٧) طالبا. وقد حقق هذا البحث من خلال إجراءاته التجريبية أهدافه، إذ ظهر تفوق لأفراد المجموعتين التجريبيتين الذين درسوا بطريقة النمذجة وحل المشكلات ، مقارنة بأفراد المجموعة الضابطة، ممن درسوا بالطريقة التقليدية، وذلك بالنسبة لمتغيرات البحث [١٩].

(جـ) بحث (لطفى عمارة مخلوف ، ١٩٩٠):

قام (لطفى مخلوف) بدراسة، عنوانها : « أثر استخدام بعض استراتيجيات إلقاء الأسئلة على حل طلاب المدرسة الإعدادية للمشكلات الهندسية واختزال قلقهم الرياضى » ، حيث اختار (١٤١) طالباً ، قسمهم إلى مجموعتين تجريبيتين (٤٦ طالبا، ٤٨ طالبا) ومجموعة ثالثة ضابطة (٤٧ طالباً)، وقد أظهرت النتائج أن متوسط التحصيل فى اختبار حل المشكلات الهندسية لصالح المجموعة التى درست باستخدام إستراتيجية القمم[٢٠].

(د) بحث (مجدى عزيز ابراهيم ، ١٩٨٦) :

قام (مجدى عزيز إبراهيم) ببحث تجريبى عنوانه : « فاعلية استخدام أسلوب حل المشكلات فى رفع مستوى تحصيل تلاميذ المرحلة الإعدادية فى مسائل الجبر اللفظية » ولقد استخدم الباحث عينة قوامها (١٧٢) تلميذا من بين تلاميذ الصفين الأول والثانى بمدرسة دمياط الإعدادية بنين. ولقد أسفرت النتائج عن وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين مستوى تحصيل التلاميذ الذين يدرسون بأسلوب حل المشكلات وبين نظرائهم الذين يدرسون بالأسلوب التقليدى. والفرق لصالح من يدرسون بأسلوب حل المشكلات. ولقد قام هذا البحث على أساس قياس الفروق

بين أفراد المجموعتين: التجريبية والضابطة فى كل من الصفين : الأول والثانى الإعدادى، دون عمل تقسيم أو تمايز بين التلاميذ لفرز الأفراد العاديين، أو المتأخرين دراسيا في مادة الجبر [٢١].

(هـ) بحث (محمود أحمد الإبيارى ، ١٩٨٥) :

قام (محمود أحمد الإبيارى) بدراسة للحصول على درجة الدكتوراه، عنوانها: « دراسة لعمليات حل المشكلات الرياضية وطرق تنميتها لدى تلاميذ المرحلة الثانوية». ولقد استخدم الباحث عينة قوامها (٥٣٥ طالبا وطالبة) اختارهم من ست مدارس ثانوية تقع بمدينة الإسكندرية، ويمثلون (١٥) فصلا بالصف الثانى الثانوى علمى فى تلك المدارس. ولقد أسفرت النتائج عن وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين مستوى تحصيل الطلاب الذين يدرسون بأسلوب حل المشكلات ومستوى نظرائهم الذين يدرسون بالأسلوب التقليدى، بالنسبة للتحصيل فى مادة الميكانيكا ، والفرق لصالح من يدرسون بأسلوب حل المشكلات [٢٢].

(و) بحث (شكرى سيد محمد أحمد، ١٩٨٤) :

قام الباحث بتصميم برنامج لتدريب التلاميذ بالمرحلة الإعدادية على أسلوب حل المشكلات فى الرياضيات. ولقد أظهرت نتائج هذا البحث أن التلاميذ الذين يدرسون الموضوعات المتضمنة فى البرنامج باستخدام أسلوب حل المشكلات، يتفوقون على نظرائهم الذين يدرسون الموضوعات نفسها باستخدام الأسلوب التقليدى[٢٣].

٢. نماذج من البحوث الأجنبية:

(أ) دراسة (كلوسترمان Kloosterman ، ١٩٩٢):

وكان الهدف من هذه الدراسة بناء برنامج يتضمن مشكلات رياضية لفظية غير روتينية، كمقرر إضافى أو تكميلى للبرنامج المعمول به، وذلك لإثبات أن حل المشكلات غير الروتينية ، لا يستهلك وقتاً أكثر من طرق التعليم التقليدية، رغم

صعوبته النسبية. وقد خلصت الدراسة إلى مجموعة من النتائج، أهمها يتمثل فى أن الوقت الذى يستغرقه تخطيط الدروس لحل المشكلات غير الروتينية، ليس أكثر من نظيره الذى يتطلبه التخطيط التقليدى للدروس. كما أنه حدث تحسن فى مستوى التلاميذ، سواء أكانوا من ذوى المستوى المرتفع أم ذوى المستوى المنخفض، فى عملية حل المشكلات [٢٤].

(ب) دراسة (تراكسون Trukson ١٩٨٢) :

وكأن الهدف من هذه الدراسة هو قياس فاعلية التعليم والتدريس الموجه فى حل المشكلات فى رفع مستوى التحصيل فى الرياضيات، والاتجاه نحو دراسة الرياضيات. وكانت عينة البحث (١٣٩) طالبا مستجداً من الملتحقين بأقسام الرياضيات فى إحدى الكليات المتوسطة. ولقد أظهرت نتائج هذه الدراسة فاعلية استخدام أسلوب حل المشكلات فى تعليم وتدريس الرياضيات [٢٥].

(جـ) دراسة (سووب Soope ١٩٨٢) :

وكان الهدف من هذه الدراسة هو قياس فاعلية برنامج تعليمى فى مادة الجبر بالصف الثانى الثانوى باستخدام استراتيجيات أسلوب حل المشكلات وتكونت عينة هذا البحث من (٩٢) طالبا. ولقد أسفرت النتائج عن عدم وجود أثر ملحوظ (له دلالة إحصائية) فى مستوى تحصيل الطلاب، الذين درسوا بإستراتيجيات وتكنيكات حل المشكلات، وإن كان متوسط مستوى تحصيلهم أعلى قليلا من مستوى تحصيل نظرائهم الذين درسوا بالطريقة التقليدية [٢٦].

ثانيا: إستراتيجية التدريس بإستخدام اسلوب حل المشكلات:

تعتمد إستراتيجية التدريس التى تقوم على أساس حل المشكلات، على مساعدة المدرس للتلاميذ فى برهنة وإثبات النظريات والقوانين الرياضية، وفى حل التمارين والتدريبات الرياضية باستخدام أسلوب حل المشكلات، عن طريق تحقيق الخطوات التالية :

(١) فهم أبعاد المشكلة :

تحت إشراف المدرس وتوجيهه ، وعن طريق الأسئلة المحكمة التى يقدمها المدرس للتلاميذ، يمكن بدقة تحليل عناصر الموقف وشروطه. ويمكن تحقيق ما تقدم عن طريق ما يلى :

أ ـ قراءة المشكلة بهدف فهم المدلولات الرياضية للألفاظ والرموز الواردة بالمشكلة.

ب ـ تحديد المعلومات المعطاة فى المشكلة، أو البيانات التى تتضمنها.

جـ ـ تحديد المجهول المطلوب إيجاده فى المشكلة.

د ـ تحديد العلاقات والشروط المكونة للمشكلة ومدى تحقيقها ، والالتزام بها، وذلك عن طريق عرض العبارات اللفظية فى صورها الرمزية.

هـ ـ رسم الشكل التخطيطى للمشكلة (إن أمكن ، أو تطلب الأمر ذلك) .

و ـ تحليل عناصر الموقف وشروطه، ومحاولة الفصل بين كل هذه العناصر على حدة ، وذلك عن طريق ترجمة المعطيات إلى علاقات أو رموز .

(٢) وضع خطة الحل :

من المهم إيجاد الصلة بين المجهول المطلوب تحقيقه فى المشكلة، وبين المعلومات والبيانات المعطاة فى المشكلة. وفى حالة عدم وضوح الصلة بين المعطيات والمطلوب، فإن التوجيهات التالية تساعد على التفكير فى العوامل التى عن طريقها يمكن تحديد هذه الصلة بدرجة كبيرة :

أ ـ استدعاء المواقف ذات الصلة بالموقف الحالى ، ويتحقق ذلك إذا توافرت مشكلات على نمط المشكلة المثارة نفسها المطلوب حلها .

ب ـ التفكير فى وضع خطة لحل المشكلة القائمة عندما لا تتوافر مشكلات على نمط المشكلة القائمة نفسها ، عن طريق [٢٧]:

- تعرف بعض المفاهيم أو القواعد أو التعليمات التى تفيد فى الحل إذا ما تم استخدامها .

- التفكير بإمعان فى المجهول بالمشكلة، والتفكير فى مشكلة مألوفة بها مجهول مشابه لذلك الذى تضمنته المشكلة الحالية.

- الرجوع إلى مشكلة مماثلة مألوفة سبق حلها ، ومحاولة الاستفادة من فكرة الحل السابق فى التوصل لحل المشكلة القائمة ، أو فى التوصل إلى إضافة عامل مساعد يمكن الاستفادة منه فى حل المشكلة الحالية .

- قراءة المشكلة مرة أخرى ، ومحاولة تحليل عناصر المشكلة مرة أخرى .

- فى حالة عدم التوصل إلى مشكلة شبيهة أو مرتبطة بالمشكلة الحالية، ينبغى الرجوع إلى مشكلة أخرى أبسط من المشكلة القائمة ، ومحاولة القيام ببعض خطوات الحل، وإذا لم يتحقق ذلك بفاعلية، فينبغى العودة مرة أخرى للمجهول فى المشكلة للوقوف على :

* هل يختلف المجهول فى المشكلة عن المجهول فى المشكلة الأبسط؟ وما الاختلاف ؟

* هل يمكن اشتقاق بعض المعلومات المفيدة من المعطيات الموجودة بالمشكلة الحالية؟

* ما فائدة كل من عناصر هذه المعطيات ؟

* ما علاقة كل عنصر فيها بالمجهول فى المشكلة؟

* كيف نصل من هذه المعطيات جميعها إلى المجهول المطلوب حله فى المشكلة؟

* هل يمكن تعديل المجهول فى المشكلة ليصبح فى صورة أخرى قريبة من المعطيات؟

* هل يمكن تعديل المعطيات لتصبح قريبة من المجهول فى المشكلة ؟

* هل يجب تعديل كل منهما ليصبحا قريبين من بعضهما ؟

- تحديد العلاقات اللازمة لإنجاز الحل، عن طريق استخدام كل المعلومات المعطاة فى المشكلة، ومراعاة الشروط والظروف والقيود المتعلقة بالمشكلة ، وأخذ كل الافكار والعناصر الأساسية المتضمنة فى الاعتبار.

٣. تنفيذ خطة الحل :

وتتضمن هذه المرحلة مجموعة العمليات التى يجب القيام بها، بعد استكشاف الحل الذي تم التوصل إليه فى الخطوة السابقة ومراجعته والتأكد من صحته. ويتطلب إنجاز الحل، القيام ببعض العمليات الحسابية أو الجبرية أو الهندسية بصورة صحيحة، وكتابة الحل فى صورة منطقية .

٤. التحقق من صحة الحل :

بعد تسجيل الحل ينبغى مراجعته للوقوف على مدى الإفادة الكاملة لجميع معطيات المشكلة، ومدى معقولية الحل وتحقيقه لشروط المشكلة، وللتأكد من صحة نتيجة كل خطوة من خطواته أيضا . وتفيد عملية التحقق من صحة الحل فى البحث عن طرق حل بديلة، وفى استخدام النتيجة التى تم التوصل إليها فى حل بعض المشكلات الأخرى ذات العلاقة بالمشكلة القائمة .

بالإضافة إلى ما تقدم، ينبغى أن يراعى المعلم المتطلبات التالية التى تسهم فى إكساب المتعلمين أبعاد الاستراتيجية التى يقوم عليها أسلوب حل المشكلات :[٢٨]

- يقوم أسلوب المعلم فى التدريس على الفهم ، ولا يستخدم أسلوب التدريس الآلى، الذى يقتل روح الإبداع عند التلميذ .

- ينبه التلاميذ إلى ضرورة وأهمية قراءة المسألة مرات كثيرة، ليستطيعوا تحديد معطيات المسألة والمطلوب إثباته تحديداً دقيقاً.

- يعوِّد التلاميذ أن المسألة موقف من المفروض أن يلقوا فيه بعض الصعوبة.
- يعرف التلاميذ أن قراءة الرياضيات بطيئة بطبيعتها ، وتقتضى قدراً كبيراً من التركيز.
- يعرف التلاميذ أن بنية الرياضيات تراكمية البناء، وعليه فإن إثبات أى قانون أو نظرية يحتاج إلى توظيف القوانين والنظريات السابقة.
- يطلب من التلاميذ أن يصوغ كل منهم المسألة بلغته الخاصة.
- يقوم بعمل الرسوم والنماذج التوضيحية التى يشرحها داخل الفصل.
- ينمى قدرة التلاميذ على توجيه أسئلة ذات معنى .
- يعطى التلاميذ الوقت الكافى للتفكير فى الأسئلة التى يقوم بطرحها عليهم.
- يساعد التلاميذ على إهمال المحاولات الفاشلة فى حل أي مسألة، ويطلب منهم تجربة غيرها للوصول إلى الحل الصحيح.
- يشجع التلاميذ على استرجاع المواقف المشابهة التى مرت بهم ، بهدف الوصول إلى بعض العناصر التى تساعدهم فى حل المسألة الجديدة.
- يجعل التلاميذ يقدرون جواباً معقولا للمسألة، ويستخدمونه عكسياً نحو المعطيات .
- يساعد التلاميذ على جعل حل المسألة الذى يحققونه كقاعدة يمكن تطبيقها فى المسائل الأخرى المشابهة .

ثالثا : نماذج لبعض مسائل الجبر اللفظية محلولة بأسلوب حل المشكلات :

تمثل دراسة المسائل اللفظية فى حد ذاتها مشكلة بالنسبة للتلاميذ فى أى مرحلة تعليمية. وفى هذا الصدد يقول (فهر) : « من المشاهد أنه عندما تتحول إحدى المسائل إلى عملية حسابية تتضاءل صعوبتها، وبالعكس إذا تحولت مجموعة من

المعادلات السهلة إلى مسائل لفظية ارتفع مستوى صعوبتها، والواقع أن كثيراً من الطلبة الذين يتفوقون فى العمليات الجبرية تكون إجاباتهم على اختبارات التفكير الكمى ذات الدلالة غاية فى الضعف، أى إنهم يستطيعون أداء العمل دون أن يعرفوا ما يعملون » [٢٩].

كما يرى « كواجوشى» أن العوامل التالية تحدد صعوبة المسائل «المشكلات» اللفظية [٣٠]:

* نوع العمليات الحسابية التى تستخدم فى حل المسائل .

* معنى العمليات الحسابية التى تستخدم للعلاقات الرياضية المكونة للمسألة .

* النواحى التركيبية لخواص العمليات الرياضية ، كالعملية أو معكوسها المكونة للمسألة .

ونعرض فيما يلى بعض المسائل المقررة على الصفين الأول والثانى الإعدادى، محلولة باستخدام أسلوب حل المشكلات :[٣١]

نماذج من المسائل المقررة على الصف الأول الإعدادى :

١ ـ ثلاثة أعداد طبيعية متتالية أصغرها س ، ومجموع الأعداد الثلاثة ٣٢١، فما هى الأعداد؟

يطلب المدرس من التلاميذ قراءة المسألة بتأن، ويترك لهم فرصة ووقت كافٍ للتفكير فى حلها، ثم يناقش التلاميذ فى الحل على النمط التالى :

يطلب من أحد التلاميذ أن يذكر ثلاثة أعداد طبيعية متتالية ، ثم يناقش تلميذ ثان ، وثالث لو أخفق الأول فى تحديد الأعداد ،وبعد ذلك يطرح المدرس السؤال التالى : أى مجموعة من مجموعات الأعداد الطبيعية التالية، تكون عناصرها متتالية :

* ١٧ ، ١٨ ، ١٩ .

* ٢٥ ، ٢٤ ، ٢٦ .

* ١٠٥ ، ١٠٤ ، ١٠٣ .

* ١١ ، ١٢ ، ١٤ .

* ٩٩ ، ١٠١ ، ١٠٣ .

وبعد التمهيد السابق، يطلب المدرس من أحد التلاميذ أن يحدد أصغر عدد فى ضوء معطيات المسألة (وليكن س مثلا)، ويطلب من تلميذ آخر أن يحدد العددين التاليين لذلك العدد (س + ١ ، س + ٢) وخلال المناقشات بينه وبين التلاميذ، يوضح لمن يخطئ موقع الخطأ، ويترك له فرصة التفكير ليصحح ما أخطأ فيه : ثم يسأل التلاميذ عن المشكلة فى هذه المسألة ، وطريقة حلها. وعلى المدرس أن يساعد التلاميذ على اشتقاق المشكلة، التى تتمثل فى وجود ثلاثة أعداد طبيعية متتالية، أصغرها س ، ومجموعها ٣٢١، أى يساعدهم على استنباط أن الأعداد الثلاثة تكون على النحو التالى :

س ، س + ١ ، س + ٢ ، فيكون مجموعها = ٣س + ٣ :

وحيث إن مجموع الأعداد الثلاثة = ٣٢١ فإن $\boxed{\text{٣س + ٣ = ٣٢١}}$

باستخدام المعكوس الجمعى : ٣س + ٣ + (-٣) = ٣٢١ + (-٣)

$\boxed{\text{٣س = ٣١٨}}$

باستخدام المعكوس الضربى $\frac{١}{٣}$ (٣س) = $\frac{١}{٣}$ (٣١٨)

$\boxed{\text{س = ١٠٦}}$

ثم يطلب من أحد التلاميذ تحديد الأعداد الثلاثة المتتالية :

(١٠٦ ، ١٠٧ ، ١٠٨)

وفى النهاية ، يطلب من تلميذ آخر أن يتحقق من صحة النتيجة التى وصل إليها زميله (١٠٦ + ١٠٧ + ١٠٨ = ٣٢١).

٢ ـ مستطيل عرضه س ، وطوله يزيد على عرضه بمقدار ٥ سم ، فإذا كان طول محيط المستطيل ٣٠ سم ، أوجد طول وعرض المستطيل .

يحضر المدرس معه نماذج لبعض الأشكال الرباعية (مربع ـ مستطيل ـ متوازى أضلاع ـ معين ـ . . .) ، ويسأل التلاميذ أى هذه الأشكال هو المستطيل، ثم يطلب منهم قراءة المسألة بتأن وهدوء، ثم يناقش التلاميذ بنظام على النحو التالى:

الشكل المعروض أمامك هو . . . (مستطيل)

إذا كان طول محيط المستطيل = ٣٠ فإن :

طول المستطيل + عرض المستطيل = . . . (١٥).

وحيث أن طول المستطيل يزيد من عرضه بمقدار ٥ سم، فإن :

عرض المستطيل = . . (٥ سم) ، وطول المستطيل = . . (١٠ سم) .

وبالطبع سوف يقدم بعض التلاميذ إجابات غير صحيحة ، فقد يستقرئ أحد التلاميذ (مثلا) أن الطول = ٨ سم ، والعرض = ٧ سم (على أساس أن مجموعهما = ١٥ سم ، وهنا يناقش المدرس هذا التلميذ ، ليوضح له أن الطول الذى اقترحه (٨ سم)، لا يزيد بمقدار ٥ سم عن العرض الذى اقترحه (٧ سم)، وذلك كما جاء بمعطيات المسألة .

بعد المناقشة التى سبق ذكرها ، يطلب المدرس من التلاميذ التفكير فى تسجيل الحل الذى تم الوصول إليه ، فى ضوء معطيات المسألة، ويكون ذلك على النحو التالى :

إذا كان عرض المستطيل = س فإن طول المستطيل = . . . (س + ٥)

وتتمثل مشكلة هذه المسألة فى محاولة إيجاد قيمة س ، وبذا يمكن إيجاد قيمة كل من عرض المستطيل وطوله، وذلك بعد كتابة العلاقة الواردة فى المسألة .

عرض المستطيل + طول المستطيل = س + (س + ٥) = ٢س + ٥

محيط المستطيل = (عرض المستطيل + طول المستطيل) ×٢

= (٢س + ٥) ×٢

= $\boxed{\text{٤س + ١٠}}$

محيط المستطيل (من المعطيات) = . . . (٣٠ سم)

$\boxed{\text{٤س + ١٠ = ٣٠}}$

باستخدام المعكوس الجمعى : ٤س + ١٠ + (-١٠) = ٣٠ + (- ١٠)

$\boxed{\text{٤س = ٢٠}}$

باستخدام المعكوس الضربى : $\frac{١}{٤}$ (٤س) = $\frac{١}{٤}$ (٢٠)

$\boxed{\text{س = ٥}}$

وفى النهاية ، يطلب المدرس من أحد التلاميذ تحديد عرض المستطيل وطوله (٥، ١٠) والتحقق من صحة النتيجة .

محيط المستطيل = ٢ (٥ + ١٠) = ٢ × ١٥ = ٣٠ سم .

٣ ـ عمر أب يزيد عن عمر ابنه بمقدار ٢٥ سنة ، ومجموع عمريهما ٥٥ سنة، أوجد عمر كل منهما؟

يطلب المدرس من أحد التلاميذ أن يقف بجواره، وأن يسأله عن عمره (١٣ سنة)، ثم يطرح عليه السؤال التالى : إذا كان عمرى يزيد عن عمرك بمقدار ٢٥ سنة ، فكم يكون عمرى ؟

يستطيع التلميذ بسهولة أن يكتشف أن عمر المدرس = ٣٨ سنة .

وبعد ذلك يطلب المدرس من تلميذ آخر أن يحسب مجموع عمرى المدرس والتلميذ (٣٨ + ١٣ = ٥١)، ثم يطلب المدرس من تلميذ آخر أن يستقرئ حلا للمسألة فى ضوء معطياتها، مستفيداً مما تقدم، فيقترح أن عمر الابن = ١٤ سنة، وعمر الأب = ٤١ سنة ، فيوضح له المدرس خطأ إجابته، لأن الفرق بين عمرى الأب والابن لا يساوى ٢٥ سنة (٤١ ـ ١٤ = ٢٧) ، ثم يطلب المدرس من التلميذ أن يهمل الإجابة الخاطئة، ويفكر فى غيرها، ويعطيه الفرصة ليفكر، ليستقرئ الجواب الصحيح (عمر الابن = ١٥ سنة ، وعمر الأب = ٤٠) .

بعد الوصول إلى القيمة العددية لعمر كل من الابن والأب، يطلب المدرس من التلاميذ التفكير فى تسجيل الحل الذى تم الوصول إليه ، وذلك على النحو التالى:

إذا كان عمر الابن = س ، فإن عمر الأب = . . . (س + ٢٥)

وتتمثل المشكلة فى إيجاد قيمة س ، وبذا يمكن إيجاد عمر كل من الابن ، والأب ، وذلك بعد كتابة العلاقة الواردة فى المسألة .

عمر الابن + عمر الأب = س + (س + ٢٥) = $\boxed{\text{٢ س + ٢٥}}$

ولكن : عمر الابن + عمر الأب = ٥٥ سنة $\boxed{\text{٥٥ سنة}}$

$\boxed{\text{٢س + ٢٥ = ٥٥}}$

باستخدام المعكوس الجمعى : ٢س + ٢٥ + (ـ ٢٥) = ٥٥ + (ـ ٥٥)

$\boxed{\text{٢س = ٣٠}}$

باستخدام المعكوس الضربى : $\frac{١}{٢}$ × (٢ س) = $\frac{١}{٢}$ × (٣٠)

$\boxed{\text{س = ١٥}}$

وفى النهاية، يطلب المدرس من أحد التلاميذ تحديد عمر كل من الابن والأب (١٥ سنة ، ٤٠)، والتحقق من صحة النتيجة (١٥+ ٤٠ = ٥٥ سنة)

نماذج من المسائل المقررة على الصف الثانى الإعدادى :

١ ـ عدد إذا أضفنا ٩ إلى ضعفه كان الناتج مساوياً المعكوس الجمعى لهذا العدد، أوجد العدد؟

يناقش المدرس التلاميذ على النحو التالى :

إذا كان العدد = س فإن ضعف العدد = ... (٢س)

إذا كان ضعف العدد = ٢س فإن ضعف العدد + ٩ = .. + .. (٢س +٩)

إذا كان العدد = س فإن المعكوس الجمعى لهذا العدد = .. (– س)

فتكون المشكلة هى كتابة العلاقة المعطاة فى المسألة بالصورة :

ضعف العدد + ٩ = المعكوس الجمعى للعدد

ويستطيع بعض التلاميذ ترجمة المعادلة السابقة فى الصورة :

٢س + ٩ = – س

ويستطيع المعكوس الجمعى : ٢س + ٩ + (ـ٢س) = ـ س + (ـ٢س)

٩ = – ٣ س

باستخدام المعكوس الضربى : $\frac{١}{٣}$ × ٩ = $\frac{١}{٣}$ (– ٣ س)

٣ = – س

بالضرب × – ١ : (– ١) × ٣ = (– ١) × (– س)

– ٣ = س

٢ ـ عددان صحيحان أحدهما ثلاثة أمثال الآخر ، وإذا ضرب الأصغر فى ٤ ، وأضيف إليه معكوس الأكبر كان الناتج ـ ٥ ، فما العددان ؟

يناقش المدرس التلاميذ على النحو التالى :

إذا كان الأصغر = س فإن العدد الأكبر = . . . (٣س) .

إذا كان الأصغر = س فإن ٤ × العدد الأصغر = . . . (٤س)

إذا كان العدد الأكبر = ٣ س فإن معكوس العدد الأكبر = . . . (ـ ٣س)

فتكون المشكلة هى كتابة العلاقة المعطاة فى المسألة بالصورة :

٤ × العدد الأصغر + معكوس الأكبر = ـ ٥

يستطيع بعض التلاميذ ترجمة المعادلة السابقة فى صورتها الرمزية التالية :

٤ س + (ـ ٣س) = ـ ٥

س = ـ ٥

٣ ـ إذا كان ثلاثة أرباع مساحة سطح مربع = ٢ ١/١٢ متر مربع.

فأوجد طول ضلع هذا المربع ؟

يحضر المدرس نموذجاً لمربع طول ضلعه = ل ،

ويسأل التلاميذ عن مساحة هذا المربع (م = ل٢)

ثم يناقش المدرس التلاميذ على النحو التالى :

إذا كانت مساحة المربع = ل٢ فإن ٣/٤ مساحة المربع = . . . (٣/٤ ل٢)

فتكون المشكلة هى كتابة العلاقة المعطاة بالمسألة فى الصورة :

$\boxed{\frac{٣}{٤}\ \text{مساحة المربع} = ٢\frac{١}{١٢}}$

يستطيع بعض التلاميذ ترجمة المعادلة السابقة فى صورتها الرمزية التالية :

$$\boxed{\frac{٣}{٤}\,\text{ل}^{٢} = ٢\frac{١}{١٢} = \frac{٢٥}{١٢}}$$

باستخدام المعكوس الضربى : $\frac{٤}{٣} \times \frac{٣}{٤}\,\text{ل}^{٢} = \frac{٤}{٣} \times \frac{٢٥}{١٢}$

$$\boxed{\text{ل}^{٢} = \frac{٢٥}{٩}}$$

$$\boxed{\therefore\ \text{ل} = \pm\frac{٥}{٣}}$$

وفى النهاية يطلب من التلاميذ التحقق من صحة النتيجة التى تم الوصول إليها

$$\left(\frac{٣}{٤} \times \frac{٢٥}{٩} = \frac{٢٥}{١٢}\right)$$

رابعا : تدريس الهندسة النظرية باستخدام أسلوب حل المشكلات

لقد ظلت الهندسة الإقليدية سيدة الموقف لمدة قرنين من الزمان تقريبا. وعلى الرغم من اختلاف الاتجاهين القويين اللذين ظهرا فى الخمسينيات (اتجاه «كلاين Klein »)، (اتجاه : « بورباكى Bourbaki ») ، فإن لهما أهدافًا مشتركة، إذ يسعى كلاهما إلى «إزالة الغموض الذى كان عالقا بهندسة إقليدس التقليدية، وإلى ترويض الهندسة وترتيب المسائل الهندسية طبق نظام منطقى ومعقول » (٣٢).

وعلى الرغم من ظهور فيض غزير من الاتجاهات المتنوعة المختلفة فى الهندسة (هذا بالإضافة إلى الاتجاهين اللذين سبق الإشارة إليهما)، فإنه ظهر فى السنوات القليلة الماضية إتجاه قوى للعودة إلى هندسة تقليدية بحتة، ومتشددة من الناحية الرياضية .

ويتلخص رأى الثقاة من الخبراء المتخصصين فى طرق تعليم الرياضيات بالنسبة للهندسة فى الآتى :

* يوفر علم الهندسة الفرص المناسبة أمام التلاميذ كى يفهموا الرياضيات فهماً حدسياً، لذا يجب أن يحظى هذا العلم بمجال أفسح، ومكانة أوسع فى منهج الرياضيات .

* يفتح علم الهندسة الطريق إلى الميادين الرياضية الأخرى أكثر من أى فرع آخر من فروع الرياضيات .

* يجب رفض الفكرة القائلة بأن تدريس الهندسة غير ممكن، دون تطبيق الطريقة «موضوعة ـ استنتاج » ، ودون الاعتماد على الجبر .

والآن : ماذا عن تدريس الهندسة النظرية ؟

يواجه التلاميذ فى سنواتهم العمرية الأولى معطيات فضائية ، لذا فإنهم فى حاجة إلى تمثيلات حية متعددة فى شتى الميادين . وتسهم التجارب الأساسية فى الهندسة فى دعم قدرات التلاميذ على تصور هذه التمثيلات. ونعنى بالتجارب الأساسية فى السنوات الأولى من الدراسة هندسة الأجسام الطبيعية والإدراكات المحسوسة ، لذا يجب القيام بنشاطات متباينة يكون للحس فيها نصيب وافر بدرجة كبيرة . وليس الهدف من التجارب الأساسية إكساب التلميذ المعرفة التى يمكن اختباره فيها ، إذ ليس المقصود تدريس التلميذ أغراضا يتم إعدادها سلفا، أو نكسبه مهارات ينبغى أن يسيطر عليها فى السنوات القادمة .

والأفضل خلق الظروف الملائمة للتجارب الأساسية ضمن تعليم، يمكن عن طريقه استغلال كل فرصة لإضفاء طابع الحسية على المبادئ التدريسية . أيضا، يجب إبراز ما يكتسبه كل تلميذ على حدة، ، من خلال النشاطات التى يمكن أن يقوم بها ، مع الأخذ فى الاعتبار ، أنه يكون من الصعب تحديد موعد مضبوط وملزم لعملية إدراج التجارب الهندسية فى تدريس الهندسة .

وينبغى أن يرتبط تدريس الهندسة فى المرحلة الأولى بوضعيات يمكن تواجدها فى العالم الطبيعى الذى يحيط بنا . كما ، يجب أن تكون المفردات والجمل

«المستوى التعبيرى » قادرة على إثارة صور وحركات وأحاسيس لدى التلميذ . بمعنى أن يكون هذا المستوى التعبيرى لائقاً ، فيكون حدسياً لا يحيد دون أسباب قاهرة عن الكلام المعهود ، ويكون تركيبياً ، وأن يستطيع إيجاد الألفاظ القادرة على نعت كل وضعية جديدة تظهر دفعة واحدة ،حتى لو كانت تلك الوضعية تتطلب فيما بعد تحليلاً مطولاً نسبياً .

وفى تدريس الهندسة ، يعتمد مبدآن اثنان :

- الانطلاق من المحسوس ضمن محيط التلميذ ، وتصور هذا المحسوس كجسم هندسى مثالي ، دون إعتبار لمادته ولا لخاصياته .

- الانتقال من التجربة الفضائية إلى التطبيق العملى لتلك التجربة، مع مراعاة أن التمثيلات فى الفضاء أو فى المستوى بفضل دور الوساطة الذى تقوم به ، تكون عوناً قيماً ، ومجالاً للتمارين لا يستهان به .

فعلى سبيل المثال، فإن إضفاء معنى هندسى على المحيط، يعني أيضا التساؤل عن القوانين التى تخضع لها الأشكال . وكما أن محيطنا يتكيف تحت تأثيرات بيولوجية ومناخية واجتماعية ، فإن الأشكال الفضائية المسطحة تخضع هى أيضا لقوانين هندسية (خاصة منها قانون التناظر وقانون الإسقاط) [٣٣].

وعلى صعيد آخر ، حاولت بعض المناهج الحديثة معالجة نقاط الضعف فى المنهج التقليدى للهندسة على ضوء أهداف أساسية ،ترسم الأبعاد التالية لدراسة الهندسة [٣٤]:

١ ـ إكساب التلاميذ المعلومات المناسبة عن الأشكال الهندسية فى المستوى والفراغ لأهميتها فى تدريس بعض فروع الرياضيات الأخرى (التفاضل والتكامل ، والمثلثات ، والميكانيكا) ، إلى جانب ارتباطها بالعالم الفيزيقى المحيط بالتلميذ، على أن يتم ذلك على مراحل متعددة ، تبدأ بالرسم والقياس وعمل النماذج وفحص الحقائق الهندسية بطرق عملية، ثم التدرج منها نحو الدراسة الاستنباطية المبنية على المسلمات والبرهان الاستدلالى .

٢ ـ تنمية فهم وتذوق التلاميذ للطريقة الاستدلالية كطريقة للتفكير والبرهان ، مع إكسابهم مهارة فى تطبيق هذه الطريقة فى المواقف الرياضية المختلفة .

٣ ـ تشجيع الأصالة والمبادأة، والتفكير المثمر عند التلاميذ ، وإتاحة الفرصة لهم لممارسة التفكير الابتكارى من خلال دراستهم الهندسية .

٤ ـ دراسة أساليب مختلفة فى معالجة المسائل الهندسية ، مثل : الطرق التركيبية والجبرية ، ويستلزم ذلك تقديم بعض الطرق المبنية على الأعداد الحقيقية والموجهات.

٥ ـ تبسيط وتعديل الجزء الإقليدى من المنهج ، بحيث يمكن إدخال بعض المفاهيم الهندسية الجديدة ، مثل تلك المتعلقة بالهندسة الترابطية والإسقاطية .

٦ ـ يجب أن يقوم تدريس الهندسة فى المراحل الأولى على أساس الفطنة والبصيرة، حيث يحصل التلميذ على معرفة مناسبة بالأشكال الهندسية المختلفة وخواصها ،ويدرس الحقائق الهندسية البسيطة ، ويكتسب مهارة فى العمليات الهندسية البسيطة .

٧ ـ يجب أن تقوم المرحلة التالية على المناقشة ، التى تختص بطبيعة البرهان المنطقى والأسلوب الاستدلالى. وهنا، تبدأ الدراسة الاستدلالية بدراسة بعض الخواص التى سبق للتلميذ التعامل معها فطنياً أو عملياً .

٨ ـ يجب أن يحتوى المنهج على عدد من التتابعات القصيرة بدلا من تتابع واحد مطول ، وأن تقلل عدد النظريات الأساسية، وتعطى بقية النظريات كفروض أو كتمارين يطلب من التلميذ البرهنة عليها، وأن يدرك طبيعة هذا البرهان.

٩ ـ تدريس الهندسة الإحداثية كوحدة من وحدات الدراسة الهندسية .

١٠ ـ يجب ألا تكون هناك حدود فاصلة بين الهندسة المستوية والهندسة الفراغية.

١١ ـ يجب إعطاء فكرة أولية عن بعض الهندسات اللاإقليدية، لأهميتها فى الدراسة المجردة ، وفى مفهوم التركيب الرياضى .

وعند تدريس الهندسة بالمرحلة الإعدادية ، يمكن أن يكون المدخل لهذا ، هو الأسلوب البديهى ، الذى يقوم على الأسس التالية : [٣٥]

* يجب أن تكون البداية تقديم الاصطلاحات غير المعرفة، مثل : النقطة، والمستقيم ، وعلاقة البينية، وبعض التعريفات للمفاهيم البسيطة لمكونات الأشكال الهندسية (القطعة المستقيمة ، الشعاع ، الزاوية).

* تقديم القياسات ، مثل : مقياس القطعة المستقيمة باستخدام خط الأعداد، وبالاستعانة بالمسطرة، ومقياس الزاوية، والقطع المستقيمة ، عن طريق القياس .

* تقديم بديهيات أساسية، يمكن استخدامها بطريقة حدسية فى التوصل للمفاهيم الخاصة بالمستقيم، ووقوع النقاط عليه ، وعلاقة البينية والقياس.

* تقديم بديهيات الجمع والطرح ، والضرب والقسمة (على القطع المستقيمة أو الزوايا)، وعلاقة التساوى ، والتضمين المنطقى .

* إعطاء نظريات بسيطة على أساس البديهيات السابقة، مع توضيح كل خطوة فى البرهان.

* تقديم تطابق المثلثات .

وفيما يلى نموذج لإحدى النظريات ، التى يمكن تدريسها باستخدام الاستراتيجية السابقة :

موضوع النظرية : القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث وطولها يساوى نصف طول هذا الضلع .

الزمن اللازم لدراستها : ٢٠ ـ ٢٥ دقيقة

*** مفاهيـــــم :**

١ ـ مفهوم التساوى.

٢ ـ مفهوم القطعة المستقيمة .

٣ ـ مفهوم التنصيف .

٤ ـ مفهوم التوازى .

٥ ـ المثلث .

٦ ـ متوازى الأضلاع .

* **تعميمات :**

١ ـ خواص المثلث

٢ خواص متوازى الأضلاع

٣ ـ فى المثلث أ ب حـ : $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، د هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ

حيث د ، هـ منتصفا $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ على الترتيب

* **مهارات :**

١ ـ *مهارات عملية :*

* رسم المثلث

* تنصيف أى مستقيم

* رسم مستقيم يوازى مستقيمًا آخر .

٢ ـ *مهارات كيفية :*

* الدقة فى التعبير وفى الصياغة اللفظية للمعطيات والمطلوب إثباته .

* إدراك مفهوم «القياس» على أنه عملية مقارنة .

* استـخدام الرموز فى التعـبير ،مع إدراك لمدلول الرمز المسـتخدم، فمـثلا القطعة المستقيمة يمكن التعبير عنها رمزيا $\overline{\text{أ ب}}$.

* إدراك أن $\overline{أ ب}$ لا تعنى أ × ب .

٣ ـ مهارات أدائية :

* ترجمة منطوق النظرية إلى صورتها الرياضية.

* التخطيط للتحقيق العملى من صحة إثبات النظرية .

* صياغة فروض النظرية فى أسلوب رياضى، وذلك بالتعبير عن معطياتها بصورة علاقات رمزية تربط بين المعطيات والمطلوب.

٤ ـ مهارات متعلقة بالشكل :

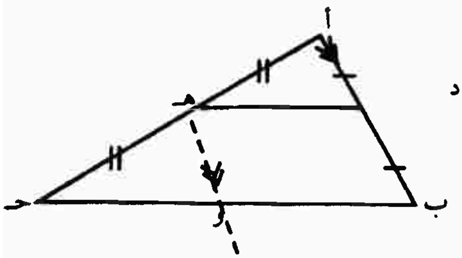
معرفة الخواص الهندسية المتعلقة بالآتى :

* الخط المستقيم والقطعة المستقيمة.

* التوازى .

* المثلث ومتوازى الأضلاع .

الأنشطة التعليمية :



فى الشكل :   د

المعطيات : أ ب حـ مثلث فيه د منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

المطلوب إثبات أن :

١ ـ $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$

٢ ـ $\overline{د هـ}$ = $\frac{1}{2}$ $\overline{ب جـ}$

على ضوء ما تقدم ، يمكن تحديد الأنشطة التعليمية وفقا للاستراتيجية السابقة فى الآتى :

فهم أبعاد المشكلة :

(١) قراءة منطوق النظرية بدقة .

(٢) رسم الشكل التخطيطى للنظرية.

(٣) تحديد المعطيات والمطلوب إثباته لفظيا .

(٤) عرض المعطيات فى صورتها الرمزية.(د،هـ منتصفى أ ب ، أ جـ على الترتيب).

(٥) عرض المطلوب إثباته فى صورته الرمزية (د هـ // ب جـ ، د هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ) .

وضع خطة الحل:

(١) استدعاء البيانات والمعلومات والنظريات السابقة اللازمة لإثبات النظرية (النظريات السابقة).

(٢) التفكير بإمعان فى المطلوب إثباته (د هـ // ، = $\frac{1}{2}$ ب جـ)

(٣) اشتقاق بعض المعلومات المفيدة من المعطيات الموجودة . (مثلا : د ، هـ منتصفى أ ب ، أ حـ فيكون د هـ // ب جـ)

(٤) استخدام العناصر الموجودة فى استنتاج علاقات تفيد فى إثبات النظرية:

* د ، هـ منتصفى أ ب ، أ جـ ← د هـ // ب حـ .
* هـ منتصف حـ أ ، هـ و // أ حـ ← حـ و = و ب = $\frac{1}{2}$ حـ ب .
* د هـ // ب و ، هـ و // د ب ← الشكل د ب و هـ متوازى أضلاع.
* الشكل د ب و هـ متوازى أضلاع ← و ب = د هـ
* و ب = $\frac{1}{2}$ ب حـ ، و ب = د هـ ← د هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ

تنفيذ خطة الحل

(١) ترجمة خطة الحل فى صورة خطوات إجرائية.

(٢) كتابة البرهان فى صورة منطقية .

التحقق من صحة الحل

(١) مراجعة البرهان للتأكد من صحة كل خطوة من خطواته .

(٢) التحقق من صحة البرهان عمليا (بالقياس).

(٣) تعميم النتيجة التى تم التوصل إليها على جميع المثلثات.

(٤) استخدام النتيجة التى تم تحقيقها فى حل بعض المشكلات الأخرى (تمارين على النظرية ، أو فى إثبات نظريات أخرى) .

ويمكن تحقيق الأنشطة السابقة من خلال الممارسات التالية :

١ ـ من يقرأ منطوق النظرية؟

٢ ـ ما المقصود بالتنصيف؟ وما المقصود بالتوازى؟

٣ ـ من يستطيع رسم الشكل التخطيطى للنظرية؟

ويمكن أن يكون البديل للخطوة (٣) الإجراءات التالية:

يرسم المدرس على السبورة المثلث أ ب جـ على السبورة، ثم يطرح الأسئلة التالية :

* ما الشكل المرسوم على السبورة؟ الشكل هو المثلث أ ب حـ .

* هل يستطيع أحدكم تحديد منتصفى أى ضلعين فى المثلث ؟ د منتصف أ ب، هـ منتصف أ حـ .

* ما القطعة المستقيمة الى تصل بين منتصفى $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ؟ القطعة المستقيمة هى $\overline{\text{د هـ}}$.

٤ ـ ما معطيات النظرية ؟ د،هـ منتصفى $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ على الترتيب .

٥ ـ ما المطلوب إثباته ؟ $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{د هـ}}$ = $\frac{1}{2}$ $\overline{\text{ب جـ}}$.

٦ ـ فى المثلث أ ب جـ : د،هـ منتصفى $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ على الترتيب ، ما الذى يمكن أن نستفيد به من هذه المعطيات؟

قد يجيب أحد التلاميذ بالآتى :

∵ د ، هـ منتصفى أ ب ، أ جـ

∴ $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ (نتيجة)

وهنا، يتدخل المدرس فيسأل التلاميذ :

إن ما توصل إليه زميلكم صحيح ، ويمثل المطلوب الأول، ولكن ماذا عن المطلوب الثانى : $\overline{\text{د هـ}}$ = $\frac{1}{2}$ $\overline{\text{ب جـ}}$

أذا عجز التلاميذ عن إيجاد حل المشكلة، يستطيع المدرس أن يساعد التلاميذ عن طريق السؤال التالى :

النقطة هـ هى منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ ، ماذا يحدث لو رسمنا من النقطة هـ مستقيما يوازى أ ب ؟

قد يجيب أحد التلاميذ بالآتى :

المستقيم المرسوم من النقطة هـ موازيا المستقيم $\overline{\text{أ ب}}$ ، سوف يقطع المستقيم $\overline{\text{ب جـ}}$ فى النقطة (و) .

والسؤال الثانى : ما موضع النقطة (و) على المستقيم $\overline{\text{ب جـ}}$؟ (و) منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$.

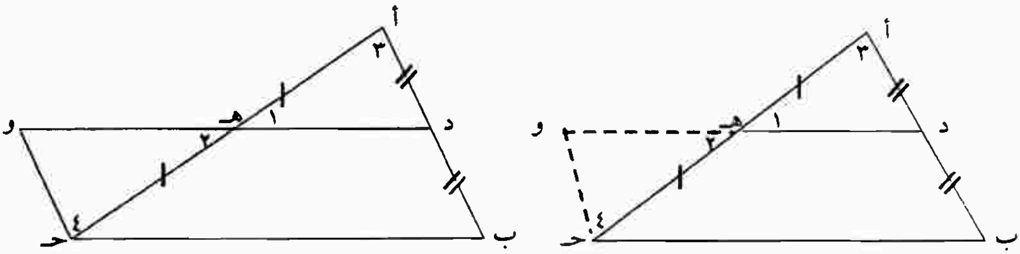
وما الشكل الذى رؤوسه النقاط د ،ب،و،هـ؟ الشكل د ب و هـ متوازى أضلاع.

ما خواص متوازى الأضلاع؟ كل ضلعين متقابلين متوازيين متساويين ← ب و = د هـ

هل وضحت الآن أبعاد المشكلة؟ ب و = د هـ ، ب و = ١/٢ ب حـ ← د هـ = ١/٢ ب حـ .

فى النهاية : يطلب المدرس من التلاميذ تحقيق الآتى :

بعد أن توصلنا إلى حل المشكلة بـالطريقة السابقة ، هل يمكن التـفكير فى حل المشكلة نفسها باستخدام شروط تطابق المثلثين ؟



خامسا: تدريس التلاميذ بطيئى التعلم باستخدام أسلوب حل المشكلات

إن مشكلة (التـأخر الدراسى) تعتبر من أهم المشكـلات التى تحول دون تقدم المدرسة ، والتى تقف عقبة كؤود أمام المدرسة فى أداء رسالتها بالكامل. إن « هذه المشكلة من أهم عـوامل التخلف التربوى والثـقافى ، فهـى مشكلة تهدد سـلامة المجتمع ، وتبدد الكثير من ثرواته المـادية والبشرية ، وتعوق ركب تقدمه » (٣٦) . وفى هذا الصدد ، يـؤكد « ابراهام Abraham » ضرورة الاهتمام بفئة « المتخلفين دراسـيـا » (٣٧) ، كمـا أجريت دراسات وبحـوث عديدة بهدف تحـديد البرامج والأساليب التربوية المناسبة لرعاية المتأخرين دراسيا. وكنموذج من هذه الدراسات، قام (صـلعت حسن عـبد الرحـيم ١٩٧٥) بدراسة تحليليـة لشخـصيـة التلامـيذ المتأخرين دراسياً فى المرحلة الابتدائية فى جمهورية مصر العربية (٣٨) .

وهناك بعد خطير بالنسبة لمشكلة التأخر الدراسى ، ويتمثل فى أن بطيئى التعلم معتادون على الشعور بالدونية Feeling Inforior فى المدرسة ، لذا فهم يحتاجون إلى الاعتراف بـهم من خلال دراسة وتعلم موضـوعات ومهارات يعرفـها الطلاب الآخرون تمامـا . « فيجب تضمين المـادة الدراسية فى كل برنامج لبطيـئى التعلم موضوعات ذات مـستوى عالٍ . . . . فبطيئو التعلم يحـتاجون إلى أن يدرسوا وأن يدركوا أنهم يدرسون رياضيات بالقدر نفسـه من الأهمية والصعوبة التى يدرس بها طلاب آخرون برنامج رياضيـات . . . ومع ذلك فإن الطلاب المتأخرين يحـتاجون إلى ممارسة كثيرة لكى يتمكنوا من المهارات واستراتيـجيات الاختبار التى سرعان ما تصبح روتينًا مملاً للطالب» (٣٩) .

إن ما تقدم يمثل مشكلة حقيقية، إذ قـد يعتقد بعض المدرسين اعتقاداً خاطئاً أنه من الضرورى الإعادة والتكرار، لأنه يـوجد من بين تلاميذ الفصـول التى يقومون بالتدريس فيها ، بعض التلاميذ بطيئو التعلم فى الرياضيات الذين يحتاجون لذلك العمل (الإعادة والتكرار) .

من ناحيـة أخرى، تمثل مشكلة التـأخر الدراسى مشكلة حـيوية ومهـمة ، لذا ينبـغى تسخـير كل الجهـود والإمكانات المادية والبـشرية لتـذليل هذه المشكلة، أو القضاء عليـها كلية إذا أمكن تحقـيق ذلك ، إذ إن أى تقاعس فى حل هذه المشكلة سوف يزيد الطين بلة، ويؤدى إلى تراكـمات غير مطلوبة . ولعل أحـد الأساليب التى ينبغى التفكير فيها لحل مشكلة التأخر الدراسى ، التفكير فى استخدام أساليب جديدة فى التدريس للتلاميـذ المتأخرين دراسيا . ولعل أسلوب حل المشكلات هو أحد الأسالـيب التى يمكن استخدامـها وتوظيفهـا لتحقيق ذلك الغـرض. وعليه، تتحدد مشكلة التأخر الدراسى فى الآتى :

إن التلاميذ المتأخرين دراسياً يمثلون مـشكلة تتطلب حلاً سريعاً وحاسماً ، حتى لا تتفاقم هذه المشكلة ، فـيكره هؤلاء التلاميذ الدراسة ويتـسربون خـارج المدرسة

بلا عودة . وأحد المداخل التى ينبغى التفكير فيها لحل مشكلة التأخر الدراسى، هو استخدام حل المشكلات فى تعليم التلاميذ المتأخرين دراسيا .

والسؤال :

ما المقصود بالمتعلم المتأخر دراسياً ؟

فيما يلى بعض التعريفات الخاصة بالتلاميذ المتأخرين دراسياً، من مدخل التحصيل المدرسى (Scholastic Achievement) : (٤٠)

أ ـ يشير (سيرل بيرت Burt, Cyril) إلى أن الطفل المتأخر دراسيا ، هو «الشخص الذى يكون مستوى تحصيله أقل من ٨٠٪ بالنسبة لمستوى أقرانه فى عمره الزمنى نفسه ».

ب ـ ويعرف (انجرام Ingram) المتأخرين دراسيا بأنهم « هؤلاء الأطفال الذين لا يستطيعون تحقيق المستويات المطلوبة منهم فى الصف الدراسى ، وهم متأخرون فى تحصيلهم الأكاديمى بالقياس إلى (المستوى) التحصيلى لأقرانهم ».

جـ ـ ويوضح (Dohaan, Kough)، « أن الطفل المتخلف دراسياً هو الطفل الذى تكون قدراته العقلية غير كافية بدرجة تسمح له بالانتظام ومواكبة الدراسة فى فصله الدراسى ، ومن الضعف بدرجة لا تسمح له بمسايرة السرعة العادية لهذا الفصل .»

د ـ ويشير (ابراهام)، « إلى أن المتأخر دراسيا . . . عادة ما يجد المقرر الدراسى من الصعوبة بدرجة لا تجعله يستوعبه إلا بعد أن يحدث لهذا المقرر نوع من التكيف التعليمى أو التربوى ، أو التعديل بدرجة تجعله متكيفا مع متطلبات قدرته فى التحصيل » .

هـ ـ ويوضح (Leuegh, M. F.) « أن نصيب أو قدر الطفل المتأخر دراسيا من التحصيل يعتبر من الأشياء الأولية التى تلفت الانتباه والأنظار إليه » .

ونلاحظ من التعريفات السابقة ما يلى :

* مستوى تحصيل التلميذ المتأخر دراسيا أقل من مستوى تحصيل أقرانه (أ، ب، جـ)

* التلميذ المتأخر دراسيا يجد صعوبة فى دراسة المواد المقررة عليه (جـ، د)

* يلفت التلميذ المتأخر دراسياً الانتباه والأنظار إليه (هـ).

* يجب إحداث نوع من التكيف التعليمى أو التربوى للمواد المقررة على التلميذ المتأخر دراسياً ، بما يتوافق مع قدرته فى التحصيل (هـ).

ولكن فى ضوء الاعتبارات التالية :

- من غير المرغوب فيه تربوياً مقارنة مستوى تحصيل التلميذ المتأخر دراسيا بمستوى تحصيل أقرانه من التلاميذ العاديين، بل يجب مقارنة مستوى تحصيله على ضوء التقدم الذى يحرزه.

- من الصعب إحداث تعديل فى محتوى المواد المقررة على التلميذ المتأخر دراسياً بما يتوافق مع قدرته فى التحصيل، نظراً لتوحيد هذه المواد على مستوى جميع المدارس ، ولأنه لا يتم تخصيص مدارس بعينها للتلاميذ المتأخرين دراسياً ، وإنما تخصص تلك المدارس للتلاميذ المتخلفين ذهنيا ، أو عقليا، وليس للمتأخرين دراسياً .

- ومن ناحية أخرى ، من غير المرغوب فيه تربويا عزل التلاميذ المتأخرين دراسياً فى فصول تخصص لهم بالمدارس التى يلتحقون بها .

- على الرغم من أن التلميذ المتأخر دراسيا قد يلفت الانتباه إليه ، إلا أنه يجب عدم الإشارة إلى ذلك صراحة .

تأسيسا على ما تقدم، وفى ظل الوضع الحالى للتعليم وظروفه فى بلادنا ، فإن الأمل فى رفع مستوى تحصيل التلاميذ المتأخرين دراسيا يتمثل فى استخدام طرائق تدريس جديدة ، غير تقليدية فى التعليم .

ومن وجهة نظرنا، يكون المقصود بالتلاميذ المتأخرين دراسياً ما يلى :

التلميذ المتأخر دراسياً هو الذى يحصل على أقل من ٦٥٪ من مجموع الدرجات المخصصة للاختبارات التحصيلية المقننة ، وليست الاختبارات المألوفة، التى يقوم المعلمون بوضعها فى الامتحانات الشهرية الدورية ، أو فى امتحانات نهاية العام. وتوضح النسبة السابقة أن هناك هدراً فى مستوى التحصيل يساوى ٣٥٪، وهذه نسبة ليست قليلة ولا يمكن الاستهانة بها .

أما الأساس الاعتبارى الذى على ضوئه ، يتم حساب النسبة السابقة (٦٥٪)، فهو :

على الرغم من أن شرط النجاح وفقاً للأحكام المعمول بها هو حصول التلميذ على ٥٠٪ من مجموع الدرجة النهائية فى الاختبار، فإن هذه النسبة لا تمثل دالة حقيقية للنجاح، إذ إنها ربما تعود إلى الصدفة بسبب حل التلميذ لإحدى المسائل بطريقة اعتباطية دون فهم ، أو بسبب التساهل فى التصحيح لرفع النسبة العامة للنجاح. ومن ناحية أخرى ، لا يمكن اعتبار أن مستوى تحصيل التلميذ الذى يحصل على نسبة تتراوح بين ٥٠٪ ـ ٦٤٪ من مجموع الدرجة النهائية فى الاختبار متوسطا ما دامت المتغيرات سالفة الذكر قائمة . أيضا ، فإن حصول التلميذ على نسبة أقل من ٦٥٪ تعنى أنه ضمن زمرة التلاميذ الذين اجتازوا الامتحان بصعوبة، وبذا فإنه يكون من المتأخرين دراسيا . وأخيرا ، فى ظل نظام القبول بالمدارس الثانوية العامة حيث يشترط حصول التلميذ على ٦٥٪ (على الأقل) من المجموع الكلى لمجموع الدرجات ، يمكن الحكم بأن التلميذ الذى يحصل على نسبة أقل من ٦٥٪ من الدرجة النهائية فى أى اختبار تحصيلى يعد متأخراً فى الدراسة .

ويحقق التعريف السابق ما يلى :

١ ـ يتم تقويم مستوى تحصيل التلميذ من خلال اختبارات تحصيلية مقننة .

٢ ـ لا يتم الحكم على مستوى تحصيل التلميذ من خلال مقارنة مستواه بمستوى أقرانه .

٣ ـ يمكن تقسيم التلاميذ على أساس النسبة السابقة إلى الفئات الثلاثة التالية :

* تلاميذ مستوى تحصيلهم الدراسى مرتفعا (٨٥٪ فأكثر) .
* تلاميذ مستوى تحصيلهم الدراسى متوسطاً (٦٥٪ ـ ٨٤٪).
* تلاميذ مستوى تحصيلهم الدراسى منخفضاً (أقل من ٦٥٪)

نموذج تطبيقى:

فى دراسة تجريبية ، عنوانها : « فاعلية استخدام أسلوب حل المشكلات فى رفع مستوى التحصيل فى مادة الهندسة بالصف الثامن الأساسى عند التلاميذ المتأخرين دراسيا [٤١]» .

وقد استهدفت هذه الدراسة الوقوف على مدى فاعلية أى من الأسلوبين التاليين فى التدريس :

أ ـ أسلوب حل المشكلات .

ب ـ الأسلوب التقليدى.

يكون أكثر فاعلية فى رفع مستوى تحصيل تلاميذ الصف الثامن الأساسى المتأخرين دراسياً فى مادة الهندسة النظرية .

ولقد حققت الدراسة الإجراءات التالية :

١ ـ اختبار فصلى التجريب بالقرعة من بين فصول الصف الثانى الإعدادى، فكانت « العينة» على النحو التالى :

الصف	الفصل	المجموعة	نوعية التلاميذ	عدد التلاميذ
الثانى الإعدادى	الأول	تجريبية	عاديين	٢٤
			متأخرين دراسيا	٢١
الثانى الإعدادى	الرابع	ضابطة	عاديين	٣٠
			متأخرين دراسيا	١٢

وعلى الرغم من تكافؤ مستوى التحصيل فى جميع الفصول، وعدم وجود تمايز بين الفصول بعضها البعض، إذ يتم توزيع التلاميذ على الفصول عن طريق الزقزاق، فقد تم تطبيق الاختبار التحصيلى المقنن الأول فى الهندسة بهدف التحقق من الآتى :

أ ـ التأكد من تكافؤ مستوى تحصيل التلاميذ فى مادة الهندسة فى فصلى التجريب ، بالنسبة للجزء الذى قطع من المقرر وتم تدريسه قبل التجريب .

ب ـ تحديد التلاميذ العاديين والمتأخرين دراسيا فى مادة الهندسة بكل من الفصلين، على ضوء نتائج التطبيق .

٢ ـ التدريس لأفراد المجموعة التجريبية باستخدام أسلوب حل المشكلات ، ولأفراد المجموعة الضابطة بالأسلوب التقليدى المعمول به فى مدارسنا.

٣ ـ بعد انتهاء التجريب ، يتم تطبيق الاختبار التحصيلى المقنن الثانى فى الهندسة، ثم اختبار دلالة الفروق باستخدام اختبار (ت) بين :

أ ـ متوسط مستوى تحصيل تلاميذ المجموعة التجريبية المتأخرين دراسيا قبل وبعد التجريب .

ب ـ متوسط مستوى تحصيل تلاميذ المجموعة التجريبية المتأخرين دراسيا بعد التجريب ، ومتوسط مستوى تحصيل تلاميذ المجموعة الضابطة المتأخرين دراسيا بعد التجريب .

ومن خلال الإجراءات السابقة ، تحققت صحة الفرضين التاليين :

١ ـ توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين مستوى تحصيل تلاميذ المجموعة التجريبية المتأخرين دراسياً قبل دراستهم للهندسة النظرية بأسلوب حل المشكلات، وبعد دراستهم للهندسة النظرية بأسلوب حل المشكلات. والفرق لصالح مستوى التحصيل البعدى (أى بعد دراسة التلاميذ بأسلوب حل المشكلات) .

٢ ـ توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين مستوى تحصيل تلاميذ المجموعة

التجـريبيـة المتأخـرين دراسيـاً الذين يدرسون الهندسـة النظرية بأسلوب حل المشكلات ، ومستوى تحصيل تلاميذ المجموعة الضابطة المتأخرين دراسيا الذين يدرسون الهندسـة النظرية بالأسلوب التقليدى ، والفرق لصـالح من يدرسون بأسلوب حل المشكلات .

المراجـــع

(1) Aggarwal. S.M. **A Course in Teaching of Modern Mathematics**, Delhi, Dhanpat Rai & Sons, 1985, PP : 1 - 13.

(2) Selinger, Michelle (Editor), **Teaching Mathematics**, London: Routledge, 1994.

(3) Kumar, Sudhir, **Teaching of Mathematics**, New Delhi: Anmol Publications PVT LTD, 1993.

(٤) و.و.سوير، ترجمة أديب عبدالله ، **مدخل إلى الرياضيات**، القاهرة : الهيئة العامة للتأليف والنشر، ١٩٧٠، ص ٢٩٩ .

(٥) مجدى عزيز إبراهيم ، **أساليب حديثة فى تعليم الرياضيات**، القاهرة : مكتبة الأنجلو المصرية، ١٩٩٧.

(٦) وليم عبيد ، « تقرير عن الكونجرس العالمى لتعليم الرياضيات» ، كيبيك (كندا): ١٧ ـ ٢٣ أغسطس ١٩٩٢ ، وقد نشر هذا التقرير فى **المجلة التربوية (الكويت)**، العدد (٢٦) المجلد (٨)، شتاء ١٩٩٣.

(7) Polya, G., **On Solving Mathematical Problems in High School**, 1980 Year Book, NCTM, 1980.

(8) James, V. B., "Problem Solving for the Primary Grades", **Arithmatic Teacher**, Vol. 29., No. 6., 1982, P.10.

(9) Wickelgren, W. A., **How to Solve Problems**, San Francisco: Freeman, 1974, P.10.

(١٠) فريد جبرائيل نجار، وآخرون، **قاموس التربية وعلم النفس** ، بيروت : دائرة التربية فى الجامعة الأمريكية ، ١٩٦٠، ص ١٩٠ .

(11) Prumbaugh, D., Ashe, D., Ashe, J., and Rock, D., **Teaching Secondary Mathematics**, New Gersey: Lawrence Erlbaun Associates, Inc., 1997.

(١٢) وليم عبيد ، « رياضيات الثمانينات : نظرة مستقبلية »، القاهرة: أكاديمية البحث العملى والتكنولوجى (أعمال وتوصيات **مؤتمر تعليم الرياضيات بالمرحلة قبل الجامعية**)، ٨ ـ ١١ ديسمبر ١٩٨٠ ، ص ص ٢٤٤ ـ ٢٤٩ .

(١٣) ــــــ ، « رياضيات التسعينات » ، **الكتاب السنوى فى التربية وعلم النفس : دراسات فى تدريس الرياضيات** ، (المجلد (١٥)، القاهرة، دار الثقافة للطباعة والنشر، ١٩٨٨ ، ص ص ٢٣ ـ ٣٢ .

(١٤)روبرت أ. راس، ترجمة عدنان فرحان أفرام، « تطوير تدريس الرياضيات فى الولايات المتحدة الأمريكية » ، **المجلة العربية للبحوث التربوية** ، المجلد الخامس ، العدد الأول، مارس ١٩٨٥ ، ص ص ٨٨ ـ ٩٤ .

(١٥) ج. ج. ماسلوفا، ترجمة عدنان فرحان أفرام، « تطوير تدريس الرياضيات فى مدارس الاتحاد السوفياتى » ، **المجلة العربية للبحوث التربوية**، المجلد الخامس، العدد الأول، مارس ١٩٨٥، ص ص ٩٥ ـ ١٠٢ .

(16) Wain, G.T. & Woodrow, P., **Mathematics Teachers Education Project**, London: Tutor's Guide Blackie &Sons Lim, 1980 P.29.

(١٧) أحمد الفنيش، **التربية الاستقصائية**، ليبيا: الدار العربية للكتاب، ١٩٨٢، ص ٥٤ .

(١٨) السيد عبد العزيز محمد عويضة، « فاعلية برنامج مقترح لتنمية أداء حل المشكلات الهندسية فى ضوء بعض متغيرات بنية المشكلة والخصائص المعرفية لدى طلاب المرحلة الإعدادية »، رسالة دكتوراه غير منشورة، مودعة بكلية التربية (كفر الشيخ): جامعة طنطا ، ٢٠٠٠ .

(١٩) صلاح عبد الحفيظ، عايدة سيدهم، « أثر استخدام النماذج الرياضية وأسلوب حل المشكلات فى تدريس الرياضيات على تنمية مهارات الترجمة الرياضية والتفكير الرياضى لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادى » **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد الثانى، يناير ١٩٩٩.

(٢٠) لطفى عمارة مخلوف ، « أثر استخدام بعض استراتيجيات إلقاء الأسئلة على حل طلاب المدرسة الإعدادية للمشكلات الهندسية واختزال قلقهم الرياضى»، **مجلة دراسات تربوية** ، المجلد الخامس ، الجزء ٢٧ ، ١٩٩٠.

(٢١) مجدى عزيز إبراهيم « فاعلية استخدام أسلوب حل المشكلات فى رفع مستوى تحصيل تلاميذ المرحلة الإعدادية فى مسائل الجبر اللفظية » ، **مجلة دراسات فى المناهج وطرق التدريس** ، العدد الأول، مارس ١٩٨٦.

(٢٢) محمود أحمد الإبيارى ، « دراسة لعمليات حل المشكلات الرياضية وطرق تنميتها لدى تلاميذ المرحلة الثانوية، رسالة دكتوراه غير منشورة، مودعة بكلية التربية: جامعة الاسكندرية، أغسطس ١٩٨٥.

(٢٣) شكرى سيد أحمد ، « حل المشكلات فى تدريس الرياضيات » ، **مجلة التربية** ، العدد ٦٤، أبريل ١٩٨٤ .

(24) Kloosterman. P., Non - Routine World Problems: One Part of a Prblem - Solving Program in Elementary School, **School Science and Mathematics**, Vol. 92, No. 1, January 1992.

(25) Trukson, E. B., "The Effects of Heuristic Teaching and Instruction in Problem - Solving on the Probem Solving Performance, Mathematics, Achievement, and Attitudes of Junior College Arithmatic Student", **Dissertation Abstracts International**, Vol. 43, No. 11, 1982.

(26) Soope, R. B., " The Development and Evaluation of an Instructional Program in Problem - Solving Strategies for Second Year Algebra

Students", **Dissertation Abstracts International** Vol. 44, No. 6, 1983.

(٢٧) شكرى سيد أحمد ، **مرجع سابق** ، ص ص ١٠٨ ـ ١١٣ .

(٢٨) مجدى عزيز إبراهيم ، **تدريس الرياضيات فى التعليم قبل الجامعى**، القاهرة: مكتبة النهضة المصرية، ١٩٨٥ .

(٢٩) هوارد ف . فهر، ترجمة لبيب جورجى ، **تدريس الرياضيات فى المدرسة الثانوية**، القاهرة: دار القلم، ١٩٦٣، ص ص ٤٨ ـ ٤٩ .

(٣٠) نظلة حسن أحمد خضر ، « البحث فى الرياضيات التربوية واتجاهاته المتميزة فى مصر » ، **مجلة كلية التربية** (جامعة عين شمس) ، العدد الخامس ، ١٩٨٢ ، ص ١٥٠ .

نقلا عن :

Kawagachi, T., " Training of Mathematics Teachers in Japan", (IPSME) 1971.

(٣١) مجدى عزيز إبراهيم ، **استراتيجيات في تعليم الرياضيات**، القاهرة :مكتبة النهضة المصرية، ١٩٨٩ .

(٣٢) محمد فيالة ، « تدريس الهندسة فى التعليم العام» ، **المجلة العربية للبحوث التربوية**، المجلد الخامس، العدد الأول، مارس ١٩٨٥ ، ص ٦٤ .

(٣٣) **المرجع نفسه** ، ص ص ٦٥ ـ ٦٦ .

(٣٤) معصومة كاظم وآخرون، **أساسيات تدريس الرياضيات الحديثة** ، الطبعة الثانية ، القاهرة : دار المعارف ، ١٩٧٠ ، ص ص ٣٤١ ـ ٣٤٤ .

(٣٥) نظلة حسن أحمد خضر، **مرجع سابق** ، ص ص ٢٥٢ ـ ٢٦٥ .

(٣٦) طلعت حسن عبد الرحيم، **سيكولوجية التأخر الدراسى** ، القاهرة : دار الثقافة للطباعة والنشر ، ١٩٨٠ ، ص ٩ .

(٣٧) **المرجع نفسه** ، ص ١٢ .

(٣٨) طلعت حسن عبد الرحيم ، « دراسة تحليلية لشخصية الطلاب المتخلفين دراسياً فى المرحلة الابتدائية فى ج.م.ع، والمتطلبات التربوية والنفسية لرعايتهم » ، رسالة دكتوراه غير منشورة مودعة بمكتبة كلية التربية: جامعة المنصورة ، ١٩٧٥ .

(٣٩) فريدريك هـ. بل، ترجمة وليم تاوضروس عبيد وآخرين ، **طرق تدريس الرياضيات**، (الجزء الثانى)، القاهرة : الدار العربية للنشر والتوزيع ، ١٩٨٦، ص ص ٢٢٠ ـ ٢٢١ .

(٤٠) جاءت الاقتباسات التى ذكرت عن التلاميذ المتأخرين دراسياً فى المصدر التالى :

طلعت حسن عبد الرحيم ، سيكولوجية التأخر الدراسى ، **مرجع سابق**، ص ص ٤٧ ـ ٤٨ .

(٤١) مجدى عزيز إبراهيم ، « فاعلية استخدام أسلوب حل المشكلات فى رفع مستوى التحصيل فى مادة الهندسة بالصف الثامن الأساسى عند التلاميذ المتأخرين دراسياً ، **مجلة دراسات تربوية** (إصدار خاص) أبريل ١٩٩٠ .