

المقدمة

يبحث هذا الكتاب في أسس التفاضل والتكامل التي تعد من أهم فروع علم الرياضيات العالمية المعاصرة.

ويستخدم التفاضل والتكامل مجموعة مصطلحات خاصة عند حل مسائلها المختلفة ولذلك كان لابد من استعراض تلك المصطلحات الرياضية قبل الغوص والإبحار في فصول التفاضل والتكامل.

يعدنا علم التفاضل والتكامل والذي يسميه البعض بعلم الحساب بالوسائل اللازمة لحساب معدلات تغير الدوال بالنسبة إلى تغيرها المطلق فإذا عرفنا الزيادة في المتغير وما يقابلها من زيادة في الدالة وجعلنا زيادة المتغير قريبة من الصفر عندها تكون نسبة تغير الدالة إلى تغير المتغير $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ قريبة من قيمة تدعى المشتقة والتي ستعبر عن معدل تغير الدالة إلى تغيرها المطلق.

أيضاً يتعامل علم التفاضل والتكامل مع الكميات المتغيرة فمثلاً إذا فرضنا أن طائرة تطير بسرعة ثابتة عندها ستقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية ولكن هذا لا يحدث واقعياً لأن الطائرة تطير بسرعة متغيرة ولابد من إيجاد طرق لحساب المسافات التي تقطعها في أزمنة مختلفة وهذا ما يقدمه التفاضل.

والتفاضل في اللغة العربية يعني الزيادة الصغيرة أو الفضل من الشيء أي البقية الباقية ولذلك أطلق العلماء العرب عليه أسم التفاضل على هذا العلم الذي يدرس التغيرات الصغيرة.

يمكن اعتبار الحساب التكاملي العمل المعاكس للحساب التفاضلي ففي التكامل نبدأ من الدالة المشتقة ونحاول الوصول إلى الدالة الأصلية وقد تبين أن للتكامل بأنواعه فوائد كبيرة عند حساب المساحات والحجوم.

لقد درس أجدادنا الأوائل هذا العلم وابتكروا فيه طرقاً وأفكاراً ومن الجدير بالذكر هنا أن العالم العربي ثابت بن قرّة هو الذي أوجد حجم جسم دوائري حول محوره في القرن التاسع الميلادي في عصر الخليفة العباسي المأمون وكانت هناك أعمال كثيرة لعلماء عرب

ومسلمين في هذا المجال نخص بالذكر منهم ابن الهيثم وعمر الخيام والبوزجاني وبهاء الدين العاملي .

تابع العلماء الغربيون ما مهد إليه العلماء العرب والمسلمون ويعد العالم اسحق نيوتن الذي عاش في القرن السابع عشر ميلادي مبتكر علم الحسبان الحديث حيث قدم العديد من الدوال والسلاسل وورد في كتاب "تاريخ الرياضيات" لمؤلفه سميث النص التالي:

"لا يمكن أن نحدد تماماً إلى من يرجع الفضل في تطوير هذا العلم في العصور الحديثة ولكن باستطاعتنا القول أن العالم "ستيفن" يمثل مكاناً مرموقاً وخاصة في موضوع إيجاد مراكز ثقل الأجسام".

وكذلك فإن الكثير من العلماء الكبار أضافوا وطوروا هذا العلم وأهمهم:

باروو، ديكارث، فيرما، هايفنس، ووالس، الياباني كواسيكي، ولابنتر ولا ننسى أعمال العالم الاسكتلندي جورج بول في القرن التاسع عشر والتي مهدت إلى ظهور علم الحاسوب.

ندرس أفكار حساب التفاضل والتكامل في المدارس الثانوية والمعاهد العليا والجامعات بعد أن يكون الطالب قد درس الجبر وحل المعادلات وهندسة المستويات وحساب المثلثات والهندسة التحليلية وأصبح لديه فكرة عن رسم الدوال.

في الواقع يحتاج الدارس للتفاضل والتكامل إلى أن يكون لديه فكرة مسبقة عن المجموعات والمجالات العددية وحل المعادلات والمتباينات موضحة على خط الأعداد والقيم المطلقة ولذلك قمنا بوضع فصل خاص من هذا الكتاب لمراجعة هذه المفاهيم وتذكير الطالب بمجموعة من الأمثلة عما درسه سابقاً فيها.

لذا فإن عملية التفاضل والتكامل ستتم على دول مختلفة وبالتالي لابد من تذكير الطالب بالعلاقات والدوال وإشكالها وطرق التعامل معها والعمليات عليها وطرق تركيبها ودراسة نطاق عملها ومداه (القيم التي تأخذها) ومتى تكون هذه الدوال محدودة ومتى تكون فردية أو زوجية كل ذلك فصلناه في الفصل الثاني من الكتاب وأوردنا عليه أمثلة مختلفة محلولة وشارحة للأفكار.

يقدم الفصل الثالث من هذا الكتاب دراسة شاملة لحساب نهايات الدوال والتعرف على الدوال المستمرة والمنقطعة في نطاق عملها.

بدأنا بدراسة المشتقات والتفاضل في الفصل الرابع من هذا الكتاب وبيننا الطرق المختلفة لحساب المشتقات للدوال البسيطة والدوال المركبة (قاعدة السلسلة) والدوال الضمنية التي لا يمكن فصل متغيراتها و الدوال الآسية المعقدة و أوردنا عدداً كبيراً من التمارين المحولة على جميع هذه الطرق .

قدما في الفصل الخامس تطبيقات للتفاضل والمشتقات التي تفيد في العلوم الرياضية والعلوم التطبيقية مثل حساب معادلات المماسات والمماسات العمودية (النواظم) ودراسة سلوك الدوال وتغيراتها والتعرف على قيمها المحلية الكبرى والصغرى ونقاطها الحرجة ورسم منحياتها .

يعرض الفصل السادس والأخير من هذا الكتاب مفهوم التكامل اللامحدود وطرق إيجاد الدوال الأصلية لمختلف الدوال، كما يقدم فكرة عن التكامل المحدود وتطبيقاتها في حساب المساحات والحجوم الدورانية ويقدم في ذات الوقت عدداً من الطرق لحساب التكاملات مثل التكامل بتغير المتحول أو بالتعويض والتكامل بالتجزئة والتكامل بتفريق الكسور.

لقد راعينا عند إعداد هذا الكتاب أن نقدم كل ما يحتاجه الطالب في المعاهد العليا و الجامعات من طرق لحساب المشتقات والتكاملات وقد دعمنا كل فصل من فصوله بالعديد من المسائل والتدريبات المحولة وكان هدفنا وضع تدرج منطقي يراعي تذكرة الطالب بما دارسه سابقاً في المرحلة الثانوية وحاولنا تطوير الأفكار الرياضية بالتدرج لنخفف قدر المستطاع الصعوبات ونمكن الطالب من المادة العلمية .

إن اطلاع الطالب على حل المئات من التمارين المحولة سيمكنه بدون شك من استيعاب المادة العلمية ويرفع ثقته بنفسه وتحصيله العلمي ويمكنه في النهاية من حل تمارين مماثلة بكل سهولة.

في نهاية هذا الكتاب وضعنا جداول مختصرة تعطي الطالب كل ما يحتاجه من قوانين علمية درسها في جميع المراحل الدراسية وبيننا له الأخطاء الشائعة التي يقع فيها.

ونتقدم بخالص الشكر والتقدير إلى جامعة 7 أكتوبر وأعضاء هيئة التدريس بها وأخص بالذكر أولاً: أ. د. علي سعيد جمال الدين الذي قام بمراجعة الكتاب وثانياً: كلية تقنية المعلومات - مصراته على دعمهم الكامل لنا وسنسى جاهدين لانجاز الجزء الثاني والثالث

من هذا المؤلف بما يواكب مسيرة العلم، داعين الله عز وجل أن نكون قد وفقنا لما هدفنا إليه
كما نتمنى أن يستفيد من هذا المؤلف أكبر عدد من الطلاب وأن يكون مرجعاً مفيداً للمكتبة
العلمية العربية .

والله ولي التوفيق..

✍ أ. نادية إسماعيل البرقلى

مصراتة: 2009/12/12