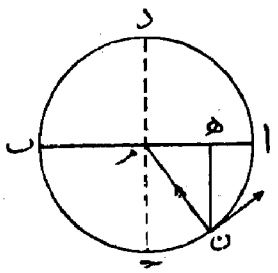
# الباب التاسع

## المبادئ الاساسية فى النظرية الموجية

### ١٧٩ — الحركة الدورية البسيطة

اذا فرضنا أن نقطة مثل ن شكل (١٥٢) تتحرك بسرعة منتظمة حول محيط دائرة وأسقطنا منها العمود ن هـ على القطر ا ب فان حركة النقطة هـ على المستقيم ا ب تسمى حركة دورية بسيطة أو حركة توافقية بسيطة [١] والدائرة التى تدور حولها نقطة ن تسمى دائرة الاسناد [٢] واذا فرضنا أن نقطة ن تدور حول الدائرة فى عكس اتجاه حركة عقربى الساعة وابتدأت فى الدوران من نقطة حـ فان النقطة هـ وهى التى تتحرك الحركة الدورية البسيطة تأخذ فى التحرك من مـ على المستقيم ا ب قاصدة الى نقطة ا. حتى اذا بلغت ن على محيط دائرة الاسناد نقطة ا بلغت هـ أيضاً هذه النقطة . فاذا استمرت ن فى الحركة أخذت هـ تعود نحو مـ حتى اذا وصلت ن على دائرة الاسناد نقطة د وصلت هـ نقطة مـ قاصدة الى ب . فاذا استمرت ن فى الحركة على القوس د ب سارت هـ متحركة نحو ب حتى اذا بلغت ن على دائرة الاسناد نقطة ب تكون هـ قد بلغت هذه النقطة أيضاً . فاذا استمرت ن فى الحركة على القوس ب حـ أخذت هـ تعود نحو مـ . واذا وصلت ن على دائرة الاسناد نقطة حـ كانت هـ عند مـ وأخذت تعيد سيرتها الأولى



( شكل ١٥٢ )

فالنقطة هـ فى الشرح السابق تبتدىء فى الحركة من المركز مـ نحو اليمين الى ا ثم تعود الى المركز وتتحرك نحو اليسار الى ب ثم تعود الى المركز مرة أخرى وهكذا . فأقصى مدى تبلغه هـ بعيداً عن

---

(١) Simple Harmonic Motion أو Simple Periodic Motion

(٢) Circle of Reference

المركز هو مـ نحو اليمين ، مـ ب نحو اليسار و يسمى هذا مدى الحركة الدورية أو الحركة التوافقية البسيطة و يعرف عادة « باتساعها »[١] و يساوى نصف قطر دائرة الاسناد . و يسمى البعد بين هـ ، مـ فى أية لحظة « الازاحة »[٢] فى هذه اللحظة . و تسمى المدة الزمنية التى تستغرقها هـ فى عمل دورة كاملة أى فى التحرك من مـ الى ا الى ب ثم الى مـ مرة أخرى مدة الذبذبة[٣] أو دور الحركة و تساوى طبعاً المدة التى تستغرقها النقطة ن فى عمل دورة كاملة حول دائرة الاسناد

واذا رمزنا للسرعة الزاوية لنقطة ن على دائرة الاسناد بالحرف و واعتبرنا ن قد ابتدأت فى الحركة من نقطة حـ فان الزاوية التى تتحرك خلالها نقطة ن حول دائرة الاسناد فى زمن قدره ز ( وهى زاوية حـ مـ ن فى الشكل ) تكون و ز وتسمى زاوية الطور[٤]

واذا رمزنا لنصف قطر دائرة الاسناد بالحرف ا وللازاحة مـ هـ بالحرف س فان

س = ا جا و ز

وتكون الازاحة س موجبة أو سالبة تبعاً لقيمة الزاوية و ز . فاذا كانت الزاوية تساوى أى مقدار بين صفر ، ط أو بين ٢ ط ، ٣ ط الخ كانت الازاحة موجبة وعلى يمين نقطة مـ فى الشكل أما اذا كانت تساوى أى مقدار بين ط ، ٢ ط أو ٣ ط ، ٤ ط الخ فتكون سالبة أى على اليسار من نقطة مـ

ولايجاد سرعة هـ بعد البرهة ز من الزمن نرى أن السرعة الخطية للنقطة ن حول دائرة الاسناد تساوى ا و واتجاهها فى اتجاه المماس المرسوم للدائرة . واذن سرعة هـ على المستقيم ا ب تساوى مركبة ا و فى الاتجاه الموازى للمستقيم ا ب فتكون سرعة هـ على المستقيم ا ب فى اللحظة المذكورة هى ا ، جتا ، ز وتكون موجبة أو سالبة تبعاً لقيمة الزاوية ، ز . وتبلغ أقصى قيمتها وهى ا ، فى الاتجاه الموجب حيث تكون الزاوية ، ز صفراً أو ٢ ط الخ وفى هذه الحالة تكون نقطة هـ عند مـ و متجهة نحو ا أى تكون الازاحة صفراً والحركة موجبة. وتبلغ السرعة أقصى قيمتها فى الاتجاه السالب حيث تكون ، ز مساوية ط أو ٣ ط الخ وفى هذه الحالة تكون نقطة هـ عند مـ

---

(١) Amplitude

(٢) Displacement

(٣) Period

(٤) Phase

أيضاً ولكنها تكون متجهة نحو ب أى تكون الازاحة صفراً والحركة سالبة . كذلك نرى السرعة تعدم وتكون صفراً عندما يكون و ن مساويا $\frac{ط}{٢}$ أو $\frac{٥ ط}{٢}$ أو $\frac{٩ ط}{٢}$ الخ وفى هذه الحالة تكون الازاحة عند نهايتها العظمى فى الاتجاه الموجب ، أو عند ما يكون و ن مساويا $\frac{٣ ط}{٢}$ أو $\frac{٧ ط}{٢}$ الخ وفى هذه الحالة تكون الازاحة عند نهايتها العظمى فى الاتجاه السالب

ولايجاد عجلة ه فى اللحظة نفسها ( أى بعد البرهة ن من الزمن ) فان نقطة ن لتحركها بسرعة منتظمة حول محيط دائرة الاسناد تكون متحركة بعجلة نحو مركز الدائرة تساوى مربع سرعتها الخطية حول محيط الدائرة مقسوماً على نصف قطر الدائرة أى تساوى $\frac{ا^٢ و^٢}{ا} = ا و^٢$ واذن عجلة ه على استقامة ا ب تكون مركبة المذكورة فى اتجاه ا ب واذن تكون عجلة ه فى اللحظة المذكورة $= ا و^٢$ حا و ن . ويتضح من الشكل أن هذه العجلة يكون اتجاهها نحو المركز فاذا كانت الازاحة على يمين نقطة مـ أى كانت موجبة فان العجلة تكون سالبة . والعجلة تتناسب تناسباً طردياً والازاحة

ويمكن استخراج قيمة كل من السرعة والعجلة فى أية لحظة بتقدير التفاضل فالازاحة فى أية لحظة هى

$$س = ا \text{ جا } و ن$$

$$\therefore \frac{د س}{د ن} = ا و \text{ جتا } و ن \quad \text{وتساوى السرعة}$$

$$\text{و} \frac{د^٢ س}{د ن^٢} = - ا و^٢ \text{ جا } و ن \quad \text{« العجلة}$$

ويلاحظ أن العجلة

$$\frac{د^٢ س}{د ن^٢} = - و^٢ س \quad \ldots\ldots \quad (١)$$

وهذه المعادلة هى الدالة على الحركة الدورية البسيطة . واذن اذا تحركت نقطة حركة مستقيمة بحيث تكون العجلة فى أية لحظة متناسبة والازاحة عن نقطة ثابتة نسميها المركز ، وفى الاتجاه المضاد ، كانت حركة هذه النقطة حركة دورية بسيطة . وتكون مدة دورتها مساوية $\frac{٢ ط}{و}$

## ١٨٠ — محصلة حركتين دوريتين بسيطتين فى اتجاهين متعامدين مدتاهما واحدة

الحركة الحاصلة تختلف تبعاً لاختلاف اتساع الاهتزازة والطور . فاذا أخذنا محورين متعامدين واعتبرنا نقطة الاصل مركز الحركة فى كل واعتبرنا احداهما على احد المحورين وليكن السينى وكانت ازاحتها فى أية لحظة

$$س = أ \text{ حا } هـ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (١)$$

باعتبار أن أ اتساع الاهتزازة ، $هـ$ زاوية الطور وتساوى $و \, ن$ فيما سبق . ثم اعتبرنا الأخرى على المحور الآخر وليكن الصادى وكانت ازاحتها فى اللحظة المذكورة

$$ص = ب \text{ حا } (هـ + ى) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (٢)$$

باعتبار أن ب اتساع الاهتزازة ، $ى$ فرق الطور بين الحركتين

نرى من المعادلة ( ٢ ) أن

$$ص = ب ( \text{حا } هـ \text{ جتا } ى + \text{جتا } هـ \text{ حا } ى )$$

فاذا عوضنا بدلا من حا $هـ$ ، جتا $هـ$ قيمتيهما المستخرجتين من المعادلة ( ١ ) ينتج أن

$$ص = ب \left( \frac{ص}{أ} \text{ جتا } ى + \sqrt{١ - \frac{ص^٢}{أ^٢}} \text{ حا } ى \right)$$

$$\therefore \left( ص - \frac{ب}{أ} س \text{ جتا } ى \right)^٢ = ب^٢ \left( ١ - \frac{س^٢}{أ^٢} \right) \text{ حا}^٢ ى$$

ومنه يتضح أن

$$\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} - \frac{٢ س ص}{أ ب} \text{ جتا } ى = \text{ حا}^٢ ى \quad \ldots\ldots \quad (٣)$$

وهذه المعادلة تدل على مسير الدقيقة اذا وقعت عليها فى وقت واحد الحركتان الدوريتان البسيطتان المتعامدتان . وهى معادلة القطع الناقص . فتكون محصلة الحركتين الدوريتين البسيطتين اذا كانتا متعامدتين قطعاً ناقصاً معادلته المعادلة المذكورة غير أن القطع الناقص

قد يتحول الى مستقيم أو دائرة كما يتبين من الحالات الخاصة التى نراعيها فيما يلى

( أولا ) اذا كان فرق الطور بين المركبتين صفراً

فى هذه الحالة تكون ى فى المعادلة ( ٣ ) صفراً

واذن $\frac{س^{٢}}{ا^{٢}} - \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} =$ صفراً وهذه معادلة الخط المستقيم

فالمحصلة فى هذه الحالة تكون حركة دورية بسيطة على خط مستقيم واتجاهها يصنع مع المحور السينى زاوية ظلها

$\frac{ص}{س} = \frac{ب}{ا}$ كالمبين بالرسم الأعلى فى شكل (١٥٣)

وكذلك تكون الحال اذا كان فرق الطور ٢ ط أو ٤ ط الخ

( ثانياً ) اذا كان فرق الطور ط

وفى هذه الحالة تتحول المعادلة ( ٣ ) الى المعادلة

$\frac{س^{٢}}{ا^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} =$ صفراً وهذه معادلة خط مستقيم

فالمحصلة تكون حركة دورية بسيطة فى خط مستقيم يصنع مع المحور السينى زاوية ظلها

$\frac{ص}{س} = -\frac{ب}{ا}$

كما هو مبين بالرسم الأوسط فى شكل (١٥٣)

وكذلك تكون الحال اذا كان فرق الطور ٣ ط أو ٥ ط الخ

( ثالثاً ) اذا كان فرق الطور قائمة

وفى هذه الحالة تتحول المعادلة ( ٣ ) الى المعادلة

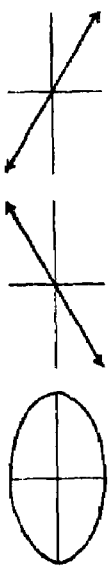
$\frac{س^{٢}}{ا^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

وهذه معادلة قطع ناقص ينطبق محوراه على المحورين السينى والصادى كما هو مبين بالرسم الاخير فى شكل (١٥٣)

فاذا كان اتساع الاهتزازة واحداً فى المركبتين تحولت المعادلة الى الصورة الآتية

$س^{٢} + ص^{٢} = ا^{٢}$

وهذه معادلة الدائرة



( شكل ١٥٣ )

## ١٨١ — محصلة حركتين دوريتين بسيطتين فى استقامة واحدة ومدتاهما واحدة

المحصلة فى هذه الحالة تختلف هى أيضاً تبعاً لاختلاف الاتساع والطور فاذا اعتبرنا الازاحة فى أية لحظة فى احداهما

$$س_1 = ا_1 \, حا(و\, ن - ى_1)$$

وفى الاخرى

$$س_2 = ا_2 \, حا(و\, ن - ى_2)$$

كانت الازاحة الكلية فى اللحظة نفسها

$$س = ا_1 \, حا(و\, ن - ى_1) + ا_2 \, حا(و\, ن - ى_2)$$

$$= ا_1 (حا\, و\, ن \, حتا\, ى_1 - حتا\, و\, ن \, حا\, ى_1) + ا_2 (حا\, و\, ن \, حتا\, ى_2 - حتا\, و\, ن \, حا\, ى_2)$$

$$= حا\, و\, ن (ا_1 \, حتا\, ى_1 + ا_2 \, حتا\, ى_2) - حتا\, و\, ن (ا_1 \, حا\, ى_1 + ا_2 \, حا\, ى_2)$$

فاذا اعتبرنا

$$ا_1 \, حتا\, ى_1 + ا_2 \, حتا\, ى_2 = ا \, حتا\, ى \quad .... (١)$$

و $ا_1 \, حا\, ى_1 + ا_2 \, حا\, ى_2 = ا \, حا\, ى$ .... (٢)

تكون الازاحة الكلية

$$س = ا \, حا\, و\, ن \, حتا\, ى - ا \, حتا\, و\, ن \, حا\, ى$$

$$= ا \, حا(و\, ن - ى) \quad .... (٣)$$

فالمحصلة فى هذه الحالة تكون مستقيمة مدتها كمدة كل من المركبتين واتساعها ا تستخرج قيمته من المعادلتين (١) و (٢). فاذا ربعنا كلا منهما ثم أضفنا أحد الناتجين الى الآخر ينتج أن

$$ا^2 = ا_1^2 + ا_2^2 + 2 ا_1 ا_2 (حتا\, ى_1 \, حتا\, ى_2 + حا\, ى_1 \, حا\, ى_2)$$

$$= ا_1^2 + ا_2^2 + 2 ا_1 ا_2 \, حتا(ى_1 - ى_2) \ldots . (٤)^{(1)}$$

وقيمة الزاوية ى فى المعادلة (٣) تستخرج هى أيضاً من المعادلتين (١) و (٢) حيث

(١) قيمة $ا^2$ واحدة سواء اكانت $ى_1$ اكبر من $ى_2$ أو أصغر منها وفى الحالة الثانية يكون طور الحركة الاولى سابقا

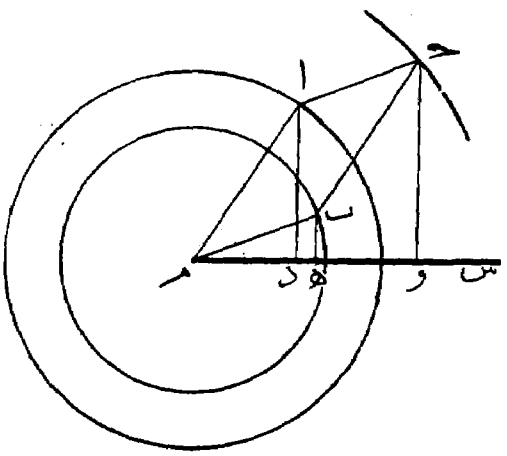
ينتج بقسمة الثانية على الاولى أن

$$\text{ظا}\,\omega = \frac{ا_1\,\text{حا}\,\omega_1 + ا_2\,\text{حا}\,\omega_2}{ا_1\,\text{حتا}\,\omega_1 + ا_2\,\text{حتا}\,\omega_2} \quad \ldots\ldots (٥)$$

## ١٨٢ — الطريقة الهندسية لايجاد المحصلة

ويمكن استخراج المحصلة فى الحالة السابقة بطريقة هندسية

ولذلك نفرض أن نصف قطر دائرة الاسناد فى احدى الحركتين مـ ا شكل ( ١٥٤ ) بحيث تكون الحركة الدورية البسيطة حركة نقطة د على المستقيم مـ س عند ما تدور نقطة ا حول المحيط وعند ما يكون ا د عمودياً على مـ س . ولنفرض أن نصف قطر دائرة الاسناد فى الأخرى مـ ب بحيث تكون الحركة الدورية البسيطة حركة نقطة هـ على المستقيم مـ س عند ما تدور نقطة ب حول المحيط وعند ما يكون ب هـ عمودياً على مـ س . فاذا كانت مدة الدورة واحدة فى



( شكل ١٥٤ )

الحالتين فان السرعة الزاوية لنقطتى ا ، ب تكون واحدة . واذا فرضنا أن هناك اختلافاً فى الطور بين الحركتين فان المستقيمين مـ ا ، مـ ب لا يكون أحدهما منطبقاً على الآخر . وتكون الزاوية ا مـ ب هى فرق الطور بينهما

من هذا يتبين انه اذا رسم متوازى الاضلاع مـ ا حـ ب وجعلناه يدور بسرعة زاوية منتظمة حول نقطة مـ فان حركة نقطة سقوط العمود من ا على المستقيم مـ س تمثل احدى الحركتين وحركة نقطة سقوط العمود من ب تمثل الاخرى . فاذا مثل شكل (١٥٤) موضعى ا ، ب على دائرتى الاسناد بحيث تكون زاوية ا مـ س مساوية ( $\omega$ — $\omega_1$ ) وتكون زاوية ب مـ س مساوية ( $\omega$ — $\omega_2$ ) فان الازاحة فى الحركة الأولى فى اللحظة المذكورة تكون مـ د والازاحة فى الثانية فى اللحظة نفسها تكون مـ هـ وتكون الازاحة الكلية

م د + م هـ

فاذا أسقطنا من ح العمود حو على م س فان

م د = هـ و

∴ الازاحة الكلية تكون

هـ و + م هـ = م و

فتكون محصلة الحركتين هى حركة و على المستقيم م س عند دوران متوازى الاضلاع، وهى حركة دورية بسيطة نصف قطر دائرة اسنادها م ح ويساوى هذا اتساعها (وهو قطر متوازى الأضلاع) فاذا رمز له بالحرف ا ورمز لنصف القطر م ا بالرمز $ا_1$ ولنصف القطر م ب بالرمز $ا_2$ وللفرق فى الطور بين الحركتين المتعامدتين وهى زاوية ا م ب بالمقدار $(ى_2 - ى_1)$ يتضح أن

$$ا^2 = ا_1^2 + ا_2^2 + 2 ا_1 ا_2 \text{ حتا } (ى_2 - ى_1)$$

ويتضح من الشكل أيضاً أن

$$ا_1 \text{ حا } \angle ا م س + ا_2 \text{ حا } \angle ب م س = \text{حو}$$

$$\therefore \quad ا_1 \text{ حا } (و\,ن - ى_1) + ا_2 \text{ حا } (و\,ن - ى_2) = ا \text{ حا } \angle \text{ح م س}$$

وكذلك $ا_1$ حتا $(و\,ن - ى_1) + ا_2$ حتا $(و\,ن - ى_2) = ا$ حتا $\angle$ ح م س

وزاوية ح م س هى طور المحصلة فاذا رمز لها بالمقدار $(و\,ن - ى)$ فان

$$\frac{ا_1 \text{ حا } (و\,ن - ى_1) + ا_2 \text{ حا } (و\,ن - ى_2)}{ا_1 \text{ حتا } (و\,ن - ى_1) + ا_2 \text{ حتا } (و\,ن - ى_2)} = \frac{\text{حا } (و\,ن - ى)}{\text{حتا } (و\,ن - ى)}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{حا } و\,ن\,(ا_1 \text{ حتا } ى_1 + ا_2 \text{ حتا } ى_2) - \text{حتا } و\,ن\,(ا_1 \text{ حا } ى_1 + ا_2 \text{ حا } ى_2)}{\text{حتا } و\,ن\,(ا_1 \text{ حتا } ى_1 + ا_2 \text{ حتا } ى_2) + \text{حا } و\,ن\,(ا_1 \text{ حا } ى_1 + ا_2 \text{ حا } ى_2)}$$

$$= \frac{\text{حا } و\,ن \text{ حتا } ى - \text{حتا } و\,ن \text{ حا } ى}{\text{حتا } و\,ن \text{ حتا } ى + \text{حا } و\,ن \text{ حا } ى}$$

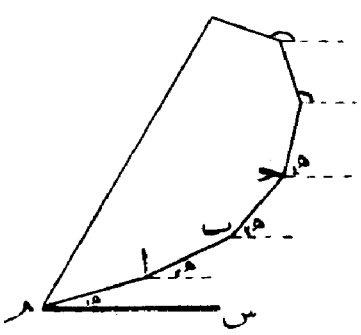
وبالمقابلة بين الطرفين يتضح أن

$$\text{طا}_{\text{ى}} = \frac{ا_{١}\,\text{حا}_{\text{ى}_{١}} + ا_{٢}\,\text{حا}_{\text{ى}_{٢}}}{ا_{١}\,\text{حتا}_{\text{ى}_{١}} + ا_{٢}\,\text{حتا}_{\text{ى}_{٢}}}$$

ويتضح مما سبق أن اتساع المحصلة وطورها يمكن ايجادهما بتطبيق قانون متوازى الاضلاع فاذا رمزنا لزاوية الطور مقيسة بالنسبة الى المستقيم مـ س بالرمز $\text{ه}_{١}$ فى احدى الحركتين وبالرمز $\text{ه}_{٢}$ فى الثانية فلايجاد اتساع المحصلة وطورها نرسم مـ ا (شكل ١٥٤) بحيث يصنع مع مـ س زاوية قدرها $\text{ه}_{١}$ ويكون مساوياً اتساع الحركه الأولى ونرسم مـ ب بحيث يصنع مع مـ س زاوية قدرها $\text{ه}_{٢}$ ويكون مساوياً اتساع الثانية ونكمل متوازى الأضلاع فيكون قطره مـ حـ اتساع المحصلة وتكون الزاوية التى يصنعها مع مـ س طورها ويمكن أن نرسم مـ ا كما فى الحالة الأولى ثم نرسم من ا المستقيم ا حـ مساوياً اتساع الثانية بحيث يعمل مع المستقيم المرسوم من ا موازياً للمستقيم مـ س زاوية قدرها $\text{ه}_{٢}$ فيكون المستقيم مـ حـ اتساع المحصلة والزاوية التى يصنعها مع مـ س طورها

## ١٨٣ — محصلة عدة حركات دورية بسيطة ذات مدة واحدة وفى استقامة واحدة

والطريقة الهندسية السابقة تصلح لايجاد محصلة عدة حركات دورية فى استقامة واحدة حين تكون المدة فيها جميعاً واحدة . فاذا رمزنا للاتساع فى هذه الحركات بالرموز $ا_{١}$ ، $ا_{٢}$ ، $ا_{٣}$ الخ ولزوايا الطور بالرموز $\text{ه}_{١}$ ، $\text{ه}_{٢}$ ، $\text{ه}_{٣}$ الخ بالترتيب نرسم مـ ا (شكل ١٥٥) بحيث يمثل طوله المقدار $ا_{١}$ وبحيث يصنع مع مـ س زاوية قدرها $\text{ه}_{١}$ ثم من نقطة ا نرسم المستقيم اب بحيث يمثل طوله المقدار $ا_{٢}$ وبحيث يصنع مع المستقيم الرسوم من ا موازياً للمستقيم مـ س زاوية قدرها $\text{ه}_{٢}$ وهكذا



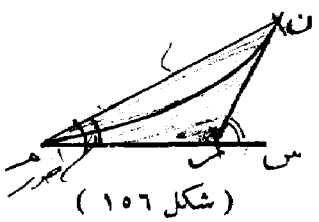
(شكل ١٥٥)

فيكون المستقيم الواصل بين نقطة مـ ونهاية آخر مستقيم مرسوم بالكيفية السابقة هو الذى يمثل اتساع المحصلة وتكون

الزاوية التى يصنعها مع مـ س هى طور هذه المحصلة . فاتساع محصلة الحركتين الأولى والثانية يمثل فى المقدار بالمستقيم مـ ب وطور هذه المحصلة الزاوية التى يصنعها المستقيم مـ ب مع مـ س فاذا ركبت هذه المحصلة والحركة الثالثة كان اتساع محصلتهما وهى محصلة الحركات الثلاث هو مـ حـ وطورها الزاوية التى يصنعها مـ حـ مع مـ س وهكذا

## ١٨٤ — منحنى الاهتزازة ودائرة الاهتزازة

واذا فرضنا فى المثال السابق أن الحركات الدورية التى يراد تحصيلها كثر عددها فكونت سلسلة متتالية وكان الفرق فى الطور بين كل واحدة وما يليها صغيراً متغيراً باستمرار تحول الشكل المكون من الخطوط المستقيمة المختلفة مـ ا ، ا ب ، ب حـ الخ فى النهاية الى منحن كالمنحنى المبين بشكل (١٥٦) يسمى «منحنى الاهتزازة»[1] وتكون أطوال الاجزاء التفاضلية منه (اى اطوال عناصره) ممثلة فى المقدار اتساعات الحركات التى يراد تحصيلها فاذا فرضنا أن الجزء التفاضلى من طول المنحنى عند نقطة ن يمثل اتساع الحركة النونية من



( شكل ١٥٦ )

سلسلة الحركات المفروضة ورسمنا المماس ن ر فان طور هذه الحركة يكون زاوية ن ر س وتكون محصلة الحركات التى تتغير أطوارها من قيمة الصفر الى هذه القيمة اتساعها مـ ن وطورها زاوية ن مـ س

واذا فرضنا أن السلسلة المتتالية من الحركات متساوية الاتساع والفرق فى الطور بين كل واحدة وما يليها ثابت فان المستقيمات مـ ا ، ا ب ، ب حـ الخ من شكل (١٥٥) تكون أضلاعاً من مضلع منتظم يمكن رسمه داخل دائرة فاذا كثر عددها وكان الفرق فى الطور بين الواحدة والاخرى صغيراً تحول المضلع المنتظم فى النهاية الى دائرة تسمى « دائرة الاهتزازة »[2]

فاذا راعينا سلسلة من الحركات عددها ن تمثل بالترتيب بالأجزاء التفاضلية من القوس مـ ن (شكل ١٥٧) ورسمنا المماس ن ر فان زاوية ن ر س تساوى طور الحركة النونية ولنرمز له بالحرف هـ والمستقيم مـ ن يمثل اتساع المحصلة كما أن زاوية ن مـ س تمثل طور هذه المحصلة

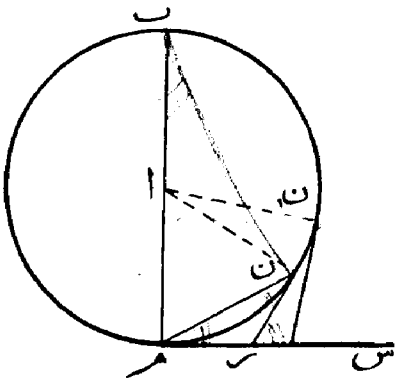
---

(١) Vibration Curve (٢) Vibration Circle

ولنرمز له بالحرف ء . فاذا فرضنا أن نقطة ا مركز الدائرة ورسمنا القطر مـ ا ب

يتضح من الشكل أن زاوية ن مـ س = زاوية ن ب مـ

$= \frac{1}{2}$ زاوية ن ا مـ



( شكل ١٥٧ )

وبما أن زاوية ن مـ س = زاوية مـ ن ر

و « ن ر س = زاوية ن مـ س

+ زاوية مـ ن ر

∴ ∠ ن ر س = ٢ ∠ ن مـ س

∴ ء $= \frac{1}{2}$ هـ

واذن سلسلة الحركات الدورية المتساوية الاتساع والتى يتغير طورها بانتظام من صفر الى هـ تكون طور محصلتها نصف طور الأخيرة أو المتوسط العددى لطورى الاولى والأخيرة

وبالرمز لنصف قطر الدائرة بالرمز س فان اتساع المحصلة وهو

مـ ن = ٢ س حا ∠ ن ب مـ

$= ٢ س حا ء = ٢ س حا \frac{هـ}{٢}$

فاذا أخذنا حالات خاصة وفرضنا أن سلسلة الحركات تتغير أطوارها من صفر الى $\frac{1}{2}$ ط كان طور المحصلة $\frac{ط}{٤}$ واتساعها $س \sqrt{٢}$

واذا تغيرت أطوارها من صفر الى ط كان طور المحصلة $\frac{ط}{٢}$ واتساعها ٢ س أما اذا تغيرت أطوارها من صفر الى ٢ ط كان اتساع المحصلة صفراً وانعدمت الحركة

ويمكن ايجاد نصف قطر دائرة الاهتزازة اذا أخذنا نقطتين ن و ن١ يحصران بينهما جزءاً تفاضلياً من القوس طوله ء م فاذا كان طور الحركة عند ن هو هـ كان طور التى عند ن١ هـ + ءهـ وتكون زاوية ن ا ن١ مساوية ء هـ واذن

$\frac{ء م}{س} = ء هـ$

أى $س = \frac{ء م}{ء هـ}$

أى أن نصف قطر دائرة الاهتزازة يساوى تفاضل طول القوس بالنسبة الى زاوية الطور

## ١٨٥ — تحليل الحركة الدورية البسيطة الى مركبتين مستديرتين

تبين فى بند (١٨٠) أن الحركتين الدوريتين البسيطتين المتعامدين اذا كانتا ذاتى اتساع واحد ومدة واحدة وكان اختلاف الطور بينهما قائمة يركبان حركة مستديرة . فاذا فرضنا أن احداهما ازاحتها فى اتجاه المحور السينى والأخرى فى اتجاه الصادى وكانت معادلتاهما

$$س_١ = ا\,حا\,ن\,ه \quad ، \quad ص_١ = ا\,حا\,(ن\,ه + ق)$$

$$\text{و} \quad س_٢ = ا\,حتا\,ن\,ه \quad ، \quad ص_٢ = ا\,حتا\,(ن\,ه + ق)$$

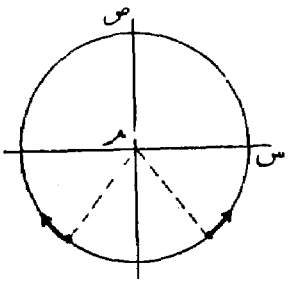
فانهما يركبان حركة مستديرة نصف قطرها ا

أما اذا كانت السرعة الزاوية ن فى الاتجاه المضاد كانت المعادلتان

$$س_٣ = ا\,حا\,(-ن\,ه + ق) = -ا\,حا\,ن\,ه$$

$$\text{و} \quad س_٣ = ا\,حتا\,(-ن\,ه + ق) = ا\,حتا\,ن\,ه$$

فانهما يركبان حركة مستديرة نصف قطرها ا أيضاً ولكنها فى الاتجاه المضاد للاول



(شكل ١٥٨)

فاذا كانت الازاحتان $س_١$ و $س_٣$ اللتان فى اتجاه المحور السينى والازاحتان $ص_١$ و $ص_٣$ اللتان فى اتجاه المحور الصادى حادثة كلها فى آن واحد فان الازاحة الكلية فى اتجاه المحور السينى تعدم والازاحة الكلية فى اتجاه المحور الصادى تكون

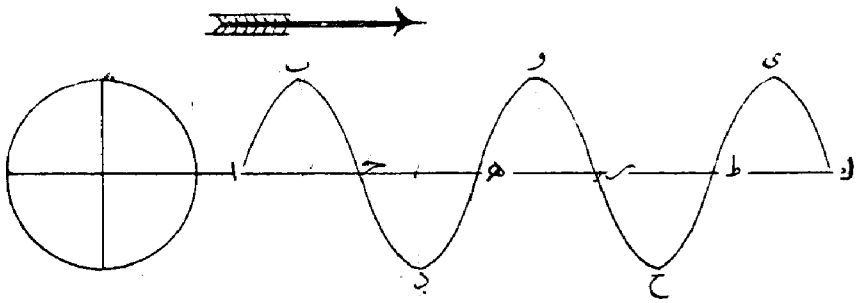
$$ص = ص_١ + ص_٣ = ٢\,ا\,حتا\,ن\,ه$$

وهذه حركة دورية بسيطة فى استقامة المحور الصادى اتساعها ٢ ا وتكون هى محصلة الحركتين المستديرتين اللتين نصف قطرهما ا ومدتهما واحدة ولكنهما فى اتجاهين متضادين

ويتضح من هذا أنه يمكن اعتبار الحركة الدورية البسيطة كمحصلة حركتين مستديرتين متساويتين فى اتجاهين متضادين نصف قطر الواحدة منهما مساو نصف اتساع تلك الحركة

## ١٨٦ — شرح اولى للحركة الموجبة

اذا فرضنا أن وسطا مايتحرك أحد أجزائه أو احدى دقائقه حركة دورية بسيطة مثلا وانتقلت هذه الحركة من هذا الجزء الى الذى يليه وهكذا قيل أن فى الوسط حركة موجية تنتقل فيه . واذا كانت هذه الحركة الموجية تنتقل فيه من جزء إلى آخر بسرعة منتظمة قيل أن الوسط «متجانس الأجزاء »[1] واذا كانت سرعة الانتقال واحدة فى جميع الجهات قيل أن الوسط « متشابه الخواص فى جميع الاتجاهات »[2] .




( شكل ١٥٩ )

ولبيان الفكرة الاساسية التى تتضمنها الحركة الموجية لنفرض أن ا ك ( شكل ١٥٩) وتر طويل مشدود أو حبل من المطاط وأن طرفه ا يتحرك حركة دورية بسيطة فى اتجاه عمودى على ا ك وأن هذه الحركة تنتقل باستمرار وانتظام من هذا الطرف نحو الآخر . ولنعتبر الازاحة الى أعلى والسرعة التى اتجاهها الى أعلى موجبتين والازاحة الى أسفل والسرعة التى اتجاهها الى أسفل سالبتين فأجزاء الوتر تتحرك صعوداً وانخفاضا بالنسبة الى المستقيم ا ك فاذا فرضنا أن مواضع هذه الدقائق فى أية لحظة كما هو مبين بالشكل بحيث تكون الازاحة عند ب ، و ، ى أقصى ازاحة موجبة وعند د ، ح أقصى ازاحة سالبة فان أجزاء الوتر الواقعة بين ب ، د أو بين و ، ح تكون فى اللحظة التى نراعيها متحركة الى أعلى بحيث تكون النقطة حـ أو ر التى ازاحتها صفر متحركة بأقصى سرعة الى أعلى . أما الاجزاء الواقعة بين د ، و أو بين ح ، ى فتكون متحركة

---

(١) Homogeneous (٢) Isotropic

الى أسفل وتكون النقطة هـ أو ط التى ازاحتها صفر متحركة بأقصى سرعة الى أسفل . وان كانت النقط ب ، د ، و ، ح ، ى سرعتها جميعاً فى اللحظة التى نراعيها صفر فان ب ، و ، ى كانت قبيل هذه اللحظة متحركة الى أعلى وهى بعدها تكون متحركة الى أسفل . أما د ، ح فقد كانتا قبيل هذه اللحظة متحركتين الى أسفل وهما بعدها تكونان متحركتين الى أعلى واذا كانت الحركة الموجية مستمرة بانتظام تكون النقط ب ، و ، ى أو ح ، ر أو د ، ح أو هـ ، ط متحركة دائماً بكيفية واحدة ويقال أنها فى طور واحد من الحركة . و بوجه عام يقال أن النقط التى تكون ازاحتها واحدة وسرعتها واحدة وفى أتجاه واحد فى أية لحظة أنها فى طور واحد من الحركة .

و يسمى البعد بين ب ، و أو بين ح ، ر أو بين د ، ح أو بوجه عام بين أية نقطتين متتاليتين يكونان فى طور واحد «الطول الموجى» . ونظراً لأن نقطتى ب ، و مثلا فى طور واحد ففى أثناء المدة التى تقل فيها ازاحة ب الى الصفر ثم تعود الى حالتها الاولى أى فى أثنـــاء مدة الدورة أو الذبذبة الكاملة تكون القمة التى عند ب قد انتقلت الى و واذن تنتقل الموجة فى أثناء مدة الدورة مســـافة تساوى الطول الموجى . فاذا رمزنا لمدة الدورة بالحرف ز ولسرعة الموجة بالحرف ع ولطولها بالحرف ل فان .

$$ع = \frac{ل}{ز}$$

واذا رمزنا لتردد الحركة الدورية أى لعدد الدورات فى وحدة الزمن بالحرف ت فأن

$$ت = \frac{١}{ز}$$

واذن $ع = ل\ ت$

## ١٨٧ — معادلة الحركة الموجية البسيطة

الحقائق الأولية المتعلقة بالحركة الموجية تتضمنها معادلة بسيطة هى

$$ص = ا\ حا \frac{٢ط}{ل} (ع\ ن - س)$$

تسمى معادلة الحركة الموجية البسيطة حيث تكون حركة دقائق الوسط المتموج حركة دورية بسيطة . والمعادلة مسندة الى محورين متعامدين أحدهما السينى والآخر الصادى وتمثل قيمة س الازاحة فى دقيقة من دقائق الوسط المتموج تبعد بمقدار س عن نقطة الأصل و تمثل قيمة ن الزمن وتمثل قيمة ا اتساع حركة الدقيقة . والمقدار

$$\frac{٢ط}{ل}(ع ن - س) \quad . . . . \quad (١)$$

يمثل زاوية . فاذا راعينا دقيقة أخرى تبعد عن نقطة الأصل بمقدار س ± ل فان قيمة الزاوية المذكورة تصير

$$\frac{٢ط}{ل}(ع ن - س \mp ل) = \frac{٢ط}{ل}(ع ن - س) \mp ٢ط$$

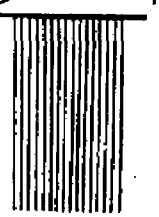
ومن المعلوم أن الزاوية اذا زادت بمقدار ٢ ط أو نقصت بمقدار ٢ ط فان قيمة جيبها تبقى واحدة واذن تكون ازاحة الدقيقتين اللتين تبعد احداهما عن الاخرى بمقدار ل واحدة فى أية لحظة فيكون البعد ل هذا هو الطول الموجى . واذا اقتصر القول على الدقيقة الواحدة فان المقدار ( ١ ) يصير بعد مضى برهة أخرى من الزمن قدرها $\frac{ل}{ع}$ مساويا

$$\frac{٢ط}{ل}[ع(ن + \frac{ل}{ع}) - س] = \frac{٢ط}{ل}(ع ن - س) + ٢ط$$

فالازاحة بعد مضى برهة من الزمن قدرها $\frac{ل}{ع}$ تعود الى قيمتها الأولى واذن المقدار $\frac{ل}{ع}$ يساوى مدة الدورة ولما كانت الموجة تنتقل خلال مسافة تساوى الطول الموجى فى مدة الدورة الواحدة فان المقدار ع فى المعادلة يمثل سرعة انتقال الموجة

## ١٨٨ — صدر الموجة والشعاع

فرضنا فى مثال الوتر المشدود أن كل دقيقة من دقائقه أو كل جزء تفاضلى منه يتحرك حركة دورية بسيطة فى اتجاه عمودى على طوله وان هذه الحركة تنتقل من أحد أجزاء الوتر الى الذى يليه وهكذا فالموجة فى هذا المثال تنتقل من نقطة الى أخرى على الوتر ولذلك يمكن أن نسميها موجة نقطية أما اذا تصورنا أن عدداً كبيراً جداً من الاوتار المتشابهة المتوازية المشدودة تتصل جميعاً من أحد طرفيها بمستقيم مثل ا ب شكل (١٦٠) عمودى عليها وفرضنا أن هذا المستقيم



( شكل ١٦٠ )

يتحرك (كوحدة متماسكة) فى استقامة طوله بحيث تتحرك كل نقطة منه حركة دورية بسيطة صغيرة الاتساع فى اتجاه عمودى على الأوتار فانه تحدث على كل وتر من هذه الأوتار موجة تنتقل عليه فاذا كانت الأوتار متشابهة ومشدودة بقوة واحدة تصل الحركة الموجية فيها الى مدى واحد فى زمن واحد ويسمى المحل الهندسى للنقط التى تبلغها الحركة الموجية فى آن واحد أو بالأحرى التى تكون على وشك أن تبلغها الحركة الموجية «صدر الموجة»[1]. فاذا اعتبرنا هذه الأوتار تمثل وسطاً (أى سطحاً) متموجاً كان صدر الموجة فى هذه الحالة مستقيما موازياً للمستقيم ا ب ويقال فى هذه الحالة أن الموجة مستقيمة.

أما اذا كانت الأوتار بمثابة حزمة مجسمة متصلة بسطح مستوى عمودى عليها وكان عددها كبيراً جداً وفرضنا أن المستوى يتحرك (كوحدة متماسكة) فى أى اتجاه يقع فى مستواه بحيث تعمل كل نقطة منه حركة دورية بسيطة صغيرة الاتساع حدثت على كل وتر من الحزمة موجة ومثلت مجموعة الأوتار وسطاً متموجاً ذا أبعاد ثلاثة ويكون المحل الهندسى للنقط التى تكون على وشك أن تبلغها الحركة الموجية مستويا موازيا للمستوى المذكور فيكون صدر الموجة مستوياً ويقال أن الموجة مستوية

واذا فرضنا أن عدداً كبيراً جداً من الأوتار تتصل جميعها بنقطة واحدة بحيث تتشعع الأوتار منها فى جميع الاتجاهات وكانت الاوتار جميعها متشابهة ومشدودة بقوة واحدة وفرضنا أنه يحدث فى كل واحد من هذه الأوتار موجة عرضية بحيث تكون الحركة الدوريه لأجزاء الوتر فى اتجاه عمودى على طوله وابتدأت جميع هـذه الموجات من النقطة المذكورة فى وقت واحد وانتقلت جميعها بسرعة واحدة فان مجموعة الأوتار تمثل وسطا متموجاً ذا أبعاد ثلاثة ويكون المحل الهندسى للنقط التى تكون على وشك أن تبلغها الحركة الموجية سطحاً كرياً مركزه النقطة المذكورة فصدر الموجة يكون كرياً ويقال أن الموجة كرية.

كذلك اذا فرضنا أن عدداً كبيراً جداً من الاوتار تتصل جميعها بمستقيم وتتشعع منه فى جميع الاتجاهات فى خطوط مستقيمة عمودية على هذا المستقيم وفرضنا أن هذا المستقيم يتحرك

---

(١) Wave Front

( كوحدة متماسكة ) فى اتجاه طوله بحيث تتحرك كل نقطة منه حركة دورية بسيطه وحدثت فى جميع هذه الاوتار موجات تنتقل جميعها بسرعة واحدة فان مجموعة الاوتار تمثل وسطاً متموجاً ذا أبعاد ثلاثة ويكون المحل الهندسى للنقط التى على وشك أن تبلغها الحركة الموجية سطحاً أسطوانياً محوره المستقيم المذكور فصدر الموجة فى هذه الحالة يكون اسطوانياً . ويقال أن الموجة اسطوانية .

فصدر الموجة يعرف تعريفاً عاماً بأنه المحل الهندسى للنقط التى على وشك أن تبلغها الحركة الموجية أو على وشك أن تبتدىء فى الاهتزاز ويمثل المدى الذى تصل اليه الحركة الموجية ويعرف أيضاً بأنه المحل الهندسى للنقط المتصلة التى تكون فى طور واحد من الحركة وصفة الاتصال لازمة لانه اذا كانت الحركة الموجية مستمرة ( موجات يتلوها موجات ) فأية نقطتين تبعد احداهما عن الاخرى بمقدار الطول الموجى أو أضعافه تكونان أيضاً فى طور واحد من الحركة

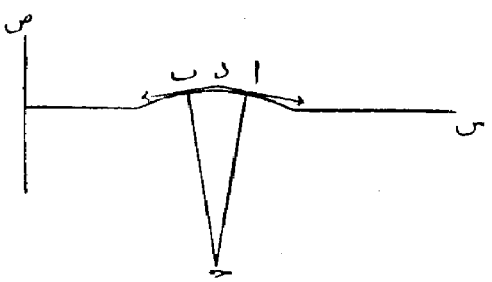
واتجاه انتقال الموجة فى الأمثلة السابقة يسمى الشعاع وهو ينطبق فى هذه الأمثلة على استقامة الوتر الواحد من الحزمة . فاذا كانت الموجة مستوية وانتقلت فى اتجاه عمودى على سطحها بسرعة منتظمة سمى المستقيم المرسوم من أية نقطة عمودياً على صدر الموجة شعاعاً . كذلك اذا تصورنا ان الموجة كرية ابتدأت من المركز فالشعاع عند أية نقطة على صدر الموجة هو المستقيم الواصل بين هذه النقطة والمركز .

واذن يكون الشعاع فى الوسط الذى تنتشر فيه الموجة بسرعة منتظمة فى جميع الجهات أى فى الوسط المتجانس الأجزاء المتشابه الخواص خطا مستقيما عموديا على صدرها

## ١٨٩ — سرعة الموجة العرضية على وتر مشدود

اذا فرضنا أن وتراً مشدوداً قد حدثت عليه عند أحد طرفيه قمة مثلا فانها تنتقل من هذا الطرف الى الآخر بسرعة معينة . فاذا فرضنا لسهولة الشرح أن الوتر قد حرك فى الجهة المضادة بسرعة تساوى سرعة انتقال هذه القمة فانها تبقى ثابتة فى مكانها لا تبرحه . فاذا راعينا

من القمة المذكورة أية نقطتين متقاربتين مثل ا ، ب ( شكل ١٦١ ) بحيث يمكن اعتبار الجزء المحصور بينهما قوساً من دائرة مركزها حـ ونصف قطرها ن وكانت القمة منتقلة على الوتر نحو اليمين وحرك الوتر نحو اليسار بسرعة نرمز لها بالحرف ع بحيث بقيت القمة ثابتة فى مكانها فان الجزء ا ب يكون متحركاً حول قوس من دائرة ويعانى اذن قوة



( شكل ١٦١ )

مركزية طاردة تتزن وقوى الشد أو التوتر المؤثرة فيه وبما أن العجلة المركزية الى الخارج تساوى $\frac{ع^2}{ن}$ وبالرمز لكتلة وحدة الاطوال من الوتر بالحرف ك فان القوة المركزية الطاردة المؤثرة فى الجزء ا ب تساوى $ك \frac{ع^2}{ن} \overline{اب}$ . واذا رمزنا لقوة الشد فى الوتر بالحرف ن فان طرفى ا ب يكونان مشدودين بقوتين تساوى كل منهما ن وتؤثر فى اتجاه المماسين المرسومين عند ا ، ب كما هو مبين بالشكل . وتكون محصلة هاتين القوتين مساوية

$$٢ ن \text{ جتا } \angle ا د حـ = ٢ ن \text{ جا } \angle ا د د$$

$$= ن . \frac{اب}{ن}$$

وتؤثر فى استقامة د حـ نحو المركز فهى اذن تتعادل والقوة المركزية الطاردة

$$\text{واذن } ك \frac{ع^2}{ن} اب = ن \frac{اب}{ن}$$

$$\therefore \quad ك ع^2 = ن$$

$$\therefore \quad ع = \sqrt{\frac{ن}{ك}}$$

ويساوى هذا المقدار سرعة انتقال القمة المذكورة على الوتر أو بوجه عام سرعة انتقال الموجة العرضية عليه

ويمكن الحصول على النتيجة المذكورة بالاستعانة بحساب التفاضل والتكامل . فاذا اتخذنا محورين متعامدين أحدهما السينى منطبق على استقامة الوتر والآخر الصادى عمودى عليه وتحدث فى اتجاهه الحركة الدورية التى تعانيها أجزاء الوتر ، وفرضنا أن الانحناء الحادث فى الوتر

صغير بحيث يكاد ينطبق الجزء المقوس منه على المحور السينى فان القوة الحادثة بفعل التوتر والمؤثرة فى الجزء ا ب منه تكون كما سبق مساوية ن $\frac{\overline{ا ب}}{س}$ وتؤثر فى اتجاه عمودى على الوتر أى فى اتجاه المحور الصادى

وبما أن العجلة فى هذا الاتجاه هى $\frac{د^٢ ص}{د ن^٢}$ باعتبار أن ن رمز للزمن

$$\therefore \quad ن \frac{\overline{ا ب}}{س} = ك \overline{ا ب} \frac{د^٢ ص}{د ن^٢}$$

$$\therefore \quad \frac{د^٢ ص}{د ن^٢} = \frac{ن}{ك} \frac{١}{س}$$

ولكن $\frac{١}{س} = \frac{\frac{د^٢ ص}{د س^٢}}{[١ + (\frac{د ص}{د س})^٢]^{\frac{٣}{٢}}}$

اذن ينتج باهمال $(\frac{د ص}{د س})^٢$ أن

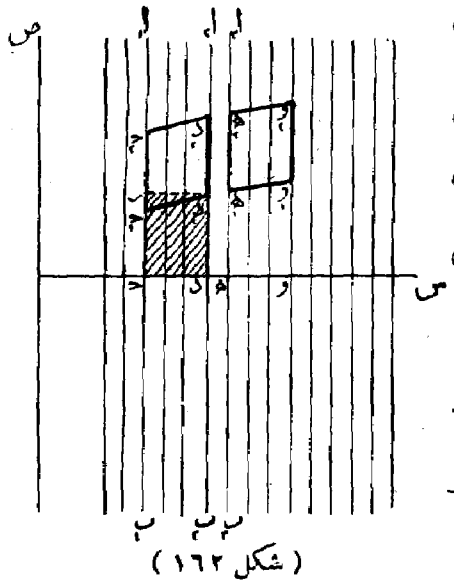
$$\frac{د^٢ ص}{د ن^٢} = \frac{ن}{ك} \cdot \frac{د^٢ ص}{د س^٢}$$

والمعادلة الأخيرة معادلة حركة موجية تنتقل على المحور السينى بسرعة تساوى $\sqrt{\frac{ن}{ك}}$

## ١٩٠ — سرعة الموجة العرضية فى الوسط المرن

لنفرض أن الوسط متجانس الأجزاء ومتشابه الخواص وأنه مكون من طبقات رقيقة مستوية متوازية تمثل بالمستقيمات المتوازية الرأسية فى شكل (١٦٢) ولنتخذ محورين متعامدين أحدهما الصادى موازٍ لهذه الطبقات والآخر السينى عمودى عليها ولنفرض أن الطبقات المذكورة تزاح كل واحدة منها الى أعلى والى أسفل فى اتجاه موازٍ للمحور الصادى بحيث تكون الازاحة فى الطبقة الواحدة منها واحدة ولكنها فى الطبقات المختلفة مختلفة ولنفرض أن ازاحة احدى هذه الطبقات ولتكن ا$_١$ ب$_١$ فى لحظة ما هى الى أعلى وتساوى حـ$_١$ وان ازاحة

ا ٢ ب ٢ فى اللحظة نفسها هى الى أعلى أيضاً ولكنها تساوى د د ١ فالجزء من الوسط الذى كان مقطعه (الموازى للمستوى س ص) قبل حدوث الازاحة على هيئة المستطيل المظلل الذى احدى أضلاعه



(شكل ١٦٢)

ح د والضلع الأخرى له ح ر مثلا يصير عند حدوث الازاحة على هيئة متوازى الأضلاع ح ١ د ١ د ٢ ح ٢ وتبقى ضلعه ح ١ ح ٢ ثابتة الطول. فتكون نتيجة الازاحة أن يحدث فى المستطيل المذكور اعوجاج بسيط أو مايعرف فى المرونة باسم «القص البسيط»[1] ولكى يبقى ح ١ د ١ د ٢ ح ٢ محتفظاً بشكله يجب أن يؤثر فى السطح ا ٢ ب ٢ اجهاد يحدث الانفعال الذى يقاس بالزاوية بين ح ١ د ١ والمحور السينى. فاذا رمزنا لمقياس المتانة[2] بالرمز م ن وللزاوية المذكورة بالحرف هـ فان الاجهاد (فى وحدة المساحات) من السطح ا ٢ ب ٢ اللازم لاحداث هذا القصر هو

م ن هـ = م ن طا هـ

واتجاهه الى أعلى

وبالمثل اذا رمزنا للزاوية بين هـ ١ و ١ والمحور السينى بالرمز هَ يكون الأجهاد (فى وحدة المساحات) من السطح ا ٣ ب ٣ مساوياً م ن طا هَ واتجاهه الى أسفل. فاذا اعتبرنا كلا من المساحتين المماثلتين فى الشكل بالمستقيمين د ١ د ٢ ، هـ ١ هـ ٢ مساوية الوحدة، فان الجزء د ١ هـ ١ هـ ٢ د ٢ من الوسط يعانى قوة تؤثر فيه الى أعلى تساوى

م ن (طا هـ — طا هَ)

ولكن طا هـ = $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$

فاذا رمزنا للبعد هـ د برمز التفاضل △ س يكون

طا هَ = $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ + $\frac{\text{د}}{\text{د س}}$ ($\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$) △ س

---

(١) Simple Shear (٢) Modulus of Rigidity

فتكون القوة المؤثرة فى الجزء د$_١$ هـ$_١$ هـ$_٢$ د$_٢$ من الوسط مساوية

$$- \text{ك}_{\text{ن}} \frac{\partial^٢ \text{ص}}{\partial \text{س}^٢} \Delta \text{س}$$

فاذا زال الاجهاد فانه ينشأ عن مرونة الوسط قوة تؤثر فى الجزء المذكور تساوى $\text{ك}_{\text{ن}} \frac{\partial^٢ \text{ص}}{\partial \text{س}^٢} \Delta \text{س}$ وتحدث فيه عجلة فى اتجاه المحور الصادى . فاذا رمزنا لكثافة الوسط بالحرف ث ونظراً لأن الجزء المذكور من الوسط حجمه $\Delta$ س يكون

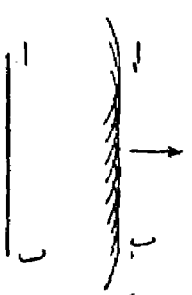
$$\text{ث} \Delta \text{س} \frac{\partial^٢ \text{ص}}{\partial \text{ن}^٢} = \text{ك}_{\text{ن}} \frac{\partial^٢ \text{ص}}{\partial \text{س}^٢} \Delta \text{س}$$

$$\therefore \frac{\partial^٢ \text{ص}}{\partial \text{ن}^٢} = \frac{\text{ك}_{\text{ن}}}{\text{ث}} \frac{\partial^٢ \text{ص}}{\partial \text{س}^٢}$$

وهذه المعادلة هى معادلة حركة موجية تنتقل فى اتجاه المحور السينى بسرعة $\sqrt{\frac{\text{ك}_{\text{ن}}}{\text{ث}}}$

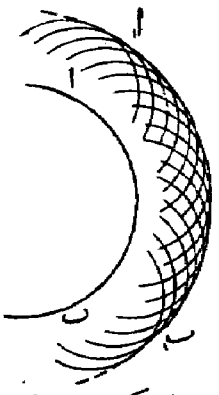
## ١٩١ — قاعدة هيجنز

اذا تعين صدر الموجة فى لحظة ما فلايجاد صدرها بعد مضى برهة معينة من الزمن وضع « هيجنز »(١) قاعدة تعرف باسمه تنص على أن كل نقطة من صدر الموجة تعد مركز اضطراب تنتشر منه مويجة والغلاف لهذه المويجات فى أية لحظة يكون هو صدر الموجة فى هذه اللحظة فاذا كان الوسط متجانس الأجزاء ومتشابه الخواص وكان صدر الموجة فى لحظة ما مستويا نمثله فى شكل (١٦٣) بالمستقيم ا ب وكانت الموجة المستوية تنتقل فى اتجاه السهم واعتبرنا كل نقطة من صدر الموجة مركز اضطراب تنتشر منه مويجة فان هذه المويجات تكون صدورها كرية فاذا كانت سرعة انتقال الواحدة منها ع وأريد تحديد صدر الموجة المستوية بعد مضى فترة من الزمن قدرها ن ورسمت من كل نقطة من الصدر ا ب كرة نصف قطرها ع ن ومركزها النقطة فان الغلاف لجميع هذه الكرات يعين صدر الموجة المستوية بعد مضى تلك الفترة والغلاف فى هذه الحالة يكون مستويا كالمستوى الممثل فى الشكل بالمستقيم ا$_١$ ب$_١$



( شكل ١٦٣ )

(١) Huygens فى كتاب له نشرت فى سنة ١٦٩٠



(شكل ١٦٤)

واذا كان صدر الموجة كرياً كالمبين فى شكل (١٦٤) بالقوس ا ب وكرر العمل السابق فان الغلاف للموجات يكون كرياً أيضاً كالمبين فى الشكل بالقوس ا' ب'

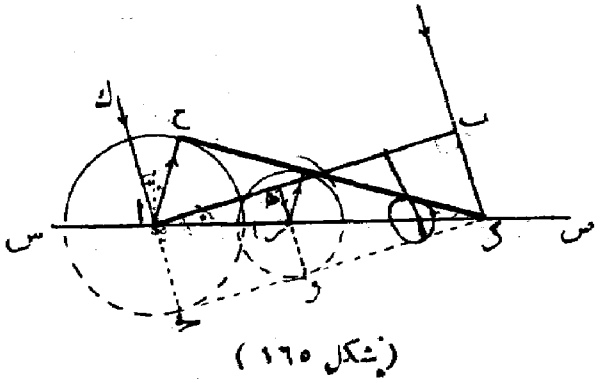
## ١٩٢ — مبدأ النظرية الموجية فى الضوء

كان هيجنز أول من طبق بصفة جدية النظرية الموجية فى الضوء . فاعتبر الضوء حركة موجية تنتقل بسرعة منتظمة واحدة فى جميع الجهات فى الأوساط المتجانسة الأجزاء والمتشابهة الخواص فى جميع الاتجاهات واعتبر الشعاع الضوئى الخط المرسوم عمودياً على صدر الموجة والذى يدل على اتجاه انتقال الموجة أى يدل على مسير الضوء . وقد طبق القاعدة المعروفة باسمه والتى سبق ذكرها لبيان كيفية حدوث الانعكاس وكيفية حدوث الانكسار طبقاً للنظرية الموجية

والقول بالنظرية الموجية يتطلب القول بوجود وسط ذى صفات وخواص معينة تحدث فيه موجات الضوء وتنتشر خلاله . ولما كان الضوء ينتقل فى الفراغ المجرد عن المادة وجب أن يقال بوجود هذا الوسط فى الفراغ أو الخلاء ، ويطلق على هذا الوسط اسم «الأثير» . فالأثير اذن هو الوسط المفروض وجوده لكى تحدث فيه وتنتقل خلاله موجات الضوء وهو وسط يعم أرجاء العالم يتخلل الأبعاد الشاسعة بين النجوم والشموس والكواكب بل ويتخلل أيضاً جزيئات المادة وذراتها والكتروناتها وما الى ذلك من جواهرها

## ١٩٣ — انعكاس الموجة المستوية عند السطح المستوى

اذا فرضنا أن ا ب شكل (١٦٥) يمثل صدر موجة مستوية ( عمودية على مستوى الشكل ) تسقط على سطح مستوى عاكس س ص فلتطبيق قاعدة هيجنز لبيان كيفية حدوث الانعكاس أو بالأحرى لايجاد موضع صدر الموجة بعد انعكاسها نرسم المستقيمين ا حـ ، عموديين على صدر الموجة الساقطة ا ب

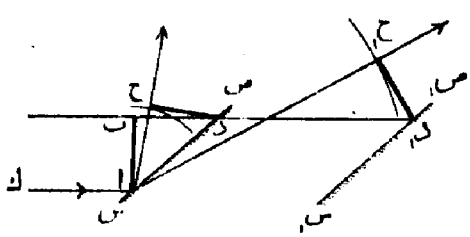


(شكل ١٦٥)

بحيث تكون نقطة د نقطة تقابل العمود الثانى والسطح العاكس ثم نرسم د ح موازياً للمستقيم ا ب يقطع العمود ا ح فى نقطة ح . ثم نركز عند ا ونرسم دائرة نصف قطرها ا ح ( يساوى ب د ) ومن أية نقطة مثل هـ على صدر الموجة المستوية نرسم هـ و عمودياً على ا ب قاطعاً السطح س ص فى نقطة مثل ر ثم نركز عند ر ونرسم دائرة نصف قطرها ر و . فطبقاً لقاعدة هيجنز يتضح أنه فى الوقت الذى تصل فيه الموجة من ب الى نقطة د تكون الموجة من ا قد بلغت محيط الدائرة ا ح والموجة من هـ قد بلغت نقطة ر ثم انتشرت منهـا موجة تكون قد وصلت الى محيط الدائرة ر و وهكذا . فاذا لم يكن السطح العاكس موجوداً فان صدر الموجة الساقطة يكون قد وصل الى د ح ولكن اذا فرضنا أن وجود السطح العاكس يجعل الحركة الموجية مقصورة على الجزء الأعلى من فوق س ص يكون المماس د ح المرسوم من د للدائرتين المبينتين فى الشكل هو الغلاف للموجات فى اللحظة التى تبلغ فيها الموجة من ب نقطة د و اذن يكون د ح صدر الموجة المستوية بعد الانعكاس

ويتضح من الرسم أن الزاوية بين ا ب والسطح العاكس مساوية الزاوية بين د ح وهذا السطح . فاذا رسمنا ك ا عمودياً على ا ب ، ا ح عمودياً على د ح فان الاول يكون شعاعاً ساقطاً والثانى يكون شعاعاً منعكساً ويكون ميل الأول على العمود المرسوم من ا على السطح س ص مساوياً ميل الثانى عليه أى تكون زاوية السقوط مساوية زاوية الانعكاس .

وقد اعتبرنا فيما سبق أن السطح س ص وهو العاكس سطح ثابت . أما اذا انعكس الضوء عن سطح متحرك فان زاويتى السقوط والانعكاس لا تكونان بوجه عام متساويتين . ولبيان ذلك نفرض أن ا ب ( شكل ١٦٦ ) صدر موجة ساقطة على السطح س ص وان هـذا السطح متحرك فى اتجاه الأشعة الساقطة عليه ، ان الموجة من ب تدرك السطح العاكس عند د ، حيث تكون نسبة سرعة السطح الى سرعة الضوء مساوية $\frac{د د_1}{ب د_1}$



( شكل ١٦٦ )

فى الوقت الذى تصل فيه الموجة من ب الى نقطة د ، تكون الموجة من ا قد وصلت

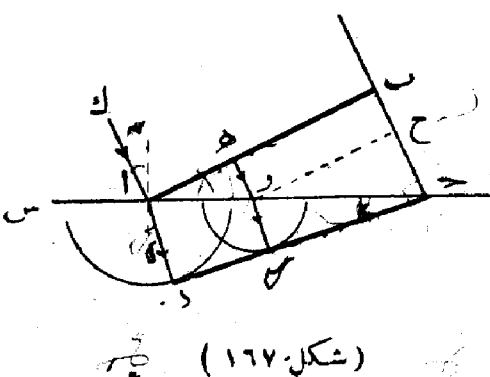
الى سطح كرة نصف قطرها ا ح$_1$ = ب د$_1$ واذن يكون صدر الموجة المستوية بعد انعكاسها عند السطح المتحرك هو المماس د$_1$ ح$_1$ . فاذا اعتبرنا ك ا ( العمود على ا ب ) شعاعاً ساقطاً يكون ا ح$_1$ الشعاع المنعكس عند السطح المتحرك. أما اذا كان السطح ثابتاً فى الموضع س ص فانه فى الوقت الذى تصل فيه الموجة من ب الى نقطة د تكون الموجة من ا قد وصلت الى سطح كرة نصف قطرها ا ح = ب د ويكون المماس د ح هو صدر الموجة المستوية بعد الانعكاس ويكون ا ح مسير الشعاع المنعكس . فحركة السطح فى اتجاه ك ا تجعل زاوية انعكاس الشعاع ك ا أكبر من زاوية الانعكاس لو كان السطح ثابتاً

وبالمثل يمكن بيان أن حركة السطح العاكس فى الاستقامة نفسها ولكن فى الاتجاه المضاد تجعل زاوية الانعكاس أصغر مما لو كان السطح ثابتاً .

ونظراً لان سرعة الضوء كبيرة جداً يلاحظ فى كلتى الحالتين أن تأثير تحرك السطح العاكس لا يكون محسوساً الا اذا بلغت سرعته مقداراً كبيراً يكون ذا قيمة اذا ضوهى بسرعة الضوء

## ١٩٤ — انكسار الموجة المستوية عند السطح المستوى

وتطبق قاعدة « هيجنز » لايجاد موضع صدر الموجة المستوية بعد الانكسار . وتطبيق القاعدة فى هذه الحالة مبنى على اعتبار أن سرعة الضوء فى أحد الوسطين غيرها فى الآخر فاذا فرضنا أن ا ب



(شكل ١٦٧)

شكل (١٦٧) يمثل صدر موجة مستوية ( عمودية على مستوى الورقة ) وأن س ص السطح الفاصل بين الوسطين ورسمنا من ب العمود ب ح على ا ب بحيث يقطع السطح س ص فى نقطة ح ثم ركزنا عند ا ورسمنا فى الوسط الثانى دائرة ( أو بالأحرى كرة ) نسبة نصف قطرها ا د الى ب ح كنسبة السرعة فى الوسط الثانى الى السرعة فى الوسط الاول ثم أخذنا أية نقطة مثل ه على ا ب ورسمنا ه و عمودياً على ا ب بحيث يتقابل والسطح س ص عند و ومن نقطة و رسمنا المستقيم و ح مواز ياً ا ب ثم ركزنا فى و ورسمنا فى الوسط الثانى دائرة نسبة نصف

قطرها و ر الى ح حـ كنسبة السرعة فى الوسط الثانى الى السرعة فى الاول ثم رسمنا من حـ المماس حـ ر د فانه يمثل صدر الموجة بعد الانكسار. ففى الوقت الذى تصل فيه المويجة من ب الى نقطة حـ فى الوسط الاول تكون المويجة من ا قد وصلت فى الوسط الثانى الى محيط الدائرة التى نصف قطرها ا د وكذلك تكون المويجة من هـ قد وصلت الى نقطة و فى الوسط الاول ثم انتشرت مويجة فى الوسط الثانى تكون قد وصلت الى محيط الدائرة التى نصف قطرها و ر واذن يكون حـ د هو الغلاف للدائرتين وكذلك لجميع الدوائر التى يمكن رسمها بهذه الكيفية

فاذا اعتبرنا كـ ا شعاعاً ساقطاً فهو عند الانكسار يكون مسيره ا د فاذا رمزنا لزاوية السقوط بالحرف ى ولزاوية الانكسار بالحرف ى، فان

$$\text{ك ب ا حـ} = \text{ى}$$

$$\text{و ك ا حـ د} = \text{ى،}$$

ومن العمل يتضح أن نسبة السرعة فى الوسط الاول الى السرعة فى الوسط الثانى هى

$$\frac{\text{ب حـ}}{\text{ا د}}$$

ولكن

$$\frac{\text{حا ك ب ا حـ}}{\text{حا ك ا حـ د}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ا د}}$$

$$= \frac{\text{حا ى}}{\text{حا ى،}}$$

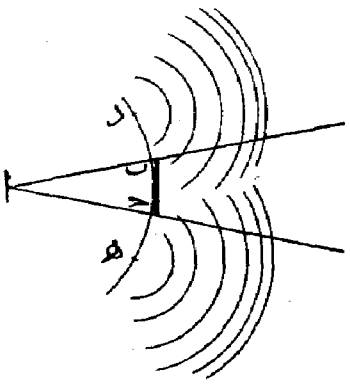
ويساوى هذا معامل انكسار الضوء من الوسط الاول الى الوسط الثانى

فيتضح من هذا أن تطبيق قاعدة هيجنز فى الانكسار يتطلب أن تكون نسبة سرعة الضوء فى أحد الوسطين الى سرعته فى الآخر مساوية معامل انكسار الضوء من الوسط الأول الى الوسط الثانى

## ١٩٥ — العقبة الاولى فى سبيل النظرية الموجية

عندما وضع «هيجنز» أساس النظرية الموجية فى الضوء وبين مستعيناً بالقاعدة المنسوبة

اليه حدوث الانعكاس والانكسار كما بينا فيما سبق كانت العقبة الكؤود فى سبيل الأخذ بالنظرية الموجية ظاهرة انتشار الضوء فى خطوط مستقيمة فاذا فرضنا أن ا شكل (١٦٨) نقطة مضيئة فطبقاً للنظرية الموجية ينتشر من ا موجات كرية . فاذا وضع فى سبيل الضوء حاجز مثل ب حـ فانه طبقاً لظاهرة انتشار الضوء فى خطوط مستقيمة يتكون لهذا الحاجز ظل هو المحدود بالمستقيمات الواصلة بين ا وبين أطراف هذا الحاجز . ولكن طبقاً لقاعدة هيجنز تكون كل نقطة من صدر الموجة الكرية مركز اضطراب تنتشر منه مويجة . فاذا راعينا نقطتى د ، هـ مثلا فان المويجة التى تنتشر من كل منهما تأخذ فى الاتساع كما هو مبين بالشكل فتتجاوز حدود الظل الى منطقة الظل نفسه ويكون معنى هذا وصول الضوء الى منطقة الظل فلا يكون للظل وجود



( شكل ١٦٨ )

وقد أدرك هيجنز هذه العقبة منذ أول الأمر وحاول أن يزيلها باعتبار أن تأثير المويجات مقصور على موضع تلامسها والغلاف أى أن الجزء الفعال من صدر المويجة لا يتجاوز موضع التلامس هذا وان سائر الأجزاء الأخرى منه لا أثر لها ولا تحدث ضوءاً . ولكن هذا الاعتبار لم يقبل فى ذلك الحين . فأدى التناقض الظاهرى بين ظاهرة انتشار الضوء فى خطوط مستقيمة وبين النظرية الموجية الى اغفال هذه النظرية حيناً من الدهر والأخذ بنظرية اخرى تعرف بنظرية الدقائق عاضدها « نيوتن » وشرح على أصولها كثيراً من الظواهر الضوئية التى كانت معروفة فى ذلك الحين وقد ظل الحال كذلك فى القرن الثامن عشر حتى اذا ما جاء القرن التاسع عشر كشفت ظاهرة التداخل فى الضوء وعللت ظاهرة انتشار الضوء فى خطوط مستقيمة وكشفت ظواهر أخرى عززت النظرية الموجية وقيست سرعة الضوء فى الماء فجاءت النتيجة العملية معززة للنظرية الموجية داحضة لنظرية الدقائق كما سيتضح فيما يأتى .

## ١٩٦ — نظرية الدقائق[1] فى طبيعة الضوء

والنظرية التى سادت فى القرن الثامن عشر تعد الضوء دقائق غاية فى الصغر تصدر من الجسم

(١) Corpuscular Theory

المضيء و تتحرك بسرعة كبيرة اذا ما وقعت على العين أحدثت الاحساس بالضوء

والنظرية فى هـذه الصورة البسيطة تتفق وانتشار الضوء فى خطوط مستقيمة فنظراً لأن هذه الدقائق سرعتها كبيرة جداً وكتلتها صغيرة جداً فان مسيراتها تكون مستقيمة . واذن تتفق أيضاً والظواهر التى تترتب على انتشار الضوء فى خطوط مستقيمة كظاهرة الظلال وما إليها

## ١٩٧ — شرح الانعكاس طبقاً لنظرية الدقائق

وطبق نيوتن نظرية الدقائق لشرح انعكاس الضوء وفرض لذلك وجود منطقة نسميها «منطقة نفوذ» السطح العاكس . وتكون خارج السطح ومحدودة بسطح يوازيه على بعد صغير منه . فاذا دخلت الدقائق الضوئية منطقة النفوذ عانت قوة طرد فى اتجاه عمودى على السطح العاكس فاذا فرضنا أن الدقائق الضوئية تسقط على السطح العاكس س ص ( شكل ١٦٩ ) فى استقامة ا ب وان منطقة النفوذ هى الواقعة بين س ص ، س١ ص١ فان سرعة الدقائق عند ب يمكن تحليلها الى مركبتين احداهما فى اتجاه عمودى على السطح العاكس والأخرى فى اتجاه موازٍ له فنظراً لوجود قوة الطرد فى الاتجاه العمودى

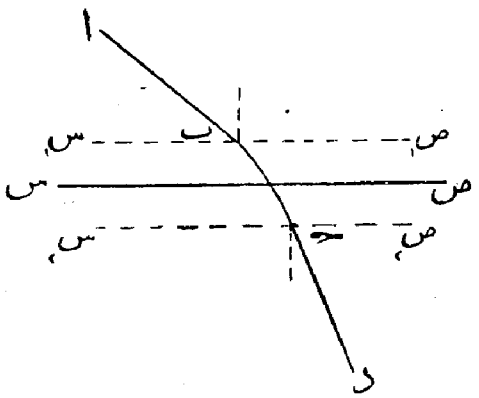
( شكل ١٦٩ )

على السطح تأخذ المركبة الأولى فى النقص مع بقاء الثانية ثابتة . فتتحرك الدقائق فى اتجاه ب حـ حتى تبلغ أقرب مداها من السطح عند ما تعدم المركبة الأولى فاذا ما بلغت قيمتها صفراً تأخذ بعد ذلك فى الازدياد وقد انعكس اتجاهها فتنحرف الدقائق فى اتجاه جـ د حتى اذا وصلت الى نهاية منطقة النفوذ تكون المركبة العمودية على السطح قد بلغت قيمتها الأولى فى الاتجاه المضاد ونظراً لثبوت المركبة الموازية للسطح فان السرعة تبلغ قيمتها الأولى . فتتحرك الدقائق بسرعتها الأصلية فى اتجاه د هـ بعد أن تتجاوز منطقة النفوذ . ويتضح من التماثل التام أن الزاوية بين الشعاع الساقط ا ب والعمود على السطح تساوى الزاوية بين الشعاع المنعكس د هـ والعمود

## ١٩٨ — شرح الانكسار طبقاً لنظرية الدقائق

ولشرح الانكسار يفرض وجود منطقة نفوذ تمتد على جانبى السطح الفاصل بين الوسطين فاذا فرضنا أن هذا السطح هو س ص ( شكل ١٧٠ ) كانت منطقة النفوذ كالمحدودة بالسطحين

س١ ص١ ، س٢ ص٢ فاذا وقعت الدقائق فى استقامة ا ب فى الوسط الاول وليكن الصغير الكثافة الضوئية فانها عند دخولها هذه المنطقة تعانى قوة تجذبها نحو باطن الوسط الكبير الكثافة فى اتجاه عمودى على السطح الفاصل بين الوسطين . فاذا حللت السرعة عند ب الى مركبتين احداهما عمودية على السطح والأخرى موازية له فالأولى تأخذ فى الازدياد مع بقاء الثانية ثابتة فتنحرف الدقائق فى اتجاه ب حـ حتى اذا وصلت الى نقطة حـ عند نهاية منطقة النفوذ تكون المركبة فى الاتجاه العمودى



( شكل ١٧٠ )

على السطح قد بلغت قيمة أكبر من قيمتها الأولى وتظل المركبة الموازية للسطح على حالتها واذن تتحرك الدقائق فى الوسط الثانى فى اتجاه مثل حـ د حيث تكون الزاوية بين حـ د والعمود على السطح أصغر من الزاوية بين ا ب والعمود

أما اذا كان الضوء ساقطاً فى اتجاه د حـ فى الوسط الكبير الكثافة فان القوة المؤثرة فى الدقائق لا تزال تجذبها نحو باطن هذا الوسط فى اتجاه عمودى على السطح فيكون هناك تقصير واقع على المركبة العمودية على السطح . ويكون مسير الدقائق فى مثل الاتجاه حـ ب فاذا وصلت الى نقطة ب عند نهاية منطقة النفوذ تكون المركبة فى الاتجاه العمودى على السطح أصغر وتظل المركبة الموازية للسطح على حالتها واذن تتحرك الدقائق فى الوسط الأقل كثافة فى اتجاه ب ا بحيث تكون زاوية ميل ب ا على العمود على السطح أكبر من زاوية ميل د حـ عليه

واذا رمزنا للزاوية بين ا ب والعمود على السطح بالحرف ن وللزاوية بين حـ د والعمود بالحرف ر ورمزنا لسرعة الدقائق فى الوسط الاعلى بالرمز ع١ ولسرعتها فى الوسط الاسفل بالرمز ع٢ فان المركبة الموازية للسطح عند ب هى ع١ حا ن وعند حـ هى ع٢ حا ر وبما أن هذه المركبة تبقى ثابتة يكون

$$ع_١ \text{ حا } ن = ع_٢ \text{ حا } ر$$

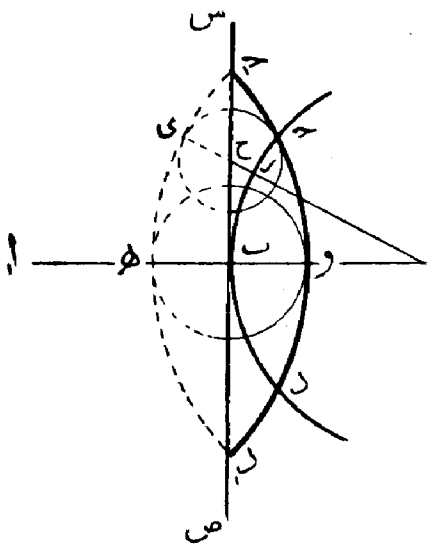
$$\therefore \frac{\text{حا } ن}{\text{حا } ر} = \frac{ع_٢}{ع_١}$$

و يساوى هذا معامل الانكسار من الوسط الاولى الى الوسط الثانى

فيكون معامل انكسار الضوء من وسط الى آخر مساوياً مقلوب نسبة سرعته فى الاول الى سرعته فى الثانى . والنظرية الموجية كما تبين فيما سبق تتطلب أن يكون معامل الانكسار من وسط الى آخر مساوياً نسبة سرعة الضوء فى الاول الى سرعته فى الثانى لامقلوب هذه النسبة والنتيجتان متناقضتان ولم يكن ثمت ما يفصل بين الخطأ والصحيح منهما فى مبدئ الامر . وان كانت النظرية الموجية أخذت دعائمها تقوى من أول القرن التاسع عشر عند الكشف عن التداخل فان الحكم الفصل بين النظريتين من الوجهة التى نحن بصددها تأيد حوالى منتصف القرن التاسع عشر عند ما أجرى « فوكول » تجاربه لقياس سرعة الضوء فى الهواء وسرعته فى الماء و بين فعلا أن سرعة الضوء فى الهواء اكبر من سرعته فى الماء . فتأيدت من هذه الوجهة أيضاً النظرية الموجية . وسنبين فيما يلى كيف تشرح الظواهر الاساسية فى الانعكاس والانكسار على أصول النظرية الموجية بالاستعانة بقاعدة هيجنز

## ١٩٩ — انعكاس الموجة الكرية عند السطح المستوى

لنفرض أن موجة كرية ح ب د ( شكل ١٧١ ) مركزها نقطة ا تسقط على سطح مستوى عاكس س ص وتلمسه عند ب . نركز فى نقطة ا ونرسم ح$_1$ هـ د$_1$ جزءاً من كرة يمثل صدر الموجة فى لحظة ما لو لم يكن السطح العاكس موجوداً . نسقط من ا العمود ا ب على السطح العاكس ونمده على استقامته الى نقطة ا$_1$ بحيث يكون ا ب = ا$_1$ ب ثم نركز عند ا$_1$ ونرسم ح$_1$ و د$_1$ جزءاً من كرة نصف قطرها يساوى ا ب + ب هـ فيكون هذا السطح هو صدر الموجة المنعكسة فى اللحظة التى نراعيها



( شكل ١٧١ )

ولبيان هذا نركز عند نقطة ب ونرسم كرة نصف قطرها ب هـ فيتبين أن السطح ح$_1$ و د$_1$

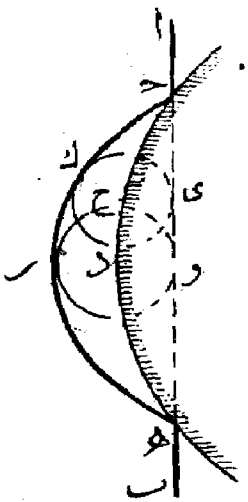
يلمسها فى نقطة و . كذلك اذا أخذنا أية نقطة مثل ر على صدر الموجة الساقطة ومددنا نصف القطر ا ر حتى يقطع السطح العاكس فى نقطة ح ثم السطح الكرى حَ هَدَ فى نقطة ى وركزنا عند ح ورسمنا كرة نصف قطرها يساوى ب هـ — رح فسطح هذه الكرة يمثل المدى الذى تصل اليه المويجة المبتدئة من نقطة ر فى الوقت الذى تصل فيه المويجة من ب الى سطح الكرة التى نصف قطرها ب و ( = ب هـ ) ويتبين أن السطح الكرى حَ ودَ يلمس تلك الكرة أيضاً فهو اذن الغلاف . واذن فهو يمثل صدر الموجة الكرية بعد الانعكاس فى اللحظة التى نراعيها

ويتضح مما سبق أن الموجة الكرية الصادرة من ا تنعكس كموجة كرية تكون كأنها صادرة من نقطة اَ تعتبر صورة لنقطة ا ويتضح أن الموجة الكرية اذا انعكست ينعكس تكورها .

## ٢٠٠ — انعكاس الموجة المستوية عند السطح الكرى

### ( أولا ) السطح المحدب

لنفرض أن السطح الكرى العاكس حدهـ ( شكل ١٧٢ ) وليكن محدباً ولنفرض أن الموجة المستوية عمودية على محوره فعند سقوطها على السطح تلمس أولا نقطة د فتصير مركز اضطراب تنتشر منه مويجة ثم تلمس بالترتيب النقط الأخرى من السطح كل نقطتين متماثلتين (بالنسبة الى القطب) فى آن واحد فتصيران مركزى اضطراب وهكذا



( شكل ١٧٢ )

فاذا فرضنا أن الموجة المستوية الساقطة قد انطبق بعض أجزائها فى لحظة على ا ح ، هـ ب (بحيث لو لم يكن السطح العاكس موجوداً لكانت أجزاؤها الاخرى منطبقة على ح و هـ ) فان المويجة التى ابتدأت من د تكون قد وصلت الى سطح كرة نصف قطرها د ر = د و فى حين أن المويجة من أية نقطة مثل ح على السطح تكون قد وصلت الى سطح كرة نصف قطرها ح ك يساوى العمود ح ى

الواقع من ح على حـ هـ واذن يكون السطح حـ ك رهـ وهو الغلاف لهـذه الـكرات هو صدر الموجة بعد الانعكاس

فاذا رمزنا بالرمز $س$ لنصف قطر السطح العاكس يكون

$$\overline{و د}\,(٢ س - \overline{و د}) = \overline{حـ و}^{٢}$$

و اذا كان اتساع السطح صغيراً بالنسبة الى نصف قطره أمكن اعتبار

$$س = \frac{\overline{حـ و}^{٢}}{٢\ \overline{و د}}$$

ولو أن صدر الموجة المنعكسة ليس كرياً بالضبط فانه يصح اعتباره جزءاً من كرة اذا كان السطح العـاكس صغيراً أو اذا اقتصرنا على الانعكاس الحادث عند مساحة صغيرة حول القطب فاذا رمزنا لنصف قطر صدر الموجة المنعكسة باعتباره كرة بالرمز $س_١$ يكون

$$\overline{ور}\,(٢ س_١ - \overline{ور}) = \overline{حـ و}^{٢}$$

$$\therefore\ س_١ = \frac{\overline{حـ و}^{٢}}{٢\ \overline{ر و}}$$

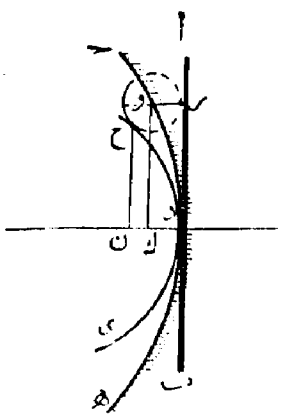
وبما أن $\overline{ور} = ٢\ \overline{و د}$ ينتج أن

$$س_١ = \tfrac{١}{٢} س$$

واذن اذا كان السطح الـكرى المحدب صغيراً فان الموجة المستوية تنعكس عنده كموجة كرية يكون مركزها عند منتصف نصف قطر السطح العاكس ونقطة المنتصف هذه هى التى تسمى البؤرة

( ثانياً ) السطح المقعر

ويمكن تطبيق مثل ما سبق فى حالة السطح الـكرى المقعر. فاذا فرضنا أن حـ د هـ ( شكل ١٧٣ ) السطح المقعر العاكس وان الموجة المستوية كانت تأخذ فى لحظة ما الوضع ا د ب لو لم يكن السطح العاكس موجوداً وأخذنا أية نقطة على هذا السطح مثل و وأسقطنا منها العمود ورعلى ا ب ورسمنا كرة مركزها و ونصف قطرها



( شكل ١٧٣ )

و ر وكررنا مثل هـذا العمل بالنسبة الى نقط أخرى على السطح فان الغلاف لهذه الكرات يكون ح د ى ويمثل صدر الموجة بعد الانعكاس . ويمكن كما فى الحالة الأولى اعتبار هذا السطح كرياً اذا كان اتساع السطح العاكس صغيراً . واذا أسقطنا من نقطة و العمود وك على المحور ومن نقطة ح ( وهى نقطة تلامس الغلاف والكرة التى مركزها و ) العمود ح ن على المحور وبالرمز لنصف قطر تكور السطح العاكس بالرمز س يمكن كما سبق بيان أن

$$س = \frac{\overline{وك}^{٢}}{\overline{٢ دك}}$$

وبالرمز لنصف قطر تكور الغلاف بالرمز $س_{١}$ يمكن ايضا بيان ان

$$س_{١} = \frac{\overline{ح ن}^{٢}}{\overline{٢ د ن}}$$

فاذا كان السطح العاكس صغيراً أو كان تكوره طفيفاً جداً أمكن اعتبار نقطة ح عند نهاية القطر المار بنقطة ر لصدر الموجة التى مركزها و واذن يمكن اعتبار أن

$$\overline{ح ن} = \overline{وك}$$

$$\text{و} \overline{د ن} = ٢ \overline{د ك}$$

واذن ينتج أن

$$س_{١} = \frac{١}{٢} س$$

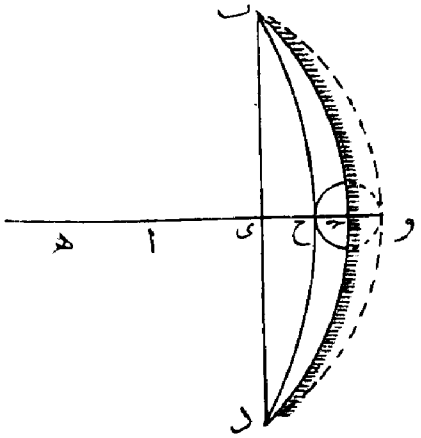
ويلاحظ فى هذه الحالة أن الموجة المنعكسة تنقبض الى نقطة هى منتصف نصف قطر السطح العاكس وهى البؤرة الحقيقية للسطح المقعر

## ٢٠١ – انعكاس الموجة الكرية عند السطح الكرى

( أولا ) السطح المقعر

لنفرض أن السطح المقعر هو ب ح د (شكل ١٧٤) ومركزه نقطة ه وقطبه نقطة ح ولنفرض أنه سقطت عليه موجة كرية مركزها نقطة ا ولنفرض أنها كانت تأخذ فى لحظة ما الوضع ب و د لو لم يكن السطح العاكس موجوداً ولنفرض أن السطح ب ح د هو الغلاف للمويجات التى

تنتشر من النقط المختلفة من السطح العاكس عند مايلمس صدر الموجة الكرية الساقطة هذه النقط بالترتيب أى لنفرض أنه يلمس مثلا الموجة التى تبتدئ من ح وتصل الى ح عند وجود السطح العاكس فى الوقت الذى كانت تصل فيه الى و لولم يكن موجوداً وهكذا، فيكون السطح ب ح د هو صدر الموجة بعد الانعكاس فى اللحظة المذكورة



( شكل ١٧٤ )

والغلاف المذكور لا يكون كريا ولكن اذا فرضنا أن اتساع السطح العاكس صغير أمكن اعتباره جزءاً من سطح كرى فهو فى الحقيقة يكون بمثابة سطح صغير منحن له نصف قطر انحناء معين

فاذا رمزنا لنصف قطر تكور السطح العاكس بالرمز س وكان المستقيم ب د وتراً عمودياً على المحور ه ح يتقابل واياه فى نقطه ى يتبين من الشكل أن

$$\overline{ب ى}^{٢} = \overline{ح ى}\,(٢ س - \overline{ح ى})$$

و باعتبار أن السطح العاكس صغير يكون

$$\overline{ح ى} = \frac{\overline{ب ى}^{٢}}{٢ س} \quad \ldots\ldots (١)$$

واذا رمزنا لنصف قطر انحناء الموجة الساقطة بالرمز $س_{١}$ يكون طبقاً للفرض المذكور

$$\overline{و ى} = \frac{\overline{ب ى}^{٢}}{٢ س_{١}} \quad \ldots\ldots (٢)$$

واذا رمزنا لنصف قطر انحناء الموجة المنعكسة بالرمز $س_{٢}$ يكون أيضاً

$$\overline{ح ى} = \frac{\overline{ب ى}^{٢}}{٢ س_{٢}} \quad \ldots\ldots (٣)$$

ولكن نظراً لان نقطة ح هى نقطة تلامس الغلاف وسطح الكرة التى تصل اليها الموجة المبتدئة من ح فى الوقت الذى كانت تصل فيه الى نقطة و لولم يكن السطح العاكس موجوداً يكون

$$\overline{\text{حـ و}} = \overline{\text{حـ ح}}$$

$$\text{واذن } \overline{\text{و ى}} = ٢\ \overline{\text{حـ ح}} + \overline{\text{ح ى}}$$

$$\therefore\ \overline{\text{و ى}} + \overline{\text{خ ى}} = ٢\ \overline{\text{حـ ح}} + ٢\ \overline{\text{ح ى}} = ٢\ \overline{\text{حـ ى}}$$

وبالتعويض من المعادلات (١) و (٢) و (٣) ينتج أن

$$\frac{\overline{\text{ب ى}}^{٢}}{\text{س}_{١}^{٢}} + \frac{\overline{\text{ب ى}}^{٢}}{\text{س}_{٢}^{٢}} = ٢\,\frac{\overline{\text{ب ى}}^{٢}}{\text{س}^{٢}}$$

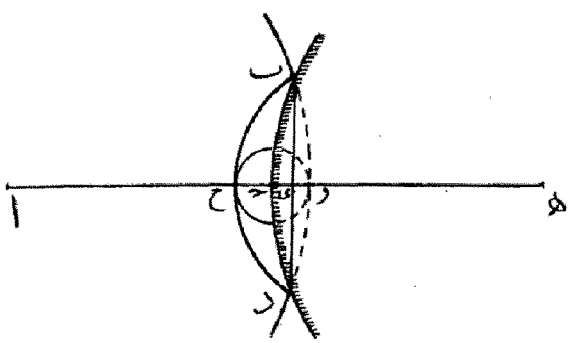
$$\frac{١}{\text{س}_{١}} + \frac{١}{\text{س}_{٢}} = \frac{٢}{\text{س}}$$

فاذا رمزنا لبعد مركز الموجة الساقطة عن السطح العاكس بالحرف ع ولبعد مركز الموجة المنعكسة عنه بالحرف $\text{ع}_{١}$ فان $\text{ع} = \text{س}_{١}$ و $\text{ع}_{٢} = \text{س}_{٢}$ بالتقريب واذن

$$\frac{١}{\text{ع}_{١}} + \frac{١}{\text{ع}} = \frac{٢}{\text{س}}$$

(ثانياً) السطح المحدب

لنفرض أن السطح المحدب هو ب حـ د (شكل ١٧٥) ومركزه نقطة هـ ولنفرض أنه سقطت عليه موجة كرية مركزها نقطة ا وأن الموجة كانت تأخذ فى لحظة ما الوضع ب و د لو لم يكن السطح العاكس موجوداً ولنفرض كما فى الحالة السابقة أن ب حـ د هو صدرها بعد الانعكاس أى هو الغلاف الذى يلمس مثلا المويجة التى تبتدىء من حـ وتصل الى ح فى الوقت الذى كانت تصل فيه الى و لو لم يكن السطح العاكس موجوداً ويكون حـ و مساوياً حـ ح وتكون المعادلات (١) و (٢) و (٣) منطبقة أيضاً فى هذه الحالة




(شكل ١٧٥)

ومن الشكل يتضح أن

$$\overline{حى} + \overline{وى} = \overline{حو} = \overline{ح_{٢}ح}$$

وبما أن $\overline{ح_{١}ى} = \overline{ح_{١}ح_{٢}} + \overline{ح_{٢}ى}$

$$\therefore \overline{ح_{١}ى} = ٢\overline{ح_{٢}ى} + \overline{وى}$$

وبالتعويض من المعادلات (١) ، (٢) ، (٣) ينتج أن

$$\frac{\overline{ب_{١}ى}^{٢}}{٢ س_{١}^{٢}} = \frac{\overline{ب_{٢}ى}^{٢}}{٢ س_{٢}^{٢}} + \frac{\overline{ب_{١}ب_{٢}}^{٢}}{٢ س_{١}^{٢}}$$

$$\therefore \frac{٢}{س_{١}} = \frac{١}{س_{٢}} - \frac{١}{س_{١}}$$

وبالرموز السابقة يكون

$$\frac{١}{ع_{١}} - \frac{١}{ع_{٢}} = \frac{٢}{س_{١}}$$

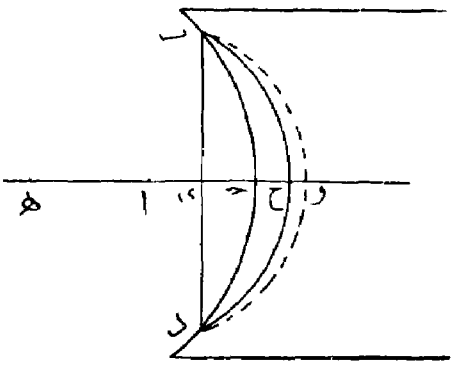
وباتباع قاعدة الاشارات المألوفة تتحول هـذه المعادلة الى صورة المعادلة المقابلة لها فى الحالة الأولى

وبهذه الكيفية يمكن استخراج كل الحقائق المرتبطة بالانعكاس عن السطوح الكرية ويمكن طبعاً اعتبار حالة الموجة المستوية حالة خاصة من الموجة الكرية يكون فيهـا $س_{١}$ لا نهاية له

## ٢٠٢ – انكسار الموجة الكرية عند السطح الكرى

(أولا) السطح المقعر

لنفرض أن السطح الكرى الذى يحدث عنده الانكسار هو ب حد (شكل ١٧٦) ومركز تكوره نقطة ه ولنفرض أن الموجة الكرية التى تسقط على هذا السطح مركزها نقطة ا



( شكل ١٧٦ )

ولتحديد الفكرة فى الذهن لنفرض أنها تسقط من وسط كالهواء على سطح وسط آخر كالزجاج ومعامل الانكسار من الأول الى الثانى م. فاذا فرض أن صدر الموجة الساقطة يأخذ فى لحظة ما الوضع ب و د عندما لا يحدث الانكسار وانه يأخذ الوضع ب ح د عند حدوث الانكسار فعلا، فان ب ح د يكون الغلاف للمويجات ومنها المويجة التى تبتدئ من القطب ح وتصل الى نقطة ح فى الوسط الثانى وكانت تصل الى نقطة و لو لم يحدث الانكسار ( حيث يكون $\frac{\text{ح و}}{\text{ح ح}} = م$ ) والسطح ب ح د لا يكون بوجه عام كريا ولكن يمكن اعتباره كذلك اذا كان اتساع السطح الحادث عنده الانكسار صغيراً

فاذا رمزنا لنصف قطر تكور السطح الحادث عنده الانكسار بالرمز س وكان الوتر ب د يقطع المحور ه ح عمودياً فى نقطة ى يمكن كما فى الحالات السابقة اثبات ان

$$\text{ح ى} = \frac{\overline{\text{ب ى}}^{2}}{2\,\text{س}} \quad \ldots\ldots (١)$$

وبالرمز لنصف قطر الموجة الساقطة بالرمز $\text{س}_{١}$ يمكن اثبات أن

$$\overline{\text{و ى}} = \frac{\overline{\text{ب ى}}^{2}}{2\,\text{س}_{١}} \quad \ldots\ldots (٢)$$

وبالرمز لنصف قطر الموجة المنكسرة بالرمز $\text{س}_{٢}$ يمكن كذلك اثبات أن

$$\overline{\text{ح ى}} = \frac{\overline{\text{ب ى}}^{2}}{2\,\text{س}_{٢}} \quad \ldots\ldots (٣)$$

ولكن $\overline{\text{ح ى}} = \overline{\text{ح ح}} + \overline{\text{ح ى}}$

و $\overline{\text{ح ح}} = \frac{\overline{\text{و ح}}}{م}$

$$\therefore \overline{ح ى} = \frac{\overline{و ح}}{م} + \overline{ح ى}$$

ولكن $\overline{و ح} = \overline{و ى} - \overline{ح ى}$

$$\therefore \overline{ح ى} = \frac{1}{م}(\overline{و ى} - \overline{ح ى}) + \overline{ح ى}$$

$$\therefore \overline{ح ى} = \frac{1}{م} \cdot \overline{و ى} + \overline{ح ى}(1 - \frac{1}{م})$$

وبالتعويض من المعادلات (١) ، (٢) ، (٣) ينتج أن

$$\frac{1}{ع_2} = \frac{1}{م} \cdot \frac{1}{ع_1} + \frac{1}{ع}(1 - \frac{1}{م})$$

$$\therefore \frac{م}{ع_2} - \frac{1}{ع_1} = \frac{م - 1}{ع} \quad \ldots\ldots (٤)$$

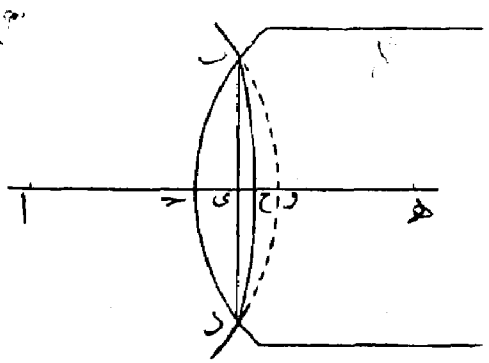
فاذا رمزنا لبعد النقطة التى تصدر منها الموجة الكرية عن السطح بالحرف ع ولبعد مركز الموجة المنكسرة عن السطح بالرمز $ع_1$ فان

$ع = ع_1$ بالتقريب

$، \quad ع_1 = ع_2$ «

$$\therefore \frac{م}{ع_1} - \frac{1}{ع} = \frac{م - 1}{ع}$$

(ثانياً) السطح المحدب



(شكل ١٧٧)

لنفرض أن السطح المحدب هو ب ح د (شكل ١٧٧) ومركزه نقطة هـ ولنفرض أن الموجة الكرية التى تسقط على هـذا السطح مركزها نقطة ا ولنرمز لمعامل انكسار الضوء من الوسط الأول (وليكن الهواء) الى الوسط الثانى (وليكن الزجاج مثلا) بالحرف م فاذا فرض أن صدر الموجة الساقطة يأخذ فى لحظة ما الوضع ب و د عندما لا يحدث الانكسار وانه يأخذ الوضع ب ح د فعلا عند حدوث الانكسار

فان السطح ب ح د يكون هو الغلاف للموجات ويكون $\frac{ح_و}{ح} = م$ وتكون كما فى الحالة السابقة المعادلات (١) ، (٢) ، (٣) صحيحة

ولكن $\overline{ح ى} = \overline{ح ح} - \overline{ح ى}$

$$= \frac{\overline{ح و}}{م} - \overline{ح ى}$$

$$= \frac{1}{م}(\overline{ح ى} + \overline{و ى}) - \overline{ح ى}$$

$$= \frac{1}{م} \cdot \overline{و ى} - \overline{ح ى}(1 - \frac{1}{م})$$

وبالتعويض من المعادلات (١) ، (٢) ، (٣) ينتج أن

$$\frac{1}{س_٢} = \frac{1}{م} \cdot \frac{1}{س_١} - \frac{1}{س}(1 - \frac{1}{م})$$

$$\therefore \frac{م}{س_٢} - \frac{1}{س_١} = \frac{م - 1}{س}$$

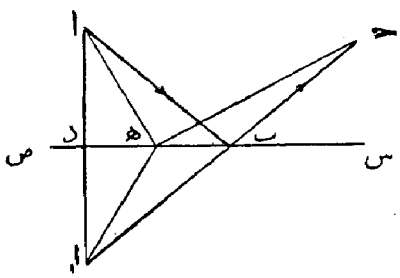
وباتباع قاعدة الاشارات يتضح أن هذه المعادلة تأخذ صورة المعادلة المقابلة لها فى السطح المقعر . واذن تكون المعادلة (٤) هى المعادلة العامة التى تنطبق فى حالتى السطح المقعر والسطح المحدب اذا اتبعت القاعدة المشار اليها ، ومن المعادلة (٤) يمكن استخراج حالة انكسار الموجة المستوية عند السطح الكرى حيث تكون قيمة $س_١$ لا نهاية لها وكذلك حالة انكسار الموجة الكرية عند السطح المستوى حيث تكون قيمة $س$ لا نهاية لها

ويمكن بتطبيق ما سبق ايجاد العلاقة بين نصف قطر الموجة الساقطة على العدسة الكرية ونصف قطر الموجة النافذة منها . وذلك بتقدير نصف قطر الموجة المنكسرة عند السطح الاول للعدسة . ثم اعتبار هذه الموجة ساقطة على السطح الثانى وتقدير نصف قطر الموجة المنكسرة عند السطح الثانى مع ملاحظة أنه اذا رمز لمعامل الانكسار فى الحالة الاولى بالحرف م يكون معامل الانكسار فى الثانية $\frac{1}{م}$

## ٢٠٣ — قاعدة فرمات

قاعدة منسوبة الى كاشفها « فرمات »[١] وتعرف بقاعدة « أقصر الاوقات »[٢] تنص على أن الضوء يستغرق فى الانتقال من نقطة الى أخرى أقصر ما يمكن من الزمن . والقاعدة عامة تنطبق فى حالتى الانعكاس والانكسار

ولبيان صحة القاعدة فى الانعكاس نفرض أن س ص ( شكل ١٧٨) سطح عاكس وأن الضوء ينتقل من ا الى حـ مارا بنقطة على السطح العاكس . ونرسم من نقطة ا العمود ا د على السطح ونمده على استقامته الى نقطة ا، بحيث يكون ا د مساويا ا، د ثم نصل ا، حـ بحيث يقطع السطح فى نقطة ب ونصل ا ب



( شكل ١٧٨ )

ثم نأخذ أية نقطة أخرى مثل هـ على السطح ونصل ا هـ ، ا، هـ فيكون

ا ب + ب حـ < ا هـ + هـ حـ

ولاثبات ذلك يتضح من تطابق المثلثين ا هـ د ، ا، هـ د أن

ا هـ = ا، هـ

ومن تطابق المثلثين ا ب د ، ا، ب د أن

ا ب = ا، ب

وفى المثلث ا، هـ حـ

ا، هـ + هـ حـ > ا، حـ

∴ ا هـ + هـ حـ > ا ب + ب حـ

∴ يكون الزمن الذى يستغرقه الضوء فى الوصول من ا الى ب ومن ب الى حـ أقصر من الزمن الذى يستغرقه فى الوصول من ا الى هـ ، من هـ الى حـ باعتبار أن هـ اية نقطة أخرى (غير

---

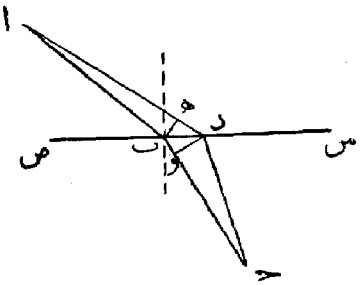
(١) Fermat

(٢) Principle of Least Time

ب ) على السطح العاكس واذن يستغرق الضوء فى الانتقال فى مسيره ا ب حـ أقصر ما يمكن من الزمن

واذا أقمنا العمود عند ب على السطح العاكس كان من السهل اثبات أن ا ب ، ب حـ أحدهما بمثابة شعاع ساقط والآخر بمثابة شعاع منعكس

ولبيان صحة القاعدة فى الانكسار نفرض أن س ص (شكل ١٧٩) سطح يفصل بين وسطين ولنفرض أن الضوء ينتقل من نقطة ا الى نقطة حـ ومسيره ا ب حـ فى أقصر ما يمكن من الزمن



( شكل ١٧٩ )

فنظراً لأنه عند النهايتين الصغرى أو العظمى تكون المقادير الجبرية ثابتة يتضح أنه اذا أخذنا نقطة مثل د على السطح س ص وكانت قريبة جداً من ب فان الضوء يستغرق فى المسير من ا الى د ثم من د الى حـ زمناً يساوى الزمن الذى يستغرقه فى المسير من ا الى ب ثم من ب الى حـ . فاذا أسقطنا من ب العمود ب هـ على ا د ومن د العمود د و على ب حـ فنظراً لأن نقطة د قريبة من نقطة ب أمكن اعتبار ا ب مساويا ا هـ ، حـ د مساويا حـ و

واذن يكون الزمن الذى يستغرقه الضوء فى الوصول من هـ الى د فى الوسط الاول مساوياً الزمن الذى يستغرقه فى الوصول من ب الى و فى الوسط الثانى . فاذا رمز لسرعته فى الاول بالرمز $ع_1$ ولسرعته فى الثانى بالرمز $ع_2$ يكون

$$\frac{هـ د}{ع_1} = \frac{ب و}{ع_2}$$

$$\therefore \frac{هـ د}{ب و} = \frac{ع_1}{ع_2}$$

واذا رسمنا من ب العمود على السطح ورمزنا للزاوية التى يصنعها ا ب مع هذا العمود بالحرف ن وللزاوية التى يصنعها ب حـ مع العمود بالحرف ر فان

$$\angle هـ ب د = ن$$

$$\text{ق} \angle \text{و د ب} = \theta$$

$$\text{وبما أن} \quad \frac{\text{جا} \angle \text{هـ ب د}}{\text{جا} \angle \text{و د ب}} = \frac{\text{هـ د}}{\text{ب و}}$$

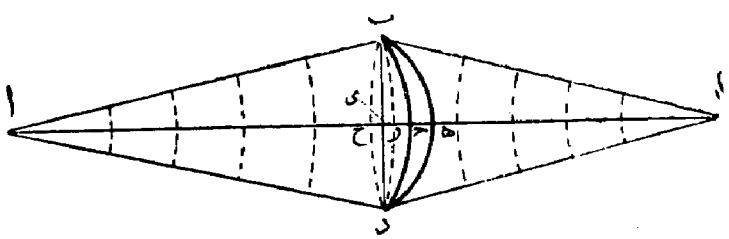
$$\therefore \quad \frac{\text{هـ د}}{\text{ب و}} = \frac{\text{جا } \theta_1}{\text{جا } \theta_2} = \frac{ع_1}{ع_2}$$

واذن على فرض أن الضوء يستغرق فى مسيره من ا الى ب الى حـ أقصر الاوقات يكون معامل الانكسار من الوسط الأول الى الثانى مساوياً نسبة سرعة الضوء فى الأول الى سرعته فى الثانى واذن يكون ( طبقاً للنظرية الموجية ) ا ب بمثابة شعاع ساقط ق ب حـ بمثابة المنكسر فينقاد الضوء فى مسيره من نقطة ا فى الوسط الأول الى نقطة حـ فى الوسط الثانى الى قانونى الانكسار

واذا تعددت الانكسارات فان مجموع الزمن الذى يستغرقه الضوء فى قطع مسيره فى الوسط الأول والزمن الذى يستغرقه فى قطع مسيره فى الثانى وهكذا هذا المجموع يساوى أقصر ما يمكن من الزمن

## ٢٠٤ — استنباط قانون العدسة بتطبيق قاعدة فرمات

من المعلوم أن العدسة تجعل الاشعة الصادرة من نقطة على محورها تتجمع (هى أوامتداداتها) بعد نفوذها فيها فى نقطة على محورها . والعدسات الكرية حقاً لا تعمل العمل المذكور الا اذا كان اتساعها صغيراً



( شكل ١٨٠ )

نظراً للزيغ الكرى لذلك نفرض أن عدسة محدودة بسطحين كريين مثل ب حـ د ق ب هـ د ( شكل ١٨٠ ) ذات اتساع صغير ولنفرض أن السطح الواقع عليه الضوء وهو ب حـ د مقعر والآخر ب هـ د محدب حتى يكون نصفا قطريهما $س_1$ ق $س_2$ موجبين طبقاً لقاعدة الاشارات ولتكن العدسة لامة بحيث يتجمع الضوء الصادر من نقطة ا على المحور فى نقطة $ا_1$ بعد

نفوذه من العدسة . فطبقاً لقاعدة فرمات يستغرق الضوء فى الوصول من ا الى ا$_{١}$ أياً كان مسيره خلال العدسة أقصر ما يمكن من الزمن واذن يكون الزمن الذى يستغرقه أياً كان مسيره خلال العدسة واحداً . فاذا رمزنا لسرعة الضوء فى الوسط المحيط بالعدسة (وليكن الهواء مثلا ) بالرمز ع$_{١}$ وفى مادة العدسة ( الزجاج مثلا ) بالرمز ع$_{٢}$ يتضح أن الزمن الذى يستغرقه الضوء فى المسير من ا الى ب الى ا$_{١}$ هو $\frac{\text{ا ب} + \text{ب ا}_{١}}{\text{ع}_{١}}$ والزمن الذى يستغرقه فى المسير من ا الى ح الى ه الى ا$_{١}$ هو

$$\frac{\text{ا ح}}{\text{ع}_{١}} + \frac{\text{ح ه}}{\text{ع}_{٢}} + \frac{\text{ه ا}_{١}}{\text{ع}_{١}}$$

واذن $$\frac{\text{ا ب} + \text{ب ا}_{١}}{\text{ع}_{١}} = \frac{\text{ا ح} + \text{ه ا}_{١}}{\text{ع}_{١}} + \frac{\text{ح ه}}{\text{ع}_{٢}}$$

$$\therefore \text{ا ب} + \text{ب ا}_{١} = \text{ا ح} + \text{ه ا}_{١} + \text{ح ه} \cdot \frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٢}}$$

وبالرمز لمعامل انكسار الضوء من الوسط المحيط بالعدسة ( الهواء مثلا ) الى مادة العدسة (الزجاج مثلا ) بالحرف م فان $\frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٢}} = \text{م}$

$$\therefore \text{ا ب} + \text{ب ا}_{١} = \text{ا ح} + \text{ه ا}_{١} + \text{م} \cdot \text{ح ه}$$

فاذا ركزنا فى نقطة ا وبنصف قطر يساوى ا ب رسمنا السطح الكرى ب و د قاطعاً المحور فى نقطة و وركزنا فى نقطة ا$_{١}$ وبنصف قطر يساوى ا$_{١}$ ب رسمنا السطح الكرى ب ح د قاطعاً المحور فى نقطة ح ورسمنا الوتر المشترك ب د قاطعاً المحور فى نقطة ى ينتج من المعادلة السابقة أن

$$\text{ا و} + \text{ح ا}_{١} = \text{ا ح} + \text{ه ا}_{١} + \text{م} \cdot \text{ح ه}$$

$$\therefore \text{ح ا}_{١} - \text{ه ا}_{١} + \text{ا و} - \text{ا ح} = \text{م} \cdot \text{ح ه}$$

$$\therefore \text{ح ه} - \text{ح و} = \text{م} \cdot \text{ح ه}$$

ولكن ح هـ = ح ى + ى هـ

و ح و = ح ى − و ى

و ح هـ = هـ ى − ح ى

∴ ح ى + ى هـ − ح ى + و ى = م ( هـ ى − ح ى )

∴ ح ى + و ى = ( م − ١ ) ( هـ ى − ح ى ) ..... ( ١ )

ولكن

$$ح ى = \frac{\sqrt{ب ى^{٢}}}{ن_{١} ٢} \quad و \quad هـ ى = \frac{\sqrt{ب ى^{٢}}}{ن_{٢} ٢}$$

وكذلك اذا رمز لنصف قطر السطح ب و د بالرمز $ن_{َ}$ ولنصف قطر السطح ب ح د بالرمز $ن_{ً}$ يكون

$$و ى = \frac{\sqrt{ب ى^{٢}}}{ن_{َ} ٢} \quad و \quad ح ى = \frac{\sqrt{ب ى^{٢}}}{ن_{ً} ٢}$$

وبالتعويض فى المعادلة ( ١ ) ينتج بعد الاختصار أن

$$\frac{١}{ن_{ً}} + \frac{١}{ن_{َ}} = ( م - ١ ) \left( \frac{١}{ن_{٢}} - \frac{١}{ن_{١}} \right) \quad ..... \quad ( ٢ )$$

وبالرمز لبعد ا عن العدسة باعتبارها رقيقة بالحرف ع ولبعد $ا_{١}$ عنها بالرمز $ع_{١}$ فان

$ن_{َ}$ = ع بالتقريب

و $ن_{ً}$ = $ع_{١}$ »

فاذا روعيت قاعدة الاشارات تتحول المعادلة ( ٢ ) الى الصورة المألوفة

$$\frac{١}{ع_{١}} - \frac{١}{ع} = ( م - ١ ) \left( \frac{١}{ن_{١}} - \frac{١}{ن_{٢}} \right)$$

## ٢٠٥ — الطاقة الضوئيـة وشدة الاستضاءة

اذا اعتبرنا الضوء حركة موجية فانتقاله من مكان الى آخر هو انتقال للطاقة المتعلقة بهذه الحركة الموجية . فاذا فرضنا أن لكل دقيقة من دقائق الوسط المتموج كتلة قدرها ك وكانت الدقائق متحركة حركة دورية بسيطة فسرعتها فى أية لحظة تكون ا ، حتا و ن = ا ، حتا هـ باعتبار أن هـ زاوية الطور ( = و ، ن )

واذن تكون طاقة حركة الدقيقة فى هذه اللحظة

$$\frac{1}{2} ك ا^2 و^2 \text{ حتا}^2 هـ \ldots\ldots (١)$$

وطاقة الحركة هذه متغيرة فهى تكون صفراً اذا بلغت قيمة هـ $\frac{ط}{2}$ أو $\frac{3}{2}ط$ الخ وتبلغ نهايتها العظمى وهى $\frac{1}{2} ك ا^2 و^2$ عند ما تكون هـ مساوية صفراً أو ط أو ٢ ط الخ

ويتضح من هذا أن طاقة الحركة تكون عند نهايتها العظمى والدقيقة عند مركز الحركة حيث تكون ازاحتها صفراً وتبلغ طاقة الحركة قيمة الصفر والدقيقة عند نهاية ازاحتها سواء فى الاتجاه الموجب أو الاتجاه السالب

ونظراً لأن الدقيقة المتحركة حركة دورية بسيطة تكون لها عجلة نحو المركز فانه تقع عليها قوة تجذبها نحو المركز فاذا أزيحت عن المركز تطلبت هذه الازاحة شغلا يكسبها طاقة كامنة أو طاقة وضع . ولتقدير الطاقة الكامنة للدقيقة نرمز للازاحة فى لحظة ما بالحرف س فعجلة الدقيقة فى هذه اللحظة نحو المركز هى و^2 س باعتبار أن و السرعة الزاوية حول دائرة الاسناد فاذا كانت كتلة الدقيقة ك تكون القوة المؤثرة فيها نحو المركز فى هذه اللحظة هى ك و^2 س فاذا زادت ازاحتها بالمقدار التفاضلى د س تطلب هذا شغلا قدره

$$ك و^2 س \, د س$$

واذن الشغل اللازم لازاحتها من المركز ( حيث تكون س صفراً ) الى أن تبلغ الازاحة قيمه نرمز لها بالحرف س يكون مساوياً

$$\int_{0}^{س} ك و^2 س \, د س$$

$$= \frac{1}{2} ك ، ^{2} س^{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (٢)$$

فاذا كانت ازاحة الدقيقة صفراً وطاقة حركتها $\frac{1}{2} ك ا_{2} ، ^{2} ، ^{2}$ تكون طاقتها الكامنة صفراً واذا بلغت الازاحة قيمة ا (اتساع الحركة) فان طاقتها الكامنة تكون $\frac{1}{2} ك ا_{2} ، ^{2}$ وطاقة الحركة تكون صفراً

وبما أن الازاحة س فى أية لحظة هى ا حا هـ يتضح من المعادلة (٢) أن الطاقة الكامنة فى هذه اللحظة تكون

$$\frac{1}{2} ك ا^{2} ، ^{2} حا^{2} هـ$$

وبما أن طاقة الحركة فى هذه اللحظة هى

$$\frac{1}{2} ك ا_{2} ، ^{2} ، ^{2} حتا^{2} هـ$$

تكون الطاقة الكلية للدقيقة فى هذه اللحظة

$$\frac{1}{2} ك ا_{2} ، ^{2} ، ^{2} حا^{2} هـ + \frac{1}{2} ك ا_{2} ، ^{2} ، ^{2} حتا^{2} هـ$$

$$= \frac{1}{2} ك ا_{2} ، ^{2} ، ^{2}$$

ومن هذا يتضح أن الطاقة الكلية للدقيقة ثابتة ولكنها عند ما تكون الازاحة صفرا تكون الطاقة طاقة حركة وعند ما تبلغ الازاحة قيمة ا تكون الطاقة طاقة كامنة وفى أية لحظة أخرى يكون بعضها طاقة كامنة وبعضها طاقة حركة

فاذا رمزنا لكتلة الدقائق فى وحدة الحجوم بالحرف ث فان الطاقة فى وحدة الحجوم تكون

$$\frac{1}{2} ث ا_{2} ، ^{2} ، ^{2}$$

واذا عدنا الى تعريف شدة الاستضاءة واعتبرنا شدة الاستضاءة مقدار الطاقة الواقعة على وحدة المساحات فى وحدة الزمن عند ما يقع الضوء عمودياً عليها فان شدة الاستضاءة تكون مساوية لحاصل ضرب الطاقة فى وحدة الحجوم فى سرعة انتقال هذه الطاقة أى سرعة الضوء وبالرمز لهذه السرعة بالحرف ء تكون شدة الاستضاءة مساوية

$$\frac{1}{2} ث ا_{2} ، ^{2} ، ^{2} ء$$

وتعرف أحياناً شدة الاستضاءة فى أية نقطة بالطاقة فى وحدة الحجوم عند هذه النقطة وطبقاً

لهذا التعريف تكون شدة الاستضاءة مساوية $\frac{1}{2}$ ت ا$^{2}$ ر$^{2}$

وسواء أذهبنا المذهب الأول أم الثانى فى التعريف فان شدة الاستضاءة فى أية نقطة تتناسب طردياً ومربع اتساع الاهتزازة عند هذه النقطة وبما أن شدة الاستضاءة تتناسب عكسياً ومربع البعد ينتج أن اتساع الاهتزازة الحادثة فى الوسط تتناسب عكسياً والبعد

## ٢٠٦ — وجه الاختلاف بين الأضواء ذات الألوان المختلفة طبقاً للنظرية الموجية

ذكرنا أن تجارب ميكلسن لقياس سرعة الاضواء ذات الألوان المختلفة فى الهواء دلت على أن السرعة واحدة والدلائل بوجه عام تدل على أن سرعة الضوء فى الهواء أو الأثير واحدة لاتختلف باختلاف اللون . ومما يدلل به على ذلك أنه اذا كانت الأضواء ذات الألوان المختلفة تنتقل فى الاثير بسرع مختلفة لظهر أثر ذلك فى المشاهدات الفلكية عقب خسوف[1] نجم من النجوم مثلا حيث تصل منه حينئذ الأضواء السريعة أولا ثم يعقبها البطيئة فيتغير لونه والمشاهدات فى مجموعها تنفى حدوث مثل هذا الامر ، لذلك تعتبر سرعة الضوء فى الاثير وكذلك فى الهواء واحدة أياً كان لونه . واذا رمزنا للسرعة بالحرف ﻫ وللطول الموجى بالحرف ل وللتردد بالحرف ت فان

ﻫ = ل ت

وقد دلت التجارب كما سيتضح من الفصول الآتية من هذا الكتاب على أن الطول الموجى للضوء الاحمر أكبر منه للضوء البنفسجى والطول الموجى للاضواء الاخرى يقع بينهما بترتيب ورود هذه الاضواء فى الطيف . فيكون اذن تردد الضوء الاحمر أقل من تردد البنفسجى ومدة الذبذبة فيه أكبر

ولكن عند انكسار الضوء من الاثير أو الهواء الى وسط آخر كالزجاج فان سرعته فى الوسط الثانى لا تكون مساوية سرعته فى الاول . فاذا راعينا حالة الضوء ذى اللون الواحد فتغير السرعة عند نفوذه الى الوسط الثانى يكون حتما ناشئاً عن تغير فى الطول الموجى أو فى التردد أو فيهما معاً . والرأى المتبع أن التردد ( أو مدة الذبذبة ) للضوء ذى اللون الواحد يبقى ثابتاً لان انتقال

(١) شوهد أن ضوء بعض النجوم تتغير شدته تغيرات دورية فيشتد الضوء ويضعف ويشتد ويضعف بطريقة دورية فلو اختلفت السرعة باختلاف لون الضوء لكانت هذه التغيرات مصحوبة أيضا بتغيرات لون النجم

الاهتزازة من الوسط الاول الى الوسط الثانى معناه أن دقائق الاثير مثلا فى الوسط الثانى تهتز اهتزازة قسرية بفعل الضوء ومدة الاهتزازة القسرية تساوى مدة الاهتزازة المؤثرة أى مدة اهتزازة هذا الضوء . واذن عند انكسار الضوء ذى اللون الواحد من الهواء أو الاثير مثلا الى وسط آخر كالزجاج أو الماء يبقى التردد ثابتاً واذن الطول الموجى يتغير فتكون نسبة الطول الموجى فى الاثير الى الطول الموجى فى الزجاج مثلا للضوء الاحمر كنسبة سرعة الضوء فى الاثير الى سرعة الضوء الاحمر فى الزجاج اذ يلاحظ أن الاضواء ذات الالوان المختلفة وان انتقلت جميعها بسرعة واحدة فى الاثير فان تشتتها فى الزجاج مثلا يدل على أنها لا تنتقل جميعها بسرعة واحدة فيه

## ٢٠٧ — نظرية الصلب المرن

الحركة الموجية تقسم عادة قسمين، طولية وعرضية. وقد ظن بادئ الامر أن موجات الضوء كموجات الصوت موجات طولية ، ولكن ظاهرة الاستقطاب ( كما سيتبين فى الباب الثانى عشر من هذا الكتاب) تطلبت أن تكون موجات الضوء عرضية لا طولية . ولما كان لابد للموجة من وسط تحدث وتنتقل فيه ، عدت موجات الضوء موجات عرضية تحدث وتنتقل فى الاثير ، وعدت للاثير صفات وخواص تؤهله لقبول حدوث هذه الموجات واتتشارها فيه . وقد تبين فى بند (١٩٠) أن سرعة انتشار الموجة العرضية مساوية

$$\sqrt{\frac{م}{ث}}$$

باعتبار م مقياساً لمتانة الوسط ، ث كثافته . ولذلك عد الاثير وسطاً مرناً ذا كثافة بحيث يكون خارج قسمة مقياس متانته على كثافته مساوياً مربع سرعة الضوء فيه ، وقامت بذلك النظرية التى يعد وفقاً لها الاثير شبيها بالجسم الصلب المرن والتى تعرف « بنظرية الصلب المرن »[1]

ولقيت نظرية الصلب المرن اعتراضين أحدهما أن اعتبار الأثير ذا صفات منها ما يشبه مرونة المتانة فى الجسم الصلب ومنها ما يشبه كثافته لا يتفق وما هو معروف عن حركة

---

(١) The Elastic Solid Theory

الأجرام السماوية فيه . فهو من هذه الوجهة كوسط « لطيف » سهل الازاحة تتحرك فيه الاجرام السماوية حركة لا تعرف لها مقاومة . والاعتراض الثانى أن اعتبار الأثير صلباً مرناً يتطلب امكان حدوث الموجات الطولية فيه ، وهذه لا وجود لها . ولكن أمكن دحض الاعتراضين . فمن المعلوم أن خواص الهواء مثلا بالنسبة الى الحركة المنتظمة البطيئة فيه تختلف عن خواصه بالنسبة الى الحركة الدورية السريعة فهو بالنسبة الى الاولى كمائع يكاد يكون قابلا للانضغاط والتخلخل قبولا تاماً . اما بالنسبة الى الثانية فهو يقاومهما كمقاومة الجسم الصلب المرن لهما ويترتب على ذلك قبوله لحدوث موجات الصوت الطولية فيه . واذن ليس ثمت تناقض بين اعتبار الأثير وسطاً لا يقاوم الحركة المنتظمة للاجرام السماوية وبين اعتباره فى الوقت نفسه كالصلب المرن فى المتانة والكثافة بالنسبة الى الحركة الدورية السريعة التى تحدث عنها موجات الضوء

أما من حيث الاعتراض الثانى فانه يمكن اثبات أن سرعة الموجة الطولية تساوى

$$\sqrt{\frac{م_ح + \frac{4}{3} م_ن}{ث}}$$

باعتبار أن $م_ح$ رمز لمقياس المرونة الحجمية ، $م_ن$ رمز لمقياس المتانة ، $ث$ رمز للكثافة . فاذا اعتبر مقياس المرونة الحجمية للاثير لا نهائياً . أى اذا اعتبر الأثير وسطا غير قابل للانضغاط أو التخلخل كانت سرعة الموجة الطولية فيه لا نهاية لها فيخرج وجودها عن حد التصور

وقد وجد «اللورد كلفن[1]» دفعاً آخر لهذا الاعتراض . فاذا كان بسط الكسر المذكور صفراً صارت سرعة الموجة الطولية صفراً . ولذلك قال بامكان اعتبار مقياس المرونة الحجمية للاثير مقداراً سالباً بحيث يعدم بسط الكسر فتعدم سرعة الموجة الطولية . ومعنى ذلك أن يعتبر الأثير وسطاً متقلصاً بطبعه بحيث تكون مقاومته للانضغاط مقاومة سلبية . ولكى تتكون فى الذهن صورة لمثل هذا الوسط نتصور مجموعة من فقاعات الصابون كالتى تتكون بالنفخ فى

(١) Lord Kelvin

محلول الصابون . فمجموعة الفقاعات تعتبر كجسم يقاوم الانضغاط من جراء الهواء المحصور داخل كل فقاعة . ولكن اذا تصورنا أن الهواء الموجود فى داخل الفقاعات قد أزيل اصبحت مجموعة الفقاعات من جراء التوتر السطحى كجسم متقلص مقاومته للانضغاط سالبة فتتقلص المجموعة بطبعها حتى تصير قطرة صغيرة من سائل الا اذا كانت الفقاعات حادثة فى داخل اناء كرى أجوف سطحه الداخلى متصل أملس ، ففى هذه الحالة تحتفظ الفقاعات بشكلها مع فرض ازالة الهواء من داخلها . لأن جدران الاناء تمسكها عن التقلص وتكون مجموعة الفقاعات كجسم مقاومته للانضغاط سالبة .

وقد طبق « فرسنل »[١] وغيره نظرية الصلب المرن لشرح الظواهر الهامة فى الضوء والمجال هنا لا يتسع للخوض فى هـذه الأمور . لذلك نكتفى أن نذكر أن « فرسنل » ذهب فى نظرياته الى أن اختلاف سرعة الضوء فى الاجسام الشفافة المتشابهة الخواص فى جميع الاتجاهات كالزجاج والماء يعزى الى اختلاف كثافة الأثير فى هـذه الاجسام مع ثبوت مرونته . ولكنه ذهب فى شرح الانكسار المزدوج كما سيتبين فى باب آخر من هذا الكتاب [٢] الى أن مرونة الأثير فى البلورات التى تحدث الانكسار المزدوج ليست واحدة فى جميع الاتجاهات . فخالف هـذا بعض العلماء [٣] الى مذهب آخر ، وهو أن كثافة الأثير واحدة ، وان مرونته هى التى تختلف باختلاف الأجسام . وقد أدت البحوث التى قامت على هذا الاساس الى نتائج تشبه النتائج التى توصل اليهـا « فرسنل » ولكنها تختلف عنها فى تعيين اتجاه الاهتزازة وسيرد ذكر ذلك فى موضع آخر من الكتاب [٤]

## ٢٠٧ — النظرية المغناطيسية الكهربائية

من الكشوف الخالدة التى توصل اليها «فردای»[٥] فى الكهربائية والمغناطيسية أن للوسط تأثيراً كبيراً فى ظواهر التكهرب والتمغطس . وقد ترتب على هذا الكشف اعتبار ظواهر الكهربائية والمغناطيسية مظاهر لاجهادات وانفعالات تحدث فى الوسط . فاذا كان الامر كذلك

---

(١) Fresnel (٢) الباب الثانى عشر (٣) مثل Neumann و Mac Cullagh و Green

(٤) الباب الثانى عشر (٥) Faraday

تحتم القول بوجود وسطين ، أحدهما تحدث وتنتقل فيه الموجات الضوئية وهو الاثير ذو الصفات والخواص التى سبق ذكرها بايجاز ، والآخر وسط ذو صفات وخواص أخرى تؤهله ليكون الوسط المعنى فى الكهربائية والمغناطيسية . ولم تكن هذه الثنائية مما يتفق والوحدة العلمية . غير أن البحوث الكهربائية والمغناطيسية التى أجراها « مكسول »[1] دلت على امكان حدوث موجات مغناطيسية كهربائية تنتقل فى الفراغ بسرعة وجدت مساوية سرعة الضوء . فوضع بذلك نظريته فى أن الموجات الضوئية موجات مغناطيسية كهربائية ، وهى النظرية التى زالت بها الثنائية التى أشرنا اليها ، وزال بها التناقض الذى أدى اليه المذهبان المختلفان اللذان أشرنا اليهما فى الفقرة السابقة فى تطبيق نظرية الصاب المرن

والفروض الأساسية التى توخاها مكسول فى بحوثه تتلخص فى أن الكهربائية منتشرة فى الأجسام الموصل منها والعازل ، ولكنها فى العازل مقيدة فاذا أثر المجال الكهربائى أزيحت قليلا فى اتجاه المجال ، واذا بطل المجال عادت الى موضعها ، والازاحة الحادثة فى العازل فرضها مكسول متناسبة وشدة المجال المؤثر ، وحدوث هذه الازاحة فرضه مكسول حدوث لتيار كهربائى موضعى سماه « تيار الازاحة »[2] وفرض لهذا التيار صفات التيار الكهربائى المعتاد وخواصه

وعلى أساس هذه الفروض يمكن تكوين فكرة أولية بسيطه عن كيفية حدوث الموجات المغناطيسية الكهربائية (وهى التى تكون الموجات الضوئية من نوعها) وكيفية انتشارها . ولبيان ذلك نفرض ثلاثة محاور مستقيمة متعامدة السينى والصادى والطائى ونراعى طبقة مستوية رقيقة من العازل موازية للمستوى المكون من المحورين السينى والصادى ، ولنفرض أنه حدث فى هذه الطبقة بفعل مجال كهربائى مواز للاتجاه الموجب للمحور السينى ، ازاحة فى هذا الاتجاه ، فتيار الازاحة الحادث فى هذه الطبقة يؤدى فى طبقة العازل التالية لها والموازية لها ولنسمها الطبقة الثانية تمييزاً لها عن الاولى الى حدوث مجال مغناطيسى خطوط القوة فيه موازية للمحور الصادى وحدوث هذا المجال المغناطيسى يحدث (بالتأثير) أولا فى الطبقة الأولى تيار ازاحة اتجاهه مضاد لاتجاه تيار الازاحة المفروض فى مبدئ الامر ، وثانياً فى الطبقة التالية الموازية للثانية ولنسمها

---

(١) Maxwell

(٢) Displacement Current

الطبقة الثالثة ، تيار ازاحه اتجاهه موازٍ للاتجاه الموجب للمحور السينى . واذن حدوث هذا التيار مقرون بزوال المجال المغناطيسى المذكور وزوال التيار المفروض فى مبدئ الأمر ، ويؤول الى تكرار مثل ما حدث فى الطبقات التالية لهذه الطبقة . وهكذا

ويتبين من هذا أن الازاحة الحادثة فى الاتجاه الموجب للمحور السينى فى الطبقة الأولى الموازية للمستوى المكون من المحورين السينى والصادى تنتقل من هذه الطبقة الى التى تليها وهكذا فى استقامة المحور الطائى ، ويكون انتقالها مقرونا بحدوث مجال مغناطيسى خطوط قوته موازية للمحور الصادى وانتقاله هو أيضاً فى استقامة المحور الطائى . فاذا كانت الازاحة الكهربائية الحادثة فى الطبقة الأولى متغيرة تغيراً دورياً بسيطاً كانت الازاحة المنتقلة من طبقة الى طبقة فى استقامة المحور الطائى متغيرة تغيراً دورياً بسيطاً ، وكان ذلك مقروناً بمجال مغناطيسى خطوط قوته عمودية على الازاحة وكان هذا المجال متغيرا تغيراً دورياً بسيطاً ومنتقلا هو أيضاً فى استقامة المحور الطائى. وهذا ما يعبر عنه بحدوث موجة مغناطيسية كهربائية. ويلاحظ أن الموجة المغناطيسية الكهربائية لها مكونتان احداهما ازاحة كهربائية متغيرة تغيراً دورياً أو مجال كهربائى موازٍ لها متغيرة شدته تغيراً دورياً والثانية مجال مغناطيسى عمودى على المجال الكهربائى متغيرة شدته تغيراً دورياً . وكلتا المكونتين الكهربائية والمغناطيسية تنتقلان فى الاتجاه العمودى عليهما بسرعة معينة

## ٢٠٩ — سرعة الموجة المغناطيسية الكهربائية

ويمكن ايجاد سرعة الموجة المغناطيسية الكهربائية بطريقة لا تتطلب الخوض فى معادلات « مكسول » فيما يختص بالمجال المغناطيسى الكهربائى

فمن المعلوم أنه اذا رمز لمقياس المرونة لأى وسط مرن بالحرف م . وللاجهاد الواقع عليه بالحرف ج وللانفعال الحادث بفعل هذا الاجهاد بالحرف ع فان الطاقة فى وحدة الحجوم من الوسط عند وقوع الاجهاد عليه تكون مساوية

$$\frac{1}{2} \text{ج ع} = \frac{1}{2} \frac{\text{ج}^2}{\text{م}} = \frac{1}{2} \text{م ع}^2 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

ومن المعلوم فى الاستاتيكا الكهربائية[١] ، أنه اذا رمز لعدد أنابيب فردای العمودية على وحدة المساحات ، فى أية نقطة فى المجال الكهربائى بالحرف ف . ولشدة المجال الكهربائى فى تلك النقطة بالرمز مك فان مك = $\frac{٤ ط ف}{ك}$ باعتبار أن ك رمز لمعامل العازل أو السعة التأثيرية النوعيه . وطاقة وحدة الحجوم فى تلك النقطة تكون مساوية

$$\frac{١}{٢} مك ف = \frac{ك}{٨ ط} مك^{٢} = \frac{٢ ط}{ك} ف^{٢} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (٢)$$

وبالمقابلة بين المعادلات ( ١ ) والمعادلات ( ٢ ) يتضح أن شدة المجال الكهربائى تقابل الاجهاد وعدد أنابيب فردای فى وحدة المساحات تقابل الانفعال ، ويسمى عدد الأنابيب فى وحدة المساحات أحياناً الاستقطاب[٢] وأحيانا الازاحة[٣] . واذن يتضح أن المقدار

$$\frac{٤ ط}{ك} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (٣)$$

يقابل مقياس المرونة ويسمى أحياناً مقياس المرونة الكهربائيـة للوسط . ويكون خارج قسمة الاجهاد الكهربائى ( شدة المجال ) على الانفعال الكهربائى ( الازاحة ) مساوياً مقياس المرونة الكهربائية

كذلك من المعلوم فى علم المغناطيسية الكهربائية[٤] أنه اذا رمز للحث الذاتى[٥] للدائرة الكهربائية بالحرف ل وللتيار المار فى الدائرة بالحرف ت فان المقدار

$$\frac{١}{٢} ل ت^{٢}$$

يساوى الشغل المستنفد لامرار التيار . وهو يقابل فى علم الديناميكا الشغل المستنفد لتحريك الجسم المادى بسرعة معينة ويدل المقدار المذكور على الطاقة الحالة فى الوسط من جراء حدوث المجال المغناطيسى فيه ، وهو المجال المغناطيسى الذى يصحب مرور التيار الكهربائى فى الدائرة

فاذا راعينا حالة خاصة لسهولة التقدير ، واعتبرنا ملفاً اسطوانياً لولبياً طويلا ملفوفا حول قضيب من مادة مغناطيسية ورمزنا لقبول الانفاذ المغناطيسى[٦] للمادة المغناطيسية بالحرف و

---

(١) Electrostatics (٢) Polarisation (٣) Displacement
(٤) Electromagnetism (٥) Self Inductance (٦) Permeability

ولعدد لفات الملف فى وحدة الاطوال منه بالحرف ن ولطوله بالحرف س ولمساحة مقطعه العرضى بالحرف ا فان الحث الذاتى يكون

$$٤ \text{ ط و } ن^{٢} \text{ س ا}$$

واذن الشغل المستنفد لامرار التيارات فى هذا الملف يكون .

$$\frac{١}{٢} \times ٤ \text{ ط و } ن^{٢} \text{ س ا ت}^{٢}$$

ويكون هذا الشغل هو المقابل للطاقة الحالة فى المجال المغناطيسى ، وهو المقابل لطاقة الحركة فى الديناميكا . وتكون الطاقة المغناطيسية فى وحدة الحجوم من الوسط مساوية

$$\frac{١}{٢} \times ٤ \text{ ط و} \times (\text{ن ث})^{٢}$$

وبمقابلة هذا المقدار بقانون طاقة الحركة يتضح أن المقدار

$$٤ \text{ ط و} \quad \ldots\ldots (٤)$$

يقابل فى الديناميكا الكتلة ويسمى الكتلة الكهربائية فى وحدة الحجوم . أو الكثافة الكهربائية

وبما أن سرعة الموجة العرضية فى الوسط المرن تساوى الجذر التربيعى لخارج قسمة مقياس المرونة على الكثافة ، ونظراً لأن مقياس المرونة الكهربائية هو المقدار ( ٣ ) والكثافة الكهربائية هى المقدار ( ٤ ) يتضح أن سرعة الموجة الكهربائية تكون

$$\sqrt{\frac{٤ \text{ ط}}{\text{ك}} \div ٤ \text{ ط و}} = \frac{١}{\sqrt{\text{و ك}}} \quad \ldots\ldots (٥)$$

ويكون هذا المقدار هو الدال على سرعة الموجة الكهربائية أو بالأحرى الموجة المغناطيسية الكهربائية ، حيث يكون و رمزاً لقبول الانفاذ المغناطيسى للوسط ، ك رمزاً لمعامل العازل له والمقدار المذكور يساوى عدداً ( كما دلت على ذلك التجارب العملية التى أجريت فى الكهربائية ) سرعة الضوء . وهذا مادعا مكسول الى القول بأن موجات الضوء موجات مغناطيسية كهربائية أى أن الاهتزازة الحادثة فى الضوء هى اهتزازة كهربائية ( أو تغير دورى فى شدة المجال

الكهربائى ) مقرونة باهتزازة مغناطيسية ( أو تغير دورى فى شدة المجال المغناطيسى عمودية عليها وتنتقل الاهتزازتان فى الاتجاه العمودى عليهما بسرعة تساوى المقدار ( ٥ )

## ٢١٠ — بعض النتائج الهامة للنظرية المغناطيسية الكهربائية

( أولا ) معامل انكسار الضوء

اذا كان المقدار ( ٥ ) فى البند السابق يدل على سرعة الضوء ، وراعينا وسطين شفافين عازلين ورمزنا لمعامل العازل لأحدهما بالرمز $ك_1$ ولمعامل العازل للثانى بالرمز $ك_2$ ، ونظراً لان قبول الانفاذ المغناطيسى للاجسام العازلة لايختلف كثيراً عن الواحد ، ينتج أن نسبة سرعة الضوء فى الوسط الأول الى سرعته فى الثانى تساوى

$$\sqrt{\frac{ك_2}{ك_1}}$$

فاذا كان الوسط الاول الاثير أو الهواء فان هذه النسبة تساوى جذر السعة التأثيرية النوعية أو معامل العازل للوسط الثانى ، واذن يكون معامل انكسار الضوء فى الوسط الشفاف مساوياً طبقاً للنظرية المغناطيسية الكهربائية الجذر التربيعى لمعامل العازل لهذا الوسط.

( ثانياً ) شدة الاستضاءة فى أية نقطة

اذا رمز لشدة المجال الكهربائى فى أية نقطة فى أية لحظة بالرمز $ك$ فان الطاقة الكهربائية فى وحدة الحجوم عند تلك النقطة فى تلك اللحظة تساوى

$$\frac{ك^2}{8\pi}$$

ولما كانت شدة المجال الكهربائى تتغير تغيراً دوريا وباعتبار أن تغيرها الدورى بسيط يمكن اعتبار

$$ك = ك_0 \, حا \, ن$$

حيث يكون $ك_0$ قيمة النهاية العظمى لشدة المجال الكهربائى

اذن متوسط مربع شدة المجال الكهربائى تساوى

$$\frac{\int_{0}^{2ط} \text{ك ملك}^{2} \text{حا}^{2} \text{و ن ء ن}}{\int_{0}^{2ط} \text{ء ن}} = \frac{1}{2} \text{ك ملك}^{2}$$

اذن متوسط الطاقة الكهربائية فى وحدة الحجوم فى النقطة المذكورة تكون مساوية

$$\frac{\text{ك ملك}^{2}}{16 ط}$$

كذلك اذا رمز للنهاية العظمى لشدة المجال المغناطيسى فى تلك النقطة بالرمز مغ. يمكن اثبات أن متوسط الطاقة المغناطيسية فى وحدة الحجوم فى تلك النقطة تكون مساوية

$$\frac{\text{و مغ}^{2}}{16 ط}$$

اذن متوسط الطاقة الكلية فى وحدة الحجوم تكون مساوية

$$\frac{1}{16} (\text{ك ملك}^{2} + \text{و مغ}^{2})$$

فاذا عرفت شدة الاستضاءة فى النقطة المذكورة بالطاقة فى وحدة الحجوم فى تلك النقطة كان المقدار الاخير مساوياً شدة الاستضاءة . أما اذا عرفت كما هو المعتاد بمقدار الطاقة الواقعة فى وحدة الزمن عمودياً على وحدة المساحات عند تلك النقطة فانها تساوى المقدار المذكور مضروباً فى سرعة الموجة المغناطيسية الكهربائية أى فى سرعة الضوء

(ثالثاً) الضغط الضوئى

من المعلوم فى الكهربائية أن فى المجال الكهربائى أنابيب قوة . وان هذه الأنابيب فى حالة توتر فى اتجاه الطول وفى حالة تضاغط بعضها على الآخر فى الاتجاه الجانبى العمودى على الطول . وقوة التوتر الواقعة على وحدة المساحات من المقطع العرضى للانبوبة وكذلك الضغط الجانبى الواقع على وحدة المساحات يساوى كل منهما

$$\frac{ك\ م_{ك}^{٢}}{٨\ ط}$$

باعتبار أن $م_{ك}$ رمز لشدة المجال الكهربائى فى النقطة التى نراعيها

وبالمثل بالنسبة الى أنابيب القوة فى المجال المغناطيسى

فاذا كان الضوء موجات مغناطيسية كهربائية ووقع الضوء عمودياً على سطح أسود مثلا يمتص الضوء امتصاصاً تاماً ، حدث خارج هذا السطح مجال كهربائى متردد وموازٍ له ومجال مغناطيسى متردد وموازٍ للسطح أيضاً ولكنه عمودى على المجال الكهربائى . اذن يحدث عن وجود أنابيب القوة فى المجالين ضغط جانبى بالنسبة الى الأنابيب ، يقع عمودياً على السطح

وبما أن شدة كل من المجالين تتغير تغيراً دورياً . يمكن كما سبق اثبات أن متوسط الضغط الكلى الواقع على وحدة المساحة من السطح يساوى

$$\frac{١}{١٦}\left(ك\ م_{ك}^{٢} + و\ م_{غ}^{٢}\right)$$

باعتبار أن $م_{ك}$ رمز للنهاية العظمى لشدة المجال الكهربائى عند السطح ( ولكن خارجه )

وباعتبار أن $م_{غ}$ رمز للنهاية العظمى لشدة المجال المغناطيسى عند النقطة نفسها

فكأن السطح يعانى ضغطاً يساوى مقداره مقدار الطاقة الكلية فى وحدة الحجوم عند هذا السطح

ويلاحظ ان كان السطح عاكساً عكساً تاماً أن الضغط الواقع عليه يكون ضعف المقدار المذكور حيث يكون للموجات الساقطة ضغط وللمنعكسة أيضا ضغط فتكون الطاقة الكلية فى وحدة الحجوم من جراء الساقطة والمنعكسة الضعف