

الفصل الحادى عشر

الرياضة والفلك والتكنولوجيا فى القرن الخامس

لعل من الخير أن نقسم هذا الفصل إلى ثلاثة أجزاء : جزء للرياضة ، وجزء للفلك ، وثالث للتكنولوجيا ، على الرغم من أن هذا التقسيم قد يضطربنا للعودة إلى الشخصيات نفسها مرتين أو ثلاثاً .

الرياضة :

زينون الإيلى

إن دارسى الصورة الأولى للرياضيات عند اليونان لتتملكهم الدهشة على الدوام من حقيقتين متكاملتين (أو متناقضتين) وهما : إهمال الحساب البسيط ، والعمق النادر فى التفكير الرياضى . فالفيثاغوريون الأول لم يعنوا بالعمليات الحسابية العادية ، فى حين كانت آراؤهم الهندسية تعتمد إلى حد كبير على خصائص الأعداد . فالنقطة عندهم مجرد وحدة ذات وضع ؛ وأى شكل هندسى ، ابتداء من الخط المستقيم ، يمكن تصويره وتمثيله مؤلفاً من نقط عديدة . فيشير هذا التصور الذهنى مشكلة الاتصال ومشكلة قابلية التقسيم إلى ما لا نهاية ؛ وبعبارة أدق ، أثار ذلك التصور هاتين المشكلتين فى أذهان اليونان ، لأن تلك الأذهان كانت مهيئة للمناقشة الفلسفية . ولدينا شواهد كثيرة على النبوغ اليونانى ، ولكن لا يوجد شاهد أقوى وأشد إثارة للدهشة من التفكير الرياضى فى ذلك العصر . وقد كانت حوافزه مشكلات منطقية لا يكاد الرجل العادى فى أيامنا هذه (بعد خمسة وعشرين قرناً) يلاحظها . ويظن لأول وهلة أن أذكى الناس أسرعهم إدراكاً ، ولكن سرعان ما يعدل عن ذلك إلى عكسه

تقريباً . والحمقى هم الذين يفهمون سريعاً ، أو يعتقدون ذلك ، لأنهم لا يقدرّون على تخيل المصاعب ، ومن ثم لا يجدون أمامهم حواجز يقفزون فوقها . إن اليون الشاسع بين المستوى الرياضى عند قدماء المصريين والبابليين من جهة ، وعند اليونان من جهة أخرى ، قوامه أن أولئك لم يفكروا حتى فى بعض المصاعب التى كان اليونان قد بدأوا فعلا فى مكافحتها .

ولعلنا نتذكر أن زينون زار أثينا مع أستاذه بارمينيديس (Parmenides) حوالى منتصف القرن . ولربما التقى إبان إقامته فيها برياضيين ، مثل أبقراط ، كانوا إذ ذاك يحاولون حيك الآراء الهندسية فى نظام دقيق . وبما أن زينون كان بنزغته الأولى فيلسوفاً ومنطقياً فإنه أدرك وجود مصاعب فكرية لم تكن لتخطر أبداً فى ذهن الرياضيين الفنين ، الممارسين ، (وحتى الرياضيين اليونانيين) ! . كان هؤلاء يعتبرون الخط المستقيم مؤلفاً من نقط . فكيف نستطيع أن نوفق بين تلك الفكرة واتصال الخط المستقيم ؟ ليس المستقيم بسلسلة من نقط أو ، بعبارة أخرى ، بسلسلة من ثقب . إنه كل متصل . فإليك ما يمكن أن يقوله الرياضى الفنى : إن فى إمكانك أن تقرب النقط كلا من الأخرى وأن تصغر الثقب حسبما تشاء ، وإذا كان البعد بين نقطتين أكبر مما يرضيك فما عليك إلا أن تقسمه إلى ألف أو مليون قسم ، وأن تنصور وجود نقط أخرى فى كل من هذه الأقسام . أما عالم المنطق فيمكن أن يعترض على هذا ويقول : إن المسافة بالذات بين أى نقطتين لا تؤثر فى جوهر النقاش ؛ إذ مهما صغرت تلك المسافة فإن النقطتين تبقيان منفصلتين ومختلفتين عن المستقيم أو الفراغ الذى يصل بينهما . وثمة أيضاً مصاعب مماثلة تعترض سبيل تقسيم الزمان ، فهل نعتبره متصلاً أو منفصلاً ؟ وتعترض سبيل تقسيم الحركة (وهى انتقال جسم ما من موضع معين إلى موضع آخر فى زمن معين) . لقد عرفنا النتائج الخادعة التى أفضت إليها تأملات زينون فى مثل هذه الأحاجى من كتاب الطبيعة لأرسطو^(١) ، وهو الذى دعا تلك النتائج بالمغالطات مع أنه لم يتمكن من دحضها : وعرفنا بعضها أيضاً من شرح سمبليكيوس (١-٧١) (Simplicios) على أرسطو ، وإنها لتأملات

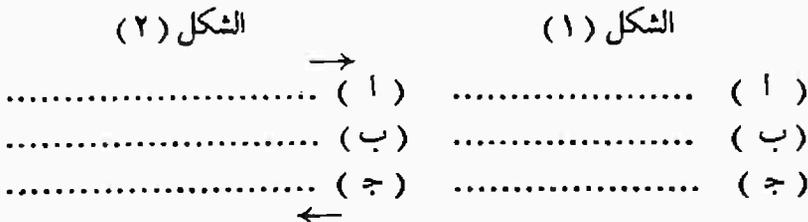
تفوص في أعماق الفكر ، ذلك لأنها شغلت أذهان الفلاسفة والرياضيين إلى يومنا هذا. وبما أن تلك المسائل عويصة جداً فإن سردها كاملة على التدقيق يتطلب مجالاً فيسيحاً. فعلينا أن نكتفي هنا بالإشارة إلى طبيعتها العامة. وإذا اتبعنا نموذج كاجورى (Cajori) فإننا سندعو حجج زينون الأربع ضد الحركة ، بالأسماء الآتية: «القسمة الثنائية» ، و «أخيل» ، و «السهم» ، و «الملعب» ، وسنوزعها كما يفعل كاجورى :

١ - «القسمة الثنائية» : إنك لا تستطيع أن تمر بعدد لا متناه من النقاط في زمن محدود. فعليك أن تقطع نصف أية مسافة معينة قبل أن تقطع المسافة كلها ، وعليك أيضاً أن تقطع نصف هذا النصف قبل أن تقطعها. ويستمر هذا التقسيم إلى ما لا نهاية (إن كان الفراغ مؤلفاً من نقط) بحيث يقضى إلى عدد لا متناه في فراغ معين فلا يمكن اجتيازها في زمن محدود .

٢ - «أخيل» : وهي الحججة الثانية ، والمشهورة بأحجية أخيل والسلحفاة . وفيها ينبغي أن يصل أخيل أولاً إلى الموضع الذي انطلقت منه السلحفاة . وفي أثناء ذلك تكون السلحفاة قد تقدمت قليلاً من موضعها الأول . فعلى أخيل إذن أن يقطع المسافة الأولى التي قطعها السلحفاة ، ولكن في خلال ذلك تكون السلحفاة قد قطعت مسافة قليلة ولا تزال متقدمة عليه ؛ إن أخيل يقرب دائماً من السلحفاة أكثر فأكثر ولكنه لن يلحق بها .

٣ - «السهم» الحججة الثالثة ضد إمكان حدوث الحركة في فراغ مؤلف من نقط هي أن سهماً ما ، بناء على هذا القرض ، في أية لحظة معينة إبان تحليقه لا بد أن يكون ساكناً في نقطة معينة من الفراغ .

٤ - «الملعب» : تصور ثلاثة صفوف متوازية من نقط متحاذاة :



إن (ب) وهو أحد هذه الصفوف غير قابل للحركة بينما يتحرك الصفان (أ) و (ج) في اتجاهين متعاكسين وبسرعتين متساويتين بحيث تنتظم النقط في الصفوف كما هو ممثل في الشكل (٢) . إن سرعة النقط في (ج) بالنسبة إلى سرعتها في (أ) تساوى مثل سرعتها بالنسبة إلى (ب) ، وبعبارة أخرى إن أية نقطة في (ج) تكون قد مرت بعدد من النقط في (أ) يساوى مثل عدد النقط التي مرت بها في (ب) . ولذلك لا يمكن أن يكون ثمة تناظر بين لحظة زمنية والانتقال في الفراغ من نقطة إلى أخرى^(٢) .

إن الحجج الأربع التي ذكرناها كانت فيما يبدو موجهة ضد العقيدة التي أقرها أكثر الناس في ذلك العصر (وفي جملتهم الفيثاغوريون وأنبادوكليس) (Empedocles) والتي لا يزال يؤمن بها أكثر الناس في عصرنا هذا ؛ وهي العقيدة التي تعتبر الفراغ حاصل جمع من النقط ، والزمان حاصل جمع من اللحظات . ولقد قدم زينون الحجج على أن حدوث الحركة على أساس الكثرة غير قابل للتصور .

ديموكريتيوس الأبيدري

ولد ديموكريتيوس بعد مولد زينون بنحو ثلاثين عاماً . وإن تاريخي مولده ووفاته ليسا ثابتين ، ولكننا لا نخطيء كثيراً إذا قلنا : حوالى عام ٤٦٠ ق.م . وعام ٣٧٠ ق.م . ولا يستتج من هذا أن افتراضات ديموكريتيوس الرياضية كانت أحدث عهداً من افتراضات زينون ، أو أن ديموكريتيوس كان على علم بأحاجيه . ومهما يكن من أمر هذا فإنه حين بدأ الإنسان يفكر على التدقيق في مشكلة الاتصال ومشكلة اللانهاية ، لم يكن ثمة مفر من تلك الأحاجي أو مما هو على شاكلها ، واليونانيون — لا واحد منهم فحسب بل كثيرون — كانوا يفعلون ذلك بالذات . وقد ورد في قائمة مؤلفات ديموكريتيوس التي نشرها ديوجينيس اللائريسي (Diogenes Laertios) (١ - III) ذكر خمس وسائل في الرياضيات : الأولى في تماس الدائرة والكرة ؛ والثانية والثالثة في الهندسة ،

والرابعة في الأعداد ، والخامسة في الأعداد اللامنتظية . وسوف نعود عما قريب إلى الرسالة الأخيرة حين نبحث في ذلك الموضوع . على أن عناوين الرسائل من الثانية إلى الرابعة غامضة جداً ، فلافائدة ترجى منها . أما الرسالة الأولى ، فإذا افترضنا أن العنوان يعنى المماس بين كرة ما ومستوى مماس لها ، فإننا مسوقون إلى اعتبار زاوية لا متناهية في الصغر . وإذا اعتبرنا القضية الأبسط من تلك ، (وهذا ما فعله ديموكريتوس على الراجح) وهى الزاوية بين دائرة ما ومماس لها ، فإن المصاعب الكامنة تعرض على عجل . أولاً : كان تعريف المماس أمراً ضرورياً ، غير أن ذهن ديموكريتوس كان حاداً بالقدر الكافى كى يدرك أن للمماس وللدائرة نقطة وحيدة مشتركة فيما بينهما ؛ ولو أن هذا لم يكن فى الإمكان توضيحه بأية محاولة بالرسم . ثم لابد من اعتبار الزاوية ، فهذه كان ينبغى أن تكون صغيرة جداً ، وذلك لأنه إذا أدير المماس حول نقطة تماسه دورانياً طفيفاً جداً ، تشارك مع الدائرة فى نقطة ثانية ولم يعد بعد ذلك مماساً .

أغفل أفلاطون ذكر ديموكريتوس ، فى حين أن أرسطو تحدث بحماسة ، بالغة عن آرائه فى التغير والنمو . وأشار أرسيميدس بعد ذلك إلى أعظم كشوف ديموكريتوس الرياضية وهو : أن حجم مخروط ما يساوى ثلث حجم الأسطوانة التى تشاركه فى القاعدة والارتفاع ، وأن حجم هرم ما يساوى ثلث حجم المنشور الذى يشاركه فى القاعدة والارتفاع ، ثم أردف قائلاً : إن ديموكريتوس لم يقدم برهانين على صحة نظريته بل قدمهما يودوكسوس^(٣) (Eudoxos) فيما بعد . فكيف كشف ديموكريتوس هاتين النظريتين ؟ لقد استعمل على الراجح طريقة فجوة وحدسية ، فقسم الهرم (أو المخروط) إلى شرائح متوازية . وسوف نعود إلى ذلك عندما نبحث فى كشف يودوكسوس لطريقة الاستقصاء (Method of Exhaustion) واستعماله إياها .

وينسب فيثروفيوس (Vitruvius) تطبيق بواكير فن المنظور على تصميم المناظر المسرحية إلى ديموكريتوس وإلى كل من أجاثارخوس (Agatharchós)

وأنا كساجوراس (Anaxagoras) . وهذه نسب محتملة ، ولكن لم يتم الدليل على صحتها . ومن المؤكد أنه كانت هناك مشاكل منظورية كان لابد لمخرجى المناظر من حلها . غير أن إيجاد حلول صحيحة يمكن أن يتم على نحو تجريبي .

هيبوكراتيس أو أبقرات الخيوسى

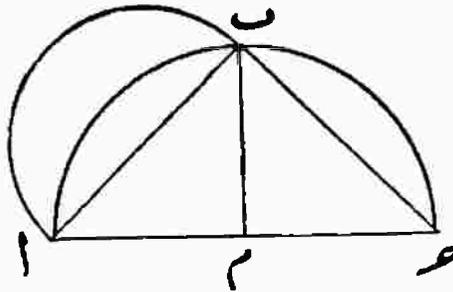
ولتأت الآن إلى أعظم الرياضيين فى القرن الخامس ، وهو أول رجل أسبق الشهرة على اسم أبقرات . فكل مثقف تقريباً يألف ذلك الاسم ، وإن كان يثير فى ذهنه ذكرى رجل آخر هو أبو الطب ، أبقرات الكوسى (Hippocrates of Cos) . إن اسم أبقرات ليس بنادر فى بلاد اليونان^(٤) ، وما يستعنى النظر أن ألمع اثنين من حملة هذا الاسم كانا متعاصرين ونشأ فى مجموعة الجزر نفسها وهى سبوراديس (Sporades) القريبة من شاطئ آسيا الصغرى . وقد ولد الرياضى ، الذى كان أكبر سنّاً ، بنخيوس وازدهر بأثينا فى الربع الثالث من القرن الخامس . أما الطبيب فكان من رجال الجيل التالى إذ كان لا يزال صبيّاً حين اكتمل نضج الرياضى ، وكان لا يزال يعمل عند دورة القرن . نشأ فى جزيرة كوس إحدى جزر سبوراديس الجنوبية التى تدعى أيضاً جزر الدوديكانيز (Dodecanese)^(٥) . وسوف نخصص له فى باب آخر كل المكان الذى هو جدير به حقّاً ، ولكن كان لزاماً علينا أن نعرفه للقارئ هنا وأن نضعه لحظة ما قريب معاصره الأكبر سنّاً . وإنى لأمل كثيراً أن يتذكر قارئو هذا الكتاب أن هناك أبقراتين كانت أعمالهما المحيذة بارزة على حد سواء ، ولكنها مختلفة جداً فلا يمكن المقارنة بينهما . ومن المؤكد أنا لا نستطيع القول بأن الثانى كان رجلاً أعظم من الأول ، وإن كان أكثر الناس يذكرونه وحده ، وأما الأكبر سنّاً فيكاد يكون منسياً . ولكن لا علينا !

كان السبب فى مجئ أبقرات إلى أثينا حوالى منتصف القرن ، حسبما يروى ، هو ضياع ممتلكاته ، وسعيه من أجل استردادها . وفى إحدى الروايات كان أبقرات تاجراً وقد أسر القرصان سفينته ، وفى رواية أخرى (رواها أرسطو)^(٦) ،

كان عالماً في الهندسة وقد سلبه جباة المكس في بيزنطة كثيراً من المال « بسبب غفلته ». لا ريب في أن الناس كثيراً ما آتهموا الرياضيين (من طاليس إلى بوانكاريه (Poincaré) بأنهم ليسوا من أصحاب الكفاية في معالجة أمور الحياة العادية ، وهذه قصص ممتعة من نواح أخرى ، لأنها تساعدنا على أن ندرك وجود جوانب أخرى للحياة اليونانية : فثمة التجار والقرصان ، وجباة المكس الأشرار . والظاهر أن أبقراط كان في بادئ الأمر تاجراً كما كان رياضياً ولم يكن هذا التآلف مستهجنًا في المجتمع اليوناني . وقد تفرغ للرياضيات بعد أن فقد ما ملكت يدها فكان من أوائل الذين علموا لقاء أجر من المال ، ولم لا يكون قد أصاب من الأجر بقدر ما أصاب السوفسطائيون ، فهو نفسه يمكن أن يدعى سوفسطائياً ، مع أنه تخصص في ميدان الرياضيات .

قبل أن نشرح عمله ، ينبغي أن نذكر قصة أخرى ذات طابع مميز للجور العقلي في ذلك العهد . فقد شغلت أذهان الرياضيين الأثينيين حينذاك ثلاث مسائل شهيرة : الأولى تربيعة الدائرة ، والثانية تثبيت الزاوية ، والثالثة مضاعفة المكعب . فكيف ظهرت هذه المسائل الثلاث ؟ إن الأولى قديمة جداً ، وكان من المستحيل أن يعرف الرياضيون حتى ذلك العهد إيجاد حل صحيح لها . أما الاثنتان الأخريان فإن ظهورهما ليس طبيعياً كما هي الحال في المسألة الأولى . وهناك أسطورتان عن مصدر المسألة الثالثة رواهما إراتوستينيس (Eratosthenes) وتحدث بهما الرواة فيما بعد ، وسنكتفي بسردهما واحدة منهما . حينما كان أهل ديلوس (Delos) يعانون من وطأة انتشار الطاعون فيما بينهم ، أمرتهم كاهنة دلفي بأن يضاعفوا حجم معبد معين كان مكعب الشكل ؛ ولذا دُعيت تلك المسألة بالمسألة الديلية . وهذه أسطورة تقوم الدلائل كلها على أنها حادث سابق مختلف ، وبقدر ما أعلم ، لم يكن هناك أبداً معبد مكعب الشكل لا في ديلوس ولا في أى مكان آخر^(٧) . وثمة تفسير أبسط ، ففعل بعض الرياضيين رغب في أن يصوغ مسألة معينة في الهندسة المستوية صياغة عامة . فلمضاعفة مربع ما ، يكفي أن ننشئ على قطره مربعاً جديداً . فهل كان في الإمكان

إيجاد صيغة مشابهة للمكعب ؟ إنها لم تكن مسألة سهلة بقدر ما بدت . وإن بروز هذه المسائل الثلاث من بين عدد لا متناه من مسائل أخرى ، لبرهان جديد على العبقرية الإغريقية ، فهي كلها تضم إلى بساطتها الظاهرة مصاعب خفية من الطراز الأعلى^(٨) . إنها غير قابلة للحل إلا على وجه التقريب ؛ ولا يمكن حل الثانية والثالثة بالطرق الهندسية البسيطة . أى باستعمال المسطرة والبرجل (البركار) ؛ ومع هذا كله فقد أوجد الرياضيون اليونانيون في القرن الخامس حلولاً نظرية لتلك المسائل .



شكل ٦٣ - هلاليات أبقراط الجبوسى

لم يعالج أبقراط المسألة الثانية ، ولكننا مدينون له لتقديمه حلولاً غير تامة للمسألتين الأخريين . وقد قادته محاولاته لتربيع الدائرة إلى كشف بعض الهلاليات التي يمكن أن تربيع ؛ ومن الغريب حقاً أنه كشف ثلاثة من أنواع الهلاليات الخمسة التي يمكن أن تربيع بطريقة بسيطة . فكان كشفه مثيراً للحماسة كل الإثارة . ذلك لأنه أثبت أن بعض الأشكال المنحنية على الأقل كان قابلاً للتربيع .

وإليك المثال الأبسط من هلاليات أبقراط . اعتبر نصف المربع $ا ب ج$ المحاط بنصف الدائرة التي مركزها $(م)$ (الشكل ٦٣) . ولترسم نصف دائرة قطرها $ا ب$. إن النسبة بين مساحتي نصفي دائرتين هي كالنسبة بين مربعي قطريهما . ثم إن $ا ب^٢ = ٢ ا ب^٢$. إذن نصف الدائرة الكبرى يساوى نصف

الدائرة الصغرى . اطرح القطعة المشتركة بين المساحتين تجد أن المساحتين الباقيتين ، أى مساحة الهلالى ومساحة المثلث ا ب م ، متساويتان .
 هذه قضية بسيطة ، ولكنها تتضمن معرفة النظرية الهندسية القائلة بأن النسبة بين مساحتي دائرتين كالنسبة بين مربعي قطريهما^(٩) ، وإذا وجد أبقراط مساحة ذلك الهلالى وجب أن نفترض أنه عرف تلك النظرية . ولربما كانت معرفته بها بديهية ، وعند أوديموس أن أبقراط قد أثبت النظرية ، ولكن إن صح هذا الرأى ، فإننا لا نعلم كيف أقام البرهان .

إن رسالة أبقراط فى تربيح الهلاليات لنى غاية الأهمية من ناحية أخرى : إنها الشئرة الوحيدة من الرياضيات الهلينية (أى قبل العهد الإسكندرى) التى نقلت إلينا كاملة ، ولكن النقلة كانت بطيئة^(١٠) وغير مباشرة . فهذا يوضح لنا مرة أخرى كم يصعب الحصول على معرفة الحقائق عن علم الرياضة الأول عند اليونان ، وكم يجب أن يكون المؤرخ حصيفاً .

إن حل أبقراط^(١١) للمسألة الثالثة ، وهى مضاعفة المكعب ، تمتع كالسابق على السواء وذلك بما يتضمنه ، لأنه يبين أن أبقراط كان ذا فهم واضح فى النسب المركبة . وقد استخرجت تلك المعرفة من خصائص الأعداد ثم طبقت بطريقة الحدس على المستقيمات .

إذا كان طول ضلع المكعب المعطى يساوى ا ، فإن المسألة تتطلب تعيين س بحيث يكون $س^3 = ٢ ا^3$. وتحل بإيجاد وسطين متناسبين فى تناسب مستمر بين

الطول ا والطول ١ ٢ : $\frac{ا}{س} = \frac{س}{ص} = \frac{ص}{١٢}$ ، فيستنتج من هذا أن $س^2 = ا ص$ ،
 $ص^2 = ٢ ا س$ ؛ إذن $س^4 = ٢ ا^2 س^3$ أو $س^3 = ٢ ا^2 س$.

وما إن أقبل منتصف القرن الخامس حتى كان عدد كبير من النظريات الهندسية قد قرر ، وعدد كبير من المسائل قد حل ، فقضت الضرورة الملحة بوضع هذه النتائج التى سبق تقريرها جميعها فى ترتيب منطقي قويم . على أن هذا لم يتطلب تصنيفها فحسب ، بل تطلب ما هو أهم من ذلك ألا وهو تدعيم

البراهين وتقويتها . ففي كثير من الحالات (كما أوضحنا فيما تقدم بشأن النظرية التي أوردها إقليدس) كانت المعرفة حدسية ، أو كان البرهان ، إن وجد ، قد أخفق في إيجاد سبيله إلى الانتشار .

إذا وضعت كل مادة في موضعها المنطقي ، كشف عن وجود الثغرات . وأصبح ما يمكن بناؤه من الصرح الهندسي أقوى ، وزادت الدقة في معرفة المرء بما ينبغي أن يعمل كي يرقى بهذا الصرح أكثر فأكثر نحو التمام والكمال المنطقي . ويبدو أن أبقراط كان أحد الأوائل الذين حاولوا القيام بتلك المهمة ، أي إنه كان الرائد الأول لإقليدس ، لا كمكتشف لنظريات منفردة فحسب ، بل كبناء في إقامة الصرح الهندسي الذي سمي فيما بعد « الأصول » .

وإذا كان النص الأبقراطي الذي نقله إلينا سمبليكيوس بخصوص تريخ الهلايات هو حقيقة كما كتبه أبقراط ، فإنه أول رياضي ، حسبنا نعلم ، استعمل حروف الهجاء في الأشكال الهندسية ، فجعل وصف هذه الأشكال بغير غموض أمراً ممكناً . وهكذا جرى العرف في كتابة المخطوطات في سهولة ويسر ، ذلك لأنه يمكن حذف الأشكال التي يصعب رسمها بإتقان . فهي ليست ضرورية . لأن القارئ يستطيع أن يعيد إنشاءها بسهولة على أساس النص . ولسنا نستغرب حين نجد أن استعمال الحروف عند أبقراط لم يكن إذ ذاك واضحاً ويسيراً ، كما كانت الحال عند إقليدس ، غير أنها كانت بداية هامة كل الأهمية ، وتكاد تكون ضرورية لتقدم الرياضيات في المستقبل .

فبينما يكتب أبقراط « المستقيم الذي يقع عليه ا ب » أو « النقطة التي تقع عليها ك » يكتب إقليدس ببساطة وإيجاز ، ونحن أنفسنا كذلك : « المستقيم ا ب » و « النقطة ك » . كثيراً ما ترد فروق كهذه في تاريخ التعبير الرياضي بالرموز (الرمزيات الرياضية) . ويمكننا أن نقول بصورة أهم ، في تاريخ العلم . وقلما يتمكن المبتكر من التعبير عن ابتكاره بالشكل الأبسط ، فيقوم رجل آخر أو رجال عديدون ، أقل ذكاء ، ولكن أكثر ممارسة من المبتكر نفسه ، بإتمام الابتكار . ولعل ابتكار أبقراط ، على سبيل المثال ، قد اكتمل بأيدي بعض

المعلمين ، أو حتى بعض الطلبة الذين يؤثرون كتابة العبارة الموجزة :
« المستقيم اب » بعامل الكسل المحض .
وإذا كان أبقراط قد كتب بالفعل أول كتاب في الهندسة ، وهذا الأمر
ليس ممكناً فحسب بل هو ظاهر الاحتمال ، فقد اضطر إلى إحكام البراهين ،
ويمكننا أن نصدق قول بروكلوس Proclus بأنه ابتكر طريقة التنسيق
الهندسي ، (Apagoge) وهي الانتقال من قضية أو نظرية إلى أخرى حيث
يعتمد في حل القضية اللاحقة على حل القضية السابقة . وسوف نبحت في
ذلك فيما بعد .

كانت أعمال أبقراط الخيوسي جديرة بالاعتبار ، فهي جليلة حقاً ويستحق
من أجلها أن يسمى « أبا الهندسة » ، بقدر ما استحق أبقراط الكرسي أن
يسمى « أبا الطب » . ومع ذلك ، فأولى بنا أن نتجنب مجازات كهذه لأنه
لا يوجد آباء مطلقون إلا أبانا خالق السموات .

أينويديس الخيوسي^(١٢)

كان أينويديس ، بناء على رواية بروكلوس (٢-٧) ، أصغر سنّاً بقليل
من أناكساجوراس ، والراوى يقدم تاريخه على أبقراط وثيودوروس . فيمكننا
أن نفترض أن أينويديس كان معروفاً في الربع الثالث من القرن الخامس .
وجدير بنا أن نلاحظ أنه لم يكن معاصراً لأبقراط فحسب ، بل كان أيضاً من
أبناء مدينته . فلا بد أنهما تعارفاً بنحوس أو بأثينا . ويكاد لا يهمننا أكان أصغر
سنّاً بقليل من أبقراط أم لم يكن ، والذي يعنينا هو الترتيب التاريخي للاكتشافات ،
وهو يختلف عن الترتيب التاريخي للميلاد ؛ فبينما يقوم بعض الرجال بأجل أعمالهم
في شبابهم ، يقوم بها آخرون في سن متأخرة .

إن مكانة أينويديس كعالم فلكي أجل من مكانته كعالم رياضى ، وسوف
نفرد له مكاناً أكبر في الجزء الثانى من هذا الفصل . إن أعماله الرياضية متواضعة
ولكن لها دلالتها ، فهو أول من حل المسألتين الآتيتين : أولاً : رسم عمود من

نقطة مفروضة على مستقيم معلوم ؛ وثانياً : إنشاء زاوية من نقطة مفروضة على مستقيم تساوي زاوية معلومة .

وبما أنه كان في استطاعة كل امرئ حل هاتين المسألتين على وجه التقريب ، فإن نسبة حلها إلى أينوبيديس تعنى أنه كان أول من أظهر كيفية حلها على وجه التدقيق ، وذلك باستعمال المسطرة والبركار . وكان لابد من حل مسائل كهذه حتى يصبح تأليف « الأصول » أمراً ممكناً ، ولكن بروكليس يقول إن أينوبيديس حل المسألة الأولى لأسباب فلكية ، ويقول أيضاً إنه استعمل كلمة الشاخص القديمة (Cata gnomona) للدلالة على العمود (Orthios) . وكل هذا يوضح طور الانتقال في ذلك العهد : فالمعرفة الهندسية تنسق وتأخذ في التبلور تدريجياً ، وما هي ذى « الأصول » تصنع .

هيبياس الأيليسى

نشأ هيبياس في إيليس^(١٣) ، وهي مقاطعة صغيرة في الزاوية الشمالية الغربية من البيلوبونيز ، وقد اشتهرت بتربية الخيول وكادت ترقى إلى مرتبة القداسة لدى الديزان بسبب دورة الألعاب الأولمبية التي كانت تقام في سهول أولبيا كل أربع سنوات . وقد ولد حوالي سنة ٤٦٠ ق.م وما يعرف عنه يزيد كثيراً عما يعرف عن أبقرط وأينوبيديس اللذين يكبرانه سنّاً وذلك لأنه ساح كثيراً في جميع أرجاء اليونان محاضراً في الناس ومعلماً ، وكان سوفسطائياً جواباً في الأرض يسيطر على ميدان نشاطه حب الشهرة والمال . ومع أنه كان على استعداد للبحث في أي موضوع ، فقد كان ذا ولع خاص بالرياضة وعلم الطبيعة ، وحين وصل إلى إسبرطة أصابته خيبة مريرة ، لأن الإسبرطيين لم يعنوا كثير العناية بعلم الطبيعة ، فلم يجزلوا له العطاء مكافأة على محاضراته العلمية . وتخلده محاورتان لأفلاطون وهما : هيبياس الأكبر ، وهيبياس الأصغر ، حيث يظهر فيهما سوفسطائياً مختلفاً فخوراً . إنها بصورة غير جذابة ، ولكن شهرته الرياضية وطيدة الأركان ، بسبب اكتشاف وجيد يثير الدهشة حقاً .

الشعاع af الذى يصل المركز a مع نقطة ما على المنحنى مثل f ؛ ولنفرض أن طول الشعاع هو (r) وأن h هى الزاوية التى يميل بها على ad ؛ فيستتج مما تقدم أن $\frac{ط}{ه} = \frac{س}{سحاه}$ ، وهذه هى معادلة المنحنى .

ويمكن استعمال المنحنى لتثبيت أية زاوية مثل h . فلنقسم المستقيم f إلى قسمين بنسبة $٢ : ١$ ، حيث يكون $f = ١$ ، $f = ٢$. ولنرسم بعد ذلك المستقيم $ب'ج'$ فيقطع المستقيم f فى نقطة f ويقطع المنحنى فى نقطة $ل$ ، ولنرسم المستقيم $ال$. فتكون الزاوية $ن ا د$ تلك الزاوية h .

وكذلك يمكن استعمال المنحنى فى تقسيم زاوية ما بأية نسبة ؛ إذ يكفى (فى مثالنا) أن نقسم المستقيم f بتلك النسبة ونتمم الإنشاء كما فعلنا من قبل . وبعد ذلك بقرن استعمال دينوستراتوس (Dinostratus) (٢٠٤ ق.م) وآخرون المنحنى نفسه لتربيع الدائرة ، ولهذا السبب سمي منحنى التربيع (Tetragonizusa)

ثيودوروس البرقاوى

إن ما نعلمه عن الرياضى ثيودوروس البرقاوى^(١٤) يفوق ما نعلمه عن غيره من الرياضيين ، ذلك لأن أفلاطون يعرفه فى بداية محاورته تياتيتوس (Theaitetos) كعلم شهير . وكان حينذاك (عام ٣٩٩)^(١٥) رجلاً مسنناً ، ولذا يمكننا القول إنه ولد حوالى عام (٤٧٠) . ويروى أن أفلاطون زاره فى قورينا ، لكن ثيودوروس ، على كل حال ، كان بأثينا حوالى نهاية القرن ، وانتسب إلى جماعة سقراط ، وكان (أو لعله كان) أستاذ الرياضة لأفلاطون . وينسب إليه كشف رياضى وحيد ، لكنه كشف رائع . فيقال إنه أثبت اللامنتقية فى الجذور التربيعية للأعداد : ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١٧ .

ومما له دلالتة ، أن كشف اللامنتقية فى $\sqrt{٢}$ لا يعزى إليه ، فلا يستدل من ذلك إلا أن هذا الكشف كان سابقاً لعهدده . والواقع هو أن هذه المعرفة

* أضفت العبارة الواردة بعد الفاصلة زيادة فى الإيضاح (المترجم) .

تنسب إلى الفيثاغوريين الأولين . لقد كان اكتشاف اللامنتظية في $\sqrt{2}$ مفاجأة رهيبية ، والفيثاغوريون على ما يبدو تصوروا إلى حين أنه كان حادثاً استثنائياً .

إن الجذر التربيعي للعدد ٢ يظهر في مجال النظر الفكري ببساطة وبصورة طبيعية جداً ، ذلك لأنه القطر في مربع الوحدة (فالضلع والمساحة تساويان واحداً) .

فكيف كشف الفيثاغوريون الأولون وجود اللامنتظية في $\sqrt{2}$ ؟

علينا أولاً أن نعرف للقارئ رجلاً آخر من الفيثاغوريين الأولين وهو هيباسوس الميتابونتي^(١٦) (Hippasos of Metapontum) الذي نسجت حوله قصص عجيبة . فقالوا إنه طرد من المدرسة الفيثاغورية لأنه باح بأسرار رياضية . وزعموا في إحدى الروايات أنه أذاع إنشاء ذى الإثني عشر وجهاً داخل كرة ما ، وادعى أن الإنشاء من عنده . وورد في رواية أخرى أنه أذاع الكشف عن مقادير لامنتظية - وهذه تشير على الأرجح إلى $\sqrt{2}$ أو إلى $\sqrt{5}$. وثمة شيء رياضي آخر يمكن أن يقال عن هيباسوس قبل أن نتركه . لقد ميز الفيثاغوريون الأولون بين ثلاثة أنواع من الوسط : الوسط الحسابي ، والوسط الهندسي ، والوسط المعاكس الأدنى^(١٧) . فاقترح هيباسوس أن يسمى الثالث منها الوسط التوافقي ، وهي تسمية مطابقة كل المطابقة ، وذلك لأهمية الأوساط التوافقية في ميدان الموسيقى النظرية ، وقد عرف أيضاً ثلاثة أوساط أخرى . فلنعد الآن إلى الكشف عن وجود المقادير اللامنتظية ، وهو الكشف الذي اعتبره الرياضيون في القرنين السادس والخامس نوعاً من الفضيحة لعلم المنطق .

إن العدد اللامنتظي $\sqrt{2}$ هو العدد الذي لا يمكن تقديره تماماً بدلالة أعداد أخرى ، وقد كشف عن اللامنتظية هندسياً حين وجد الإدراك باستحالة تقدير القطر في مربع الوحدة بدلالة طول الضلع أو بدلالة أى جزء من الأجزاء المتساوية التي يمكن أن يقسم إليها ذلك الطول ، مهما صغرت .

فكيف كان في استطاعة المرء إثبات تلك اللامنتظية ؟ لقد أشار أرسطو^(١٨) إلى البرهان الذي تناقلته الأجيال ، وهو برهان يقوم على دليل الخلف .

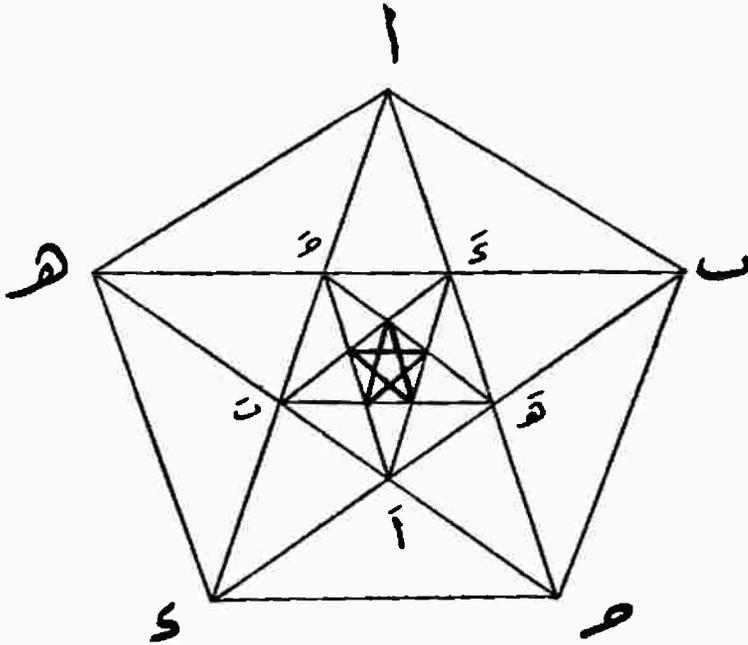
وبما أنه برهان قصير وفي غاية اليسر فإننا نوردته فيما يأتي :

لنعتبر مربعاً طول ضلعه ١ ، ونصف قطره $ح$. ينبغي أن نبرهن أن (١) و (ح) هما عددان غير منسوبين . ولنفرض أنهما منسوبان ، وأن النسبة بينهما $\frac{ح}{١}$ تقدر بالشكل الأبسط $\frac{ل}{م}$ ، فهذا يكون $\frac{ح}{١} = \frac{ل}{م}$ ؛ لكن $ح > ١$ ، $١٢ = ٢$ ؛ ولذلك $ل = ٢$ م . إذن $ل$ عدد زوجي ، ولذا فإن $ل$ عدد زوجي ، ويجب أن يكون $م$ عدداً فردياً . والآن ، إذا كان (ل) عدداً زوجياً فيمكننا أن نكتب $ل = ٢ ن$ ؛ ولذا فإن $ل = ٢ ن = ٢ م$ ، أي أن $٢ م = ٢ ن$. إذن $م$ عدد زوجي ، ولذا فإن $م$ عدد زوجي . لقد وجدنا أن $م$ هو عدد زوجي وفردى آن واحد ، وهذا مستحيل . إذن فالعددان (١) و (ح) هما غير منسوبين .

إن من الممكن أن يكون هيباسوس قد كشف المقدار اللامنطقي الأول (إن لم يكن قد كشف من قبل) ، غير أن المرء لا يستطيع إقامة الدليل على ذلك . وثمة ما يغرى المرء بهذا الافتراض ، ذلك لأن الرواية التي ذكرناها فيما تقدم تدعمه ، ولأنه يفسح في مجال الزمن برهة وجيزة يمكن أن تتطور في خلالها نظرية اللامنطقية . على أن برهان اللامنطقية في $\sqrt{٢}$ الذي أوردناه منذ قليل ، على بساطته ، يتضمن درجة من التجريد يكاد يصعب إدراكها في زمن مبكر كعهد هيباسوس ، ولنقل في بداية القرن الخامس . ولكن هناك رواية أخرى تنسب إلى هيباسوس بعض المعرفة بذي الاثنى عشر وجهاً ، وهو مجسم منتظم أوجهه خمسات منتظمة . إن عناية أحد الفيثاغوريين بالخمس المنتظم لأمر طبيعي تماماً ، ذلك لأن شعار جماعته هو الخمس النجمي ، الكامل ، (وهو الخمس المنتظم الذي مدت أضلاعه حتى تقطع التقاطع) .

ولقد تقدم كورت فون فريتز (Kurt Von Fritz) باقتراح يسرع النظر وهو أن عناية هيباسوس بالخمسات النجمية والخمسات المنتظمة وبالأعداد والنسب التي تتضمنها تلك الأشكال يمكن أن تكون هي التي هدته إلى فكرة

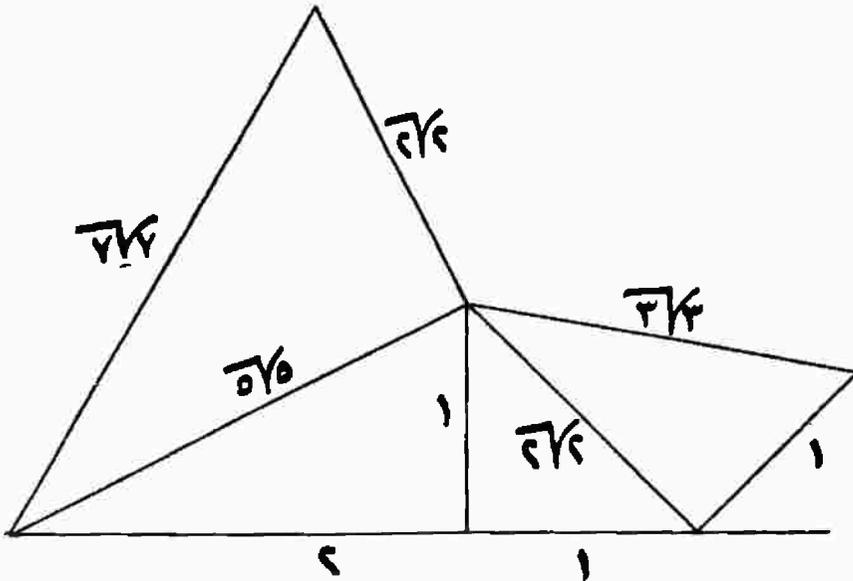
اللاقياس . إذ كيف يحاول صانع في إيجاد المقدار المشترك بين المستقيمين (أ) و (ب) ؟ إنه يحاول أن يقيس الأطول (أ) بدلالة الأقصر (ب) ، وإذا ما أخفق ، فإنه يحاول أن يقيسه بدلالة كسور من (ب) . والآن ، إن طريقة كهذه لا يمكن استعمالها في هذه الحالة ؛ ذلك لفقدان الدقة المثالية في القياسات الآلية . ولكن ، لو اعتبر هيباسوس الخمس المنتظم وقد رسمت جميع أقطاره ، لرأى أن الأقطار تؤلف خمساً نجمياً وتحيط بمخمس منتظم أصغر من الخمس الأول (الشكل ٦٥) . إن متابعة العمل على النهج نفسه في الإنشاء لأمر ممكن ، وإن في ذلك لحافزاً كافياً . إن المرء لا يستطيع ، من الناحية العملية ، أن يستمر في هذا التكرار إلى أمد طويل ، ولكن من الواضح ، نظرياً ، أن التكرار ممكن إلى ما لا نهاية ، وهذا يعنى أن القطر والضلع لا يقبلان التحويل إلى مقياس مشترك ، فهما إذن ، غير قابلين للقياس .



شكل ٦٥ - الخمسات المنتظمة والنجمية .

لعل الكشف الذى أجراه هيباسوس عن المقادير غير القابلة للقياس وقبل أن يقوم الدليل الكامل على وجودها كان يعامل الحدس ، حتى إنه لأمر ممكن أن الرياضيين اليونانيين بدأوا قبل نهاية القرن في اعتبار حالات أكثر تعقيداً . ففي محاولة هيباس الأكبر (عام ٣٠٣ ق.م) ترد الملاحظة الآتية : كما أن عدداً زوجياً إما أن يكون مجموع عددين زوجيين وإما أن يكون مجموع عددين فرديين ، فكذلك إن مجموع عددين لا منطقيين ، إما أن يكون منطقياً ، وإما أن يكون لا منطقياً . وإليك مثالا طيباً : إذا قسم مستقيم ذو طول منطقي قسمة ذات وسط وطرفين ، فإن النسب الثلاث * بين تلك الأجزاء والمستقيم كله جميعها نسب لا منظرية .

إذا افترضنا أن هيباسوس قد كشف اللامنظرية في $\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ ، فكيف وجد ثيودوروس الصماء الأخرى حتى $\sqrt{17}$ ؟ لربما أنشأ عدداً كبيراً منها بطريقة سهلة كما يظهر في الشكل (٦٦) . وما إن أدرك وجود مقادير



شكل ٦٦ - إنشاء بسيط لمقادير مختلفة غير قابلة للقياس

٥ لقد قسم المستقيم من الداخل ومن الخارج أيضاً قسمة « ذهنية » (المترجم) .

لامنطقية وأصبح ذلك الإمكان مسلماً به ، لم يعد إيجاد مقادير جديدة أمراً عسيراً . إنما كانت المصاعب الرئيسية من نوع آخر : إذا كانت هناك أعداد لم يمكن تمثيلها بأية نسبة مثل ن : م ، فإن فكرة الفيثاغوريين عن وجود المحاكاة بين الأعداد والمستقيمات أو بين الحساب والهندسة لا يمكن أن تكون قد وجدت بعد ذلك من يدعمها - فهل وجدت ؟ ليس لدينا من سبب يحملنا على الظن بأن هذه المصاعب العميقة الأغوار قد حلت قبل القرن الرابع ، ولكن الحقبة الطويلة لاختيار تلك الآراء التي يمثلها هيلاسوس وثيودوروس قد مهدت السبيل إلى عصر تياتيتوس ويودوكسوس . وسوف نتابع مناقشاتنا في هذا الموضوع عندما نصل إلى الحديث عن ذلك العصر .

كانت للعبرية اليونانية إدراكات فطرية للحقائق الرياضية ، كما كانت لها تلك الإدراكات في ميدان الجمال ، فقد أدركت فيما يظهر ، إن لم يكن في البداية ذاتها ، فعلى أية حال في وقت مبكر جداً ، أنه لا يمكن بناء علم الرياضة بدقة منطقية دون أن تحل تلك العبرية مسائل عديدة تتضمن فكرة اللانهاية . ويمكننا تقدير الأعماق الفذة لتلك العبرية تقديراً أحسن إذا ما تمثلنا في أذهاننا أن ثمة مثقفين عديدين في عصرنا الحاضر ، بل على حظ وافر من الثقافة ، من أمثال الأطباء . أو علماء النحو . يكادون لا يفقهون مثل هذه الأمور ، ناهيك عن اكتشافها . لقد قدمنا في هذا الباب حتى الآن شواهد كثيرة على الإدراكات البدئية عند اليونان بخصوص فكرة اللانهاية . ونخص بالذكر منها ما عرضناه من آراء زينون ، وديموكريتوس ، وهيلاسوس . وثيودوروس ، والآن نضيف إلى هؤلاء رجلين آخرين ، هما أنتيفون وبريسون .

أنتيفون السوفسطائي (٢١)

نشأ أنتيفون بأثينا ولمع في العصر نفسه الذي اشتهر فيه سقراط ، فكان إلى حد ما منافساً له ، كعلم للشباب . كان سوفسطائياً يعني بعلوم عديدة كما عني أيضاً بالكهانة . والتنبؤ بالغيب ، وتفسير الأحلام . وينبغي ألا ننسى

أبداً أن التنبؤ بالغيب وخاصة تفسير الأحلام^(٢٢) كانا حينذاك جزأين أصليين من العلوم الطبيعية تنجذب إليهما بدافع حب الاستطلاع طائفة من أفضل العقول، ذلك لأن الناس لم يدركوا حين ذاك بجلاء ، إدراكاً دقيقاً ، حدود المعرفة كما ندركها نحن في عصرنا الحاضر . وعلى أية حال ، إن أنتيفون جدير باهتمامنا لأنه ابتكر طريقة جديدة لحل المسألة القديمة ، وهي مسألة تربيعة الدائرة .

فقد اقترح إنشاء مضلع بسيط منتظم ، ونقل مربعاً ، داخل الدائرة المعطاة . وكان من الممكن بعد ذلك إنشاء مثلث متساوي الساقين على كل من أضلاع المربع ، بحيث يكون رأسه على محيط الدائرة . فيكون قد تم بذلك إنشاء مثنى منتظم ، وإذا ما تابر المرء على العمل بالطريقة نفسها فإنه ينشئ مضلعات منتظمة عدد أضلاعها : ١٦ ، ٣٢ ، ٦٤ . . . ضلعاً . ومن الواضح أن مساحة أى مضلع لاحق من تلك المضلعات المتتالية تكون أقرب إلى مساحة الدائرة من مساحة أى مضلع سابق ، وبعبارة أخرى إن مساحة الدائرة تستنفد تدريجياً بازدياد أضلاع المضلع المحوط بالدائرة نفسها . إن مساحات هذه المضلعات يمكن أن تحسب بالتمام ، أو أن المضلعات يمكن أن « تربيعة » ، فالمساحات تزداد تدريجياً إلا أنها لا يمكن أن تتجاوز نهاية معينة ، هي مساحة الدائرة نفسها .

وقد انتقد أرسطو ، وشراحه ، وآخرون ، هذه الطريقة فبينوا أنه مهما تكررت عدد المرات الذى يتضاعف فيه عدد أضلاع المضلع فى كل مرة ، فإن مساحة الدائرة لا يمكن أن تستنفد تماماً .

بريسون الهيراكلى^(٢٣) :

ابن هيرودوروس من هيراكليا بونتيكا (Herodores of Heraclea Pontica) الذى عرف بإنشاء الخطب أو العناية بتدوين الأساطير ، وكان تلميذاً لسقراط وتلميذه إقليدس الميجارى فهو من جيل لاحق لأنتيفون ولا بد أنه عاش

في النصف الأول من القرن الرابع ، ولكن يجب أن نتحدث عنه هنا لأن عمله يتم عمل أنتيفون إتماماً حسناً . فبينما كانت طريقة أنتيفون تستند إلى رسم سلسلة من المضلعات داخل الدائرة التي يكون عدد أضلاعها : ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٣٢ . . . ضلعاً ، اقترح بريسون إنشاء سلسلة من المضلعات خارج الدائرة نفسها . إن مساحات المضلعات المحيطة تتناقص تدريجياً . وإن مساحة الدائرة هي النهاية العليا لمساحات المضلعات المحاطة ، وهي النهاية الدنيا لمساحات المضلعات المحيطة . ومما لا شك فيه أن بريسون كان هدفاً للاتقادات نفسها التي وجهت إلى أنتيفون ، فقد انتقده بحق أرسطو ، وسبيليكوس ، وكثيرون من مؤرخي الرياضيات .

ويظهر لي أن المؤرخين الحديثين (مثل روديو وهابيرج) (Rudio and Heiberg) اشتطوا في قسوتهم على أنتيفون وبريسون . فقد كان منهج الأخير يفتقر إلى الدقة ولكنه صدر عن بديهية صحيحة ، وأدى في النهاية إلى « طريقة الاستفاد » التي صاغها يودوكسوس ، وإلى حساب التكامل .

ولا يستطيع المرء أن يحدد فضل بريسون في القيام بكشف معين وهو أن مساحة الدائرة حد نهائي للمساحات المتزايدة للمضلعات المحوطة ، وأنها حد نهائي للمساحات المتناقضة للمضلعات المحيطة ، وأنه كلما ازداد عدد الأضلاع في سلسلي المضلعات اقتربت مساحتها أكثر فأكثر من مساحة الدائرة عن جانبي هذه المساحة . وقد طبق أرشيميدس (٣-III ق.م) هذه الطريقة ، ففاس فعلا مساحتي مضلع محوط ومضلع محيط عدد أضلاع كل منهما ٩٦ ضلعاً وتوصل إلى الاستنتاج بأن $\frac{31}{7} < ط < \frac{310}{71}$ (٣,١٤٢ < ط < ٣,١٤١) .

ويحسن بنا أن نلاحظ قبل اختتام هذا الجزء أن الرجال الذين استعرضنا آراءهم الرياضية (مع إمكان استثناء أبقراط) لم يكونوا رياضيين بالمعنى المقصود من هذه الكلمة في أيامنا ؛ بل كانوا فلاسفة وسوفسطائيين ، أدركوا الأهمية الأساسية للرياضة وحاولوا فهم هذا العلم فهماً حسناً بقدر الإمكان. ولنلاحظ أنهم أتوا إلى أثينا من جهات مختلفة من دنيا اليونان . فقد أتاها زينون من

المستعمرة اليونانية الكبرى في جنوب إيطاليا ، وأبقراط وأينوبيديس من أيونيا ، وديموكريتوس من تراقيا ، وهيبياس من البيلوپونيز ، وثيودوروس من برقة ، وبريسون من شاطئ البحر الأسود ، وكان أنتيفون (بقدر ما نعلم) أثينياً ، وهو الأثيني الوحيد بينهم . ولو تحدثنا عن أرخيتاس (Archytas) الذى عاش في القرنين (٢٦) ، وسوف نحدثك عنه فيما بعد ، لكان علينا أن نضيف إلى قائمة الأقطار المذكورة قطراً آخر هو صقلية . فبدل هذا على أن العبقرية الرياضية كانت موزعة في أرجاء بلاد اليونان كما كانت العبقرية الفنية أو الأدبية . إن تلك العبقرية لم تكن أثينية ، أو محصورة في أية منطقة ، بل كانت عبقرية بلاد اليونان .

الفلك

في استعراضنا للآراء الفلكية في القرن الخامس يمكننا أن نترك آراء الفلاسفة أمثال هيراكليتوس ، وأنبادوكليس ، وأناكساجوراس وأن نقتصر جل الاقتصار على آراء الفيثاغوريين . فدرسة هؤلاء كانت فعلاً أعظم المدارس الفلكية شأناً في ذلك القرن وأكثرها تقدماً . وكان لصفوتهم الرياضية وجه مفيد ، ذلك لأنها ساعدت على افتراض أدوار منتظمة في حركة الأجرام السماوية وعلى كشف قوانين الأجرام السيارة . وقد قال أفلاطون (٢٧) : « كما أن العيون ابتدعت لتشخص إلى النجوم ، فقد ابتدعت الآذان لتسمع الحركات المنسجمة ، وهاتان أختان من علوم الطبيعة كما يقول الفيثاغوريون » . ويعبر هذا القول تعبيراً جميلاً عن تصور الفيثاغوريين للوحدة التى تأتلف في تكوينها علوم الرياضة والموسيقى والفلك ، ذلك التصور الذى أثر في التفكير الفلكي على مر الزمان حتى عصر كبلر (Kepler) .

حين نتحدث عن فلكيين فيثاغوريين ، لا نقصد أولئك المريدين الذين خبروا جميع أسرار الأخوة الفيثاغورية فحسب ، بل نقصد أيضاً أولئك الذين قبلوا الآراء الفيثاغورية في النظام الكوني ، ولو جزءاً منها ، وهكذا فإننا سنبدأ بالحديث عن بارمينيديس (الذى لم يكن فيثاغورياً بل كان مؤسس المدرسة

الإيلية) ، ثم نتحدث عن فيلولوس (Philolaos) ، وهيكتاس (Hicetas) ، وبضعة أشخاص آخرين .

كان الفيثاغوريون أول من سمي العالم بلفظة كوسموس (Cosmos) (وفيها دلالة ضمنية على أنه نظام متجانس ومرتب في أحسن ترتيب) ، وأول من قال باستدارة الأرض. وتنسب هذه الخصائص إلى فيثاغورس نفسه وإلى بارمينيديس أيضاً، إذ ليس من السهل أن تفصل مبتكرات بارمينيديس من العقائد الفيثاغورية السابقة عليه ، ولا داعي لأن نقلق كثيراً من ذلك . ويمكن أخذ القسم الأول من حديثنا على أنه لا يمثل آراء بارمينيديس فحسب، بل آراء الفيثاغوريين أيضاً حوالي منتصف القرن . ففي ذلك الزمن كانت بعض النقاط في علم الكون لدى الفيثاغوريين قد تقررت : فالكون نظام محكم الترتيب ، وأكمل الأشكال هو شكل الكرة، والأرض مستديرة^(٢٨)، والأجرام السيارة ليست أجراماً هائمة ، بل هي ذات حركات منتظمة الأدوار . ومن الممكن أن آراء أخرى كانت مقبولة حينذاك، كقدسية النجوم والسيارات، والأثينية اللازمة في خصائص الكون - ما فوق القمر (تام) وما دون القمر (غير تام)^(٢٩) . إن آراء كهذه تبعدنا عن علم الفلك وتنقلنا إلى ميداني الميثولوجيا والدين . على أن وجودها إلى جانب الآراء الأخرى، التي هي أقرب إلى الطابع العلمي ، يوضح لنا التناقض الظاهر في أن المدرسة الفيثاغورية كانت في زمن ما مهداً لعلم الفلك الرياضي وعلم التنجيم في آن واحد . ومع أن هاتين الوجهتين متناقضتان فيما يظهر ، فإنهما تعودان إلى الظهور تكراراً على مر تاريخ العلوم (حتى القرن السابع عشر على أقل تقدير) . ولا يستطيع المرء أن يفهم تطور علم الفلك في العصور القديمة والعصور الوسطى ما لم يتمثل في ذهنه على الدوام ذلك التقابل الأساسي بين تينك الوجهتين .

بارمينيديس الإيلية :

جاء بارمينيديس إلى أثينا حوالي منتصف القرن ، إلا أنه كان في العقد السادس من عمره ، ولذا من الممكن أن تكون آراؤه الفلكية قد تبلورت قبل

ذاك . فكان أول من افترض أن الأرض الكروية الشكل انقسمت إلى خمس مناطق ، وإن لم تكن واضحة الحدود ، وتصور أن عرض المنطقة الوسطى ، وهى الحارة والمأهولة ، يبلغ ضعف ما هو عليه فى الواقع . ولا يمكننا أن نعلق أهمية كبيرة على تلك المناطق لأنها كانت وليدة الظن إلى حد بعيد . أما فكرة الشكل الكروى للأرض فإننا لا نعلم كيف توصل الفيثاغوريون الأولون ، وبارمينيديس فى جملتهم ، إلى ذلك الاستنتاج . والراجح أنه كان فى البدء تصوراً أولياً سابقاً على التجربة ، وسرعان ما تأيد وتكرر تأييده بمراقبة النجوم . كانت الأرض المعروفة لدى اليونان تمتد على الأقل من دائرة العرض ٤٥° شمالاً (شمالى البحر الأسود) إلى مدار السرطان أو حتى إلى أبعد من ذلك - أى لأنها كانت تمتد فى نطاق يتراوح عرضه بين ٢٠ و ٢٥ درجة من درجات العرض . إن فى هذا الفرق فى درجات العرض ما يكفى وزيادة للملاحظة تغيرات هامة من حيث أوضاع النجوم فى السماء . فإذا ما ساح المرء شمالاً أصبحت بعض النجوم قطبية ؛ ومن الناحية الأخرى ، إن نجماً ساطعاً (وهو سهيل) لا يرى فى بلاد اليونان بالذات ، ومن ذلك كان يلمح فوق الأفق فى جزيرة كريت ، وكان ارتفاعه يزداد إذا ما قصد المرء مصر وأقلع فى اتجاه أعلى النيل . وعلاوة على ذلك ، لا بد أن السياح لاحظوا ازدياد طول النهار إذا ما سافر المرء شمالاً ؛ فكانت هذه الملاحظة كافية لأن تهدى إلى فكرة المناطق . ولقد كان بارمينيديس أول من تصور الكون سلسلة متواصلة من الكرات أو التيجان (Stephanai) المتحدة المركز مع الأرض التى هى مستقرة فى مركز الكون . ولا حاجة بنا إلى التذكير بآرائه الفلكية الأخرى ، فبعضها لم يكن جديداً (مثال ذلك : أن القمر يستمد ضوءه من الشمس) أو كان محض أوهام (مثال ذلك : أن الشمس والقمر جزءان من الحجر) . إن ما يسترعى النظر ، على كل حال ، هو أن ميتافزيقياً صرفاً ، كما كان هو ، توصل عن طريق الحدس إلى الكثير من الحقائق ، ذلك لأن سبقه إلى فكرة وجود المناطق الجغرافية يكاد يضاهاى فى روعته سبق ديموكرتوس إلى فكرة وجود الذرات .

فيلولوس الكروتوني^(٣١)

نشأ فيلولوس في كروتون أو في تارنت (والبلدتان في منطقة خليج تارنت). وبما أن فيثاغورس أسس مدرسته في كروتون فليس بمستغرب إذن أن ينسب فيلولوس إلى الفيثاغوريين. كان معاصراً لسقراط، كما كان بارمينيديس؛ ويمكننا أن نستنتج أنه كان أصغر من الأخير بكثير. فقد ولد على الأرجح بعد بارمينيديس وقبل سقراط، ذلك لأنه كان أستاذاً لكل من سيمياس (Simmias) وكيبس (Cebes) في مدينة طيبة (Thebes)، وكان هذان من تلاميذ سقراط الأخيرين^(٣١).

كانت آراؤه في الفلك فيثاغورية، وكثيراً ما يوصف بأنه أول شارح لآراء الفيثاغوريين في علم الفلك، على أن هذا القول يجب أن يعدل من ناحيتين. أولاً: أن بارمينيديس، الذي لم يكن على كل حال فيثاغورياً صرفاً، كان على وجه الاحتمال أكبر من فيلولوس سناً. ثانياً: أنه يمثل مرحلة أكثر تعقيداً، فهي الثانية (أو الثالثة) من مراحل التطور في علم الفلك لدى الفيثاغوريين. وقد فقدت لسوء الحظ جميع مؤلفاته، ما عدا شذرات قليلة جداً.

سوف يظهر لنا في فترة وجيزة كم كانت آراؤه معقدة. فهي توضح مرة أخرى الجراءة في النظر الفكري عند علماء الطبيعة من اليونانيين الأولين، ذلك بأنهم كانوا متجردين عن الأهواء الدينية ومتحررين من قيود الإدراك العادي عند سواد الناس، فالقضية كلها عندهم هي إعطاء تفسير منطقي للحقيقة في عالم الطبيعة، وما من فرض يعد مغروراً في الجراءة إذا ما أعطى مثل ذلك التفسير. فلم يتردد فيلولوس في رفض القول بوجود الأرض في مركز الكون، وهو فرض سلم به أسلافه من الفيثاغوريين. والرأى عنده أن الكون كروي محدود وفي مركزه تماماً توجد النار المركزية، (موقد الكون، أو برج المراقبة الخاص بزيوس، إلخ. . .). والتي هي أيضاً القوة المركزية

أو المحرك المركزي . وتدور حول تلك النار عشرة أجسام : أولاً ، الأرض المقابلة (Antichthon) التي ترافق الأرض دائماً وتحجب النار عنها ، ثانياً ، الأرض نفسها ، ثم القمر ، والشمس ، والسيارات الخمسة ، وأخيراً النجوم الثابتة . ولسنا نرى الأرض المقابلة ، ذلك لأن أرضنا تدبر ظهرها إلى الأرض المقابلة على الدوام ، أى إنها تدبر ظهرها إلى مركز الكون . فهذا يعنى ضمناً أن الأرض تدور على محورها هي ، بينما تدور هي حول مركز الكون (٣٢) .

إن الجراءة في ذلك التصور رائعة . فلم يرفض فيلولاوس القول بوجود الأرض في مركز الكون فحسب ، بل لم يتردد في اعتبار الأرض سيارة كبقية السيارات ، وفي افتراض أنها تدور حول مركز الكون وتدور أيضاً (ربما) على محورها هي . وفوق ذلك ، افترض حدساً وجود جرم سيار آخر يظل على الدوام خفياً . إن هذا التصور يبدو مصطنعاً كل الاصطناع ، فلماذا أدخل فيلولاوس الأرض المقابلة ؟ الرأي عند أرسطو أنه فعل ذلك ليعلل ظاهرتي الخسوف والكسوف وخاصة توارد الخسوف الكثير مقابلاً لتوارد الكسوف (٣٣) .

وإذا كانت الأرض تدور حول مركز الكون ، فإن الحركات الظاهرة للنجوم يمكن تعاليلها بالدوران الذي تقوم به الأرض على محورها في اتجاه مضاد . وبالرغم من ذلك افترض فيلولاوس أن كرة النجوم الثابتة تدور مثل الكرات الأخرى ، وهذا مثال طيب على جراءة عظيمة معروفة بالحذر (وهي ظاهرة كثيراً ما ترد في تاريخ العلوم ويمكننا أن نعتبرها القاعدة العامة لا الشذوذ) - فلو افترضنا أن الكرة الخارجية لم تتحرك ، لأصبح تصويره فعلاً أبسط بكثير مما كان عليه . غير أن فيلولاوس لم يستطع إقناع نفسه بأن يفعل ذلك - لأن جميع الكرات تتحرك . . . ولأن الزيادة في التعقيد ، التي أقحمها اعتباطاً في تصويره لم تتعارض مع الواقع . وبما أن سرعة زوايا الكرات تناقصت بازدياد أنصاف أقطارها ، فقد كان في مقدور المرء أن يعين دائماً سرعة الزاويتين لكرة الأرض ولكرة النجوم الثابتة بحيث يمكن تعليل الحركة الظاهرة للنجوم تعليلاً تاماً . أما الحركة المنسوبة إلى الكرة الخارجية ، وهي البطيئة كل البطء

فربما أدخلت في الافتراض لتعليل ظاهرة مبادرة الاعتدالين . على الرغم من ملاحظات المصريين والبابليين في قرون طويلة ، فإن تلك الظاهرة كانت مجهولة إذ ذاك ؛ وبقيت مجهولة إلى زمن هيبارخوس (Hipparchos) (في النصف الثاني من القرن الثاني^(٣٣) ق.م) .

هيكيتاس السيراكوزي

إن النظام الكوني الذي كنا في وصفه عزاه آيتيوس^(٣٤) (Aetios) إلى فيلولاوس ، وعزاه ديوجينيس اللايرسي إلى هيكيتاس ، أما أرسطو فقد عزاه إلى الفيثاغوريين عامة .

وحتى ولو كان النظام من ابتكار فيلولاوس فإن من الممكن أن هيكيتاس حسنه . ولنضرب مثلاً : أن هيكيتاس ربما استنتج أن الأرض تدور على محورها هي ، وتخلي عن ذلك التصور الوهمي الذي يفترض اعتباطاً وجود نار مركزية وأرض مقابلة . ويؤيد شيشرون (النصف الأول من القرن الأول ق. م) هذا الرأي ؛ ومع أنه شاهد من قرن لاحق ، إلا أنه كان يستند إلى نص لثيوفراستوس (Theophrastos) (النصف الثاني من القرن الرابع ق. م) ، الذي كان أقرب منه بكثير إلى زمان ذلك النظام . إن تاريخ هيكيتاس غير معروف ، ويمكننا الافتراض أنه أصغر من فيلولاوس ومعاصر له . « إن هيكيتاس السيراكوزي ، كما يقول ثيوفراستوس ، يعتقد أن السماء والشمس والقمر والنجوم ، وكل الأجرام السماوية في اختصار ساكنة فاقدة الحركة ، وأنه لا يوجد جرم في الكون — ما عدا الأرض — قد أوقى الحركة ، وأنه بينما تدور الأرض على محورها بسرعة عظيمة ، تأتي في مجال النظر كل الظواهر التي يمكن أن تحدث كما لو كانت الأرض ساكنة هادئة والسموات قد أوتيت الحركة^(٣٥) . وعلى أية حال ، فإن شهادة شيشرون على أنه لا يتحرك شيء في الكون ما عدا الأرض خاطئة ولا ريب ، ويمكن فهم هذه المبالغة من رجل لم يكن فلكياً ، فبالغ كثيراً في توكيده الفكرة التي عبر عنها هيكيتاس وثيوفراستوس :

إنما الأرض هي التي تدور على محورها دورة في كل يوم، لا السماوات المرصعة بالنجوم. فبناء على قوة تلك الشهادة التاريخية ، يسمح لنا أن نغزو إلى فيلولاوس النظام الذي يفترض أن الأرض سياراً كبقية السيارات تدور حول النار المركزية بالسرعة نفسها التي تدور بها الأرض المقابلة ، وأن نغزو إلى هيكييتاس النظام الذي يضع الأرض في مركز الكون ويفسر الدوران الظاهري للنجوم بافتراض دوران حقيقي للأرض حول محورها هي .

إكفانتوس السيراكوزي

إنما لهذه القصة ، يجب أن نقول بضع كلمات عن إكفانتوس ، مع أنه ينتمي على الراجح إلى القرن التالي. ولأنه كان سيراكوزياً وفيثاجورياً مثل هيكييتاس ، يمكننا أن نفترض أنه كان بطريقة مباشرة أو غير مباشرة تلميذاً تابعاً للأخير . وبناء على ما رواه آيتيوس^(٣٦) « في الفروض المقبولة » (De Placita) ، « إن هيراكليديس البونتي وإكفانتوس الفيثاجوري يحركان الأرض ، لاحتكاك انتقالية بل حركة دورانية ، كدولاب مثبت على محوره ، من الغرب إلى الشرق ، حول مركزها هي » . وهكذا أكد إكفانتوس على الأقل (إن لم يكن هيكييتاس من قبله) تأكيداً لا إبهام فيه دوران الأرض على محورها يومياً . إن ما يذكره آيتيوس عن إكفانتوس مقروناً باسم هيراكليديس ، وحتى ذكره للأخير قبل الأول ، يدل على أنهما كانا متعاصرين (ولد هيراكليديس حوالي عام ٣٨٨ وتوفي فيما بين ٣١٥ - ٣١٠)^(٣٧). ويروى أن إكفانتوس جمع في فلسفته بين عقائد الفيثاغوريين وعقائد النريين ، ولهذا أيضاً يصح وضعه في القرن الرابع ، بل وفي زمن هيراكليديس .

الآراء الفلكية للويكيبيوس وديموكرينوس :

كان مؤسساً النظرية النورية عالمين عظيمين في الكون وفلكيين محدودين .
ولندرس ديموكرينوس وحده :

« قال إن عدد الأكوان المرتبة غير محدود وأنها مختلفة حجماً ، وإنه لا يوجد في بعضها تاريخ العلم

شمس ولا قمر ، وفي بعض آخر يوجدان معاً بحجم أكبر مما عندنا ، وفي بعض ثالث توجد عدة شمس وأقمار . وإن الأبعاد بين الأكوان المرتبة ليست متساوية فهنا تتزايد وهناك تتناقص ، وبعض الأكوان يتزايد وبعضها يزدهر وبعضها ينحل ويتلاشى ، وهنا تولد أكوان وهناك تختفي . إلا أنها تفتى من جراء اصطدام أحدها بالآخر . وبعض الأكوان المرتبة قاحل لا حيوان فيه ولا نبات ولا ماء إطلاقاً . وإن الأرض ولدت من النجوم فهي أول ما ولد من كوننا وإن القمر هو أقرب النجوم إلينا ، ثم تأتي بعده الشمس وبعدها النجوم الثابتة ، على أن السيارات ليست كلها على ارتفاع واحد . ولقد سخر من كل شيء وكأنما كل الأشياء بين الناس قمينة بالسخرية (٣٨) .

صاغ هذه العبارات القديس هيبوليتوس (النصف الأول من القرن الثالث) (St. Hippolytos) ، وإذا افترضنا أنها تمثل أفكار ديموكريتوس فإنها تسترعى النظر، لجرأتها ولأنه لا يوجد ما يبررها . ومن الواضح أنه لم يكن لدى ديموكريتوس شيء يعتمد عليه في تكوين مثل هذه الآراء، ومع ذلك أيد علم الطبيعة الحديث هواجسه الفطرية . ولنضرب مثلاً : إننا نعلم الآن أن عدد الأكوان، إن لم يكن لا نهائياً ، فهو على أقل تقدير كبير كل الكبر إلى حد يروع الخيال ؛ ونعلم أيضاً أن ثمة أنواعاً من النجوم عديدة مختلفة وأنها في أدوار شتى من التطور ، فبعضها في تطور صاعد وبعضها نازل . لا ريب في أن ذلك ليس بعلم طبيعي ، وإنما هو خيال شعري . وعلى كل حال ، كانت بعض آرائه الكونية من وحى النبوة كما كانت نظريته الذرية . إذ كيف استطاع وضع مثل هذه التكهانات ؟ في ذلك ما يدعو إلى العجب ؛ ثم لماذا أقحم نفسه ، وهو في حالة لا قرار لها ، في ميدان الرجم بالغيب بأمور كهذه ؟ .

ومن الجهة الأخرى ، لم يعتقد ديموكريتوس أن الأرض مستديرة الشكل (كان تصور كروية الأرض فيما يظهر احتكاراً فيثاغورياً لم يعن رجال المذاهب الأخرى بالتطفل عليه) . وقد أمضى بعض الوقت في زيارة للشرق فكانت آراؤه في الفلك بابلية على التأكيد . ويعالج ديموكريتوس في أحد كتبه الأبواب

الأربعة ذاتها : الفلك الوصفي ، والجغرافيا ، وفن البولو ، وعلم الظواهر الجوية . ويمكن إعادة إنشاء البحث الأول مما ذكره فتروفوس^(٣٩) ؛ وربما كان مقروناً بخرائط فلكية مزينة ، على الطراز البابلي ، بصور الآدميين والحوانات التي أصبحت تمثل فيما بعد صور مجموعات^(٤٠) من النجوم . وعلى الرغم من فكرته في أن الأرض مسطحة « شبيهة بالقرص في جوانبها ، ومجوفة في الوسط^(٤١) » ، فقد تقبل احتمال وجود « مناطق على سطحها » ، ولكن على الطراز البابلي . لقد قسم البابليون الكرة السماوية إلى ثلاث مناطق متحدة المركز : الأولى طريق أنو (Anu) وهي فوق القطب ، وطريق النجوم القطبية ؛ والثانية طريق إنليل (Enlil) وهي الوسطى ، أو منطقة البروج ؛ والثالثة طريق إيا (Ea) وهو إله العمق ، بل العمق السحيق . لقد تخلى ديموكريتوس عن ذلك التقسيم الثلاثي وبدله بتقسيم ثنائي إلى نصفى كرة : نصف شمالى ونصف جنوبى . وكان القول بوجود مجموعات نجوم جنوبية تختلف عن المجموعات الشمالية يبدو معقولا ، ذلك لأنه إذا ما ساح المرء جنوباً ، وعبر البحر المتوسط ، واتجه نحو أعلى النيل ، ظهرت له تدريجياً مجموعة نجوم جديدة . ولكن كيف استطاع أن يوفق بين وجهات النظر هذه وفكرته في تسطح الأرض ؟ الأرض عنده مسطحة ، ولكنها ليست عمودية مع محور الكرة السماوية . وهذا رأى لا يؤذن بشيء في المستقبل ، إلا أن تصورات ديموكريتوس مهدت السبيل لآراء يودوكسوس (النصف الأول من القرن الرابع ق. م) ، وأراتوس السولي (Aratos of Soli) من بعده ؛ وهي التي ظلت شائعة زمناً طويلاً^(٤٢) .

كان ديموكريتوس على علم بآراء اليونانيين في الفلك . وخاصة آراء أناكساجوراس ، الذى سار ديموكريتوس على نهجه . غير أن هناك فرقاً عجبياً بينهما من حيث ترتيب السيارات . فبينما وضعها أناكساجوراس بالترتيب الآتى : القمر ، فالشمس ، فالسيارات الخمس ثم النجوم ، وضع ديموكريتوس الزهرة بين القمر والشمس . وهذا يعنى أنه أدرك أن الزهرة سيارة سفلية ، ولكن لم يدرك عطارد ، فهذه الطريق بذاك القمر لهيرا كليديس البونى .

أينوبيديس الخيوسى :

يعزى إلى الرياضي أينوبيديس ، الذى كان أصغر من أناكساجوراس ومعاصراً له ، اكتشافان فلكيان . الأول هو ميل مستوى فلك البروج ، ميل السميت . وقد ملح أناكسياندرس الميليئى (Anaximander of Miletos) من قبل فكرة الميل ، والواقع من الملاحظات التى أجراها باستعمال المزولة (وهى أبسط الآلات الفلكية) ، لم يكن فى الإمكان استنباط الفكرة فحسب ، بل كان قياس الميل ممكناً أيضاً. ولكن ، حتى لو قاس أناكسياندرس الميل لمستوى الفلك ، لشق على المرء أن يقول إنه فهم هذا الميل حقاً . ومن جهة أخرى ، إذا كان أينوبيديس (وأغلب الظن أنه كان) على علم بأراء الفيثاجوريين فى الفلك فقد أصبح فى إمكانه أن يفهم حقاً ميل الفلك ، وأن يكشفه .

إن القياس الباكر لميل الفلك ، ميل السميت ، الذى عرفه إقليدس (وهو ٢٤° ، والقيمة الحقيقية : ٢٧ ٢٣°) لم يقم به أينوبيديس ، وإنما قام به فلكيون آخرون أتوا بعده . وقد اقترح البعض أن إقليدس اهتم بمسائل رياضية معينة لأن لها تطبيقات فى علم الفلك ، وكمثال على ذلك ، يقدم بروكلوس الإنشاء الهندسى الذى قام به إقليدس للمضلع المنتظم ذى الخمسة عشر ضلعاً^(٤٣) . «لأننا حين ننهى من رسم الشكل ذى الخمس عشرة زاوية داخل الدائرة التى تمر فى القطبين نحصل على بعد كل من دائرة الاستواء ومنطقة البروج عن القطبين ، ذلك لأنهما تبعدان الواحدة عن الأخرى بمقدار ضلع الشكل ذى الخمس عشرة زاوية .»^(٤٤)

إن اكتشافه الثانى هو « السنة العظيمة » (Megas-eniautos) وطولها ٥٩ عاماً ، وربما اقتبسها من بابل . إذا افترضنا أن طول السنة وهو ٣٦٥ يوماً ، والشهر ٢٩ يوماً ونصف اليوم ، فإن العدد ٥٩ هو أصغر عدد صحيح من السنين يحوى عدداً صحيحاً (٧٣٠) من الشهور^(٤٥) . وهذا أمر يحار فيه المرء كثيراً ، لأنه إن صح أن المصريين عرفوا طول السنة ذلك وهو ٣٦٥ يوماً ، منذ عهد

الأسرة الثالثة (في القرن الثلاثين) ، فإن البابليين عرفوا دورة مداها ١٩ عاماً منذ عام ٧٤٧ . وحت تلك الدورة شهوراً ناقصة وشهوراً كاملة طولها على التعاقب ٢٩ يوماً ، ٣٠ يوماً ، يضاف إليها سبعة شهور مضافة لضبط التقويم ، فكانت تلك السنة أدق من السنة المصرية^(٤٦) . أما دورة السنوات الثمان (Octaeteris) لكليوستراتوس التنيدى (Cleostratos of Tenedos) فتضمنت أن طول السنة هو $365\frac{1}{4}$ أو $365\frac{7}{16}$ يوماً. فما الذى ساق أونيبيديس إلى الإصرار على ٣٦٥ يوماً؟ الرأى عند كسنورينوس (النصف الأول من القرن الثالث) (Gensorinos) أن أونيبيديس جعل طول السنة $365\frac{22}{9}$ يوماً . أما تفسير تانيرى لذلك التناقض فهو كما يأتي : بعد أن وجد أونيبيديس أن عدد الشهور في السنة العظيمة يساوى ٧٣٠ ($2 \times 365 = 730$) ، كان عليه أن يعين عدد الأيام ، ففعل ذلك على أساس التقويم الأثيني ، مسجلاً الأطوال الصحيحة للشهور القمرية الاقترانية (والشهر الاقترانى هو الزمن بين بلدين متعاقبين أو مطلعى هلالين متعاقبين) ، وكان هذا العدد يساوى ٢١٥٥٧ يوماً* ، وإذا قسم على ٥٩ يكون خارج القسمة $365\frac{22}{9}$ يوماً وهو طول السنة . ويجب التنويه إلى أن أونيبيديس وقيلولوس كانا على علم (مع خطأ بنسبة واحد في المائة) بالأدوار الزمنية الصحيحة تقريباً لحركات السيارات الآتية : زحل ، والمشتري ، والمريخ ؛ وكان من الممكن الحصول على معرفة كهذه من بابل^(٤٩) .

سافر أونيبيديس إلى مصر بعيد عام ٤٥٩ ، أما إصلاحه للتقويم ، الذى أعاد به تثبيت السنة العظيمة التى ابتكرها الفيثاجوريون ومدتها ٥٩ سنة ، فقد نشر على لوحة كبيرة من البرنز عرضت في أولبيا عام ٤٥٦ . وهكذا في استطاعة جميع زائرى الألعاب الأولمبية أن يعلموا بالإصلاح الذى قام به أونيبيديس لو أنهم اهتموا به اهتماماً كافياً . ولكن إذا أخذنا بالنتائج حكمتنا بأنهم لم يأبهوا له كثيراً .

* العدد المذكور حاصل ضرب ٧٣٠ في طول الشهر الاقترانى وهو ٢٩,٥٣٠٦ يوماً تقريباً .
(المترجم) .

ميتون ويوكتيمون :

أجرى ميتون ويوكتيمون الملاحظات الصحيحة الأولى للانقلابين الشمسيين بمدينة أثينا عام ٤٣٢ . واستطاعا بواسطة هذه الملاحظات أن يعينا أطوال الفصول تعييناً أدق من التعيينات السابقة . وأدخلا في ذلك العام نفسه دورة جديدة ، تدعى الدورة الميتونية (Metonic) ومدتها ١٩ سنة شمسية ، أى ما يعادل ٢٣٥ شهراً قمرياً؛ فيستدل ضمناً من هذا أن طول السنة يساوى $٣٦٥\frac{٥}{١٩}$ يوماً تقريباً . وهذا التقدير أطول من الطول الحقيقي بثلاثين دقيقة وعشر ثوان ، إلا أنه كتقدير تقريبي أفضل بكثير من تقديرات كليوستراتوس وأوينوبيديس ، كما يظهر من الجدول الآتي :

طول السنة				
يوماً	ساعة	دقيقة	ثانية	
٣٦٥	$١٠\frac{١}{٢}$			كليوستراتوس
٣٦٥	٩			أوينوبيديس
٣٦٥	٦	١٨	٥٦	ميتون
٣٦٥	٥	٤٨	٤٦	السنة الاعتمالية الوسطى

إن معرفتنا بالملاحظات التى أجراها ميتون ويوكتيمون مستمدة من ورقة بردى (محفوطة الآن فى اللوفر) وتدعى الفن اليودوكسى The art of Eudoxos (أو ورقة البردى اليودوكسية) . وهى على الراجح مذكرات دارس أقام بالإسكندرية من عام ١٩٣ إلى عام ١٩٠ تقريباً . وليس لنا أن نتابع هذه القصة لأنه لا يمكننا أن نفسح للتقويم مكاناً كبيراً ، فإنه يبعدنا عن تاريخ الفلك ويجرنا إلى ميدان تسيطر فيه الاعتبارات^(٤٨) الدينية والسياسية على المعرفة الفلكية .

التكنولوجيا والهندسة

يكاد تاريخ الفنون والصناعات وفروع مختلفة من الهندسة والهندسة المعمارية يكون قصة لا نهاية لها ، وينبغي أن تقتصر على أمثلة قليلة لها دلالتها .

أرتاخايس الفارسي

كان أحد الأعمال الهندسية البارزة التي شهدها القرن حفر قناة عبر شبه (٤٩) جزيرة آتوس (Athos) بأمر من كسر كسيس (Xerxes) ملك الفرس ، (٤٨٥-٤٦٥) . ولما كانت الملاحة خطيرة جداً حول شبه الجزيرة الجبلية تلك ، فقد أمر الملك العظيم بحفر القناة حتى يطمئن إلى سلامة أسطوله . وإليك بعض التفاصيل التي أوردها هيرودوت (٥٠) : كلف بهذا المشروع (Epestasan tu ergu) الفارسيان بوبارييس (Bubares) ابن ميغابازوس (Megabazos) وأرتاخايس بن أرتايوس (Artaios) ، وكان أرتاخايس ذا مكانة عالية عند الملك ، وذا طول فارح عندما ينتصب على قدميه ، فكان أطول رجل في فارس (طوله ثمانى أقدام !) . وتوفى أثناء تنفيذ العمل أو بعد إنجازه ، فحزن عليه الملك والجيش وشيع جثمانه إلى مثواه باحتفال رائع مهيب . ويبلغ طول البرزخ ٢٥٠٠ ياردة ، ولا يزال في الإمكان مشاهدة معالم الحفر في الوقت الحاضر ، أو أنها كانت تشاهد قبل قرن : « تكوّن القناة سلسلة من الأحواض يتراوح عمقها بين قدمين وثمانى أقدام ، أما عرضها فن ٦٠ إلى ٩٠ قدماً ، وقد شقت في طبقات من الحجارة الكلسية ورمال تكونت في العصر الجيولوجي الثالث ، وعمقها الأقصى على الراجح لا يزيد حيثما كان عن ٦٠ قدماً تحت السطح الطبيعي للأرض المجاورة التي يبلغ أقصى ارتفاعها عن سطح البحر ٥١ قدماً فقط » (رولنسون) (٥١) (Rawlinson) .

أجاتارخوس الساموسى (٥٢)

قيل عن أناكساجوراس (ص ٢٤٣) أنه ألف كتاباً فى علم المناظر . وكان أجاتارخوس ، الذى ولد حوالى عام ٤٩٠ وأقام بأثينا من عام ٤٦٠ إلى عام ٤١٧ ، رساماً مارس الفن الحديد فعلاً فأخرج مناظر أو مشاهد مسرحية للرواى أيسخيلوس (Aischylos) . وهو على ما نعلم أول رسام استعمل قواعد المنظور على مقياس واسع (أى فى الرسم على الجدران أو فى رسم المناظر ، خلافاً للرسم على الزهريات) . ولعله فعل ذلك قبل أن يؤلف أناكساجوراس كتابه وأخضع الفن لأحكام العقل ؛ وذلك لوجود الصلة بين أناكساجوراس والرواى يوريبيديس (Euripedes) . ولم يقتصر أجاتارخوس على ممارسة فن المنظور فحسب ، بل كتب فيه أيضاً مذكرة فنية (Hypomnemata) . ولسنا نستطيع الحكم على ما كتبه بمقارنته بكتابات أناكساجوراس وديموكريتوس لأن جميع كتاباتهم فقدت . وبما له دلالة على وجه ما ، أن ثلاثة رجال من ذاك الزمن وهم أجاتارخوس ، وأناكساجوراس ، وديموكريتوس كانوا على صلة بفن المنظور ، ومن ثم يمكننا أن نفترض باطمئنان أن الفن بدأ فى ذاك الزمن ، وأن ذلك كان أمراً طبيعياً ، إذا ما أخذنا بعين الاعتبار أنه كان العصر الذهبى للتراجيديات .

هيوداموس الميليى (٥٣)

ولدينا رمز آخر للنضج اليونانى جدير بالاعتبار ، ألا وهو ظهور أول مهندس لتخطيط المدن . كان هيوداموس مهندساً معمارياً ، وهو الذى وضع تخطيطاً لإنشاء ميناء أثينا ، بيرايوس (Peiraeus) (قبل عام ٤٦٦) ، ولإنشاء المستعمرة الأثينية تورى (Thurii) (٥٤) عام ٤٤٤ ، غير أنه لم يكن مسئولاً عن بناء رودس (Rhodes) (عام ٤٠٨) ، وهكذا يمكننا القول إنه اشهر بعيد منتصف القرن .

ولم يعن بإنشاء المدن من الناحية البنائية المادية (الشوارع والساحات ، ومواضع المباني العامة ، وما إليها) فحسب ، بل غنى أيضاً بإنشائها من الناحية الخلقية ، فكان في تفكيره السياسي أحد السابقين على أفلاطون . وحاول أن يؤسس دستوراً مثاليّاً تناوله أرسطو بالنقد بلا هوادة . غير أن تعريف أرسطو به معبر وطريف :

« هيبوداموس بن يوريفون (Euryphon) ، من أهل ميليتوس ، وهو الذي اخترع فن تخطيط المدن ، وأشرف على إنشاء بيرايوس ، -رجل غريب الأطوار ، قاده شهرته للظهور إلى شدوذ عام في حياته ، مما جعل البعض يظنه متصنعاً في تصرفه (ذلك أنه كان يتزين بالشعر المسترسل والحلى الثمينة ؛ وإن كان يلبسها على ثوب رخيص دائمٍ شتاءً وصيفاً) ؛ وفيما عدا طموحه في أن يكون ضليعاً في علم الطبيعة ، فإنه كان أول من قام بتحريات عن أفضل أنواع الحكم وإن كان غير سياسي .

« كانت المدينة الهيبودامية تتألف من ١٠,٠٠٠ مواطن مقسومين إلى ثلاثة أقسام : قسم الصناع ، وقسم الزراع ، وثالث يتألف من حماة الدولة المسلحين . وقسم هيبوداموس الأرض كذلك إلى ثلاثة أقسام : قسم مقدس ، وقسم عمومي ، وثالث خصوصي : فالأول خصص لإقامة العبادة المعتادة للآلهة ، والثاني لعول المحاربين ، والثالث للمزارعين . وقسم القوانين أيضاً إلى ثلاثة أنواع ، لا أكثر ، لاعتقاده أن هناك ثلاثة موضوعات للمقاضاة : التحقير ، والأذى ، وقتل النفس^(٥٥)) ويتلو ذلك وصف مسهب ومناقشة .

وأشد ما روع أرسطو هو أن هيبوداموس لم يكن ذا خبرة سياسية أو إدارية كرجل دولة أو إدارة ، بل كان فيثاغورياً حالمًا ، غير أن بعض أعلامه كانت قابلة للتطبيق أكثر مما قدر لها أرسطو . ولنضرب لذلك مثلاً ، أراد هيبوداموس أن تحوى مدينته مزارعين يزرعون أراضيهم لمنفعتهم الخاصة ، فتساءل أرسطو : « وما نفع المزارعين للمدينة ؟ » . أجل ، لا بد أن هيبوداموس

آمن بأن « مدينة ذات حدائق » لى مكان أفضل صحياً لسكنى كل مواطن من مدينة تتألف من البيوت والمخازن ، أو لم يكن هيبوداموس محقاً ؟ لقد كان في الواقع حالماً ، ولكنه كان حالماً موقفاً ، بل كان السلف البعيد لرجال مثل باتريك جيديس (١٨٥٤ - ١٩٠٢) (Patrick Geddes) في عصرنا نحن ، ممن حاولوا التوفيق بين المقتضيات المادية في تخطيط المدن والوجهتين^(٥٦) الخلقية والاجتماعية .

مناجم الفضة في لوريون^(٥٧)

قبيل الوصول إلى رأس سونيون (Sunion) وهو طرف أتيكا (Attica) الجنوبي ، يجتاز المرء منطقة لوريون (Laurion) الغنية بالمعادن . وقد جرى التعدين فيها ، وهي تبلغ قرابة ٨٠ كيلومتراً مربعاً ، من زمن موغل في القدم ، (ولنقل منذ العصر الحديدي الباكر) . وكان اليونانيون يشتغلون بالتعدين ليحصلوا خاصة على جالينا (Galena) فضية ، وهي خامة تحوى ٦٥ في المائة من الرصاص ، كان في الإمكان الحصول على فلزات أخرى كالزنك والحديد ، بل والذهب ، ولكن بقلة لأنه كان يستخلص بالطرائق القديمة . وكانت أتيكا هي المنتج الوحيد للرصاص في دنيا اليونان ، والفضل لمناجم لوريون . وكان مطلب الأثينيين الرئيسي الحصول على الفضة ، واكتشفت حول بداية القرن الخامس خامات أغنى بالفضة . فأخذت الدولة على عاتقها مهمة استغلال^(٥٨) مناجمها ، وكان استغلالها مثمراً أيما إثمار ، إلى حد أن كل مواطن قبض منها حوالى عام ٤٨٣ منحة مالية . إلا أن ثيمستوكليس ، الذى أحس بالخطر الفارسي قبيل الآخرين وأدرك الحاجة إلى أسطول بحرى قوى ، أقنع الحكومة الأثينية بتخصيص دخل مناجم لوريون لذلك الغرض الملح . فكان النصر في سلاميس (Salamis) عام ٤٨٠ ثمرة تلك السياسة . ومكنت هذه الفضة فيما بعد بركليس من إعادة بناء أثينا بصورة رائعة . وحين نعجب بالبارثينون (Parthenon) يجب أن نذكر دائماً مناجم لوريون وسخرة العبيد ، اللتين جعلتا من الممكن إقامة البنيان .

وقد لا يرضى أن نذكر أن العبقرية وحدها لم تكن كافية لخلق تلك التحفة الفنية ، بل لا بد لها من التعدين والعبودية ، وفي وسعنا أن نطرد تلك الخواطر الأليمة في غير خداع .

استغلت هذه المناجم في القرن الخامس فوق طاقتها ، وكان العمل يجري فيها إلى ما قبل منتصف القرن التالي ، دون أن يتقرب عن مناجم جديدة . وسبق لكسينوفون^(٥٩) (Xenophon) أن أبدى هذه الملاحظة « واقترح نظاماً اشتراكياً لاستغلال المناجم ، فتقوم الدولة باستئجار العدد اللازم من العبيد ، لندرة رأس المال الخصوصي ، إلا أن الخطباء كانوا يرددون أن في الإمكان تحصيل كثير من المال في أثينا للاستثمار في مغامرات تجارية وغيرها ، فتوقف التنقيب يرجع إذن إلى أن الربح من المناجم أصبح ضئيلاً ، أو إلى أن أهم الرواسب المعدنية سبق استكشافه فزاد بذلك خطر الإخفاق في حفر مناجم جديدة » . ولقد بذلت جهود لتثبيط العمل في المناجم في القرنين الثالث والثاني . ولكن عرقلتها مشاكل العمل وأوقفها ثورة العبيد عام ١٠٣ . واضطر الأثينيون في زمن سترابو (Strabo) (النصف الأول من القرن الثاني ق.م) إلى معالجة الحجارة والخشب اللذين كانا قد طرحا جانباً ؛ وفي زمن بوزانياس (Pausanias) (النصف الثاني من القرن الثاني) كانت المناجم مهجورة تماماً . ومنذ عام ١٨٦٠ أعيد استغلال المناجم ومحتوياتها بطرق أفضل ولأهداف جديدة ، وقد أثمر هذا الاستغلال ، لا لتعدين الفضة ، بل لتعدين الرصاص ، والزنك والمنجنيز . ويمكن مشاهدة آثار الاستغلال القديم في أماكنها حتى الآن ، من منافذ ضيقة ، ودهاليز ، وأفران ، وصهاريج ، وموائد للغسل ، ومعدات أخرى .

لا ريب في أن صناعة التعدين وصناعة الفزات ليستا من مستحدثات القرن الخامس ، فقد مارسها المصريون وأقوام آخرون من قبل على مدى آلاف السنين . ولم يكن احتكار الدولة للصناعتين جديداً ، ولا استعمال الخامات في صنع التماثيل والمعدات العسكرية حديثاً . وطبيعي أن الحكام إذا ما وجدوا

ثروات كهذه استعملوها وأساعوا استعمالها لقضاء حاجاتهم الخاصة . على كل حال ، كان استغلال مناجم لوريون في القرن الخامس أول استغلال عرفت عنه بعض التفاصيل من النواحي الأثرية ، والسياسية والاقتصادية . وإنه لأمر هام جداً أن نذكر أن مجد أثينا لم يوطد على أساس العبقريّة اليونانية فحسب ، بل على استغلال مناجم الفضة أيضاً . ولئن توجّد الروح الإنسانية منفصلة عن الجسم ، ولا الجمال عن الكدح والألم ، ولا الاختراعات الروحية الأخرى عن الاسترقاق وعدد لا يحصى من الولايات .

كانت هناك مناجم أخرى في بلاد اليونان عدا مناجم أتيكا . وقد أشار هيرودوت إلى مناجم بالقرب من جبل بانجايوس (Pangaios) (في مقدونيا) ، وفي تراقيا (Thrace) ، وجزيرتي سفينوس (Siphnos) وثاسوس (Thasos) .

أما التعدين في فلسطين وغربي آسيا فإننا نجد له صدى خافتاً في سفر أيوب إذ يقول : « يوجد قطعاً عروق للفضة وموضع للذهب حيث يجدونهما . ويستخرج الحديد من التراب ، ويسكب الحجر نحاساً . كل ذلك وضع حداً للظلمة ، ويدفعنا إلى أن نبحث في كل مكان عن الكمال ، عن حجر الظلمة ، وظل الموت »^(٦٠) وهذا يتضمن وجود بعض الخبرة في استخراج الخامات من المناجم ، بل وفي صناعة التعدين . وقد وجدت في ذلك الزمن خبرة كهذه في بلاد سني ، في جميع أرجاء العالم ، إلا أن عمال المناجم والتعدين كانوا أناساً أميين ممن تنقصهم الرغبة والقدرة على وصف خبراتهم . إن صناعة التعدين ، أكثر من أية صناعة أخرى ، كانت ولا تزال مقرونة بقدر هائل من الجهالة والخرافة^(٦١) .

تعليقات

(١) زينون هو أحد شخصيات الحوار في «محاورة بارمينيدس» لأفلاطون . ومع ذلك لا يناقش أفلاطون مشاكل زينون الرياضية بل يناقش حججه ضد الكثرة فقط ، ويحاول أن يبخره حقه عند مقارنته ببارمينيدس . وقد لاحظ أفلاطون في محاورته فيدروس (Phaidros) ٢٦١ د ، أن زينون عرف كيف يجعل الشيء والشيء نفسه يظهران متشابهين ومختلفين ، واحداً ومتعدداً ، ساكنين ومتحركين .

(٢) راجع مقالة فلوريان كاجورى : «الغاية من حجج زينون على الحركة» . في مجلة

أيزيس ٣ ، ٧ - ٢٠ ، ١٩٢٠

(Florian Cajori, The purpose of Zenon arguments on motion, Isis 3, 7-20, 1920). وتلخص المقالة الجدل في الموضوع إلى زمن بول تانبرى (Paul Tannery) الذى يشاركه كاجورى في استنتاجاته . وعند تانبرى أن زينون قاوم الرأى القائل بأن النقطة وحدة ذات وضع . راجع أيضاً المصادر الآتية : (١) فيليب . ي . ب جوردان ، «السهم الطائر . خطأ فى حساب الزمن» Philip E.B. Jourdain, "The flying Arrow. An anachronism." Mind 25, 42-55 (Aberdeen 1916) (Isis, 3, 277-278 (1920)).

(ب) ت . ل . هيث ، تاريخ الرياضيات عند اليونان .

T.L. Heath, History of Greek Mathematics, Oxford 1921, Vol. 1 pp. 271-283. (Isis 4, 532-535 (1921-1922)).

(٣) يثنى أرسطو على ديموكريتوس فى كتاب : الكون والفساد ، ٣١٥ أ ٣٤ وما يليها ؛ أما أرسيميدس فيذكر كشف ديموكريتوس فى كتابه «المنهج» . وقد اقتبس منه هيث النص المتعلق بالموضوع وأورده فى كتابه : «المختصر فى الرياضيات عند اليونان»

Heath Manual of Greek mathematics (Oxford 1931) p. 283.

(٤) الفعل Hippocrateo باليونانية يعنى : فرس أى كان حاذقاً فى أمر الخيل ؛ وربما

كان الاسم Hippocrates ملائماً لضابط سلاح الفرسان .

(٥) تبلغ مساحة خيوس ٣٣٥ ميلاً مربعاً ، ولم يولد بها أحد أعظم الرياضيين فحسب ، بل ولد بها أيضاً رياضى كبير هو أينويديس ، والمؤرخ تيوبومبوس (Theopompos) ويدعى أهل الجزيرة أن الشاعر هوميروس ولد بها أيضاً . ويزودنا فوستيل دى كولانج (Fustel de coulanges) بمعلومات وافرة فى مقاله : «مذكرة عن جزيرة خيوس» التى نشرت بالفرنسية فى Arch. Missions Scientifiques ، ٥ ، ٤٨١ (١٨٥٦) وأعيد طبعها فى كتابه : «مسائل تاريخية» (باريس ١٨٩٣) ، ص ٢١٣ - ٣٣٩ (Questions hitoriques, Paris 1893, pp. 213-339) ،

ولكنه يقع في الخطأ الآتي (ص ٣١٨) : « كثيراً ما ذكر القدماء عن واحد اسمه أبقراط الخيوسى أنه كان رياضياً وفلكياً ومهندساً ». ويدل هذا على أن واحداً اسمه فوستيل دى كولانج مهما امتاز في نواح أخرى ، فإنه لم يكن رياضياً ولا مؤرخاً للعلوم .

تقع جزيرة كوس جنوب جزيرة خيوس . والأولى أصغر من الأخيرة بكثير ، وهي في الواقع صغيرة جداً (ومساحتها ١١١ ميلاً مربعاً) . وقد ولد بها رجل ألمى وحيد هو « أبو الطب » أبقراط .

(٦) أرسطو ، كتاب الأخلاق إلى أوديموس ، ٧ - ١٤ - ١٤٤٧ أ .

(٧) يذكر قسطنطين ج يافيس (Constantine G. Yavis) في كتابه : Constantine G. Yavis,

Greek altars, Saint-Louis; Saint Louis University Press, 1949, pp. 169-170,

أن هذه المعابد كانت مكعبة الشكل تقريباً ولكنها على كل حال ليست في ديلوس بل في قبرص . معبدان منها في فوني (Vouni) ، وربما يرجع تاريخهما إلى القرن الخامس فنانا ، أما أبعاد قاعدتهما فكما يأتي : ١٠٥٩ ؛ ١٠٧ ، ١٠٧ ، ١٠٥٤ ؛ ٢٠٧ ، ١٠٧ - وإذن هما بعيدتان كل البعد عن الشكل المربع .

(٨) أثبت يوهان هاينريخ لامبرت (Johann Heinrich Lambert) سنة ١٧٦٧ أن ط (نسبة

محيط الدائرة إلى قطرها) عدد لا منطقي ، وأثبت لوجاندر (Legendre) أن ط ٢ ، أيضاً عدد لا منطقي

سنة ١٧٩٤ ؛ وأثبت فرديناند لنديمان (Ferdinand Lindemann) سنة ١٨٨٢ ، أن ط عدد متسام ،

(Transcendental) . راجع مجلة أوزيريس (Osiris) : ١ ، ٥٣٢ ، ١٩٣٦ .

وقد بحث فيليكس كلاين (Felix Klein) ١٨٤٩ - ١٩٢٥ المسائل الثلاث على ضوء

الرياضيات الحديثة في كتابه : « مناقشة مسائل مختارة في الرياضيات الابتدائية » (Vortrage über

ausgewählte Fragen der Elementarmathematik) (ليزيج ١٨٩٥ ، الترجمة الإنجليزية ،

بورطن ١٨٩٧ ، المتقدمة ، نيويورك ، ١٩٣٠ (ايزيس : ١٦ ، ٥٤٧ ، ١٩٣١) .

(٩) إقليدس ، ١٢ ، ٢ .

(١٠) وردت في تاريخ الهندسة لأوديموس (٢ - IV : ق. م) وحفظت في شرح سمبليكيوس

(VI - ١) على كتاب الطبيعة لأرسطو . فئمة ألف سنة تقريباً بين سمبليكيوس وأبقراط! ويمكن

الحصول على النص بسهولة ، فقد نشره بول تانيرى بالفرنسية واليونانية في « مذكرات الجمعية العلمية

في بورديو » : ٥ ، ٢١٧ - ٢٣٧ ، (١٨٨٣) ، وأعيد طبعه في « مذكرات علمية » (تولوز

١٩١٢) ، الجزء الأول ص ٣٢٩ - ٣٧٠ . وقد نشر فرديناند روديو (Ferdinand Rudio)

النص باليونانية والألمانية (١٩٤ ص ، ليبترج ، ١٩٠٧) .

(١١) إن الخمس الفيثاغورى الذى رسمت عليه الأحرف (Hygieia) (ص ٤٣٢ ، ج ١)

سابق لأبقراط على الراجح ، ولكن استعمال الحروف في الأشكال لتسهيل المناقشة الهندسية مختلف

جداً عن استعمالها لغاية رمزية .

(١٢) كتب عنه كورت فون فريتز (Kurt-Von Fritz) مقالة قيمة في دائرة معارف

الآداب والعلوم الألمانية (Pauly Wissowa) (١٩٣٧ ، المجلد ٣٤ ، ٢٢٥٨ - ٢٢٧٢) .

(١٣) بيرون (Pyrrhon) ، وهو مؤسس مدرسة الشكاك ، نشأ أيضاً بإيليس .

(١٤) نقول ثيودوروس الرياضى لأن ثيودوروس البرقاوى يثير في أذهان أكثر الناس ذكرى رجل آخر ، أشهر منه ، يدعى أحياناً ثيودوروس الملحد ، وهو تلميذ لأريستيبوس البرقاوى (Aristipos of Cyrene) الذى كان تلميذاً لسقراط . وقد نرى ثيودوروس الملحد من برقة وأقام مدة من الزمن بالإسكندرية ، وفى أخريات حياته سمح له بالعودة إلى بلدته التى نشأ فيها حيث توفى على الأرجح في نهاية القرن الرابع . وصفوة القول ، لم يكن الثيودوروسيان البرقاويان متعاصرين ، فالرياضى يرقى تاريخه إلى النصف الثانى من القرن الخامس ، بينما يرقى تاريخ الفيلسوف إلى النصف الثانى من القرن الرابع . وكانت برقة ، وهى أكبر مدينة في ولاية برقة ، مركزاً ثقافياً هاماً إذ لم يولد بها أريستيبوس والثيودوروسيان فحسب ، بل ولد بها أيضاً الشاعر كاليماخوس (وقد توفى سنة ٢٤٠ تقريباً) (Callimachos) والمطران سينيوس (١ - ٧) (Synesios)

(١٥) جرى الحوار على ما يظن سنة وفاة سقراط ، في عام ٣٩٩ ، ولم يكتب إلا بعد مضي ما يقرب من ثلاثين عاماً أى سنة ٣٦٨ - ٣٦٧ .

(١٦) لم أخصص له مقالة في كتابي : « المقدمة » لأن تاريخه مبهم ككل الإبهام . وربما كان من أهل القرن السادس أو القرن الذى يليه . وإن أسميه هيباسوس الميتابونى مع أن مولده ينسب إلى موطنين آخرين : سيباريس ، وكروتون . وعلى كل حال ، تقع البلدتان في المنطقة نفسها حول خليج تاراتو (Taranto) ، عند كعب الحذاء في خريطة إيطاليا .

(١٧) نذكر على سبيل تذكير القارئ أن العدد (ب) يكون الوسط الحسابى للعددين ١ ، - إذا كان $b = \frac{1}{3}$ ، ويكون وسطهما الهندسى إذا كان $\frac{1}{b} = \frac{1}{3}$ ، ويكون وسطهما التوافقى إذا كان $\frac{1}{b-1} = \frac{1}{b}$ ، أو إذا كان $\frac{1}{b} - \frac{1}{b-1} = \frac{1}{1}$. فيقال إن الأعداد الثلاثة ١ ، ب ، - تؤلف على التوالي متوالية عددية ، أو متوالية هندسية ، أو متوالية توافقية .

(١٨) أرسطو ، التحليلات الأولى ، ٤١ ، ٢٦ ، ٣٠ .

(١٩) راجع مقالة كورت فون فريتر : « اكتشاف هيباسوس الميتابونى للاقياس في المجلة الرياضية الأمريكية : (Ann. Math.) ، ٤٦ ، ٢٤٢ - ٢٦٤ ، (١٩٤٥) ، وقد نقلنا الشكل من مقاله بعد الاستئذان من أولى الفضل .

(٢٠) حتى ديموكريوتس مهد لذلك ، لأنه عالج في أحد كتبه المقادير اللامنتطقية والأجسام الصلبة (الذرات ؟) ؟ (Peri alogon grammon cai naston) لكن ينبغي ألا ننسى أنه عاش في أخريات القرن الرابع . إن العنوان يحيرنا ، فهل حاول أن يجد علاقة بين المقادير اللامنتطقية والذرات ؟ .

(٢١) ينبغي ألا يخلط ، وكثيراً ما حدث ، بينه وبين معاصره الخطيب أنتيفون الذى عاش

بأثينا أيضاً حوالي (٤٨٠ - ٤١١) ، وهو أجل شأنًا في تاريخ الأدب والسياسة ، وإن كان لا يدخل في دائرة اختصاص مؤرخ العلم إطلاقاً .

(٢٢) راجع مقالة آرثر ليزل بيز (Arthur Leslie Pease) في التنبؤ بالنبي في قاموس أكسفورد الأدبي (اكسفورد مطبعة كلارندون ١٩٤٩) ومعها ثبت طويل للمصادر ، فإنها مقدمة عامة للموضوع .

إن المقالات العديدة في دائرة معارف الدين والأخلاق (Encyc. of Religion and Ethics) تمكننا من القيام بدراسة مقارنة عن التنبؤ بالنبي في عدة أقطار ؛ راجع المجلد الرابع (١٩١٢) ص ٧٧٥ - ٨٣٠ .
(٢٣) ينبغي ألا يخلط بينه وبين بريسون آخر ، من الفيشاغوريين المحدثين ، فالآخر أحدث عهداً بكثير ، وقد عاش في الإسكندرية أو روما في القرن الأول أو الثاني بعد المسيح . نشر له مارتن بليسر (Martin Plessner) كتاباً آخر في «الاقتصاد» سنة ١٩٢٨ ؛ راجع ايزيس : ١٣ ، ٥٢٩ (١٩٢٩ - ١٩٣٠) .

(٢٤) سميت عدة مدن يونانية في أوروبا وآسيا باسم هيراكليا ، لكن هذه المدنية على الخصوص قامت في بيشيا على الشاطئ الجنوبي الغربي للبحر الأسود . كانت موطن هيراكليدس البونتي (Heracleides of Pontus) (٤ - ٢ ق.م) وربما كانت أيضاً موطن الرسام زويكسيس (Zeuxis) الذي ولد حوالي عام ٤٤٥ .

(٢٥) راجع كتاب فرديناند روديو (١٨٥٦ - ١٩٢٩) بالألمانية : «تقرير سبليكيوس عن عملية التربيع عند أنتيفون وأبقراط .» (١٩٤ ص ، لايزج ، ١٩٠٧) .
(Das bericht des simplicijs über die Quadraturen des Antiphon und des Hippokrates)
فالكتاب يحوى كل النصوص المتعلقة بالموضوع باللغتين اليونانية والألمانية .

(٢٦) ولد حوالي عام ٤٣٠ ، وكان لا يزال حياً في عام ٣٦٠ .

(٢٧) أفلاطون ، كتاب الجمهورية ، ٧ ، ٥٣٠ .

(٢٨) إنني أستعمل كلمة «مستدير» للدلالة على معنى الكلمة اليونانية (Strongylos) وهو عكس المقصود من كلمة (Platy) أى «مسطح» ، وعكس المقصود من كلمة (euthys) أى «مستقيم» .
إن كلمة «مستدير» أقل دقة من كلمة «كروي» ، غير أن الفكرة العامة هي نفسها .

(٢٩) إن بعض هذه الآراء على الأقل كان من أصل شرقي ، فهو مزدي ، أو بابلي ، أو لعله مصري . راجع كتاب لويس روجيه (بالفرنسية) (Louis Rougier) : «الأصل الفلكي» لاعتقاد الفيشاغوريين في الخلود السامى للارواح . (L'origine astronomique de la croyance . pythagoricienne en l'immortalité célestes des âmes) . ص ١٥٢ ، القاهرة : المعهد الفرنسى للآثار الشرقية ، (١٩٢٣) . (إيزيس ٢٦ ، ٤٩١ ، ١٩٢٦) .

(٣٠) إن ما نعرفه عنه مستمد من كتاب لايتيوس عنونه : «في الفروض المقبولة» (Ce placitis) وقد نشره هيرمان ديلز (Hermann Diels) في كتابه : «النظريون من الإجريق» (Doxographiaci) (برلين ١٨٧٩ ص ٤٥ - ٦٩ ، ١٧٨ - ٢١٥ ، ٢٦٧ - ٤٤٤) . وتظهر «فروض» آيتيوس

و « مختارات » ستوبايس (٥ - ٢) (Eclogue of stobaios).

مطبوعة في كتاب ديلز بأعمدة متوازية . إن تاريخ آيتيوس مهم كل الإبهام ، وقد نسب كتابه المذكور إلى بلوتارك (٢ - I) (Plutarch) ، والراجع أنه متأخر عنه ، فيمكننا أن نضع تاريخه حداً في نهاية القرن الأول أو في الربع الأول من القرن الثاني راجع الهامش (٢) (ص ٩٢) .

(٣١) كان سيمياس وكيس صديقين جيمين لسقراط وكلاهما من طيبة . وهما المتكلمان الرئيسيان ما عدا سقراط نفسه ، في محاورة فيدون (Phaidon) ؛ وقد ورد ذكرهما في محاورة كريتون (Criton) وذكر سيمياس وحده في محاورة فيدروس (Phaidros) . وليس كيس المذكور هنا هو مؤلف كتاب « الصورة » (Pinax) الذي يدعى بالاسم نفسه (cebetos Thebaiu Pinax) (٣٢) ليس محققاً ، على كل حال ، أن فيلولاوس كان يدرك ذلك الاستنتاج . مثال ذلك : أن القمر يوجه لنا دائماً نفس الجانِب من سطحه وقد اعتبر القدماء أنه لا يدور على محوره ، فلم يدركوا التناقض الذي يترتب على هذا الاعتبار .

(١٣٢) الرأى عند بورش (Burch) هو أن « الأرض المقابلة » يمكن تفسيرها بأنها هي جانب الأرض الذي يقابلنا عند الطرف الآخر من قطرها (antipodes) راجع مقالة جورج بوسوث بورش : « الأرض المقابلة » ، أوزيريس ، ١١ ، ١٩٥٣ . (The counter-earth) (Osiris 11 1953)

(٣٣) راجع مقالة أوتونوجياور (Otto Neugebauer) : « الكشف البابلي المزعوم لمبادأة الاعتدالين » في مجلة (J. Am. Oriental Soc. 70-1-8 '1950') . كان يظن أن كيدينو (Kidinnu) (Cidenas) البابلي كشف ظاهرة مبادأة الاعتدالين حوالي عام ٣٤٣ ق . م . ولكن هذا التاريخ ، على أية حال ، يأتي بعد فيلولاوس بقرن من الزمن . راجع أيضاً مقالة بول شتايل (Paul Schnabel) « كيديناس ، هيبارخوس والكشف عن مبادأة الاعتدالين »

"Kindenas, Hipparch und die entdeckung der prazcession" Z. Assyriologie, 3, 1-60 (1926) (Isis 10, 107, 1928)

(٣٤) ترجمت . هيث النص المنسوب لآيتيوس إلى الإنجليزية في كتابه : الفلك عند اليونان :

Greek Astronomy, (London, Dent, 1932), P. 32-33, (Isis 22, 585 (1934-35)).

(٣٥) راجع كتاباً عنوانه « كتاب عن الأكاديميين الأول » ٢ ، ٣٩ ، ١٢٣ . نشره وترجمه

جيمس . س . ريد .

Academicorum priorum liber, Edition by James S. Reid (London 1885) P. 322, Translation (London 1885), p. 81.

(٢٦) المرجع : « في الفروض المقبولة » III ، ١٣ ، ٣ .

(٣٧) وضعت لكفانتوس في كتابي : « مقدمة في تاريخ العلم » في الحقة (١ - IV ق . م) وهيراكليديس في الحقة (٢ - IV ق . م) . وكان ذلك إلى حد ما تحكيميا . فقد نشط هيراكليديس في منتصف القرن ، ونشط لكفانتوس على الراجع في الوقت نفسه ، ربما قبل ذلك بقليل .

(٢٨) القديس هيبوليتوس (١ - III) في كتاب له عنوانه « في الموضوعات الفلسفية » تاريخ العلم

(٤٨) إن المصادر الرياضية التي تعالج موضوع التقويم كثيرة للغاية ولا يزال المصدر الآتي المرجع الرئيسي في هذا البحث : Friedrich Karl Ginsel (1850, 1926), Handbuch der mathematischen und technischen chronologie.

فردريخ كارل جنزل : « المختصر في التقاويم الرياضية والفنية » (٣ أجزاء ، ليبرج ١٩٠٦ - ١٩١٤) . ويبحث المؤلف في الجزء الثاني موضوع التقويم عند اليونان . وقد أورد هيث ملخص البحث في كتابه : « أريستارخوس » ، ص ٢٨٤ - ٢٩٧ (Aristrachus, pp. 284-297) . راجع أيضاً المصدر الآتي :

William Kendrick Pritchett and Otto Neugebauer, the Calenders of Athens.
وليم كندرليك بريشت ، واوتو نويجهاور : « التقاويم الأثينية » (١٢٧ ص ، كبرديج : مطبعة جامعة هارفرد ، ١٩٤٧) [ايزيس ٣٩ ، ٢٦١ (١٩٤٨)] .

(٤٩) تتألف الكالكسيديس (Chalcidice) ، الشوكة ذات الفروع الثلاثة ، من أشباه جزر ثلاث ، إحداها شبه جزيرة آتوس وهي أكثر الفروع جنوباً نحو الشرق . كانت ترعة اكسريس عند رأس آتوس وتجري في اتجاه الشمال والجنوب (لا شرقاً وغرباً) . وعلى شبه الجزيرة تلك ، وإلى الجنوب من الترعة ، شيدت أديرة جبل آتوس في عهد البيزنطيين ، وأصبح هذا المكان يدعى بعد ذلك : « الجبل المقدس » .

(٥٠) هيرودوت ، VII ، ٢٢ ، وما يليها ، ١١٧ .

(٥١) ورد الاقتباس في كتاب عنوانه : « تعليق على هيرودوت » مؤلفه : و . و . هاو ؛ ج . ويلز . W.W. How and J. Wells, Commentary on Herodotus (Oxford, 1912). Vol. 2 p. 135.
ويضيف المؤلفان أن العمل في شق القناة كان يسيراً ، ولذا فإن مقارنة شتاين (Stein) بين هذه القناة وقناة كورنث (Corinth) مضللة ، ذلك لأن الثانية شقت في أرض فيها قطعة صخرية طولها ميل وتعلو عن سطح البحر ٢٥٥ قدماً . تدعى أطلال القناة الآن « الأخدود » (Provlaka) وهناك تل بالقرب من الأطلال هو على الواجح قبر أرتاخايس الذي أمر ببنائه كسركسيس . راجع أيضاً ه . ف توزير . H.F. Tozer, Researches in the Highlands of Turkey (London 1869), Vol. 1, p. 128.

(٥٢) راجع مقالة ج . سيكس .

J. Six, "Agatharchos", J. Hellenic studies 40, 180-189 (1920) (Isis 5, 204 '1923')

(٥٣) راجع كتاب « السياسة » لأرسطو : ٢ : ٨ ، ص ١٢٦٧ ب - ١٢٦٩ ب ، راجع أيضاً مقالة بيريز :

Pierre Bise, Hippodamos, Arch. Geshichte Philosophie 35, 13-42 (1923). (Isis 7, 175 '1925')

(٥٤) نفذ تخطيطه للبناء يرايوس لمستعمرة تورى تحت رعاية بركليس (Pericles) وقد بنيت تورى بالقرب من سيباريس (Sybaris) القديمة (على خليج تارنتوم) (Tarentum, Lucania) ، التي كانت قد دمرت . وإني أدعوها مستعمرة أثينية لأن بركليس هو الذي حث على إنشائها ، لكن الغاية من إنشائها كانت هلينية بوجه عام . وكان من بين المستعمرين الأولين المؤرخ هيرودوت ،

والخطيب ليسياس (Lysias) ، وإخوته . وسرعان ما نمت توري أو ثوريوم وبلغت درجة عالية من الازدهار ؛ لأن موقعها كان رائعاً . وكان مما يميز الروح اليونانية أن المستعمرين الأولين أخذوا معهم خبيراً في تخطيط المدن ، أما الآباء الحجاج (Pilgrim Fathers) الذين أقلموا على الباخرة « ماى فلور » (Mayflower) سنة ١٦٢٠ (أى بعد ٢٠٦٣ سنة) ليؤسسوا مستعمرة في أمريكا ، فإنهم لم يفكروا في تخطيط المدن .

(٥٥) كتاب « السياسة » لأرسطو : ٢ ، ٨ ص ١٢٦٧ ب .

(٥٦) راجع كتاب فيليب بوردمان وعنوانه : باتريك جيديس ، صانع المستقبل .

Patrick Geddes, maker of the future. (Chapel Hill: University of North Carolina Press, 1944). (Isis 37, 91-92, '1947').

(٥٧) راجع مقالا مفصلا لادوارد أردايلون ، وعنوانه : « مناجم ثوريون في العصور القديمة »

Edouard Ardaillon. Les mines du Laurion, dans l'antiquité (Bibliothèque des Ecoles françaises d'Athènes et de Rome, fasc. 77, 218 pp., ill., map; Paris 1897).

Oliver Davies, راجع أيضاً كتاب أوليفر دافيس وعنوانه : « المناجم الرومانية في أوروبا » . Roman mines in Europe. (Oxford press 1935), pp. 246-252 (Isis 25, 251, 1936).

(٥٨) تم ذلك بتوزيع المناجم على المتحمدين الذين كانوا يأتون بالعمال من طبقة العبيد ، غير المملوكين للدولة .

(٥٩) من كتاب لأكسينوفان كتبه وهو في الشيخوخة حوالى سنة ٣٥٣ وعنوانه : « سبل

لتحسين الدخل الأثيني » ، (On the means of improving of revenues of Athene, IV. 3-4) ، ٤ - ٣ . والاقتراب من كتاب دافيس : « المناجم الرومانية في أوروبا » ص ٢٤٩ .

(٦٠) سفر أيوب ، ٢٨ : ١ - ٣ . (Job 28: 1-3)

(٦١) راجع مقالة كرولى (A.E. Crawley) وعنوانها : « الفلزات والمعدنيات » ، في دائرة

معارف الدين والأخلاق ، الجزء الثامن (١٩١٦) ، ص ٥٨٨ - ٥٩٢ . (Metals and minerals, Ency-of Rilig. and Ethics, vol. 8. pp. 588.592).