المعرفة؛ أحد مظاهر النبوغ

إيجاد فرص للموهوبين

ألكساندر كارب Alexander Karp

كلية المعلمين، جامعة كولومبيا

ملخص

تناقش هذه المقالة الصلة بين الموهبة الرياضية والمعرفة العميقة بالرياضيات، يستعرض فيها الباحث ملاحظات المعلمين في مدارس الطلاب الموهوبين، إضافة إلى السِّيَر الذاتية لعلماء بارزين في الرياضيات. ويحلل أيضاً الصلة بين الموهبة والمعرفة من المنظورين النظري والعملي، ويشير إلى ما يمكن فعله لتعرُّف الطلاب النابغين في الرياضيات وتطوير موهبتهم. وفي عملية التحليل هذه، اعتمد الباحث على الخبرة الروسية في التعامل مع الطلاب الموهوبين في الرياضيات.

مقدمة

غالبـاً ما ينظر إلى الموهبة والمعرفة علـى أن كلّاً منهما نقيض الأخرى. وقد ترك لنا التراث الرومانسي كثيراً من صور «الكسالى» (Idle Loafers) الذين أتاحت لهم موهبتهم وحدهـا تحقيق ما عجزت عنه المعرفـة (Pushkin, 1954). وفي الروايات القصصية عن المدارس، ليس ثمة غرابـة أن تصادف موقفاً يصبح فيه طالب فاشل لا يفقه شيئاً من أكثر الطـلاب إبداعاً وموهبة في الصـف (انظر فالنتاين جلوشكـوGluskko)، عالم الصواريخ الروسـي الذي واصـل إبداعاته وهو في السجن أيام ستالين). ويمكننا ملاحظة أوجه التوتر بيـن المعرفة والإبداع فـي الدراسات العلميـة أيضاً. تناقش هذه المقالـة علامات المعرفة الواسعـة العميقة لدى كثير من الطلاب الموهوبين فـي الرياضيات، ونتائج المقابلات التي أجريناهـا مع المعلمين، وكذلك تحليل السيـر الذاتية لعدد من علماء الرياضيات البارزين، وستناقش أيضاً جوانب معيّنة من الخبرة الروسية في التعامل مع الموهوبين، وتقترح بعض التوصيات.

المعرفة والإبداع والموهبة: البحث في علاقة صعبة مضطربة

يقول ويسبيرج (Weisberg, 2000):

> «من المعروف عالميّاً أن على المرء امتلاك معرفة في حقل ما، إذا أراد أن يأتي بجديد ضمن ذلك الحقـل، ويوجد اعتقـاد على نطاق واسع أن الخبرة الزائدة عن الحـد يمكن أن تجعل المرء يعيش فـي وضـع ممل؛ وهذا ما يجعله غير قادر على الذهاب إلى أبعد من الاستجابة النمطية. وبناءً على ذلـك، فقد افتُرض أن العلاقة بين المعرفة والإبداع تكون على شكل حرف U مقلوب، حيث يحدث الإبداع في حده الأقصى مع وجود مدى متوسط من المعرفة» (P.226).

مـن الأعمـال التـي يمكـن الاستشهاد بهـا لدعم هـذا الرأي، هـي دراسـة سايمنتون (Simonton, 1984) الـذي استقصـى فيها العلاقـة بين إنجازات الفـرد ومستوى تعليمه الرسمي. وفي الوقت ذاتـه، تشير دراسات أخرى (Hayes, 1989; Weisberg, 2000) إلى أن المعرفـة العميقـة الكافية تجعل من الممكـن تحقيق الإنجازات الإبداعيـة الأصيلة. لكن ويسبيـرغ، مع ذلـك، شكك في بعض الدراسـات السابقة مشيراً إلـى أن المزيد من التعليم

الرسمي لا ينطوي بالضرورة على زيادة في حجم المعرفة (وهذا يصدق على المواقف الموجودة منذ مئات السنين– حيث كان الحصول على التعليم حينئذٍ مختلفاً تماماً عما هو عليه الآن). وقد توصل ويسبيرغ إلى النتيجة القائلة بوجوب إعادة التفكير في العلاقة بين الإبداع والمعرفة. ولكي نقوم بذلك، علينا أن نعرّف على نحوٍ دقيق، ما نعنيه بالمعرفة والإبداع (مثال، انظر Sriraman, 2004).

وتجدر الملاحظة إلى أن من الممكن دراسة كثير من جوانب هذه العلاقة دون الدخول في مزيد من النقاشات للنظريات ذات الصلة بالمعرفة والإبداع. لقد اهتمت الدراسات المذكورة آنفاً في جزئها الأكبر بمدى تأثير المعرفة في الإبداع؛ أي: كيف تؤثر زيادة المعرفة في الإبداع؟ وسوف نركز اهتمامنا هنا على المعرفة على نحوٍ رئيس، بصفتها مظهراً من مظاهر الموهبة.

وقد ظل هذا الموضوع أيضاً محوراً للجدال النظري مدة طويلة، حيث عُرضت اقتراحات كثيرة لتعريف المفهوم الدقيق للموهبة الرياضية (Sriraman, 2005). من الواضح أن مثل هذا التعريف يُعدُّ خلافيّاً، ويعتمد على من سيُختار ليكون من ضمن الموهوبين. وبصورة عامة، من الطبيعي أن تعد شخصاً ناقش رسالة دكتوراة في الرياضيات بنجاح أنه موهوب أكثر من شخص غير قادر على اجتياز امتحان الثانوية العامة، على الرغم من تلقّيه كثيراً من الدروس الخصوصية على أيدي مدرسين خصوصيين. وفي الوقت ذاته، قد لا يكون من الممكن أن نعد الشخص الذي حصل على شهادة الدكتوراة المشار إليه آنفاً شخصاً موهوباً جدّاً عند مقارنته بِغاوس (Gauss)، مثلاً، حدّد يوسيسكين (Usiskin, 2000) ثمانية مستويات من الموهبة (يرجى ملاحظة أن التمييز بينها بموجب التعريف غير دقيق، أي: يمكن أن تكون سبعة مستويات لدى بعض العلماء، وتسعة لدى بعضهم الآخر، والحدود بين المستويات في كل حالة هي حدود اسمية). ومن الواضح أن النموذج الوصفي سوف يتغير وفقاً لمن سيُعد موهوباً، وسيؤثر هذا أيضاً في درجة الرغبة في الربط بين الموهبة والإبداع.

وبحسب المفهوم الواسع للموهبة، هذا المفهوم الذي ضم، مثلاً، الحاصلين على درجة الماجستير في الرياضيات جميعهم إلى صفوف الموهوبين، فمن السذاجة بمكان

أن نعـدّ الإبداع سمة ضرورية للأفـراد الموهوبين جميعهم، لكن من الطبيعي فعل ذلك عند استخـدام مفهوم أضيق ومحـدد للموهبة. ويُعدُّ تعريف رينزولـي (Renzulli) للموهبة من التعريفـات الأكثر انتشاراً في هذا السياق، وينص علـى أن «الموهبة تتألف من التفاعل بين ثلاث مجموعات أساسية من السمات البشرية، هي: قدرات عامة فوق المتوسط، ومستويات عاليـة من الالتزام بالمهمـة، ومستويات عاليه من الإبداع» (Ridge & Renzulli, 1981, P. 204). وتستند المناقشات الآتية إلى المفهوم «الضيق» للموهبة والنبوغ في الرياضيات، ومن ثـم فهـي تستند إلى نموذج رينزولـي. ومع ذلك، فمن المفيد الحديث فـي الأمثلة الرياضية المحـددة المدروسة أدناه عـن القدرات الرياضية المحددة بدلاً مـن الحديث عن القدرات العامة فقط.

خصائص الموهوبين في الرياضيات

أجرى عالم النفس الروسي كروتتسكي تحليلاً أساسيّاً للقدرات الرياضية، اشتمل على استقصـاءات تجريبية تتعلـق بكيفية حل الموهوبين المسائـل، ودراسات طولية لمجموعات مختلفـة من الطلاب، إضافة إلى بحث مبني علـى استبانة. واشتمل الجانب الأخير هذا من دراستـه على مقابلات مع معلمـي رياضيات هدفت إلى تحديد «ما يعنيـه المعلمون بالقدرة علـى تعلم الرياضيات، والمعايير التي يستخدمونها فـي الحكم على القدرة، وأيُّ الأشخاص يمتـاز بالقدرة؟ وأيُّهم غير قادر، ولماذا؟» (صـ. 82). تبع ذلك توزيع استبانات خطية بين مجموعات مختلفـة من المعلمين. واستناداً إلى الإجابـات المقدمة من معلمي الرياضيات، فقد حُدّد عدد من المعايير والسمات للقدرات الرياضية، كان من أبرزها:

1. الاستيعـاب السريع نسبيّاً للمعرفة والمهارات والمناحي الرياضية، والفهم السريع لتوضيحات المعلمين وشروحهم.
2. المقدرة على الاستدلال المستقل المنطقي.
3. الابتكار والكفاية في إيجاد الحلول.
4. الحفظ السريع للمادة الرياضية، واستبقائها.
5. المقدرة المتطورة جدّاً لابتداع المادة الرياضية وتحليلها وتركيبها.
6. المرونة العقلية، وغيرها.

وقد أُعطيت تعريفات أكثر دقة للسمات المذكورة في كثير من المقالات اللاحقة. هناك سمتان من السمات التي حددها كروتتسكي تتعلقان بمعرفة الطلاب مباشرة. وبحسب وجهة نظر المعلمين، يمتلك الطلاب الموهوبون استعداداً وميلاً طبيعيّاً لتجميع المعرفة الرياضية، حيث يستوعبون المادة الرياضية الجديدة ويحتفظون بها بسهولة. وعلى الرغم من ذلك، لم يكن الهدف من دراسة كروتتسكي تحديد إتقان الطلاب معرفة خاصة تفوق إطار البرنامج المدرسي.

وأظهرت استبانة مسح لبحوث علماء الرياضيات، أجراها كروتتسكي، وجود نزعة بين العلماء على التفريق بين المعرفة والقدرة على التفكير الأصيل: «الفرق بين نوعين من العقول الرياضية» يتمثل في أن بعضها يتميز بسرعة التقاط الأفكار الجديدة وإتقانها «يصبحون أشخاصاً متعلمين»، في حين يفكر الآخرون بطريقة أكثر أصالة ولكن ببطء. (ص. 191).

المقابلات مع المعلمين الروس: الخلفية والمنهجية

تحتوي الدراسة التي سيصار إلى مناقشتها لاحقاً على عناصر شبيهة بدراسة كروتتسكي من حيث منهجيتها وأهدافها. ففي الدراسة الحالية، طُلب إلى المعلمين، كما في الدراسة السابقة، الحديث عن الطلاب الموهوبين والنابغين جدّاً، وتحديد السمات الرئيسة التي تميزهم من غيرهم (واستقصت المقابلات مع المعلمين أيضاً مسائل أخرى، كما وردت النتائج الأخرى في مقالات أخرى). على النقيض من دراسة كروتتسكي، فإن المشاركين المشار إليهم في الدراسة لم يكونوا معلمين في مدارس عادية، بل كانوا معلمين في مدارس خاصة مشهورة بتخصصها في تدريس الرياضيات.

وقد وجدت مثل هذه المدارس في روسيا (الاتحاد السوفييتي سابقاً) منذ مطلع ستينيات القرن العشرين (Vogeli, 1997). وجرت العادة أن يتعرض الطلاب لسلسلة من الاختبارات لتتاح لهم فرصة الالتحاق بمثل هذه المدارس، حيث إن منهاج الرياضيات في هذه المدارس أكثر شمولاً وعمقاً مقارنة بمنهاج المدارس العادية (Karp, 1992)، ومع مرور الوقت تمكنت هذه المدارس من بناء شهرة راسخة لها، ومن الإنصاف القول أن هذه

المدارس كانت تستقطب الطلاب الذين يتوافر لديهم عادة الاهتمام والرغبة والموهبة في الرياضيات. ولإيضاح مدى فاعلية هذه المدارس، فقد كان خريجوها يشكّلون ما يربو على 90% من قسم الرياضيات في جامعة سانت بيترسبورغ (Donoghue.Et Al., 2000).

أجرينا مقابلات مع نخبة من المعلمين (اثني عشر معلماً) من هذه المدارس في موسكو وجامعة سانت بيترسبورغ. وقد اعتمدنا المعايير الآتية في انتقاء المشاركين في هذه الدراسة: أولاً، أخذنا في الحسبان عدد الطلاب المشاركين أو الفائزين بمسابقات أولمبياد الرياضيات من المستويات العليا لكل معلم. وكان لدى غالبية المعلمين طلاب مشاركون وفائزون بمسابقة الأولمبياد الدولي. ثانياً، عدد طلابهم السابقين من الذين أصبحوا علماء رياضيات بارزين (علماء رياضيات وباحثين يحتلون مواقع مرموقة في كبرى الجامعات). وقد تمكّن الذين قابلناهم جميعاً من ذكر ثلاثة أسماء من طلابهم السابقين ممن أصبحوا أساتذة يشار إليهم بالبنان في دوائر أكاديمية ريادية في مجال الرياضيات. وأخيراً، اعتمد المبدأ الثالث في انتقاء المشاركين على نشاطهم المهني استناداً إلى عدد مؤلفاتهم المهنية، فقد كتب غالبية من قابلناهم ما لا يقل عن ثلاثة أعمال مهنية، وحقق أغلبهم إنجازات في المجالات الثلاثة آنفة الذكر. وعلى الرغم من ذلك، وفي عدد قليل من الحالات، قبلنا مقابلة من كانت لديهم إنجازات كبيرة في مجالين فقط. ومما تجدر ملاحظته، أن عدد معلمي الرياضيات الذين كانوا يعملون في مثل هذه المدارس، كان قليلاً بصورة عامة. ومع أننا لا نزعم أن الدراسة الحالية قد شملت خيرة المعلمين جميعاً، فإن من الواضح أنها اشتملت على نسبة كبيرة منهم. ومما لا شك فيه، أن جميع من وقع عليهم الاختيار كانوا متميزين بأعمال بارزة في هذا الحقل. ومن الواضح كذلك، أن المعلمين الذين وقع عليهم الاختيار كانوا يتمتعون بخبرة فريدة في التعامل مع الطلاب الموهوبين جدّاً، وقد سُجلت المقابلات جميعها صوتيّاً.

بعض نتائج المقابلات

أكدت المقابلات في كثير من النواحي نتائج كروتتسكي، حيث أكد عدد كبير من المعلمين السمات الآتية للطلاب الموهوبين جدّاً، مثل: **النجاح في حل المسألة، والدقة**

المتميزة، وعمق فهم الطلاب للحل. وقد صاغ أحد المعلمين هذا كله على النحو الآتي: «يتمكّن الطالب الموهوب من حل أي مسألة، ويفكر لحظات ومن ثم يقدم الحل. ولا جرم أن هذا يولد انطباعاً جيداً». في حين روى معلم آخر الحادثة الآتية:

> «كان الطلاب الموهوبون متميزين بسرعة ردة الفعل، في كيفية فهمهم المسائل، ومدى عمق تفكيرهم. وكانوا يحللون المسألة كلها. أتذكر أنه كان لديّ طالب يعطيني حلاً فورياً لأي مسألة أطرحها. وكنت أختار أسئلة وأصوغها، ثم أطلب إليه الحضور إلى السبورة. وكان يقف برهة حيث السبورة خالية، دقيقة أخرى والسبورة فارغة، وفجأة يمسك بالطبشورة، ويرسم خطين قصيرين جداً ويعطيك الحل. ويعتقد المرء أنه كان يسبر أفكاره، ومن ثم يعد، واحد- اثنين- ثلاثة، انتهى الأمر، الجواب معدّ».

وعلى الرغم من أن كثيراً من المعلمين الذين قابلناهم أبرزوا بوضوح سرعة الطلاب الموهوبين جداً في حل المسألة، لكن هذه لا تكوّن بمفردها عاملاً رئيساً في الموهبة الرياضية، إذ يمكن «أن يكون الأشخاص البطيئون أقوياء»، بحسب رأيهم. وإضافة إلى ذلك، فقد ميز بعض من قابلناهم بين النبوغ الرياضي والنجاح في أولمبياد الرياضيات مؤكدين أنه لا يمكن شمول الفائزين جميعهم في مسابقات أولمبياد الرياضيات مع الطلاب الموهوبين جداً وفقاً لوجهة نظرهم، بل على النقيض من ذلك، لم يحصل بعض الطلاب الموهوبين جداً على مراكز متقدمة في أولمبياد الرياضيات (على الرغم من أن أداءهم في الأولمبياد كان ناجحاً جداً دون أدنى شك). ويكمن العامل الحاسم، بحسب وجهة نظر هؤلاء المعلمين، في مدى الاهتمام بحل المسائل، حيث «لديهم اهتمام بحل المسائل، وليس هدفهم الحصول على العلامة (A) أو الفوز بجائزة من نوع معين، بل ينصب هدفهم على حل المسألة ليس إلا».

ومن بين السمات الأخرى المهمة التي يظهرها الطلاب الموهوبين الطابع غير المألوف للحلول التي يقدمونها، ومقدرتهم على التفكير المستقل. وقد عبّر أحد المعلمين الذين قابلناهم عن هذا بقوله:

غالبـاً مـا كانوا يأتون بحل مختلف عـن الحل الذي يدور في ذهني، أي: أنـا أفكر أن هذه المعادلة تحـل هكذا وبالطريقة هـذه، ولكنهم يقولون «هذا يعني أنها تشبه هذا الحـل: - ويقدمون تفسيراً هندسيّاً لذلك».

وإلـى جانـب السمات التـي أشرنا إليها، فقـد أكد كثير مـن المعلمين **قـدرة الطلاب الموهوبين جدّاً على استيعاب كمية كبيرة من المادة الرياضية مبكراً بعمق**، بصفته سمة مهمة من سمات هؤلاء الطلاب. وصاغها أحد المعلمين بقوله:

«كان هنـاك دليـل واحد علـى هؤلاء الطـلاب الذين كانوا نجومـاً بالمعنى الحقيقـي، حيث كانت أعراض هذه النجومية تبرز في الصفين الثامن أو التاسع عندما كانوا يعرفون كمّاً هائلاً استثنائيّاً مـن الأشياء. وبعبـارة أخرى، قدرتهم السريعة على استيعاب المـادة غير المألوفة والاحتفاظ بها كلهـا بسهولـة. أي أنهم كانوا يعرفون كمّاً هائـلاً من الأشياء المجردة. وهـذه الثروة من المعرفة كانت مدهشة حقّاً».

وعرض معلم آخر مثالاً عاديّاً على الطريقة التي تتكـون من خلالها مثل هذه المعرفة بقوله:

سألتـه عن أكثر مجالات اهتمامـه، فأجاب قائلاً: «حسناً، في نهاية المطاف، الجبر». عندما زرت رئيـس قسـم الجبر في الجامعة، قـال: «نعم، لدي حلقـة دراسية عن نظرية غالـو (Galois)[1] ولكنهـا مخصوصـة بطلاب الجامعة.» عندئـذٍ قلت للطالب: «ساشا، لدي كتـاب عن نظرية غالو، ربمـا يمكنك إلقاء نظرة عليـه.» قرأه وذهب إلى الحلقة الدراسية، وعـاد بعد ذلك وسألته: «كيف كانت الحلقة الدراسية يا ساشا؟» فأجاب: «فهمت كل شيء تقريباً»، فقلت له: «وماذا عن الكتاب؟» فأجاب: «أما ما يخص الكتاب، فكان الأمر سهلاً جدّاً، إذ فهمت كل شيء فيه.» لقد استغرق الأمر

1) غالو إيفاريست (1832 – 1811)، عالم رياضيات فرنسي عُرف بأعماله المتعلقة بنظرية المعادلات التي تعد أحد أسس الرياضيات الحديثة التي عُرفت لاحقـاً بنظرية الزمرة، وبيّـن أيضاً أن المعادلات الكوينتية وكثيرات الحدود من الدرجات لا يمكن حلها باستخدام عمليات جبرية، مثل: الجمع والطرح والضـرب والقسمـة وإيجاد رتب الجذور. ولم ينل في حياته القصيرة التقدير الذي يستحقه، إذ كانت مقالاته تُرفض، وفشل في الالتحاق بالكليات التي يريدها، ورسب مراراً في اختبارات المدرسة؛ وهذا ما جعل معلّم الفيزياء يكتب عنه قائلاً: «...إنه بالتحديد لا يفقه شيئاً. لقد قيل لي إن لهذا الطالب مهـارات رياضيـة؛ وهذا بدوره ما أدهشني. فاستناداً إلى اختباراتـه، يبدو أنه على قدر بسيط من الذكاء، أو أنه قد أخفى عني ذكاءه على نحو جعل من المستحيـل علـيّ اكتشافه». وأعاد إليـه المشرف البحث الذي احتوى على أهم النتائج في نظرية الزمرة معلقـاً عليه بعبارة «غير مفهوم». وحياته كانت سلسلة من المآسي، فوالده مات منتحراً، وهو بدوره توفي مقتولاً بعد خروجه من السجن؛ لاتهامه بمعارضة الملك لويس فيليب. - المراجع

أسبوعـاً. وبعـد أسبـوع كان الطالب قادراً على حضـور حلقة دراسية عن نظريـة «غالو» مع طلاب الجامعة في قسم الرياضيات».

تحـدث معلـم آخر عـن أحد طلابه مـن الذين لوحظـت قدراتهم عندمـا كان ملتحقاً بمدرسـة متوسطة عادية قبل التحاقه بمدرسـة متخصصة في دراسة الرياضيات. كان هذا الطالـب يتلقى دروساً فـي الرياضيات بوساطـة البريد (أي، ما يدعـى مدرسة الرياضيات بالمراسلـة)، إضافة إلى ما كان يتلقاه في المدرسة. وعندما كان يرسل الإجابة عن الأسئلة التـي يحلّها، كان يطـرح أسئلة متعددة ومعقدة عن التكاملات، وتبيـن أنه كان يحل واجبات أخيه، حيث كان أخوه طالباً في الكلية. وقد تحدث معلمون آخرون عن قصص مماثلة.

مثـلاً، تحـدث معلم آخر عن طالب كان يهرب من المدرسـة لمشاهدة محاضرات عن حسـاب التفاضل والتكامل في البيـت كانت تعرض على شاشة التلفـاز، وكانت حينئذٍ جزءاً مـن برامـج التلفاز التربـوي. ونتيجة لذلك، عندمـا التحق بمدرسة متخصصـة في دراسة الرياضيـات (في سن الرابعة عشرة)، كان يمتلك معرفـة كبيرة بالرياضيات على المستوى الثالث تقريباً في حساب التفاضل والتكامل.

تجليات المعرفة الواسعة للرياضيين البارزين في طفولتهم

تتضمـن السيـر الذاتيـة للرياضييـن البارزيـن أمثلـة حية علـى المعرفـة الرياضية الواسعـة في الطفولة. ومن الأمثلة البارزة علـى ذلك، معجزة الطفل الأمريكي نوربرت وينر (Norbert Wiener, 1964) الـذي أتقـن المنهـاج المعتمد في الرياضيـات العليا في سن مبكـرة جـداً. وكان كل من السرعـة والعمق اللذين أتقـن بهما عالم الرياضيـات الفرنسي بليـز باسكال (Blaise Pascal) الهندسة الإقليديـة (Bell, 1937, P. 75) شيئاً أسطوريّاً. وحصـل جـاك هادمـرد (Jacques Hadamard) على أعلى علامة فـي امتحانات تحديد المستـوى (Placement Exams) في المعهديـن المشهورين جدّاً للتعليم العالي في فرنسا آنئذٍ، وهما: معهد البوليتكنيك والمعهد العادي، الأمر الذي يستحيل معه الالتحاق بأي منهما لولا المعرفة الكبيرة بالرياضيات. وقد حصل الشيء نفسه مع الفرنسي جان غاستون داربو (Jean-Gaston Darboux)، وتشارلز بيـكارد (Charles Émile Picard)، وإميل بوريل

(Maz'ya & Shaposhnikova, 1998) (Émile Borel). وأما ما يخص سيرة غاستون الذاتية فقد كتب بيل (Bell,1937) العنوان الفرعي الآتي: «حلم في الثانية عشرة من عمره بمكتشفات ثورية وحققها في سن الثامنة عشرة». (ص. 12)، وهذه هي الحقيقة، فقد أتقن غاستون كل شيء ضروري لذلك في سن مبكرة جدّاً.

وتلقي الفقرة الآتية من مذكرات عالمة الرياضيات الروسية صوفيا كوفالفسكايا (Sofia Kovalevskaya) الضوء على الطبيعة الفذة لبصيرة الأطفال الموهوبين جدّاً في الرياضيات، حيث تذكر أنها كانت وهي في سن الحادية عشرة تقرأ ما كتب على جدران غرفتها التي كانت مغطاة لأسباب اقتصادية بالورق، وكيف اكتشفت بمحض المصادفة، صفحات من كتاب لعالم الرياضيات الروسي أوستروغرادسكي (Ostrogradsky). ومما جاء في المذكرات:

> بعد سنوات عدة، وعندما بلغت الخامسة عشرة من عمري، تلقيت أول درس عن حساب التفاضل والتكامل من أستاذ بيترسبورغ المشهور الكسندر نيكولايفيتش سترانوليبسكي (Alexander Nikolaevich Strannolyubsky). وكان مندهشاً من سرعتي الهائلة في استيعاب مفاهيم الحدود والاشتقاقات وتمثلها: «تماماً كما لو كنت تعرفينها من قبل». وفي الحقيقة أني تذكرت فجأة، عندما كان يشرح تلك المفاهيم، صفحات كتاب أوستروغرادسكي التي كانت ملصقة على جدران غرفتي، وبدا لي مفهوم الحدود كأنه صديق قديم» (ص. 123).

وفي الوقت ذاته، يبدو واضحاً أن ليس كل عالم رياضيات يظهر معرفة واسعة في مثل هذه السن المبكرة، إذ لم يظهر عالم الرياضيات الألماني ديفيد هيلبرت أي معرفة غير عادية، ولم يكن من ذلك النمط العبقري. وكتب ريد (1970,P.6) (Reid)، وهو مؤرخ سيرة حياة هلبرت، عن ذلك قائلاً: » أغرته الرياضيات لأنها كانت مريحة سهلة لا تحتاج إلى جهد، ولا تتطلب أي حفظ» – لكنه لم يتميز داخل صفه بأي طريقة كانت (لا سيما عند مقارنته بعالم الرياضيات البولندي هيرمان منكوسكي (Minkowski) الذي التحق بالمدرسة في المدة نفسها). أما نيوتن (Newton)، فعلى الرغم من أنه أظهر مواهبه في سن مبكرة بحسب المعايير الحالية، فإنه لم يتميز على امتداد مدة طويلة من الزمن في المدرسة بأي طريقة كانت (باستثناء قدرته على الدفاع عن نفسه وقتال من يضربونه،

(Bell, 1937, P. 92). ولاحظ كثير من كتاب السير أن آينشتاين (Einstein) لم يكن متميزاً في المدرسة. وهناك كثير من الأمثلة من هذا القبيل.

ومما لا شك فيه أنه من الضروري، أن نأخذ في الحسبان، ونحن نحلل السير الذاتية خاصة السير الذاتية للعلماء الذين عاشوا قبل مئات السنين، عدم اكتمال الأدلة الباقية. فنحن نعرف كثيراً عن طفولة باسكال بفضل أخته، وكتبت كوفالفسكايا مذكرات طفولتها بنفسها، لكن مثل هذه المصادر لا تتوافر دائماً. وإضافة إلى ذلك، فإن حقيقة أن الذين كانوا حول الطفل لم يكتبوا أي شيء عن معرفته، لا يعني أن مثل هذه المعرفة غير موجودة. ومع ذلك، تتوافر أدلة يمكن الاعتماد عليها لتأكيد حقيقة أن المعرفة الرياضية الكبيرة في الطفولة ليست سمة عامة لعلماء الرياضيات الموهوبين جدّاً جميعهم (مثلاً، وصف هلبرت لطفولته بنفسه).

مناقشة: بعض الاعتبارات النظرية

ليس هناك من شك في أن هلبرت كان قادراً على استيعاب قدر كبير من المعرفة الرياضية: إذ تعزز حياته المهنية بمجملها بصفته عالماً، هذه الحقيقة. ومن الممكن حقّاً أن نتبين عدم امتلاكه هذه الموهبة وهو طفل، وأنها تفتحت فقط في سن متأخرة. ويستطيع المرء الإشارة إلى أمثلة تؤكد عدم ظهور كثير من القدرات الرياضية على نحوٍ أساسي في سن مبكرة. ومع ذلك، استناداً إلى الحقيقة التي نعرف أن الرياضيات قد أتته بسهولة في الطفولة، فمن الممكن افتراض تفسير آخر (يمكن دعمه بأدلة من السيرة الذاتية): لم يظهر هلبرت، مثل نيوتن، اهتماماً مبكراً في الرياضيات. وباستخدام مصطلح رنزولي يمكن أن نقول إنهما يفتقران إلى «مستوى عال من الالتزام بالمهمة». وبعبارة أخرى، يمكن القول أنهما كانا يعرفان أكثر بكثير مما كانا يعرفانه، لكنهما لم يريا ثمة حاجة إلى التركيز على الرياضيات إلى أن يبلغا عمراً معيناً.

ويرى هذا التفسير أنه ينظر إلى المستوى العالي من المعرفة في سن مبكرة، كتلك المشار إليها أعلاه، على أنها خصائص معقدة للموهبة الرياضية، مشيراً إلى وجود سمتين على الأقل من السمات الثلاث التي تعرِّف الموهبة: لا يظهر مثل هؤلاء الأطفال القدرة على

إتقـان المادة الرياضية بسرعة وعلى نحوٍ دائـم فحسب، كما وصفها كروتتسكي، بل أظهروا مستـوى مـن التركيز والاهتمـام بالرياضيات؛ وهذا مـا يمكّنهم من اكتسـاب المعرفة التي تتجاوز حدود المألوف.

ومن المرغوب فيه إجراء دراسة متعمقة للتفاعل بين المجموعات الثلاث للسمات آنفة الذكـر التي تحدد الموهبة الرياضية، ووصف كل واحـدة منها بدقة متناهية. ومن الواضح، مثـلاً، بعيداً عن كل «المعجزات الرياضية»، أن كل من يمتلك مستوى عميقاً من المعرفة في سـن مبكرة جدّاً سيصبـح عالم رياضيات كبيراً. مثلاً، مع أن الطالب المشار إليه آنفاً الذي ساعـد أخاه فـي التكامل، تماماً كما هو الحال لطالب المرحلـة الابتدائية الذي تعلم حساب التفاضـل والتكامـل عن طريـق التلفاز، قد حصلا علـى شهادة الدكتوراة فـي الرياضيات، لكـن أيّاً منهما لم يصبـح باحثاً بارزاً في الرياضيات (بناءً على عدد ما نشراه في المجلات العلمية المشهورة).

فسّر معلم الطالب الأول ذلك بالطبيعة الخاصة لالتزام الطالب بالمهمة، وهذا ما كان جليّـاً فـي أثناء سني دراسته. وحتى عندما كان طالباً، فقـد كان ميالاً إلى حل المسائل التي كانـت تُحل على نحوٍ سريـع نسبيّاً. ولاحظ المعلم أنه «إذا كانـت المسألة لا تحل في غضون نصف ساعة، فإنه كان يتجاهلها». وفي الحقيقة أن هذا الطالب، بفضل قدراته الاستثنائية، كان يستطيـع إنجـاز الكثيـر في نصف ساعة؛ فقـد كان هذا الالتزام بالمهمـة، مثلاً، يكفي بالنسبـة إليـه لإتمام مساق في حسـاب التفاضل والتكامـل وهو لا يزال طالبـاً في المرحلة المتوسطة.

أمـا معلـم الطالب الآخر الذي أشير إليه آنفاً، فأوضح أن سبب إخفاقه في الرياضيات كان مـرده بصورة رئيس إلى انعدام الإبداع: «كان يعمل كل شيء دائماً وفقاً للقوانين، ولكنه لم يكن له مثيل في تطبيقه القوانين ودمجها».

وهكـذا، فإنه ليس بالضـرورة أن تفضي المعرفة المبكرة غيـر العادية إلى نجاح باهر في وقت لاحق. ومع ذلك، يمكن النظر إليها بصفتها عاملاً يسهم إسهاماً كبيراً في إمكانية

تحقيـق مثل هذا النجاح. وعند هـذه النقطة من النقاش، من الضـرورة بمكان الانتقال من أسئلة البحث البحتة إلى القضايا والمسائل ذات الصلة بممارسة التعليم الفعلي.

الكشف عن الموهبة الرياضية

مـن السهـل نسبيّاً مقارنـة مستويات مختلفة من القـدرات الرياضيـة بأثر رجعي عن طريق تحليل السير الذاتية –مثلاً– لعلماء رياضيات مختلفين. ولكن من الصعب جدّاً التنبؤ والتخميـن مسبقاً بتطور مواهب الطلاب، وتسليط الضـوء عليها. ودون الخوض في التحليل المفصـل للطـرق المتعددة التـي يمكن تحديد المواهب مـن خلالها، دعونا نؤكـد أولاً على القيـود التي لا مفر منها. فمثلاً، قد نجد أن المسائل، في مرحلة محددة من الدراسة وتحت ظـروف محددة، التي قد نتصور أنه لا يستطيع حلها إلا الأشخاص ذوو القدرات الاستثنائية هي مسائل سهلة عند الممارسة.

ادَّعـى ثورندايـك (Thorndike, 1921) أن «طلاباً معيّنيـن لا يستطيعون حل مسائل بدرجـة معيّنـة من التعقيد والتجريـد، تماماً كعـدم مقدرتهم على القفز فـوق سور بارتفاع خمسـة أقـدام أو رفع ثقل يزن خمسمئة رطل.» لكن المسائل التـي أشار إليها غالباً ما كانت مسائـل فـي الحساب والجبر الابتدائي يمكـن أن يحلها عمليّاً الطلاب جميعـاً الذين درسوا مـادة تعليمية مخطـط لها تخطيطاً إستراتيجيّاً (وهذا ما دعـا كروتسكي وغيره إلى توجيه انتقادات حادة لأعمال ثورندايك).

عـادة ما يكون تأثير العامـل الاجتماعي كبيراً جدّاً، لذا، يجـب أن يشتمل هدف العمل التطبيقـي علـى الإفادة من هذا التأثير إلى أقصى قدر ممكـن، ومن ذلك اتباع إستراتيجية مثاليـة كتلـك التي تقـدم مثل هذه الفرصـ للطلاب الذيـن يمتلكون مواهـب متوقدة وتتيح لمواهبهم الازدهار. وبطبيعة الحال، كانت موهبة كوفالفسكايا عرضة للتطور والظهور حتى لـو لم تكن جـدران غرفتها مغطاة بصفحات مـن كتاب الرياضيات. أما مـا يخص غاوس، مثلاً، فلا يمكننا إلا الاتفاق مع ما قاله «بيل» (1937) من «أن سلسلة الأحداث السعيدة هي التي كانت وراء إنقاذ غاوس من أن يصبح بستانيّاً أو بنّاءً» (P.219)، وتمثلت تلك الأحداث السعيدة بتزويد معلميه له بالكتب بقدر استطاعتهم.

ويُعـدُّ رامانوجان مثـالاً تقليديّاً «العبقري الخالص» (Pure Genius) دون أي تعليم، إذ «اكتشفـه» هـاردي (Hardy) استنـاداً إلـى رسالة كتبهـا حين كان مغمـوراً احتوت على نتائـج جديدة. ومع ذلك، كمـا أشار يوسيسكيـن (Usiskin, 2000) بدقة إلـى أن المسألة ليست بتلك البساطة، إذ أتيحت لرامانوجان فرصة الحصول على كتاب من مجلدين بعنوان «مختصـر النتائج الابتدائية في الرياضيات البحتة والتطبيقية»، شملت موضوعات الاختبار الـذي كان لا بد مـن اجتيازه في ذلك الوقت للحصول على دبلـوم شرف في الرياضيات من جامعـة كامبريدج. وفي الحقيقة، كان لهذا الكتـاب الفضل الكبير بتزود راماناجون بفرصة دراسة الرياضيات.

لا يشتمـل مفهـوم الموهبـة الرياضية على تحديد مـا هو موجود أصلاً علـى نحوٍ كبير بالقـدر الـذي يعنـي الكشـف عـن الموهبة القادمـة- «منطقـة التطـور الوشيـك للطالب» (the zone of the student's proximal development) بحسـب مصطلح فيجوتسكي (1986). وبناءً على ذلك، قد يتحول التعاون مع شريك أكثر تطوراً إلى حدث حاسم للطلاب المحتمـل تفوقهـم رياضيّاً. ويمكن لمثل هـذه الشراكة أن تساعـد أولاً، وقبل كل شيء، على إيجـاد الفرص وتقديمها للطلاب الموهوبين. وسنحلل جوانـب محددة من الخبرة الروسية فـي التعامـل مع الطلاب الموهوبين من وجهة النظر هذه. وفي هذا السياق، من المفيد جدّاً الإفـادة من التعريف الواسع للموهبة مقارنة بالتعريـف المستخدم سابقاً، ودعونا نؤكد مرة أخرى أنه من المستحيل تحديد مستوى موهبة الطالب مسبقاً بأي درجة من الدقة.

وتجـدر الإشـارة أيضـاً إلى أنه مـن المفيد جـدّاً الحديث عـن الإمكانـات وليس عن المتطلبـات الصارمـة. يرتبط مفهوم «المعرفـة» (Knowledge) الذي أكدنـاه أعلاه، وما سنؤكـده لاحقـاً، ببروز الاهتمام المستقـل الناهض. ففي مثل تلك الحـالات التي يُكره فيها الطالـب، الذي جرى تقويمه على أنه موهـوب جدّاً، بطريقة أو بأخرى على الالتحاق بدورات متقدمـة، فإن الاستقلالية، التي تعد سمة مميـزة للعظماء، تختفي. ودون الخوض في نقاش مفصـل عن مزايا نظام المتطلبات الصارم وأوجه قصوره، دعونا نتفق مع يوسيسكين الذي

عبّـر في المقال الذي سبق ذكره عن وجهة نظره بعـدم وضوح الرؤية لديه، عمّا إذا كان من الأفضل لراماناجون أن يكون قد التحق بصف عادي أم تابع دراسته بنفسه.

توفير الفرص

أمّـا مـا يتعلق بدور الأفرقـاء والنوادي الرياضيـة التي يستحيل دونهـا، تطور الطلاب عمليّاً، كتب يوسيسكين قائلاً: «تجمع هذه الأنشطة الطلاب من مختلف الصفوف والمراحل في مدرسة واحدة، وتوجد ثقافة تتيح للطلاب إمكانية التعبير عن اهتماماتهم بالرياضيات» (ص. 155). ويمكن أيضاً أن يُؤدى الدور نفسه جزئيّاً من خلال الكتب في تقوية الثقافة - أو بتعبير أكثر دقّة في المساعدة على دمج الطلاب في الثقافة- التي تتيح لهم فرصة الاهتمام بالرياضيات. وينبغي أن تتاح للطلاب فرصة إدراك أن هناك كثيراً مما سيتعلمونه وراء حدود ما يتعين عليهم معرفته في المدرسة. ومن شأن هذا الإدراك أن يساعد على تحفيز الفضول الطبيعـي لدى الطلاب، وإيجاد اتجاهات أكثر دقة فيما يتصل بمعرفة الرياضيات، وتوضيح طبيعتهـا المفتوحـة التي لا تنضـب، إضافة إلى إظهـار أن الطلاب المهتميـن بالرياضيات خصوصاً سوف يحظون بمزيد من الاهتمام.

وعنـد مناقشة التقاليد العريقة لأولمبياد الرياضيات، التي كانت، بلا شك، مهمة جدّاً في تحديد الموهوبين في الرياضيات ومتابعتهم (Kukushkin, 1996)، ينبغي عدم تجاهل نظام التمايز الأكثر مرونة، الذي وجد جنباً إلى جنب مع هذين التقليدين، المتضمن إشراك الطـلاب في الرياضيات عن طريق نشر الكتب. وتجدر الإشارة هنا إلى أن نتائج المسابقات فـي المراحل الأولى لحركة الأولمبياد الروسية لم تكن تحظـى بالاهتمام الكافي، حيث كان الفائزون يُمنعون من المشاركة في أي أولمبياد آخر. ولكن كان يعتقد وجوب تفاعل الفائزين مـع علماء الرياضيـات المختصيـن، وتلقي مجموعـة متواضعة مـن الدراسـات الرياضية (Fomin, 1994).

تشيـر طريقة التفكير هذه إلـى رسالة الكتاب، ويتمثل المستـوى الأول من تحقيق هذه الرسالـة في تضمين الكتب الدراسية مواد وفصولاً إضافيـة مباشرة- تكون اختيارية لكنها أكثـر صعوبة مـن غيرها. وسوف لن تقتصر هـذه المواد الإضافية على مسألـة أو مسألتين

فحسب، بل على مجموعة كبيرة من المهام أو الأقسام النظرية ذات صلة بالنص الأساسي تهدف إلى إثرائه وتوسيعه بصورة جوهرية. وهكذا، فإننا نجد في الكتاب المدرسي الروسي (الرياضيات 7)، مثلاً، أن كل فصل ينتهي بملخص بعنوان «لمن يهمهم الأمر». ويحتوي أيضاً كتاب شاريجين (Sharygin, 1999) على تسعة وأربعين جزءاً، تحوي ثمانية منها نجمة تشير إلى أنها جزء من المادة الإضافية. وهناك بعض الكتب المدرسية مثل وينر، رايزك، وهودت (Werner, Ryzik, & Hodot, 2001) تقدّم عمليّاً المواد كلها على وفق مستويات متعددة من الشرح.

يتألف المستوى الثاني من استخدام كتيبات تحتوي على فصول إضافية إلى جانب الكتب المدرسية ليصار إلى استخدامها في صفوف خاصة في تدريس الرياضيات المتقدمة، تماماً كما هو الحال فيما يتعلق بالقراءة المستقلة (Handbook By Atanasyan Et. Al,1996).. وتكون الموضوعات المطروحة في مثل هذه الكتب قريبة مما تتضمنه الكتب المدرسية الرئيسة، لكنها تستخدم طرائق ودراسات نظرية أكثر صعوبة وعمقاً (مثلاً، يقدم كتاب أتاناسيان المشار إليه آنفاً كثيراً من المسائل الهندسية التي يمكن حلها باستخدام طريقة المتجهات (Vector Method)، كما يقدم أيضاً موضوع الدوائر المحاطة (Inscribed Circles) والدوائر المحيطة (Circumscribed) وخصائص كل منها بطريقة مفصلة).

وأخيراً، يتمثل المستوى الثالث في قراءة الأدب الشعبي. وفي هذا الصدد، يوجد لدى طلاب المدارس الروس مجموعة كبيرة متنوعة من الكتب الروسية والمترجمة ليختاروا منها، والموجهة إلى أولئك المهتمين بالرياضيات، بدءاً من النص التقليدي لكل من رادماشر وتوبلتز (Rademacher And Toeplitz, 1957) وصولاً إلى كثير من الكتيبات في سلسلة «المحاضرات الشهيرة في الرياضيات» من منشورات مطبعة نوكا (Nauka Press) المترجمة جزئيّاً إلى الإنجليزية.

يمكن أن يبدأ طلاب المدارس الموهوبون عند مستوى معين من التطور الرياضي، بدراسة كتب أساسية، على أن يُزوّدوا في المراحل المبكرة الحاسمة من نضج موهبتهم الرياضية بمواد تؤدي إلى تطور موهبتهم، وتمكّنهم من التعبير عن أنفسهم. وقد فتحت

التقانـة الجديدة، وعلى رأسهـا شبكة الاتصالات العالمية مجالات جديدة للعمل مع الطلاب الموهوبيـن، فأصبحت لديهم الآن ثروة من المصـادر الجديدة التي يمكنهم الاعتماد عليها في الحصول على المعرفة الجديدة، وعدم الاكتفاء بالكتب وحدها.

مشكلات تربوية لمعلمي الرياضيات: بعض المقترحات العملية

تناولت المناقشات أعلاه أهمية الاحتمالات الاختيارية للطلاب الموهوبين، أي الفرص الموجـودة خـارج جدران غرفة الصف. ومع ذلـك، يبدو دور المعلم مهمّاً فـي هذا السياق، حيث يمكن أن يساعد الطالب على اكتشاف مصادر جديدة من المعرفة بنفسه (كما حصل مـع معلم غاوس الذي اعتـرف، بفعله هذا، «أن تفكيره أبعد مـن تفكيري» (Bell, 1937, P. 222)؛ ولكـن المعلمين يمكـن أن يكبحوا سعي الطلاب وراء المعرفـة، من إظهارهم، مثلاً، عدم الاحترام للقراءة الإضافية.

كتـب ستانلـي (Stanely, 1987) مرة عن أهمية اختيار معلميـن قادرين على تدريس الطلاب الموهوبين. دعونا نضع هذه القضية في إطار أوسع، ونشير إلى أهمية إعداد المعلمين الذين قد لا يكونون قادرين بالضرورة على تدريس الموهوبين، ولكنهم يمتلكون المقدرة على دعـم الطلاب وإرشادهم. اقترح لـي شولمـان (Lee Shulman, 1986) ذات مرة مفهوماً مهمّاً هو: «معرفة المحتوى التعليمي». وقد عنى بهذا معرفة أكثر أشكال عرض الأفكار فائدة «لأغراض التدريس»، وأكثر التشبيهات أو المقارنات قوة، إضافة إلى الإيضاحات، والأمثلة، والتفسيـرات، والعروض». تتضمن معرفة المحتوى التعليمـي أيضاً معرفة الموضوعات التي يراهـا الأطفـال مثيرة ومهمـة أو صعبة، وكذلك معرفـة الأخطاء المفاهيميـة الشائعة لدى الطـلاب العاديين. وينبغي أن ينظر إلى الإلمام بالدراسات ذات الفائدة للطلاب الموهوبين والموجـودة فـي كل بلد وفي كل لغة، على أنهـا مكون أساسيّ في معرفـة المحتوى التعليمي؛ والإلمام كذلك بصعوبات تعرُّف الموهوبين وتعليمهم.

قـد يفهم أحياناً المعلمـون المبتدئون المقاومة المبـررة الضرورية لعملية الحفظ عن ظهـر قلب الحشو الذي لا طائـل منه (Mindless Cramming) علـى أنها دعوة إلى تقليل الاهتمام بالمعرفة بصورة عامة. ويقود هذا حتماً إلى تعليم خالٍ من الجوهر يخيف الطلاب

الموهوبيـن فقط (وأي طالب آخـر) ويبعدهم كثيراً عن الرياضيـات. وللحيلولة دون تحقق مثل هذه النتيجة، يتعين على معلمي المستقبل أن يصبحوا أكثر معرفة بنماذج للطرائق التي يستخدمها الطلاب الموهوبون في بناء معرفتهم، ويستثمرونها في زيادة نشاطهم الإبداعي.

علينا أن نلاحظ أن ضرورة إلمام معلمي المستقبل ب «مجال القدرات كله» (وهذا من متطلبـات الحصول على إجازة تدريس في الولايات المتحدة) أمـر مسلّم به عالميّاً تقريباً؛ لكـن الواقـع يشير إلى غير ذلك، إذ غالباً ما ينحدر مثل هـذا الإلمام ليصبح معرفة بجانب واحـد فقط من طيف المعرفة. لذا، سيكون من المرغوب فيه تضمين فصول خاصة مكرسة لتدريـس الموهوبين ضمن برنامج تدريس معلمـي الرياضيات (Evered & Karp, 2000). ومـع ذلك، يمكن للـدورات العامة المتعلقة بطرائـق تدريس الرياضيـات أن تعالج مثل هذه القضايا، حتى عند عدم توفر فرص تنظيم دورات خاصة.

الخاتمة

لا يـزال الغموض في الوقـت الراهن، يكتنف الطريقة التي تعمل بها الموهبة الرياضية وتتطـور. وهذا يجعل من الصعب عدم إغفالها والتقليل من أهميتها في الممارسات اليومية. لقـد بدأنا هـذه المقالـة باقتباس كلمات مـن مسرحيـة اليكساندر بوشكيـن (Pushkin) «مـوزارت وساليري» الـذي وصف فيهـا أنطونيو ساليـري الموسيقار مـوزارت (Mozart) بـ «المتسكع الخامل». وتظهر المعلومات المستمدة من سيرة موزارت الذاتية أن هذا الوصف لا يمـت إلى الحقائق الفعلية بأي صلة؛ لأن موزارت كان مبدعاً، لكن خطيئة الحسد هي التي جعلـت منافسـه يصفه بهذا الوصف، وربمـا يكون هو الذي تسبب في موتـه. وينطبق الحال على الذين يملكون موهبة رياضية والذين يعارضونهم. ونحن نؤمن أن المعرفة المعمقة، كما حاولنـا إبرازها، تمثل سمة مهمة معقدة من سمات الموهبة الرياضية، وبطبيعة الحال، فإن من الضروري إيجاد الظروف الملائمة التي تساعد الطلاب على اكتساب مثل هذه المعرفة.

قائمة المراجع

Atanasian, L. S., Butusov, V. F., Kadomzev, S. B., Shestakov, S. A., & Iudina, I. I.(1996). Geometria. Dopolnitel'nye Glavy K Shkol'nomu Uchebniku 8 Kl–assa. Geometry.Supplementary Chapters To The School Textbook For The 8Th Grade. M.: Prosveschenie.

Bell, E. T. (1937). Men Of Mathematics. New York: Simon And Schuster.

Donoghue, E. F., Karp, A., & Vogeli, B. R. (2000). Russian Schools For The Math–ematically And Scientifically Talented: Can The Vision Survive Unchanged? Roeper Review. A Journal Of Gifted Education. 22(2), 121–122.

Dorofeev, G. V. (Ed.)(1997). Matematika. Arifmetika. Algebra. Analiz Dannyh. 7 Klass. Uchebnik. [Mathematics. Arithmetic. Algebra. Data Analysis. 7Th Grade Textbook]. M.: Drofa.

Evered, L., & A. Karp (2000). The Preparation Of Teachers Of The Mathematically Gifted: An International Perspective. Ncsmst Journal, 5(2), 6–8.

Fomin, D. (1994). Sankt–Peterburgskie Matematicheskie Olimpiady. [St. Peters–burg Mathematical Olympiads]. St. Petersburg: Politehnika.

Glushko, M. (1953). Na Vsiu Ghizn'. [All Life Long]. Simferopol': Krymizdat. Hayes, J. R.(1989). Cognitive Processes In Creativity. In J. A.Glover, R. R. Ronning, & C. R. Reynolds (Eds.), Handbook Of Creativity (Pp. 135–145). New York: Plenum

Karp, A. (1992). Daiu Uroki Matematiki. [Math Tutor Available]. M.: Prosvesche–nie.

Kovalevskaya, S. (1978). A Russian Childhood. New York: Springer–Verlag.

Krutetskii, V. A. (1976). The Psychology Of Mathematical Abilities In Schoolchil–dren, (J. Kilpatrick & I. Wirszup, Eds.; J. Teller, Trans.). Chicago: University Of Chicago Press.

Kukushkin, B. (1996). The Olympiad Movement In Russia. International Journal Of Educational Research, 25(6), 552–562.

Maz'ya, V., & Shaposhnikova, T, (1998). Jacques Hadamard, A Universal Math–ematician. AMS–LMS.

Pushkin, A. (1954). Mozart I Salieri. Polnoe Sobranie Sochinenii. V. 3. (Mozart And Salieri. Complete Works.) M.:Pravda.

Rademacher, H., & Toeplitz, O., (1957) The Enjoyment Of Mathematics: Selec–tions From Mathematics For The Amateur. Princeton, Nj: Princeton Uni–versity Press,

Reid, C. (1970). Hilbert. New York: Springer–Verlag.

Renzulli, J. (1977). The Enrichment Triad Model: A Guide For Developing De–fensible Programs For The Gifted And Talented. Wethersfield, Ct: Creative Learning Press.

Ridge, H. L., & Renzulli, J. (1981) Teaching Mathematics To The Talented And Gifted. In Vincents J. G. (Ed). The Mathematical Education Of Exceptional Children And Youth (Pp. 91–266). Reston, Va: National Council Of Teachers Of Mathematics.

Sharygin, I. F. (1999).Geometria. 10–11. Uchebnik. (Geometry. 10–11. Textbook.) M.: Drofa.

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth In Teaching. Educational Researcher, 15(2), 4–14.

Simonton, D. K. (1984). Genius, Creativity And Leadership. Cambridge, Ma: Har–vard University Press.

Sriraman, B. (2004). The Characteristics Of Mathematical Creativity. The Math–ematics Educator, 14(1), 19–34.

Sriraman, B. (2005). Are Giftedness And Creativity Synonyms In Mathematics? A Theoretical Analysis Of Constructs. Journal Of Secondary Gifted Education, 17(1), 20–36.

Stanley, J. (1987). State Residential High School For Mathematically Talented Youth. Phi Delta Kappan, 68(10), 770–772.

Thorndike, E. L. (1921) The New Methods In Arithmetic. Chicago: Rand Mcnally. Usiskin, Z. (2000). The Development Into The Mathematically Talented. Journal Of Secondary Gifted Education, 11(3), 152–162.

Vogeli, B. R. (1997). Special Secondary Schools For The Mathematically And Sci–entifically Talented. An International Panorama. New York: Teachers Col–lege Columbia University.

Vygotsky, L. (1986). Thought And Language. Cambridge, MA: MIT Press.

Weisberg, R. (2000). Creativity And Knowledge: A Challenge To Theories. In R.J.Sternberg (Ed.) Handbook Of Creativity (Pp. 226–253). Cambridge University Press.

Werner, A., Ryzik, V., & Hodot, T. (2001). Geometria–8. (Geometry–8.) M.: Prosveschenie.

Wiener, N. (1964). Ex–Prodigy: My Childhood And Youth. Cambridge: Mit Press.