

## تمكين مزيد من الطلاب لتحقيق النجاح الرياضي

### دراسة حالة سارة

سيلفيا بولغار Sylvia Bulgar

جامعة رايدر



### ملخص

في الوقت الذي تكافح فيه الولايات المتحدة لتنافس الأمم الصناعية الأخرى في تعليم الرياضيات وتعلمها، لكن يبدو أن هناك حاجة إلى التركيز على أحد أعظم الموارد البشرية؛ إنهم أولئك الذين سيصبحون مميزين في الرياضيات. لذا، فإنه من الضروري جداً توفير الإمكانيات المثلى للطلاب جميعاً لإظهار ما لديهم من أداء متميز؛ كي يتمكنوا من تلقي التدريب الملائم عبر مراحل حياتهم التربوية. تعرض الباحثة في هذا البحث بعض التجارب الرياضية لطفلة اسمها (سارة) - حفيدتها- التي أظهرت سمات عالية في التحصيل الرياضي. وقد ظهرت هذه المؤشرات عندما كانت سارة صغيرة جداً.

## المقدمة والإطار النظري

تعمل الولايات الأمريكية جميعها بجد نحو إيجاد معايير تربوية قابلة للقياس، وإيجاد أدوات قياس لهذه المعايير بهدف الامتثال لقانون «عدم إهمال أي طفل» (No Child Left Behind) الصادر عام 2001. وقد رُبطت الإعانات الاتحادية بالامتثال لهذا التشريع، الذي يركز على تلبية الأطفال جميعاً للمعايير الأساسية للبراعة والكفاية (Proficiency) ويُحدّد مدى تلبية المعايير من خلال الاختبارات في مختلف الصفوف الدراسية. وقد ترتب على ذلك قيام المعلمين في كثير من الحالات بإعادة تحديد أهدافهم التربوية بحيث يكون جميع طلبتهم، بصرف النظر عن قدراتهم، أكفاء (Proficients) في الاختبارات المقننة (Schorr & Bulgar, 2003). وتطبق 50 ولاية، إضافة إلى مقاطعة كولمبيا، بدءاً من العام الدراسي (2000-2001)، برنامج اختبار على نطاق واسع (Education Week On The Web, 2002). ثم تخطت النزعة نحو إجراء مزيد من الاختبارات المقننة للكفاية حدود الولايات المتحدة الأمريكية (Albrantes, 2001; Firestone & Mayrowetz, 2000; Keitel, & Kilpatrick, 1998 As Cited In Albrantes, 2001; Niss, 1996).

وفي الوقت ذاته، أشار تقرير «خريطة الطريق للأمن القومي: حتمية التغيير» (Road Map For National Security: Imperative For Change, 2001) المعروف أيضاً باسم تقرير لجنة هارت رودمان (Hart-Rudman)، إلى حاجة الولايات المتحدة الملحة لتربية جيل جديد من المواطنين البارعين في مجالات العلوم والتقانة والهندسة والرياضيات. وهكذا، كوّن عضوا الكونغرس فيرن إيلر ومارك يودال (Ern Ehlers & Mark Udall) التجمع المعروف باسم مسار عرف باسم (STEM) (Pipeline Science, Technology, Engineering, Mathematics Stem) للمساعدة على تزويد الولايات المتحدة برأس المال المعرفي المطلوب لتعزيز الاقتصاد المبني على المعرفة وتطويره. وبناءً على ذلك، فقد بات من الضروري تزويد الأطفال جميعهم منذ نعومة أظفارهم بالفرص التي تعزز من أدائهم في الرياضيات، الأمر الذي يجعل تعليمهم داعماً لنموهم وتطورهم المتواصل في الرياضيات.

وعلى الرغم من التركيز على جعل الأطفال يطورون مهاراتهم في الرياضيات، فإن الاختبارات الوطنية والعالمية المستخدمة في قياس التقدم التربوي في الرياضيات، مثل مسابقة الدراسة الدولية للرياضيات والعلوم - تيمس - (And Science Study - Timss) واختبار القياس الوطني للتقدم التربوي (Progress-Naep) تشير إلى أن عدد الطلاب في الولايات المتحدة الذين أبدوا فهماً للأفكار أو المعرفة التي يطلب إليهم العمل على أساسها، من خطوات وحساب ومسائل أساسية كان غير كاف. وبناءً على ما سبق، ليس من الغريب وجود تركيز تربوي على تحديد الطلاب الضعفاء ومساعدتهم، وهذا ما يحدث غالباً عن طريق إجراء علاجي، بهدف تحقيق نتائج مرضية في الاختبارات، دون اهتمام كافٍ بضرورة بناء المعرفة التي يمكن أن تقوي الفهم. وإضافة إلى ذلك، ونظراً إلى الحوافز المالية المقيدة بوجوب وصول الطلاب جميعاً إلى مستوى الكفاية، يعاني مجتمع النابغين الذين وصلوا إلى الكفاية التجاهل بسبب الفكرة الخاطئة التي تقول إنهم سيواصلون التقدم بمفردهم (Goodkin, 2005)، إذ إنهم يحتاجون أيضاً إلى تلبية أهدافهم التعليمية التي لا تتحقق بمجرد الوصول إلى الكفاية. وأن قدراتهم في حاجة إلى شحذ، ليس من أجل تطوّرهم الشخصي فحسب، بل من أجل مصلحة الأمة أيضاً.

وقد نشر المجلس الوطني الأمريكي لتعليم الرياضيات (The National Council of Teachers of Mathematics, Nctm) مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية (Principles and Standards For School Mathematics, 2000) التي تحدد الرياضيات التي على الطلاب جميعاً تعلّمها. وقد جرت العادة على تحديد الطلاب ذوي القدرات المتميزة في الرياضيات عن طريق الحصول على علامات عالية في الاختبارات المقننة. وفي هذا السياق يشير ستانلي (Stanely, 1976) إلى عدم ملاءمة كثير من هذه الاختبارات؛ لأن الاختبارات التي تستند إلى العمر أو مستوى المرحلة ليس لها سقف كاف لاستيعاب الطلاب النابغين جداً. لذا، فإن الاختبار الملائم لتحديد الاستعداد للتسريع، سوف يوفر للطلاب أداة لإظهار قدراتهم في البرهنة والتواصل رياضياً على مستويات عالية جداً. ولتحقيق هذه الغاية، طُوّر اختبار القدرات الرياضية للطلاب النابغين (Test of Mathematical Abilities For Gifted Students, Tomags) آخذاً في الحسبان معايير المجلس الأمريكي لمعلمي

الرياضيات، وسمات الطلاب النابغين في الرياضيات، كما حددها كثير من الباحثين. وفيما يأتي قائمة تحتوي على طيف واسع من سمات الأطفال النابغين في الرياضيات، بسبب ارتباطها بهذه الدراسة. وهذه السمات، هي (Ryser & Johnsen, 1998):

- امتلاك القدرة على فهم المسائل والأسئلة وخطوات الحل وصياغتها بطريقة عفوية.
- القدرة على التمييز بين المعلومات المتصلة بمهام حل المسألة الجديدة وغير المتصلة.
- القدرة على رؤية الأنماط والعلاقات الرياضية.
- امتلاك المزيد من الإستراتيجيات الإبداعية لحل المسائل.
- مرونة أكثر في تناول البيانات وتنظيمها.
- امتلاك القدرة على تقديم تفسيرات أصيلة.
- امتلاك القدرة على تحويل الأفكار التي جرى تعميمها على المواقف الرياضية.
- حب الفضول على نحو كبير بخصوص المعلومات العددية.
- امتلاك القدرة على تعلم الأفكار الرياضية وفهمها فهماً سريعاً، والقدرة على التفكير التأملي، واستنفاد وقت طويل في حل المسائل المعقدة أو المسائل ذات الحلول المتعددة.
- المثابرة على محاولة التوصل لحل المسألة.
- إبداء السرعة والمرونة في استخدام مهارات ما وراء المعرفة.

وبطبيعة الحال، فإنه لا يتوقع من أي طفل يُعرّف أنه متفوق في الرياضيات امتلاك هذه السمات كلها. ومع ذلك، فمن الممكن عند تحديد هذه السمات، اتخاذها معايير لتحديد الأطفال المتقدمين رياضياً. ويمكن أن تفتح هذه السمات أيضاً نافذة على عمل الأطفال الذين قد لا يُصنّفون أنهم متفوقون بالضرورة، حيث إن إظهار هذه السمات في أثناء أداء المهام الرياضية يُظهر المستوى العاليي للتحصيل الممكن لكثير من الأطفال. وفي معرض استعراض السمات، يبدو جلياً أن التركيز ينصب على الاستدلال، وحل المسائل أكثر من

المهارات الحسابية، وهذا يتفق مع معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات للأطفال جميعاً (Nctm, 2000).

ومن أجل توسيع نطاق دراسة التحصيل في الرياضيات، أُجريت مراجعات لبعض الدراسات المتوافرة ذات الصلة بالمجال الوجداني والأداء الرياضي. يشير الوجدان - كما هو مشار إليه هنا- إلى التركيبة المعقدة للاستجابات العاطفية والمشاعر والدافعية والمواقف والمعتقدات والقيم التي تتفاعل جميعها مع المعرفة. وعلينا هنا ملاحظة الفرق بين الوجدان القوي رياضياً (Mathematically Powerful Affect)، والوجدان الإيجابي رياضياً (Mathematically Positive Affect)، إذ يشير الأول إلى القدرة على أداء الرياضيات على نحوٍ قوي، ويُعدُّ هذا سمة من سمات النضج المبكر في الرياضيات. ويشتمل هذا النوع من الوجدان على كل من الشعور الإيجابي تجاه الرياضيات (مثل، الفضول والمتعة والغبطة فيما يتصل بالبصيرة الرياضية والفخر والرضا)، والشعور المتردد أو السلبي (مثل، الانزعاج والقلق والاضطراب والخوف). عندما يمتلك المرء وجداناً رياضياً قوياً، فإن الشعور السلبي المرتبط بالرياضيات يحدث في سياق آمن، وبذلك يكون الطلاب قادرين على إدارة هذه المشاعر والإفادة منها. وهكذا، فإن الإحباط الذي يلازم المسألة الصعبة يقود نحو توقع تعلم شيء جديد، ويزيد من الفخر بالإنجاز عند التوصل إلى حل للمسألة. ويؤدي امتلاك الطلاب للوجدان القوي رياضياً إلى دعم قدرتهم على المثابرة في التوصل إلى حل للمسألة (Ashley, 1973; House, 1987)، والتأمل في التفكير، واستغراق وقت أطول عند حل المسائل المعقدة أو ذات الحلول المتعددة، وهذه كلها تحدد سمات الطلاب النابغين في الرياضيات وخصائصهم. وبناءً عليه، إذا كان بوسعنا مساعدة الطلاب على تطوير وجدان قوي رياضياً، فسيترتب على ذلك إظهارهم سمات أداء متقدمة في الرياضيات.

يشير كوفمان وباير (Kaufman & Baer, 2004) في دراستهما، إلى أن الطلاب عند تقييم إبداعهم الشخصي، عبروا عن اتساق مستوى الإبداع بين المجالات جميعها باستثناء الرياضيات. وعلى نحوٍ مماثل، يشير جولدن (Goldin, 2004) إلى أنه يُنظر

إلى الرياضيات تقليدياً بصفاتها عقلية منطقية تحليلية، ومن ثم، فإنها تحول بين الأفراد المتضلّعين من المجال والتمكّنين فيه، وإضفاء مكونات عاطفية على ما ينجزونه. وإذا ما نظرنا إلى سمات الطلاب النابغين في الرياضيات آنفة الذكر، فمن الواضح أن المكونات العاطفية تؤدي دوراً في الأداء المتقدم في الرياضيات عوضاً عن المهارات الإجرائية. وفي الحقيقة أن امتلاك إستراتيجيات أكثر إبداعاً لحل المسائل يُعدُّ سمة من سمات التحصيل العالي في الرياضيات.

تأتي عملية التمكين لبناء الأفكار الرياضية مما أطلق عليه مصطلح التجميع (Assembly) أو إيجاد تمثيلات من لبنات البنى المعرفية. عندما يشعر الأطفال بملكية الفكرة، فإنه يمكنهم تكوين تراكيب جديدة، من خلال البناء على الخبرات السابقة، حيث يوجدون نماذج تمثّل (Assimilation Paradigms) أو مجازات داخلية Internal Metaphors. تسهم كثير من الظروف الصفية في إيجاد البيئة الملائمة لكل ذلك. مثلاً، يحتاج الطلاب إلى وقت كافٍ ليغوصوا في المسألة، وعدم الخوف من القيام بالمخاطرة. دافع ديفز (Davis, 1997) عن بيئة تعليمية بديلة لتعليم الرياضيات تعزز الروابط بين التمثيلات في عقل كل من المعلم والطالب، وقال: «إذا ما طلبنا إلى الطلاب أن يفكروا، فإنه يتعين علينا أن نأخذ أفكارهم بمنتهى الجد.» (Davis, 1992, P. 349).

ويلاحظ في كثير من المواقف البحثية، توافر البيئات التي تمكّن الطلاب من إظهار المهارة الرياضية. وقد أعاد الباحثون تكرار كثير من الدراسات على بيئات البحث هذه في الصفوف العادية، وتوصلوا إلى نتائج مماثلة (Bulgar, 2003A; Bulgar Under Review; Bulgar, Schorr, & Warner, 2004).

وإضافة إلى البيئات المواتية، ينبغي اختيار مهام ملائمة بهدف مساعدة مزيد من الأطفال على تحقيق مستويات عالية من التعلم والتفكير الرياضي. وتُعدُّ مسألة الحفاظ على مستويات عالية من الشروط أو المطالب المعرفية من الأمور الأساسية في اختيار المهام. وقد صنّف سميث، شتاين، هيننجسن، وسيلفر (Smith, Stein, Henningsen And Silver

المهام إلى أربعة مستويات من حيث المطالب المعرفية، هي: الحفظ، والإجراءات دون روابط، والإجراءات بروابط، وحل الرياضيات.

تؤدي طبيعة الأسئلة التي يسألها المعلم، وإيجاد بيئات تمكين، واختيار مهام تتطلب مستوىً عالياً من المطالب المعرفية، دوراً كبيراً في مساعدة الطلاب على بناء أفكار رياضية لأنفسهم، وتولي مسؤولية تعليم أنفسهم بأنفسهم. تقول جولي تاووز (J. Towers, 1998) إنه ينظر إلى المعلم في غرفة الصف التقليدية على أنه منفصل عن الطلاب، وأن التعلم والتعليم كيانان منفصلان. وتخصصت دراستها دور تدخلات المعلم في تطوير مستوى الفهم الرياضي لدى الطلاب. وقد صنفت هايبرت وويرن (Hiebert & Wearne, 1993) الأسئلة التي يطرحها المعلمون إلى أربعة أنماط هرمية تحت المستويات التصاعديّة المتطورة للتفكير الرياضي. وفي السياق نفسه، يرى دان، وبيانتوزي وستينكن (Dann, Pantozzi, Steencken, 1995) أن أسئلة المعلم الملائمة تساعد على تعزيز الاستدلال والنقاش لدى الطلاب.

تحاول المؤلفة في هذا البحث دراسة عمل طفلة تدعى سارة، وهي حفيدتها التي كانت قد شاركت في أنشطة رياضية على مستويات غير رسمية منذ نعومة أظفارها، ومن ثم قياس النتائج وفقاً لمعايير الموهبة الرياضي. وهدفت هذه الدراسة إلى إظهار ذلك، حيث إن سارة قد منحت فرصة تجريب أنواع معينة من المهام في بيئات محددة جداً، وتمكنت من التمييز وإظهار سمات مرتبطة بالموهبة في الرياضيات، إضافة إلى تجريب الوجدان القوي رياضياً. بدأت هذه التجارب في سن مبكرة، وكانت فرضية المؤلفة أنه إذا ما أتيحت فرص مشابهة للأطفال جميعاً، فسوف ينجح كثير منهم في الرياضيات نجاحاً باهراً. ويُعدُّ هذا مهماً بسبب الحاجة إلى تطوير الموهبة الرياضية بصفاتها مسؤولية تجاه الأفراد، وتطوير الأصول الفكرية لمصلحة الأمة.

## المنهجية

يستند هذا البحث إلى البيانات الوصفية والعمل الحقيقي المكتوب لطفلة واحدة هي سارة. وقد جرى تعميم الأفكار المتعلقة بكيفية إثارة أداء من مستوى عالٍ مماثل لدى

كثير من الأطفال من خلال تفحص دقيق للبيانات. لم تكن لدى الباحثة نية في أثناء جمع البيانات لاستخدامها لأغراض البحث باستثناء البحث الذي أُجري على آيس كريم (بوظة) صنداي (Ice Cream Sundaes). نُفِّذ العمل بصفته نشاطاً مشتركاً بين الجدة وحفيدتها. ويشتمل تحليل البيانات على مقارنة سمات الطفلة بسمات الموهبة في الرياضيات التي حددها كثير من الباحثين، وأشار إليها في الإطار النظري، بحيث تعد هذه السمات نقاطاً مرجعية للقدرات الرياضية، وقد أُضيف وصف مكان كل رواية قصيرة وظروفها إلى الوصف الخاص بها بسبب التنوع بين الأمكنة والظروف.

تتكون عينة دراسة الحالة هذه من الطفلة سارة (Sarah) فقط، وهي طفلة ذات جذور عائلية قوية تستمتع بعمل المهام الرياضية لا سيما مع جدتها (مؤلفة هذا البحث)، التي تُدرّس الرياضيات في جامعة محلية. كانت سارة ترتبط بعلاقة حميمة مع جدتها منذ ولادتها، واستمرت هذه العلاقة على نحوٍ ممتاز بعد تجربة الرياضيات. يضاف إلى ذلك أنها رياضية أيضاً حيث كانت سبّاحة متميزة واجتماعية، ولديها كثير من الأصدقاء، وكانت تعزف على البيانو، إضافة إلى تميزها في المواد الدراسية جميعها. والتحقّت بمدرسة دينية خاصة حيث كانت تكرر نصف يومها فقط للدراسات غير الدينية، وكانت تعيش في حي مجاور للطبقة الوسطى.

تستخدم مدرسة سارة سلسلة كتب الرياضيات المدرسية (The Scott Foresman Math Textbook Series) التي تُعدُّ سلسلة غير تقليدية. واختيرت تلك السلسلة في عام 2005 للمشاركة في تقويم مناهج الرياضيات المبكرة الذي تجريه وزارة التربية في الولايات المتحدة. وهذا التقويم يُعد دراسة على نطاق واسع تهدف إلى تحديد فاعلية كثير من البرامج الرياضية الواعدة في تحسين تحصيل الرياضيات في الصفوف الدراسية المبكرة. وكانت نتائج سارة في اختبارات الرياضيات الصفية جيدة، وحصلت على علامات مناسبة في اختبارات الرياضيات المقننة، ولكن ليس بمستوى العلامات نفسه الذي حصلت عليه في اختبارات القراءة المقننة، ولم تكن علاماتها في اختبارات الرياضيات المقننة رائعة. ولم يكن في مدرستها برنامج للموهوبين، ولم تتلق دروساً إضافية تتحدى قدرتها في الرياضيات

وتشجعها. تقول سارة إن الرياضيات موضوعها المفضل، وأنها تستمتع بالحساب إضافة إلى أنشطة حل المسائل.

يتبع هذا البحث بعض الأنشطة الرياضية التي شاركت فيها سارة على مدار سنوات عدة. ومن الجدير بالذكر أن سارة كانت تبلغ من العمر ثماني سنوات وتسعة شهور عند كتابة هذا البحث.

## النتائج ومناقشتها

### الخبرة الأولى الملاحظة التي تشير إلى التفكير الرياضي المتقدم

لمّا كانت سارة قد أمضت وقتاً طويلاً مع جدتها التي كانت مُدرّسة لمادة الرياضيات، فقد شاركت في ألعاب العدّ (Counting Games) والحديث عن الأعداد منذ نعومة أظفارها. وقد لوحظ نضجها المبكر في الرياضيات أول مرة في صيف عام 1999، عندما كان عمرها سنتين وثمانية شهور تقريباً. وكانت يومئذٍ، بصحبة جدتها في السيارة في طريقهما لزيارة ابنتي عمها اللتين تبعدان عنهما مسافة تستغرق ساعة بالسيارة، وكانت إحداهما تكبرها بعشرة شهور، في حين كانت تصغرها الأخرى بعشرة شهور. ونظراً إلى أنها كانت طفلةً فصيحَةً، فقد واصلت الحديث إلى جدتها طوال الرحلة. وفي أثناء الحديث، أشارت جدتها إلى أنها قد أحضرت معها مرشّة بثمانية أذرع تشبه الأخطبوط. وأعقب ذلك نقاش عن الأخطبوط المصنوع من شيء مثمّن الزوايا والأضلاع. وفجأة، سكتت سارة، وقد لاحظت جدتها من خلال مرآة السيارة أنها كانت تعمل شيئاً ما بأصابعها. وعندما سألتها جدتها عما تفعله، أجابت قائلة: «أنا أفكر»، ثم طلبت إليها أن تشاركها في تفكيرها عندما تنتهي منه. أشارت إلى أنه إذا كان للأخطبوط ثمانية «خراطيم»، فإن بوسع ابنتي عمها سامانثا (Samantha) وأوليفيا (Olivia) أن تحصلا على خرطوم لكل واحدة منهما، وبذلك يظل لدينا متسع لخمسة أصدقاء آخرين، بحيث يكون لكل واحد منهم خرطوم. وعلى هذا، فإن سارة وجدت حلاً للمسألة باستخدام عملية الطرح وعلاقة واحد لواحد، أي خرطوم واحد لكل طفل، وهكذا، أظهرت معرفة بالقدرة على رؤية العلاقات والأنماط الرياضية. وتعد هذه القدرات من سمات الموهبة في الرياضيات. ويشير هذا الحدث

أيضاً إلى الاهتمام والفضول بالمعلومات العددية. لقد أخذت حقيقة رياضية (مرشّة الماء الأخطبوطية لها ثمانية خراطيم)، ولم تكتفِ بتوزيع الخراطيم عليها وعلى ابنتي عمها، بل حسبت عدد ما تبقى من الخراطيم. ويُعدُّ هذا عملاً رياضياً فذاً بالنسبة إلى طفلة صغيرة جداً. وأن الفضول الذي قادها نحو إيجاد مسألة والتفكير في كيفية حلها هو أيضاً دليل على الموهبة (Cruikshank & Sheffield, 1992; Miller, 1990).

### اليسروع (اليرقات) (Caterpillars)

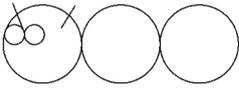
تابعت الباحثة في معرض إعدادها لتدريس أساليب الرياضيات لأحد الصفوف، كثيراً من الأنشطة الرياضية التي ستستخدمها مع طلابها، وفيها نشاط وجدته على شبكة الاتصالات (Rotz & Burns, 2002)، ولكنها أجرت تعديلاً طفيفاً عليه بهدف استخدامه في صفوفها. صُمّمت المسألة لاستخدامها مع طلاب الصف الأول الأساسي، الذين عادة ما تكون أعمارهم ست سنوات. وفي محاولة لمعرفة كيف سيتلقى الصغار تلك التعديلات، فقد عُرضت المسألة على سارة في الثاني من ديسمبر عام 2002 عندما كان عمرها أربع سنوات وأحد عشر شهراً (الشكل 6: 1).

يشتمل تصميم المهمة على زيادة الصعوبة تصاعدياً مع تقدم المرء في المسألة. وتهدف المسألة على نحو أساسي، إلى استخلاص علاقة بين عدد حلقات جسم اليسروع وعمره. ويمكن لهذه المسألة أن تكشف بصورة واضحة معالم التفكير في هذا الموضوع. وفي حلها هذه المسألة، يمكن أن تضيف دائرة عند إضافة سنة واحدة من العمر، وفي كثير من المواقف التي لوحظت، كانت تلك هي الطريقة التي بدأ بها الطلاب عموماً. وعلى أي حال، عندما تقفز المسألة من يرقة عمرها سبع سنوات إلى يرقة عمرها عشر سنوات، تبرز إستراتيجيات حلول مختلفة. فقد يواصل الطفل العملية الحسابية بإضافة سنة واحدة من العمر كل مرة، ومن ثم يضيف حلقة واحدة كل مرة. ويشتمل النظر إلى المسألة من ناحية هندسية على الاستدلال الجبري وهو أكثر الطرق تعقيداً لإيجاد الحل. وتعني هذه في جوهرها أن الطالب يبحث عن علاقة بين عدد الحلقات، وعدد سنوات العمر بدلاً من مجرد إضافة حلقة واحدة لكل سنة من العمر. ووفقاً لرأي جيمس كابوت

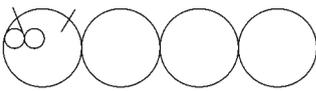
(James Kaput, 1998)، الذي يعد مرجعاً في الاستدلال الجبري، فإن هذا الاستدلال يتألف من التمثيل والتعميم وتشكيل الأنماط والانتظام.

**اليسروع**

هذه يريقة عمرها سنة واحدة. عدّ حلقاتها، كم حلقة لها؟ \_\_\_\_\_



هذه يريقة عمرها سنتان. عدّ حلقاتها، كم حلقة لها؟ \_\_\_\_\_



كم حلقة ليرقة عمرها ثلاث سنوات؟ \_\_\_\_\_

كم حلقة ليرقة عمرها أربع سنوات؟ \_\_\_\_\_

ارسم يريقة عمرها أربع سنوات. \_\_\_\_\_

كم حلقة ليرقة عمرها خمس سنوات؟ \_\_\_\_\_

كم حلقة ليرقة عمرها ست سنوات؟ \_\_\_\_\_

كم حلقة ليرقة عمرها سبع سنوات؟ \_\_\_\_\_

كم حلقة ليرقة عمرها عشر سنوات؟ \_\_\_\_\_

كيف عرفت ذلك؟ هل تستطيع رسم يريقة عمرها عشر سنوات في الخلف؟

### شكل 1:6 مهمة اليرقات

من الأهمية بمكان عند إعطاء هذه المسألة للحل، أن يلاحظ المعلم ما يقوم به الطفل عن كُتب، وتوجيه الأسئلة بدقة لتعرّف الطريقة التي يستخدمها في التعامل مع المسألة. عندما أتمت سارة الجزء الأخير من المهمة، وتوصلت إلى الإجابة بحيث يكون لليريقة التي يبلغ عمرها عشر سنوات اثنتا عشرة حلقة، سألتها الباحثة: كيف عرفت ذلك؟ وكانت إجابتها، وهي مسجلة على ورقة العمل، «لأنها عشر، إحدى عشرة، اثنتا عشرة». لم تشر إلى الأعمار المتقطعة بين سن السابعة والعاشر. فهي تُعدّ أو تضيف اثنين إلى العمر، عشرة، وبذلك تطبق الاستدلال الجبري. وتظهر سارة وتطبيق تفكيراً رياضياً متقدماً بطرق متعددة في هذا المقام. فهي تعمم الأفكار؛ وتفهم وتدرّك أهمية العلاقة بين عدد الحلقات وعمر اليرقة، إضافة إلى أنها تلاحظ وتدرّك الأنماط والعلاقات الرياضية.

## أنماط الأسرة

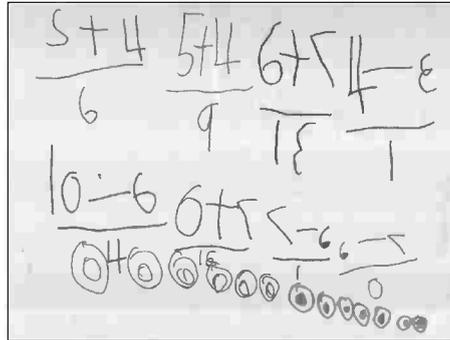
تظهر سارة غالباً اهتماماً بالحساب. فهي ترى مثلاً أنماطاً في عائلة ابنة عمها الأولى، بعضها واضح وبعضها الآخر غامض، وبعد مدة وجيزة من ولادة أخيها الأصغر عام 2003، عندما كانت سارة ابنة خمس سنوات ونصف، بدأت بابتداع «أنماط أسرية». وفي معرض مقارنتها بين الأطفال في عائلتها مع ابنة عمها الأولى، أدركت أن النمط الآتي: بنت-ولد-ولد ينطبق على الجهتين. ومع ذلك، فإن ابنتي خالتها تقعان ضمن النمط الآتي: بنت-بنت-ولد. أفادت سارة أن ابنتي الخالة هاتين لا تقعان ضمن نمط عائلتها نفسه، ولكن بوسعها ابتداء نمط ينطبق على كلتا العائلتين. فرتبت بنات العائلة الست بحسب العمر، ولاحظت أنه من خلال ذلك يتناوب الأطفال بين العائلات مكونين نمطاً مختلفاً، ولكنه مع ذلك نمط. أي، إذا كان S يرمز إلى طفل من عائلة سارة، و M يرمز إلى طفل من عائلة خالتها، فعندئذ تصف سارة النمط الآتي: M-S-M-S-M-S. ويبدو من خلال ذلك أن سارة تبحث عن أنماط، إذ من الواضح أنها تظهر ميلاً نحو الرياضيات، بإظهارها سمات محددة للموهبة في الرياضيات. وهنا يبدو أنها فضولية جداً فيما يخص المعلومات العددية، وأنها تبحث عن أنماط وعلاقات. إضافة إلى ذلك، فإن مثابرتها في التوصل إلى النمط الثاني جديرة بالملاحظة، وأظهرت مستوى عالياً من الارتياح في عملية تنظيم البيانات.

## المصاصات والإشارات الرمزية

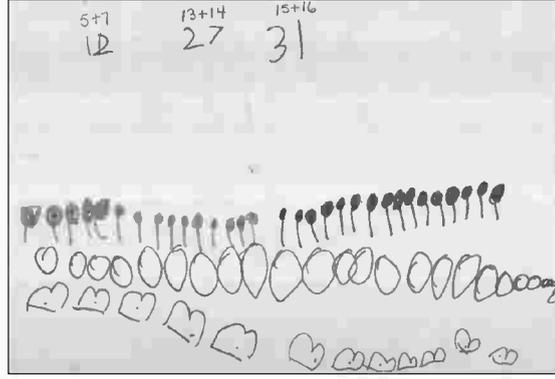
عندما كانت سارة في الروضة وهي ابنة خمس سنوات وخمسة شهور، رافقت جدتها إلى العمل حيث حضرتنا اجتماعات غير رسمية. كانت تجلس بإزاء طاولة في زاوية الغرفة مزودة بالورق وأقلام التخطيط؛ لأنها قالت إنها ستلوّن في أثناء الاجتماع. وبعد ذلك، تبين أنها كانت «تقوم بعمليات رياضية». لقد ابتدعت مسائل جمع وطرح بسيطة باستخدام الإشارات الرمزية، وعبرت عن المسائل على صورة كسور، في حين كوّنت الحلول المقامات (الشكل 6: 2).

وعقب انتهاء الاجتماع، نظرت جدة سارة ومدرسة رياضيات جامعية أخرى إلى ما عملته سارة، فدهشتا ليس بسبب تقدمها في عملها فحسب، بل كونها قد عملت ذلك بمفردها. وقد

لوحظ أن بعض الأعداد كانت معكوسة وهو أمر طبيعي بالنسبة إلى هذا العمر، لكن الحلول جميعها كانت صحيحة باستثناء حل واحد فقط. حيث كتبت سارة  $6-7=0$  مباشرة بعد أن كتبت  $1=6-7$ . وسئلت عن الأسئلة السابقة، وطلب إليها تفسير كيف عرفت أن الإجابات كانت صحيحة. فأشارت إلى أن  $6-7=0$  ليست إجابة صحيحة. حيث قالت إنها يجب أن تكون أقل من صفر، لكنها لم تكن تعرف كيف ستعبر عن ذلك كتابة. وبعد مزيد من الأسئلة تمكنت من القول، إن الجواب أقل من صفر بواحد. وتعدُّ مفاهيم الأعداد التي تقل عن صفر متقدمة جداً بالنسبة إلى طفلة عمرها خمس سنوات. فقيل لها عندئذٍ: «يوجد في الرياضيات مسمّى خاص بالعدد واحد دون الصفر، يُطلق عليه سالب واحد» وبناءً على هذه اللغة، فقد أصبح بمقدورها أن تميز ما يعنيه العدد سالب اثنين. وهنا تُظهر سارة مرة أخرى مستوى عالياً من التحصيل الرياضي بمقدرتها العفوية على صياغة المسائل وخطوات حلها، عن طريق تقديم تفسيرات أصيلة وقدرتها على تعلم الأفكار الرياضية وفهمها بسرعة. وعند انتهائها من حل المسائل التي كتبها ومناقشتها، طلبت سارة إعطاءها مسائل أكثر صعوبة، (انظر شكل 3:6)، فأعطيت مسألة  $+7$  لحلها، ففعلت ذلك



شكل 3:6 مسائل الجمع والطرح باستخدام الإشارات الرمزية الذي دعته سارة «العمل في الرياضيات»



شكل 3:6 حل سارة للمسائل الأكثر صعوبة التي طلبتها

بمنتهى السهولة، وقالت إنها تريد مسألة أكثر صعوبة ذات أعداد أكبر. ثم بعد ذلك أعطيت مسائل الجمع الآتية:  $13+14$  و  $15+16$ . فابتدعت تمثيلاً لكل مسألة على حدة لمساعدتها على العد، مستخدمة قلوباً، ودوائر وماصات وقصبات كل منها ذات لونين على التوالي كي تمثل عمليات الجمع. ويشير استخدامها لمثل هذه التمثيلات إلى أنها تفهم معنى الجمع بصفته إضافة أجزاء منفصلة.

يتعلم كثير من الأطفال الجمع بالعد كما تفعل سارة. ومع ذلك، فقد رأينا نقطة بداخل كل قلب كما بداخل كل ماصة، مشيرة إلى أنها عندما تربط الإضافتين لا تقوم بمجرد العد حتى العدد الأصلي بل يجب عليها عد المواد جميعها مبتدئة من العدد واحد. وهذا يُعدُّ من الناحية التطورية أمراً شائعاً مألوفاً، وقد مكّن سارة من التعامل مع أعداد أكبر من هذه.

#### اكتشاف القسمة

عندما كان عمر سارة ست سنوات وشهراً واحداً، كانت تمضي بعض الوقت مع جدتها، وتأخذ بتقليب دفاتر جدتها في مكتبها، فرأت صفحة كتب عليها حقائق قسمة أساسية مستخدمة الرمزين المألوفين للقسمة، وهما:  $\div$  و  $/$ ، ونظراً إلى أن سارة لم تر هذين الرمزين من قبل، فقد سألت جدتها عنهما فأجابتها أنهما رمزان للقسمة. وعندما سألت سارة عما تعنيه القسمة، أجابتها جدتها قائلة: إنها تشتمل على إيجاد كيف يمكننا تقسيم شيء واحد على شيء آخر، وأعطيت مثلاً واقعياً على النحو الآتي: «إذا كان لدي ست قطع

من الحلوى وأردت توزيعها بالتساوي على ثلاثة أشخاص، فكم قطعة سيكون نصيب كل شخص؟» أرادت سارة حل صفحة حقائق القسمة (انظر شكل 4:6)

age: 6 yrs 1 mo

**Sarahh**

**REVIEW** Skill: • recalls division facts with dividends less than 25  
• recognizes + and  $\Gamma$  as symbols for divide

$6 + 2 = 3$	$4 + 2 = 2$	$10 + 5 = 12$
$8 + 4 = 2$	$9 + 3 = 3$	$2 + 1 = 2$
$2 \overline{) 4}$ 7	$3 \overline{) 2}$ 7	$4 \overline{) 8}$ 2
$5 \overline{) 5}$ 2	$3 \overline{) 8}$ 2	$2 \overline{) 0}$ 7
$5 \overline{) 5}$ 3	$3 \overline{) 2}$ 4	$2 \overline{) 8}$ 8

الشكل 4:6 تجربة سارة الأولى مع القسمة

بدأت سارة العمل على الصفحة، وأعطيت مكعبات ملونة لتزودها بسياق ملموس للأمثلة على الصفحة، فرفضتها وحلت المسائل جميعها باستخدام الإشارات الرمزية فقط. وكانت إجاباتها كلها صحيحة إلا واحدة. وتوثق هذه الحكاية مرة أخرى براعتها الفائقة، فقد أظهرت فضولها فيما يخص المعلومات العددية، وتعلمت أفكاراً رياضية جديدة بسرعة.

#### ضفادع الشوكولاته هاري بوتر

حضرت الباحثة وطلابها الجامعيون ورشة عمل في ربيع عام 2005 عن دمج حل المسائل في منهاج قائم على استخدام الكتاب المدرسي. في ورشة العمل هذه، ربط المنسق إحدى المسائل بعدد قليل من صفحات كتاب الصف الثالث الأساسي، وكانت المسألة على النحو الآتي: اشترى هاري بوتر (Harry Potter) تسعة وثلاثين ضفدع شوكولاته، وأرسلت

إليه السيدة ويسلي (Weasley) تسعة وعشرين ضفدعاً آخر من الشوكولاته بمناسبة عيد ميلاده. فكم عدد ضفداع الشوكولاته التي أصبحت لديه؟

يوجد خط أفقي عند منتصف الصفحة، وطلب إلى الطلاب حل المسألة الموجودة فوق الخط. وعند الانتهاء من الحل، طُلب إليهم أن يعلّوها تحت الخط باستخدام طريقة أخرى. ونظراً إلى اعتقاد الباحثة أن سارة سوف تستمتع بمثل هذا الأمر، أُعطيت نسخة من المسألة والتعليمات نفسها عندما كانت في الصف الثاني الأساسي، وكان عمرها سبعة أعوام وأربعة شهور (انظر شكل 5:6).

Name: Sarah 2nd Grade - March 2005

Harry Potter bought 39 chocolate frogs on the Hogwarts Express. Mrs. Weasley sent him 29 more chocolate frogs for his birthday. How many chocolate frogs did he have all together?

$3+2=5$  So  $30+20=50$

$9+9=18$  So  $50+18=68$

$3 \text{ tens} + 2 \text{ tens} = 5 \text{ tens}$

$5 \text{ tens} + 18 \text{ ones} = 68 \text{ ones}$

شكل 5:6 ضفداع الشوكولاته

اشتمل حل سارة الأول على إشارات رمزية، حيث عللت ذلك بقولها: لَمّا كانت  $3+2=5$ ، فإن  $30+20=50$ . وعلى الرغم من أنها كانت لا تزال في الصف الثاني، فإنها كما يبدو كانت تفهم عناصر القيمة المنزلية، واستخدمت هذه المعرفة في حل المسألة. وأما في حلها

الثاني تحت الخط، فقد حلت المسألة باستخدام التمثيل الذي ربطته بوضوح بالإشارات الرمزية. وهكذا، فإن سارة قادرة على التحرك بمرونة بين الحلين وعلى الربط بينهما، حيث إن حل المسألة يتطلب خطوات كثيرة، وهذه الأمور تعد من سمات النبوغ الرياضي.

### بوطة الأيس كريم

من أجل الإبقاء على حداثة نتائج هذه الدراسة، كُلفت سارة بمهمة في أثناء كتابة هذا البحث. وقد أُطلق على المهمة التي وقع عليها الاختيار «بوطة الأيس كريم»، وكانت على النحو الآتي:

أنت موجودة في متجر لبيع الأيس كريم، حيث تعملين الأيس كريم بنفسك. وبوسعك أن تختاري ما تريدين مما يأتي:

- آيس كريم بالشوكولاته
- آيس كريم بالفراولة
- قشدة مخفوقة
- حلوى ساخنة
- كرز

بكم طريقة يمكنك أن تحضري الأيس كريم؟

لجأت الباحثة إلى تبسيط هذه المسألة مرات كثيرة لطلاب المرحلتين الابتدائية والجامعية. وقد برزت أنماط معينة في الحل، حيث عمد الطلاب الصغار إلى ابتداء تركيبات عشوائية، إذ غالباً ما كانوا يكررون المكونات ويحذفون كثيراً منها. وتوصل معظم طلاب المرحلة الجامعية في نهاية المطاف إلى الحل: أربعة وعشرين، بطرق متعددة مثل استخدام التنظيم بحسب الحالة والاستقراء والقائمة العشوائية. من المألوف أن يحذف طلاب المرحلة الجامعية في البداية الحالات التي يُختار فيها الأيس كريم وحده.

حلت سارة هذه المهمة في الثاني من أغسطس من عام 2006، وسط الضجيج والإزعاج اللذين نجما عن وجود أخويها وقربياتها الثلاث. وكل ما كان يقلقها أن يساعدها من هم

أكبر منها سنّاً. وكان عمرها آنذاك ثماني سنوات وثمانية أشهر. فقرأت المسألة بنفسها وأعطيت أقلام تخطيط وورقة. وكان السؤال الذي سألته هو: هل يُسمح لها بأن تستخدم الحروف في الدلالة على الكلمات (المختصرات)، بحيث لا تكتب كل كلمة في كل مرة. ثم استخدمت المختصرات الآتية في عملها (أول حروف الكلمات باللغة الإنجليزية)، باستثناء كلمة كرز فقد اختارت كتابتها كاملة.

• C.I.C = آيس كريم بالشوكولاته

• S.I.C = آيس كريم بالفراولة

• H.F = حلوى ساخنة

• W.C = قشدة مخفوقة

بدأت سارة بقوائم عشوائية، وسألت على نحو سريع جداً، هل بوسعها أن تبدأ مرة أخرى. وعندما سُئلت لماذا، أشارت إلى عدم القدرة على تمييز ما كتبه. ويبدو أنها قد لاحظت نقاط الضعف في القوائم العشوائية. عندئذٍ، قسمت الورقة برسم خط عمودي في المنتصف، وسبعة خطوط أفقية على عرض الورقة مكونة شبكة تشتمل على ستة عشر مربعاً. وكتبت كل تركيب في مربع آخر في الشبكة مستخدمة مختصراتها، وكوّنت شبكة جديدة على ورقة أخرى عندما زادت التركيبات لديها على ستة عشر. وعملت بكل عناية وانتباه وتركيز على الرغم من الضجيج المحيط بها إلى أن أتمت الحل، وكانت واثقة من حلها، وهو إحدى وعشرون قطعة آيس كريم، حيث حذفت الخيارات ذات الآيس كريم وحده.

لم تتح الفرصة للقاء سارة وسؤالها عما قامت به إلا في اليوم اللاحق. وكانت تتوق شوقاً إلى الحديث عما توصلت إليه. وعندما سُئلت كيف توصلت إلى الحل، ولماذا كنت واثقة من صحتها، أجابت أنها بدأت بالحلوى التي تحتوي على كل شيء. ثم واصلت بحذف طبقة إضافية واحدة في كل مرة، حتى وصلت إلى مركبات تحتوي على نكهتين من الآيس كريم بطبقتين إضافيتين لكل واحدة. وبعد ذلك وضعت طبقة إضافية واحدة على كل واحدة من قطع الحلوى الثلاث بنكهتي آيس كريم. ثم أعادت ما فعلته بوضع طبقة آيس كريم الشوكولاته وحده، وأخيراً بآيس كريم الفراولة وحده. لقد توصلت إلى برهان معقد جداً

بحسب كل حالة، مع أنها حذفت حالة واحدة وهي الخالية من الطبقة الإضافية. واستخدمت كلمة مجموعات لتصف فيها الحالات مشيرة إلى أن تفكيرها يشتمل على هيكل تنظيمي. واستخدمت الحروف الأبجدية الكبيرة لمختصرات الإضافات والأحرف الصغيرة لنكهات الآيس كريم؛ لتنظم عملها على نحو أفضل. فقسمت حالاتها أو مجموعتها بحسب نكهة الآيس كريم، في حين استندت المجموعات الفرعية إلى عدد الإضافات، وهي بذلك تظهر قدرتها على تنظيم البيانات وإدارتها بطريقة متطورة جداً، وهذا يُعدُّ من سمات الإبداع في الرياضيات.

وعندما شرحت كيف توصلت إلى الحل، جرى الحوار الآتي بينها وبين الباحثة:

**الباحثة:** هل من شيء احتوى عليه كل واحد من أنواع الحلوى؟

**الطالبة:** الآيس كريم

**الباحثة:** هل من شيء آخر يجب أن تحويه كل قطعة حلوى؟

**الطالبة:** (ابتسامة عريضة) لا، فكرت فقط بمزيد من الحلوى.

ثم أضافت سارة عندئذٍ الحلوى الخالية من الطبقات الإضافية إلى مخططها.

**الباحثة:** فيم فكرت عندما ابتسمت؟

**الطالبة:** يمكن أن تكون قطعة الآيس كريم عادية، إذ عندما أذهب إلى

بقالة آيس كريم أحصل على آيس كريم عادي.

**الباحثة:** ما علاقة هذا بالمسألة التي حللتها؟

**الطالبة:** عرفت أنني لم أحصل على حلوى الآيس كريم كلها (بعد السؤال)،

لذا، أضفت الآيس كريم العادي وآيس كريم الشوكولاته والفاولة

إلى بعضها بعضاً دون إضافات.

**الباحثة:** إذاً، ما عدد حبات الآيس كريم التي حصلت عليها؟

**الطالبة:** أربع وعشرون.

## النتائج والآثار

لقد وصفنا كثيراً من الأنشطة في هذا البحث قصصياً أو ببيانات داعمة موثقة. تظهر هذه الأنشطة أعمال سارة، وهي حفيذة مؤلفة هذا البحث، في سنوات كثيرة من عمرها. وقد بدا واضحاً من تحليل هذه الأنشطة أن سارة قد أظهرت كثيراً من سمات النبوغ في الرياضيات. ويمكن لهذه السمات أن تتوافق مع سمات الموهبة كما عرفها عدد كبير من الباحثين.

يؤكد تشيكزنتميهالي، راثوند، ووالين (Csikszentmihalyi, Rathunde, Halenh, ) (1997) أنه بصرف النظر عن مستوى الموهبة لدى المرء، فليس بمقدوره الأداء مثل عالم الرياضيات ما لم يتعرض لخبرات تشتمل على مجال الرياضيات. ويشير هذا البحث إلى اتساع هذا المفهوم بالإشارة إلى أن الطفل الذي لا يُعدُّ متفوقاً في الرياضيات يمكن أن يظهر أداءً متميزاً في الرياضيات تحت ظروف معيّنة. وقد أتاحت الفرصة لسارة لتتعرض لكثير من المهام الرياضية الإثرائية ضمن سياقات آمنة، ومرد ذلك أن جدتها التي كانت تسكن بالقرب منها وكانت تستمتع بقضاء الوقت معها، كانت تدرس الرياضيات في الجامعة. وعندما أخذت سارة تكبر شيئاً فشيئاً، بدأت ببعض هذه الأنشطة بسبب وعيها للعمل الذي كانت تقوم به جدتها، ورغبتها في أن تطور علاقتها بها.

وإذا ما نظرنا إلى عمل سارة بصفادع الشوكولاته (شكل 5:6)، فإننا نرى أنها كانت مرتاحة للتوصل إلى حلول تشتمل على إشارات رمزية (أعداد) أو تمثيلات تصويرية. وغالباً ما ترتبط القدرة على استخدام تمثيلات متنوعة للمفهوم نفسه بنمو التفكير الرياضي. وقد يلاحظ القارئ أن الحلول الأولية لسارة تشتمل على إشارات رمزية أو أعداد بدلاً من الصور واليدويات أو الأشكال الأخرى من الأدوات المحسوسة. ويمكن الاستدلال على أن خبراتها السابقة قد ساعدتها على تمثل الموقف ذهنياً، وإيجاد الروابط التي تقودها إلى حلول تستند إلى الرموز على نحو كبير، وهذه تعدُّ واحدة من نماذج المعرفة المعمّمة، وكانت فقط تستحضر استخدامها التمثيلي للصور عندما يُطلب إليها إيجاد حل آخر.

إذا كان بمقدور سارة أن تظهر أحياناً بعض سمات الموهبة، فكيف يمكن تزويد الأطفال جميعهم بفرصة لإظهار مستوى عالٍ من التحصيل في الرياضيات؟ إضافة إلى ذلك، كيف يمكن تقديم هذه الفرص داخل بيئة الصف العادي؟ يستطيع المرء أن يستدل من البحث على أن هناك ثلاثة عوامل في الأقل، تسهم في تطوير مستويات عالية من التفكير الرياضي والوجدان الرياضي القوي لدى كثير من الأطفال. وهذه العوامل الثلاثة، هي: تصميم البيئة الملائمة، واختيار المهام الملائمة، وتدخلات المعلمين الملائمة. ولكي نستطيع تطوير شعور رياضي قوي، علينا بتوفير سياقات آمنة. يحتاج الطلاب إلى تطوير التمكين فيما يتصل بالرياضيات، ويلاحظ وجود هذه البيئات في غرف الصف العادية. كانت سارة تشعر بالأمن وهي تؤدي المهام الرياضية آنفة الذكر، وهذا ما شجعها على المخاطرة وإعادة بناء تفكيرها، والبدء من جديد عند الضرورة تماماً كما فعلت مع مسألة بوظة الآيس كريم.

تظهر المهام جميعها المعطاة لسارة التي نوقشت آنفاً، على أنها أمثلة للأنشطة التي تستدعي امتلاك الطلاب مهارات معرفية عالية. ولم تُحل المسائل بمجرد جواب عددي، بل تطلّب الحل تبريراً وبرهاناً، فقد كانت المهام معقدة، ولم يكن من السهل حلها حسابياً، حيث تعيّن على الطفلة النظر إلى طبيعة المسائل وبنائها، وأن تراقب تفكيرها. وهذه هي خصائص المهمة ذات المطالب المعرفية العالية.

يُعدُّ البحث الوارد في الإطار النظري جزءاً من جسم المعرفة الذي يخبرنا أنه لكي نطور مستويات عالية من التفكير الرياضي، لا بد من وجود تدخلات تربوية ملائمة داخل غرفة الصف. وبسبب وجود مثل هذه المعلومات عن تدخلات المعلمين التربوية، فهناك حاجة إلى التطور المهني لتعزيز فهم المعلمين للتعليم المرتبط بالتدخلات التربوية التي تستثير التمكين الرياضي، والفهم العميق للمفاهيم الرياضية.

أتاحت الفرصة لسارة لتجربة مواقف حلول المسائل الرياضية التي تشتمل على العوامل المذكورة آنفاً، وأظهرت في تلك المناسبات مستويات عالية من التفكير الرياضي. إضافة إلى ذلك، فقد أثمرت هذه العوامل عن نتائج إيجابية عند دمجها في ممارسات التعليم العادية. وبناءً عليه، فإن الرأي الذي تدافع عنه المؤلفة يتمثل في أن معرفة المعلم بكيفية

إيجاد بيئات ملائمة على نطاق واسع وتطبيق هذه المعرفة، وتوظيف هذه البيئات، واختيار المهام التي تستدعي مستويات عالية من المطالب المعرفية، واستخدام الخطط العلاجية الملائمة، سوف يجعل مزيداً من الأطفال يظهرون مستويات عالية من التحصيل الرياضي. نسمع دائماً من يتحدث عن الحاجة إلى تشجيع المواطنين على متابعة الحقول التي تدرج تحت نظام (STEM) (Science, Technology, Engineering&Mathematic). ولكي يتمكن من اجتذاب الأفراد الأكثر قدرة في مجتمعا وإعدادهم، فإن ذلك يتطلب الاستفادة من قدرات أكبر عدد ممكن من الطلاب، حيث يمكن رعاية تلك القدرات وتغذيتها وشحذها وإثرائها طوال حياتهم الأكاديمية. وهذا يعني أنه يتعين علينا تزويد المعلمين بالأدوات الضرورية اللازمة لتعريف المستويات العالية في التحصيل الرياضي، بدلاً من الاعتماد على علامات الاختبارات اعتماداً تاماً. ومن خلال تعريف المعلمين بسمات الموهبة الرياضية وخصائصها مثل المعايير المبنية على الدراسات كتلك الواردة في هذا البحث، يمكن أن ينظر إلى هذه السمات بصفاتها أهدافاً لمزيد من الأطفال. وعلى الرغم من أنها تصب في مصلحة الأفراد جميعاً ممن سيحصلون على فرص أكبر للتفوق في الرياضيات، فإن تطوير رأس المال هذا بصفته مصدراً طبيعياً، يُعدُّ أمراً مهماً أيضاً لاقتصاد الأمة وأمنها.

### قائمة المراجع

- Abrantes, P. (2001). Revisiting The Goals And The Nature Of Mathematics For All In The Context Of A National Curriculum. In M. Vandenheuvel–Panhuizen (Ed.), *Proceedings Cf The 25Th Conference Cf The International Group For The Psychology Cf Mathematics Education* (Pp. 25–40).
- Ashley, R. M. (Ed.). (1973). *Activities For Motivating And Teaching Bright Children*. West Nyack, Ny: Parker Publishing (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Bulgar, S. (2002). *Through A Teacher's Lens: Children's Constructions Of Division Offractions*. Unpublished Doctoral Dissertation. Rutgers, The State University Of New Jersey, New Brunswick, Nj.

- Bulgar, S. (2003A). Children's Sense-Making Of Division Of Fractions. *The Journal Cf Mathematical Behavior: Special Issue On Fractions, Ratio And Proportional Reasoning*, Part B. 22(3), 319-334.
- Bulgar, S. (2003B). Using Research To Inform Practice: Children Make Sense Of Division Of Fractions. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *Twenty-Seventh Conference Cf The International Group For The Psychology Cf Mathematics Education Held Jointly With The Twenty-Fifth Conference Cf The North American Chapter Cf The International Group For The Psychology Cf Mathematics Education: Vol. 2. Navigating Between Theory And Practice (157-164)*. Honolulu, Hi: Crdg, College Of Education, University Of Hawai'i.
- Bulgar, S. (Under Review). The Development Of Flexible Representations For Division Of Fractions. *Mathematics Teaching And Learning*.
- Bulgar, S., Schorr, R. Y. & Maher, C. A. (2002). Teacher's Questions And Their Role In Helping Students Build An Understanding Of Division Of Fractions. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Twenty-Sixth Annual Conference Cf The Interenabling National Group For The Psychology Cf Mathematics: Vol. 2. Learning From Learners (Pp. 161-167)*. Norwich, Uk: School Of Education And Professional Development University Of East Anglia.
- Bulgar, S., Schorr, R. Y. & Warner, L. B. (2004). Extending And Refining Models For Thinking About Division Of Fractions. *Twenty-Sixth Conference Cf The North American Chapter Cf The International Group For The Psychology Cf Mathematics Education: Building Connections Between Communities*. Toronto, Ontario.
- Burns, M. (2000). *About Teaching Mathematics*. Sausalito, Ca: Math Solutions Publications.
- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective Discourse And Collective Reflection. *Journal For Research In Mathematics Education*, 28(3), 258-277.
- Cruitshank, D. E., & Sheffield, L. J. (1992). *Teaching And Learning Elementary And Middle School Mathematics* (2Nd Ed.). New York: Macmillan (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Csikszentmihalyi, M., Rathunde, K., & Whalen, S. (1997). *Talented Teenagers: The Roots Cf Success And Failure*. Cambridge, Uk: Cambridge University Press.

- Dann, E., Pantozzi, R. S., & Steencken, E. (1995). Unconsciously Learning Something: A Focus On Teacher Questioning. In *Proceedings Cf Seventeenth Annual Meeting Cf The North American Chapter Cf The International Group For The Psychology Cf Mathematics Education*. Columbus, Ohio: Ohio State University.
- Davidson, J., & Sternberg, R. (1984). The Role Of Insight In Intellectual Giftedness. *Gifted Child Quarterly*, 28, 58–64 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Davis, R. B. (1992). Understanding “Understanding.” *Journal Cf Mathematical Behavior*, 11, 225–241.
- Davis, R. B. (1997). Alternative Learning Environments. *Journal Cf Mathematical Behavior*, 16 (2), 87–93.
- Davis, R. B., & Maher, C. A., (1990). The Nature Of Mathematics: What Do We Do When We Do Mathematics. In R. B. Davis, C. A. Maher, & N. Noddings (Eds.) *Constructivist Views On The Teaching And Learning Cf Mathematics* (Pp. 65–78). Reston, Va: National Council Of Teachers Of Mathematics.
- Davis, R. B., Maher, C. A., & Martino, A. M. (1992). Using Videotapes To Study The Construction Of Mathematical Knowledge By Individual Children Working In Groups. *Journal Cf Science Education And Technology*, 1(3), 177–189.
- Devall, Y. (1983). Some Cognitive And Creative Characteristics And Their Relationship To Reading Comprehension In Gifted And Nongifted Fifth Graders. *Journal For The Education Cf The Gifted*, 5 (4), 259–273 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Dover, A., & Shore, B. M. (1991). Giftedness And Flexibility On A Mathematical Setbreaking Task. *Gifted Child Quarterly*, 35, 99–105.
- Education Week On The Web. (2002, April 3). Assessment. Available: [Http://Www.Edweek.Org/Context/Topics/Issuespage.Cfm?Id=41](http://www.edweek.org/context/topics/issuespage.cfm?id=41).
- Firestone, W. A., Schorr, R. Y., & Monfils, L. (2004). *The Ambiguity Cf Teaching To The Test*. Mahwah, Nj: Erlbaum.
- Goldin, G. A. (In Press). Aspects Of Affect And Mathematical Modeling Processes In R. Lesh, E. Hamilton & J. Kaput (Eds.) *Real–World Models And Modeling As A Foundation For Future Mathematics Education*. Mahwah, Nj: Erlbaum.

- Goldin, G. A. (2002). Affect, Meta–Affect, And Mathematical Belief Structures. In G.C. Leder, E. Pehkonen, & G. Trner (Eds.). *Beliefs: A Hidden Variable In Mathematics Education?* (Pp. 59–72). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Goodkin, S. (2005, December 27). Leave No Gifted Child Behind. *The Washington Post*. Retrieved June 28, 2006, From [Http://Www.Washingtonpost.Com](http://www.washingtonpost.com).
- Greenes, C. (1981). Identifying The Gifted Student In Mathematics. *Arithmetic Teacher*. 28 (6). 14–17.
- Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional Tasks, Classroom Discourse, And Students' Learning In Second Grade Arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30 (2), 393–425.
- House, P. A. (Ed.). (1987). *Providing Opportunities For The Mathematically Gifted, K–12*. Reston, Va: National Council Of Teachers Of Mathematics (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Kaput J. J. (1998). Transforming Algebra From An Engine Of Inequity To An Engine Of Mathematical Power By «Algebrafying» The K–12 Curriculum. In *The Nature And Role Cf Algebra In The K–14 Curriculum: Proceedings Cf National Symposium* (Pp. 25–26). Washington, Dc: National Academy Press.
- Kaufman, J. C., & Baer, J. (2004). Sure, I'm Creative—But Not In Mathematics: Self–Reported Creativity In Diverse Domains. *Empirical Studies Cf The Arts*. 22(2), 143–155.
- Keitel, C., & Kilpatrick. J. (1998). Rationality And Irrationality Of International Comparative Studies. In G. Kaiser, E. Luna, & I. Huntley (Eds.) *International Comparisons In Mathematics Edcuation* (Pp. 242–257). London: Falmer Press.
- Marr, D., & Sternberg, R. (1986). Analogical Reasoning With Novel Concepts: Differential Attention Of Intellectually Gifted And Nongifted Children To Relevant And Irrelevant Novel Stimuli. *Cognitive Development*, 1, 5–72 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Miechenbaum, D. (1980). A Cognitive–Behavioral Perspective On Intelligence. *Intelligence*, 4 (4), 271–283 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Miller, R. C. (1990). *Discovering Mathematical Talent*. Reston, Va: Council For Exceptional Children. (Eric Document Reproduction Service No. Ed.321 487 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

- National Council Of Teachers Of Mathematics. Curriculum And Evaluation Standards For School Mathematics. Reston, Va.: The Council, 2000.
- Nces: <http://nces.ed.gov/nationsreportcard/>
- Niss, M. (1996). Goals Of Mathematics Teaching. In A. Bishop, Et Al. (Eds.), *International Handbook Cf Mathematics Education* (Pp. 11–47). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- O’connor, M., & Hermelin, D. (1979). Intelligence Differences And Conceptual Judgment. *Psychological Research*, 41, 91–100.
- Reynolds, S. (2005). A Study Of Fourth–Grade Students’ Explorations Into Comparing Fractions. (Doctoral Dissertation, Rutgers, The State University Of New Jersey At New Brunswick 2005) Dissertation Abstracts International 66/04. P. 1305. Aat 3171003.
- Ryser, G. R., & Johnsen, S. K. (1998). *Test Cf Mathematical Abilities For Gifted Students: Examiner’s Manual*. Austin, Tx: Pro–ed.
- Schmidt, W. H., Mcknight, C. C., & Raizen, S. A. (1996). *A Splintered Vision: An Investigation Cf U.S. Science And Mathematic Education*. East Lansing, Mi: U.S. National Research Center For The Third International Mathematics And Science Study.
- Schorr, R.Y., & Bulgar, S. (2003). The Impact Of Preparing For The Test On Classroom Practice. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *27Th Conference Cf The International Group For The Psychology Cf Mathematics Education Held Jointly With The Twenty–Fifth Conference Cf The North American Chapter Cf The Internationalgroup For The Psychology Cf Mathematics Education: Vol. 4. Navigating Between Theory And Practice* (Pp. 135–142). Honolulu, Hi: Crdg, College Of Education, University Of Hawai’i.
- Schorr, R.Y., & Goldin, G. A. (In Preparation). Affect And Motivation In The Sim–calc Classroom. *Educational Studies In Mathematics*.
- Scruggs, T., & Mastropieri, M. (1984). How Gifted Students Learn: Implications From Recent Research. *Rooper Review*, 6, 183–185 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Scruggs, T. Matropieri, M., Monson, J., & Jorgensen, C. (1985). Maximizing What Gifted Kids Can Learn: Recent Finds Of Learning Strategy Research. *Gifted Child Quarterly*, 29 (4), 181–185 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

- Shore, B. (1986). Cognition And Giftedness: New Research Directions. *Gifted Child Quarterly*, 30, 24–27 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Smith, M. S., & Stein, M. (1998). Selecting And Creating Mathematical Tasks: From Research To Practice. *Mathematics Teaching In The Middle School*, 3 (5), 344–350.
- Sriraman, B. (2003). Mathematical Giftedness, Problem Solving, And The Ability To Formulate Generalizations. *The Journal Cf Secondary Gifted Education*, 14 (3), 151–165.
- Sriraman, B. (2004). Discovering A Mathematical Principle: The Case Of Matt. *Mathematics In School*, 33 (2), 25–31.
- Sriraman, B. (2005). Are Mathematical Giftedness And Mathematical Creativity Synonyms? A Theoretical Analysis Of Constructs. *Journal Cf Secondary Gifted Education*, 17 (1), 20–36.
- Stanley, J. C. (1976). The Study Of Mathematically Precocious Youth. *Gifted Child Quarterly*, 26, 53–56. (As Cited In Ryser, & Johnsen, 1998).
- Steencken, E. P. (2001). Studying Fourth Graders' Representations Of Fraction Ideas. (Doctoral Dissertation, Rutgers, The State University Of New Jersey, New Brunswick, 2001) Dissertation Abstracts International 62/03. P. 953, Aat 3009381.
- Stein, K. S., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing Standards–Base Mathematics Instruction: A Casebook For Professional Development*. New York: Teachers College Press.
- Sternberg, R. J. (1982). A Componential Approach To Intellectual Development. In R. J. Sternberg (Ed.) *Advances In The Psychology Cf Human Intelligence* (Vol. 1, Pp. 413–466). New York: Wiley (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Sternberg, R. J., & Powerll, J. (1983). The Development Of Intelligence. In J. H. Flavell & E. M. Markham (Eds.) *Handbook Cf Child Psychology: Cognitive Development*. (Vol. 3, Pp. 341–419). New York: Wiley (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Towers, J. (1998). *Teacher's Interventions And The Growth Cf Students' Mathematical Understanding*. Unpublished Doctoral Dissertation. The University Of British Columbia, Canada.

- U.S. Commission On National Security For The 21St Century. February 15, 2001. *Roadmap For National Security: Imperative For Change*. Washington, Dc: Gpo, Chapter Ii, Pp. 30–46.
- Von Rotz, L., & Burns, M. (2002, Fall). Caterpillars—A Lesson With First Graders. *Math Solutions Online Newsletter*. (7). Retrieved Fall 2002 From [Http://www.mathsolutions.com](http://www.mathsolutions.com).
- Warner, L., & Schorr, R. Y. (2004). From Primitive Knowing To Formalizing: The Role Of Student–To–Student Questioning In The Development Of Mathematical Understanding. *Twenty–Sixth Conference Cf The North American Chapter Cf The International Group For The Psychology Cf Mathematics Education: Building Connections Between Communities*. Toronto, Ontario.
- Wong, B. (1982). Strategic Behaviors In Selecting Retrieval Cues In Figted, Normal Achieving And Learning Disabled Children. *Journal Cf Learning Disabilities*. 13, 33–37 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).
- Woodrum, D. (1975). A Comparison Of Problem–Solving Performance For 4Th, 5Th And 6Th Grade Children Classified As Normal, Gifted, Or Learning Disabled And By Focusing Level And Conceptual Tempo. *Dissertation Abstracts International* 39 (11–A)6708–6709 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

### ملاحظة

1. وضع هذه المسألة روبرت كيرك، اختصاصي في الرياضيات K-3 في مدرسة West Windsor-Plainsboro Public School District وسط نيو جيرسي. وكان أيضاً منسقاً في حلقة العمل المذكورة في البحث.

