



مكعبات الأعداد

لإيجاد مكعب اثنين من الأرقام ، استخدم الصيغة التالية :

$$(أ + ب)^3 = أ^3 + 3أ^2ب + 3أب^2 + ب^3$$

يمكن كتابة هذه الصيغة كالآتي :

$$\begin{array}{r} أ^3 + 3أ^2ب + 3أب^2 + ب^3 \\ \hline 2أب^2 + 2أب^2 \end{array}$$

لقد قمنا بتفكيك $3أ^2ب$ وكذلك $3أب^2$ إلى جزأين : $أ^2ب$ ، $أب^2$ ، $2أب^2$ ، $2أب^2$ وذلك لتبسيط التعامل معهم .

في الصيغة السابقة نرى أن كلاً من : $أ^3$ و $أ^2ب$ و $أب^2$ و $ب^3$ قد تم وضعهم في الصف الأعلى . أما $2أب^2$ و $2أب^2$ فقد تم وضعهم في الأسفل . تظهر الصيغة بالكامل عندما تقوم بإضافة الأرقام الموجودة في الأعلى إلى تلك الموجودة في الأسفل .

$$\begin{array}{l} \text{إذا نظرنا إلى السطر العلوي بدقة ، فسنجد أنه :} \\ \frac{أ^3 \times ب}{أ} = أ^2ب ، \text{ و } \frac{أ^2ب \times ب}{أ} = أ^2ب ، \text{ و } \frac{أب^2 \times ب}{أ} = أب^2 = ب^3 \end{array}$$

النسبة المشتركة بين مكونات السطر الأول هي $أ/ب$.

علينا فقط أن نكتشف $أ/ب$ وسنحصل على النتيجة المرجوة .

دعنا نشرح ذلك عن طريق هذا المثال :

$$(2 \ 1) \text{ فنعدنا هنا } 1 = أ^3 ، 1 = ب ، 2 = ب/أ ، 2 = ب^3$$



الخطوات :

● المصطلح الأول : $١ = ٣(١) = ٣ أ$
 ● المصطلح الثاني : $٢ = ٢ \times ١ = \frac{٣(أ) \times ب}{أ} = ٢ أ$

● المصطلح الثالث : $٤ = ٢ \times ٢ = \frac{٢(أ) \times ب}{أ} = ٢ أ$

● المصطلح الرابع : $٨ = ٢ \times ٤ = \frac{٢(أ) \times ب}{أ} = ٣ ب$

● قم بوضع كل هذه المصطلحات في الصف الأول مع ترك مسافة بينهم .

● أما الصف الثاني ، فقم بمضاعفة المصطلحين الموجودين في المنتصف على النحو التالي :

$٢ = ٢ أ$ $٢ = ٢ أ$

$٨ = ٢ أ$ $٤ = ٢ أ$

وهكذا يتكون الصف الثاني من ٤ و ٨
 ● والآن قم بجمعهم .

$١ \ ٢ \ ٤ \ ٨$

$٤ \ ٨$

$١ \ ٧ \ ٢ \ ٨$

١ المتبقي من كل مرحلة

مثال آخر : ٣١٦

$١ = ٣ أ$ ، $٦ = \frac{ب}{أ}$ ، $٦ = ب$ ، $١ = أ$



مكعبات الأعداد

$$١٦ = ٣(١٦) = ٣٦ ١٦$$

$$١٢ ٧٢$$

$$\begin{array}{r} ٤ \quad ٠ \quad ٩ \quad ٦ \\ \hline ٣ \quad ١٢ \quad ٢١ \end{array}$$

الإجابة
المتبقي

الخطوات بالتفصيل :

• في العدد الموجود على اليمين ٢١٦ يتم وضع الرقم الأحادي ٦ كجزء من الإجابة. أما المتبقي وهو ٢١ فيتم جمعه على الجانب الأيسر.

• بعد جمع المتبقي ٢١ إلى (٣٦ + ٧٢) نحصل على ١٢٩ يتم وضع الرقم ٩ كجزء من الإجابة والرقم ١٢ يتم جمعه على الجانب الأيسر.

• عند جمع ١٢ على الرقم الموجود على اليسار، نحصل على ٣٠، يظل الصفر كجزء من الإجابة والرقم ٣ يتم جمعه على الجانب الأيسر.

• بعد جمع الأرقام الموجودة في أقصى اليسار نحصل على الرقم ٤، وبذلك تكون الإجابة هي ٤٠٩٦

مثال آخر لمزيد من التوضيح :

$$٣(٢١) =$$

$$٢ = أ، ١ = ب، ٣ = أ، ٨ = ب، \frac{١}{٢} = \frac{ب}{أ}$$

$$\begin{array}{r} ٨ \quad ٤ \quad ٢ \quad ١ \\ \hline ٨ \quad ٤ \\ \hline ٩ \quad ٢ \quad ٦ \quad ١ \\ \hline ١ \end{array}$$



• (٢٢)^٣

$$\frac{1}{2} = \frac{ب}{أ} ، ٨ = أ^٣ ، ٢ = ب = أ$$

$$\begin{array}{r} ٨ \quad ٨ \quad ٨ \quad ٨ = ٣٢٢ \\ ١٦ \quad ١٦ \\ \hline ١٠ \quad ٦ \quad ٤ \quad ٨ \\ ٢-٢- \end{array}$$

• (٢٥)^٣

$$\frac{٥}{٢} = \frac{ب}{أ} ، ٨ = أ^٣ ، ٥ = ب = أ$$

$$\begin{array}{r} ٨ \quad ٢٠ \quad ٥٠ \quad ١٢٥ = ٣٢٥ \\ ٤٠ \quad ١٠٠ \\ \hline \end{array}$$

١٥ الإجابة ٦ ٢ ٥

٧ المتبقي من كل مرحلة

• (٢٧)^٣

$$\frac{٧}{٢} = \frac{ب}{أ} ، ٨ = أ^٣ ، ٧ = ب = أ$$

$$\begin{array}{r} ٨ \quad ٢٨ \quad ٩٨ \quad ٣٤٣ = ٣٢٧ \\ ٥٦ \quad ١٩٦ \\ \hline \end{array}$$

١٩ الإجابة ٦ ٨ ٣

١١ المتبقي من كل مرحلة

بنفس هذه الطريقة يمكنك إيجاد مكعبات أي عدد مكون من رقمين .



مكعبات الأعداد

تدريبات :

$^3 18 (3)$	$^3 17 (2)$	$^3 14 (1)$
$^3 26 (6)$	$^3 24 (5)$	$^3 19 (4)$
$^3 31 (9)$	$^3 29 (8)$	$^3 28 (7)$
$^3 37 (12)$	$^3 33 (11)$	$^3 32 (10)$
$^3 46 (15)$	$^3 42 (14)$	$^3 39 (13)$
$^3 48 (18)$	$^3 47 (17)$	$^3 45 (16)$
$^3 53 (21)$	$^3 52 (20)$	$^3 49 (19)$
$^3 56 (24)$	$^3 55 (23)$	$^3 54 (22)$
$^3 59 (27)$	$^3 58 (26)$	$^3 57 (25)$
$^3 63 (30)$	$^3 62 (29)$	$^3 61 (28)$

الإجابة :

$5832 (3)$	$4913 (2)$	$2744 (1)$
$17576 (6)$	$13824 (5)$	$7859 (4)$
$97912 (9)$	$24389 (8)$	$21952 (7)$
$50653 (12)$	$35937 (11)$	$32768 (10)$
$97336 (15)$	$74088 (14)$	$59319 (13)$
$110592 (18)$	$103823 (17)$	$91125 (16)$
$148877 (21)$	$140608 (20)$	$117649 (19)$
$175616 (24)$	$166375 (23)$	$157464 (22)$
$205379 (27)$	$195112 (26)$	$185193 (25)$
$250047 (30)$	$238328 (29)$	$226981 (28)$



الجذر التربيعي

الجذر التربيعي للمربع

لإيجاد الجذر التربيعي يجب أن تكون لديك بعض المعلومات كما هو موضح فيما يلي :

الرقم	المربع	الرقم الأخير
١	١	$^2_1 =$
٤	٤	$^2_2 =$
٩	٩	$^2_3 =$
٦	١٦	$^2_4 =$
٥	٢٥	$^2_5 =$
٦	٣٦	$^2_6 =$
٩	٤٩	$^2_7 =$
٤	٦٤	$^2_8 =$
١	٨١	$^2_9 =$
٠٠	١٠٠	$^2_{10} =$

بعد قراءة المثال السابق، يمكن أن نقول إن المربع الحقيقي ينتهي برقم ١، ٤، ٥، ٦، ٩ و ٠٠، أو إنه قد لا ينتهي بالأرقام التالية : ٢، ٣، ٧، ٨

وأيضاً عدد الأرقام في الجذر التربيعي سيكون : $\frac{س}{٢}$ أو $\frac{(س + ١)}{٢}$



الجزر التربيعي

يجب أن نعلم أولاً كيف يمكننا إيجاد مربع أي رقم .

الرقم المزدوج الخاص

أ	أ ²
أ ب	أ ب ²
أ ب ج	أ ب ² + (أ ج) ب ²
أ ب ج د	أ ب ² + د + ٢ ب ج
أ ب ج د هـ	أ ب ² + هـ + ٢ ب د + ج ²
أ ب ج د هـ و	أ ب ² + و + ٢ ب هـ + ٢ ج د

الرقم المزدوج الخاص

٢	٢ ² = ٤
٢١	٢ = (١ × ٢) × ٢
٢١٢	٩ = ٢ ² + (٢ × ٢) × ٢
٢١٢٤	٢٠ = (٢ × ١) ٢ + (٤ × ٢) ٢
٢١٢٤٣	٢٤ = ٢ ² + (٤ × ١) + (٣ × ٢) ٢

معرفة الرقم المزدوج الخاص به مطلوب لتحديد الجذر التربيعي .

دعنا نوضح ذلك بالمثل التالي :

$$\sqrt{2116}$$

٦	١	:	١	٢
٣	٥	:	٨	
٠	٦	:	٤	



الخطوات :

- قم بتزويج الأرقام بنفس التقنية المعروفة لديك لتكوين مجاميع .
(ابدأ من الرقم الأخير وكون مجموعة من كل رقمين).
- أوجد الرقم الأول من الإجابة بتقريب أول عددين من أقرب مربع
تام ففى المثال السابق (٢١) أقرب رقم لها هو (١٦) مربع الرقم
(٤) فيكون الرقم الأول من الإجابة هو (٤) .
- ضع الرقم ٤ في مكان الإجابة (انظر للجزء الخاص بصيغ القسمة
لمعرفة مكان الإجابة) . ثم نوجد القاسم بضرب الرقم الأول من
الإجابة فى العدد ٢ فيكون $٨ = ٤ \times ٢$
- والآن نحن على استعداد لإيجاد الجذر التربيعي .

	٢١	١٦
٨	٥	٣
	٤٦	

- إجمالي المقسوم هنا ٥١ ، قم بقسمته على ٨ ، الإجابة = ٦ والمتبقي ٣
- وهكذا نكون قد حصلنا على الحل النهائي . فالجذر التربيعي هنا هو
 $\frac{س}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$ ، ولكن دعنا نشرح بمزيد من التفصيل .
- المقسوم التالي هو ٣٦ والذي سنقوم بطرح مربع الرقم ٦ منه :

	$٣٦ = ٦^٢$		
٢	١	١	٦
٨	٥	٣	
	٤٦	٠	

- وهكذا يكون المتبقي صفراً .



شرح لبعض النقاط الهامة :

● كما هو الحال في عملية القسمة ، فإن عملية إيجاد الجذر التربيعي تتكون من خطوتين . القسمة + الاتجاه .

القاسم هنا هو ضرب الرقم الأول من الإجابة في العدد ٢ ولمعرفة الاتجاه نقوم بطرح مربع الأرقام الموجودة في ناتج القسمة مع ترك الرقم الأول من الإجابة فقط .

● يجب أن نترك الرقم الأول من الإجابة منفصلاً أثناء قيامنا بإيجاد مربعات الأرقام .

دعنا نستعرض هذا المثال للتوضيح :

	٤	٦	٢	٤
١٢		١٠	٦	
	٦	٨	:	٠

الخطوات :

- الرقم الأول من الإجابة = ٦ والقاسم = ١٢
- يكتب المتبقي (٤٦ - ٣٦) = ١٠ قبل الرقم التالي ٢
- المقسوم هنا هو ١٠٢ ، الناتج = ٨ والمتبقي = ٦ ، يوضع هذا المتبقي قبل الرقم ٤ كما هو موضح .
- المقسوم التالي هو ٦٤ ، ولمعرفة الاتجاه نقوم بطرح $٨^2 = ٦٤$ من المقسوم ، فتصبح النتيجة صفراً .

ملحوظة :

يمكنك تجنب الخطوة الأخيرة إذا أردت ذلك لأن من معرفتنا السابقة



نعلم أن الأرقام الموجودة في الجذر التربيعي ستكون $\frac{س}{٢} = ٢$ وفي المثال

السابق لدينا مربع صحيح .

	١	٢	٩	٩	٦
٢		٠	٠	٠	
	١	١	٤	:	٠

الخطوات :

- الرقم الأول من الإجابة هو ١ . وهكذا يصبح القاسم ٢
- $٠ = ١ - ١$ ، تكتب قبل الرقم التالي وهو ٢
- المقسوم التالي هو ٢ . الناتج = ١ والمتبقي = ٠
- لمعرفة الاتجاه : المقسوم التالي = ٩
- قم بطرح $١^٢ = ١$ من ٩ الناتج = ٨
- اقسم الرقم ٨ على ٢ الناتج = ٤ والمتبقي = ٠ . بهذه الخطوة يكتمل الحل حيث إن لدينا إجابة مكونة من ثلاثة أرقام $\frac{(س + ١)}{٢}$.

• أما الآن فسوف نقوم بإيجاد المتبقي .

• الاتجاه - المقسوم التالي = ٩

	١	٢	٩	٩	٦
١٢		٠	٠	٠	
	١	١	٤		

الخطوة الأولى للاتجاه = ٠٩ مربع الرقم ١٤

$$١ = (٤ \times ١) \times ٢ - ٠٩$$

الخطوة الثانية للاتجاه = ١٦ مربع الرقم ٤



الجذر التربيعي

$$١٦ - ٢٤ = \text{صفر}$$

وهكذا يكون المتبقي = ٠

مثال :

$$(١) \quad ٥٣$$

$$\underline{٢٥-}$$

$$٢٨$$

$$(٢) \quad ٤١$$

$$\underline{٤٠-}$$

$$١٦$$

$$\underline{١٦}$$

$$\underline{٠٠}$$

$$\sqrt{١٢٥٣١٦}$$

	١	٢	٥	٣	١	٦
٦			٣	٥	٤	
	٣	٥	٤	:		

شرح مختصر للخطوات :

- الرقم الأول من الإجابة هو ٣ والمتبقي = ٣ والقاسم = ٦
- المقسوم ٣٥ يقسم على ٦ . الناتج = ٥ والمتبقي = ٥
- إجمالي المقسوم هو ٥٣ . قم بطرح مربع الرقم ٥ من ٥٣ ، الناتج = ٢٨ . قم بقسمته على ٦
- ناتج هذه القسمة = ٤ والمتبقي = ٤
- وهكذا تكون هذه العملية قد اكتملت .

معرفة الاتجاه :

$$٤١ - \text{مربع الرقم } ٥٤$$

$$١ = (٢٠) \times ٢ - ٤١$$

سوف يضاف الرقم ٦ إلى الرقم ١ ليصبح ١٦

$$١٦ - \text{مربع الرقم } ٤$$

$$١٦ - ١٦ = ٠ \text{ [المتبقي هنا صفر]}$$



إيجاد جذر تربيعي يشتمل على منازل عشرية :

في كافة الأمثلة السابقة كان هناك متبقي ولكن الآن دعنا نحاول إيجاد الجذر التربيعي لمربعات غير مكتملة .

على سبيل المثال :

$$\begin{array}{r} 121 \\ 25- \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} \sqrt{732108} & & & & & & \\ & 73 & 2 & 1 & 0 & 8 & \\ 16 & 9 & 12 & 16 & 14 & 10 & \\ \hline & 8 & 5 & 5 & 6 & 3 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ 50- \\ \hline 110 \end{array}$$

الخطوات بالتفصيل

عدد الأرقام الموجودة في الجذر التربيعي $\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

$$\begin{array}{r} 148 \\ 85- \\ \hline 63 \end{array}$$

• الرقم الأول من الإجابة هو ٨

$$\begin{array}{r} 150 \\ 90- \\ \hline 60 \end{array}$$

والمتبقّي = ٩ والقاسم = ١٦

• $92 \div 16$. ناتج هذه القسمة = ٥ والمتبقّي = ١٢

• $121 -$ مربع الرقم $5 = 96$

• $96 \div 16$

الناتج = ٥ والمتبقّي = ١٦

(إذا اعتبرنا أن الرقم ٦ هو ناتج القسمة فستظهر لنا العلامة السالبة) .

استطعنا الآن إيجاد ثلاثة أرقام قبل العلامة العشرية . سوف نستكمل

الخطوات لإيجاد باقي الأرقام التي ستوضع بعد العلامة العشرية في الإجابة .



الجذر التربيعي

• $160 -$ مربع الرقم $55 = 110$

• $16 \div 110$

ناتج القسمة $= 6$ والمتبقي $= 14$

• $148 -$ مربع الرقم 556

$[2 \times (6 \times 5) + 5^2]$

$148 - 85 = 63$

• $16 \div 63$

ناتج القسمة $= 3$ والمتبقي $= 15$

• قم بإضافة صفرين على المقسوم، استخدم 150 كمقسوم .

$150 -$ مربع الرقم 5563

$150 - [2 \times (3 \times 5) + (6 \times 5) \times 2] = 60$

• $16 \div 60$

ناتج القسمة $= 3$ والمتبقي $= 12$

• الناتج النهائي $= 633, 855$

تدريبات :

(١) ١٨٦٢٤١ (٢) ٢٢٥٦٤٦ (٣) ٣٨١٢٣

(٤) ٢٥٣٦٢ (٥) ١٦٨١ (٦) ٢٠٢٥

(٧) ١٨٦٣٤ (٨) ١٩٩٤٣٢ (٩) ١٠٦٣٢٤

(١٠) ١٠٨٧٦ (١١) ١٣٦٣٧ (١٢) ٩٨٤٣٦

(١٣) ٦٣٤٧٣ (١٤) ٧٤٢٨٢٢ (١٥) ٨٩٨٤٢٦

(١٦) ١٦١٢٣ (١٧) ١٦٣٤٦٢ (١٨) ١٣١٢٦١

(١٩) ٥٠٢١٧ (٢٠) ٤٨٣٢٤



الإجابة :

١٩٥,٢٥١ (٣)	٤٧٥,٠٢٢ (٢)	٤٣١,٥٦٦ (١)
٤٥ (٦)	٤١ (٥)	١٥٩,٢٥٤ (٤)
٣٢٦,٠٧٣ (٩)	٤٤٦,٥٧٨ (٨)	١٣٦,٥٠٦ (٧)
٣١٣,٧٤٥ (١٢)	١١٦,٧٧٧ (١١)	١٠٤,٢٨٨ (١٠)
٩٤٧,٨٥٣ (١٥)	٨٦١,٨٧١ (١٤)	٢٥١,٩٣٨ (١٣)
٣٦٢,٢٩٩ (١٨)	٤٠٤,٣٠٤ (١٧)	٢٤٥,١٩٩ (١٦)
	٢٩١,٨٢٧ (٢٠)	٢٢٤,٠٩١ (١٩)



الجذر التكعيبي

إيجاد الجذر التكعيبي للأعداد يستلزم أن تكون لديك بعض المعلومات :

الرقم	النتائج الأخير
3_1	$1 = 1$
3_2	$8 = 8$
3_3	$27 = 27$
3_4	$64 = 64$
3_5	$125 = 125$
3_6	$216 = 216$
3_7	$343 = 343$
3_8	$512 = 512$
3_9	$729 = 729$

يمكننا مما سبق تحديد الناتج الأخير للرقم 3_2 وهو ٨ ، وللرقم 3_3 وهو ٧ وهكذا .

خطوات إيجاد الجذر التكعيبي

• ابدأ من الجانب الأيمن وضع فاصلة بعد كتابة الأرقام الثلاثة .



٩,٢٦١ —

١,٧٢٨ —

٣٢,٧٦٨ —

١٧٥,٦١٦ —

- بعد وضع الفاصلة ، انظر إلى الرقم الأخير . قارن ذلك بالأرقام الموجودة في الجدول السابق لتعلم الناتج الأخير .
- انظر الآن إلى أول مجموعة من الأرقام وتأكد أي مكعب رقم أقل من المجموعة . هذا الرقم هو أول رقم .
- وهكذا تكون قد عرفت الرقم الأول والأخير .

على سبيل المثال :

٩,٢٦١ •

٢ ١

الخطوات :

- بداية من الرقم الأخير ، ضع فاصلة بعد الرقم ٩
- تؤكد لنا معرفتنا بالرقم الأخير أن مكعب هذا الرقم سيكون ١
- و الآن لدينا الرقم الأخير ٩ و نعلم أن $٢^٣ = ٨$ وهو أقل من ٩ وكذلك $٣^٣ = ٢٧$ وهو أكبر من الرقم ٩
- وهكذا تمكنا من معرفة الرقم الأول وهو ٢ فتصبح الإجابة النهائية



مثال آخر

$$32,768$$

$$3 \quad 2$$

- أولاً نقوم بإيجاد الجذر التكعيبي للرقم الأخير وهو يساوي ٢
- بالنسبة إلى الرقم الأول والثاني ٣٢ ، نضع ٣ كرقم أول حيث أن $3^3 = 27$ أقل من الناتج النهائي 3^2 و $4^3 = 64$
- وبذلك يكون الناتج النهائي ٣٢

ملحوظة :

هذه التقنية تصلح للمكعبات الصحيحة فقط .
كما أنها طريقة جيدة لإيجاد الأرقام التقريبية .