

الفصل الثالث

إقليدس السكندري

حياة إقليدس وأعماله

يعتبر إقليدس (النصف الأول من القرن الثالث قبل الميلاد) من أقدم رجال العلم وأعظمهم ؛ الذين ارتبطوا بالعاصمة الجديدة (الإسكندرية) ، فكلنا يعرف اسمه وعمله الرئيسي « أصول الهندسة » . ولكن ليست لدينا معرفة أكيدة عنه . والقليل الذي نعرفه – وهو قليل جداً – مستنتج ، ومن مؤلفات متأخرة النشر . وليس مثل هذا الجهل شاذاً ، ولكنه يتكرر . فيتذكر الإنسان الدكاتوريين والطغاة والتاجحين من الساسة ورجال المال – بعضهم على الأقل – ولكنه ينسى أعظم المصلحين فكم نعرف عن هوميروس وطاليس وفيثاغورس وديمقريطس . . . ؟ وماذا نعرف عن المهندسين الذين شيّدوا كاتدرائيات القرون الوسطى ، وماذا نعلم عن شكسبير ؟ إن أعظم رجال الماضي مجهولون ، حتى ولو وصلتنا أعمالهم وتمتعنا بنعمهم المتعددة .

هذا ولا يعرف محل ميلاد إقليدس ولا تاريخ ميلاده ولا موته . إننا ندعوه بإقليدس السكندري^(١) ، لأن الإسكندرية هي المدينة الوحيدة التي يمكننا أن نربطها بها ونحن نكاد نكون متأكدين . ودعنا الآن نجتمع المعلومات التي تسربت إلينا . فمن المحتمل أن يكون قد تعلم في أثينا ، وإذا كان الأمر كذلك ، فيكون قد تلقى تدريبه الرياضي في الأكاديمية ، التي كانت مدرسة الرياضيات المبرزة في القرن الرابع ، وهي الأكاديمية الوحيدة التي تمكن فيها من جمع معلوماته بسهولة . وقد انتقل إلى الإسكندرية ، حينما أصبح من الصعب العمل في أثينا نتيجة لتغير ظروف الحرب والفضى السياسية ، وهناك ازدهر شأنه زمن بطليموس الأول وربما الثاني . وتساعدنا القصتان الآتيتان على إظهار شخصيته .

فقد قيل بأن الملك بطلميوس سوتر سأله عما إذا كان للهندسة طريق أقصر من طريق « الأصول » ، فأجابه بأنه لا يوجد طريق ملكي للهندسة . قصة ممتازة ، وقد لا تكون صحيحة بالنسبة لإقليدس ، ولكن بها صدق أبدي . فالرياضيات « لا تحترم الأشخاص » . والقصة الثانية لا تقل جودة عن السابقة . سأل أحد الأشخاص ممن بدأوا يدرسون الهندسة على إقليدس . بعد أن تعلم النظرية الأولى : ماذا أفيد من تعلم هذه الأشياء ؟ فنادى إقليدس عبده ، وقال له : « أعطه أوبولا * ؛ إذ أنه لا بد من أن يكسب مما يتعلمه » . ولا يزال يوجد بيننا الآن كثير من البله أمثال تلميذ إقليدس ، الذين يحكمون على التربية كما فعل تلميذ إقليدس ، ويريدون أن يحققوا منها مكاسب عاجلة ، وإذا ترك لهم الأمر ، اختفت التربية تماماً .

لقد سجلت كل من القصتين في وقت متأخر نسبياً ؛ إذ سجل الأولى بركلوس ، وسجل الثانية ستوبايوس ، وقد ازدهر كل منهما في النصف الثاني من القرن الخامس ، وكلاهما لا بأس به ، وقد يكونان صادقين تماماً . وحتى إذا لم يكن الأمر كذلك . فإنهما صورة تقليدية للرجل كما يراه رجال عصره أو يتخيلونه ، والغالبية العظمى من القصص التاريخية كذلك ، وإنها مخلصه إخلاص التصور الشائع .

هل كان إقليدس مرتبطاً بمعهد العلوم ؟ لم يكن ذلك رسمياً ، وإلا لسجلت هذه الحقيقة ، على أنه إذا كان قد ازدهر في الإسكندرية فلا بد أن يكون على معرفة بالمعهد ومكتبته ، وهما قلب الحياة العقلية بكل أشكالها . ولم يكن محتاجاً كرجل رياضيات بحتة — إلى أى معمل^(٢) ، وربما نقل معه من بلاد اليونان كل الأوراق الرياضية التي هو في حاجة إليها . ويمكن أن نفترض أن الطلبة النجباء ينقلون بأنفسهم النصوص المطلوب منهم معرفتها أو يرغبون في الاحتفاظ بها . وعالم الرياضيات ليس في حاجة إلى من يعمل معه ، مثل الشعراء ، إنه يقوم منفرداً وبهدوء بأفضل أعماله ، وعلاوة على ذلك . فربما كان إقليدس يقوم بتعليم

• أوبولا (Obol) عملة كانت تستخدم وقتذاك . (المترجم)

بعض التلاميذ إما في معهد العلوم وإما في داره . وهذا أمر طبيعي ، كما أكدته إشارة بابوس حين ذكر أن أبولونيوس البرجى (النصف الثانى من القرن الثالث قبل الميلاد) قد تعلم فى الإسكندرية على يد تلاميذ إقليدس . وقد ساعد هذا على تحديد الوقت الذى وجد فيه إقليدس ، إذ عاش أبولونيوس من ٢٦٢ تقريباً - ١٩٠ ق . م . وهذا يجعلنا نضع معلم هؤلاء المعلمين فى النصف الأول من القرن الثالث .

لقد كانت معرفتنا بإقليدس قليلة جداً لدرجة أنه خلط بينه وبين رجلين آخرين لمدة طويلة ، أحدهما أكبر منه قليلاً ، أما الآخر فهو أصغر منه بدرجة كبيرة ، وقد دأب دارسو العصور الوسطى على تسميته إقليدس الميجارى لأنهم خلطوا بينه وبين الفيلسوف إقليدس الذى كان أحد تلاميذ سقراط (ومن حضروا موت سقراط فى السجن) ، وكان صديقاً لأفلاطون ، ومؤسساً لمدرسة ميجارا . ولقد أيد هذا الخلط الناشرون المبكرون حتى القرن السادس عشر . وكان أول من صحح الخطأ فى أحد المؤلفات عن إقليدس هو فردريكو كوماندينو فى ترجمته اللاتينية (پيسارو ١٥٧٢) ، أما الخلط الثانى فيقال إنه تسبب من أن ثيون السكندرى (النصف الثانى من القرن الرابع) الذى نشر « الأصول » هو الذى أضاف البرهان . وإذا كان الأمر كذلك كان هو إقليدس الحقيقى ، ويكون الخطأ عميقاً كما ادعى بعضهم أن هوميروس قد تصور الإلياذة ، ولكن المؤلف الحقيقى هوزيندوس الإفسوسى .

« الأصول » :

إن مقارنتى بهوميروس صادقة من ناحية أخرى ، كما أن كل إنسان يعرف الإلياذة والأوديسا ، كذلك نعرف كلنا « الأصول » من هو هوميروس ؟ إنه مؤلف الإلياذة . من هو إقليدس ؟ إنه مؤلف الأصول .

إننا لا نستطيع أن نعرف هؤلاء الرجال العظام ، ولكننا سعيدهم الحظ بدراسة أعمالهم - أفضل ما فيهم - بنفس الدرجة التى تستحقها . دعنا الآن نتأمل

« الأصول » أقدم وأوسع كتاب توصلنا إليه في الهندسة ، وسرعان ما تحققت أهميته ، ولهذا نقل إلينا النص في صورته المتكاملة . فهو ينقسم إلى ثلاثة عشر كتاباً يمكن وصف محتوياتها باختصار فيما يلي :

الكتاب من ١ - ٦ : هندسة مستوية ؛ فالكتاب الأول ، كتاب أساسى ، ويشمل تعريف المسلمات ، ويتناول المثلثات والمتوازيات ومتوازيات الأضلاع إلخ . ويمكن أن تسمى محتويات الكتاب الثانى «الجبر الهندسى» . أما الكتاب الثالث فمن هندسة الدائرة . والكتاب الرابع يعالج كثيرات الأضلاع المنتظمة . والكتاب الخامس يعالج نظرية جديدة في النسب المستخدمة في الكيات التى تعد والكيات التى لاتعد . والكتاب السادس يطبق النظرية على الهندسة المستوية .

الكتاب من ٧ - ١٠ : وبها الحساب ونظرية الأعداد. وتعالج هذه الكتب أعداداً من أنواع متعددة ، أولية ، وأولية بالنسبة لبعضها ، والمضاعف المشترك الأصغر ، والأعداد التى تكون المتوالي الهندسية ، وهكذا. أما الكتاب العاشر، وهو أعظم ما كتب إقليدس، وهو مخصص للمستقيمات غير الجذرية ، وهى كل المستقيمات التى يمكن أن تمثل بالعلاقة $\sqrt{A} + \sqrt{B}$ حيث أ، ب كيات منطقة في حين أن \sqrt{A} ، \sqrt{B} ما هى إلا جذور صماء ، وكيات لاتعد .

الكتاب من ١١ - ١٣ : وتشمل الهندسة الفراغية . فيشبه الكتاب الحادى عشر كثيراً الكتابين الأول والسادس مع امتداده إلى البعد الثالث . أما الكتاب الثانى عشر فيستخدم طريقة الاستفادة في قياس الدوائر والكرات والأهرام وهكذا . والكتاب الثالث عشر يعالج المجهات المنتظمة .

إن تأملات أفلاطون الخيالية قد أكسبت نظرية كثيرات السطوح المنتظمة أهمية كبيرة . ومن هنا اعتبر كثير من العلماء أن قمة الهندسة ، هى معرفة « أجسام أفلاطون »^(٣) معرفة جيدة . هذا وقد أوحى بروكلوس (النصف الثانى من القرن الخامس) أن إقليدس كان أفلاطونياً ، وأنه قد بنى أثره الهندسى لكى يفسر الأشكال الأفلاطونية . وهذا خطأ واضح . فقد يكون إقليدس أفلاطونياً بالطبع ، ولكنه ربما اتصل بفلسفة أخرى ، بل ربما حرص على أن يتجنب المؤثرات الفلسفية ، وليست نظرية كثيرات السطوح المنتظمة إلا نتيجة طبيعية للهندسة الفراغية ، ومن ثم كان لا بد أن تنتهى بها « الأصول » .

هذا وليس من المستغرب أن يوجه القدامى من علماء الهندسة الذين

حاولوا أن يكملوا مجهودات إقليدس ، انتباها خاصا نحو المحسمات المنتظمة ، ومهما تكن فكرة إقليدس عن هذه المحسمات خارج نطاق الرياضيات ، فقد كانت أكثر موضوعات الهندسة إغراء بالنسبة للأفلاطونيين الجدد .
وللهم يرجع الفضل في أن اكتسبت الهندسة معنى عالميا وقيمة دينية .

ولقد أضيف إلى « الأصول » كتابان آخران يعالجان المحسمات المنتظمة . وهما الكتابان الرابع عشر والخامس عشر ، وقد ظهرا في طبعات عديدة أو في ترجمات مخطوطة أو مطبوعة . وقد ألف هبسكليس السكندري ما يسمى بالكتاب الرابع عشر في بداية القرن الثاني ق . م . وهو كتاب على درجة كبيرة من الجودة . أما الكتاب الثاني وهو « الكتاب الخامس عشر » فهو أحدث كثيراً وأقل منه في الكتيّف وقد كتبه أحد تلاميذ إيزيدورس الميطي (مهندس أيا صوفيا سنة ٥٣٢ تقريباً) .

ولنعد الآن إلى إقليدس ، وبصفة خاصة إلى عمله الرئيسي في مجلدات « الأصول » الثلاثة عشر . وإذا ما حاولنا الحكم عليه ، فيجب أن نتجنب خطأين متضادين تكرر الوقوع فيهما : الأول : أن نتحدث عنه كما لو كان مبدع الهندسة أو أبها . لقد سبق لي أن أوضحت عن أبقراط . الذي يسمى « أبا الطب » ، أنه لا يوجد آباء خلاف الله . وإذا ما أخذنا في الاعتبار مجهودات المصريين والبابليين – كما يجب علينا أن نفعل – كانت « أصول » إقليدس تأملات استمرت أكثر من ألف سنة . وقد يعارض البعض اعتبار إقليدس أبا الهندسة لسبب آخر . ولو سلمنا بأن كثيراً من الاكتشافات قد حدثت قبله ، أفليس هو أول من ربط بين كل معارفه ومعارف الآخرين . كما أنه هو أول من وضع النظريات المعروفة في ترتيب منطقي قوى ؟ وليست هذه العبارة صحيحة تماماً . فقد برهنت نظريات قبل إقليدس ، وألفت سلاسل من النظريات . وفضلا عن ذلك فقد ألف أبقراط الخيوسي (القرن الخامس قبل الميلاد) « الأصول » . كما ألّفها ليون (النصف الأول من القرن الرابع قبل الميلاد) . وأخيراً ألّفها ثيودوروس الجنيسي (النصف

الثاني من القرن الرابع قبل الميلاد) . ولقد كان كتاب ثيودوريوس ، الذي تحققت معرفة إقليدس به تمام المعرفة قد أعد للأكاديمية ، ومن المحتمل أن يكون شبيهاً له قد استخدم في الليمون ، وعلى أية حال فقد كان أرسطو عارفاً بنظرية يودوكسوس في النسب وفي طريقة الاستنفاد ، وقد أفاض إقليدس في الكتابة عنها في المجلدات الخامس والسادس والثاني عشر من « الأصول » . وبالاختصار سواء أخذنا في الاعتبار النظريات الخاصة أو الطرق أو الترتيب الذي جاء في « الأصول » ، فإننا نلاحظ أنه يندر أن يكون إقليدس المخترع الوحيد ، ولكنه حسن كثيراً مما قام به علماء الهندسة الآخرون وعلى نطاق واسع .

والخطأ المضاد هو أن نعتبر إقليدس مؤلفاً لكتب دراسية ، وأنه لم يخترع شيئاً، وإنما جمع ببساطة كشوف غيره ووضعها في نظام أفضل . ومن الواضح أن المعلم المعاصر الذي يؤلف كتاباً في الهندسة لا يمكن اعتباره رياضياً مبتكراً ، وإنما هو مؤلف كتاب مدرسي (وليست هذه التسمية غير مشرفة ، وحتى ولو كان الهدف في كثير من الأحيان لا يستحق منا عرفاناً بالجميل) ولكن إقليدس لم يكن كذلك .

ويمكن أن يعزى كثير من النظريات في « الأصول » إلى علماء هندسة سابقين ، وقد نفترض أن إقليدس هو صاحب تلك النظريات التي لم نستطع إرجاعها إلى الآخرين ، وعددها لا بأس به . أما عن الترتيب فيمكن أن نقول بأمان إنه يرجع إلى إقليدس إلى حد كبير . لقد اخترع أثراً لا يقل في روعته وتناسقه وجماله الداخلي عن البارثون ، ولكنه لا يقارن به في درجة تعقيدته وقابليته للبقاء .

ويمكن أن نعطي البرهان الكامل لهذه العبارة الجريئة في فقرات قليلة أو صفحات قليلة . ولكي نقدر غنى « الأصول » وعظمتها ، فيجب على الفرد أن يدرسها في ترجمة جيدة مثل ترجمة هيث . وليس في الإمكان الآن أن نقدم هنا أكثر من أن نؤكد نقاطاً قليلة . دعنا نتناول الكتاب الأول الذي يشرح المبادئ الأولى والتعاريف والمسلمات والبدهييات والنظريات والمسائل . وحقا إنه

من الممكن أن يؤلف المرء ما يفضله الآن . ولكن يكاد يكون من غير المصدق منذ ٢٢ قرناً مضت ، أن يقوم أحد بعمل في مثل جودته .

المسلمات :

إن اختيار إقليدس للمسلمات هو أكثر الأجزاء بعثاً للدهشة هنا . وقد كان أرسطو طبعاً معلم إقليدس في هذه النواحي ، وقد عني كثيراً بالمبادئ الرياضية ، كما أُرانا أن هذه المسلمات لا يمكن تجنبها، ولذلك كنا في حاجة إلى اختزالها إلى أقل عدد ممكن^(٤) ، ومع ذلك فقد كان اختيار المسلمات من عمل إقليدس .

ولقد كان اختيار المسلمة الخامسة بصفة خاصة أعظم ما أنتجه إقليدس ، تلك المسلمة التي كان لها الفضل أكثر من أي شيء آخر في تحليل كلمة « إقليدس » . دعنا نقبس منطوقها : « إذا قطع مستقيم مستقيمين ، وكان مجموع الزاويتين الداخلتين في نفس الجانب أقل من قائمتين ، فإن المستقيمين إذا مدا بدون حد يتلاقيان على نفس الجانب الذي تكون فيه الزاويتان أقل من قائمتين »^(٥) .

قد يقول الشخص المتوسط الذكاء ، إن النظرية ظاهرة ولا تحتاج إلى برهان . . . ولكن الرياضي الأفضل يدرك فوراً الحاجة إلى برهان ، ويحاول أن يعطيه ، ويحتاج الأمر إلى عبقرى خارق للعادة ، لمعرفة أن الأمر يحتاج إلى برهان ، ولكنه مستحيل . ولذلك فلا مفر لنا من وجهة نظر إقليدس ، وعلينا أن نقبله كسلمة ونستمر في عملنا .

وإن أفضل طريقة لقياس عبقرية إقليدس ، كما يدل عليها هذا التصميم ، هي أن نتخبر نتائجه . والنتيجة الأولى التي تهتم إقليدس مباشرة هي الارتباط الذي يدعو إلى الإعجاب « للأصول » . والنتيجة الثانية هي المحاولات التي لا تنتهي التي قام بها رجال الرياضيات لتصحيحه ، وكان الإغريق هم أول من قام بتلك المحاولات أمثال بطلميوس (النصف الأول من القرن الثاني) ، وبركلوس

(النصف الثاني من القرن الخامس) ، واليهودي ليبي بن جرسون (النصف الأول من القرن الرابع عشر) . وأخيراً رجال الرياضيات « المحدثين » أمثال جون واليس (١٦١٦ - ١٧٠٣) والأب اليسوعي جيرولاموسا كبرى (١٦٦٧ - ١٧٣٢) من سان ريمو في كتابه Euclides ab omni naevo vindicatos (١٧٣٣) والعالم السويسري^(٦) يوحنا هينرش لامبرت (١٧٢٨ - ٧٧) والفرنسي أدريان ماري بلنذر . (١٧٥٢ - ١٨٣٣) . ومن الممكن أن تطول القائمة إلى حد كبير ، ولكننا نكتفي بهذه الأسماء ، لأنها أسماء رياضيين لامعين ويمثلون أقطاراً عديدة ، حتى منتصف القرن الماضي ، أما النتيجة الثالثة فتتضح بقائمة بديلات المسلمة الخامسة . فقد فكر بعض العباقرة في أن يتخلصوا من هذه المسلمة ونجحوا في ذلك ، ولكن على حساب إدخال مسلمة أخرى (بطريقة صريحة أو ضمنية) تعادلها .
فشلا :

إذا قطع مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه يقطع الآخر (بركلوس)
إذا أعطينا شكلا ، فإنه يوجد شكل يشابه من أية سعة (جون واليس)
من أية نقطة معلومة لا يمكن أن يرسم إلا مستقيم واحد يوازي مستقيماً معلوماً (جون بلايفير) .

يوجد مثلث مجموع زواياه الثلاث يساوي قائمتين (ليجندر)
إذا أعطينا ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة ، فتوجد دائرة تمر بها (ليجندر) .

إذا أمكنني أن أبرهن على أنه يمكن أن يوجد مثلث مستقيم الأضلاع ، مساحته أكبر من أية مساحة ، فإنني أكون في وضع فيه أبرهن بطريقة حاسمة كل الهندسة (جاوس ١٧٩٩) .

لقد حاول جميع هؤلاء العلماء أن يبرهنوا على أنه لا ضرورة للمسلمة الخامسة إذا قبل المرء مسلمة أخرى تؤدي نفس المهمة . ويلاحظ أن قبول هذه البديلات (تلك التي تحدثنا عنها سابقاً ، وكثيرات غيرها) تزيد من صعوبة تدريس الهندسة ، فضلاً عن أن استخدام بعضها يجعلها تبدو مصطنعة جداً ، وقد تنفر صغار الطلبة . ومن الواضح أن العرض البسيط مفضل على العرض الأكثر

صعوبة . وعمل الإطار الممكن تجنبه قد يثبت مهارة المعلم ، ولكنه يظهر أيضاً افتقاره إلى الحس العام . وقد رأى إقليدس بسبب مألديه من عبقرية ضرورة هذه المسلمة واختارها أبسط أشكالها .

وهناك كثير من علماء الرياضيات كانوا على درجة كبيرة من العمى حتى إنهم رفضوا المسلمة الخامسة دون أن يفتنوا إلى أن غيرها قد حل محلها . لقد قذفوا بمسلمة من الباب لتدخل غيرها من النافذة دون أن يشعروا هم بذلك .

الهندسات اللاإقليدية

والنتيجة الرابعة ، وهي أكثر النتائج أهمية ، هي خلق الهندسات اللاإقليدية ، ولقد سبق أن ذكرنا أسماء أصحاب هذه الهندسة أمثال ساكيري ولامبرت وجاوس . وكما أنه لا يمكن البرهنة على المسلمة الخامسة ، فإننا غير ملزمين بقبولها . ولذلك فدعنا نرفضها بإمعان . وقد كان العالم الروسي نيقولاى إيغانوفتش لوباتشفسكى (١٧٩٣ - ١٨٥٦) أول من عمل على بناء هندسة جديدة بمسلمة معارضة . فافترض أنه من نقطة ما يمكن رسم أكثر من مستقيم يوازي مستقيماً معلوماً . أو أن مجموع زوايا المثلث أقل من قائمتين . هذا وقد كشف الترانسلفانى يانوس بوليا (١٨٠٢ - ١٨٦٠) هندسة لاإقليدية في مثل هذا التاريخ . وفي وقت متأخر لخص العالم الألماني برنارد ريمان (١٨٢٦ - ١٨٦٦) ، نوعاً آخر من الهندسة وأتى بفروض جديدة ، علماً بأنه لم يكن على علم بما كتبه لوباتشفسكى وبوليا . ويلاحظ أنه لا يوجد في هندسة ريمان خطوط متوازية ، كما أن مجموع زوايا المثلث أكبر من قائمتين .

وقد أوضح الرياضى الكبير فيلكس كلاين (١٨٤٩ - ١٩٢٥) ما بين هذه الهندسات من علاقات ، فتشير هندسة إقليدس إلى سطح انحناءه صفر ، حين يشير لوباتشفسكى إلى سفح موجب الانحناء (مثل الكرة) وطبقها ريمان على سطح سالب الانحناء . وبالاختصار يسمى كلاين هندسة إقليدس مكافئية - لأنها نهاية الهندسة الناقصية (هندسة ريمان) من ناحية ، ونهاية الهندسة الزائدية (هندسة لوباتشفسكى) من الناحية الأخرى .

وإنه لمن الحماقة أن نقدر إقليدس لمفاهيمه الهندسية ، ولم تحظر له على بال فكرة هندسة تختلف عن هندسة الحس العام ، ومع ذلك فإنه حينما ذكر المسلمة الخامسة وقف في مفترق الطرق ، وكان يتمتع ببصيرة علمية في لاشعوره مذهلة حقا . ولا نجد لهذه البصيرة العلمية مثيلا في كل تاريخ العلوم .

وليس من الحكمة أن ندعى معرفة كبيرة بإقليدس . وإن تصديره «الأصول» بعدد قليل نسبيا من المسلمات كان رائعا حقا خصوصا إذا ما أخذنا في الاعتبار أن ذلك حدث في ٣٠٠ ق . م . ولكنه لم يستطع ولم يعمل على سبر غور التفكير المبني على المسلمات أكثر من قدرته على سبر غور تلك التي تخص الهندسة اللاإقليدية ، ومع ذلك فقد كان الجهد البعيد لدافيد هلبرت (١٨٦٢ - ١٩٤٣) كما كان السلف الروحي للوباتشفسكى^(٧) .

الجبر :

لقد تحدثت كثيراً عن إقليدس عالم الهندسة حتى لم يعد هناك مكان لبیان نواحي عبقريته الأخرى كعالم رياضى وعالم فيزيق . ولنبدأ بالقول بأن كتاب «الأصول» لم يعالج الهندسة فقط ، وإنما عالج الجبر أيضاً ونظرية الأعداد .

ويمكن أن نطلق على المجلد الثانى كتاباً فى الجبر الهندسى ، فقد ذكرت مسائل الجبر فى قالب هندسى ، وحلت بالطرق الهندسية . ونضرب مثلاً لذلك بأن حاصل ضرب أ ، ب قد مثلت بمستطيل طول ضلعيه أ ، ب ، كما أن استخراج المربع قد اختزل إلى إيجاد مربع يساوى مستطيلاً معيناً ، وهكذا . وقد برهن قانونا التوزيع والتبادل فى الجبر هندسياً . كما أنه استطاع أن يقدم لنا كثيراً من المتطابقات ، حتى ما كان منها كثير التعقيد ، فى صورة هندسية بحتة . ونضرب مثلاً لذلك $٢(أ٢ + ب٢) = (أ + ب)٢ + (أ - ب)٢$.

ويمكن أن يبدو هذا تأخراً إذا ما قورن بطرق الجبر البابلى ، وقد يعجب المرء كيف حدث هذا ، على أنه ربما كان السبب فى هذا التكويس ، هو طريقة

اليونانيين الفجة في استخدام الرموز العددية، وكانت معالجة المستقيمات أسهل، من الأعداد اليونانية^(٨).

الكميات غير المنطّقة : لم يكن علماء الجبر البابليون على معرفة بالكميات غير المنطقية ، بالرغم من أن المجلد العاشر من الأصول (وهو أكبر المجلدات الثلاثة عشر وأكبر حتى من المجلد الأول) كان مخصصاً لها . ونلاحظ هنا أيضاً أن إقليدس يبنى على أساس أقدم ، ولكنه يوناني بحت . وقد نصدق تلك القصة التي تعزى تعرف الكميات غير المنطقية إلى الفيثاغوريين القدامى . وقد استطاع تايتيتوس (النصف الأول من القرن الرابع قبل الميلاد) صديق أفلاطون أن يعطينا نظرية شاملة لها وللمجسّمات المنتظمة الخمسة . وهذا ولا يوجد مثال للعبقريّة اليونانية الرياضية (بعكس البابلية) أكثر من نظرية الكميات غير الجذرية كما شرحها هياسوس الميتابونتوني ، تيودوروس البرقاوي ، تايتيتوس الأثيني ، وأخيراً إقليدس^(٩) . ومن المستحيل أن نقول كم يرجع من الكتاب العاشر إلى تايتيتوس الأثيني ، وكم يرجع إلى إقليدس نفسه . والحقّ أننا مجبرون على اعتبار هذا الكتاب جزءاً أساسياً من الأصول دون النظر إلى أصله . وهو ينقسم إلى ثلاثة أجزاء يصدر كل منها بمجموعة من التعاريف . ويلاحظ أن عدداً من النظريات تعالج الجذور الصماء بصفة عامة ولكن القسم الأكبر يبحث الكميات غير المنطقية المركبة، والتي يمكن تمثيلها بالرموز $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$ حيث A ، B كميات تعد ، بينما \sqrt{A} ، \sqrt{B} كميات لاتعد ، وقد قسمت هذه الكميات غير المنطقية تقسيماً صحيحاً إلى ٢٥ نوعاً . نوقش كل منها على حدة . ولما كان إقليدس لم يستخدم الرموز الجبرية ، فقد اصطنع التمثيل الهندسي لهذه الكميات وكانت مناقشته لها هندسية . لقد نال المجلد العاشر كثيراً من الإعجاب ، وعلى الأخص رجال الرياضيات العرب ، ومازال إنتاجاً عظيماً ولكنه لا يستخدم عملياً ، لأن مثل هذه المناقشات ، وهذا التصنيف ، لا قيمة لها من وجهة نظر الجبر الحديث .



شكل ٧ - الطبعة الأولى لإقليدس في أية لغة . ترجمة من اللغة العربية إلى اللاتينية راجعها جيوفاني كيبانو (البندقية : راندلف ١٤٨٢) ، والصفحة الأولى من النص الحقيقي في نسخة هارنارد . سارتون « أوزيريس » ٥ ، ١٠٢ ، ١٣٠ - ١٣١ (١٩٣٨) وقد تضمنت صورة طبق الأصل من نفس صحيفة « الأصول » (المجلد ٣ نظريات ١٠ - ١٢) في الطبعتين الأصليتين ١٤٨٢ ، ١٤٩١ (كليب ٣٨٣) .

Euclidis de elementis arithmetice mathematica elementorum liber primus ex traditione Theonis Harbola meo Zaberto Gene. interprete scriptus aue foelic.

Definitio prima.
 Ignis est omnis pars nulla.

Definitio. ii.
 Linea in eo longitudo illatabilis.

Definitio. iii.
 Linea in eo in limas sunt signa.

Definitio. iiii.
 Recta linea e q ex axi sua iteracet signa.

Definitio. v.
 Superficies est que longitudinem et latitudinemque tantum habet.

Definitio. vi.
 Superficies extrema sunt lineæ.

Definitio. vii.
 Plana superficies est que ex æquali suas iteracet lineas.

Definitio. viii.
 Planus angulus e duarū linearum in plano se se tangens: & non in directo uerticem ad alteram inclinatus.

Definitio. ix.
 Quando autem que anguli continentur lineæ rectæ fuerint: recti lineæ us angulus nuncupatur.

Definitio. x.
 Cum uero recta linea super rectam consistens lineam utrobique angulos æquales ad inuicem fecerit: rectus est uterque æqualium angulorū: & que supra recta linea perpendicularis uocatur sup q stent.

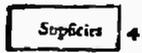
Definitio. xi.
 Obtusus angulus maior est recto.

Definitio. xii.
 Acutus uero minor est recto.

Definitio. xiii.
 Terminus est quod cuiuslibet finis est.



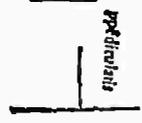
Linea



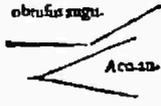
Superficies



Ang. rectilineus



perpendicularis



obtusus angulus




شكل ٨ - « الأصول » لإقليدس . الطبعة اللاتينية الأولى والمأخوذة عن اليونانية مباشرة بواسطة بارثولميو زامبريني (البندقية . جوانس تكونيس ١٥٠٥) الصفحة الأولى من النص في نسخة المتحف البريطاني .



Euclidis

Megarensis pbilo

soplus acutissimi mathematicorumque omni
 um sine controversia principis op. 1. O am
 pno in respectu fidelissimo tralata. Luc cum
 antea librationum detestanda culpa medis
 fedulimus adco deformia eunt: et vir. A u
 clide in ipsum agnoscere mus. Lucis p. a. c. o
 lucis p. a. c. o. infigus: alissima. Mathe
 maticar: disciplinarum scienia rarissimus
 iudicio castigatissimo detestit: emendavit.
 Hic quibus eorum e videriginta que in alijs
 codicibus inerte e deformate erant: ad re
 ctam symmetriam concinavit: e trullas ne
 cessarias addidit. Quide quoque plurimis
 locis intellectui difficilium comentario
 hofane luculentis e eruditiss. ope
 rit: enarravit: illustravit. Ad huc
 v. c. l. e. m. a. n. o. r. e. r. e. t. R. u. p. i. o. e.
 qua mediol. vir strag
 ligat: arte medic: subli
 moribusq; studijs
 clarissimus dilige
 ram: e censur
 sua p. c. f. i. z. i.

A. Paganus Paganus Characteri
 bus elegantissimis accuratissi
 m. operatus.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ
 ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛΙΕ
 ΕΚ ΤΩΝ ΘΕΩΝΟΣ ΣΥΝ
 ΟΥΣΙΩΝ.

Εἰς τὸ αὐτὸ ἔκδοτον Ἰταλικῶν Παιδῶν Βιβλίου.

Adiecta praefationcula in qua de disciplinis
Mathematicis tractatur.



BASILAE APUD IOAN. HERVAGIUM ANNO
 M. D. XXXIII. MENS SEPTEMBER.

شكل ٩ - إقليدس باللاتينية طبعة
 بجانينوس من بجانينيس (البنديقية ١٥٠٩)
 وهي نسخة من نص كياتي راجعها فرا لوقا
 باتشيول من بورجوسان سوبوليرو (باذن من
 مكتبة كلية هارفارد) ويعرف باتشيول جيدا
 بكتابه
 Summa de arithmetica
 geometria proportioni et proportionalita

البنديقية : بجانينوس (١٤٩٤).

(انظر أوزيريس ، ٥ ، ١١٤ ، ١٦١)

(١٩٣٨).

شكل ١٠ - أصل إقليدس « الأصول »
 نشرة سيمون جرينايوس ، وأهدى إلى توستول
 وطبعه يوحنا هرفاجن (بال ١٥٣٣) والصفحة
 الممنونة للنسخة موجودة في مكتبة كلية هارفارد .

نظرية الأعداد : يمكن أن نسمى المجلدات من ٧ - ٩ من « الأصول » الكتاب الأول لنظرية الأعداد، وهي من أصعب فروع شجرة الرياضيات . ومن المستحيل أن نلخص محتوياتها لأن الملخص يصبح لا معنى له إلا إذا تناولناه في صفحات^(١) كثيرة . دعنا نقل إن المجلد السابع يبدأ بقائمة من ٢٢ تعريفاً وهذه يمكن مقارنتها بالتعاريف الهندسية الموضوعية في مقدمة الكتاب الأول تليها قائمة من النظريات الخاصة بقابلية الأعداد للقسمة ، والأعداد الفردية والأعداد الزوجية والمربعات والمكعبات ، والأعداد الأولية والتامة ، وهكذا . ولنعط بعض الأمثلة . في المجلد التاسع صفحة ٣٦ برهن إقليدس على أنه إذا كان

$$ع = ١ + ٢ \times ٢ + ٢٢ + ١٠٠٠ + ٢٢$$

عدداً أولياً ، فإن ٢٢ . ع عدد تام (أي إنه يساوي مجموع قواسمه) ° . وقد أعطى في المجلد التاسع صفحة ٢٠ ، عرضاً طريفاً يثبت فيه أن عدد الأعداد الأولية لانهائي .

ومهما بلغ عدد الأعداد الأولية التي نعرفها الآن ، فإنه من الممكن أن نجد عدداً أولياً أكبر . نخذ المتسلسلة الآتية من الأعداد الأولية : أ ، ب ، ج ، ... ، ل نخذ مثلاً العدد ع يساوي حاصل ضرب جميع أعداد المتسلسلة + ١ أي (أ ب ج ... ل) + ١ ، فهذا العدد إما عدد أولي وإما عدد لا أولي ، فإن كان عدداً أولياً ، فإذا وجدنا عدداً أولياً أكبر من ل ، وإن لم يكن عدداً أولياً ، فإن ع يجب أن يقسمها عدد أولي ع ، ولا يمكن أن تتطابق ع مع أ ، ب ، ج ... ، ل . لأنه لو كانت متطابقة لقسمت حاصل ضربها ، وكذلك الواحد ، وهذا مستحيل .

والعرض بسيط ، وشعورنا الملهم قوي ، لدرجة تجعلنا على استعداد لأن نقبل نظريات أخرى من نفس النوع . فثلاً هناك أزواج كثيرة من الأعداد الأولية ، أي إن الأعداد الأولية قد صنفت ، بحيث تتقارب كلما أمكن ، لتأخذ الصورة ٢٢ + ١ ، ٢٢ + ٣ ، ... مثل ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩ ،

° ماذا العدد نفسه (المترجم)

٤١ ، ٤٣ . . . وكلما تقدم المرء في متسلسلة الأعداد الصحيحة ، قل عدد الأزواج الأولية شيئاً فشيئاً ، ومع ذلك لا نستطيع أن نهرب من الإحساس بأن عدد الأزواج الأولية لانهاى . وبرهان هذا في غاية الصعوبة ، لدرجة أنه لم يتم بعد^(١١) .

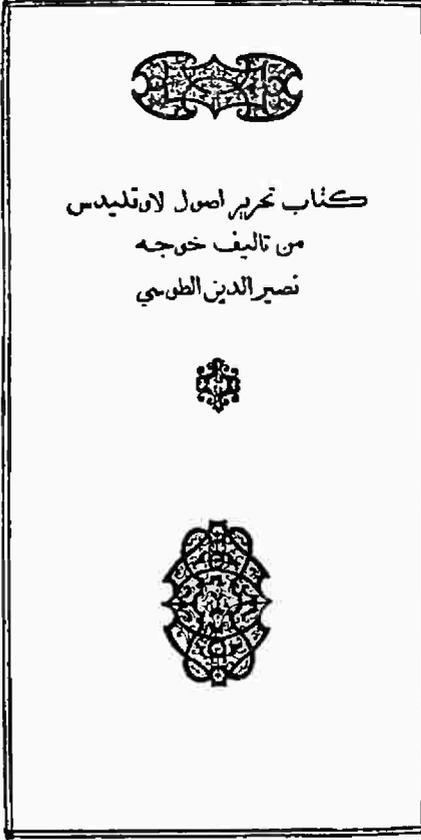
وكان إقليدس مجدداً مرموقاً في هذا المجال أيضاً ، ويعتبره رياضيو عصرنا الذين يعملون في نفس الموضوع أستاذهم المعترف به .

التقاليد الإقليدية :

لقد سبق لنا أن أشرنا إلى التقاليد المتعلقة بالمسلمة الخامسة ، ويمكن تتبعها من عصر « الأصول » إلى الآن ، ومع ذلك فليس هذا إلا القليل من التقاليد . فالتقاليد الإقليدية حتى ولو اقتصرنا على الرياضيات تشتهر باستمرار حاملها وعظمتهم . وتشمل التقاليد القديمة رجالاً مثل پاپوس (النصف الثانى من القرن الثالث) ، ثيون السكندرى (النصف الثانى من القرن الرابع) ، بركلوس (النصف الثانى من القرن الخامس) ، وما رينوس السبخمى (النصف الثانى من القرن الخامس) سمبليكوس (النصف الأول من القرن السادس) . وكل هؤلاء إغريق تماماً . وقد ترجم بعض العلماء الغربيين أمثال سنسورينس (النصف الأول من القرن الثالث) ، بوثيوس (النصف الأول من القرن السادس) بعض أجزاء من «الأصول» من اليونانية إلى اللاتينية ، ولكن لم يبق من أعمالهم إلا القليل جداً . ولا نستطيع أن نقول عن أية ترجمة من هذه إنها ترجمة كاملة «للأصول» أو حتى بل جزء كبير منه . بل هناك ما هو أسوأ من هذا كثيراً ؛ إذ أن مخطوطات متعددة تداولتها دول الغرب حتى القرن الثانى عشر ، وكانت على نظريات إقليدس وحدها دون أى برهان^(١٢) ؛ وذلك بعد أن انتشرت قصة تدعى أن إقليدس نفسه لم يعط أية براهين . وأن هذه البراهين هي إضافات قام بها ثيون بعد إقليدس بسبعة قرون . ولانكاد نجد أفضل من هذا مثلاً على عدم الفهم ، لأنه إذا لم يكن إقليدس قد عرف براهين نظرياته ، لما تمكن من ترتيبها منطقياً . وهذا الترتيب المنطقى تاريخ العلم - رابع



شكل ١١ - نسخة إقليدس ل دي - داي . الطبعة الإنجليزية لكتاب إقليدس « الأصول » عمل سير هنري بلنجزلي ، ومقدمة جون دى ، وطبع جون داي (لندن ١٥٧٠) . صفحة العنوان كما قام بها تشارلز توماس ستانفورد من الطبعة القديمة من « أصول إقليدس » (لندن سنة ١٩٢٦) اللوحة العاشرة .



شكل ١٢ - صفحة الغلاف للطبعة العربية الأولى لكتاب « أصول إقليدس » تأليف نصير الدين الطوسي (النصف الثاني من القرن الثالث عشر) أحد الكتب الأولى التي طبعت بالعربية ، وهو مجلد من حجم الفوليويو نشرته مطبعة مديتشي (روما سنة ١٥٩٤) وعلى آخر صفحاته ص ٤٥٤ فرمان صدر من مراد الثالث السلطان العثماني (١٥٦٤ - ١٥٩٥) (باذن من قسم تاريخ العلوم بجامعة هارفارد).

هو لب عظمة « الأصول » ، ولكن لم يفظن علماء القرون الوسطى إلى ذلك ، أو على الأقل لم يفظنوا إليه حتى فتح عيونهم المعلقون المسلمون .

ولم تلبث « الأصول » أن ترجمت من اليونانية إلى السريانية ، وترجمها لأول مرة من السريانية إلى العربية الحجاج بن يوسف (النصف الأول من القرن التاسع) للخليفة هارون الرشيد (٧٨٦ - ٨٠٩) وراجع الحجاج ترجمته للمأمون الخليفة من (٨١٣ - ٨٣٣) ، ومن المحتمل أن الكندي (النصف الأول من القرن التاسع) أول فيلسوف عربي اهتم بإقليدس . ولكن « البصريات » كانت محور اهتمامه . أما في الرياضيات فقد امتد اهتمامه إلى

الموضوعات اللا إقليدية مثل الأرقام الهندية . وفي أثناء المائتين والخمسين سنة التالية (من القرن التاسع إلى الحادى عشر) لازم علماء الرياضيات العرب إقليدس : عالم الجبر والأعداد فضلا عن الهندسة . وقد نشروا له ترجمات



شكـل ١٤ - اللوحة الأول من أوبرا إقليدس . نشرها دافيد جريجورى (أكسفورد ١٧٠٣)

شكـل ١٤ - اللوحة الأول من أوبرا إقليدس . نشرها دافيد جريجورى (أكسفورد ١٧٠٣) وبها ترى قصة رواها فروفيس (المعمار . أول جملة في المجلد السادس) . وقد لاحظ أريستوبس البرقارى ، أحد تلاميذ سقراط ، وقد تكسرت سفينته على شواطئ رودس ، أشكالا هندسية على الرمال ، فقال «يمكننا أن نتأمل ، لأن هذه شواهد بشرية» . وقد اتخذت من إقليدس أمثلة متعددة للتدليل على أهميته العظيمة . (بإذن من محفوظات مكتبة كلية هارفارد) .

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ
ΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ

E U C L I D I S
QUÆ SUPERSUNT
OMNIA.

Ex Recensioe DAVIDIS GREGORII M. D.
Astronomiae Professoris Saviliani, & R. S. S.



شكـل ١٣ - الطبعة الأول من أوبرا إقليدس في اليونانية واللاتينية، وقد كتبها دافيد جريجورى في أعمدة متوازية (القطع الكبير، أكسفورد . مسرح شيلدون ١٧٠٣) . وكان دافيد جريجورى (١٦٦١ - ١٧٠٨) أستاذ الفلك في أكسفورد سنة ١٦٩١ . ولقد كان كتابه («علم الفلك . عناصره الطبيعية والهندسية» أكسفورد . مسرح شيلدون ١٧٠٢) أول كتاب درسه نيوتن (بإذن من محفوظات مكتبة كلية هارفارد) .

وتعليقات كثيرة . وقبل نهاية القرن التاسع ترجم إقليدس ونوقش بالعربية بواسطة محمد بن موسى^(١٣) الماهاني ، النيريزي ، ثابت بن قرة ، إسحق بن حنين ، قسطه بن لوقا . وفي الربع الأول من القرن العاشر اتخذت خطوة كبيرة نحو الأمام بواسطة أبي عثمان سعيد بن يعقوب الدمشقي الذي ترجم المجلد العاشر مع تعليقات بآبوس (وقد ضاعت النسخة اليونانية^(١٤)) ، وقد زادت هذه الترجمة من اهتمام العرب بالمجلد العاشر (تصنيف للمستقيبات التي لاتقاس معاً) ، كما شوهدت في الترجمة الجديدة لتنظيف بن يمن (النصف الثاني من القرن العاشر) وهو قسيس مسيحي ، وفي تعليقات أبو جعفر الخازن (النصف الثاني من القرن العاشر) ، محمد بن عبد الباقي البغدادي (النصف الثاني من القرن الحادي عشر) . وإن القائمة العربية التي عندي طويلة ، ولكنها ناقصة ، إذ لا بد أن نفترض أن كل عالم من علماء الرياضيات العرب في ذلك الوقت كان يعرف « الأصول » وناقش إقليدس ، ويقال إن أبا الوفا (النصف الثاني من القرن العاشر) قد كتب تعليقا ولكنه فقد .

والآن لنوقف القصة العربية لنعود إلى الغرب . وقد كانت مجهودات الدارسين الغربيين لترجمة « الأصول » من اليونانية إلى اللاتينية غير مجدية ، ومن المحتمل أن تكون معرفتهم بالإغريقية قد تضاءلت وتلاشت إلى لاشيء ، في نفس الوقت الذي زاد فيه اهتمامهم بإقليدس . وفي ذلك الوقت بدأ المترجمون العرب في الظهور ، وكان لا بد أن تقع مخطوطات إقليدس في أيديهم . ولقد بذل هيرمان الدلماتي (النصف الأول من القرن الثاني عشر) ، جون الكرتبي (النصف الأول من القرن الثاني عشر) ، جيرارد الكريمني ، مجهودات لترجمته إلى اللاتينية . ولكن ليس هناك ما يدل على إتمام الترجمة ، اللهم إلا تلك التي قام بها إدلارد البائي (النصف الأول من القرن الثاني عشر)^(١٥) ، ومع ذلك فلم يكن الجلو اللاتيني ملائماً للبحوث الهندسية في القرن الثاني عشر كما كان الجلو العربي من القرن التاسع وما بعده . وكان علينا حقاً أن نتنظر حتى القرن الثالث عشر ، قبل أن نشهد إحياء لاتينيا للعبقرية الإقليدية .

EUCLIDES
AB OMNI NÉVO VINDICATUS,
 SIVE
CONATUS GEOMETRICUS
 QUO STABILIENTUR
Prima ipsa univérſa Geometria Principia.
 AUCTORE
HIERONYMO SACCHERIO
 SOCIETATIS JESU
In Ticinensi Univerſitate Mathematicos Profefſore.
OPUSCULUM
EX^{MO} SENATUI
MEDIOLANENSI
 Ab Auctore Dicitum.
 MEDIOLANI, MDCCXXXIII.

Ex Typographia Pauli Azzolini Montani. Apertum formis.

شكل ١٥ - الطبعة الأولى من الكتاب الشهير لجيرولاموساكييري (ميلان سنة ١٧٢٣) الذي يحوى « أفضل اقليدس ويختصر من الهندسة اللا إقليدية ». وهى نادرة جدا ، ولكن قام جورج بروس هلمستيد (١٨٥٣ - ١٩٢٢) (شيكاغو سنة ١٩٢٠) بإعادة طبع النص اللاتينى وترجمته إلى الإنجليزية، ويمكن اعتبار ساكييري سلفا لنيقولاى ايفانوفتش لوبا تشيفسكى (١٧٩٣ - ١٨٥٦) .

وندين بهذا الإحياء إلى ليوناردو الپيزى (النصف الأول من القرن الثالث عشر) ويعرف باسم فيبوناتشى فى كتابه « الهندسة العملية » الذى كتب فى سنة ١٢٢٠ ، ومع ذلك فإن فيبوناتشى لم يتمم « الأصول » ولكنه أتم عملاً إقليدياً آخر فى « قسمة الأشكال » وهذه قد فقدت (١٦) .

وفى ذلك الوقت بدأ « يودابن سليمان ها - كوهين » (النصف الأول من القرن الثالث عشر) التقاليد العبرية ، وأكملها موسى بن تيبون (النصف الثانى من القرن الثالث عشر) ، يعقوب بن ماهير بن تيبون (النصف الثانى من القرن الثالث عشر) ، ليعق بن جرسون (النصف الأول من القرن الرابع عشر) وقد أحيا أبو الفرج المعروف بابن العبرى (النصف الثانى من القرن الثالث عشر) التقاليد السريانية ، وكان يحاضر عن إقليدس فى مرصد المراغة فى سنة ١٢٦٨ ، كان هذا الإحياء أيضاً نهاية التقاليد السريانية ، لأن أبا الفرج كان آخر الكتاب السريانيين ذوى الأهمية ، وبعد موته حلت العربية محل السريانية تدريجياً .

وكذلك بدأ العصر الذهبي للعلوم العربية ينبو ، بالرغم من بقاء عدد قليل من العلماء الإقليديين في القرن الثالث عشر مثل قيصر بن أبي القاسم (النصف الثاني من القرن الثالث عشر) . وابن اللبودي (النصف الأول من القرن الثالث عشر) ونصير الدين الطوسي (النصف الثاني من القرن الثالث عشر)، ورحي الدين المغربي (النصف الثاني من القرن الثالث عشر) ، وقطب الدين الشيرازي (النصف الثاني من القرن الثالث عشر) ، وكذلك الحال في القرن الرابع عشر . ويمكن أن نتغاضى عن علماء الرياضيات المسلمين واليهود المتأخرين ، لأن المجرى الرئيسي كان يصب في ذلك الوقت في الغرب.

لقد راجع جيوفاني كامپانو (النصف الثاني من القرن الثالث عشر) النص اللاتيني لأدلارد . وقد خلد عمل كامپانو في نسخة مطبوعة « للأصول » « البندقية : رادلت ١٤٨٢ » (شكل ٧) ، وقد أعاد طبعه كل من ليوناردو الباسيلي ، وجوليلموس من پاپيا (البندقية ١٤٩١) . ولا يوجد لدينا إلا هذان العملان المبتدئان (كليب ٣٨٣)^(١٧) ، وكلاهما لاتيني عن أصل عربي . وأول ترجمة لاتينية عن اليونانية من عمل بارثلميوز امبرتي من البندقية سنة ١٤٩٣ ، وقد طبعها جوانس تكوينس (البندقية سنة ١٥٠٥) (شكل ٨) والطبعة اللاتينية التالية طبعها بجانينوس (البندقية سنة ١٥٠٩) (شكل ٩) . أما النسخة اليونانية فقد أعدها سيمون جرينايس ، وأهديت لعالم الدين والرياضيات الإنجليزي جتبرت تنشتال . وقد طبعها يوحنا هرفاجن (بال سنة ١٥٣٣) (شكل ١٠) . أما أول ترجمة إنجليزية فقد قام بها سيرهنرى بلنجزلى من كلية سان جورج بكمبرج ، ولقد عمل مدة محافظاً للندن وقد نشرت مع مقدمة جون داي (لندن . جون داي ١٥٧٠)^(١٨) (شكل ١١) وقد نشرت مطبعة مدتشي (روما ١٥٩٤) النصوص العربية الأولى كما راجعها نصير الدين الطوسي (شكل ١٢) .

ولسنا في حاجة إلى أن نكمل بقية القصة هنا . فإن قوائم الطبقات الإقليدية والتي بدأت سنة ١٤٨٢ لم تنته بعد ؛ وهي هائلة ، كما يعتبر تاريخ التقاليد

الإقليدية جزءاً أساسياً في تاريخ الهندسة .

أما فيما يتعلق بمبادئ الهندسة ، فيعتبر « أصول إقليدس » المثل الوحيد للكتاب المدرسي الذي ظل ذا فائدة إلى يومنا هذا ، فكر فيما تقدم . مرت ٢٢ قرناً من التغيرات والحروب والثورات والكوارث من جميع الأنواع ، ومع ذلك ، فما زال من المفيد أن ندرس الهندسة من إقليدس (١٩) .

المصادر :

النسخة الأساسية للكتاب اليوناني عن جميع الأعمال ، مع ترجمة لاتينية ، قام بها ج . ل . هيرج ، ه . منجا « أعمال إقليدس » (٨ مجلدات ، ليزج ١٨٨٣ - ١٩١٦ وملحق ١٨٩٩) . وتشمل المجلدات من ١ إلى ٤ (١٨٨٣ - ١٨٨٦) الكتب الثلاثة عشر من « أصول إقليدس » . ويشمل المجلد الخامس (١٨٨٨) ما يسمى بالكتاب الرابع عشر الذي ألفه هوبسكليز (النصف الأول من القرن الثاني قبل الميلاد) والكتاب الخامس عشر الذي ألفه تلميذ إيزيدوروس الميطي في القرن السادس وكذلك هوامش عديدة على الأصول . ويشمل المجلد السادس (١٨٩٦) « المعطيات » لإقليدس مع تعليق من مارينوس السيخمي (النصف الثاني من القرن الخامس) وهوامش ! ويشمل المجلد السابع (١٨٩٥) كتاب « البصريات والمرآيا » مع تعليق من ثيون السكندري . أما المجلد الثامن (١٩١٦) فيشمل « الظواهر » وهو كتاب على الفلك الكروي المبني على أوتولوكوس (النصف الثاني من القرن السابع قبل الميلاد) ، وكتاب عن الموسيقى ، إلخ . أما الملحق (١٨٩٩) فيشمل تعليق النيريزي (أناريتيوس) على الكتب من ١ إلى ١٠ مع ترجمة لاتينية من جيرارد الكريموني (النصف الثاني من القرن الثاني عشر) . وقد أعطيت هذه القائمة بالكامل لأوضح أن إقليدس لم يكن فقط مؤلفاً « للأصول » ، وإنما قام بتأليفات عديدة ، وليس هناك مكان لمناقشتها ، وقد ذكرت كثيراً منها في « التمهيد » المجلد الأول صفحات ١٥٤ - ١٥٦ (١٩٢٧) .

وأصول إقليدس بالإنجليزية قام بها سيرتوماس ل . هيث (٣ مجلدات .
كبرديج سنة ١٩٠٨) ، والطبعة المنقحة ٣ مجلدات سنة ١٩٢٦ ، (لنزييس ١٠-
٦٠-٦٢) (١٩٢٨) .

والنسخ القديمة لأصول إقليدس قام بها سيرتشارلز ستانفورد (٦٤ صفحة ،
١٥٠ لوحة ، لندن ١٩٢٦) [لنزييس ١٠ ، ٥٩-٦٠ (١٩٢٨)] .

تعليقات :

(١) إن اسمه اليوناني إقليدس ، ولكن الإنجليز والفرنسيين يستخدمون إقليد ، ويتغير هذا اللفظ قليلا في لغات أخرى .

(٢) إذا كان الإنتاج الذي عزي إليه في البصريات والفلك والموسيقى أصيلا ، فرمما احتاج إلى مساعدة فنية وأدوات . وفي هذه الحالة يكون معهد العلوم هو المكان الوحيد الذي يجد فيه مثل هذه الأشياء . ومع ذلك فلا نجد في هذه الأعمال إشارة إلى المعهد .

(٣) لمناقشة كثيرات من السطوح المنتظمة وما يتعلق بها من مناقشات أفلاطون التي انخرقت عنها . ارجع إلى المجلد الأول ص ٤٣٨ - ٤٣٩ . ويمكن القول اختصاراً إن أفلاطون كان متأثراً بدرجة كبيرة بأنه لا يمكن أن يكون هناك أكثر من خمسة أنواع من كثيرات السطوح المنتظمة . وجعل لكل منها معنى كونياً ، وفضلا عن ذلك قد أوجد ارتباطات بين المجسمات الخمسة والعناصر الخمسة . ويلاحظ أن نظرية أفلاطون عن المجسمات الخمسة ، وكذلك العناصر الخمسة كانت خيالية ، كما أن الجمع بينهما كان خيالا مبالغاً فيه ، إلا أن مركز أفلاطون العظيم جعل هذا الخيال المبالغ فيه يقبل على أنه قمة العلم فضلا عن أنه نصر ميتافيزيقي .

(٤) يمكن قراءة آراء أرسطو في كتاب Sir Thomas L. Heath, Euclid's Elements in English (كامبردج ١٩٢٦) المجلد الأول ص ١١٧ + أوفى كتابه Mathematics in Aristotle (ص ٣٠٥ مطبعة أكسفورد كلارندن سنة ١٩٤٩) (ليزيس ٤١ ، ٣٢٩ سنة ١٩٥٠) . إن المسئلة ماهي إلا قضية لا يمكن برهنتها ، أو عدم برهنتها ، ومع ذلك فلا بد لنا من إثباتها أو إنكارها حتى نسير قدما .

(٥) إذا أردت النص اليوناني ومناقشته مناقشة أكمل من مناقشتنا هذه فانظر :

Heath : Euclid, vol. I, pp. 202 — 220.

(٦) يجب أن يسمى بالسويسري لأنه ولد بمالهورز في الألزاس العليا ، وكانت هذه جزءا من الاتحاد السويسري من سنة ١٥٢٦ إلى ١٧٩٨ . وعاش لمبرت من سنة ١٧٢٨ إلى سنة ١٧٧٧ (ليزيس ٤٠ ، ١٣٩ سنة ١٩٤٩) .

(٧) لتفصيل أكثر انظر :

Florian Cajori : History of Mathematics (ed 2; New York, 1919), pp. 326 — 328;
Cassius Jackson Keyser, The rational and Superrational (New York : Scripta Mathematica, 1952), pp. 136 — 144 (Isis 44 , 171 (1953).

(٨) ليس من المحتمل أن يكون إقليدس على علم بالرياضيات البابلية ، لقد اتبع عبقريته

الهندسية ، كما أنهم اتبعوا عقريتهم الجبرية .

(٩) لإضافات هباسوس وثيوتايثيوس انظر المجلد الأول من هذا الكتاب ، ص ٢٨٢ - ٢٨٥ ، ٤٣٧ .

(١٠) النص اليوناني للمجلدات من ٧ - ٩ يحتوي على ١١٦ صفحة في طبعة هايبرج (ليتزج ١٨٨٤) مجلد ٢ ، أما الترجمة الإنجليزية مع الملاحظات فإنها ١٥٠ صفحة في هيث مجلد ٢ .

(١١) قدم تشارلز نابليون مور السنساق ، برهاناً سنة ١٩٤٤ ، ولكن تبين أنه غير كاف (Horus : a Guide to the History of Science Waltham Mass : Chronica Botanica (والتماس ، مجلة النبات سنة ١٩٥٢) ص ٦٢ ، ويمكن تقدير نظرية الأعداد بالنظر في تاريخها الذي كتبه ليونارد يوجين ديكسن (٣ مجلدات ، واشنطن ، معهد كارنيجي ١٩١٩ - ١٩٢٣) « إيزيس » ٣ ، ٤٤٦ - ٤٤٨ (١٩٢٠ - ١٩٢١) ، ٤ ، ١٠٧ - ١٠٨ (١٩٢١ - ١٩٢٢) ، ٦ ، ٩٦ - ٩٨ (١٩٢١) ، ولأزواج الأعداد الأولية انظر ديكسن المجلد ١ ص ٣٥٣ ، ٤٢٥ ، ٤٣٨ .

(١٢) لقد طبعت نسخ يونانية ولاتينية للنظريات وحدها دون أية براهين من سنة ١٥٤٧ حتى سنة ١٥٨٧ .

(١٣) هذا هو ابن جعفر (مات سنة ٨٧٢) وهو أحد الإخوة الثلاثة لبني موسى ، وليس أباعبد الله محمد بن موسى الخوارزمي (مات حوالي سنة ٨٥٠) ويجب أن نفترض أن هذا الأخير كان تلميذاً لإقليدس . انظر « التمهيد » المجلد الأول ص ٥٦١ - ٥٦٣ .

(١٤) نعرف الآن بتأليف بابوس للتعليقات بالرغم من الشكوك القديمة . وقد ترجمت نسخته العربية إلى الألمانية بواسطة هنريش زوتر (ارلانجن ١٩٢٢) (إيزيس ٥٠ ، ٤٩٢ ، ١٩٢٣) ونشرت وحولت إلى الإنجليزية بواسطة وليام تومسون (كامبردج ١٩٣٠) (إيزيس ١٦ ، ١٣٢ - ١٣٦ ، ١٩٣١) .

(١٥) عمدت إلى تبسيط هذه القصة بسبب الإيجاز ، ولتفصيل انظر :

Marshall Claggett, "The Medieval Latin Translations from the Arabic of the Elements مع الضغط على أجزاء اديلارد الباني (إيزيس ٤٤ ، ١٦ - ٤٢ ، ١٩٥٣) ، الملك ألفرد و « الأصول » ٤٥ ، ٢٦٩ - ٢٧٧ (١٩٥٤) .

(١٦) لقد استرجع ريموند كليبر أرشيبالد (١٨٧٥ - ١٩٥٥) بقدر الإمكان نص هذا البحث الصغير على أساس كتاب ليوناردو « الهندسة العملية » ومن ترجمة عربية (التمهيد : المجلد الأول صفحات ١٥٤ ، ١٥٥) .

(١٧) يشير هذا إلى A.C. Klebs, "Incunabula scientifica et medica" أوزيريس
١٤٤ - ٣٥٩ (١٩٣٨) انظر المجلد الأول ص ٣٥٢ ، عدد ١٥ .

R.C. Archibald, "The first translation of Euclid's Elements into English (١٨)
and its sources". American Mathematical Monthly 57, 443 - 452 (1950).

(١٩) وإنه لمن المستحسن أن نصر على ذلك ، لأنه لافائدة من أن ندرس معظم العلوم
الاتباعية . وإنه لمن الحماقة جدا مثلا أن ندرس الفلك الرياضى فى بطليموس أو الميكانيكا السماوية
فى نيوتن . فيحتاج هذا إلى مجهود لا بأس به ، ويؤدى إلى معلومات غير تامة . وقد يكون من السهل
كثيرا أن ندرس الرياضيات الحديثة وكذلك الكتب الحديثة عن الفلك وميكانيكا السموات . فتكون
معلومات المنزه حديثة ، ويمكنه أن يتقدم بها إلى الأمام .