

« أن الانسان ليصل عن طريق علم النجوم ، الى برهان  
وحدة الله ومعرفة عظمتة الهائلة وحكمته السامية ،  
وقوته الكبرى وكمال خلقه »

البتاني ٨٧٧ - ٩١٧ م

## بحوث رياضية مقارنة للفترة العربية الإسلامية

رئيس تحرير الزنزان الصحفي

بسم الله الرحمن الرحيم

### ١ - مقدمة :

عندما نستعرض الرياضيات ومن شارك في استنباط القوانين الرياضية أو من شارك في حل المشاكل الرياضية مستخدماً الرياضيات كوسيلة لهذا الغرض نجد من الأنصاف القول بأن حضارات الأمم قديماً وحديثاً قد أسهمت في حقل الرياضيات ، إذ هناك ترابط وثيق بين المواد الرياضية المختلفة المستنبطة في كل عصر أو كل بلد ، كما أن هناك توارداً للخواطر في الأسلوب حيث نجد في كثير من الأحيان حلولاً متماثلة لمشاكل واحدة في بقاع مختلفة من الأرض ومن قيسل أشخاص عاشوا في أزمنة مختلفة الا أن كل واحد منهم قد اهتدى الى حل المشاكل واستنبط قوانين قد تكون الى درجة ما مشابهة لما توصل اليه الآخرون ان التراث الحضاري للإنسانية لا يمكن أن يفهم فهو متسلسل في كافة المجالات ولكن قد تكون هناك فجوات لا يمكننا من الجزم بهذا التسلسل ولكن

بتقدم علم الآثار واكتشاف معاني الرموز القديمة وحلها والثور على المخطوطات  
المفقودة ، كل ذلك يجعلنا نميل الى الاعتقاد الانف الذكر الذي خلاصته وجود  
تسلسل حضاري بين الامم .

إن الذي نعرفه هو أن معظم المخطوطات العربية والأسلامية التي كانت في  
المكتبات المختلفة قد درست ، امتحت أو أتت عليها الظروف المختلفة فلقد  
احرقت مكتبات علناً عندما اتهم أصحابها بالزندقة ، الكفر نتيجة الحسد  
والجهل والتعصب الأعمى ، وعدم الانصياع الى روح الشريعة الإسلامية قولاً  
وعملاً تلك الروح التي تحث على طلب العلم والعناية بالعلم والعلماء فلقد  
أوجب الشارع طلب العلم فريضة على كل مسلم ومسلمة واعتبر العلوم غير  
الدينية فرض كفاية كما قال الامام أبو حامد الغزالي بهذا .

لقد أتلفت مكتبات عديدة عند الهجوم على البلاد العربية والأسلامية بوجه عام  
أما البقية الباقية من المراجع والكتب فقد وجدت طريقها الى البلدان الأجنبية  
كما حدث في الحروب الصليبية حيث نقلت حلول المعادلات من الدرجة الثانية  
ذات المجهول الواحد من أحد القواد الصليبين البريطانيين وكان هذا الحل الى أبي  
الوفا محمد الذي ( ٢ ) توصل ( ١ ) الى معرفة الدستور لحل المعادلات من الدرجة  
الثانية .

ونكتفي بأن نرجع الى ما هو موجود من مخطوطات جملة في المكتبات المختلفة  
في بريطانيا وفرنسا وأمريكا حالياً وسائر البلدان الأخرى وكلها تدل دلالة  
واضحة على غزارة الانتاج العلمي لاسيما في الرياضيات ألا أن الزمن لم يحسن

( ١ ) شمس العرب تسطع على الغرب - تأليف - زغريد هونكه  
تعريب فاروق بيضون - كمال دسوقي

( ٢ ) شمس العرب المصدر السابق ص ٢٠٥ العلم عند العرب تأليف الدوميللي ص ٢١١

ولم تشجع الفئات أو الافراد ألا بالقدر اليسير لبعث ونشر هذا التراث الفخم الذي لا نستغني عنه مطلقاً حتى الوقت الحاضر الذي اكتشفت فيه الحاسبات الألكترونية حيث نجد في الكتب الحديثة أستمرارية الحاجة الى الطرق القديمة يدل على ذلك دلالة واضحة طريقة الخوارزمي في الأعداد الأولية والقواسم وطريقة حساب الخطأين لحلول المعادلات المتعالية ومن شاء فليرجع الى كتسب التحليل الرياضي ليرى بأم عينيه مدى تغلغل الرياضيات العربية والأسلامية .

لقد تألفت في القرن الحالي جمعيات كثيرة في شتى بقاع العالم هدفها جمع هذا التراث وأعني به العربي والأسلامي وكتب الكتاب بهذا الصدد بين آونسة وأخرى بهذه المواضيع أمثال ذلك الدكتور محمد عوض الذي كتب في مجلة الرسالة والرواية نحو سنة ١٩٣٩ مقالا حول مخطوط عشر عليه في الأقسام الجنوبية من إيران اسمه ( ميزان الحكمة ) إحتوى على مواد في الحكمة ويحوى قدراً كبيراً من الرياضيات التي تميزت بميزة الأبداع إلا أنها لم تكن معروفة عند الأقدمين وكان هذا المخطوط رداً قاطعاً على أولئك المتعصبين القائلين بأن العرب و المسلمين قد نقلوا من القديم دون أن يضيفوا على العلم شيئاً ، علماً بأن هذا المخطوط قد نشر منه الصحائف الأولى في مجلة الأستشراق الجديد الروسية (١) ولكن ظروف الحرب حالت دون ذلك . كما أشار الدكتور عوض الى وجود بعض المراجع الأخرى منها علم المقاييس ( مباحث فلكية ) الذي أمر بتأليفه المأمون والذي قال عنه الدكتور عوض ان نسخة منه موجودة في مكتبة الحرم الشريف بمكة المكرمة .

ومهما تكن الامور فالعالم مقبل في الوقت الحاضر على طبع وتحقيق كثير

( ٢ ) تاريخ العلم للدكتور عبد الحليم متشصر ص ١٣٩ .

من هذه المخطوطات التي تختص . بهذا التراث جهد المستطاع ( يجد المتبع لهذا الموضوع ما كتبه سارتن في كتابه تاريخ الرياضيات وما قامت به الجمعية الفلسفية من جهود في الجامعة الامريكية في بيروت وما قامت به جامعة براون باميريكا وما انجزت من طبع وتحقيق في الجمهورية العربية المتحدة . . . . ) .  
وفي هذا المجال سننورد بطرح مواضيع مختلفة تتعلق بالرياضيات عند العرب والمسلمين مع ذكر بعض المفاهيم والاراء لمن سبقهم او عاصروهم ليتبين مدى اهمية ما قام به رياضيو العالم العربي والاسلامي بهذا الصدد .

## ٢ - مفهوم العلم عند المسلمين :-

ينقسم العلم عند الاسلاميين الى ثلاثة فروع هي الالهي والطبيعي والتعليمي ولما كانت العلوم العقلية يومئذ لم تكن قد تنوعت فروعها بحيث تتطلب التخصص كما هي الحال في عصرنا الحاضر فان المنصرفين الى هذه العلوم قد سلكوا مسلكين المسلك الفلسفي والمسلك التعليمي ، كما ان الفلسفة نفسها كانت تتركز على قسمين رئيسيين طبيعي وألهي .

ان الذي يتأمل فيما ورد من المقالات والكتب والشروح المتعلقة بامور الطبيعة وما شاركها يخرج بالنتائج السالفة الذكر بكل وضوح كما يتبين له من عدم التفريق بين الطبيعي والتعليمي من جهة وان هناك اموراً مشتركة بينهما من جهة اخرى والمعلوم ان الدافع الى هذا التفريق يرجع ( اولاً ) الى معنى الوجود في كلا الفرعين ( وثانياً ) الى ماهية البرهان على المذاهب والقضايا المقررة في كل من الفرعين ايضاً .

يتميز العلم التعليمي بكونه يبحث عن ( الكم ) في حين ان العلم الطبيعي ينظر في الاجسام وما يتعلق بها من تغيرات ذات صلة بتلك الاجسام الموجودة

فعلا في الواقع اي كما نجدها في الطبيعة ، لكن علم الرياضيات ولاسيما البحتة منها لا تحتاج الى اقامة البراهين قديماً لكنها تعقل مجردة عن المادة وينظر فيها من هذه الجهة نظراً تعليمياً صرفاً . أن الملاحظ عدم إمكانية الفصل التام بين ماهو تعليمي وماهو طبيعي إلا أنك قد تجد العلم الواحد يشتمل على الاثنين كما هسي في الوقت الحاضر في مواضيع الفيزياء فهناك براهين رياضية صرفة وهناك تجارب يستمد منها البرهنة على قوانين أخرى . ومن الأدلة التي تشير إلى التقسيم الانف الذكر ما ذكره الفيلسوف ابن سينا في كتابه الشفاء المقالة الاولى في السماع الطبيعي مانصه ( وكلها - أي العلوم التعليمية - ينظر في الأشياء التي لها من حيث هي ذوات كم ، ومن حيث لها عوارض الكم ، التي لا يوجب تصور عروضها لكم أن يجعله كما في جسم طبيعي فيه مبدأ حركة وسكون ، ولا يحتاج إلى ذلك ) . هذا ما يتعلق بالأمر الأول ، أما ما يتعلق بالأمر الثاني وهو البراهين فقد أراد الفلاسفة الأقدمون البحث عن الأسباب إلى وجود الأشياء كما هي في الطبيعة أو قل بالأحرى عندما نتطلع إلى الظواهر الطبيعية كما نشاهدها في حالتها الخام فهناك أسباب لظهورها بهذا المنظر وهذه الأسباب هي التي يبحث عنها الفلاسفة .

ومن الفلاسفة الذين نهجوا هذا المنهج هو ابن الهيثم في أبحاثه الضوئية فقد أخذ بالطبيعي بقدر وأخذ بالتعليمي بقدر يناسبه ، ودليلنا على ذلك أن ابن الهيثم يراقب أحوال الموجودات كما هي في الطبيعة أو كما تشاهد واقعياً وهذا معناه ينهج بالعلم الطبيعي مستقراً الأمور ثم يبرهن على صحة تجاربه أو مشاهداته رياضياً وهذا يعني أخذاً بالعلم التعليمي ، إلا أن ابن الهيثم تفرد في خاصية اختلف فيها عن سبقه حيث هو لا يبغي معرفة الأسباب فقط والملاحظة للامور بل انه يريد معرفة كيفية الحدوث للظواهر الطبيعية وتعليل

هذه الكيفية ببيان مناسب إلى كصفات أخرى تكون طبيعتها أشمل وأعم  
وهذا الاتجاه يتفق تماماً وما نعينه من النظريات العلمية الحديثة في الوقت الحاضر

### ٣ - أنظمة العد الصفرية ( النظام العربي الحديث ) (١) :-

أن أول من أستعمل الحروف الهجائية للدلالة على الأعداد - على ما نعلم  
هم الفنيقيون وهم الذين نشروها بين الشعوب القديمة ، والنظام العربي مقتبس  
منهم ، لقد استعمل العرب الالفباء للتعبير عن الأرقام وظلوا كذلك حتى  
القرن التاسع بعد الميلاد واليك الالفباء مرتبة على الترتيب الابدائي القديم وهو  
أبجد هوز حطي كلمن سعفص قوّشت ثخذ ضظغ ، وقد وضعنا تحت كل  
حرف مدلوله العددي .

ا	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط	ي	ك	ل	م	ن
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠
س	ع	ف	ص	ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ
٦٠	٧٠	٨٠	٩٠	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠	٨٠٠	٩٠٠	١٠٠٠

وفي هذا النظام العربي نجد ان الحروف التسعة الاولى تدل على الآحاد وهي  
لاتزال تستعمل الى يومنا هذا بقصد الترقيم ، والتسعة التالية تدل على العشرات  
والتسعة التي بعدها للدلالة على المئات ، وجعلوا الحرف الثامن والعشرين للدلالة  
على الالف ، اما بقية الالف حتى التسعمائة الف فقد عبروا عنها بالحروف نفسها  
تضاف الغين وقيمتها العددية الف ويضرب كل منها بالغين .

( ١ ) المصدر رقم ( ٥ )

Introduction to the history of Mathematics by Howard Ever  
P 179



٣ - ان تحسب الحروف كما هي صورتها دون مراعاة لفظها ، فالالف بصورة الباء تحسب باء والمدة لا تحسب شيئاً والحروف المشددة يحسب حرفاً واحداً والواو في عمرو تحسب واواً والالف في نصروا تحسب ، وصفوة القول انه ينظر الى صورة الكلمات دون لفظها .

٤ - ان يكون للفظ التاريخ معنى متعلق بما قبله لا ان يكون حشراً بلا معنى

٥ - ان يحوي سطر التاريخ نكته متعلقة بالحادثة وان لا يكون مبهماً ولا معقداً

#### ٤ - النظام العربي الهندي رانظمة العد الوضعية (١) :-

يعود النظام العربي الى الهنود حيث نقله العرب الى اوربا ، وان اول نموذج للنظام العربي الهندي عثر عليه كان في عمود من الصخر وذلك سنة ( ٢٥٠ ) قبل الميلاد في الهند ، كما وجدت كتابات في الكهوف وذلك حوالي ( ١٠٠ ) قبل الميلاد ولكن الميزه التي انفردت بها هذه الكتابات انها تخلو من رقم ( الصفر ) وتخلو ايضاً من الترقيم الوضعي ولكن بفضل ودراية العلاقة الرياضي الخوارزمي الذي اضاف الصفر قد جعل هذا النظام نظاماً كاملاً حيث ظهر ذلك حوالي م ( في احدى كتبه وبعد هذا التاريخ ترجمت كتب الخوارزمي

الى اللغة اللاتينية وبالطبع نقلت فكرة الصفر وذلك في القرن الثالث عشر .

ولاجل شرح اهمية الصفر وما ينطوي عليه قديماً وحديثاً من معاني منطقية

او فلسفية وماله من علاقة بالنظام الوضعي تقدم الموجز التالي .

أ - نظام العد الوضعي :-

من النماذج لهذا النظام ، النظام الذي يستعمله والذي اساسه العشرة في هذا

النظام يتخذ له اساساً وليكن ( ب ) كما ان له رموزاً اساسية هي ١ ، ٢ ، ٣ ، .

( ١ ) مقدمة في تاريخ الرياضيات إلهوهار إييف ص ١٩ .



وبموجب العدد ن السالف الذكر كما يلي .

$$٢١ + (٦٠) ٤٢ + (٦٠) ٢٥ + (٦٠) ٢ = ٥٤٤٥١$$

$$= ٢٥ ، ٤٢ ، ٣١ بالحساب البابي$$

ب - بعض معاني الصفر (١) : -

يعرف الاستاذ مينونج ( الصفر ) بانه - المقابل المتناقض لكل مقدار من نوعه - وهذه العبارة لا تخلو اللبس ولذا فلا بد ان يكون مقابل الفرد جميع الافراد الاخرى ، فالصفر ليس كل شئ ماعدا مقداراً واحداً من نوعه ، ان صفر لذة هو ( لالذة ) وهو ما يقصده الاستاذ مينونج . ان هذا التعريف صعب الادراك لكنه صحيح ، لكن ذلك ليس الا طريقة معقدة لقولنا ( لاشئ ) ويمكن حذف الاشارة بالكلية الى اللذة ، وهذا يعطينا صفرأ وهو بعينه لجميع المقادير ان هذا الصفر ليس له اشارة وهو قاصر لهذا الصدد للاغراض التي يتطلبها التعريف الآنف الذكر ومن التعاريف الاخرى بان الصفر - هو اقل مقدار - من نوعه - الذي يعزي الى الاستاذ بتز . ان هذا التعريف غير كاف من الناحية الفلسفية وفضلا عن ذلك وحيثما توجد مقادير سالبة فان هذا الترتيب يمنعنا من اعتبار هذه المقادير اقل من الصفر . اما اذا كانت المقادير ذات فروق او مسافات فللصفر معنى واضح هو التطابق الذي يبدو واضحاً منه ان صفر المسافة في الزمان هو نفسه كصفر المسافة في المكان ولكي نتجنب هذا التطابق البحت نجعله مصحوباً بعض مافي فصل الحدود التي تقوم المسافات بينها

( ١ ) اصول الرياضيات تأليف برتراند رسل وترجمة الدكتور محمد مرسى ، الدكتور احمد

الأهواني ج ٢ ص ١٠٦ .

وبهذه الوسيلة نجعل الصفر في اي فصل في العلاقات التي هي مقادير محددات واضحة تماماً خالياً من التناقض . وعدا ما ذكرناه سابقاً فلدينا صفر الكميات وصفر المقادير ذلك لانه اذا كان أ، ب حدّين من فصل ذي المسافات فالتطابق مع أ والتطابق مع ب هما صفران متميزان من الكمية ، ان الواقع ليس صفر المسافة هو بالفعل نفس التصور كالتطابق . وهناك تعاريف اخرى لاجمال لندكرها هنسنا .

### ٥ . علم خواص الاعداد :-

لقد حاول الانسان منذ القدم ان يفسر معنى الاعداد حيث ظن انها تحتوي على معان خفية تساعده على فهم الكون وعلاقته به ، حيث جعل لكل عدد خواص وصفات يمتاز بها - راجع رسائل اخوان الصفا - لقد فعل ذلك كل من العرب واليونان فكان هذا العدد في نظرهم كاملاً وذاك مشثوماً واخر عظيماً من ذلك ماورد بصدد العدد الكامل او العدد الزائد او العدد الناقص ففي نظرهم انه اذا اخذنا العدد واستخرجنا معدوداته فهو ما ان يكون مساوياً او اكثر او اقل من مجموع معدوداته فاذا زاد عليها فهو زائد مثال ذلك العدد ( ١٤ ) اذ ان قواسمه ١ ، ٢ ، ٧ ومجموعها اقل من ( ١٤ ) والعدد ( ١٢ ) الذي قواسمه ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ومجموعها اكثر من ( ١٢ ) لذلك فالعدد ( ١٢ ) يُعد عدداً ناقصاً والعدد ( ٦ ) يعتبر عدداً كاملاً ذلك لانه يساوي مجموع معدوداته التي هي ١ ، ٢ ، ٣ وبالمثل العدد ٢٨ فهو كامل ايضاً ، ان الاعداد الكاملة قليلة لكنها تنصف بالترتيب والنظام فهناك عدد كامل في الاحاد هو ( ٦ ) وعدد كامل واحد في العشرات هو ( ٢٨ ) وعدد كامل في المئات هو ( ٤٩٦ ) واخر في الالوف هو ( ٨١٢٨ ) وجميع هذه الاعداد الكاملة تبدأ

بالرقم ( ٦ ) او ( ٨ ) وعدا ما ذكرناه سابقاً توجد الاعداد ذات الفأل الحسن كالعدد ( ٧ ) ومن الاعداد الاخرى الاعداد المتحابة التي عني بها الاقدمون وانصرف الى استخراجها بعض الرياضيين من العرب والمسلمين قديماً وتمكنت بعض الفئات حديثاً على استخراجها بالنظر لفوائدها من ناحية التطبيق العملي حيث يعتبر كل عددين احدهما يساوي مجموع معدودات الاخر عدديــــن متحابين .

مثال ذلك : —

٢٢٠ ومعدوداته ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ١١ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٤٤ ، ٥٥  
١١٠ التي مجموعها ٢٨٤ والعدد ٢٨٤ الذي معدوداته ١ ، ٢ ، ٤ ، ٧١ ، ١٤٢  
ومجموعها ٢٢٠ ، لذلك فان العددين ٢٢٠ ، ٢٨٤ متحابان . اما الخواص  
الحديثة للاعداد فيمكن الرجوع الى المراجع الرياضية الخاصة بها حيث لا مجال  
لذكرها هنا .

## ٦ - وسائل حل المعادلات : — ( ١ )

لقد تطرق رياضيو الفترة العربية الاسلامية الى حلول المعادلات جهد الامكان فمنهم من توصل الى حل بعض الحالات الخاصة ومنهم من جرب الاسلوب الهندسي ، ومهما يكن فقد توصلوا الى حلول ذات قيمة مهمة في باب الرياضيات الحديثة وهنا سوف نذكر بعض هذه الطرق مع بيان اهمية هذه الطريقة حديثاً حيث تعتبر الطريقة حية لا تزال نلجأ اليها .

## ( اولاً ) حساب الخطأين : —

تعتبر هذه الطريقة من الطرق القديمة التي يظن انها وجدت لأول مرة فسي

Numerical Mathematical Analysis by J. B. Scarborough ( ١ )  
P 188.

الهند، حيث استعملها العرب استعمالاً كثيراً وذلك عند نقلهم العلوم من اللغات الهندية إلى اللغة العربية وتعرف هذه باللغة اللاتينية باسم

Regula duorum falsorum

تستهدف هذه الطريقة استخراج الجذور الحقيقية بصورة تقريبية وهي تتلخص

بما يلي : -

لتفرض ان  $(s_1)$  ،  $(s_2)$  عدنان قريبان بما فيه الكافية

من الجذر  $(s)$  ويقعان على طرفيه في المعادلة  $D(s) = 0$

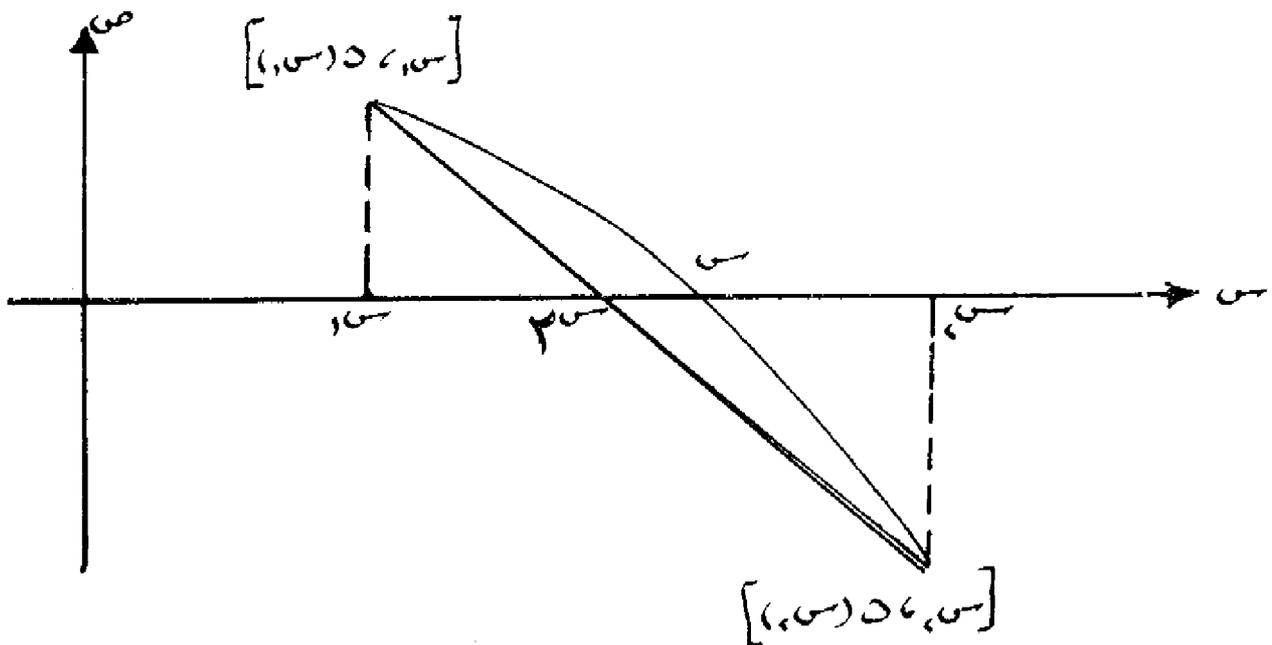
ان نقطة تقاطع الوتر الواصل بين النقطتين  $[s_1, D(s_1)]$  ،  $[s_2, D(s_2)]$

$[s_1, D(s_1)]$  ،  $[s_2, D(s_2)]$  مع محور السينات تمثل الجذر الحقيقي

التقريبين للمعادلة .

$D(s) = 0$  صفر وبفرض ان هذا الجذر  $= s_3$  فانه بالامكان استخراج  $s_3$

كما يلي



$$\frac{+ د (س_١) - س_١ - س_٢}{- د (س_٢) - س_٢ - س_٣} = \frac{+ د (س_١) - س_١ - س_٢}{- د (س_٢) - س_٢ - س_٣}$$

$$\therefore س_٣ [ د (س_١) - د (س_٢) ] = س_١ د (س_٢) - د (س_١) س_٣$$

$$\therefore س_٣ = \frac{س_١ د (س_٢) - د (س_١) س_٣}{د (س_١) - د (س_٢)}$$

ويعتبر هذا الجواب التقريبي الاول لجذر المعادلة الحقيقي وبتكرار العمل مع  $س_١$  ،  $س_٢$  أو مع  $س_٣$  ،  $س_٢$  نحصل على تقريب اخر وهكذا يمكن الحصول على حلول المعادلة للجذور الحقيقية .

مثال : - احسب بموجب طريقة الخطأين وثلث مراتب عشرية قيمة

الجذر الواقع بين ٢ ، ٣ للمعادلة

الحل

نفرض ان الجذر =  $س_٣$

هنا نفرض  $س_١ = ٢$  ،  $س_٢ = ٣$  ،  $د (٢) = ٨$  ،  $د (٣) = ٩$  وبموجب

القاعدة الافة الذكر يكون

$$س_٣ = \frac{س_١ د (س_٢) - د (س_١) س_٣}{د (س_١) - د (س_٢)}$$

$$س_٣ = \frac{٢ (٨) - ٩ (٢)}{٨ - ٩} = ٤,٢٦٩٦$$

(ثانياً) طريقة التناسب او التوسط : -

يمكن الاستفادة من خواص التناسب التي تنص بانه اذا رتب عدة نسب

بحسب كبرها من الاكبر الى الاصغر فان النسبة الحاصلة من مجموع المقدمات الى مجموع التوالي تكون اصغر من اكبر نسبة واكبر من اصغر نسبة - راجع خواص التناسب في كتب الجبر - وبعبارة اخرى يكون

$$\text{اذا } \frac{1}{c} > \frac{1}{d} > \frac{1}{b} \text{ فان } \frac{1}{d} > \frac{1}{b+d} > \frac{1}{c} \text{ واكبر من } \frac{1}{c}$$

$$\text{اي } \frac{1}{c} > \frac{1}{b+d} > \frac{1}{d}$$

ان النسبة المتوسطة هذه تكون قريبة من الجذر التقريبي للمعادلة  $d(x^2 - c) = 0$  (س) صفر وعند تطبيق هذه القاعد على المثال الانف الذكر نجد :-

$$\begin{aligned} 1 &> \frac{1}{2} > \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} &> \frac{1}{2+3} > \frac{1}{3} \\ 2 &> \frac{2}{2+3} > \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$2 > \frac{2}{3} > \frac{2}{5} \text{ حيث يكون الجذر } \frac{2}{5} = 0,4$$

تنسب على ما هو متواتر هذه الطريقة لابن الهيثم وعند تكرار هذه الطريقة

$$\frac{2}{5} = 0,4 \text{ فان الجذر يقع بينهما ويكون}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} &> \frac{2}{5} > \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} &> \frac{2}{5+1} > \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} &> \frac{2}{5} > \frac{2}{5} \end{aligned}$$

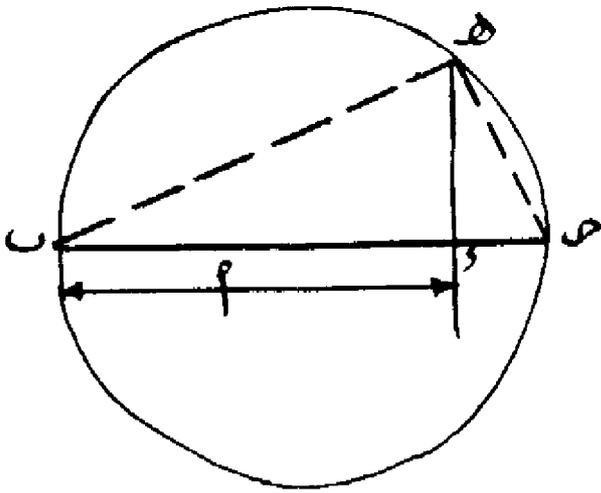
ويكون الجذر التقريبي الثاني بموجب هذه القاعدة  
( ثالثاً ) حلول خاصة : -

الحل الهندسي لمعادلة ناقصة من الدرجة الثانية على صورة  $x^2 = 2$

وحل هذه المعادلة يتلخص بما يلي : -

نرسم دائرة قطرها  $1 + 1 = 2$  مثل  $BC$  ثم نقيم عموداً على هذا القطر من النقطة  $D$  حيث  $BD = 1$  حتى يتقاطع مع محيط الدائرة في  $E$  فيكون طول المستقيم

$DE$  هو قيمة الجذر الحقيقي  $\sqrt{2}$   
البرهان



عندما نصل  $BE$  ،  $BE$  يكون

المثلث  $BDE$  قائم الزاوية في  $E$   
ويكون  $DE$  وسطاً متناسباً بين جزئي  
الوتر  $BE$

أي  $DE^2 = (BD)(BE) = 1 \times 2 = 2$

$\therefore DE = \sqrt{2} = \sqrt{2}$  تحت الجذر

راجع الهندسة المستوية

## ٧ - التسلسل التاريخي لحلول المعادلات :-

في هذا الباب سوف نورد النماذج المختلفة لحلول المعادلات من الدرجة الثالثة والرابعة والانواع الاخرى بحسب تسلسلها التاريخي مع ذكر الرياضيين الذين ساهموا في هذا الباب باختصار وان الداعي لهذا الباب هو شرح مدى اهمية الطريقة العربية الاسلامية ومدى قيمتها للباحث حيث يجد المخارج المختلفة والافكار والتصور الذي بموجبه حاول الرياضيون قديماً . ان هذا الباب يسلا شك مختصر ومن يرغب في المزيد فان عليه ان يرجع الى المراجع الرياضية

ذات العلاقة التي منها ما سنذكره في آخر هذا البحث .

### ( ٧١ ) المعادلات من الدرجة الثالثة والرابعة :-

ربما يكون من اهم الامور التي تميز بها القرن السادس عشر اكتشاف الحل الجبري للمعادلات من الدرجة الثالثة والرابعة وخلاصة القصة لهذا الاكتشاف انه حوالي سنة ١٥١٥ وفي مدينة بولونيا الايطالية حل فيرو Ferro (١٤٦٥ - ١٥٢٦) استاذ الرياضيات في جامعة بولونيا حلاً جبرياً للمعادلة : -

$$x^3 + mx = n$$

هذا من حيث الاساس مستنداً على المصادر العربية الا انه لم يعلن للناس هذا بل اسره فقط الى تلميذه أنيتونيوفيرو Antonio Fire ، الا ان مشادة حدثت مع آخرين اسفرت عن كشف حل جبري آخر للمعادلة .

$$x^3 + px = q$$

وهذا الحل ينسب الى تارتاليا Tartaglia وفي النهاية آلت النتيجة الى نجاح باهر للاستاذ كاردنو Cardene الذي كان يدرس الطب والرياضيات في مدينة ميلان في ايطاليا حيث ألف الاخير كتاباً عظيماً في الجبر اسماء ats magno حيث ورد في هذا الكتاب الحل التالي للمعادلات التكعيبية ذات المجهول الواحد وهو يتلخص بما يلي : -

لنأخذ المتطابقة الآتية :

$$(a-b)^2 = (a-b)^2 + 2ab - (a-b)^2$$

واذا ما انتخبنا ا ، ب  
بحيث :  $2ab = m$  ،  $(a-b)^2 = n$

حيث تكون قيمة المجهول (س) مساوية = ا - ب وعند حل المعادلتين  
الاخيرتين باعتبارهما معادلات انية فيها ا ، ب كمجاهيل ينتج

$$\sqrt{2\left(\frac{2}{p}\right) + \sqrt{\left(\frac{5}{e}\right)} + \left(\frac{5}{e}\right)} = 1$$

$$\sqrt{2\left(\frac{2}{p}\right) + \sqrt{\left(\frac{5}{e}\right)} + \left(\frac{5}{e}\right)} - \sqrt{2} = 1$$

عندئذ تكون قيمة المجهول س = أ - ب حيث نعوض عن م وعن (ب)  
بالافادتين الانفتي الذكر وهذا هو حل (كاردانو) ان هذا الحل يمثل حل المعادلتين  
التكعبية التي تخلو من حد الدرجة الثانية اي انه يمثل حل المعادلة التي على صور

$$س^2 + م س + ن = 0$$

(٧، ٢) حل فيرو :- اننا نلخص هذا الحل بالرموز الحديثة :-

نخذ التحويل  $س = ع - \frac{1}{10}$  الذي به يمكن

تحويل المعادلة من درجة ن والتي على صورة

$$اس^2 + ا١س - 1 + 000 + ا١ = صفر$$

الى معادلة بدلالة ع لكنها تخلو من الحد الذي درجته ن - ١ - يمكن الوجوع  
الى كتب الجبر للاطلاع - وعندما تستعمل هذا التحويل الى المعادلة من الدرجة  
الرابعة الى معادلة تخلو من حد الدرجة الثالثة بمعنى اخوان المعادلة من الدرجة

الرابعة تصبح على الصورة التالية

$$ص = ر + س + ط + ق$$

ومن هذا نحصل على :

$$ص + ط + ق = ط + س + ر - ط - س - ق$$

$$(ص + ط + ق) = ط + س + ر - ط - س - ق$$

وبأخذ كمية اخرى مثل ( ص ) وادخالها في داخل القوس في الخطوة

الاخيرة يحصل

$$(ص + ط + ق) = ط + س + ر - ط - س - ق + ص (ص + ط + ق)$$

$$= (ص + ط + ق) + ص (ص + ط + ق) - ط - س - ق$$

واذ ما انتخبنا قيمة الى ( ص ) بحيث نجعل الطوق الايسر من المعادلة الاخيرة

مربعاً كاملاً فان هذا يتحقق بشرط يكون : -

$$ص = (ص + ط + ق) - (ط + س + ق) - ق$$

الشرط الكافي والضروري لكي تكون المعادلة

$$(ص + ط + ق) = ج + س + ق$$

$$ص = ج + س + ق - (ص + ط + ق)$$

الان المعادلة الاخيرة هي من الدرجة الثالثة ، بدلالا ( ص ) كجهول فيها

وحلها ميسور بموجب الطوق السابقة ومثل هذه القيمة التي تنتجها ا ( ص )

تحول المعادلة الاصلية الى عملية استخراج جذر تربيعي ليس الا .

### ( ٣ ، ٧ ) تعليق حول طرق الحل الاخرى :-

سند ذكر في البند التالي طريقة ( فيتا ) الفرنسي الجنسية وهناك طرق اخرى تنسب الى ديكارت ١٦٣٧ الذي يذكر عادة في معظم كتب نظريات المعادلات يتبين ماسبق ان حل المعادلة من الدرجة الرابعة يقترن بحل المعادلة من الدرجة الثالثة لذلك نجد ان الرياضي الشهير Euler قد جرب المعادلة من الدرجة الخامسة بنفس الاسلوب بان جعل حله يؤول الى حل معادلة من الدرجة الرابعة ولكنه اخفق في تجربته هذه كما فعل الرياضي Lagrange بعد ثلاثين سنة من تجربة ( اويلر ) وفي عام ١٨٠٣ ، ١٠٨٥ ، ١٨١٣ للميلاد قدم الفيزيائي الايطالي P. Ruffine ( ١٧٦٥ - ١٨٢٢ ) برهاناً فحواه ( ان جذور المعادلة العامة من درجة خامسة او اعلى لا يمكن وضعها او تعبيرها بواسطة جذور radicals وبدلالة معاملات المعادلة نفسها )

ان هذا الفحوى حقيقة ممتازة نشرت ١٨٢٤ م من قبل الرياضي Abel ايل ( ١٨٠٢ - ١٨٢٩ ) النرويجي الجنسية وهذا البرهان ممتاز وموجود في كتب الرياضيات التي تتناول حل المعادلات وهو يحتوي على اسماء كثير التي شاركت فيه امثال Bzing , Jatdan , وغيره .

ولكن الغريب يتطلع عليه في كتب تاريخ الرياضيات شدة الاضطهاد للرياضيين الا ان النتيجة يخلص اليها القارئ يجد انهم هم المفلحون في اخر المطاح شأن عاقبه المتقين دنيا واخرة .

### ( ٤ ، ٧ ) فيتا Francis Victa :-

لقد كان فرانسيس فيتا من اعظم الرياضيين الفرنسيين في القرن السادس عشر وكان معروفاً بالنصف الثاني من اسمه وهو فيتا ، كما كان محامياً وعضواً في

المجلس النيابي كما اوقف معظم اوقاته للرياضيات .

وُلد في سنة ١٥٤٠ م في مدينة مونتائين وتوفي في باريس سنة ١٦٠٣ وهناك قصص كثيرة ومشاهدة تدل على عبقريته وقدرته الرياضية العظيمة في حل المعادلات وحل المشاكل التي اشكلت على السلف من الرياضيين حيث كتب كتباً كثيرة تبحث في علم المثلثات والجبر والهندسة وابرزها كتابه المسمى Canon Mathematics reu and triangula سنة ١٥٧٩ وغيرها من الكتب الاخرى التي معظمها طبعت على نفقته الخاصة ووزعت لاهل العلم ، وفي هذه الكتب ابحاث اصلية لاسيما مايتعلق منها بالمثلثات وحل المثلثات المستوية والكروية بمعونه الدوال المثلثية الستة ، حيث اولى اهتمامه الكثير بالمثلثات التحليلية منها مايلي : -

أ - اثبت صحة المتطابقات التالية والتي ذكرها في كتابه المذكور آنفياً

$$حاه = حا (٦٠ + ه) - حا (٦٠ - ه)$$

$$قناه + طناه = طناه \frac{ه}{ه}$$

$$قناه - طناه = طناه \frac{ه}{ه}$$

ب - عبر عن حاه ه بدلالة حاه كدالة

ج - ابتداء باعتبار س<sub>١</sub> = ٢٠٠ فقرب بطريقة (فيتا) جذر المعادلة

$$س^٢ + ٧٠ س = ٦٠٧٥٠$$

د - كذلك استعمل طريقة للحصول على التقريب الثاني س<sub>٢</sub> للمعادلة : -

$$س^٢ + ٧٠ س + ٧٠ س = ٦٠٧٥٠$$

وفيما عدا ذلك استنبط (فيتا) افادات الى حتا ن ه كدالة الى حتا ه عندما  
 $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$  وفي النهاية اقترح حلاً مثلثياً لانواع المعادلات التكعيبية  
 والتي لا يمكن اختصارها .

وفي هذا الصدد يمكن ان نقول بان معظم ما يستعمل من رموز رياضية يعود  
 الفضل في معرفتها الى كل من فيتا ، ديكارت كما ان فيتا استعمل اشارتي زائد  
 و ناقص الا انه لم يكن يعرفه اشارة المساواة = للدلالة على الفرق بين كيتين  
 وفيما عدا ما ذكر فان (فيتا قدم خطوات نظامية لغرض الحصول على التقريب  
 المتتالي لجذرية معادلة وظلت هذه الخطوات تستعمل حتى سنة 1680 م ، إلا  
 ان هذه الخطوات تكون مملة ومضنية عندما تكون المعادلة من درجة عالية .

واليك طريقه فيتا لحل المعادلة مثلاً  $x^3 = 2x + 1$

الحل نفرض (س<sub>1</sub>) جذراً تقريبياً معلوماً لهذه المعادلة حينئذ يمكن وضع

الجذر الذي نبحث عنه بالصورة  $x = s_1 + s_2$  وعند

التعويض عنه في المعادلة الاصلية الانفة الذكر نحصل على

$$(s_1 + s_2)^3 = 2(s_1 + s_2) + 1$$

$$s_1^3 + 3s_1^2s_2 + 3s_1s_2^2 + s_2^3 = 2s_1 + 2s_2 + 1$$

وبما ان (س<sub>2</sub>) كمية صغيرة بما فيه الكفاية لذلك يمكن اهمال (س<sub>2</sub><sup>2</sup>)

لصغره ، عندئذ نحصل على (س<sub>2</sub>) التي هي : -

$$\frac{3x^3 - 2x^2 - 5x + 1}{x^2 + 3}$$

ومن هذا الجذر المحسن الاقرب للصواب يمكن تكرار العمل على هذه الطريقة بغية الحصول على تقريب اكثر دقة وذلك باعتبار

$$\text{الجذر} = x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \dots \text{ وهكذا .}$$

ان الاسلوب الأنف الذكر هو اسلوب ( فيتا ) ولقد استعمله بالفعل لغرض الحصول على جذر تقريبي للمعادلة من الدرجة السادسة التالية : -

$$x^6 + 600x + 191467976 = 0$$

لقد كان فيتا مولعاً في نظريات المعادلات حيث كان يعرف الكثير من الخواص التي نعرفها في الوقت الحاضر ، منها انه كان يعرف التحويل المألوفة لزيادة الجذر بكمية ثابتة او ضربة بثابت ، كما انه كان يعرف كافة الافادات التي تختص بمعاملات المقادير المتعددة الحدود لحد الدرجة الخامسة ، ويعرف ايضاً التحويل الذي يحول المقدار المتعدد الحدود العام وفي مثل هذا التحويل وجد حلاً طيباً منسجماً للمعادلة التكعيبية على صورة : -

$$x^3 + 2x = 1000 \quad (1)$$

وهذا الحل يعتبر حلاً عاماً وهو يتلخص بما يلي : -

$$\text{(اولاً)} \quad \text{ضع } x = \frac{1}{y} - \frac{1}{3y} \text{ وعوضه في المعادلة (1) ينتج}$$

$$ص^3 + ص^2 = ص^2 \quad \text{وهذه معادلة من الدرجة الثانية}$$

المجهول فيها ( ص )

( ثانياً ) نجد قيمة ( ص ) ثم نجد قيمة ( س ) .

اما حل ( فيتا ) للمعادلة من الدرجة الرابعة فهو يشبه الحل الذي قدمه فيراري Ferrari وهو يتخلص بالخطوات التالية : -

١ - لناخذ المعادلة من الدرجة الرابعة التي حذف منها حد الدرجة الثالثة

$$\text{اي المعادلة} \quad ص^4 + ص^3 + ص^2 = ح$$

٢ - ضع المعادلة الاخيرة على الصورة

$$ص^4 + ص^3 + ص^2 - ح = 0$$

٣ - اضع المقدار  $ص^2 + \frac{ص^4}{4}$  الى طرفي المعادلة يحصل

$$\left( \frac{ص^4}{4} + ص^2 \right) + ص^3 - ح = 0$$

٤ - ننتخب قيمة ( ص ) في الخطوة السابقة بحيث يكون الطرف الايسر مربعاً

كاملاً والشروط اللازم لهذا الغرض هو  $ص^2 - ح = 4$  ان يكون :  $ص^2 - ح = 4$

$$ص^4 - حص^2 + 4 = 0$$

وهو معادلة تكعيبية المجهول فيها = ص<sup>2</sup> وعليه نجد ص<sup>2</sup> ثم الجذر التربيعي

لمعرفة ص ثم يكمل الحل .

هذا ش ٢ يسير عن الرياضي ( فيتا ) ومن يرغب في المزيد فعليه بالرجوع

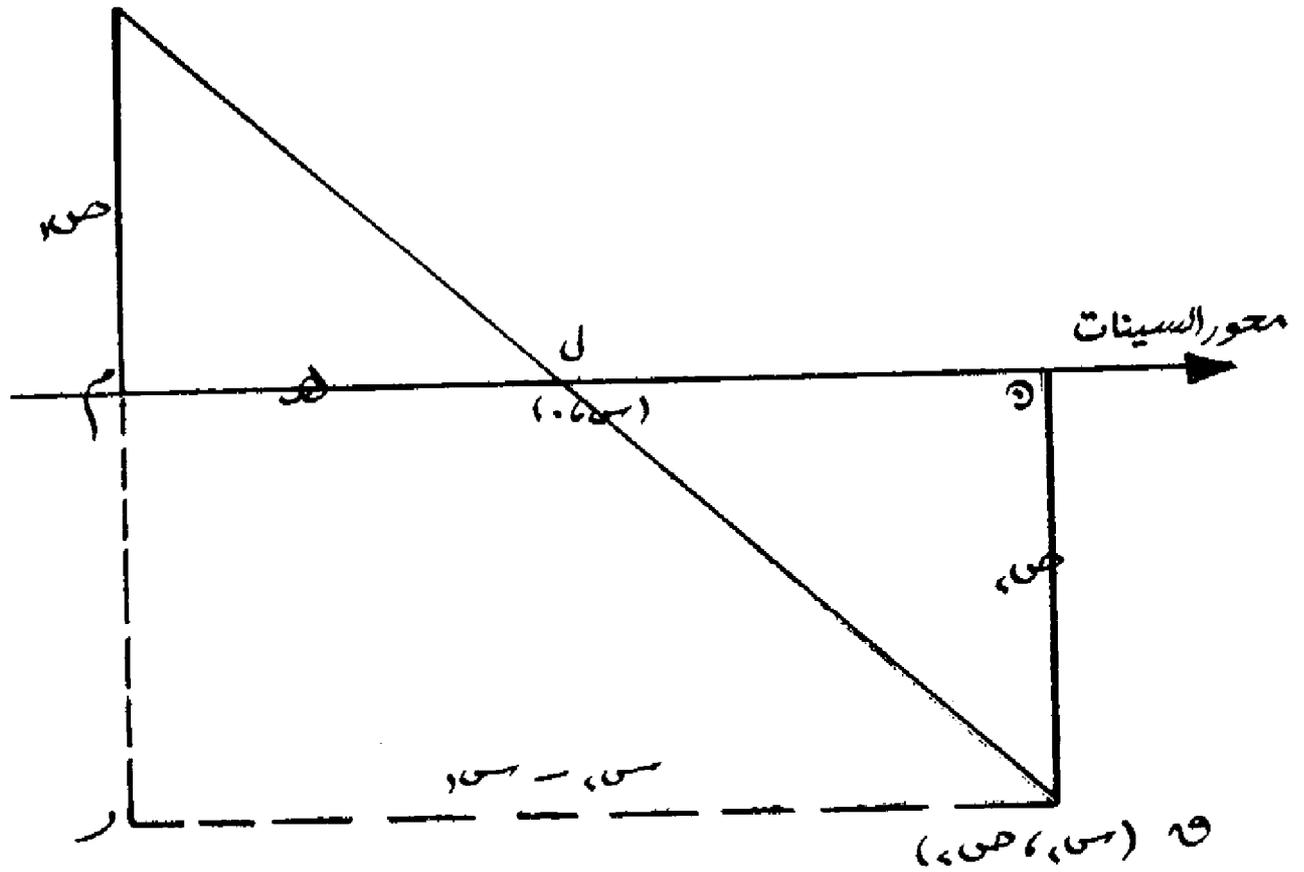
الى كتب الرياضيات الاخرى .

### ( ٧،٥ ) الاسلوب لطريقة حساب الخطأين :-

لقد ذكرنا طريقة حساب الخطأين سابقاً ولكن الاسلوب القديم يتميز ببعض الصعوبات وعدم الانتظام ولهذا السبب وضعت طريقة حساب الخطأين بشكل آخر هو انسب وافضل من حيث التطبيق العلمي في عصرنا الحاضر . وهذا الاسلوب هو كما يلي :-

الشكل التالي يمثل جزء الخط البياني الواصل بين النقطتين ( س<sub>١</sub> ، ص<sub>١</sub> ) و

( س<sub>٢</sub> ، ص<sub>٢</sub> ) . من تشابه المثلثين ط ، ق ، ط م نحصل على :-



$$\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = \frac{ص - ص١}{س - س١} \quad \text{او}$$

حيث  $h = \frac{(s_1 - s_0) | s_1 |}{| s_1 | + | s_0 |} \dots \textcircled{1}$  وعليه فان

الجذر المطلوب استخراجهُ هو : -

$$\textcircled{2} \dots \frac{(s_1 - s_0) | s_1 |}{| s_1 | + | s_0 |} + s_1 = h + s_1 = l + s_1 = s_2$$

حيث هو يدل على العامل المصحح ، لكن هذه القيمة ليست القيمة الحقيقية للجذر لان المستقيم الواصل بين النقطتين ليس خطاً مستقيماً بالواقع الا ان الجواب المستخرج هو الاقرب للصواب الذي هو الجذر الحقيقي

**مثال :** - احسب الجذر الحقيقي مقرباً لخمس مراتب عشرية للمعادلة

التالية مستعملاً طريقة الخطأين الحديثة : -

$$d (s) = s^3 - 2s - 3 = 0 \text{ بعض}$$

**الحل :** - نعد الجدول المختصر التالي الذي فيه يظهر ان قيمة الجذر تنحصر

بين ٢ ، ٣ حيث هو اقرب الى ( ٣ )

س	١	٢	٣	٤
٥ (ص)	١٢ -	٦ -	٣ -	١ -

نرجع إلى القاعدة (١)  
ونهيًا للجدول الاتي :-  
مع التصحيحات

$$٧٤ = \frac{٦ \times ١}{٨٢} = \text{التصحيح الاول} = ٧٤$$

$$\text{(أولاً)} \quad \frac{٥}{٦} - \frac{٣}{٤}$$

$$\text{التقريب الاول للجذر} = ٧٤ + ٢ = ٧٦$$

$$\frac{٢}{١} - \frac{٢}{٨٢}$$

$$٤٤ = \frac{٤ \times ١}{٩} = \text{٤٤}$$

$$\text{(ثانياً)} \quad ٧ - ٤ = ٣$$

$$\text{التقريب الثاني للجذر} = ٧٦ + ٤ = ٨٠$$

$$\frac{٨}{١} - \frac{٥}{٩}$$

$$٧ = \frac{٦ \times ١}{٨٧} = \text{٧}$$

$$\text{(ثالثاً)} \quad ٧٤ - ٦ = ٦٨$$

$$\text{التقريب الثالث للجذر} = ٨٠ + ٧ = ٨٧$$

$$\frac{٧}{١} - \frac{٨}{٨٧}$$

$$٤٦ = \frac{٤٩ \times ١}{٨٤} = \text{٤٦}$$

$$\text{(أربعاً)} \quad ٦٨ - ٧ = ٦١$$

$$\text{التقريب الرابع للجذر} = ٨٧ + ٤٦ = ١٣٣$$

$$\frac{١٣}{١} - \frac{٤٥}{٨٤}$$

$$= ١٣٣$$

ملاحظة :- من الضروري استعمال جداول اللوغاريتمات في مثل هذه الاسئلة

### طريقة عمر الخيام لحل المعادلة التكعيبة (١)

تتلخص الخطوات الهندسية التي اتبعها عمر الخيام في حل المعادلة من الدرجة

الثالثة ذات المجهول الواحد بما يلي :-

(١) مقدمة في تاريخ الرياضيات تأليف هوارد إيف ص ٢٠٤



هندسياً وارسم مستقيماً مثل بَ جَ بحيث طوله يساوي ( ج ) ومن هذا ارسم

أَح = أَب + بَح وعلى أَجَ ارسم نصف دائرة

باعتبار أَجَ قطراً لها .

٤ - اقم عموداً على أَجَ من النقطة بَ ومدوه على استقامته حتى يتقاطع مع محيط نصف الدائرة عند ( د ) .

٥ - على بَ هَ بحيث يساوي بَ ومن ( ج ) ارسم هَ ف موازياً أَجَ .

٦ - عين النقطة ( ع ) على المستقيم بَ جَ بحيث يكون

$$\frac{بَ هَ (أَب)}{هَ د} = بَ ع$$

٧ - اكمل رسم المستقيم د ت ع ط باعتبار بَ ع ، بَ د معلمين وبهذا تتعين النقطة ( ط )

٨ - ارسم قطع زائد قائم مساراً بالنقطة ( ط ) وباعتبار هَ ف ، د هَ خطين محاذيين له ثم عين نقطة تقاطع هذا القطع مع محيط نصف الدائرة ولتكن ( ق )

٩ - من النقطة ( ق ) ارسم مستقيماً مثل ق ل موازياً د هَ وافرض تقاطع تقاطعه مع هَ ف هي ( ك ) ومع بَ جَ هي ( ل ) عندئذ يكون الجذر المطلوب وهو ( بَ جَ ) وهو المطلوب .

ولاجل بوهان ماسبق ينبغي للقارئ بوهنة الخطوات التالية بالتتابع : -

$$١- (هك) (ل ه) = (كع) (ه د) = (ب ه) (أ ب)$$

$$٢- (ت ل) (ل ه) = (ل ه) (أ ل)$$

$$٣- (ل ه) = (أ ل) (ل ه)$$

$$٤- \frac{ل ه}{أ ل} = \frac{(ل ه)}{(أ ل)} = \frac{(ب ه)}{(ك ل)}$$

$$٥- (ب ه) (أ ل) = (ك ل) (ل ه)$$

$$٦- (ب ل) = \frac{ل ه}{ك د} + (ب ل) (ه د)$$

$$٧- (ب ل) = (أ ل) + (ب ل) (ه د) + (ب ل) (ه د)$$

رشيد الصالحى

## المراجع

- ١ - تاريخ العلم ودور العلماء العرب في تقدمه للدكتور عبد الحلیم منتصر  
دار الفكر -- القاهرة - ١٩٦٩
- ٢ - شمس العرب تسطع على الغرب للدكتور هـ زغريد هونكه ترجمة  
فاروق بیضون - کمال دسوقي ١٩٦٤ بیروت
- ٣ - العلم عند العرب تألیف الدومیللي ترجمة الدكتور عبد الحلیم النجار  
والدكتور محمد یوسف موسى - القاهرة ١٩٦٢
- ٤ - Introduction to the history of Mathematics by Howard  
Ever, New york. 1956
- ٥ - تراث العرب فی الرياضیات والفلك قدري حافظ طوقان
- ٦ - اصول الرياضیات بوتراند رسل وترجمة الدكتور محمد مرسى ودكتور  
احمد الالهواني - دار المعارف - مصر ١٩٦١
- ٧ - نظریة الاعداد وتاریخها ترجمة الاستاذ محي الدين یوسف والدكتور  
محمد واصل الظاهر
- ٨ - Numerical Mathematical Analysis by J. B. Scarborough -  
P 188, New york . 1964
- ٩ - مجلة كلية الاداب - جامعة بغداد العدد الخامس ١٩٦٢ ص ٣٨٦
- ١٠ - مجلة كلية الاداب - جامعة بغداد العدد السادس ١٩٦٣ ص ١٩٩