الباب الثاني عشر

الدراسة الكمية للتماثل ونظرية لمجموعات

The symmetry quantum study& group theory

مقدمة :

من أهم المواضيع الرياضية والمستخدمة علي نطاق واسع في مجال ميكانيكا الكم هي نظرية المجموعات، ولدارسة التركيب الالكتروني الفراغي للذرة. كما بنيت هذه النظرية (نظرية المجموعات- الرمز) لتطبق علي التماثل الهندسي للذرات، الجزيئات والبللورات وأصبحت من أهم الطرق المستخدمة في تحليل النتائج العملية لتقنيات الأطياف وتفسير المركبات في مجال الكيمياء العضوية وغير العضوية .

ما هو مفهوم كلمة مجموعة :

أولا : إذا أردنا معرفة كلمة مجموعة أو زمر لابد من وجود شرطين هما :

أ- العملية

ب- الفئة

فكلمة فئة تعني فئة الأرقام والعملية عملية الضرب. مثلا فإذا تحقق وجود المعكوس الضرب وهو محقق لكل رقم ينتمي للفئة .

مثال : 5 ، $\frac{1}{5}$ يلاحظ وجود عنصر واحد – وهو محايد في عملية الضرب كذلك خاصية التوزيع بمعني $(5\times 6)\times 7 = 5\times (6\times 7)$ وحينئذ يقال عنها مجموعة .

والدراسة الكمية للتماثل تعرف بنظرية المجموعاتgroup theory وعموما نظرية المجموعات في معظم الأحيان تمدنا بالأشكال لدراسة التركيب الفراغي .

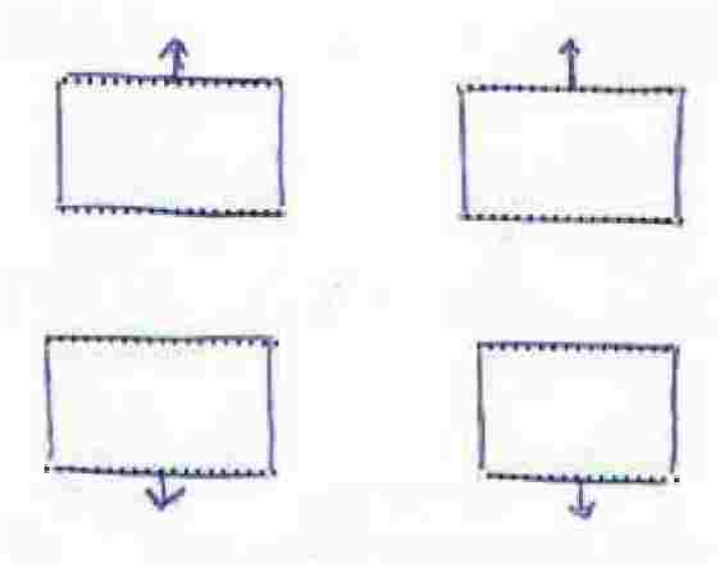
التماثل Symmetry: (C)

ويلعب التماثل دورا هاما في تعيين الخواص الفيزيائية لأي جسيم وخاصة في مجال الجزيئات. ويمكننا من معرفة وأشكال المدارات الجزيئية وإدخال علاقات رابطة بين أجزاء الجزئ الواحد مما يؤدي إلي اختزال وتبسيط الحسابات ولكي نريد معرفة تماثل انظر الشكل (1) .

يلاحظ التشابه الكبير بين المكعبات ويمكننا تحديد العينة الأساسية والتي نلاحظ تكرارها في كل حالة من الحالات. ونلاحظ عدم التفرقة بين الوضع الابتدائي والنهائي للشكل الواحد .

وكأننا وضعنا مرآه مستوية شكل (١) .

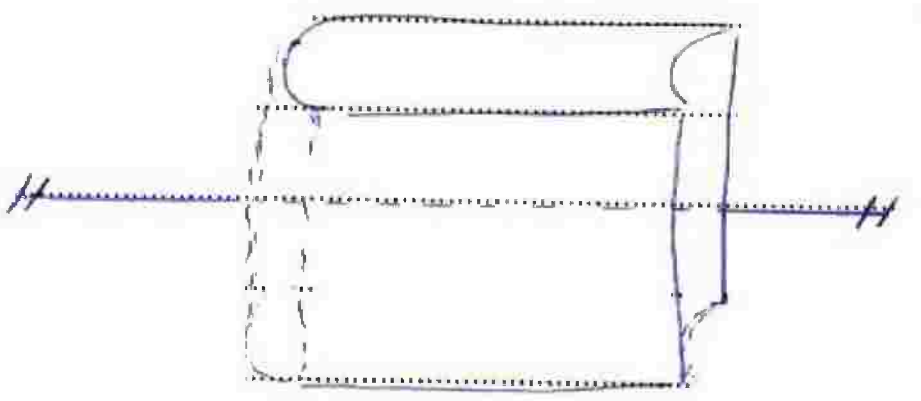
بين أجزء الشكل الواحد كما نجد حركة دوران بزاوية معينه .



شكل (1)

ولنفرض لدينا كتاب في الشكل (2) التالي: هذا الكتاب يمكن أن يدور حول محور أفقي بزاوية 180^{o} فسوف يظهر الجانب الآخر من الكتاب ويكون في وضع رأسي معكوس. ولكي نتفهم أكثر بان نجعل وجه من الكتاب بلون والأخر بلون أخر. حتى نتعرف أكثر علي عملية الدوران وإذا رجع الكتاب مره أخري ليعود إلي اللون السابق فانه يلزم الدوران مرة أخري بزاوية مقدراها 180^{o} . وعليه لكي يعود

الكتاب إلي الوضع الأصلي فانه يلزم مرتين من الدوران كل واحدة 180°. وبالتالي يقال هنا بأنه عنصري تماثل ويأخذ الرمز (C) أو مستوي تماثل (C_2) ويطلق علي تلك العملية بالرمز E وتعني أي يظهر للعيان مرة أخريemerge .



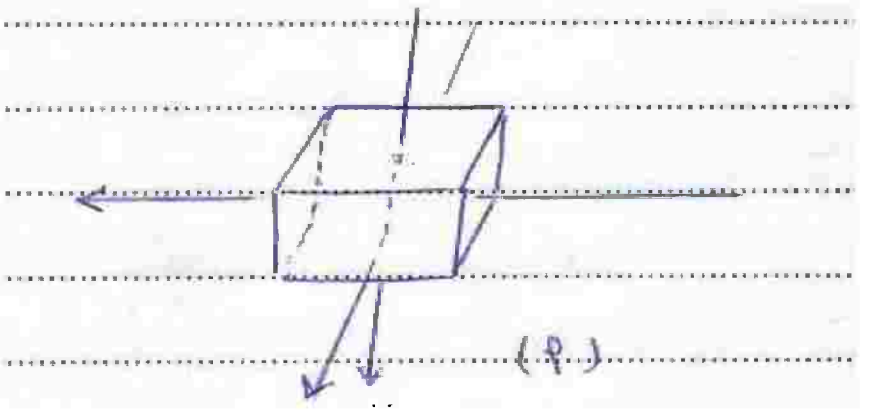
شكل (٢)

ولو أخذنا الكرة المتماثلة من جميع الاتجاهات آيا كان الوضع فإنها تبدو مع دورانها هذا الوضع الثابت عند أي زاوية خلال المحور الذي يمر بالمركز وعنصر التماثل في هذا الوضع لانهائي .

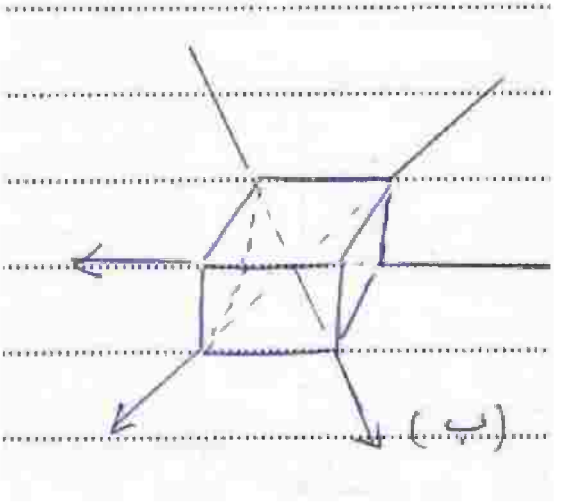
المكعب: شكل (٣) .

يلاحظ أن المكعب إذا دار فله عدة محاور أولها .

(أ) وإذا دار حول محاور تمر بمركز المكعب بشرط المرور من مركز وجه المكعب ليس فقط من وجه المكعب .

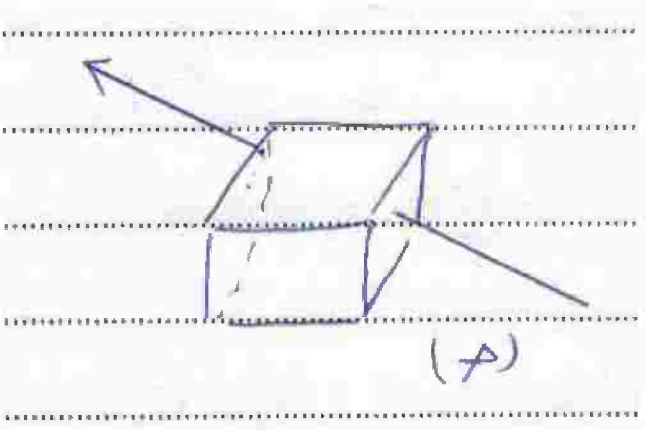


(ب) إذا دار حول محاور تمر من أحد الأركان مارا بمركز المكعب شكل (ب)



(ب)

شكل (ج) محاور تلامس فقط منتصفا الخطوط المحددة للمربعات وأيضا تمر بالمركز (ج)



(ج)

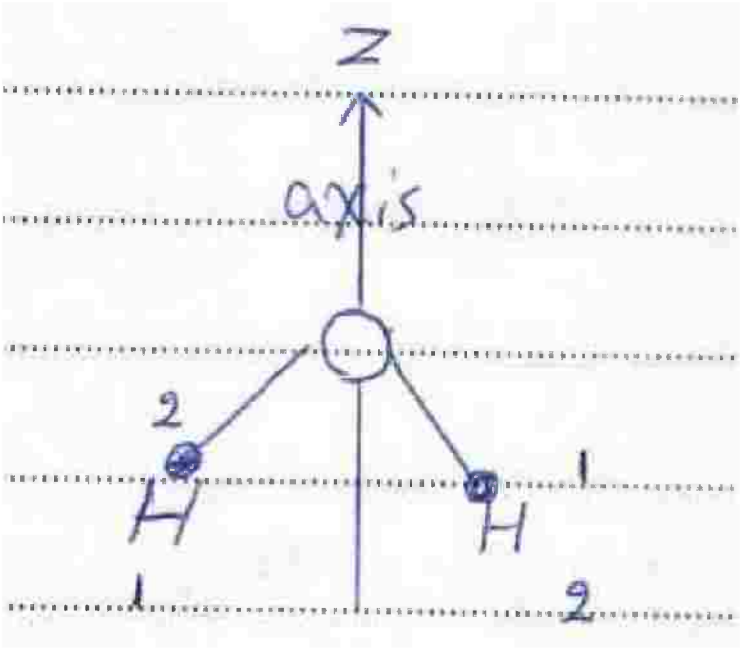
يلاحظ من الشكل (ج) أن الاختراق يمر بوجه المكعب من ناحيتين ليمر بمركز المكعب نجد أن المرور أعطي 4 محاور كل $C_4 - 90^o$.

والشكل (ب) المحور يخترق الأركان وتمر بالمركز وعدد المحاور هنا أربعة كل دورة C_3 درجة 120^o

والشكل (أ) المحاور تخترق الأوجه لتلامس منتصفا الخطوط المحددة لمركز المربعات وتمر بالمركز كل 180^o درجة – التماثل C_2 لنأخذ جزئ الماء H_2O

الماء :

يتكون من اثنين من الإيدروجين وأكسوجين ومن المعلوم بان الماء قطبي وتوجد زاوية مقدارها 109^{o} ويمكن تمثيله علي الشكل التالي :

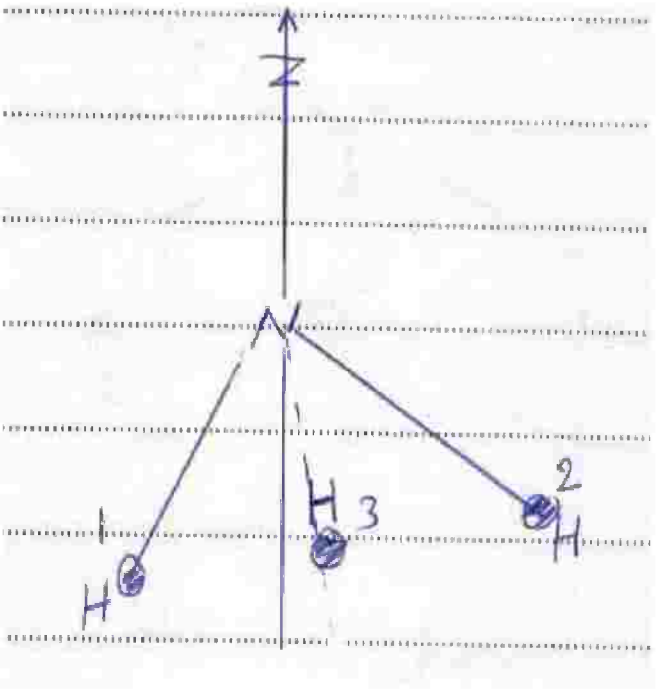


شكل (٤)

يلاحظ من الشكل أن عملية دوران الماء حول المحور الرئيسي (Z) مارا بمركز الأكسوجين لكي يعود إلي وضعه الأصلي له بعد عملية دوران 180^{o} له C_2

جزئ الامونيا NH_3 :

يلاحظ أن عملية الدوران حول المحور (2) يعطي تماثل كل 120^{o} ثم يستمر مرة أخري في الدوران عند 240^{o} ثم يستمر مرة أخري في الدوران إلي 360^{o} ليعود إلي الوضع الأصلي .



شكل (5)

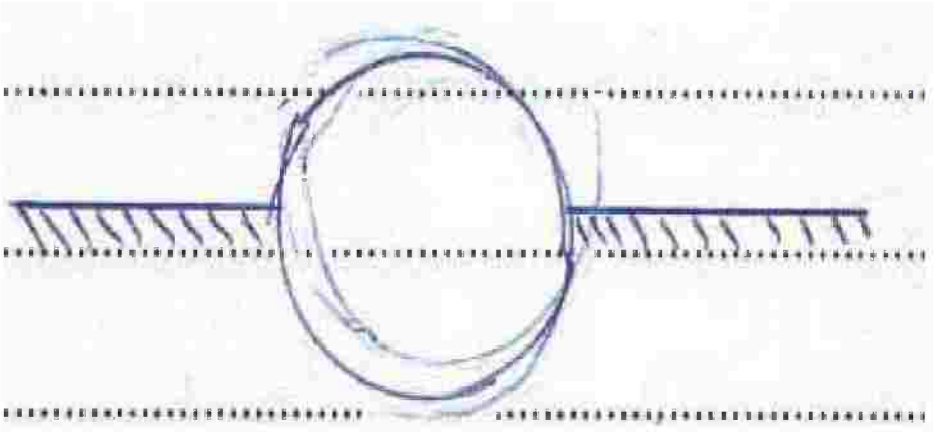
عنصر التماثل :

يعرف بأنه العملية الفراغية التي تحدث إلي وضع ما وإذا عاد الشئ إلي وضعه الأصلي بعمليات أو عناصر التماثل ويطلق عليه (E) .

يوجد خمس أنواع من عمليات التماثل ويقابل كل عملية عنصر من عناصر التماثل واليك تلك العمليات :

مستوي التماثل (المرآة plane of symmetry/mirror يمكنك تخيل مرآه تقطع كرة إلي نصفين متساويين أو بمعني نصف كرة موضوع علي مرآه تلاحظ عملية انعكاس الكرة علي هذه المرآة (مستوي التماثل) يعطي شكلا لا يمكن تميزه عن نصف الكرة الأصلي أي مطابق للكرة الأصلية .

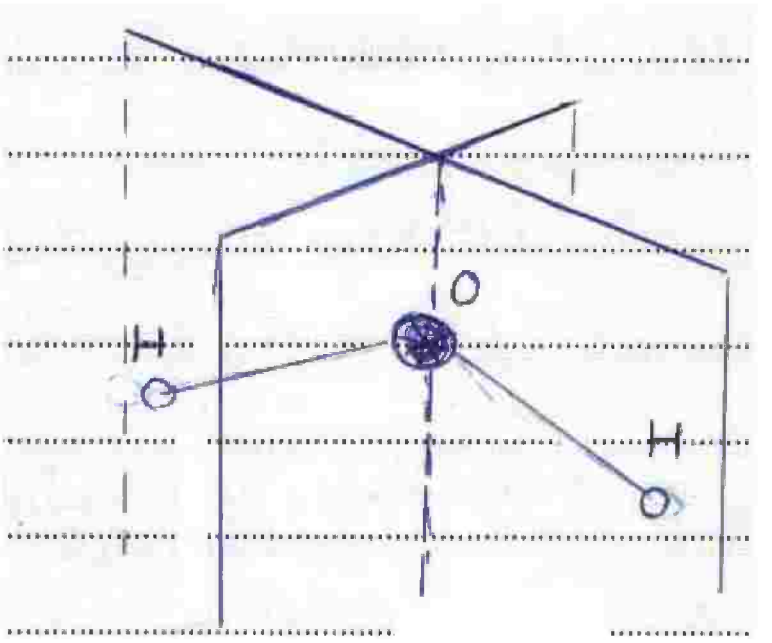
تخيل أخر يمكن رؤيته وبشكل ملموس لنضع كرة في الماء وأردت دورانها في اتجاه واحد وتركتها لتسكن لا تعرف آيا مكان الأصل وآيا مكان مكانه. أي أن الكرة تقع في اتجاه بشرط أن يمر بمركز الكرة. شكل (6) .



شكل (6) (الكرة) المرآة

بالنسبة لجزئ الماء H_2O مستوي التماثل هو مستوي تخيلي وكأنه قاطع للجزئ بحيث كل ما هو أن المستوي يوجد شبيه له تماما خلف المستوي كما في الشكل (المستويان رئيسيان علي المستوي الأفقي للجزئ) وعموما منه ما هو أفقي σn ومنه ما هو رأسي σv ومنه ما هو قطري σd وهنا نلاحظ المستويين تماثل متعامدين ومتقاطعين σv.
شكل (7)

h= horizontal , v= vertical , d= diagnal



شكل (7)

الدوران حول محور التماثل Rotation around axis of symmetry

إذا دار الشكل حول محور دوران باتجاه عقارب الساعة بزاوية قدرها $(\frac{2\pi}{n} \& \frac{360}{n})$ حيث n– عدد صحيح بشرط أن يكون الوضع النهائي للشكل لا يمكن تفرقه عن الوضع الابتدائي فيعرف بمحور الدوران ويأخذ الرمز C_n .

مثال: جزئ الماء له 2 من محور المتماثل C_2 لأنه زاوية الدوران المتتالية هي $(180^\circ), (360^\circ/n)$ هي عنصر التماثل .

كذلك جزئ الامونيا C_3 بينما الكرة C_n المكعب بناءا علي ما سبق تفسيره .

٣- محور تماثل، C_4 لان زاوية الدوران التماثلية للمحور الذي يمر بوجهين متقابلين يقطع المركز هي $360^\circ/4=90^\circ$.

٤- محور تماثل C_4 لان زاوية الدوران الميثالية للمحور الذي يمر باركان المكعب المركز هي $360^\circ/3=120^\circ$.

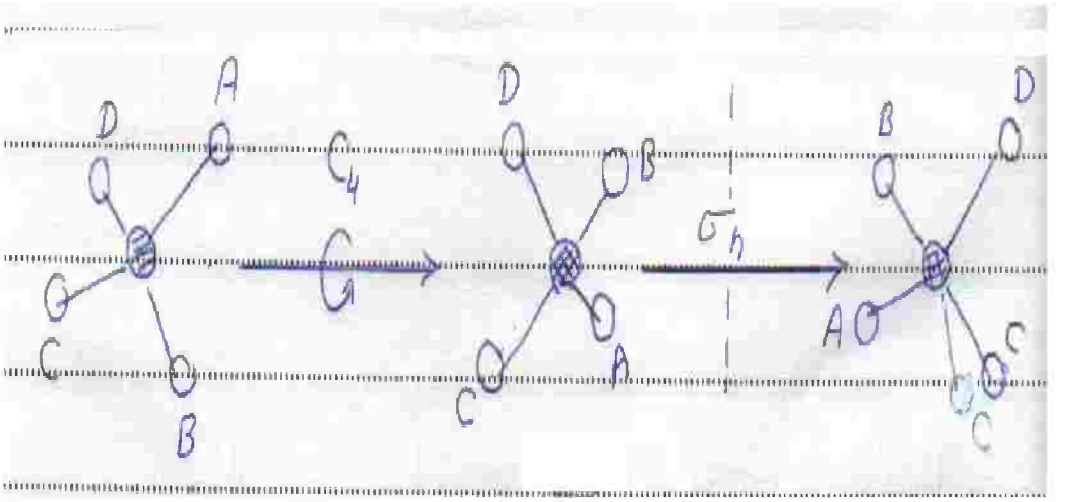
٦- محور تماثل C_2 لان زاوية الدوران المتتالية للمحور الذي يلامس منتصفات محددة للمربعات ويمر بالمركز هي $360^\circ/2=180^\circ$.

$$\Delta E(R)=\frac{-e^2}{R}+\Delta E_\infty \qquad (2-1)$$

عملية الدوران والانعكاس:

Rotation and reflection operation(S_n)

هذه العملية تمر بمرحلتين الأولي هي عملية دوران حول مركز الجزئ بزاوية $360^\circ/n$ تليها عملية انعكاس في مستوي عمودي علي محور الدوران ويأخذ الرمز S_n شكل (8)



شكل (8) عملية الدوران في الخطوة الأولي والثانية انعكاس في جزئ الميثان

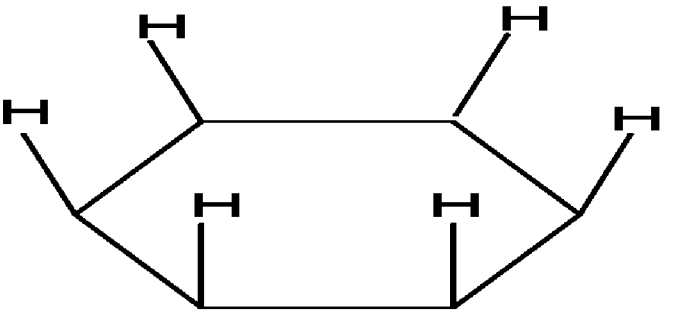
أمثلة علي مستوي التماثل (المرآة)

مثال : جزئ البنزين

من منظور الشكل يتضح أن :

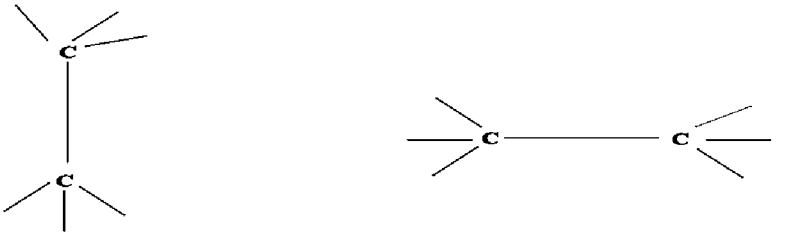
- 6 محاور عمودية علي مستوي الجزئ .
- 3 محاور $(C_2)=360/180$ في مستوي الجزئ تمر خلال ذرات الكربون والمركز .
- 3 محاور أخري C_2 تمر خلال منتصف الرابطة بين كل ذرتي كربون متضادين .

وعليه نجد أن جزئ البنزين يحتوي علي C_6 محاور تماثل وعلي مستوي تماثل أفقي σh (Horizontal) كما يوجد إحتمال آخر عندما يكون مستوي المرايا عمودي ويحتوي علي المحور الرئيسي ولكن يوجد محوران يقطعان لزاوية بين المحورين C_2 الذي يكونان عمودان علي المحور الرئيسي وفي هذه الحالة يرمز للمستوي بالرمز (σd) - قطري- diagonal شكل (9) .



شكل (9)

مثال: للحل جزئ الإيثان شكل (10)

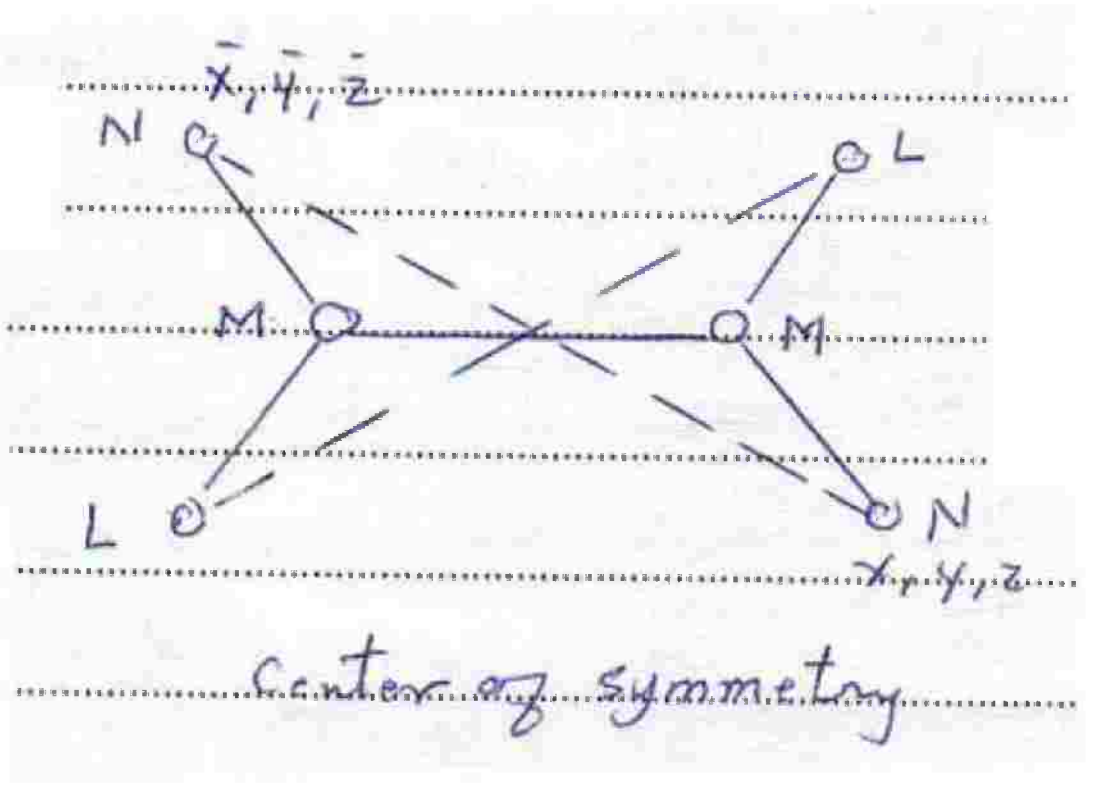


شكل (10)

مركز التماثل:

أو مركز الارتكاز inversion center يقال أن جزئ له مركز تماثل لو كانت إيه نقطة ذات إحداثيات (X, Y, Z) من خلال هذا المركز يوجد لها نقطة مشابهة تماما عند الإحداثيات (X^-, Y^-, Z^-) وعملية التبديل بين هذه النقاط المتشابهة خلال هذا المركز يأخذ الرمز (i) كما يوضحه الشكل .

وهذا يعني عند دوران إحداثيات الذرة (N) علي الجانب الآخر فان الإحداثيات المرتبطة بالذرة يمكن تعينها ببساطة بتغير فقط المعلومات المطلوبة لوصف وضع نصف الجزئ يكون كافيا لمعرفة النصف الآخر من دوران مركز .



Center of symmetry (11) شكل

التماثل The resemblance

سؤال: هل لجزئ الماء والامونيا مركز تماثل ؟

هل لكره التنس والمكعب مركز تماثل ؟

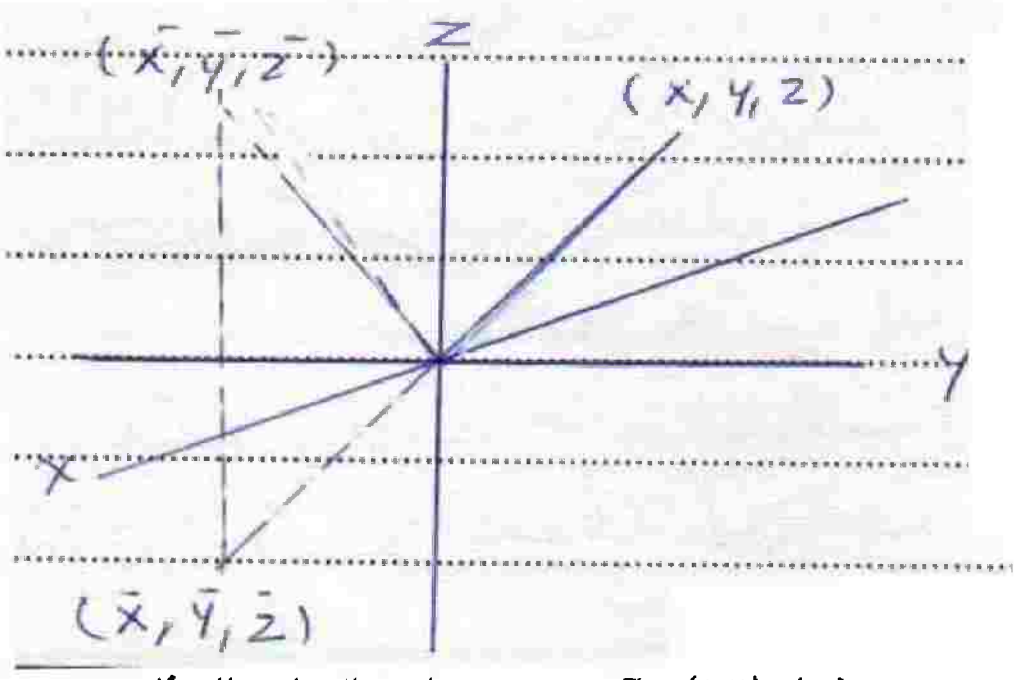
ملحوظة: نفترض جزئ له محور تماثل C_n ومستوي تماثل عمودي علي هذا المحور σn فان محور التماثل هو أيضا محور الدوران والانعكاس معا S_n ويمكن توضيح ذلك لجزئ غاز رابع كلوريد الكربون حيث المحور S_4 .

مثال: اثبت أن S_2 يؤدي إلي نفس عملية (i) بمعني أن $S_2 = i$.

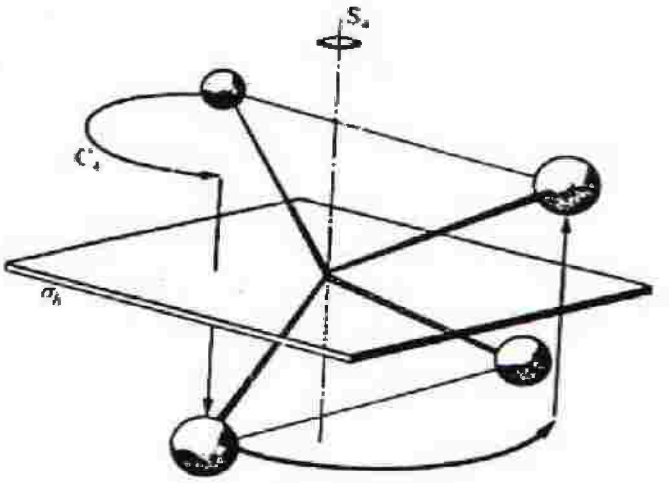
الحل

من الشكل (12) يتبين تكافؤ العملية i, S_2 ولكن كيف يمكننا إثبات هذه رياضيا نفترض وجود نقطة في الفراغ تأخذ الإحداثيات (X, Y, Z) كما في الشكل. إذا علم أن المحور (Z) هو محور الدوران

C_2 هذه العملية تنقل النقطة إلي (X^-, Y^-, Z^-) ولو عكست العملية علي المستوي (XY) الذي يمثله (σh) إلي النقطة (X^-, Y^-, Z^-). وهي نفس النتيجة لو أجرينا عملية i الموجودة عند نقطة الأصل وعموما هو ما يسمي بالدوران الذي يتبعه انعكاس Rotary reflection وتعرف " إذا دار الجزئ حول محور لعدد (n) من الدورات ثم يتبعه انعكاس من مستوي عمودي علي المحور وعاد الجزئ إلي وضعه الأصلي فان هذه العملية يرمز لها بالرمز (S_n) وسنعطي أيضا مثالا لذلك شكل (12) .



شكل (١٢) S_n-محور دوران -انعكاس للميثان



شكل (13) S4 – محور دوران- انعكاس للميثان

الماء والامونيا ليس لهما $\sigma h\,(S_n)$

جزئ الميثان يحتوي علي ثلاثة S_n له 4 محاور يبدأ كل محور من ذرة الكربون إلي ذرة الهيدروجين زاوية الدوران $360/90 = 4$.

عملية التطابق Identity operation

هي عملية تؤدي إلي ترك الجزئ بدون أي تغيير بمعني أن الجزئ يترك كما هو ويرمز لهذه العملية بالرمز E .

مثال: $I^2 = E$

الحل

نفترض أن النقطة (X, Y, Z) تنتقل إلي $(-X,-Y,-Z)$ بواسطة عملية (i) ثم يليها نقل النقطة $(-X,-Y,-Z)$ إلي نفس نقطة البداية (X, Y, Z) بواسطة (i) .

تقسيم الجزيئات إلي مجموعات :

classification of molecules into group

كي تخضع الجزئيات تبعا لنوع التماثل فانه يتطلب إلي عمل قائمة لكل عنصر تماثل وكذلك المجموعة الذي ينتمي إليها تلك الجزئيات والتي تقع في نفس القائمة .

مثلا الميثان ورابع كلوريد الكربون وكلاهما له تركيب رباعي الأوجه منتظم regular tetrahedrons وبذلك ينتميان لمجموعة واحدة بينما الماء ينتمي لمجموعة أخري .

واسم المجموعة التي ينتمي إليها الجزئ تحدد بواسطة عناصر التماثل التي تميزها ولتحديد المجموعة يوجد نظامين .

إذا فما هي الأنظمة المحددة للمجموعات ؟

١- نظام سكوين فلايس Schoen flies system

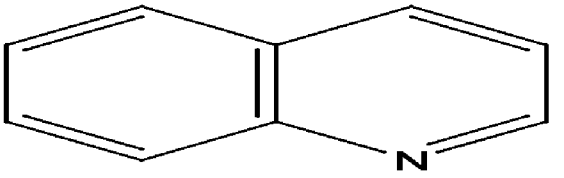
٢- نظام هيرمان – ماوجوين Hermann- Mauguin system

والنظـام الأول: هـو الأكثـر شـيوعا اسـتخداما لدراسـة الجزيئـات المنفردة والثاني خاص بدراسة التماثل من البللورات وسوف نركز علي النظام الأول والخاص بدراسة الجزيئات .

نظام سكوين فلا يز :

المجموعات: groups C_1, C_i, C_s

اذا كان الجزئ يحتوي علي مستوي تماثل لعنصر وحيد متماثل يعيد الجزئ إلي حالته الأصلية ولا يوجد غيره فان الجزئ ينتمي إلي المجموعة (C_2) مثل مركب الكينولين شكل (١٤) .



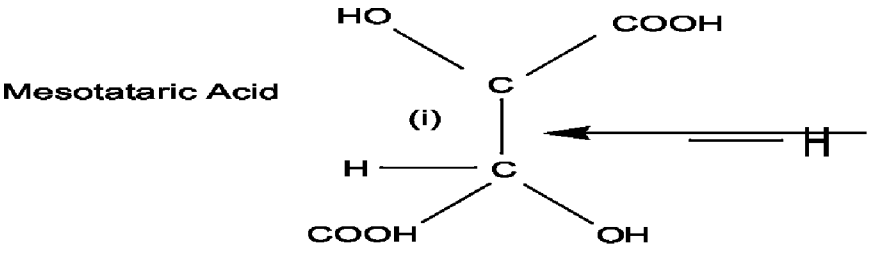
شكل (١٤)

The plance of symmetry quinoline Molecule

ثانيا المجموعة ، C_i :

إذا كـان المركـب يحتـوي مركـز تماثـل كمركـز يعيـد الجـزئ إلـي وضعه الأصلي ولا توجد عناصر تماثل أخري .

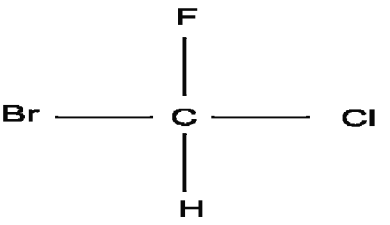
مثال : ميزو حمض الطرطريك شكل (١٥) .



شكل (١٥)

ثالثا: المجموعة C_1 -

إذا كان الجزئ ليست له عناصر تماثل ولكن يعود الأصلي بعد أن يـدور دوره كاملـة 360° فالمركـب $[HBrC-FCl]$ ليأخـذ الـشكل الفراغي .



لاحظ اختلافا لمجموعة الذرات المرتبطة بالكربون. وهذا يعني بان ذرة الكلور أو البروم يعود إلي الأصل بعد دورة كاملة 360°.

المجموعة C_n

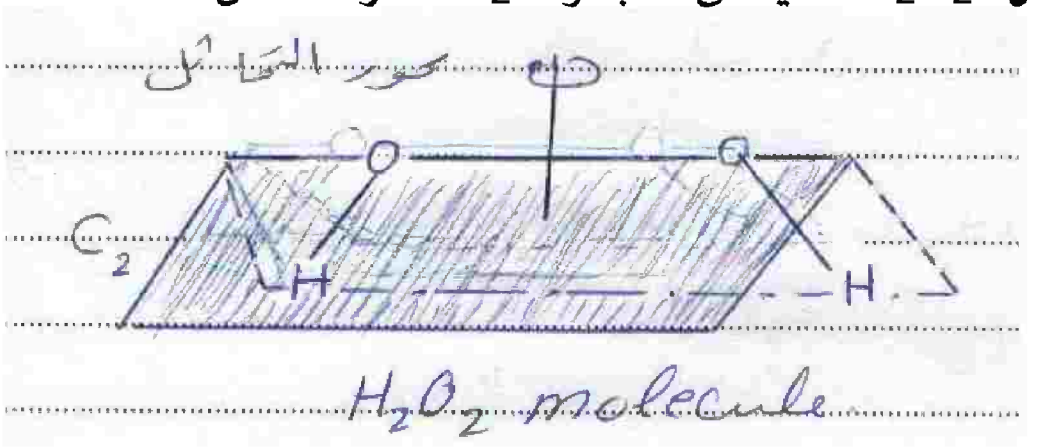
إذا كان الجزئ يحتوي علي عنصر تطابق (i) , n- محور التماثل أي C_n- قاعدة مزدوجة وهي :

١- عنصر تماثل موجود في الجزئي .

٢- اسم مجموعة ينتمي إليها الجزئ (C_1) .

C_1- لان الجزئ سيدور حول محور التماثل 360° ليعود إلي حالته الأصلية لذا فان الجزئ كلوروفلوريد بروموميثان يتميز بالعناصر (E, C_1) .

مثال : H_2O_2- ينتمى للمجموعة C_2 انظر الشكل (١٦)



H_2O_2 molecule

شكل (16)

المجموعة C_{nv}

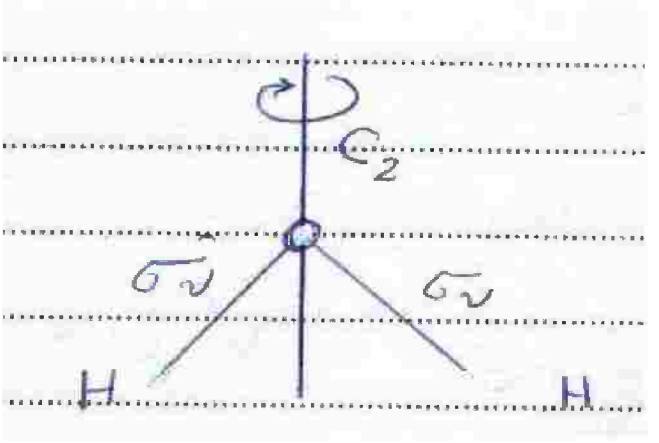
الجزئ الذي ينتمي لتلك المجموعة يحتوي علي:

١- C_n- محور تماثل ; σv- مستوي رأسي عاكس

مثال : عند إجراء مجموعة من عمليات التماثل المتتالية علي جزئ ما تؤدي في النهاية إلي وضع لا يمكن تميزه عن الوضع الابتدائي للجزئ، مع وجود نقطة واحدة لا يتأثر موضعها في الجزئ بأي من عمليات التماثل المتتالية عندئذ يقال لتلك العمليات بأنها مجموعة النقطة. ولنأخذ مثال جزئ H_2O نلاحظ به أربعة عمليات تماثل وعناصره علي للترتيب التالي:

$$E, \sigma v, \sigma' v, C_2$$

وستتم الدراسة علية فيما بعد بالتفصيل وللاختصار يأخذ $E, 2\sigma v, C_2$ أو C_2v شكل (16) .

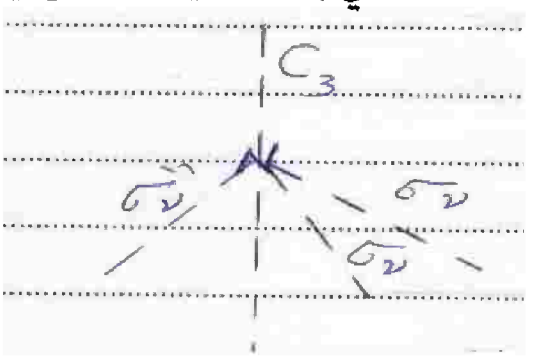


شكل (١٧)

مثال آخر: جزئ الامونيا (١٨)

$E, C_3, 3\sigma v$ أو C_3v

يلاحظ أن المجموعات في الجزئ تحتوي علي التطابق E لان الجزئ يجب أن يعود إلي وضعه الأصلي بعد عملية التماثل في الجزئ المتعددة .



شكل (١٨)

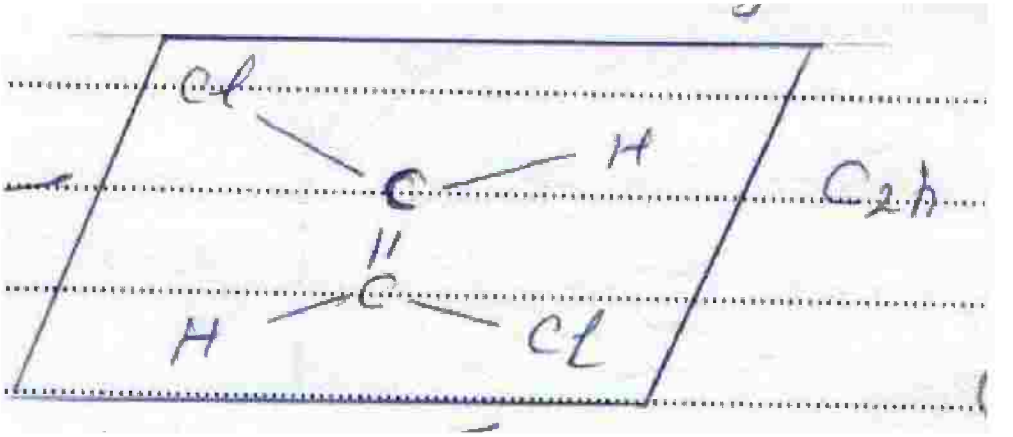
المجموعة C_nh

الجزئ المنتمي لتلك المجموعة يجب أن يتوافر فيه ما يلي :

١- محور التماثل

٢- مستوي لمرآة أفقي وبالتالي تلك المجموعة C_nh– تحتوي علي عنصر عاكس(ل) reflection element

مثال: ثنائي كلور ايثيلين Trans- dichloroethylene شكل (١٩)



شكل (١٩)

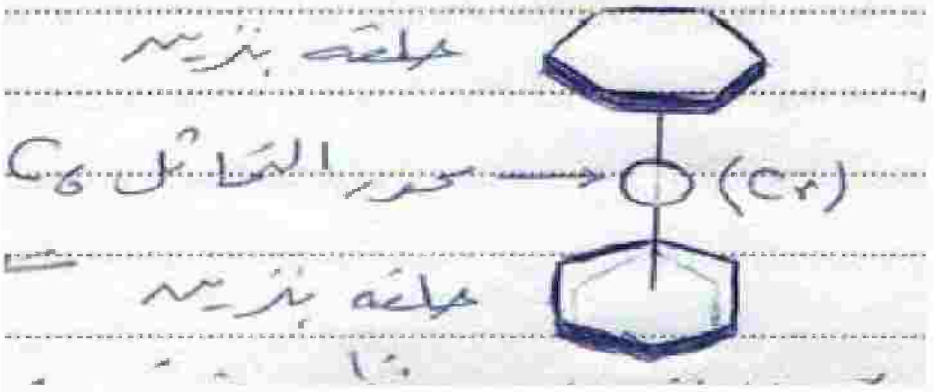
١- مثال: لمجموعة C3h ثلاثي هيدروكسيد بورون Boron trihydroxide .

المجموعة D_n

هذه المجموعة تحتوي علي :

١- محور تماثل C_n ٢- عدد n

من محور التماثل الثنائية وعمودية على محور التماثل لنتصور الشكل التالي (٢٠) .



شكل (٢٠)

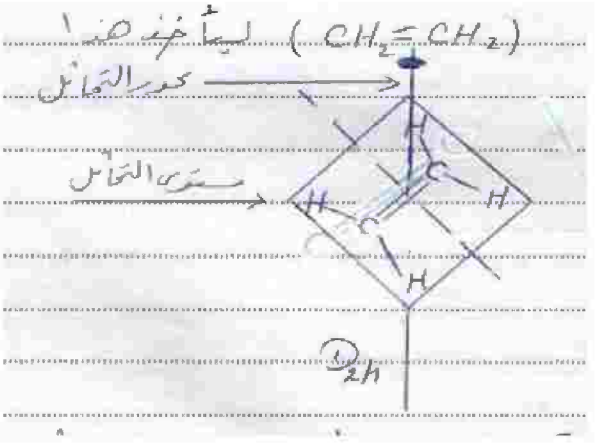
كما هو واضح حلقة البنزين لها ستة محاور كما ذكر سابقا وعمودية علي محور التماثل .

لو حدث تطبيق بين جزيء البنزين من منظور فوقي يلاحظ عدم تطابق إلا إذا دار مرة أخري للتطابق (C_2) .

المجموعة Dnh

هذه المجموعة يجب أن يتوافر فيها ما يلي:

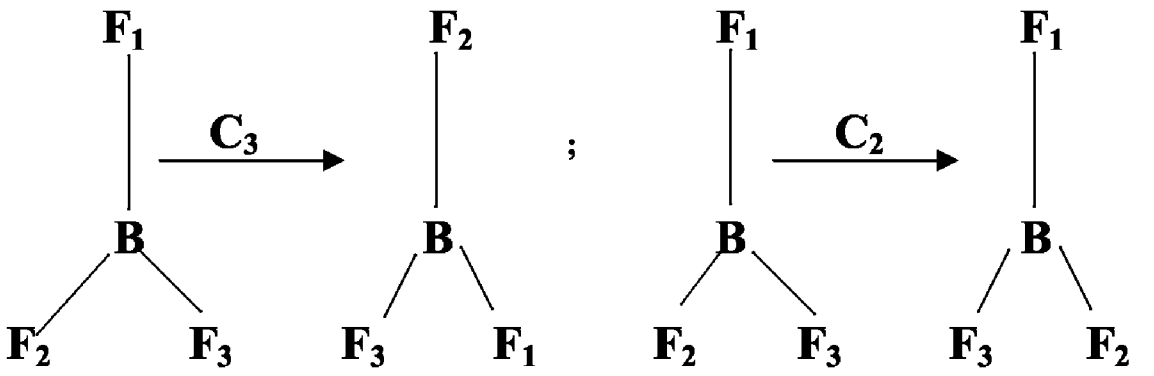
١- ينتمي للمجموعة D_n بالإضافة إلي ٢- مستوي مرآة افقي σh ويمثل تلك المجموعة أيضا الشكل (٢١)



شكل (٢١)

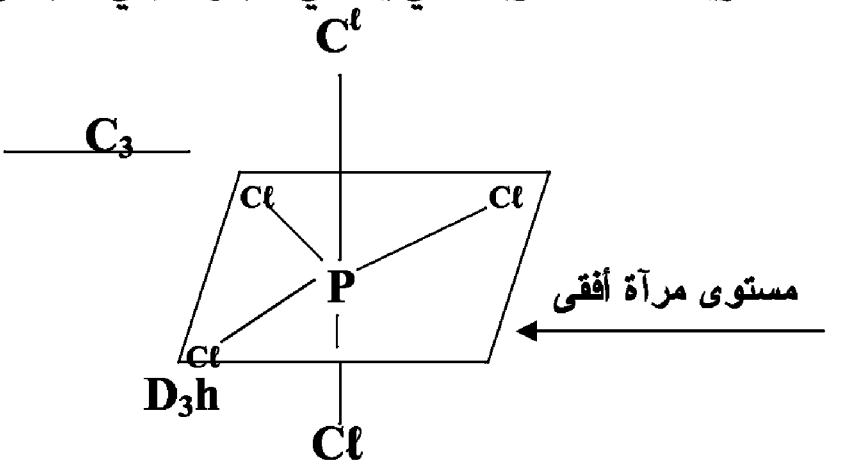
من أمثلة هذه المجموعة حيث يتم دوران النظام حول محور تماثل Cn بزاوية قدرها 360° بحيث أن النظام كما سبق لا يمكن تميزه عن الأصل. ولنا أن نتخيل أيضا BF_3 نلاحظ أن عملية الدوران حول المحور العمودي علي مستوي الجزئي. ولكي تتم الدورة ليصل إلي الأصل يأخذ المقدار $360/3 = 120^{\circ}$ حيث ينتقل الجزئ من الوضع (a) إلي الوضع (b) المشابه له تماما وعلي ذلك فان محور الدوران يسمي C_3 أو محور دوران من الرتبة 3 ، كما أن الجزئ BF_3 له عناصر دوران أخري فتخيل مثلا عملية الدوران حول أي من روابط F-B فإذا تمت هذه العملية بزاوية دوران قدرها $360/2 = 180^{\circ}$ فإننا ننتهي إلي وضع مماثل

تماما. وبالتالي يوجد ثلاث محاور تماثل من C_2 وكل منها يمر بأحد الروابط .



هل ينطبق ما سبق علي الجزئ NH_3 ؟

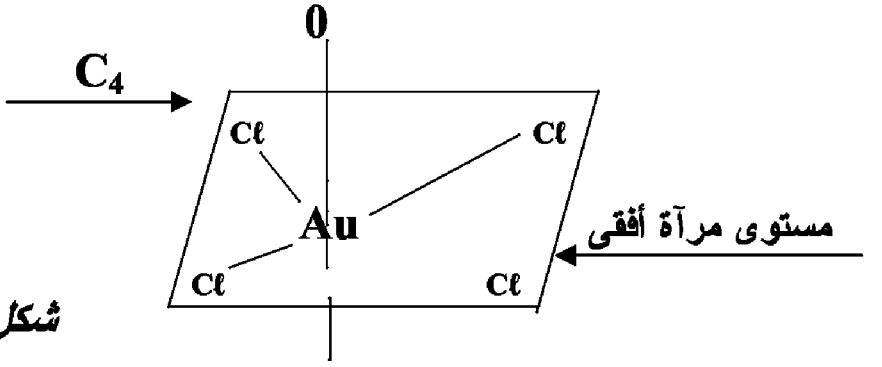
الإجابة: لا ينطبق والسبب يرجع إلي أن محاور التماثل الدورانية الثنائية الثلاثة التي تربط بالرابطة NH ليست في مستوي واحد. وبالتالي يختفي المستوي الأفقي σ_h . والثلاثة المحاور التماثل (C_2) الثنائية يحل محلها ثلاثة مستويات σ_v ، وبالتالي ينتمي الجزئ إلي المجموعة C_{3v}



شكل (٢٢)

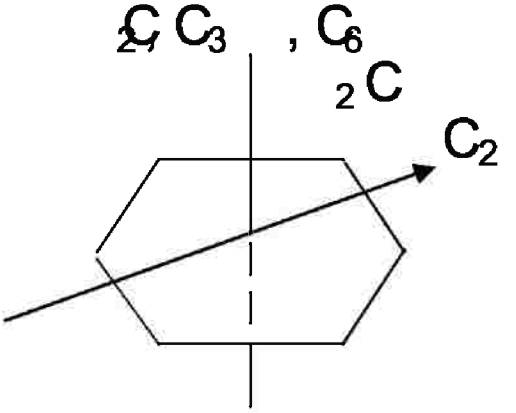
مثال: عن المجموعة D_{3h}– مثل خامس كلوريد الفوسفور PCl_5 شكل (22).

مثال: عن D_{4h}- كلوريد الذهب الرباعي $AuCl_4$ شكل (23) .



شكل (٢٣)

وأما D,h- كما فى حلقة البنزين شكل (٢٤)



محاور الدوران المتعددة للشكل السداسى

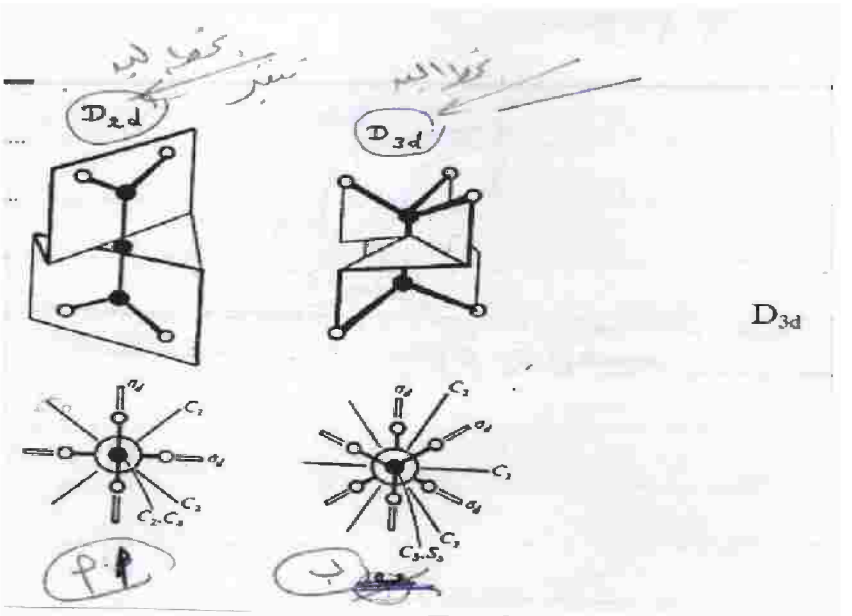
شكل (٢٤)

ملحوظة: نجد أن البنزين يحتوي علي العناصر $E, C_6, 6C_2, \sigma_h$ أيضا الاسطوانة – منتظمة تنتمي إلي $C\infty h$ بينما المخروط Cone يأخذ $C\infty v$ أي أن الجزيئات ثنائية الذرة المتجانسة homonuclear تأخذ المجموعة $C\infty h$ وغير المتجانسة heteronuclear تأخذ المجموعة $C\infty v$.

المجموعة $\mathbf{D_nd}$ هذه المجموعة من الجزيئات تحتوي علي :

١- تأخذ المجموعة D إضافة لذلك:

٢- مستوي المرآة ينصف الزاوية بين كل المحاور المتجاورة، C_2 مثلا فانه يأخذ شكلا ينتمي للمجموعة D_2d شكل (٢٥)



شكل (25)

D_2d يتحول من عملية الالتواء إلي D_3d .

مجموعة المكعب T_d (رباعي الأوجه) ، (O_h- ثماني الأوجه).

والجزئ الذي ينتمي لتلك المجموعة يجب أن يحتوي علي:

أولا: يوجد أكثر من محور تماثل مثل رابع كلوريد الكربون والميثان :

جدول (1) يبين أهم الجزيئات التابعة لمجموعة التماثل الأكثر شيوعا

رمز المجموعة التماثليه	الأمثلة
$D\infty h$	جميع الجزيئات الخطية المتميزة بمركز تماثل
$C\infty v$	جميع الجزيئات بدون مركز تماثل
$C_n v$	H_2O, n =2، بيريدين، بيرول، هاليد البنزين n =3، النشادر، PCl_3، $CHCl_3$
$D_n h$	n =2, الايثان، النفثالين n =4، بيوتادابين حلقيCyclo butadiene n =6, البنزينBenzene
$D_n d$	n =2, الين Allene، n=3 هكسان حلقي
C_2	H_2O، (غير مستو)unasymmetry
C_2	ستايرين Styrene
T_d	ميثان– رابع كلوريد الميثان
O_n	SF_6

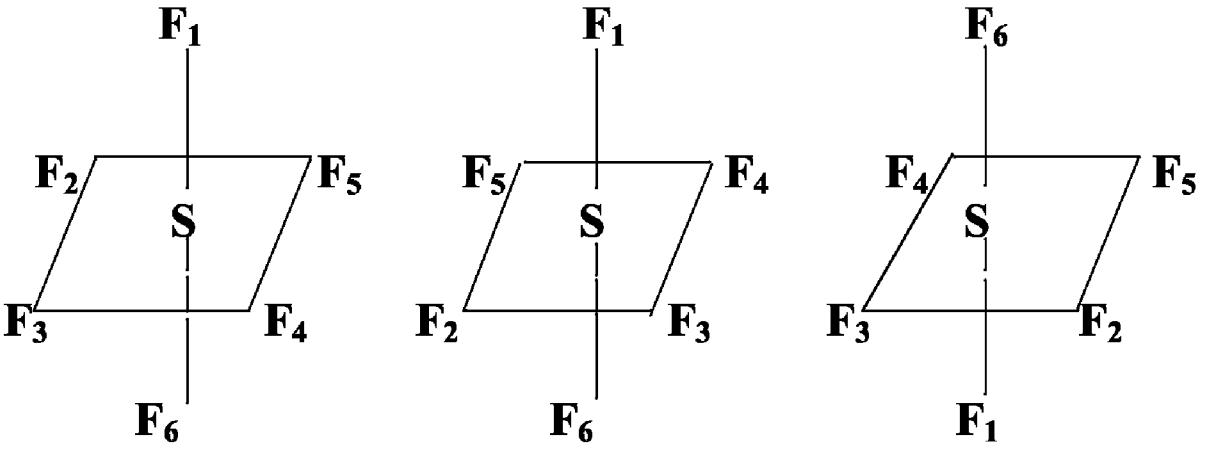
عمليات التماثل المتتالية (المتتابعة):

كيف تتم مثل تلك العمليات بأخذ اخذ جزئ ينتمي لتلك العملية بالمرموزه (Oh) ومثال الجزئ هو SE_6 . وعمليات التماثل إنما هي عمليات لمؤثرات تؤدي إلي تغير وضع ما في الجزئ إلي نقطة أخري في الفراغ.

ولنفهم هذه العملية لنأخذ جزئ بسيط وليكن ثلاثي فلوريد البورون.

ونلاحظ أن عملية دوران الجزئ بزاوية 240° وما انتهت عملية الدوران ليعود إلي الأصل إلا بزاوية قدرها 360° ليصل إلي حالة التطابق الأصلية (E) إذا فما هي عمليات التتابع Successive لنصل إلي أصل التطابق (E).

لنأخذ المثال سداسي فلوريد الكبريت شكل (26) .



شكل (26)

نلاحظ أن تلك العمليات تشبه عملية التبادل بين الذرات وهل هي كذلك؟ نلاحظ من تلك العملية ليس بالشرط أن تتبادل أي من الذرات مع بعضها البعض Commute .

وهذا يعني أن حاصل ضرب أي عمليتي تماثل هو عملية تماثل أيضا لنفس النظام مثلما ذكرنا سابقا في العملية الحسابية في أول الباب وعموما عملية التماثل لأي من العناصر السابقة لابد وان تحقق الشروط التالية :

١- حاصل ضرب أي عنصرين من عناصر الجزئ هو أيضا عنصر من عناصر نفس المجموعة .

٢- تتبع عناصر المجموعة الواحدة قانون التباديل والتوافيق الحسابي السابق الذكر .

٣- يعتبر (E) احد عناصر مجموعة الجزئ من حيث انه لو إعتبرنا AE=EA أي انه عنصر من المجموعة ذاتها .

٤- يوجد شرط أخر ليس من الضروري حاصل $\hat{A}\hat{E}$ هو $\hat{E}\hat{A}$.

مثلا:

وان كان $\hat{E}$ في الأول هو في الثاني وهذا قد يخالف الشرط (3)

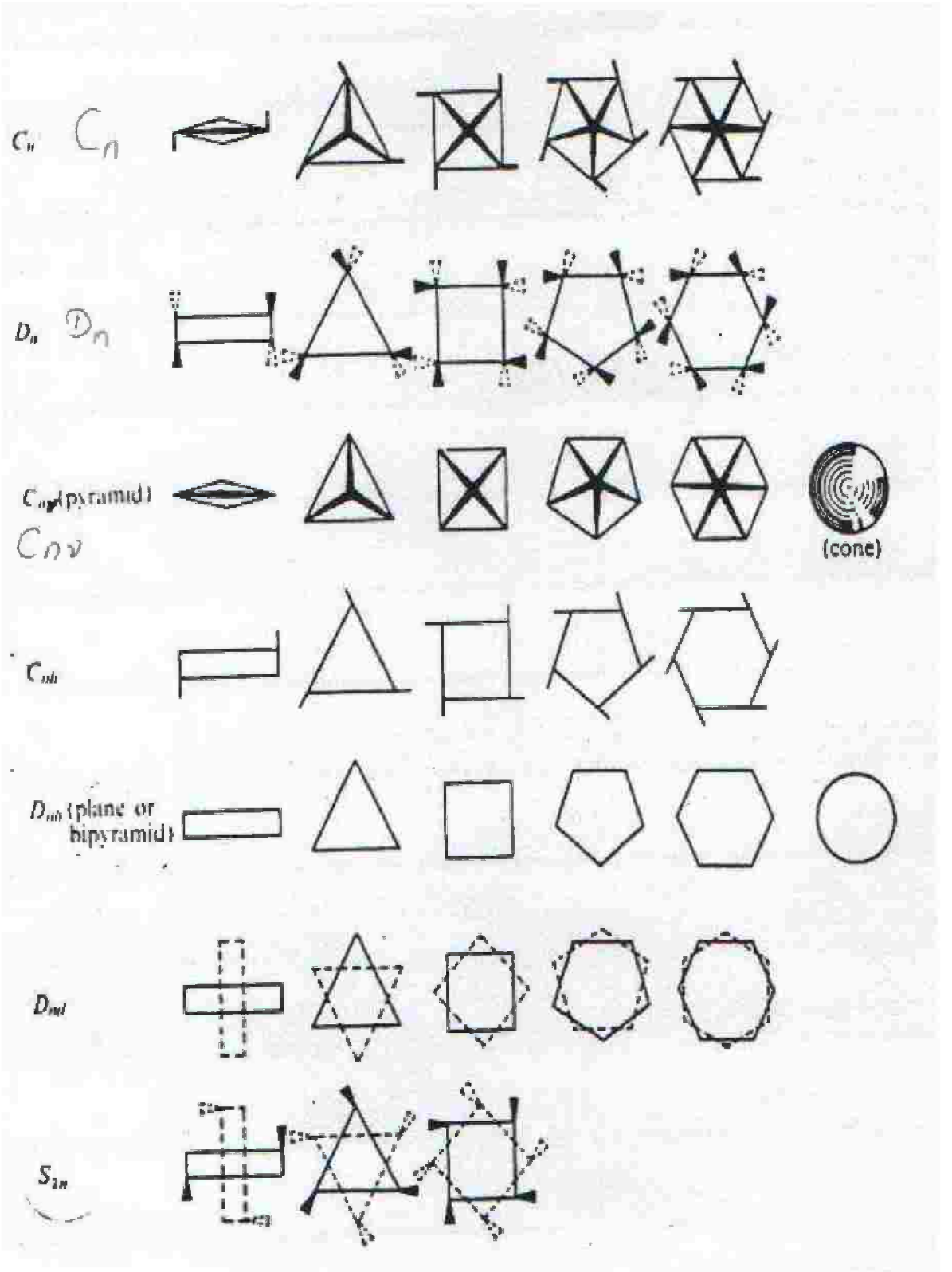
مجموعة الدوران الكاملة R_3

وهذه المجموعة من الدوران فالجزئ الذي ينتمي إليها يجب أن تتوافر فيه هذه الأمور :

أن يكون الجزئ كرويا وعليه فان الذرة في الجزئ هي التي تنتمي إلي المجموعة R3 وليس الجزئ.

عملية تحديد عناصر التماثل التي يحتويها الجزئ هي التي تجعلنا نصف الجزئ إلي المجموعة التي ينتمي إليها والتي تعرف نقطة المجموعة group point لكي نميزها عن المجموعة الفراغية وهذا يسهل المقارنة بين التركيب والشكل .

(انظر الأشكال) شكل (٢٦) .



شکل (26)

* * *