الفصل السابع عشر

الرياضة والفلك فى عصر أفلاطون

أما وقد عرفنا شيئاً عن أفلاطون رجلا ، وفيلسوفاً ، وسياسيًّا ، وباحثاً فى الأخلاق ، فقد آن أن نسائل أنفسنا أى رجل من رجال العلم هو .

هناك تباين كبير بين مذهبه فى التفكير ومذهب غيره من أمثال أبقراط وتوكيديديس ، بل ومذهب هيرودوت . ولقد تبينا أن أفلاطون أنموذج للفيلسوف المثالى الذى يعتقد أن معرفته أو حكمته علوية ، تهبط كالنسر على ما فى هذا العالم السفلى من أشياء . فالمعرفة عند الفيلسوف الميتافيزيقى الحق تبدأ كاملة ، ثم تهبط من السماء إلى الأرض ، أما المعرفة عند رجل العلم فتبدأ بما هو مألوف على ظهر البسيطة ، ثم تحلق شيئاً فشيئاً صاعدة إلى السماء . فالمذهبان متباينان فى جوهرهما . وكأنا بأفلاطون نذهب إلى حد القول بأن المعرفة عند رجال العلم لا تعدو أن تكون مجرد آراء لا تسمو إلى المعرفة الثابتة ، لأن هذه المعرفة لا تستمد إلا من المثل الخالصة البحتة ، على حين أن الأشياء المادية لا تؤدى إلا إلى آراء مزعزعة مشكوك فى صحتها .

ولقد صبغت فلسفته بالآراء الرياضية التى استمدها من أصحابه الفيثاغوريين ولا سيما تيودورس البرماوى ، ومن أرخيتاس التارنتى . وقد تقدم القول فى تيودورس ، الذى كان يكبر أفلاطون سنًّا ، أما أرخيتاس فسنعود إلى الكلام عنه قريباً .

ولنا أن نذهب إلى أن أفلاطون تلقى تدريباً رياضيًّا جيداً . ويبدو غريباً أن يكون قد تلقى جزءاً أساسيًّا من هذا التدريب الرياضى عن سقراط الذى لم يكن رياضيًّا قطعاً . لكن سقراط — وإن لم يكن يحفل بالرياضيات — كان يستعمل فى حواره ضروباً من الحجج يمكن أن تصلح فى ميدان الرياضيات .

الرياضيات :

بين أفلاطون موقفه من الرياضة بياناً وافياً فى « الجمهورية » حيث قال :

من المناسب إذن يا جلوكن أن ينص فى قوانيننا على وجوب دراسة هذا الفرع من العلم . ويجب أن نحمل من يلى مناصب الدولة العليا على أن يدرس الحساب ويتمكن منه ، لا كما يفعل الهواة ، بل عليه أن يواصل دراسته حتى يصل إلى مرحلة تدبر طبيعة العدد بالتفكير البحت ، لا للانتفاع به فى البيع والشراء — شأن من يعد نفسه ليكون تاجراً أو بائعاً متجولا — بل للانتفاع به فى الحرب ، وفى تيسير صرف النفس عن عالم المادة إلى عالم الجوهر والحقيقة . قال : أحسنت . قلت : أما وقد جاء ذكر دراسة العدّ فيبدو لى أن فى هذه الدراسة معنى أرقى ، وأن فيها نفعاً لنا من نواح عدة ، على أن يكون المقصود منها المعرفة لا الاتجار . قال : من أية ناحية ؟ قلت : من ناحية ما نحن بصدده ، فهى تدفع النفس إلى السمو ، وتلجئها إلى البحث فى الأعداد البحتة ، فلا تذعن لما يعرض عليها من حجج مستمدة من ارتباط الأعداد بالمرئيات والملموسات [١] .

هذه النبذة — بصرف النظر عن الناحية الرياضية فيها — تعتبر مثلا صادقاً للأفلاطونية ، لما فيها من نزعة قانونية . فالرياضة فى نظر أفلاطون لها من الأهمية ما يستدعى أن يكون هناك قانون يحتم دراستها على من يتولون أمور الحكم (ترى كيف يتقبل ساستنا هذا !) .

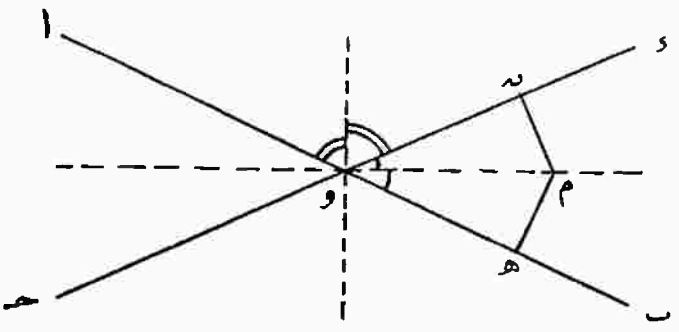
وأفلاطون إذ يتكلم عن الرياضة إنما يتكلم بطبيعة الحال عن الرياضة البحتة التى تبصر بالحقيقة الخالدة ، وتقدم أفضل وسائل السمو بالنفس إلى الخير ، إلى الله . ويذهب أفلاطون فى النفور من الرياضة التطبيقية إلى حد الحث على نبذ استعمال أدواتها ما عدا المسطرة والفرجار [٢] .

وقد عبر عن وجهة نظره العامة تعبيراً جميلا فى قوله : إن الله دأبه أن يهندس (الله رياضى قبل كل شىء) [٣] . وتتضح وجهة نظره هذه مما تواتر من أن باب الأكاديمية كان منقوشاً عليه هذه العبارة «من لم يكن رياضياً فلا يدخلن ها هنا »[٤] .

والمثال الأفلاطونى واضح تماماً فى ميدان الرياضيات ، ولعل تصور أفلاطون للمثال فى الرياضيات هو الذى دفعه إلى محاولة تعميمه فى عالم الفكر بأجمعه . فإذا ما عرّفنا الدائرة بأنها منحن مستو مقفل تبعد كل نقطة فيه بعداً ثابتاً عن نقطة داخله ، فإننا نخلق مثالا هو الدائرة المثالية ، أو الحلقة ، التى لا يمكن لأية دائرة مرسومة أن تبلغها . وهذا يسرى على سائر التعريفات الرياضية . فتعريف المماس مثلا معروف ، ومع ذلك فمن المستحيل — مهما بلغت أداة الرسم من دقة — أن نرسم مستقيما ودائرة لا يلتقيان إلا فى نقطة واحدة . هذا وإن فكرة الدائرة المثالية لها معنى ، أما فكرة الحيوان المثالى فلا معنى لها . ومع ذلك فأفلاطون ، كما قال أرسطو ، قد جعل الأشياء ذات السمة الرياضية دون المثل البحتة شيئاً ما ، واعتبرها وسطاً بين هذه وبين الأشياء الملموسة ؛ ذلك أن مثال المثلث واحد ، على حين أن هناك كثيراً من « المثلثات المثالية »[٥] . وهذا تعسف ومراوغة . ومع هذا فلنا أن نطمئن إلى أن نظرية أفلاطون فى المثال لها أصل رياضى ، وفيها دليل على اتجاه أفلاطون إلى صبغ كل شىء بالصبغة الرياضية فى غير اعتدال أو تعقل .

ولقد كانت إضافات أفلاطون إلى المعرفة الرياضية من النوع الفلسفى ، فقد هذب التعارف وزاد فى الضبط المنطقى للأصول . وليس من الممكن أن نقيس مدى تلك الإضافات ولا مدى جدتها . ولكنا نعلم أن الأكاديمية جعلت للمناقشات الرياضية شأناً كبيراً . فكانت أهم نتيجة لذلك أن زادت الرياضة دقة وقوة . وهذا لا يمكن أن يعزى على وجه اليقين إلى أستاذ الأكاديمية الأكبر ولا إلى واحد بعينه من رجالها ، وإنما هو — لحد ما — عمل جماعى .

هل اخترع أفلاطون التحليل الهندسى ؟ الأرجح أن مخترعه هو أبقراط الخيوشى ومع ذلك فربما يكون أفلاطون قد هذبه أو شرحه شرحاً أوضح (والمناقشة أثناء الدرس كفيلة بذلك) . أو ربما كان أفلاطون أول من أدرك الحاجة إلى إكمال التحليل بالتركيب .



شكل – ٨٣ المحل الهندسى لنقط على أبعاد متساوية من مستقيمين متقاطعين

مثال للتحليل :

المطلوب إثبات أن ا هى ب . نفرض أن ا هى ب ، ب هى حـ ، حـ هى د ، د هى ه . . ا هى ه . فإذا لم يكن هذا صحيحاً فالنظرية ليست صحيحة بدليل الخلف . ولكن إذا كانت ا هى ه فإن النظرية تظل غير مبرهنة ويجب أن يتم التحليل بالعملية العكسية المسماة بالتركيب .

التركيب :

إذا كانت ا هى ه ، ه هى د ، د هى حـ ، حـ هى ب . . ا هى ب . كذلك من الممكن أن يكون أفلاطون هو مخترع التحليل الهندسى Problematic Analysis أو مهذبه .

لنفرض أن المطلوب إيجاد المحل الهندسى للنقط متساوية البعد عن مستقيمين متقاطعين . ليكن ا ب ، حـ د مستقيمين متقاطعين فى و (شكل ٨٣) ولنفرض أن م نقطة تقع على بعدين متساويين من المستقيمين . إذا أسقطنا عمودين من النقطة م على كل من المستقيمين ا ب ، حـ د فإن البعدين م ن ،

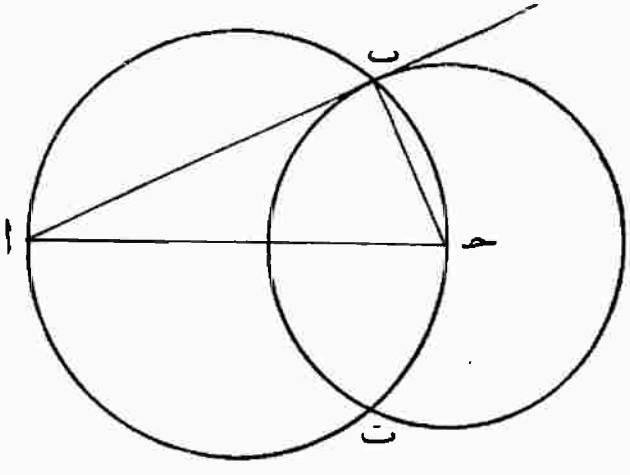
م هـ يكونان متساويين . وإذا رسمنا المستقيم م و وقارنا المثلثين و م ن ، و م هـ فإنا نجدهما متساويين .

... الزاوية ن و م = الزاوية م و هـ .

... و م منصف الزاوية الحادة .

ويمكن أن نستنتج مثل هذه النتيجة إذا أخذنا النقطة مَ فى الزاوية المنفرجة . والخطوة التالية هى رسم المحل الهندسى أى رسم المنصفين . هذا ، بينما الخطوة الأخيرة هى التركيب الذى هو عبارة عن إثبات (أولا) أن أية نقطة على المنصفين تقع على بعدين متساويين من المستقيمين . (ثانياً) أن أية نقطة ليست على المنصفين لا تكون على بعدين متساويين من المستقيمين .

أو لنفرض أنه طلب منا أن نرسم مماساً للدائرة حـ من النقطة ا (الدائرة والنقطة فى مستوى واحد) (شكل ٨٤) وليكن هذا المماس ا ب . . . نصف القطر حـ ب هو أقصر مسافة من حـ إلى ا ب وتكون الزاوية ا ب حـ = ق ويكون المحل الهندسى لرأس الزاوية القائمة التى تقابل المستقيم ا حـ هى الدائرة التى قطرها ا حـ . فإذا رسمنا هذه الدائرة فإنها تقطع الدائرة حـ فى النقطتين ب ، ت ، وعلى ذلك يمكننا رسم المماسين .



شكل ٨٤ – رسم مماس لدائرة من نقطة

وفى التركيب يجب أن نثبت أن ا ب ، ا ت مماسان حقيقيان ولا يوجد غيرهما أكان هذا التقدم فى التحليل الهندسى من عمل أفلاطون ، أم من عمل تلاميذه ، بمعونته أو بدونها ، وهل كان ذلك فى الأكاديمية أو خارجها ؟ هذه أمور يتعذر إثباتها على وجه اليقين . لكن الأرجح أن هذا الاختراع — وهذه الدقة فى صياغته — لا يعدو أن يكون من عمل أفلاطون أو من عمل الأكاديمية .

سبق أن بينا أن النسق الرياضى المطرد الذى اهتدى الفيثاغوريون من قبل إلى وجوده فى المسافات الموسيقية كان له أبلغ الأثر فى نفس أفلاطون . فللرياضيات إذن صلة بالموسيقى من جهة ، وبالفلك من جهة أخرى . أفلا يكون ذلك دليلا على أن فى الفلك موسيقى . هذى فكرة خلابة تملكت أفلاطون فجرته إلى فكرة التوافق فى السموات أو التوافق فى روح الكون [٦] .

الفكرة السائدة فى القرون الوسطى ، عن الفنون الثقافية السبعة ، معروفة . وهى تنسب عادة إلى بوتيوس (فى النصف الأول من القرن السادس) وإن كانت قد وجدت من قبل فى بعض ما كتبه القديس أوجستين (فى النصف الأول من القرن الخامس)[٧] . والحق أن فكرة هذه الفنون قديمة (فيما يتعلق بالفنون الأربعة فقط) ؛ فالفنون الثقافية كانت وما زالت نوعاً من التربية العامة[٨] ، وقد قسمت إلى مجموعات تغير عددها ، وتغيرت محتوياتها ، على مر الزمن . وبالرجوع إلى المعروف من هذه المجموعات فى القرون الوسطى نجد الفنون السبعة تنقسم إلى مجموعتين : ثلاثية هى النحو والمنطق والبلاغة ، ورباعية هى الحساب والهندسة والموسيقى والفلك . ومعنى هذا أن المرحلة العليا من التثقيف العام كانت كلها رياضية [٩] . وكثيراً ما تعزى هذه الفكرة إلى أفلاطون ، ولكنا نرى من الأصوب أن نعزوها إلى الفيثاغوريين ، وإن كنا عاجزين عن تتبعها إلى ما قبل زمن أفلاطون. ولقد تصور أفلاطون نوعاً من الرباعية الرياضية . ولكن من الغريب أنه لم يدخل فيه الموسيقى ، فكانت رباعيته الحساب والهندسة وعلم قياس الحجوم والفلك . وهذه التفرقة بين علم قياس السطوح وعلم قياس

الحجوم ، أو قل بين الهندسة المستوية والهندسة الفراغية ، ينم عن عدم نضج الرياضيات إذ ذاك . هذا وإنا لنجد عند أرخيتاس ما يشعر بمعرفته الرباعية المألوفة التى تدخل فيها الموسيقى ولا يدخل فيها علم قياس الحجوم — كما يبدو من عبارة له نوردها عند الكلام عليه — ثم لا نجد لها ذكراً بعد ذلك حتى كان القرن الأول الميلادى ، فنجدها فى محاورة بناكس المعزوة إلى مرغوم ، وفيما كتب سينيكا (فى النصف الثانى من القرن الأول) ثم فيما كتب كل من سكستوس امبريكوس (فى النصف الثانى من القرن الثانى) وبروفيرى (فى النصف الثانى من القرن الثالث) والقديس أوجستين (فى النصف الأول من القرن الخامس) ومارتيانوس كابلا (فى النصف الثانى من القرن الخامس) وبوتيوس (فى النصف الأول من القرن السادس) وكاسيودروس (فى النصف الأول من القرن السادس) وايزيدور الأشبيلى (فى النصف الأول من القرن السابع) وغيرهم . ومعنى ذلك أن أفلاطون ليس صاحب الرباعية المألوفة فى القرون الوسطى ، وإنما هو الذى جعل الدراسات العليا العامة رياضية .

إن اكتشاف المجسمات المنتظمة يعزى أحياناً إلى أفلاطون . فما معنى هذا ؟ من المحقق أن المجسمات المنتظمة كانت معروفة قبله ، وأن أبسطها عرف منذ أقدم العصور ؛ وكان أصعبها تصوراً ، وهو المجسم ذو الاثنى عشر وجهاً ، معروفاً لهيباسوس الميتابونتى أو لغيره من الفيثاغوريين الذين كانوا يحبون البحث فى النجمة المخمسة والمخمسات . فلنا أن نفترض أن الفيثاغوريين كانوا على علم بالمجسمات المنتظمة الخمسة ، وأنهم كونوها بأن جمعوا أربعة مثلثات متساوية الأضلاع ، أو ٨ أو ٢٠ مثلثاً و ٦ مربعات أو ١٢ مخمساً ، فهذا لم يكن بالأمر العسير . ولكن هل أدركوا استحالة وجود أكثر من خمسة مجسمات منتظمة ؟ هذا هو الجانب الشاق فى الاكتشاف . ومن المحتمل أن يكون تياتيتوس هو الذى اهتدى إليه ثم نقله إلى صديقه أفلاطون . أما ما ابتكره أفلاطون نفسه فى هذه النظرية فلا يكاد يعبأ به ، ذلك أنه نظر إلى العناصر الأربعة من جهة ، وإلى المجسمات الخمسة من جهة أخرى ، ثم ذهب إلى أنه

لابد أن تكون هناك صلة ما بين المجموعتين ؛ وانتهى إلى أن عدل المجسم الرباعى — أى الهرم — بالنار ، والسداسى — أى المكعب — بالأرض ، وذا الأوجه الثمانية بالهواء ، وذا العشرين وجهاً بالماء . وماذا يصنع أفلاطون إذن بالمجسم الخامس ؟ إنه وجد الأمر هيناً ، فقد عدله بالكون كله[١٠] .

قالوا إن أفلاطون كان « ذريًّا » لأنه افترض أن جزئيات الأرض على شكل مكعبات ، وأن جزئيات النار هرمية الشكل إلخ . وهذه مراوغة لأن أفلاطون كان قطعاً معارضاً للذريين ، شأنه فى ذلك شأن أناكساجورس وأرسطو . وقد ردّ القول بإمكان وجود الفراغ[١١] ، ولم يحفل بالمجسمات المنتظمة من حيث هى « ذرات » ، وإنما اهتم بها من حيث هى وسيلة إلى ما ارتآه من وجود أعدال لها فى العالم العلوى . وعندى أن نظريته فى العناصر الأربعة هراء ، وأن محاولة جعل العناصر الأربعة أعدالا للمجسمات الخمسة هراء أكبر .

ومن أوهام أفلاطون العدد الهندسى أو عدد الترفثة الذى ورد فى الجمهورية[١٢] وكان مثار تعليقات لا حصر لها . وإنما سمى هذا العدد بعدد الترفثة لاتصاله — فيما يقول أفلاطون فى عبارة غامضة — بالوقت اللازم لتهيئة الحكام الكاملين . يقول : للتناسل عند الأرباب زمن معين يتضمنه عدد كامل ؛ ويحدد العدد الكامل بأسلوب هو إلى الكهانة أقرب . ولذلك اختلفوا فى هذا العدد اختلافاً كبيراً . وحقيقة الأمر أن ثمت عددين يجب تعيينهما لا عدداً واحداً . وقد وصل كل من هلتش وآدم إلى نتيجة واحدة من طريقين مختلفين . وإنا موردون هنا حلهما على سبيل التمثيل دون أن نجعل لذلك أهمية ، فالعلم بهذين العددين أو الجهل بهما أمر لا يؤبه له . وإليك عدديهما : الأول ٢١٦ = $٣^٣ + ٤^٣ + ٥^٣$ * = $٢^٣ \times ٣^٣$ ، والثانى ١٢,٩٦٠,٠٠٠ = $٦٠^٢$ = ٣٦٠٠ × ٤٨٠٠ × ٢٧٠٠ .

وربما كان العدد الأول ٢١٦ دالا على أقصر مدة — بالأيام — للحمل الإنسانى . أما فيما يتعلق بالعدد الأكبر ١٢,٩٦٠,٠٠٠ فإنه يمثل عصرين

---

* وردت فى الأصل : $٢^٣ + ٣^٣ + ٤^٣$ وصححت (المترجم)

فى حياة العالم اعتور الدنيا فيهما الازدهار ثم الذبول ، وهكذا دواليك . فالتوافق ٣٦٠٠٢ يعنى دور النظام والاتساق ، والتوافق ٤٨٠٠ × ٢٧٠٠ يعنى دور الخلاف والشقاق ، كما ذكر أفلاطون فى كتاب « السياسى »[١٣] .

ولنعالج الموضوع من ناحية أخرى : لما كان العدد ٣٦٠٠ أحد مراتب النظام الستينى فإن فى ذلك ما يشعر بأنه من أصل بابلى ، والعدد ١٢,٩٦٠,٠٠٠ = ٣٦٠ × ٣٦٠٠٠ أى ٣٦٠٠٠ سنة ذات ٣٦٠ يوماً[١٤] . وعند بيروسوس (فى النصف الأول من القرن الثالث قبل الميلاد) أن ال ٣٦٠٠٠ سنة هى مدة الدور عند البابليين ، وقد أطلق عليها أخيراً اسم السنة الأفلاطونية الكبيرة . وعلاوة على ذلك فكل جداول الضرب والقسمة فى مكتبات المعابد ، فى نيبور وسيبار ، وفى مكتبة آشور بانيبال ، كانت مؤسسة على ١٢,٩٦٠,٠٠٠ ، وهذا لا يكاد يكون مجرد مصادفة . ولابد أن نستخلص من ذلك أن أفلاطون ، أو بالأحرى فيثاغورس — وقد اتبعه أفلاطون بدقة — إنما أخذ من البابليين عدده هذا ، وعنهم أخذ رأيه فى تأثيره المؤكد فى حياة الإنسان[١٥] .

من الواضح البين إذن أن العدد الهندسى إنما نشأ فى بابل ، وهذا يكاد يكون حقيقة ثابتة ؛ ولا حاجة بعد ذلك إلى أن نحفل بتفسير أفلاطون إياه ، ولا بالتفسيرات الحديثة لما قاله أفلاطون . ومن أمثلة الضرر الذى تسبب فيه كتاب تيماوس لأفلاطون أن كثيراً من الباحثين قد أرهقوا عقولهم ، بل ربما يكونون قد سيقوا إلى الذهول والجنون ، بذلك اللغز الذى قدمه لهم أفلاطون على هذه الصورة الجدية . فلنحذر أن نحاكيهم ، ولنترك حل الألغاز الأفلاطونية لمن فيهم ذكاء وبديهة ، أو لمن بهم لوثة ، فلعلهم به أجدر[١٦] .

وأغلب الظن أن أفلاطون — حتى إذا لم يكن قد كشف عن جديد فى الرياضيات ، وليس هناك ما يدل على أنه فعل — كان رياضياً غير متخلف عن عصره ؛ ولكن لا نزاع فى أنه كان رياضياً هاوياً[١٧] . ومع ذلك كان أثره فى تقدم الرياضيات عظيما . ولقد عبر بروكلوس (فى النصف الثانى من

القرن الخامس) عن هذا المعنى تعبيراً لبقاً ، فى تعليمه على الجزء الأول من كتاب إقليدس إذ يقول :

> لقد كان من نتائج تحمسه للرياضة والهندسة أن تقدمت الرياضيات عامة ، والهندسة خاصة ، تقدماً عظيما . يبدو هذا التحمس فى ملئه كتبه بالإيضاحات الرياضية ، وفى دأبه على إثارة الإعجاب بالرياضيات وبالهندسة فى نفوس من يدرسون الفلسفة[١٨] .

هذا خير ما يقال فى هذا المقام ، فقد كان أفلاطون هو الذى جعل الرياضة أعلى مستويات الفنون الثقافية ، وسرى تحمسه للرياضيات منه إلى غيره . ولابد لمن يبغى تعلم الرياضيات من أن يحبها ، وإلا فلا سبيل له إلى تحصيلها . هذا نوع من الإيمان بثه أفلاطون فيمن حوله ، فهو لم يخلق رياضياً لكنه خلق رياضيين .

وقد أشار مرات عدة إلى أن الرجل المهذب يجب أن يكون على علم بالرياضيات . وهذا هو السبب فى أن الرياضيات صارت ركناً ركيناً فى التعليم التقليدى بالمدارس الخاصة فى إنجلترا ، فكان أغلب التلاميذ يتناولون الرياضيات كما يتناولون زيت كبد الحوت ، يجدون فيها عناء ، لكن لا مفر لهم منها ؛ على أن منهم من تابعوا دراستها بجد عظيم . هؤلاء كان أفلاطون ملقنهم ومرشدهم ، وحقاً لقد كان مرشداً ماهراً .

ومما يؤسف له أن أفلاطون خانه تحمسه فدفعه إلى سوء استخدام الرياضيات شأنه فى ذلك شأن غيره من الهواة حتى العباقرة منهم . وقد سردنا فى هذا الفصل ، فى فصل قبله ، ما فيه الكفاية من سوء تطبيقه ؛ لقد كان رياضيا عنيفاً مسرفاً .

والتقليد الرياضى الذى بدأه أفلاطون فى الأكاديمية استمر على يد خلفائه فظلت الأكاديمية على مر الأجيال ، مهد الرياضيين . ولنتكلم الآن عن أولئك الذين عاصروه ، وتأثروا به وتأثر بهم . وهنا نرى مشهداً عجباً ، فقد كان معاصروه من صميم الرياضيين ، وهو لم يكن من صميمهم ، ولعله مع ذلك صاحب الفضل فى أن صاروا رياضيين ؛ وله على أية حال فضل تعهدهم وتشجيعهم .

وإن الطالب الجاد فى دراسة تاريخ الرياضيات ليرضيه أن ينتقل من أفلاطون إلى الرياضيين الصميمين ، فهو بهذا إنما يخرج من عبث لا خير فيه ، إلى جد فيه كل الخير . وسنقتصر على البحث فى تياتيتوس وليوداماس ونيوكليدس وليون وأرخيتاس ثم فى يودكسوس وهو أعظمهم .

تياتيتوس :

لا نعلم كثيراً عن سيرة تياتيتوس (٤١٥ — ٣٦٩) ولا نعرف اسم أبيه . وإنما نعلم أنه من أهل أثينا ، وأنه تتلمذ لسقراط وتيودورس البرقاوى ، وعاصر أفلاطون وأرخيتاس .

ومحاورة تياتيتوس — وهى من أحسن محاورات أفلاطون — حديث دار بين تياتيتوس فى شبابه وبين تيودورس البرقاوى وسقراط قبيل موت سقراط . وهو حديث ورد فى سياق حديث آخر جرى سنة ٣٦٩ . فى ميجارا ، بين إقليدس وتيربسيون[١٩] أمام منزل إقليدس . وفيه يروى إقليدس أنه بينما كان ذاهباً إلى الميناء قابل تياتيتوس ، وكان قد جرح فى معركة للأثينيين بالقرب من كورنثيا ، وحمل إلى أثينا وهو إلى الموت أقرب منه إلى الحياة ؛ إذ كان يعانى الآلام من جروحه ومن الدوسنطاريا ؛ وجعلا يثنيان على شجاعته وعبقريته . وهنا تذكر إقليدس المحاورة الأصلية وكان قد كتبها من قبل ، فجعل تابعه يتلوها عليهما . فتياتيتوس فى الواقع حوار داخل حوار . وجاء فى هذه المحاورة وصف لملامح تياتيتوس ، لنا أن نركن إلى صحته ، لأن أفلاطون كان يعرفه . يقول تيدورس وهو يقدمه إلى سقراط :

> نعم يا سقراط لقد عرفت شاباً أثينياً ممتازاً ، وهأنذا أزكيه لأنه جدير بعنايتك ، ولو كان وسيما لأحجمت عن تزكيته خشية أن تحسبنى عاشقاً له ، ولكنه ليس وسيما ، ولا تجدن غضاضة إذا قلت إنه شديد الشبه بك ، فهو أفطس الأنف جاحظ العينين ، وإن كانت هذه فيه أقل وضوحاً[٢٠] .

وفى نهاية المحاورة أبدى سقراط لتياتيتوس أن فطسته من نوع خاص به . فإذا كنا لم نعرف تياتيتوس جد المعرفة فإننا نتخيل صورته من هذا الوصف .

ونستنتج من هذه المحاورة أن تياتيتوس لم يكن رياضياً فحسب ، بل كان فيلسوفاً ميز بين الأعداد التى ندركها بالحواس والأعداد التى ندركها بالعقل . وليس هذا بمستغرب ، فكل رياضى فى ذلك العصر كان فيلسوفاً .

ثم لنا أن نثق فى أنه فيثاغورى ، لأن نظرية الكميات الصم ونظرية المجسمات المنتظمة ، وهما الموضوعان اللذان اشتهر بهما ، فيثاغوريان .

وقد سبق أن ذكرنا التاريخ القديم للكميات الصم فيما كتبنا عن تيودوروس البرقاوى أستاذ تياتيتوس (الصفحات ١١٥ — ١٢ جـ٢) ، ونزيد هنا أن تياتيتوس واصل تمحيص هذه النظرية ، فزاد فيها التمييز بين أنواع مختلفة من الكميات الصم متوسط Medial وذو الحدين ، و apotome وهى مبينة فى الكتاب العاشر من الأصول[٢١] . وهو قطعاً صاحب نظرية (٩) من هذا الكتاب ، وهى التى تنص على أن أضلاع المربعات التى ليس بينها نسبة عدد مربع إلى عدد مربع لا يقاس بعضها ببعض . والخلاصة أنه واضع أساس المعلومات الواردة فى الكتاب العاشر من مؤلف إقليدس[٢٢] .

أما نظرية المجسمات المنتظمة فقد قيل إن تياتيتوس كشف ثمانى الأوجه ، وذا العشرين وجهاً . وإنه أول من كتب فى المجسمات المنتظمة الخمسة . أما الشطر الأول من هذا القول فلا يمكن أن يكون صحيحاً كما هو ، فقد عرف الفيثاغوريون الذين سبقوه هذين المجسمين ؛ ولعلهم تمكنوا من تكوينهما باستخدام ٨ مثلثات متساوية الأضلاع أو ٢٠ مثلثاً يقطعونها من الجلد أو الخشب أو الحجر ، أى بتجميع ٣ مثلثات أو ٤ أو ٥ متساوية الأضلاع متساوية فى الحجم ، حول رأس مشترك ، لتكوين زاوية مجسمة . وبتكوين ٤ أو ٦ أو ١٢ من أمثال هذه الزاوية المجسمة يمكن أن ينشأ رباعى الأوجه وثمانى الأوجه وذو العشرين وجهاً . ولكن شتان ما بين إنشائهم هذا والإنشاء الهندسى . بل وأين هذا من أن يدرك الباحث أن المجسمات المنتظمة خمسة ولا يمكن أن تكون أكثر من خمسة .

وتياتيتوس أول من كتب فى المجسمات المنتظمة الخمسة [٢٣] ؛ فما مقدار ما كتب ؟ لقد نسبنا إليه ، فى حالة الكميات الصم ، جزءاً غير محدد من الكتاب العاشر من الأصول ويمكن أن ننسب إليه ، فى حالة المجسمات المنتظمة ، جزءاً غير محدد من الكتاب الثالث عشر . وكان من الطبيعى أن يدرس المجسمات المنتظمة ، فالكميات الصم تدخل فى إنشائها الرياضى . وإذا كان قد كتب فى المجسمات المنتظمة الخمسة فيتضمن هذا أنه عرف أنه لا يمكن أن يوجد منها أكثر من ذلك . فهل من الممكن أن يكون قد عرف ذلك ؟ لم لا ؟ فالبرهان الذى جاء به إقليدس [٢٤] بسيط ومن الميسور أن أورده هنا ؛ وسأورده على النحو الذى أرتضيه ليكون أكثر وضوحاً .

لا يوجد إلا خمسة مجسمات منتظمة محدبة .

١ — مجموع الزوايا المستوية لأية زاوية مجسمة محدبة أقل من أربع قوائم ، ولا يمكن أن نصل إلى النهاية العظمى (أى أربع قوائم) إلا إذا فردت الزاوية المجسمة حول رأسها ؛ وعندئذ تصبح الزاوية المجسمة لا وجود لها .

٢ — إذا كانت الأوجه مثلثات فيمكن أن يوجد حول النقطة :

(ا) ثلاثة مثلثات ويكون المجسم رباعى الأوجه أى هرما .

(ب) أربعة مثلثات « « ثمانى الأوجه .

(حـ) خمسة مثلثات « « ذا العشرين وجهاً .

ولا يمكن أن توجد ستة مثلثات لأن مجموع الزوايا يكون أربع قوائم .

٣ — إذا كانت الأوجه مربعات فيمكن أن توجد ثلاثة أوجه فقط حول النقطة ويكون المجسم الناتج سداسى الأوجه (المكعب) .

٤ — إذا كانت الأوجه مخمسات فيمكن أن توجد ثلاثة أوجه فقط (لأن زاوية المخمس $\frac{٦}{٥}$ = قائمة) ويكون المجسم ذا الاثنى عشر وجهاً

٥ — ولا يمكن أن يوجد غير ذلك لأن زاوية المسدس $\frac{4}{3}$ قائمة ، وثلاث منها تساوى أربع قوائم .

٦ — وعلى ذلك فلا توجد إلا خمسة مجسمات منتظمة ، وهى على التوالى ذات ٤ و٦ و٨ و١٢ و٢٠ وجهاً متساوياً .

ومن الضرورى أن نضيف كلمة « محدب » على رأس الإثبات ، لأنه قد تبين فيما بعد أن هناك مجسمات منتظمة أخرى ليست محدبة ، وتسمى كثيرات السطوح النجمية . والعلاقة بينها وبين كثيرات السطوح المحدبة هى ، إلى حد ما ، كالعلاقة بين النجمة المخمسة والمخمس . وفى سنة ١٨١٠ كشف لويس بوانسو (١٧٧٧ — ١٨٥٩) أربعة من كثيرات السطوح النجمية ، وثلاثة من ذوات الاثنى عشر وجهاً ، وواحداً ذا عشرين وجهاً . وفى سنة ١٨١٣ أثبت أوجستين كوشى (١٧٨٩ — ١٨٥٧) أن هذه المجسمات التسعة هى كل المجسمات المنتظمة ، وبرهانه حاسم لكنه صعب . وقد بسطه جوزيف برتراند (١٨٢٢ — ١٩٠٠) وبين أن رؤوس كل كثير سطوح نجمى يجب أن تكون رؤوس كثير سطوح محدب متحد معه فى المركز . ويكفى الآن أن نتناول المجسمات الخمسة الفيثاغورية ، ونظر كيف نحصل على مجسمات منتظمة أخرى بتجميع رؤوسها بكيفيات مختلفة[٢٥] .

ونعود إلى المجسمات الخمسة المحدبة . فنقول إن ما ثبت من أنه لا يمكن أن يوجد منها غير خمسة فقط لابد أن يكون ، لذاته ، قد أثار دهشة وأحدث رجة ، سواء أأثبت ذلك تياتيتوس أم غيره . فاستقصاء المضلعات لا يهيئ الإنسان لقبول هذا التقييد ؛ لأن عدد المضلعات المنتظمة لا نهائى . فإذا وجد لدينا مضلع منتظم عدد أضلاعه ن فإنه يمكننا أن نحصل على مضلعات منتظمة عدد أضلاعها ٢ ن و ٤ ن وهكذا . فوجه الدهشة غرابة الطفرة من لا نهائية المضلعات المنتظمة إلى ضآلة عدد المجسمات المنتظمة . هذه الضآلة المفاجئة الخارقة للعادة بدت لأفلاطون لغزاً رياضياً يحتاج إلى نوع ما من التفسير الفلسفى . فإذا كان عدد المجسمات المنتظمة لا يعدو الخمسة فلا مندوحة عن

أن يكون لكل من هذه المجسمات الخمسة (وقد سميت فيما بعد بالأجسام الأفلاطونية) دلالة محددة . وبدا لأفلاطون أنها لا يمكن أن ترتبط بالكواكب ، لأن هذه سبعة ؛ فالتمس التفسير فى العناصر الأربعة ، وجعل المجسم الخامس يمثل العالم بأكمله . وإذا ما أضيف إلى هذا الترقيع إيجاد معنى للمجسم الخامس كان ذلك كله مثلا صادقاً لضروب المقارنات التى اخترعها أنصار الأعداد وغيرهم من أنصار الأسرار الرياضية الذين لا يتورعون عن التماس الحيل ليثبتوا ما يريدون إثباته . لقد أسف أفلاطون فى تفسيره للمجسمات المنتظمة إلى مستوى علماء الهيئة من أهل الصين .

ليوداماس وتيوكليدس وليون :

يمثل هؤلاء ما كان للأكاديمية من أثر فى تقدم علم الهندسة وتنظيمه . ونحن لا نعلم عنهم إلا ما ذكره بروكلوس فى تعليقه على الكتاب الأول من إقليدس على أن ما ذكره يغرى ثم لا يغنى .

يقول بروكلوس :

> زاد ليوداماس التاسوسى وأرخيتاس التارنتى وتياتيتوس الأثينى عدد المعروف من النظريات ، وجعلوها فى أسلوب أقرب إلى السياق العلمى . ثم جاء تيوكليدس ، وهو أصغر من ليوداماس ، وتلميذه ليون (فى النصف الأول من القرن الرابع قبل الميلاد) فأتيا بأشياء كثيرة لم يأت بها من سبقوهما ، وألف ليون كتابه «الأصول» فجاء مجموعة ممتعة لوفرة عددها وجم فائدتها ، ثم وضع قواعد بها يميز المسائل القابلة للحل من المسائل غير القابلة له[٢٦] .

هذا كل ما عنده عن تيوكليدس وليون . ولكنه يقول فى ليوداماس خاصة : « شرح له أفلاطون الطريقة التحليلية فكانت على ما يقال عوناً له فى اختراع أشياء كثيرة فى الهندسة » . وهذه العبارة على هزالها وغموضها تعيننا على أن نعلم أن كثيراً من البحوث الهندسية قام به الشباب المعاصرون لأفلاطون . فلقد

تنافسوا فى الكشف عن نظريات جديدة ، بل تنافسوا فيما هو أكبر من ذلك شأناً ، وهو جعل جميع النظريات تندرج فى نظام واحد . هذا وليس لدى بروقلوس ما يزيده فيما قال عن أرخيتاس لكننا وفقنا إلى معرفة الشيء الكثير عنه من عدة مصادر أخرى .

أرخيتاس التارنتى :

عندما زار أفلاطون صقلية أول مرة سنة ٣٨٨ لقى أرخيتاس الفيثاغورى ، وكان رجلا له شأنه فى تارنتم ، كان له شأن كبير فى الرياضة والفلسفة والسياسة والقيادة العسكرية . وزعموا أنه بمكانته عند ديونيسيوس أنقذ حياة أفلاطون . وعندما زار أفلاطون صقلية آخر مرة (٣٦١ — ٣٦٠) كان أرخيتاس لا يزال على قيد الحياة .

كان ذا شخصية غزيرة متعددة النواحى ، إذا بنينا حكمنا على النتف الباقية من كتاباته المفقودة . ويتبين من إحدى تلك النتف أن تبويب الموضوعات الرياضية ، الذى تبلور وأفضى إلى فكرة الرباعية آخر الأمر ، إنما تصوره قبل ذلك الفيثاغوريون الأوائل ، أو على أقل تقدير تصوره هو إذ يقول :

> يخيل إلى أن الرياضيين قد وصلوا إلى نتائج صحيحة . وإذن فليس مدهشاً أنهم كانوا على حق فى فهمهم لطبيعة المفردات ، لأنهم بعد أن وصلوا إلى نتائج صحيحة فيما يتعلق بطبيعة العالم ، لم يكن بد من أن يوفقوا إلى الصواب فى فهم طبيعة الأشياء المفردة . ومن هنا كان ما تلقيناه عنهم من معلومات واضحة عن سرعة النجوم ، وعن طلوعها وغروبها ، وعن الهندسة والحساب والفلك ، ثم عن الموسيقى . فكأن هذه الشعب من المعرفة كلها أخوات[٢٧] .

كان أرخيتاس فلكيًّا لم يزل ذكره باقيا فى زمن الشاعر هوراس (٦٥ — ٨ قبل الميلاد) فهو ينوه به فى إحدى قصائده[٢٨] . وقد بحث أرخيتاس فى العالم من حيث هو محدود أو لا نهائى ، ووصل إلى أنه يجب أن يكون غير محدود .

أما أعجب ما أنجزه فى الرياضة فحله للمعضلة المشهورة الخاصة بتضعيف المكعب . وقد اختزلها أبقراط الخيوسى إلى إيجاد وسطين هندسيين بين مستقيمين معلومين . وعين أرخيتاس هذين الوسطين بواسطة تقاطع ثلاثة أسطح دورانية ، منهما — وهما الأسطوانة وحلقة الأنجر التى نصف قطرها الداخلى صفر — يتقاطعان فى منحن ثنائى الانحناء . وتقاطع هذا المنحنى مع السطح الثالث — وهو مخروط دائرى قائم — يعطى الحل . وهذه أول حالة على الإطلاق استعمل فيها منحن ثنائى الانحناء . وهذا من أرخيتاس إقدام عجيب .

وعقل أرخيتاس مبتكر ميكانيكياً . قيل إنه اخترع لعبة تطير ، هى يمامة من خشب ، لكنها لم تستأنف الطيران بعد أن حطت . وفى كتاب السياسة لأرسطو إشارة طريفة إلى لعبة أخرى حيث يقول :

> يجب أن يكون لدى الأطفال ما يشغلهم . والشخشيخة التى اخترعها أرخيتاس ويعطيها الناس أولادهم ليتسلوا بها ويكفوا عن تكسير أى شى فى المنزل هى اختراع ضخم ، فالحدث الصغير لا يمكن أن يبقى ساكناً [٢٩] .

وهذى قصة لطيفة ، ولكن إذا سلمنا بأنها تشير إلى أرخيتاس الذى نكتب عنه ، فليس فيها ما يرفع من اقتداره فى الميكانيكا . لأن اختراع اليمامة الطائرة قد يكون عملا رائعاً ، أما اختراع الشخشيخة الجيدة فليس من العبقرية الميكانيكية فى شىء .

هل كتب أرخيتاس كتاباً فى الميكانيكا فيكون أول كتاب فى هذا العلم ؟ لا ندرى . وهل هو مؤسس الميكانيكا النظرية [٣٠] ؟ ليس لنا أن نقرر شيئاً من هذا القبيل . وكل ما يمكننا قوله هو أنه كان ميالا إلى الميكانيكا بمدلولها البدائى ؛ وربما يكون قد فطن إلى إمكان وجود علاقات بين الميكانيكا والرياضيات فى خلال عمله للنهوض بالبحث فى الموسيقى على أساس رياضى [٣١] ، فهو بهذا قد وجد حلا ميكانيكياً لمشكلة رياضية [٣٢] ، وربما يكون قد فكر فى تطبيق الرياضيات فى الميكانيكا . ولكن لا يمكننا أن نذهب إلى أبعد من ذلك

وعلى كل حال فهذا الفيلسوف الرياضى الصقلى يشبه أن يكون أصلا انحدر منه صقلى آخر أعظم منه هو أرشميدس السيراكوزى (فى النصف الثانى من القرن الثالث قبل الميلاد) .

يودكسوس الكنيدى :

سيرة يودكسوس واضحة وضوحاً لا بأس به ، هذا إذا قبلنا ما يرويه ديوجينيس اللائرسى (فى النصف الأول من القرن الثالث) ، ولا نرى مسوغاً لرد روايته فى جوهرها . وفى سيرته متعة لمن يدرس العلاقات الدولية . ولا نعرف على وجه اليقين تاريخ ميلاده ولا تاريخ وفاته ، وربما كانا حوالى سنة ٤٠٨ وسنة ٣٥٥ [٣٣] .

ولد يودكسوس بن اسخينيس فى كنيدوس ، وأخذ الهندسة عن أرخيتاس ، والطب عن فيلستون اللوكرى . ورحل إلى أثينا وهو ابن ثلاث وعشرين (حوالى سنة ٣٨٥) وهناك تتلمذ لأفلاطون ، وكانت الأكاديمية قد فتحت أبوابها للطالبين فى سنة ٣٨٧ ؛ ودفع تيوميدون الطبيب نفقات رحلته . وبلغ من فقره أنه بقى فى بيريه ، حيث أنزلته المركب ، وكان يذهب كل يوم إلى أثينا سيراً على الأقدام . وعاد إلى كنيدوس بعد أن لبث على تلك الحال شهرين . ورحل بعد ذلك إلى مصر مع الطبيب خريسبوس الكنيدى حاملا خطاب توصية من أجيسيلاوس إلى نقتانابيس [٣٤] ، وهذا أوصى به الكهنة ؛ (وهم إذذاك أرباب العلم فى مصر) . وبقى فى مصر ستة عشر شهراً تعود فيها عادات المصريين مضيفيه ، (فحلق لحيته وحاجبيه) . وفى مصر وضع كتابه Octaëteris . ومن مصر رحل إلى سيزيكوس على الشاطئ الجنوبى من بروبونتيس Propontis (بحر مرمرة) وإلى غيرها من البلاد المجاورة ؛ وكان يتكسب بالتعليم . ثم عاد إلى بلاده واتصل ببلاط ماوسولوس فى هاليكارناسوس [٣٥] . ثم قدم أثينا ، ولكنه لم يقدمها كما قدمها من قبل طالباً فقيراً ، بل قدمها أستاذاً يحف به تلاميذه . وأولم أفلاطون وليمة تكريماً له . وبعد عودته إلى كنيدوس اشترك فى وضع القوانين لمواطنيه الذين أصبحوا يجلونه ويقدرونه .

روى أبوللودوروس الأثينى (فى النصف الثانى من القرن الثانى قبل الميلاد) أن يودكسوس مات فى سن الثالثة والخمسين (وهذا يجعل وفاته فى سنة ٣٥٥ إذا سلمنا بأنه ولد فى سنة ٤٠٨) . وذكر فافورينوس الأرليسى (فى عهد الإمبراطور هادريان — ١١٧ — ١٣٨) أنه حينما كان يودكسوس فى مصر مع خونوفيس (وهو من عين شمس) لحس العجل أبيس عباءته ، فتنبأ له الكهنة ببعد الصيت وبأنه لن يعمر طويلا . (والروايتان ، رواية أبوللودورس ورواية فافورينوس نقلهما ديوجينيس) .

وصدقت نبوءة الكهنة المصريين ، صدقت كل الصدق فيما يتعلق ببعد صيته ، ولم تصدق كل الصدق فيما يتعلق بعمره (فالثالثة والخمسون عمر لا بأس به) . هذا والعلماء يعدونه أعظم رياضى وفلكى فى عصره . فلا مفر من الإلماح له حتى فى أقصر عرض لتاريخ العلوم ، إذ يجب من الناحية العلمية أن يسمى عصر أفلاطون عصر يودكسوس ، وإن كان اسم أفلاطون أكثر ذيوعاً فى الناس.

تقوم شهرته الرياضية — وقد نالها عن جدارة — على أسس ثلاثة : نظريته العامة فى التناسب ، والقسمة الذهبية ، وطريقة الاستنفاد . وعلى هذا الأساس الثلاثى يستحق يودكسوس أن يعد من عظماء الرياضيين فى جميع العصور .

أصبح من الضرورى وجود نظرية جديدة للتناسب بعد أن قلب نيودوروس البرقاوى وتياتيتوس الأثينى الأوضاع المعروفة بكشفهما عن الكميات الصم . وقد لاحظ الفيثاغوريون توازيا بين الأعداد والمستقيمات (مثل الأعداد المثلثة والأعداد المربعة ونظرية فيثاغورس) ويمكن أن تمثل النسبة بين مستقيمين طولا هما ، ن من الوحدات . أما وقد كشفت مستقيمات وأعداد هى الكميات الصم[٣٦] — وهى ليست بالأعداد الصحيحة ولا يمكن أن تمثلها نسبة بين عددين صحيحين — فقد أخذ بناء الرياضة الفيثاغورية فى التداعى . ولم يكن هناك مخرج إلا بإحدى اثنتين : إما أن يرفض التوازى بين الهندسة والحساب ، وإما أن يعترف بنوع جديد من الأعداد هو الكميات الصم . والبديل الثانى أكثر تعقداً مما يتصوره غير الرياضى ، لأنه يستلزم تعريف هذه الأعداد ،

وإثبات وجودها ، بل ويستلزم فوق ذلك إثبات أنه يمكن أن نجرى فيها ما نجربه . . فى الأعداد الأخرى ، ثم تحقيق صحة القضايا الهندسية التى تتضمن ، أو ربما تتضمن ، عناصر صما . وبعبارة أخرى كان من الضرورى أن يتوسع فى فكرة الأعداد حتى تدخل فيها الأعداد الصم ، وأن يتوسع كذلك فى فكرة الطول حتى تظل النظريات التى تتعلق بالمستقيمات صحيحة ، ولو كان بعض المستقيمات صما . وقد قام يودكسوس بهذا التوسع فى نظريته العامة فى التناسب ، وهى التى بسطت فيما بعد فى الكتابين الخامس والسادس من أصول إقليدس . ومن المتعذر أن نعرف على وجه اليقين مقدار ما قام به تياتيتوس ومقدار ما قام به يودكسوس فى هذا التوسع . ولكن المتواتر أن ما قام به يودكسوس فى هذا الباب كان حاسماً .

ثم ماهذه القسمة الذهبية Golden Section؟ طبقاً لقول بروكلوس[٣٧] إن نظريات « القسمة » بدأت عند أفلاطون وطبق عليها تياتيتوس نظرية التحليل . والأرجح أن تكون النظريات قد كشفها تياتيتوس أو غيره من الرياضيين ثم طبقها أفلاطون على هواه . وإدخال أداة التعريف على « القسمة » يدل حتماً على أن المراد قسمة خاصة ، هى تقسيم مستقيم قسمة ذات وسط وطرفين[٣٨] . وهى التى نتأت عند إنشاء المخمس وذى الاثنى عشر وجهاً . وفى عصر متأخر أطلق على هذه القسمة الشهيرة اسم القسمة المقدسة (أطلق هذا عليها لوقا باتشيولى سنة ١٥٠٩) وسميت بعد ذلك القسمة الذهبية[٣٩] ، وراجت هذه التسمية رواجاً عظيما ، وتلقفها عدد من الفنانين والصوفيين ، فذهبوا إلى أن هذه القسمة سر من أسرار الجمال[٤٠] .

ويسبغ نصيب يودكسوس فى نظرية القسمة الذهبية عليه شيئاً من المجد والشهرة ، ولكن النظرية العامة للتناسب ، وطريقة الاستنفاد هما عملاه البارزان فى ميدان الرياضة .

وطريقة الاستنفاد طريقة صادقة للكميات اللانهائية الصغر ؛ وهى الأولى فى بابها . وأساسها تصور فكرة النهاية تصوراً دقيقاً . وباختراعها صار يودكسوس

من أقدم الرواد لحساب التكامل ، وإن كان تكامل المساحات البسيطة معروفاً قبله . لأن العلماء وصلوا فيه إلى نتائج من قبيل أن النسبة بين دائرتين كالنسبة بين مربعي قطريهما[٤١] . حقيقة لقد قيل إن أبقراط برهن هذه النظرية . فكيف كان البرهان ؟

بنى برهان إقليدس على طريقة الاستنفاد التى اخترعها يودكسوس . وإذن يمكن أن يفترض أن البرهان برهان يودكسوس . وإليك بيانه .

دائرتان مساحتاهما م ، ن ونصفا قطريهما ا ، ب ، والمطلوب إثبات أن $\frac{م}{ن} = \frac{ا^٢}{ب^٢}$. سبق أن أثبتنا أن النسبة بين مساحتى المضلعين المنتظمين المرسومين داخل دائرتين والمتشابهين هى كالنسبة بين مربعى القطرين[٤٢] . وهذا سهل ، والصعب أن ننتقل إلى النهاية .

(١) لنرسم داخل الدائرتين م ، ن مضلعين متشابهين مساحتهما مَ ، نَ وعدد أضلاع كل منهما كثير جداً حتى إن الفرق م — مَ ، ن — نَ يصبح صغيراً جداً كما نشاء .

(٢) وعلينا أن نثبت أن $\frac{م}{ن} = \frac{ا^٢}{ب^٢}$ لنفرض أن هذا ليس صحيحاً وأن $\frac{ا^٢}{ب^٢} = \frac{م}{ل}$

فهل يمكن أن يكون ل أصغر من ن ؟

لنختزل الفرق ن — نَ حتى يصبح ن — نَ < ن — ل أو بمعنى آخر نَ > ل

وتكون المتساويات $\frac{ا^٢}{ب^٢} = \frac{مَ}{نَ} = \frac{م}{ل}$ غير متفقة لأن

مَ > م ، نَ > ل

ويمكن أن يبين الإنسان بنفس الطريقة أن ل لا يمكن أن تكون

< ن وإذن ل = ن وتكون النظرية قد برهنت .

هذا كان يمكن أن يعمم ، ولكن عجز الأقدمون عن تعميمه . فطريقة الاستنفاد دقيقة ولكنها خاصة ، فلا بد فى كل حالة من برهان خاص بها . وقد تمكن يودكسوس باستخدامها من أن يبرهن برهاناً حاسماً القوانين الخاصة بحجوم الأهرام والمخروطات التى كشفها ديموكريتوس[٤٣] .

وفى منتصف القرن الرابع وصلت الهندسة ، بفضل مجهود تياتيتوس ويودكسوس ، إلى مستوى أعلى يقرب من مستواها عند إقليدس . وبذلك انتهت مرحلة الكشف الإلهامى ، وصار الرياضيون المدربون جيداً فى المنطق لا يقنعون بالنتائج الناقصة ، بل يتطلبون الدقة . فما نصيب أفلاطون من هذا التقدم ؟ من المستحيل أن نعرف هذا ، ولعله أصر على الوضوح والمنطق السليم ، ولكن الأعمال الكبيرة — الأعمال الرياضية المحضة — ليست له . وربما يكون قد ساعد الرياضيين ولكنهم كانوا يستطيعون أن يستغنوا عنه ، أما هو فما كان يملك أن يكون فى غنى عنهم .

الفلك :

بلغت الأعمال الفلكية فى العصر الأفلاطونى من الجلال ما بلغته الأعمال الرياضية . وصاحب الفضل فى إنجاز أكثرها هو يودكسوس الكنيدى أيضاً . وتاريخها الذى نتصدى له متشعب ، نعالج فيه أول ما نعالج ما وصل إليه البابليون . أما تاريخها عند اليونان فنعالجه فى ثلاثة أدوار : الرائدة الأولون ، ثم يودكسوس ، ثم أفلاطون وفيليب الأوبوسى .

كدينو Kidinnu :

لكى نبين ما عسى أن يكون للبابليين من أثر فى تقدم الفلك اليونانى لا نجد بدًّا من أن نغضى بعض الشىء عن الترتيب الزمنى . يقول بطليموس (فى النصف الأول من القرن الثانى قبل الميلاد)[٤٤] إن أبرخس النيقى (فى النصف الثانى من القرن الثانى قبل الميلاد) قارن أرصاده عن النجوم الثوابت

بأرصاد قام بها فى الإسكندرية قبله بقرن اريستيلوس تيموخاريس (فى النصف الأول من القرن الثالث قبل الميلاد) فوجد أن جميع النجوم تحركت قليلا نحو الشرق ، أى أنه كشف تبكير الاعتدالين . وقدر هيبارخوس أن تزحزح النجوم فى خطوط الطول — أى التبكير — بلغ من ٤٥″ إلى ٤٦″ فى السنة أى وصل إلى ١٠ ١° فقط فى مدى قرن (وقد صحح بطليموس ذلك فجعله ٣٦″ فى السنة ، أى ١° على وجه التحديد فى مدى قرن . وتقدير هيبارخوس أقرب إلى الحقيقة ، لأن التقدير الصحيح هو ٥٠,٢٦″) . فهل كان فى مقدور هيبارخوس أن يدرك فرقاً من قبيل ١° ؟ نعم ، فلم يكن هذا مستحيلا ؛ وإنما كان كشف التبكير يكون عليه أيسر لو كانت الأرصاد القديمة[٤٥] فى متناوله . ولعل أرصاد البابليين الدقيقة كانت معروفة له . وبطليموس يحيل على أرصاد كلدانية عملت فى سنة ٢٤٤ وسنة ٢٣٦ وسنة ٢٢٩ ق . م .[٤٦] . وثمة رأى هو أن هيبارخوس كانت لديه أرصاد شرقية (وليس هذا ببعيد) وإن كان التبكير معروفاً من قديم ، كشفه الفلكى البابلى كدينو سنة ٣٧٩[٤٧] .

من الثابت أن الفلكيين الكلدانيين جمعوا كثيراً من الأرصاد المدهشة فى دقتها . وأقدم المعروفين من هؤلاء نابوريانوس (نابوريمانوبن بلاتو) وكان معروف المكانة فى بابل سنة ٤٩١ ، وكدينو ، وكان كذلك حوالى سنة ٣٧٩ . ولهما جداول قمرية عملاها بطريقتين مختلفتين . ثم جاء من بعدهما الفلكيون أصحاب الأرصاد الكلدانية الواردة فى المجسطى . ويكاد يكون من المؤكد أن هيبارخوس كان يعرف هذه الأرصاد ، وأنها يسرت له عمله ، لا سيما كشفه التبكير[٤٨] .

ولا يفوتنا أن كشف التبكير كان حتما مقضيًّا متى قورنت الأرصاد التى حصلت فى أوقات متباعدة يكفى تباعدها لإدراك الفروق بينها فما كان الفلكيون الذين يتولون مقارنة هذه الأرصاد ليعجزوا عن أن يدركوا أن خطوط الطول تزيد بمقدار ثابت ، وأن هذا المقدار ضئيل يبلغ زهاء ٢٤′ ١° فى مدى قرن ، و ١٢′ ٤° فى ثلاثة قرون ، و ٣٦′ ٥° فى أربعة قرون . فكان لابد — مهما

قلت الدقة فى الأرصاد — من أن يأتى الزمن الذى يلاحظ فيه التبكير (أقول يلاحظ ولا أقول يعلل فالتعليل موضوع آخر) .

ولا يمكن أن نختم هذا الموضوع قبل أن نبدى ملاحظة أخرى ، وإن جرنا ذكرها إلى عدم مراعاة الترتيب الزمنى ، وهى أنه بعد أن فطن لهذا التبكير ابرخس ، وبعد أن نشره بطليموس [٤٩] ، كان يتوقع أن يزيده تأييداً ما يجد من الأرصاد ، فيستقر هذا الكشف الأساسى استقراراً لن يتزعزع بعده . لكن شيئاً من ذلك لم يكن . فأكثر من جاءوا بعد بطليموس تناسوا هذا الكشف ، ولم يذكره منهم سوى ثيون السكندرى (فى القرن الثانى من القرن الرابع) وبروقلس (فى النصف الثانى من القرن الخامس) . أما بروقلس فيرده ، وأما ثيون فيقبل المقدار الذى حدده بطليموس (١° فى القرن) ، ولكنه يرى أنه لا يخرج فى تنقله عن ترجح ، ذهاباً وجيئة ، فى قوس ذات ٨° . وهذا يعنى أن التبكير يتراكم لمدة ثمانية قرون ثم يعكس . ولبروقلس رأى من هذا القبيل . فعنده أن نقطتى المدارين لا تتحركان فى دائرة كاملة ، بل تترجحان فى قوس ذات بضع درجات .

وإذن فثيون هو صاحب نظرية « اضطراب الاعتدالين » التى ظلت قائمة مدة طويلة مع خطئها . ونظرية التبكير المستمر كما كشفها ابرخس وفسرها بطليموس ، تناقض نظرية الاضطراب ، وإن كان كثير من الفلكيين قد حاولوا التوفيق بينهما . والفلكى الهندى اريابهاتا (فى النصف الثانى من القرن الخامس) يقبل نظرية الاضطراب ، وربما يكون هو حلقة الاتصال بين ثيون وبروقلس من ناحية ، وثابت بن قرة (فى النصف الثانى من القرن التاسع) — وهو أول عربى يذكر الاضطراب — من ناحية أخرى . ويجب أن نقرر — إنصافاً للفلكيين العرب — أن أغلبهم يرد فكرة الاضطراب . ومنهم الفرغانى فى النصف الأول من القرن التاسع) والبتانى (فى النصف الثانى من القرن التاسع) وعبد الرحمن الصوفى (فى النصف الثانى من القرن العاشر) وابن يونس (فى النصف الأول من القرن الحادى عشر) ولكن مما يحزن أن الزرقلى (فى النصف

الثانى من القرن التاسع) والبتروجى (فى النصف الثانى من القرن الثانى عشر) ينصران هذه الفكرة الخاطئة ، ولمكانتهما راجت هذه الفكرة بين الفلكيين من المسلمين واليهود والمسيحيين . ولقد بلغ من رواجها أن يوحنا ويرنر (١٥٢٢) وكوبرنيكوس (١٥٤٣) قبلاها . وشك تيخوبراهه وكبلر فى استمرار التبكير وانتظامه . ولكنهما آخر الأمر ردا القول بالاضطراب [٥٠] . ولم يتضح الأمر تماماً إلا بعد أن شرحت فكرة التبكير فى كتاب نيوتن Principia سنة ١٦٨٧ .

ومن العسير أن نجد تعليلا لبقاء نظرية الاضطراب طويلا وهى باطلة . نعم إن مدى زمن الأرصاد كان إلى ما بعد الميلاد بقليل لا يزال أقصر من أن يجعل قياس التبكير دقيقاً لا غموض فيه . ولكن ما كان للغموض أن يبقى على مرّ القرون . وقد انقضى زهاء خمسة عشر قرناً بين أرصاد النجوم الواردة فى المجسطى [٥١] والأرصاد التى قام بها كوبرنيكوس . وأصبح الفرق فى خطوط الطول ٢١° [٥٢] . فكيف يتسنى للقائلين بالاضطراب تعليل مثل هذا الفرق . وهل من سبيل إلى تعليله سوى أنه تراكم مستمر لفروق فى برج بعينه [٥٣] . هذا التقلب فى مصير نظريتى التبكير والاضطراب ، فى مصير الحق والباطل ، هو من خير ما يضرب مثلا للقصور الإنسانى . وهو يعلمنا ألا نغلو فى التفاؤل ، بل نبقى متواضعين ، لأنه إذا كان طريق إثبات الحقائق العلمية على ما رأينا من الوعورة ، وهى نسبيًّا ملموسة وغير غامضة . فلا ينبغى . ونحن نعالج غير الحقائق العلمية . أن نتوقع تقدماً كثيراً . بل يجب أن نلوذ بالصبر والتواضع .

الرادة الأوائل فى الفلك العلمى :

فيلولاوس وهيكيتاس واكفانتوس :

كان فيلولاوس معاصراً لسقراط ، أما هيكيتاس واكفانتوس فكانا أصغر منه سنًّا . وكلاهما من سيراقوصه . وقد بلغا أوج شهرتهما فى القرن الرابع . الأول على وجه الظن ، والثانى على وجه اليقين . وقد شرحنا آراءهما فى فصل سابق

(ص١٢٨ — ١٢٩ ج ٢) إذ رأينا من المناسب ألا نفصل بينها وبين آراء فيلولاوس. ولكن لا نزاع فى أن أفكارهما آتت ثمارها فى العصر الأفلاطونى . ويمكن تلخيص مذهبهما فيما يلى : الكون كروى ومحدود ، وليس حتماً أن تكون الأرض فى مركزه ، فإنما هى كوكب كسائر الكواكب، وهى تدور شرقاً حول محورها[٥٤] فهل عرف أفلاطون هذين الرجلين . لقد ذكر فيلولاوس فى فيدون[٥٥] ، وربما يكون قد سمع بالرجلين الآخرين لصلته بالفيثاغوريين ، ولكنه لم يشر إليهما فيما كتب .

يودكسوس منشئ الفلك العلمى ،

ونظريته فى الكرات المتحدة المركز :

سبق أن أجملنا القول فى سيرة يودكسوس ، وذكرنا أنه لبث ستة عشر شهراً فى مصر (فيما بين سنة ٣٧٨ وسنة ٣٦٤) خالط فى أثنائها الكهنة العلماء . وكان قد درس قبل ذلك فى الأكاديمية ، وألم بالفلك الفيثاغورى ، فلم يرضه كل ذلك . ولما كان فى تفكيره دقة فقد أسخطه نقص الأرصاد فى هذا الفلك . ولم يكتف بما حصل عليه من أرصاد مصرية ، بل عمل بأرصاد جديدة ، وأقام لذلك مرصداً بين هليوبوليس وكركيسورا[٥٦] ظل معروفاً حتى زمن الإمبراطور أغسطس (٢٧ ق . م . — ١٤ م) . ثم بنى بعد ذلك مرصداً آخر فى بلده كنيدوس ، ومنه رصد سهيلا ، وكان إذ ذاك لا يرى من خطوط العرض العليا .

ويرجع علم يودكسوس بالفلك المصرى إلى المدة التى قضاها فى مصر . فهل كان ملمًّا أيضاً بالفلك البابلى وهو أغزر مادة من الفلك المصرى . ليس لدينا ما يدل على أنه رحل إلى ما بين النهرين أو إلى فارس . ولكنه كان يعرف العالم القديم حق المعرفة ، وله فيه وصف مستفيض هو فى بابه ومداه أقدم ما كتب عن العالم القديم . وتدل النتف التى وصلت إلينا مما كتب يودكسوس على أن وصفه هذا حوى معلومات واسعة فى وصف الأرض وقياسها ، كما حوى معلومات فى التاريخ الطبيعى والطب وعلم الأجناس والأديان . ومن ذلك أنه

فطن لأهمية مذهب زرادشت . وعنه أخذ بلوتارخ بعض معلوماته عن إيزيس وأوزيريس[٥٧] . وهو فى تفوقه على جغرافيي القرن الخامس يعد ممهداً لأراتوستين الكيرينى (فى النصف الثانى من القرن الثالث قبل الميلاد) .

وقد مكنته إقامته فى كنيدوس من أن يستمد علمه من مصادر آسيوية ، فارسية أو كلدانية ، حتى لو لم يكن قد رحل إلى ما بين النهرين ، لأن كنيدوس كانت ملتقى الناس من جميع أقطار الأرض ، شأنها فى ذلك شأن جارتها هاليكارناس وخوس .

وربما كان يودكسوس مبتكر التنبؤ عن رداءة الجو[٥٨] ، وهذا التنبؤ من أصل بابلى قطعاً . ثم هو الذى جعل البروج أعدالا لكبار الأرباب عند الإغريق ، وهم اثنا عشر . وهذا موضوع ممتع ، لكننا لن نعكف عليه طويلا ، فمجد يودكسوس لا يقوم على عامه البابلى أو الفلك المصرى . نعم إنه أفاد من تمرسه بأساليب الرصد الشرقية ، وأنه نظر فى النجامة الكلدانية ، وهذا لاشك فيه ، ولكن لا يمكن أن يكون أى فلكى شرقى قد أوحى إليه أضخم أعماله ، وهو نظرية الكرات المتحدة المركز[٥٩] .

هدف هذه النظرية هو أن يبين رياضياً مواضع الأجرام السماوية فى أى وقت ، أو « الإبقاء على الظواهر » على حد التعبير الإغريقى القوى . وهذا ميسور فى حالة النجوم . ولكن كيف يتسنى فى حالة الكواكب ومساراتها وهو مما تحار فيه الأفهام ، فهى أحياناً تبدو كأنها واقفة ، ثم تتراجع فى منحن غريب كالذى وصفه يودكسوس وسماه قيد الفرس ، وهو حلزون كروى يشبه الرقم ٨ الأفرنجى (8) . هذه معضلة فى علم الهندسة أو فى علم الحركة . فكان لابد ليودكسوس من أن يتصور حركات مجتمعة ، دائرية أو كرية ، بها يستطيع كوكب واحد — وليكن عطارد أو الزهرة — أن يرسم فى السماء مساراً على هيئة قيد الفرس .

وحل يودكسوس لهذه المعضلة خير ما يصور العبقرية الرياضية الإغريقية ويصور عبقريته هو . فقد فرض أن عطارد يقع على خط استواء كرة مركزها الأرض

وتدور حول أحد أقطارها بسرعة ثابتة . (للفيثاغوريين رأى قديم هو أن الحركات كلها دائرية ومنتظمة) ولنسم هذا القطر ا اَ حيث إن قطبيه هما ا ، اَ . فإذا لم يغير هذا القطر موضعه فعطارد (ولنرمز له بحرف ع) يرسم دائرة حول الأرض . ولكن إذا فرضنا أن القطر ا اَ لم يكن ثابتاً ، بل كان فى كرة أخرى مركزها هو مركز الكرة الأولى ، وتدور بسرعة ثابتة حول قطرها ، وليكن ب بَ ، فحركة ع الظاهرية تكون محصلة الحركتين الدورانيتين بسرعة (لتكن) حول ا اَ ، وبسرعة (لتكن) حول ب بَ . وإذا لم يكن هذا كافياً فى « الإبقاء على الظواهر » فيمكن أن نفرض أن القطر ب بَ ليس ثابتاً بل هو فى كرة أخرى مركزها هو مركز الكرتين ، وتدور بسرعة ثابتة (ولكن) حول المحور ، وليكن ج جَ ، فحركة ع الظاهرية تكون حاصل الدورات الثلاث بسرعات ω، ω حول المحاور ا اَ ، ب بَ ، ج جَ . وليس هناك من حاجة للاكتفاء بهذه الكرة الثالثة . بل إذا قبلت هذه القاعدة فيمكن استخدام ما يحتاج إليه من الكرات المساعدة أو عديمة النجوم . وإذن يكون وضع المسألة كما يأتى : أن نوجد من الكرات متحدة المركز مع الأرض ، الدائرة بسرعات ω، ω، ω إلخ حول المحاور ا اَ ، ب بَ ، ج جَ إلخ ، ما يكفى لتعليل المسار الظاهرى لأى سماوى . وحينما يوجد الحل يمكن التثبت من صحته كلما أريد ذلك . بل الواقع أن عملية التثبت تحصل كما قورن الموضع الذى يحدده الحساب بالموضع المشاهد بالرصد . فإذا لم يتفق الموضعان فيمكن تهذيب الحل ، إما بتغيير السرعات والمحاور فى الكرات المساعدة ، وإما بزيادة كرة أخرى .

لكى يعلل يودكسوس حركات الأجرام السماوية كلها اضطر إلى التسليم بوجود ما لا يقل عن ٢٧ كرة متحده المركز [٦٠] . تدور كل منها بسرعة محددة حول محور محدد . وفى هذا التصوير جرأة بالغة . وهذه أول محاولة لتعليل الظواهر الفلكية بواسطة الرياضيات . والتعليل جدّ معقد يضطرنا إلى الجمع بين حركة سبع وعشرين كرة تدور فى آن واحد بسرعات مختلفة حول محاور مختلفة. لكنه تعليل واف رشيق « يبقى على الظواهر » بتقريب كاف . ويدل القيام

بهذا الحل على معلومات واسعة فى الهندسة الكرية . ومن المحتمل أن يكون يودكسوس قد ساهم فى تقدم الهندسة الكرية لأنه كان فى حاجة ماسة إليها .

نظرية الكرات المتحدة المركز هذه مثال رائع للمذهب العقلى عند الإغريق وقد استعمل يودكسوس من الكرات القدر الذى يحتاج إليه فى دراسة حركة النجوم ، دون نظر إلى وجود هذه الكرات حقيقة ، أو إلى سبب حركتها . فكأنه يقول بلسان الحال : لا يعنينا وجدت هذه الكرات أم لم توجد ، ولا يعنينا لم تتحرك على هذا النحو ، وإنما الأمر الوحيد الذى يعنينا هو أن تخيل عملها معاً « يبقى على الظواهر » ؛ . وفى هذه النظرية تحقيق للأرصاد ، وبعث لها من جديد على أساس من علم الحركة .

فى هذه النظرية على جليل قدرها نقص لم يكن منه بد . لأن الأرصاد التى تهيأت ليودكسوس لم تكن كافية فى عددها ولا فى دقتها ، وكان تصوره لمقادير الأجرام السماوية وأبعادها غير ناضج ، فكان يرى مثلا — على ما رواه ارسترخس الساموسى (فى النصف الأول من القرن الثالث قبل الميلاد) — أن قطر الشمس تسعة أمثال قطر القمر .

وليودكسوس كتابان فى الفلك : المرآة Phainomena وهو وصف للسماء وكان مصدراً لقصيدة شهيرة فى الفلك نظمها أراتوس السولى (فى النصف الأول من القرن الثالث قبل الميلاد) [٦١] . وشرح أبرخس (فى النصف الثانى من القرن الثانى قبل الميلاد) فى شبابه كتاب يودكسوس Phainomena وقصيدة أراتوس . وهذا الشرح هو الوحيد من مؤلفات أبرخس الذى وصل إلينا كاملا . وقد صحح أبرخس بعضاً من أخطاء يودكسوس ، مثل اعتقاده أن القطب الشمالى يشغله نجم بعينه . فقد قال أبرخس إن القطب الشمالى خال ، وبالقرب منه ثلاثة أنجم (أ و ك من التنين و ب من الدب الأصغر) تكون مع نقطة القطب مربعاً .

وعن ديوجينس لارتيوس [٦٢] أن يودكسوس كتب كتابه Octaeteris حينما كان بمصر . وربما يشير هذا إلى ما هم به يودكسوس من تمحيص دورة

السنوات الثمان التى جاء بها كليوسترّاتوس (ص ٣٧٤ — ٣٧٦ جـ ١) أو تصحيحها ، ولكنا لا ندرى ما كنه هذا التصحيح .

هذه كلها أمور ثانوية ، فشهرة يودكسوس إنما تقوم على اختراعه نظرية الكرات المتحدة المركز والتوسع فيها . وبها يجب أن يعد مؤسس الفلك العلمى . وأحد عظماء الفلكيين فى جميع العصور .

أوهام أفلاطون وفيليب الأبوسى فى الفلك :

وإدخال الديانة النجمية فى العالم الغربى :

إن الانتقال من عقلية يودكسوس وجوها الصافى إلى أوهام أفلاطون العلوية يعد هبوطاً مزعجاً . يصر أفلاطون [٦٣] على أن كل كوكب يتحرك فى مسار واحد ، لا فى مسارات كثيرة ، وهو مسار دائرى ، وكل اختلاف عن ذلك لا يعدو أن يكون اختلافاً فى الظاهر ، وإننا لسنا محقين فى اعتبار أسرعها هو الأبطأ ، ولا فى العكس ، أى اعتبار أبطأها هو الأسرع . ويصر أيضاً [٦٤] على أنه لا يمكن فهم حركة السيارات إلا بالعقل والفكر لا بالرؤية ، أى إنه أدرك أن العالم كون منظم ، ولكن لا يمكن استنتاج ترتيبه ونظامه من الظواهر مباشرة [٦٥] . وقد برهن يودكسوس ذلك ، لأنه إذا كان للأجرام السماوية نظام مستقر فى مساراتها فإن هذا يدل على أن هذه الحركات مرتبة ترتيباً ربما لا يعرف الإنسان أسبابه ، ولا القواعد التى يسير عليها ، ولكنه يكون على يقين من أن هناك قواعد ، أى نواميس كونية .

والصلة بين يودكسوس وأفلاطون غير واضحة ، فالأول معاصر للثانى يصغره سنّاً ، وكان تلميذاً له مدة ما ، ثم تركه ، إما لأن أستاذه نبذه ، وإما لأنه هو ضاق ذرعاً بفلسفة أستاذه . ومن المؤكد أنه كان هناك تبادل نفوذ بين يودكسوس والأكاديمية ، ولم يرد فيما كتب أفلاطون فكر يودكسوس ، وأحسبهما لم يتفاهما ، كأنما كانا يتكلمان بلغتين مختلفتين .

ولقد بسطنا القول فى الفصل السابق فى آراء يودكسوس فى الفلك ، وبينا أنها

آراء علمية من الطبقة الأولى ، وأن طريقته ممتازة ، مع أن الأرصاد التى تهيأت له لم تكن كافية فى عددها ولا فى دقتها . أما آراء أفلاطون — كما هى فى تيماوس وفى فيدون والجمهورية والقوانين — فغير علمية ، فهو يقدر أشياء ولا يبرهن شيئاً . وكثيراً ما يكون فى عبارته مثل ما فى أقوال العرّافين من غموض وكانت معلوماته الفلكية من أصل فيثاغورى ، فكانت عتيقة لا تتمشى وآراء العصر الذى عاش فيه . لقد كانت دون معلومات يودكسوس . بل كانت دون معلومات الفيثاغوريين الأواخر مثل فيلولاوس وهيكتاس .

وإليك خلاصتها موجزة :

العالم كرى ، وتقع الأرض فى مركزه ، وهى كرية أيضاً وغير متحركة ، وتظل فى مركز العالم بسبب التماثل ، ويمر محور العالم ومحور الأرض بمركزها المشترك ، وتتم دورة الكرة الخارجية من العالم حول ذلك المحور بسرعة ثابتة فى ٢٤ ساعة ، كما يشاهد من حركة النجوم الثوابت . والشمس والقمر وسائر الكواكب تتحرك أيضاً بحركة الكرة الخارجية ، ولكن لكل منها حركة دائرية خاصة بها . وبناء على هذه الحركات المستقلة تكون المسارات الحقيقية للكواكب حلزونية فى منطقة البرج . وتتناقص السرعات الزاوية للكواكب بالترتيب الآتى : القمر والشمس والزهرة وعطارد ، وهى تتحرك مع الشمس والمريخ والمشترى وزحل . و يماثل هذا الترتيب ترتيب أبعادها عن الأرض ، وتستنتج الأبعاد من متواليتين هندسيتين ١ و ٢ و ٤ و ٨ ثم ١ و ٣ و ٩ و ١٢ ، وتكون الأبعاد كما يأتى : القمر ١ والشمس ٢ والزهرة ٣ وعطارد ٤ ثم المريخ ٨ والمشترى ٩ ثم زحل ١٢ .

وفى تيماوس إشارة [٦٦] إلى أن الزهرة وعطارد يدوران فى اتجاه الشمس [٦٧] وعرف أفلاطون زمن دورة كل من القمر والشمس والزهرة وعطارد (واعتقد أن أزمنة دورات كل من الثلاث الأخيرة مساوية ، وأنها سنة واحدة) [٦٨] . ولكنه لم يعرف أزمنة دورات الكواكب الأخرى ، وهو مع ذلك يتكلم عن السنة الكبيرة [٦٩] عندما تعود الدورات الثمان إلى نقطة ابتدائها (دورات الأجرام السبعة مضافاً

إليها دورة الكرة الخارجية) وتساوى هذه السنة الكبيرة ٣٦٠٠٠ سنة [٧٠] . فكيف قدرها . إنه لم يقس شيئاً ، بل أخذها عما تواتر عن البابليين (انظر ص ١٦٧ — ١٦٨ ج ١) .

وندع الأوهام الأخرى التى تربط الكواكب بالمجسمات المنتظمة أو بالنغمات الموسيقية ، أو توافق الأجرام السماوية . ومع ذلك فموسيقى السماوات التى أشار إليها تيماوس لا يمكن أن تسمعها آذان بشرية ، ويمكن أن تكون سببها السرعات النسبية للكواكب ، وهى مع ذلك لا توجد إلا فى روح العالم ، ولا نتوقع منى أن أفسر هذه المعميات .

يقول أرسطو إن أفلاطون كان يعتقد أن الأرض تدور حول محورها . ويقول ثيوفراستوس : إن أفلاطون « ندم فى شيخوخته على اعتباره الأرض مركزاً للعالم ، فهذا مقام لا ينبغى لها » . وقد سبب هذان القولان جدلا كثيراً . ولنا أن نردهما ، لأنهما يناقضان ما كتب أفلاطون نفسه ، وكله بين أيدينا . ويرجع التوفيق الذى لقيه فلك أفلاطون ولقيته رياضياته إلى سلسلة من سوء الفهم . فالفلاسفة اعتقدوا أنه حصل على نتائجه بعبقريته الرياضية ، والرياضيون لم يميلوا إلى البحث فى تلك النتائج لأنهم أرجعوها إلى عبقريته الميتافيزيقية . كان كلامه ألغازاً ، ولم يجرؤ أحد أن يجهر بأنه لا يفهمه ، خشية أن تعد بضاعته من الرياضة أو من الميتافيزيقا بضاعة مزجاة . فكأن كل إنسان قد خدع إما لجهله وغروره ، وإما لإذعانه لسيطرة البله. فجعل الإعجاب بأفلاطون مبنيًّا على سلسلة من الأباطيل .

الابنومس :

لا مفر من نظرة فى محاورة قصيرة من محاورات أفلاطون هى الابنومس أو Epinomis أو «مجلس الليل » أو « الفيلسوف» . وهى كما يفهم من اسمها الأول ذيل لكتاب القوانين [٧١] . ومجلس الليل الذى منه اسمها الثانى جماعة سرية من المفتشين عملهم الإشراف على تنفيذ القوانين . ويمكن وصف الابنومس بأنها بحث فى

تربية أعضاء هذا المجلس . ولما كان هذا الغرض لم يذكر إلا فى الفقرتين الأولى والأخيرة فلا يبعد أن ينساه القارئ . ويروى ديوجينس اللائرسى وسويداس أن فيليب الأوبوسى — أحد تلاميذ أفلاطون — هو الذى كتب الإبنومس أو هو الذى نشرها بعد موت مؤلفها (٧٢) . وكان فيليب يكتب لأفلاطون فى شيخوخته ، وهو الذى أعد للنشر القوانين ، وجعلها اثنى عشر كتاباً ، وذيلها بالابنومس . وإليه تعزى كتب عدة فى الرياضيات (مثل الأعداد المضلعة والأوساط) وفى الفلك (فى أبعاد الكواكب)ثم parapegma وهى جداول فلكية أو تقويم، وفى البصريات ، وعلم الأرصاد الجوية ، والأخلاق . فهل هو مؤلف الابنومس ، أو هل اقتصر عمله فيها على إعدادها للنشر ؟ . وإذا كان هو معدها للنشر ، فما مدى هذا الإعداد . أسئلة لاسبيل إلى الإجابة عنها . فلنقبلها بحالتها التى هى عليها (وليس فى نصها ما يكشف عن مؤلفها أو معدها للنشر) . فهى أفلاطونية فى قالبها ومحتوياتها ، وإن كانت أكثر فيثاغورية من سائر كتب أفلاطون . والفلك فى الابنومس هو الفلك فى تيماوس ، إلا أن النغمة الفيثاغورية فيه أقوى فيما يتعلق بميتافيزيقا الفلك لا فيما يتعلق بالفلك الصريح .

والمقصد الأكبر من الابنومس هو توكيد أهمية الفلك فى الوصول إلى الحكمة الحقة . والابنومس — كما قال فرانز كومونت ، وهو من الراسخين فى تاريخ الديانات القديمة — هو أول إنجيل علم الإغريق الديانة النجمية ، ديانة آسيا (٧٣) التى نشأت فى بابل حيث كان الكهنة فلكيين ، وحيث السماء الصافية تحث على الرصد الفلكى . وفى أول عهد للدولة الأخمينية (كورش الأكبر حكم من سنة ٥٥٩ إلى سنة ٥٢٩) وكانت بابل داخلة فى أملاكها ، نشر هذه الديانة المجوس وهم من الفرس . والكلدان وهم الكهنة من أهل بابل ، وعن الفرس والكلدان أخذها العالم الإغريقى ، والابنومس أول إنجيل فيها باللغة الإغريقية .

وأساليب الابنومس وطرق الاستدلال فيها بعيدة عن أن تكون واضحة . ولكننا نورد فيما يلى بعض الآراء البارزة فيها : للعدد أهمية بالغة ، وأبلغ ما تكون فى الحركات المنتظمة للأجرام السماوية من نجوم وشمس وقمر وكواكب .

والمجسمات المنتظمة الخمسة أعدال العناصر الخمسة ، والعنصر الخامس هو الأثير [٧٤] . والروح أقدم من الجسد وأكثر منه قدسية . والنظام عدل العقل ، والفوضى عدل اللاعقل . والنظام الأعظم للحركات السماوية يمثل العقل الأسمى . وفى السماء قوى ثمان (الكواكب السبعة والكرة الثامنة) وهى متساوية القدسية والكواكب أرباب لا محالة ، عرف هذا المصريون والسريان (يعنى البابليين) من آلاف السنين . وعلينا أن نتقبل معلوماتهم ودياناتهم بعد تهذيبها ، فهذا ديدن الإغريق ، يهذبون كل ما يأخذونه عن غيرهم . ومع الإبقاء على مايليق بالأرباب الأقدمين من الحرمة ، تمشياً مع التقاليد وجلالها ، ويجب أن تكون عبادة الأجرام السماوية ، وهى الأرباب المرئية ، دين الدولة ، وهذا الدين يمد الإغريق بفكرة الوحدانية ، فضلاعن إمدادهم برابطة شاملة غير مادية . وليلاحظ أن كثيراً من الأوهام المتعلقة بعلم النجوم وردت فى غير الابنومس من مؤلفات أفلاطون . فقد وردت فى فيدون وتيماوس والقوانين . فالجديد فى الابنومس هذه اللهجة الدينية ، هذا التعادل بين الفلك والإيمان ، هذه الدعوة إلى أن يكون دين الدولة نجمياً .

وهدف الحكمة هو تأمل الأبعاد ولا سيما الأعداد السماوية . وأجمل الأشياء تلك التى تتكشف لعقولنا عن طريق نفوسنا والنفس الكلية والنظام العلوى والانتظام السماوى [٧٥] ، ويجب أن تدخل عقيدة النجوم فى القوانين .

وليس الفلك هو ذروة المعرفة العلمية فحسب ، وإنما هو الدين الذى يرتضيه العقل . ويجب أن يربى أعضاء مجلس الليل تربية رياضية تؤدى بهم إلى الفلك والدين . أما أعلى الحكام فى المدينة فالأولى أن يكونوا رجال فلك ، أى رجال دين لا فلاسفة .

وفى الابنومس كثير من الأقوال بعيدة المسافة من العقل (على أنها تخطر فى حالة أعلى المعقولات) ، وهى من الكثرة بحيث تجعل البحث فيها طويلا لا طائل تحته . ومع ذلك فهناك نقطة واحدة أميل إلى أن أعرج عليها ، لأنها حيرتنى أكثر من غيرها . ذلك أن المؤلف ينحى باللائمة على أولئك الحمقى الذين

يربطون بين الابتكار (الحرية) والعقل[٧٦] ، على حين أن قوام العقل النظام المتكرر ، وحركات الكواكب الدقيقة الأبدية تنبئ عما فيها من العقل الإلهى السامى . ونحن نسلم مع أفلاطون بأن حركة الكواكب تدل على وجود الله ، ولكنا لا نسلم معه بأن الكواكب فى ذاتها آلهة. ولنفكر فى تلك القضية الشائعة وهى الخاصة بالساعة . وهى أن الساعة تركيب وانتظام حركتها دليل على وجود صانعها ، ولم يقل أحد بأن صانعها فيها ، أو أنها هى نفسها الصانع . ولكن الكواكب فى هذا الدين النجمى الجديد ليست مجرد دليل على وجود الله ، بل هى نفسها آلهة ، وكل منها ينظم حركته بعقل إلهى ، ويكررها إلى الأبد . وفى هذا دليل على حكمته الإلهية . فهل لهذا معنى ؟ لكن الأكاديمية قبلت هذه الحجة ، كما تقبلها الرواقيون . وأفاض شيشرون فى بسطها بوضوح كثير[٧٧] . وربما كان هذا الاضطراب قد نشأ عن التعميم الخاطئ . فنفس كل حيوان أو عقل مستقر فيه . وإذا قررنا أن للحيوان عقلا أو أنه كائن ذكى ، فالدليل على ذكائه لا يكون فى انتظام حركاته ودقتها ، بل يكون فى اختلافها وعدم انتظامها .

ومما له دلالته أن يكون الابنومس ، وهو أول إنجيل للدين النجمى ، خلواً من التنجيم بالمعنى المألوف عند العامة . نعم إن فيه إشارة عابرة[٧٨] إلى ما فى الولادة من سر إلهى . لكنها إشارة غير واضحة ، ولا تدل على أن المؤلف قبل ما هو مسلم به أصلا فى النجامة . وهو أن حظ الإنسان يتعين بوقت وضعه (أو الحبل به) ويمكن استنتاجه من حساب طالعه[٧٩] . مع أن التنجيم فى الأمور القضائية ، أو الدنيوية إن شئت ، كان معروفاً فى بابل من أقدم العصور . أما الإغريق فلم يكن لهم مندوحة عن التنجيم بعد أن عنوا بالفلك والعرافة .

وإذا اعتقدنا أن النجوم والكواكب آلهة ، وأن ثمت صلة بينها وبيننا ، فلا مفر من الإيمان بأنها تتحكم فى مصيرنا . ورؤيتنا إياها تكفى فى إثبات هذه الصلة بينها وبيننا ، لأن الرؤية تتضمن أن شيئاً ما ينتقل إلينا[٨٠] . والتنجيم لا يكون إلا بعد التسليم بأمور كالتى ذكرت آنفاً ، وبعد أن تتوطد الطوالع « العلمية » بقبول سلسلة من الأمور التى جرى بها العرف[٨١] .

آل الأمر إلى أن صارت الديانة النجمية التى جاء بها الابنومس هى الديانة العليا للعالم الوثنى من إغريق ولاتين . لقدظلت الآلهة القديمة تعبد ، وظل الشعراء والفنانون يشيدون بذكر الأساطير القديمة . أما رجال الفكر فلم يعودوا يسلمون بها إلا مجاراة للتقاليد ، وفى شىء من التردد والشك . وعبادة النجوم معقولة إذا قيست بما فى الأساطير الدينية من سذاجة وانحطاط فى المستوى الخلقى . ولقد هيأت الأفكار الابنومسية ، فضلا عن الفيثاغورية والأفلاطونية ، أساساً فلسفياً بنيت عليه الديانة بناء متيناً . حتى إن جل الصفوة الممتازة من رجال الفكر قبلوها على أنها نوع من العلم . وأثر ذلك « العلم الوثنى » فى أفضل مفكرى الإمبراطورية الرومانية كان بالغاً . حتى إن المسيحية نفسها لم تستطع أن تمحوه ، ولا يزال شىء من أثر هذه الديانة باقياً إلى يومنا هذا ، مظهره أمر من أقدم الأمور ذيوعاً فى الناس ، لاتصاله بأوقات عملهم وراحتهم . ألا وهو الأسبوع ، فعدد أيام الأسبوع من أصل نجمى . وأسماء الأيام فى أكثر اللغات الأوربية أسماء كواكب[٨٢] .

هوامش الفصل السابع عشر

(١) Plato, Republic, 525-D; Paul Shorey's translation in the Loeb Classical Library

(٢) راجع البحث فى هذا الموضوع فى كتاب Greek mathematics (1, 287-88, 1921)

(٣) نقلا عن بلوتارخ ، وهو يبحث فى هذه العبارة فى كتابه Quaestiones convivales, lib VIII, 2 : Pos Platon elege ton theon aei geometrein .

(٤) للوقوف على تاريخ هذه العبارة عند البيزنطيين والعرب ، انظر « المقدمة ج ٣ — فى الصفحة المقابلة للصفحة ١٠١٩ » .

(٥) Heath, History of Greek mathematics (Oxford,) Vol. 1,p. 288 Mathematics in Aristotle (Oxford : Clarendon Press, 1949) [Isis 41, 329 (1950)].

(٦) Timaios, 35 - 36

(٧) Henri Irenee Marrou, Saint Augustin et la fin de la culture antique (Paris : Boccard, 1938) [Isis 41, 202 - 204)1950)], chiefly pp. 211 - 275.

ويؤخذ من قطعة فى رسالة من رسائل أرخيتاس التارينتوى (فى النصف الأول من القرن الرابع قبل الميلاد) الضائعة أوردناها بيد أن الرياضيات الفيثاغورية كانت أربع شعب : الحساب والهندسة والفلك والموسيقى . وهذه هى شعب الرباعية .

(٨) هذا مصطلح يونانى ، وقد استعمله ديونيسيوس الهاليكارناسوسى فى النصف الثانى من القرن الأول قبل الميلاد) وبلوتارخ (فى النصف الثانى من القرن الأول) وغيرهما .

(٩) نقول المرحلة العليا من التعليم العام ، أما فى القرون الوسطى فكان التعليم العام كله إعدادا للدراسات المهنية كالطب والقانون ، أو إعداداً لأعلى الدراسات أى الفلسفة والدين .

(١٠) Timaios, 55 - 56

(١١) Timaios, 80c. Introduction, vol. 3, p. 148. Paul Friedlander, Structure and destruction of the atom according to Plato's Timaeus (University of California publications in philosophy 16, 4 fig.; 1949). pp. 225 - 248 [Isis 41, 58 (1950)].

(١٢) Republic, VIII, 546 B - D

(١٣) Statesman, 270. James Adam, The Republic of Plato (Cambridge, 1902), vol. 2, pp. 201 - 209, 264 - 312. For the geometric number see also Introduction, vol. 1, p. 115; Heath, History of Greek mathematics, vol. 1, pp. 305-308.

(١٤) فى زمن أفلاطون كانت السنة ذات ٣٦٠ يوماً مهجورة تماما .

(١٥) H. V. Hilprecht, Mathematical, metrological and chronological tablets from the temple library of Nippur)Philadelphia, 1906), p. 31.

(١٦) كان أفلاطون من الصفاقة بحيث يفرق بين المعرفة الحقة) المستمدة من المثل) وبين الآراء (أو مانسميه الآن المعرفة المستمدة من العلم) على حين أن التفرقة الصحيحة يجب أن تكون بين المعرفة المعقولة التى يمكن إقامة البرهان عليها وبين المعرفة المزيفة (السحر والهواء) فالعدد الهندسى الذى حسب كثير من حمق الأفلاطونيين الوصول إليه منتهى الحكمة إنما هو خلو من المعنى عديم القيمة .

(١٧) Julian Lowell Coolidge, The mathematics of great amateurs (Oxford : Clarendon Press, 1949) [Isis 41, 234-236 (1950)].
والفصل الأول من هذا الكتاب البهيج خاص بافلاطون .

(١٨) G. Friedlein, Procli in primum Euclidis elementorum commentarii (Greek text; Leipzig, 1873), p. 66, lines 8-14; Heath, History of Greek mathematics, vol. 1, p. 308.

(١٩) تربسيون الميجارى أحد أصحاب سقراط الذين شهدوا موته .

(٢٠) Jowett, vol. 4, p. 195; Theaitetos, 143

(٢١) التبويب الوعيب للكميات الصم الوارد فى الكتاب العاشر من إقليدس ، الذى وضع تياتيتوس أساسه ، صعب ، وقدصار على دقته مهجوراً . ويرى يوديموس (فى النصف الثانى من القرن الرابع قبل الميلاد) أن تياتيتوس قد ربط بين هذه الأنواع الثلاثة الخاصة بالكميات الصم وهى المتوسط وذو الحدين ، و Apotome وبين الأوساط العددى والهندسى والتوافق على الولاء . ولما كنت غير ميال إلى استعمال مصطلحات غير محددة فسأذكر هنا تعريف كل من هذه الأنواع الثلاثة للكميات الصم (من بين تعاريف متعددة) طبقاً لما ورد فى الكتاب العاشر من إقليدس : نظرية ٢١ : المستطيل الذى بعداه مستقيمان مقيسان فى مربع فقط مستطيل أصم ، وضلع المربع المساوى له مستقيم أصم ، ولنسمه أصم متوسطاً . نظرية ٣٦ : إذا أضيف مستقيمان مقيسان فى مربع فقط كان الناتج مستقيما أصم . ولنسمه أصم ذا حدين . نظرية ٧٣ ، إذا طرح من مستقيم مستقيم آخر يقامس معه فى مربع فقط كان الباقى مستقيما أصم ، ولنسمه Apotomeمثل جزئى القسمة الذهبية (الكتاب ١٣ نظرية ٦ من أصول إقليدس) .

(٢٢) For Discussion see Heath, History of Greek mathematics, vol. 1,pp. 209-212; Euclid (Cambridge, ed. 2, 1926), vol. 3.

ولبابوس (فى النصف الثانى من القرن الثالث) شرح على الكتاب العاشر من الأصول ، وصل إلينا من طريق ترجمة عربية لأبى عثمان الدمشقى (فى النصف الأول من القرن العاشر) وقد نشر النص العربى وترجمه وليم طومسون (كمبردج ١٩٣٠) (إيزيس ١٦ : ١٣٢ — ١٣٦ : ١٩٣١) وقد أضاف جوستاف يونج إلى هذا الكتاب تاريخاً بالألمانية لنظرية الكميات الصم .

(٢٣) قال بذلك سوداس (فى النصف الثانى من القرن العاشر) وهو من المتأخرين ولكن الرواية مقبولة .

(٢٤) الأصول : الكتاب ١٣ نظرية ١٨ .

(٢٥) Caston Darboux, Eloges academiques (Paris, 1912), p. 33.

ويؤدى توسع آخر فى المجسمات المنتظمة إلى إدراك ما يسمى مجسمات أرخميدس ، وهى ١٣ ولكل زوايا مجسمة متساوية والأوجه مضلعات منتظمة ، وليست كلها من نوع واحد .

(٢٦) G. Friedlein,Procli in primum Euclidis elementorum commentarii(Leipzig, 1873), pp. 66, 211. Ver Eecke, Commentaires de Proclus sur le premier livre d'Euclide (Bruges : Desclée De Brouwer, 1948).

(٢٧) Archytas fragments in Diels, Vorsokratiker, vol. 14, pp. 330-331; English translation by Heath, History of Greek mathematics, vol. 1, p. 11.

(٢٨) ديوان هوراس ١ – ٢٨ .

(٢٩) Aristotle, Politics, 1340 B; Jowett's translation in the Oxford English Aristotle

وردت هذه الفقرة فى بحث فى تعليم الأطفال الموسيقى . ولا سبيل إلى القطع بأن أرخيتاس الذى يشير إليه أرسطو هو أرخيتاس التارنتوى . وهذا الاسم شائع .

(٣٠) عبارة تنقصها الرؤية وردت فى مقدمتى فى المجلد الأول ص ١١٦ .

(٣١) أعطى النسب العددية التى تمثل المسافات الموسيقية للوتر الرباعى على سلالم ثلاثة : أنظر . Heath, History of Greek Mathematics, vol. anharmonic, diatonic, chromatic 1, p. 214.

(٣٢) تضعيف المكعب الذى ذكر من قبل ، ولكى نفهم كشفه لهذا الحل الخارق للعادة يجب أن نفكر فيه بطريقة ملموسة للغاية أو على نمط ميكانيكى .

(٣٣) فرض أن أوج نشاطه كان حوالى سنة ٣٦٧ ، ويؤخر هذا التاريخ عشر سنوات جورج د . سانتلانا فى كتابه « يودكسوس وأفلاطون : بحث فى التأريخ » (إيزيس ٣٢ ، ٢٤٨ – ٢٦٢ (١٩٤٠ – ٤٩) والطالب الذى لا يتهيأ له الوصول إلى ديوجينس اللائرسى (٨ ، ٨٦ – ٩١) يجد النص المتعلق بهذا الموضوع فى كتاب سانتلانا ص ٢٥١ .

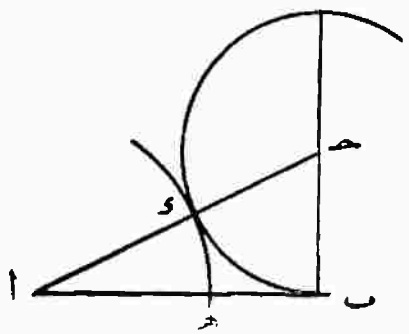
(٣٤) اجيسيلاوس ملك إسبرطة (٣٨٩ – ٣٦١) وصديق كسينوفون . ونقتانابيس (نخت – حار – حبى) أول ملوك الأسرة السمنودية (حوالى ٣٧٨ – ٣٥٠) وهى إحدى الأسر المصرية التى وفقت لأن ترد إلى البلاد استقلالها بعد الفتح الفارسى ، فى سنة ٥٢٥ ، وقبل فتح الإسكندر سنة ٣٣٣ . وحكم نختانابيس من حوالى سنة ٣٧٨ إلى حوالى سنة ٣٦٤ . ومن هذه الحقائق مجتمعة نستخلص أن يودكسوس ذهب إلى مصر فيما بين سنة ٣٧٨ وسنة ٣٦٤ ، ولم يلبث فيها سوى ١٦ شهراً .

(٣٥) ماوسولوس ملك كاريا من سنة ٣٧٧ إلى سنة ٣٥٣ .

(٣٦) قطر المربع مستقيم أصم ، وقطر مربع طول ضلعه ١ عدد أصم هو $\sqrt{٢}$.

(٣٧) Friedlein's edition, p. 67, 6

(٣٨) إقليدس ٢ – ١١ و ٦ – ٦ – ٣٠ . ولإنعاش ذاكرة القارئ أعرض المسألة كما بسطها إقليدس (٢ – ١١) : تقسيم مستقيم إلى جزئين بحيث يكون المستطيل المكون من المستقيم وأحد الجزئين مساوياً لمربع الجزء الآخر أو بعبارة جبرية : لدينا مستقيم طوله ل يراد تقسيمه إلى جزئين س ل–س بحيث يكون $\frac{\text{ل}}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{\text{ل}-\text{س}}$



والحل سهل (شكل ٨٥) فالمستقيم أ ب = ل . ارسم عموداً عليه من ب طوله ل ، وارسم الدائرة ج التى قطرها = أ ب . صل أ ج فيقطع المحيط فى د . فالدائرة التى نصف قطرها أ د

تقطع أ ب فى ه وتقسم المستقيم أ ب قسمة ذات وسط وطرفين . والإثبات من السهولة بحيث لا نحتاج إلى ذكره .

(٣٩) ج . سارتون : سؤال رقم ١٣٠ : متى بدأ المصطلح « القسمة الذهبية » أو ما يرادفه فى اللغات الأخرى . إيزيس ٤٢ ، ٤٧ (١٩٥١).

(٤٠) انظر قاعدة التماثل وتطبيقها فى العلوم والفنون لسارتون . فهناك بحث عام فى الموضوع . إيزيس ٤ ، ٣٢ — ٣٨ (١٩٢١) .

(٤١) إقليدس ١٢ — ٢ .

(٤٢) إقليدس ١٢ — ١ .

(٤٣) يقول أرخيدس فى كتابه « الطريقة » (وهو كتاب لم يعثر عليه إلا سنة ١٩٠٦ ، عثر عليه هيبرج) : أن نقوم بالإثبات إذا حصلنا على بعض المعلومات بواسطة هذه الطريقة أيسر بالطبع من أن يقوم بالإثبات دون أن يكون لدينا معلومات ما . ولذا يجب أن نجعل نصيب ديموكريتوس من الفضل غير قليل فى هاتين النظريتين اللتين كان يودكسوس أول من جاء ببرهانهما . فديموكريتوس أول من قررهما ، وإن لم يأت بالبرهان عليهما . والنظريتان هما : حجم الهرم = المنشور المشترك معه فى القاعدة والارتفاع وحجم المخروط = حجم الأسطوانة المشتركة معه فى القاعدة والارتفاع .

Translated by T. L. Heath, The method of Archimedes, 152 pp.; Cambridge, 1912, p. 13.

(٤٤) المجسطى — السابع ١ — ٢ .

(٤٥) من المزعج أن يكون تحديد بطلميوس للاعتدالين أردأ من تحديد أبرخس بمقدار ٢٦٪ مع أن الأساس الذى بنى عليه كان أطول من أساس ابرخس بثلاثة قرون ، لكن أبرخس راصد مدهش فى وقته ، أما بطلميوس فراصد جد ضعيف . وأسوأ من ذلك أن جداول النجوم فى المجسطى لم تبن على أرصاد جديدة بل أخذت من جداول أبرخس وزيدت خطوط الطول بمقدار ثابت . وبسبب خطأ بطلميوس فى تقدير التبكير تبين أن الزمن الحقيقى لجداوله هو سنة ٥٨ على حين أن أرصاده كانت فى المدة من سنة ١٢٧ إلى سنة ١٥١ .

Christian H. F. Peters and Edward Ball Knobel, Ptolemy's Catalouge of stars (Washington, 1915) (Isis 2, 401 (1914-19)).

(٤٦) Almagest, IX, 7; XI,7; Heiberg's edition, vol. part 2, pp. 267, 419; Halma's edition, vol. 2, pp. 171, 170, 288.

(٤٧) ينصر بول شنابل هذا الرأى فى كتابه :

"Kidenas, Hipparch und die Entdeckung der Prazession," Z. Assyriologie 3, 1-60 (1926) (Isis 10, 107 (1928)).

أما عن كدنو (أو كدناس) فارجع إلى :

Wilhelm Kroll, Catalogus codicum astrologorum graecorum, vol. 5, part 2, p. 128; Joseph Heeg, Ibid., vol. 8, part 2, pp. 125-134; W. Kroll, Pauly-Wissowa, vol. 21 (1921), p. 379.

وطبقاً لما جاء فى هذه المقالة يكون كدناس — وقد بلغ مكانته فى القرن الثانى قبل الميلاد على الأكثر قد كشف أن ٢٥١ شهرا قمريا عاديا = ٢٦٩ شهرا قمريا فلكيا . وفى المتحف البريطانى

ألواح فيها جداول قمرية مكتوبة بالخط المسمارى فى ٢٢ ديسمبر سنة ١٠٣ ق . م . أى بعد كدناس . ويستنتج كرول أن كدناس ربما كان أحد علماء الفلك الكلدانيين الذين يشير إليهم بطلميوس . لكن إذا صح هذا يستلزم أن كدناس لم يعش إلا إلى سنة ٢٤٤ ق . م . وإذن يكون كدناس الذى كشف التبكير فى سنة ٣٧٩ رجلا آخر .

(٤٨) J. K. Fotheringham, "The indebtness of Greek to Chaldaean astronomy," The Observatory 51, No. 653 (1928); reprinted in Quellen und Studien (B) 2, 28-44 (1932). A. T. Olmstead, History of the Persian empire (Chicago : University of Chicago Press, 1948), p. 453-457. Otto Neugebauer, "The alleged Babylonian Discovery of the precession," J. Am. Oriental Soc. 70, 1-8 (1950).

(٤٩) المجسطى ٨ : ١٢ — ٢ .

(٥٠) إن أردت المزيد من تاريخ التذبذب فارجع إلى كتابى :
Introduction, passim; Summaries in vol. 2, pp. 18, 295, 749, 758; vol. 5, p. 1846.

(٥١) الزمن الحقيقى لجداول بطلميوس هو ٥٨ ميلادية ؛ Isis 2, 401 (1914-19) وارجع إلى رقم ٤٥ من هذه التعليقات .

(٥٢) القيمة الصحيحة للتبكير هى زهاء ٥٠٫٢٦ فى السنة ، وتصل فى مدى قرن إلى ٥٠٢٦ = ٨٤ = ٢٤ ١ ، وتصل فى مدى ١٥ قرناً إلى ٢١ .

(٥٣) ربما يعترض على هذا بأنه ما دام التبكير لم يفسر (كما فسره نيوتن) فلا يمكن للإنسان أن يتحقق من استمراره غير المحدد فى نفس الاتجاه ، وربما يتراكم مثلا إلى ٨° أو ٨٠° أو ١٥٠° ، ومن الجائز بعد ذلك أن يقف أو يغير اتجاهه .

(٥٤) فى اتجاه ضد عقرب الساعة للراصد فوق القطب الشمالى .

(٥٥) Phaidon, 61 D

(٥٦) كركيسورا على الشاطىء الغربى للنيل عند ما يتفرع ثلاثة أفرع كبرى : الشرق أو البلوزى والأوسط والغربى أو الكانوبى .

(٥٧) نشر فردريش جزنجر ما وصل إلينا من نتف من كتاب يودكسوس وأوضحها فى :
Die Erdbeschreibung des Eudoxos von Kindos (Stoicheia 6, 142 pp.; Leipzig, 1921)
ولمعرفة المصادر الشرقية التى استمد منها يودكسوس ، انظر :
J. Bidez, Eos Brussels : Hayez 1945), pp. 24-37 (Isis 37, 185 (1947))

(٥٨) النص فى :
Catalogus codicum astrologorum graecorum, vol. 7 (1908), pp. 183-187;
وانظر أيضاً المجلد ٨ الجزء الثالث ص ٩٥ .

(٥٩) نعرف هذه النظرية ونسبتها إلى يودكسوس من كتاب ما وراء الطبيعة لأرسطو (١٠٧٣ ب ١٧—١٠٧٤ أ—١٥ كسوس) ومن شرح سمبلكيوس (فى النصف الأول من القرن السادس) على De Caelo

(٦٠) إيضاح المسار الظاهرى للنجوم الثوابت يحتاج فيه إلى كرة واحدة ، وإيضاح كل من مسارى الشمس والقمر يحتاج فيه إلى ثلاث كرات ، وإيضاح مسار كل من السيارات الخمسة يحتاج فيه إلى أربع كرات . فالمجموع ٢٧ كرة .

(٦١) ال Phainomena أقدم رسالة موجودة فى الفلك عند الإغريق ، حفظها لنا أراتوس ، وبعضها مأخوذ عن ديموكريتوس وعن الفلكيين البابليين مباشرة أو بالواسطة .

(٦٢) Diogenes Laertios, VIII, 87

(٦٣) القوانين : ٧ – ٨٢٢ .

(٦٤) الجمهورية : ٧ – ٥٢٩ .

(٦٥) عن سوسيجنس (فلكي يوليوس قيصر) أن يودمس الرودسي (في النصف الثاني من القرن الرابع قبل الميلاد) يذهب إلى أن أفلاطون طالب الفلكيين بحل مسألة هي : أي الحركات المنتظمة المرتبة يمكن أن تكون تعليلا للحركات الظاهرية للكواكب :

(Simplicios on De caelo, 448, 20-31 in Heiberg's edition).

وقد حل يودكسوس المسألة . ولعل الأرجح أن يكون يودكسوس هو الذي وضع المسألة لا أفلاطون .

(٦٦) تيماوس : ٣٨ د .

(٦٧) يمكن أن يكون هذا هو الذي أوحى إلى هيراقليدس البنطسي (في النصف الثاني من القرن الرابع قبل الميلاد) ما رآه من أن الزهرة وعطارد يدوران حول الشمس .

(٦٨) المدد الصحيحة بالنسبة لزمن دورة الأرض (أي زمن دورة الشمس إذا اعتبرت الأرض مركزاً للعالم) هي : عطارد ٠,٢٤ والزهرة ٠,٦٢ والأرض (الشمس) ١ والمريخ ١,٨٨ والمشتري ١١,٨٦ .

(٦٩) تيماوس ٣٩ .

(٧٠) ٣٦٠٠٠ سنة هي أيضاً زمن الدورة الكاملة للتكبير على رأي بطلميوس (وهو خطأ) الذي يوجبه يصل بالتبكير إلى ١° في قرن (المجسطي ٧ – ٢) وهذا اتفاق غريب لأن أفلاطون لم يكن له علم بالتبكير ، و ٣٦٠٠٠ هو عامل للعدد الهندسي .

(٧١) القوانين : ١٢ : ٩٦٦ – ٩٦٧ . والمتكلمون في الحالتين هم ميجلوس الأسبرطي ، وكلنياس الكريتي ، وغريب أثيني هو الذي تولى الكلام كله تقريباً . وكانت المحاورة في كريت ، وبدأوها في اليوم السابق (القوانين ١ – ٦٢٥) بينما كانوا سائرين من كنوسوس إلى معبد زيوس تحت جبل ايدا في وسط الجزيرة .

(٧٢) من المحتمل أن تكون اوبوس هي المكان المعروف بهذا الاسم في لوكريس أو بنتيا على الخليج اليوبوي . ويزعم بعضهم أن فيليب الأوبوسي هو فيليب المندي ، ومندي على الشاطىء الغربي من الخليج الترمائي في مقدونيا . ومن الجائز أن يكون مولده في مندي ، ثم هاجر إلى أوبوس وإلى أثينا . وهذا نقلا عن مقال وعيب في Pauly-Wissowa المجلد ٣٨ (١٩٣٨) الصفحات ٢٣٥١ – ٢٣٦٦ .

(٧٣) عن كتاب فرانز كومونت (١٨٦٨ – ١٩٤٧) « علم النجوم والديانة عند الإغريق والرومان » (نيويورك ١٩١٢) ص ٥١ . وقد نشر بالفرنسية بعد وفاة المؤلف ، وأدخلت فيه زيادات كثيرة ونشر باسم Lux perpetua

(٧٤) في تيماوس جعل المجلد الخامس معادلا للعالم كله ، أما في الابنوميس فقد ذكرت العناصر أول مرة بهذا الترتيب : النار فالماء فالهواء فالأرض فالأثير ، ثم ذكرت مرة أخرى بترتيب هو أقرب إلى المنطق ، كأنه انتقال من الروحية إلى المادية ، هو : النار فالأثير فالهواء فالماء فالأرض (٩٨١ – ٩٨٤) . ومن الغريب أن يعطى الأثير المحل الثاني لا المحل الأول .

(٧٥) لا يسع الإنسان إلا أن يذكر قول كانت : « النجوم في السماء والقانون الأخلاقي في الإنسان أمران يملآن الضمير الإنساني عجباً ورهبة لا حد لهما » .

"Critique of practical reason (Riga., 1788) (Isis 6, 479 (1924)).

إلا أن قول فيلسوف صوفى بحكم العقل مثل كانت لأفعل فى النفس من قول مؤلف الابنومس بعيد المسافة من العقل.

(٧٦) ابنومس : ٩٨٢ .

(٧٧) من المحاورة natura deorum (٢ — ١٦) تأليف شيشرون . وفيها يقول على لسان جايوس أوليوس كوتا الأكاديمى (وقد جعل شيشرون المحاورة فى بيت جايوس هذا حوالى سنة ٧٧ ق . م . أما المحاورة فكتبت حوالى سنة ٤٥ ق . م .) يقول : من الجائز أن يكون للنجوم عقل يفوت سائر العقول ، ذلك أنها مستقرة فى الإقليم الأثيرى من العالم ، وأنها تتغذى بأبخرة الأرض والبحر الرطبة التى يلطفها اختراقها الفضاء الواسع الممتد بين النجوم من ناحية والأرض والبحر من ناحية . ثم إن يقظة النجوم وعقلها ثابتان ثبوتاً غاية فى الوضوح بما فيها من ترتيب ونظام ، فالحركة المنتظمة المتزنة مستحيلة بغير تدبير خال من أى أثر للتغيرات الطارئة . وترتيب الصور النجمية ، ونظامها المطرد لا يمكن أن يكونا من فعل الطبيعة فبلغها من العقل يأبى ذلك ، ولا من فعل المصادفة ، فالمصادفة من دأبها التغير والنفور من النظام المطرد . إذن فالنجوم إنما تتحرك بمحض إرادتها ، وبما فيها من عقل وقدسية إلهية . نقلا عن ترجمة H. Rackam فى Loeb Classical Library

(٧٨) ابنومس : نهاية ٩٧٧ .

(٧٩) إن كلمة طالع وأضرابها كلمات صيغت فى أزمنة متأخرة جداً . استعملها مانيليوس (فى النصف الأول من القرن الأول) وسكتوس امبريكوس (فى النصف الثانى من القرن الثانى) وكلمنت السكندرى (حوالى ١٥٠ — ٢٢٠) ولم أعثر عليها قبل ذلك .

(٨٠) ثبت انتقال القوة النجمية إلى الأرض بتجربة هائلة أجريت فى مدينة شيكاجو فى ٢٧ مايو سنة ١٩٣٣ ، فقد أضيء « معرض التقدم فى مدى قرن » بضوء انبعث من السماك الرامح قبل أربعين سنة ، أى أيام إقامة « معرض كولومبيا العالمى » ، وكان التقاط ضوء السماك الرامح بمقربات فى مرصد تركز فى خليج وايم فى وسكونسن ، ثم يركز فى أنابيب تصوير كهربائية ، ثم قوى التيار الناتج كثيراً ووجه إلى شيكاجو .(Science News Letter, 23, 307, 1933)

(٨١) التاريخ القديم لذلك غامض . ويودكسوس الكنيدوسى يجهر بوجوب تكذيب الكلدانيين الذين كانوا يتنبأون بحياة الإنسان ويستخرجونها من تاريخ ميلاده (عن شيشرون فى De divinatione الثانى ٤٢ و ٨٧) ولكننا لا نستطيع أن نستخلص من ذلك أن القواعد الكلدانية كانت قد تأغرقت إذ ذاك . ويقال لهبارخوس الرودسى (فى النصف الثانى من القرن الثانى قبل الميلاد) رد النجامة ولم يقبلها ، ولنا أن نفترض أن معاصره ابرخس (فى النصف الثانى من القرن الثانى قبل الميلاد) حذا حذوه . فمن ذا الذى اخترع قواعد الطوالع ؟ إن أقدم كتاب موجود فى علم النجوم هو Tetrabiblos المنسوب إلى بطلميوس (فى النصف الأول من القرن الثانى) ولا يزال المنجمون فى عصرنا هذا يستعملونه . (Isis, 35, 181 (1944)

(٨٢) مقال فى منشأ دور الأيام السبعة وتطورها ، كتبه Francis Henry Colson (133 pp.; Cambridge, 1926)

وقد ذاع دور الأيام السبعة بطريقة غير رسمية فى الإمبراطورية الرومانية قبيل الميلاد ، وذيوعه بعد ذلك شيئاً فشيئاً فى سائر أنحاء العالم بعد—بعد نظام الكسور العشرية— حالة من أروع حالات التقاء الثقافات ، لم يدبره أحد ، بل وقع وكفى . راجع أيضاً كتاب « أصل الأسبوع الكوكبى » أو « الأسبوع الكوكبى فى المؤلفات العبرية » تأليف Solomon Gandz (1949). (Proc. Am. Acad. Jewish Research 18, 213-254)