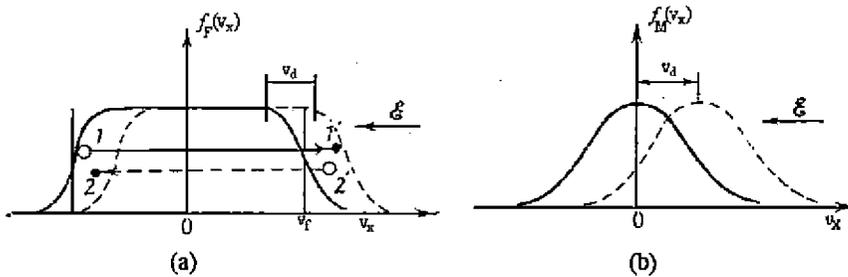


الباب الثامن

التوصيل الكهربى فى المواد الصلبة Electrical conduction in Solids

الحالة الاتزانية للغاز الإلكتروني

علمنا أن الغاز الإلكتروني المنحل يتصف بدالة فيرمى ديراك (شكل 8-1.a) وغير المنحل بدالة ماكسويل بولتزمان (شكل 8-1.b). وتمائل الدالتين حول القيمة (0) يدل على أن عدد الإلكترونات التى تتحرك فى اتجاه ما يساوى عدد الإلكترونات التى تتحرك فى الاتجاه المضاد وتكون السرعة المتوسطة لهذه الإلكترونات مساوية للصفر، وهذا يفسر عدم مرور تيار كهربى خلال الموصل عندما يكون المجال الكهربى $\mathcal{E} = 0$. هذه الحالة الاتزانية للغاز الإلكتروني تكون ناتجة بسبب الحركة العشوائية للإلكترونات نتيجة تشتتها فوق عيوب الشبكية (الاهتزازات الحرارية، العيوب النقطية والذرات الشائبة) والذى يتبعه تبادل فى الطاقة وكمية الحركة.



شكل (8-1): دالتا التوزيع للغاز الإلكتروني المنحل (a) والغاز غير المنحل (b)

الحركة الانسيابية للإلكترونات (Electron drift motion)

عندما يؤثر مجال كهربى \mathcal{E} على موصل فإنه يسبب مرور تيار كهربى خلال الموصل كثافته j تتناسب طرديا مع شدة المجال (قانون أوم) حيث:

$$j = \sigma \mathcal{E} \quad (8-1)$$

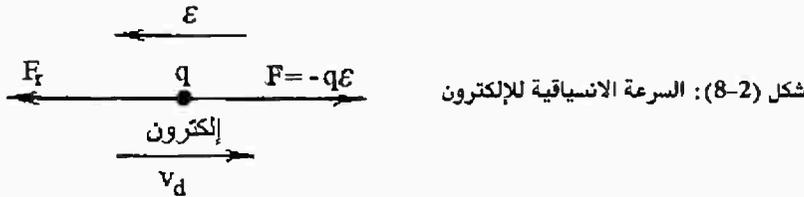
ويسمى معامل التناسب σ بالموصلية النوعية specific conductance أو الموصلية الكهربائية (electrical conductivity) ووحدة قياسها هي $(\Omega m)^{-1}$ ، وتقع قيمتها للموصلات الجيدة فى المدى $10^9 - 10^{10} \Omega m^{-1}$ ، وللعازلات الجيدة فى المدى $10^{12} - 10^{10} \Omega m^{-1}$ ، ومقلوب هذه الكمية هو:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (8-2)$$

ويعرف بالمقاومة النوعية ووحدها هي (Ωm) .
والتيار المار خلال الموصل يكون ناتجا بسبب السرعة الانسيابية (drift velocity) للإلكترونات نتيجة تأثير المجال الخارجى .

السرعة الانسيابية أو الاندفاعية v_d .

عند تطبيق المجال الكهربى \mathcal{E} بين طرفى الموصل فإن الإلكترون يتأثر بقوة $F = q\mathcal{E}$ تسبب اندفاعه بعجلة فى اتجاه مضا ل اتجاه المجال، وتزداد سرعته الانسيابية باستمرار. هذه الحركة تتأثر بقوة مقاومة F_r ناتجة عن تشتت الإلكترون عند تصادمه بعيوب الشبكية (شكل 8-2).



قوة المقاومة F_r تتناسب مع السرعة v_d وتكون عكس اتجاهها.

$$i.e \quad F_r = - \frac{1}{\tau} m^* v_d$$

حيث m^* هى الكتلة الفعالة للإلكترون، τ يسمى زمن الاسترخاء، وهو الزمن اللازم لعودة النظام لوضعه الاتزانى بعد زوال المجال المؤثر، وتعطى معادلة الحركة للإلكترون كالتالى:

$$m^* \frac{dv_d(t)}{dt} = -q\mathcal{E} - \frac{1}{\tau} m^* v_d(t) \quad (8-3)$$

واضح أن قوة المجال تحاول تعجيل الإلكترون أى تزيد من سرعته، وبالتالي تزداد

قوة المقاومة F_r وعندما تتساوى القوتان، فإن محصلتهما تساوى صفرا ويتحرك الإلكترون بسرعة انسيابية ثابتة.

$$i.e \quad -q\mathcal{E} = \frac{1}{\tau} m^* v_d$$

$$\therefore \quad v_d = -\frac{q\mathcal{E}}{m^*} \tau \quad (8-4)$$

الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه السرعة الانسيابية للإلكترون يكون مضادا لاتجاه المجال الكهربى. والنسبة بين السرعة الانقيادية للإلكترونات وشدة المجال الكهربى المطبق تعرف بالقدرة الحركية أو التحركية للإلكترونات μ_n ، وتعطى كالتالى:

$$\mu_n = \frac{v_d}{\mathcal{E}} = \frac{q}{m^*} \tau \quad (8-5)$$

فإذا كانت حاملات الشحنة charge carriers فى المادة هى الفجوات، فإن

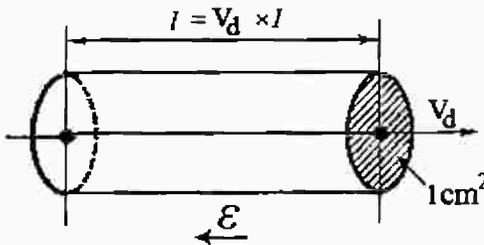
$$\text{التحركية } \mu_h \text{ لها تعطى بالعلاقة التالية:}$$

$$\mu_h = \frac{q}{m_h^*} \tau$$

حيث m_h^* هى الكتلة الفعالة للفجوات، وتكون μ_h سالبة، μ_n موجبة بسبب نوع الشحنة فى الحالتين.

الموصلية الكهربائية لموصل

كثافة التيار j المار خلال موصل تعرف بأنها مقدار الشحنة المارة خلال وحدة المساحة فى الثانية الواحدة، أى أنها مقدار الشحنة الموجودة فى إسطوانة من الموصل مساحتها قاعدتها الوحدة وطولها يساوى عدديا قيمة السرعة v_d .



شكل (8-3): كثافة التيار خلال موصل

$$\therefore j = nqv_d = nq\mu_n \mathcal{E} \quad (8-6)$$

حيث n - عدد الإلكترونات فى وحدة الحجم.

بمقارنة العلاقة (8-6) بالعلاقة (8-1) فإن :-

$$\sigma = nq\mu_n \varepsilon \quad (8-7)$$

وبالتعويض عن μ_n من العلاقة (8-5) فإن :-

$$\sigma = \frac{nq^2}{m^*} \tau \quad (8-8)$$

الموصلية الكهربائية للغاز الإلكتروني

في حالة الغاز غير المنحل، يكون عدد الإلكترونات في منطقة التوصيل قليلا لدرجة أن حركة أى إلكترون لا تتأثر كثيرا بالإلكترونات الأخرى، وبذلك فإن كل الإلكترونات في منطقة التوصيل تلعب دورا مستقلا في التوصيل الكهربى للموصلات. وعليه فإن العلاقتين (8-5)، (8-8) للقدرة الحركية μ_n والموصلية الكهربائية σ على الترتيب تعطيان بدلالة القيم المتوسطة لزمن الاسترخاء أو طول المسار الحر λ كالتالى:

$$\mu_n = \frac{q\bar{\tau}}{m^*} = \frac{q}{m^*} \frac{\lambda\bar{v}}{\bar{v}} \quad (8-5')$$

$$\sigma = \frac{nq^2}{m^*} \bar{\tau} = \frac{nq^2}{m^*} \frac{\lambda\bar{v}}{\bar{v}} \quad (8-8')$$

حيث $\bar{\tau}$ هو متوسط زمن الاسترخاء، λ متوسط طول المسار الحر، \bar{v} متوسط عدد التصادمات، \bar{v} السرعة المتوسطة.

أما في حالة الغاز الإلكتروني المنحل، فإن الإلكترونات التى تتواجد بالقرب من مستوى فيرمى هى فقط التى يمكنها أن تساهم في التوصيل الكهربى، وعلى ذلك فإن القيم المتوسطة فى العلاقتين (8-5')، (8-8') يمكن أن ننسبها لمستوى فيرمى، أى أنه للغاز الإلكتروني المنحل يكون:

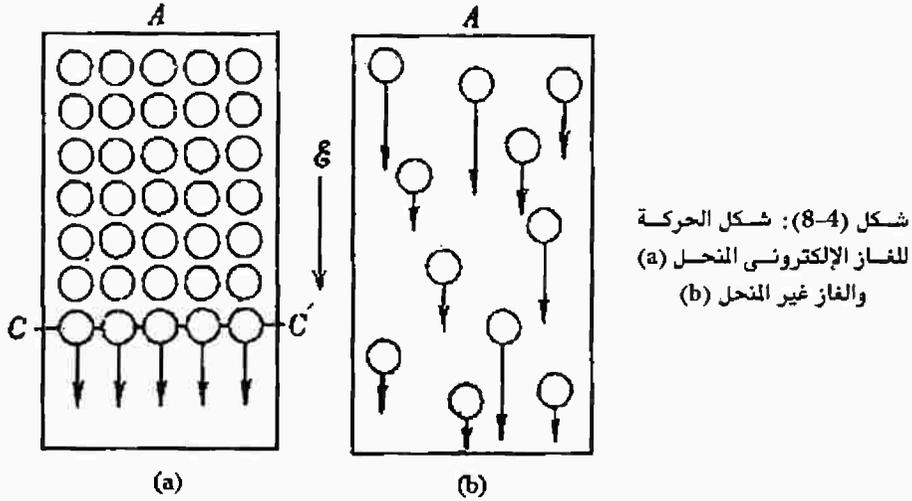
$$\mu_n = \frac{q\tau_F}{m^*} = \frac{q}{m^*} \frac{\lambda_F v_F}{v_F} \quad (8-5'')$$

$$\sigma = \frac{q^2 n}{m^*} \tau_F = \frac{q^2 n}{m^*} \frac{\lambda_F v_F}{v_F} \quad (8-8'')$$

حيث λ_F تمثل متوسط المسار الحر للإلكترونات التى طاقتها تساوى طاقة فيرمى، v_F تمثل سرعتها، τ_F تمثل عدد التصادمات التى بعدها تصبح السرعة الموجهة للإلكترونات عشوائية (أى تعود إلى الحالة الاتزانىة فى حالة عدم وجود مجال).

ولتوضيح الفرق فى سلوك كل من الغاز الإلكتروني المنحل وغير المنحل تحت تأثير مجال كهربى، نعتبر كرات مشحونة فوق سطح ماء داخل إناء A. فإذا كان عدد هذه الكرات كبيرا (degenerate gas) فإنه يمكن تمثيلها بالشكل (8-4.a) أما إذا كان

عددتها صغيرا (nondegenerate gas) فإنها تمثل بشكل (b-4-8). واضح أن الكرات في الشكل (b) تتحرك بحرية وباستقلال عن بعضها، وبالتالي فإن حركة النظام ككل يمكن تحديدها بواسطة البارامترات المتوسطة لحركة الجسيمات المفردة، أي عن طريق السرعة المتوسطة \bar{v} ، زمن الاسترخاء المتوسط $\bar{\tau}$ ومتوسط طول المسار الحر $\bar{\lambda}$... إلخ.



أما الحالة (a) والتي تكون فيها الكرات متراصة بجانب بعضها البعض وتشغل كل الأماكن المسموحة، فإن حركة النظام ككل تحت تأثير المجال الكهربائي تتحدد بحركة الطبقة C'C التي تفصل بين الحالات المشغولة والحالات الخالية، وهي تشبه حركة الإلكترونات المجاورة لمستوى فيرمي في الغاز المنحل والتي تفصل بين الحالات المسموحة والخالية والمليئة.

قانون فايدمان - فرانس - لورنس

Wiedemann - Franz - Lorenz Law

لا يقوم الغاز الإلكتروني بعملية التوصيل الكهربائي عند تطبيق مجال كهربائي على الموصل فقط، بل يقوم أيضا بعملية نقل الحرارة بين أجزاء البللورة عند وجود تدرج حراري (Temperature gradient) خلال الموصل. وفي كلتا العمليتين يحدث انتقال للشحنة عبر الموصل. لذلك، فإنه منطقيًا أن نتوقع وجود علاقة بين معاملي التوصيل الكهربائي σ والحراري K . هذه العلاقة أثبتت عمليا بواسطة العالمين فايدمان وفرانس ثم

أكدت نظريا بواسطة العالم لورنس وذلك بالنسبة للمعادن، حيث تبين أن نسبة الموصلية الحرارية K لمعدن إلى موصليته الكهربائية σ تتناسب طرديا مع درجة حرارته المطلقة.

$$i. e \quad \frac{\kappa}{\sigma} = L T \quad (8 - 9)$$

العلاقة (8-9) تمثل قانون فايدمان - فرانس - لورنس، ويسمى معامل التناسب L بعدد لورنس (Lorenz number).

عدد لورنس L

نعلم أن التوصيل الحرارى خلال المادة الصلبة يتم عن طريق كل من الفونونات والإلكترونات.

$$i. e \quad K = K_{\text{lattice}} + K_e$$

ويكون انتقال الحرارة بواسطة الإلكترونات سائدا في حالة المعادن.

$$i. e \quad K \gg K_{\text{lattice}}$$

$$\therefore \quad K \approx K = \frac{\pi^2}{3} \frac{N K_B^2}{m^* v_F} \lambda_f T$$

حيث $N = n v_F$ هو عدد التصادمات الكلية للإلكترونات.

بقسمة العلاقة الأخيرة على العلاقة (8'' - 8) نحصل على:

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{K_B}{q} \right)^2 T \quad (8 - 10)$$

$$i. e \quad L = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{K_B}{q} \right)^2 = 2.45 \times 10^{-8} \text{ w. ohm. k}^{-2}$$

ولقد بينت النتائج التجريبية لبعض المعادن أن القيم العملية لعدد لورنس تتفق بشكل جيد مع هذه القيمة النظرية.

وفى حالة أشباه الموصلات غير المنحلة، فإن مركبة معامل التوصيل الحرارى الناتج عن الفونونات تمثل جزءا أساسيا فى الموصلية الحرارية، وتكون علاقة فايدمان - فرانس - لورنس $\left(\frac{\kappa}{\sigma} = L T \right)$ صحيحة أيضا، حيث يعين الثابت L من العلاقة الآتية:

$$L = 2 \left(\frac{K_B}{q} \right)^2$$

أما فى حالة السبائك المعدنية فقد لوحظ عمليا أن هناك علاقة محددة بين التوصيلية الحرارية والتوصيلية الكهربائية لهذه السبائك لا تطابق قانون فايدمان - فرانس وتأخذ الصورة الفيزيائية التالية:

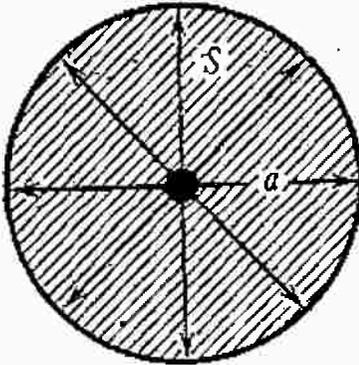
$$K = 5.02\sigma T \times 10^{-9} + 0.03$$

وذلك لأن التغيرات في التوصيلية الحرارية للمبائك المعدنية مع التركيب الكيميائي لا تتبع التغيرات في التوصيلية الكهربائية طبقا لقانون فايدمان - فرانس.

التحركية أو القدرة الحركية لحوامل الشحنة

Mobility of charge carriers

في درجات الحرارة العالية يكون تشتت الإلكترونات الحرة سائدا فوق الفونونات. كل ذرة من ذرات (عقد) الشبكة البلورية تهتز عشوائيا حول موضع اتزانها وتظل داخل كرة نصف قطرها يساوي سعة الاهتزاز (a) (شكل 5-8)، مساحة مقطع هذه الكرة يمثل مقطع التشتت (Scattering cross section)، وهذا يعني أن احتمال تشتت الإلكترون يتناسب طرديا مع مساحة هذا المقطع، ويتناسب المسار الحر عكسيا مع هذه المساحة.



شكل (5-8): مقطع التشتت للإلكترون الحر

$$i.e \quad \lambda \propto \frac{1}{\pi a^2} \propto \frac{1}{a^2}$$

ومن ناحية أخرى، تتناسب طاقة الذرة المهتزة مع مربع سعة الاهتزازة، أي أن:

$$E \propto a^2$$

$$\therefore E \propto T$$

$$\therefore \lambda \propto \frac{1}{T}$$

(8 - 11)

ويمكن الحصول على نفس النتيجة السابقة كما يلي :

بما أن تركيز الفونونات في المادة يزداد مع ارتفاع درجة الحرارة فإن:

$$n_{ph} \propto T$$

ولما كان متوسط المسار الحر للإلكترون يتناسب عكسيا مع تركيز الفونونات.

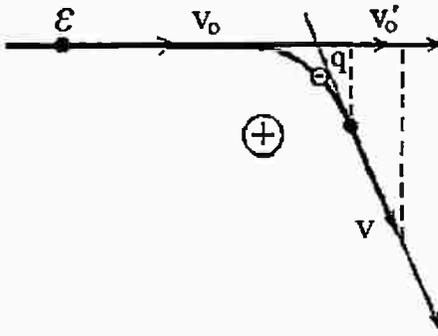
$$i.e \quad \lambda \propto \frac{1}{n_{ph}} \propto \frac{1}{T}$$

في هذا المدى من درجات الحرارة العالية، تكون الحركة المتوسطة للفونون كبيرة لدرجة أن تصادما واحدا مع الإلكترون يكفي لجعل الأخير يفقد كل سرعته الابتدائية، ومعنى ذلك أن متوسط عدد التصادمات للإلكترون $\nu = 1$ ، بالتعويض في العلاقتين (8-5')، (8-5'') نحصل على:

$$\mu_n \sim \frac{\bar{\lambda}}{\bar{v}} \sim \frac{T^{-1}}{T^{1/2}} \sim T^{-3/2} \quad (\text{للغاز غير المنحل}) \quad (8-12)$$

$$\mu_n \sim \frac{\lambda_F}{v_F} \sim \frac{T^{-1}}{\text{constant}} \sim T^{-1} \quad (\text{للغاز المنحل}) \quad (8-13)$$

وفي مدى درجات الحرارة المنخفضة يكون التشتت سائدا فوق ذرات الشوائب المتأينة والتي ينتج عنها نقص سرعة الإلكترونات في اتجاه حركتها الأصلي. شكل (8-6) يبين حركة الإلكترون بسرعة ابتدائية V_0 حيث تقل هذه السرعة (مركبة السرعة في الاتجاه الأصلي) لتصبح V_0' .



شكل (8-6): تشتت الإلكترون فوق ذرات الشوائب المتأينة

وبتطبيق نموذج رذرفورد الخاص بتشتت جسيمات α بواسطة أنوية العناصر الكيميائية فإن عدد التصادمات ν يكون كالتالي:

$$\nu = v^4 \left(\frac{\epsilon}{zq} \right)^2 m^* \quad (8-14)$$

حيث V هي سرعة الإلكترون، ϵ ثابت العزل للبلورة، zq شحنة الأيون. واضح أنه كلما كانت قيم V ، ϵ ، m^* كبيرة، كان عدد التصادمات اللازم للعودة للحالة العشوائية كبيرا أيضا بسبب كبر طاقة الإلكترون في وجود مجال بللورى ضعيف (نتيجة لكبر

قيمة ثابت العزل ϵ) حيث يكون تأثيره على انحراف الإلكترون ضعيفا. وبالطبع يكون العدد ν صغيرا عندما تكون شحنة الأيون Zq كبيرة حيث يكون تأثيرها على انحراف الإلكترون كبيرا، ولما كان متوسط المسار الحر يتناسب عكسيا مع تركيز ذرات الشوائب المتأينة والتي لا تعتمد على درجة الحرارة، فإن λ لا تعتمد على درجة الحرارة. لذلك فإنه بالتعويض عن قيمة ν في المعادلتين (8-5) ، (8-5') نحصل على:

$$\mu_n \propto \frac{v_{\lambda}}{v} \propto v'^{-3} \propto T^{3/2} \quad (8-15)$$

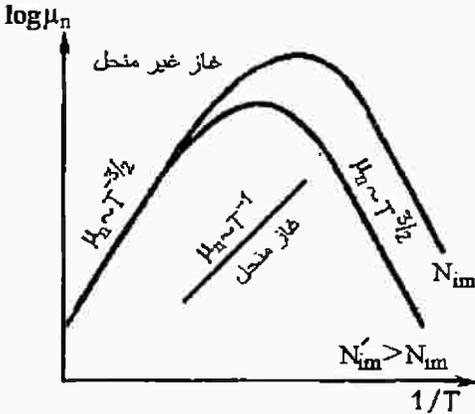
(حالة الغاز غير المنحل)

$$\mu_n \propto \frac{v_{F\lambda F}}{v_F} \propto v_F^3 = \text{const.} \quad (8-16)$$

(حالة الغاز المنحل)

أى أن القدرة الحركية للغاز غير المنحل تتناسب مع $T^{3/2}$ ولا تعتمد على درجة الحرارة للغاز الإلكتروني المنحل وذلك فى درجات الحرارة المنخفضة حيث يكون التشتت على ذرات الشوائب المتأينة سائدا (شكل 8-7).

أما إذا كان المعدن نقيًا جدا (أى يحوى كمية صغيرة جدا من الشوائب وعيوب الشبكية)، فإن التشتت على الفونونات يصبح هو السائد فى هذا المدى من درجات الحرارة المنخفضة، ويتناسب متوسط المسار الحر عكسيا مع تركيز الفونونات n_{ph} .



شكل (8-7): اعتماد الحركة الإلكترونية على درجة الحرارة وتركيز الشوائب

$$\therefore n_{ph} \propto T^3$$

$$\therefore \lambda \propto \frac{1}{n_{ph}} \propto T^{-3} \quad (8-17)$$

ومتوسط عدد التصادمات ν اللازم للإلكترون كي يفقد سرعته الأصلية عند درجات الحرارة العالية هو $\nu \approx 1$ ، وذلك لأن كمية الحركة المتوسطة للفونون P_{ph} تساوى تقريباً كمية الحركة للإلكترون P_e أو على الأقل في نفس الرتبة. أما في مدى درجات الحرارة المنخفضة فإن $P_e \gg P_{ph}$ وبالتالي فإن $\nu \gg 1$ ، ولما كانت P_{ph} تزيد مع ارتفاع درجة الحرارة فإن ν تعتمد أيضاً على درجة الحرارة. فإذا تصادم إلكترون ذو كمية حركة ابتدائية P_e مع فونون عند النقطة A شكل (8-8)، حيث يعد هذا التصادم تصادمًا مرنا، فإن القيمة المطلقة لكمية التحرك لا تتغير ($P_e^* = P_e$)، ويحدث تغير في الاتجاه فقط بحيث يكون $P_{ph} + P_e^* = P_e$ ، وينتج عن هذا التغير نقص كمية التحرك في الاتجاه الأصلي بالمقدار ΔP_e . من المثلث BCD نجد أن:

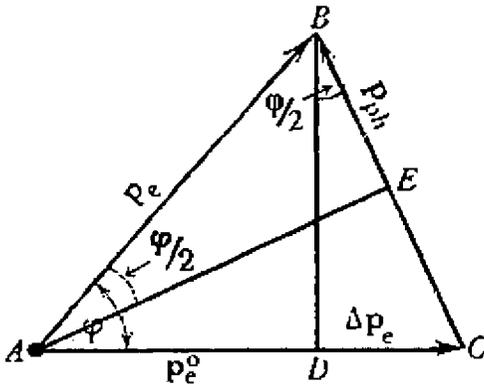
$$\Delta p_e = p_{ph} \sin \frac{\varphi}{2}$$

وتسمى φ بزواوية التشتت.

كذلك من المثلث ABE نجد أن:

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{P_{ph}}{2P_e}$$

$$\therefore \Delta p_e = \frac{P_{ph}^2}{2P_e}$$



شكل (8-8): التشتت الإلكتروني فوق الفونونات

أى أنه نتيجة لتصادم وحيد فقد الإلكترون جزء من كمية تحركه يساوى $\Delta p_e = P_{ph}^2 / 2P_e$ ولكي يفقد كل كمية تحركه في اتجاهه الأصلي يلزم حدوث عدد من التصادمات يعطى كالتالي:

$$\nu = \frac{P_e}{\Delta p_e} = P_e \left(\frac{P_{ph}}{2P_e} \right)^{-1} = 2 \left(\frac{P_e}{P_{ph}} \right)^2 \propto \frac{1}{P_{ph}^2}$$

وتعطي الطاقة المتوسطة للفونون (للمهتز التوافقي) عند درجات الحرارة العالية كالتالي:

$$\bar{E}_{ph} = \frac{1}{2} P_{ph} V \propto k_B T$$

حيث V هي سرعة الصوت في البلورة (مقدار ثابت).

$$i.e. P_{ph} \propto T$$

وبذلك فإن:

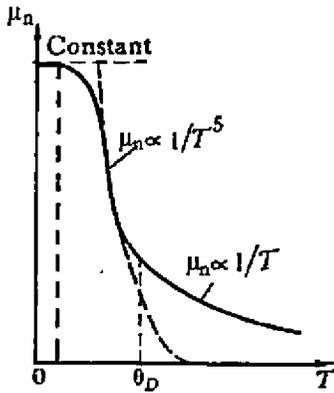
$$v \propto T^{-2}$$

$$(8-18)$$

بالتعويض من (8-17)، (8-18) في العلاقة (8-5') فإن:

$$\mu_n = \frac{v_F \lambda_F}{v_F} \propto T^{-5} \quad (8-19)$$

شكل (8-9) يعطي منحنيا وصفيا للعلاقة $\mu_n(T)$ للمعادن النقية، حيث نشاهد أن تحركية الإلكترونات يتغير شكل اعتمادها على درجة الحرارة من مدى حراري إلى آخر.



شكل (8-9): اعتماد التحركية الإلكترونية في المعادن النقية على درجة الحرارة

التوصيل الكهربى فى المعادن النقية

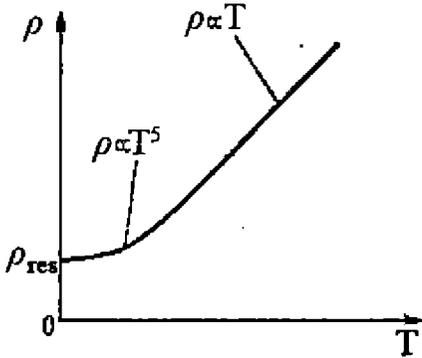
يتم التوصيل فى المعادن النقية عن طريق الإلكترونات الحرة (عدا عنصرى البريليوم والزنك فتكون حاملات الشحنة هى الفجوات). وتعطى الموصلية σ بالعلاقة $\sigma = nq\mu_n$. ولما كانت المعادن عبارة عن موصلات منحلّة، فإن تركيز الإلكترونات n لايعتمد على درجة الحرارة، وتتوقف الموصلية على علاقة القدرة الحركية μ_n بدرجة الحرارة. باستخدام العلاقتين (8-13)، (8-19) للغاز المنحل عند درجات الحرارة العالية والمنخفضة على الترتيب، فإن:

$$\sigma = AT^{-1}, \rho = aT \quad (8-20)$$

$$\sigma = BT^{-5}, \rho = bT^5 \quad (8-21)$$

حيث A, B, a, b ثوابت التناسب.

شكل (8-10) يبين أن العلاقة $\rho(T)$ هي علاقة خطية في مدى درجات الحرارة المرتفعة، بينما تمثل بمنحنى قطع مكافئ من الدرجة الخامسة في مدى درجات الحرارة المنخفضة وتكون العلاقة $\rho(T)$ ممثلة بخط مستقيم يوازي محور درجات الحرارة بالقرب من 0K.



شكل (8-10): اعتماد المقاومة النوعية للمعدن
النقى على درجة الحرارة

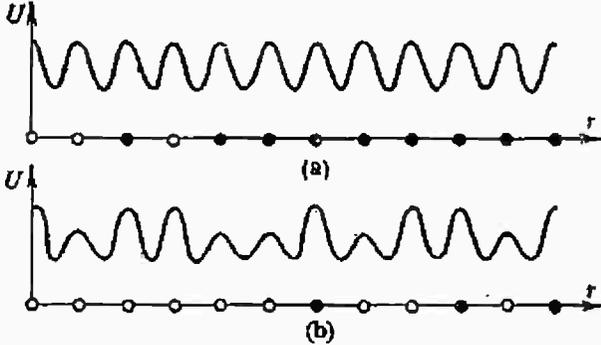
جدول (١) يعطى مقارنة بين القيم النظرية والعملية للموصلية، حيث يتضح أنه لعنصرى الصوديوم والبوتاسيوم يكون الاتفاق كبيراً بين القيم النظرية والعملية، فى حين أن القيم العملية للعناصر الأخرى المدونة بالجدول تكون صغيرة عن القيم النظرية بشكل كبير، والسبب فى ذلك هو أن كل إلكترونات التوصيل للعنصرين K، Na هي إلكترونات حرة، ويزيادة الكتلة الذرية يزيد جهد الشبكية البلورية مؤدياً إلى زيادة ارتباط إلكترونات التوصيل للشبكية البلورية، وهذا يجعل التقريب بأن الإلكترونات حرة بعيد عن الصواب.

جدول (8-1): القيم النظرية والعملية للموصلية الكهربائية لبعض المعادن

σ ($10^6 \Omega^{-1} m^{-1}$)	Na	K	Rb	Cu	Ag	Au
σ theory	22	19	20	100	90	107
σ experiment	23	15	8	64	67	68

التوصيل الكهربى للسبائك المعدنية

تعتمد الموصلية الكهربائية فى السبائك على تحركية حاملات الشحنة، وذلك لأن تركيز حاملات الشحنة فيها لا يعتمد على درجة الحرارة أيضا. بفرض شبكية بللورية لمعدن نقي (مثل النحاس) فإن جهد هذه الشبكية يكون دوريا ومنتظما (شكل a. 8-11)، فإذا استبدلنا بعض ذرات النحاس بذرات معدن آخر وليكن الذهب، فإن مجال الشبكية يحدد



شكل (8-11): المجال الدورى للشبكية البللورية للمعدن النقي (a) وللسبيكة (b)

عن شكله الأسمى، وذلك لأن جهد مجال ذرات الشوائب لا يكون مماثلا لجهد ذرات الشبكية الأصلية. وهذا التشوه فى المجال الدورى للشبكية يؤدي إلى تشتت حاملات الشحنة وبالتالي ظهور مقاومة كهربية إضافية.

فإذا اعتبرنا سبيكة ثنائية بسيطة مكونة من معدنين بالنسب الكسرية ω ، $(1 - \omega)$ كمحلول صلب، فإن التحركية μ_{al} تتناسب عكسيا مع حاصل ضرب النسبتين تقريبا (طبقا للعالم نوردهيم L.Nordheim).

$$i.e \quad \mu_{al} \propto \frac{1}{\omega(1-\omega)} \quad (8-22)$$

$$or \quad \rho_{al} = \frac{1}{\sigma_{al}} \propto \frac{1}{\mu_{al}} = B\omega(1 - \omega) \quad (8-23)$$

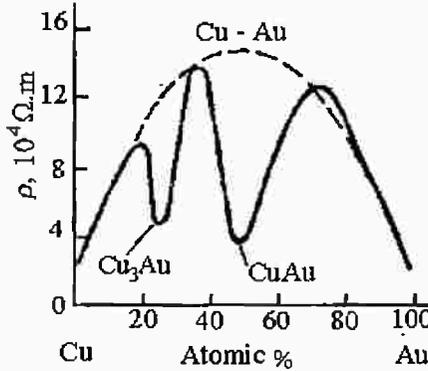
حيث B ثابت التناسب. ويكون التشويه وبالتالي المقاومة أكبر ما يمكن عندما تكون $\omega(1 - \omega)$ أقصى ما يمكن، أى عندما يتساوى تركيزا المعدنين ($\omega = 0.5$). شكل (8-12) يبين تغير المقاومة النوعية ρ للسبيكة Cu-Au مع تغير التركيز، نلاحظ

أن المنحنى يمر بقيمة عظمى عندما يكون التركيز ٥٠٪ للنحاس في السبيكة. وعموما فإن قيمة المقاومة النوعية للسبيكة ρ_{al} أكبر من قيمتها لكل من الذهب أو النحاس، فمثلا عند درجة حرارة الغرفة وجد أن:

$$\rho_{cu} = 1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot m, \quad \rho_{Au} = 1.5 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

$$\& \quad \rho_{al} = (50\% Cu + 50\% Au) = 1.5 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

من جهة أخرى تبين أنه لو كانت نسبتا المعدنين في السبيكة بحيث يعطيان تركيبا اترانيا (Stoichiometric composition)، فإن الشبكية البلورية تسترد دوريتها ويتلاشى التشتت فوق الشوائب (أى فوق التشوه الحادث فى الجهد البلورى) وتختفى المقاومة الناشئة عن ذلك. يحدث هذا لسبيكة النحاس والذهب عند التركيبات اترانية Cu_3Au ، $CuAu$ ، حيث تكون ρ نهاية صغرى كما يتضح من المنحنى المستمر فى شكل (8-12). وهذا يوافق ما أكدته النظرية الكمية «أن مصدر المقاومة الكهربائية للمواد الصلبة يعزى لتشتت الإلكترونات الحرة فوق عيوب التركيب البلورى التى تسبب تشويها لدورية جهد الشبكية ولا يعزى لتصادم هذه الإلكترونات مع ذرات الشبكية ذاتها».



شكل (8-12): اعتماد المقاومة النوعية للسبيكة على تركيز مكوناتها

وعموما، فإن الشبكية البلورية الخالية من العيوب تكون ذات جهد دورى منتظم تماما، وبالتالي لا يحدث تشتت لحاملات الشحنة الحرة وتميل مقاومتها إلى القيمة الصفرية. وعمليا أمكن تأكيد ذلك الاستنتاج حيث وجد أنه كلما زادت درجة نقاوة المعدن فإن مقاومته النوعية تميل إلى القيمة الصفرية - وتتلاشى عند درجة الصفر المطلق. أما فى حالة التركيز المنخفض للشوائب فإن المقدار $1 \approx (1 - \omega)$ وعليه فإن $\rho_{al} \propto \omega$ ولا تعتمد على درجة الحرارة، وبالتالي فإنها لا تتلاشى عند درجة الصفر المطلق بل تظل ذات قيمة يطلق عليها المقاومة المتبقية (residual resistivity (pres) (شكل 8-10).

عند درجات الحرارة العالية تنشأ مقاومة أخرى ρ_T تعتمد على درجة الحرارة وترجع إلى تشتت الإلكترونات بواسطة اهتزازات الشبكية البلورية.

$$i. e \quad \rho = \rho_{res} + \rho_T \quad (8 - 24)$$

وتسمى هذه العلاقة بقاعدة ماتهييسن (Matthiessen's rule).

المعامل الحرارى للمقاومة النوعية (α)

يعرف بأنه «التغير النسبى للمقاومة النوعية لموصل نتيجة ارتفاع درجة حرارته درجة واحدة مطلقة».

$$i. e \quad \alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho_T}{dT}$$

للمعادن النقية ($\rho = \rho_T$) تكون:

$$\alpha = \frac{1}{\rho_T} \frac{d\rho_T}{dT} \quad (8 - 25)$$

وللسبائك ($\rho = \rho_{res} + \rho_T$) نجد أن:

$$\alpha_{al} = \frac{1}{(\rho_{res} + \rho_T)} \frac{d\rho_T}{dT}$$

بالقسمة بسطا ومقاما على ρ_T

$$\alpha_{al} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\rho_{res}}{\rho_T}\right)} \cdot \frac{1}{\rho_T} \frac{d\rho_T}{dT} = \frac{\alpha}{1 + \left(\frac{\rho_{res}}{\rho_T}\right)} \quad (8 - 26)$$

واضح من هذه العلاقة أن $\alpha_{al} < \alpha$ برتبة واحدة حيث $\rho_T > \rho_{res}$ دائما برتبة واحدة، وغالبا $\rho_{al}(T)$ تكون أكثر تعقيدا من العلاقة (8-24)، كما أن المعامل α_{al} يمكن أن يتغير من مدى حرارى إلى آخر ويمكن أن يكون سالب القيمة كما فى حالة الكونستنتان.

التوصيل الكهربي فى أشباه الموصلات

بينما فيما سبق أن تغير الموصلية الكهربية للمعادن مع درجة الحرارة يعتمد على تغير التحركية لحوامل الشحنة ولا يعتمد على تركيزها، إلا أنه فى أشباه الموصلات الذاتية والشائبية غير المنحلة فإن التغير فى التوصيل الكهربي مع درجة الحرارة يعزى للتغير فى تركيز حوامل الشحنة مع درجة الحرارة وعلى اتساع المنطقة المحرمة.

التوصيل الذاتى

أشباه الموصلات الخالية من الشوائب يتم التوصيل فيها بواسطة كلا نوعى حاملات

الشحنة (الإلكترونات والفجوات) ويسمى بالتوصيل الذاتي (intrinsic) حيث:

$$\sigma_i = \sigma_n + \sigma_p = qn_i (\mu_n + \mu_p) = qn_i \mu_{nh} \quad (8-27)$$

حيث $\mu_{nh} = \mu_n + \mu_p$.

ومن النظرية الإلكترونية للجوامد يعطى تركيز حوامل الشحنة n_i بالصورة الآتية:

$$n_i = 2 \left(\frac{2\pi \sqrt{m^* m_h^*} K_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-E_g/2k_B T} \quad (8-28)$$

وكما بينا أيضا فإن تحركية حوامل الشحنة تتناسب مع $T^{3/2}$ وبالتعويض فى العلاقة

(8-27) نحصل على:-

$$\sigma_i = \sigma_0 e^{-E_g/2k_B T} \quad (8-29)$$

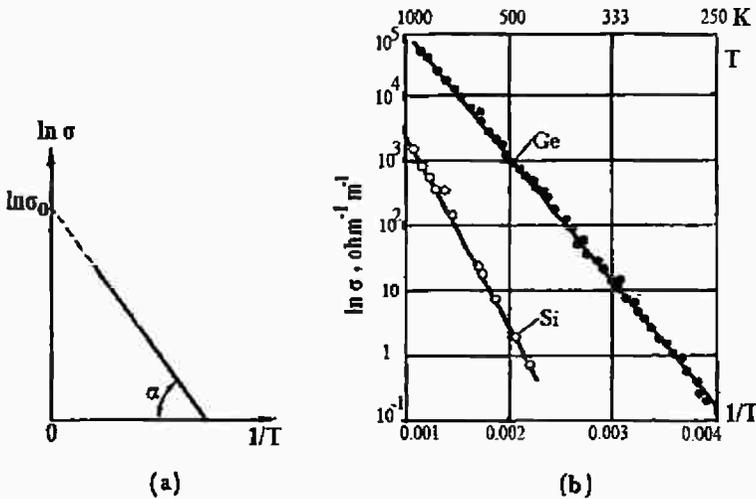
حيث يمثل الحد قبل الأسى (Pre-exponential term)، وبأخذ اللوغاريتم

للعلاقة (8-29) نحصل على:-

$$\ln \sigma_i = \frac{-E_g}{2K_B} \cdot \frac{1}{T} + \ln \sigma_0 \quad (8-30)$$

والتي يمكن تمثيلها كما فى شكل (8-13)، ومنه يمكن إيجاد كل من σ_0 واتساع

المنطقة المحرمة E_g .



شكل (8-13): العلاقة σ_i -T فى حالة التوصيل الذاتي

عند درجة حرارة ثابتة، فإن الموصلية الكهربائية لشبه الموصل تعتمد على اتساع المنطقة المحرمة، كما يبين جدول (8-2) الذى يعطى قيمة المقاومة النوعية واتساع

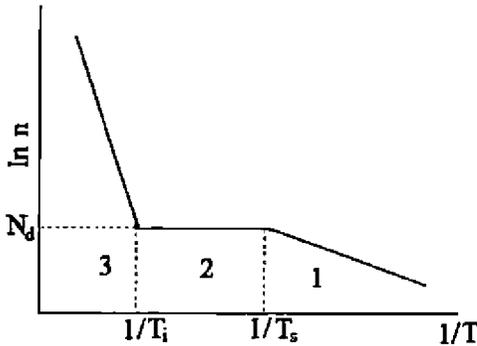
المنطقة المحرمة لبعض أشباه الموصلات عند درجة حرارة الغرفة، حيث نلاحظ أن نقص E_g (eV) من 5.2 للماس إلى 0.08 للقصدير أدى إلى نقص كبير في ρ ($\Omega.m$) من 10^{10} إلى 2×10^{-6} أي في حدود 16 رتبة.

جدول (8-2): المقاومة النوعية واتساع المنطقة المحرمة لبعض أشباه الموصلات عند درجة حرارة الغرفة

شبه الموصل	الماس C	السيليكون Si	الجرمانيوم Ge	القصدير Sn
E_g (ev)	5.2	1.12	0.66	0.08
ρ ($\Omega.m$)	10^{10}	3×10^{-6}	0.47	2×10^{-6}

التوصيل الشائبي

يعزى تغير الموصلية الكهربائية مع درجة الحرارة لأشباه الموصلات الشائبية غير المنحلة لتغير تركيز حاملات الشحنة مع درجة الحرارة (كما هو الحال لأشباه الموصلات النقية)، لذلك نلاحظ تشابه سلوك العلاقتين $\sigma(T)$ ، $n(T)$ على الأقل من الناحية الوصفية (شكلا (8-14) & (8-15)).



شكل (8-14): اعتماد تركيز حاملات الشحنة على درجة الحرارة لشبه الموصل الشائبي

شكل (8-15) يعطى العلاقة $\sigma(T)$ لشبه الموصل الشائبي عند تركيزات مختلفة لذرات الشوائب، والذي يمكن تقسيمه إلى ثلاثة أجزاء مختلفة (ab)، (bc)، (cd) عند تركيز للشوائب (N_{im}) .

المنطقة **ab**: تقع بين درجة الصفر المطلق ودرجة حرارة التشبع للشوائب T_s (والتي عندها تكون كل الذرات الشائبية متأينة تماما وتشارك بأقصى قيمة في حاملات الشحنة

الحررة - أى تصل لمرحلة التشبع) ويعطى تركيز حاملات الشحنة فى هذه المنطقة بالعلاقة التالية :

$$n = \sqrt{2N_d} \left(\frac{2\pi m^* K_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-E_d/2K_B T} \quad (8 - 31)$$

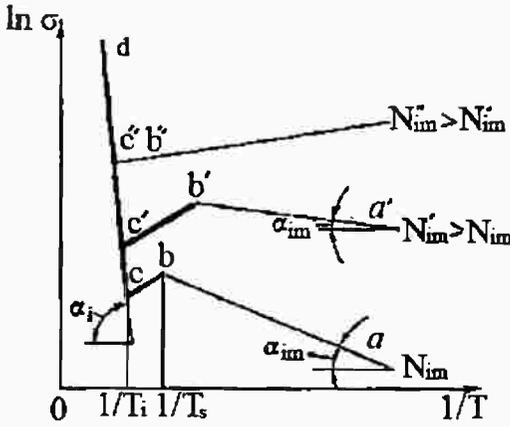
كما تتحدد غالبا تحركية حاملات الشحنة عن طريق التشتت فوق الشوائب والعيوب البللورية حيث $\mu n \approx T^{3/2}$ وبذلك نحصل على :

$$\sigma_{im} = \sigma_{im}^{\circ} e^{-E_d/(2K_B T)} \quad (8 - 32)$$

$$i. e \quad \text{Ln} \sigma_{im} = -\frac{E_d}{2K_B} \times \frac{1}{T} + \text{Ln} \sigma_{im}^{\circ}$$

حيث يعتمد المعامل σ_{im}° على درجة الحرارة بشكل ضعيف بالمقارنة بالدالة الأسية. برسم العلاقة $\text{Ln} \sigma_{im}$ vs. $\frac{1}{T}$. نحصل على خط مستقيم يصنع زاوية α_{im} مع المحور $\frac{1}{T}$ ، حيث $\tan \alpha_{im} = \frac{E_d}{2K_B}$ تتناسب مع طاقة التأين للشوائب E_d . المنطقة **bc**: تقع بين منطقة النفاذ الكامل (التأين الكامل) للشوائب **ab** ومنطقة التوصيل الذاتى **cd**، وفيها تكون كل ذرات الشوائب متأينة، بينما لا تزال درجة الحرارة أقل من الدرجة اللازمة لإثارة حاملات الشحنة الذاتية وإحداث انتقال إلكترونى من منطقة التكافؤ إلى منطقة التوصيل، وبالتالي يظل تركيز حاملات الشحنة ثابت القيمة تقريبا ويساوى تركيز الشوائب $n \approx N_d$ ، وعليه، فإن علاقة الموصلية الكهربية بدرجة الحرارة فى هذا المدى تتحدد بواسطة علاقة تحركية حاملات الشحنة بها. فإذا كان التشتت يتم فوق اهتزازات الشبكية (الفونونات) فإن ذلك يؤدي إلى نقص هذه التحركية وبالتالي نقص σ مع ارتفاع درجة الحرارة (شكل 15-8)، أما إذا كان التشتت يحدث على ذرات الشوائب أو العيوب البللورية فإن قيمة التحركية وبالتالي قيمة σ تزداد مع ارتفاع درجة الحرارة.

المنطقة cd:- هى منطقة التوصيل الذاتى وفيها يحدث انتقال من منطقة التكافؤ إلى منطقة التوصيل وتتصف بنفس المعادلات (28-8)، (29-8) الخاصتين باعتماد تركيز حاملات الشحنة والموصلية الكهربية على درجة الحرارة على الترتيب.



شكل (15-8): العلاقة
لشبه الموصل الثائبي

الثرمستور Thermistor

التغير الكبير لمقاومة شبه الموصل مع درجة الحرارة أمكن استغلاله تكنولوجيا في أغراض عديدة، فالثرمستور (وهو عبارة عن قطعة مجسمة من مادة شبه موصل يعتمد التغير في مقاومتها على التغير في درجة الحرارة بشكل كبير، والعلاقة المميزة له $I - V$ غير خطية)، استخدم في قياسات درجة الحرارة وقدرة الإشعاعات الكهرومغناطيسية ذات الترددات العالية، كما استخدم في تعويض الدوائر الكهربائية المختلفة بالطاقة الحرارية وفي وسائل التحكم الزمني لدرجة الحرارة (Releigh). وتوجد أنواع من الثرمستور ذات أبعاد صغيرة تسمى ميكروثرمستور تستخدم في دراسة التبادلات الحرارية في النباتات والتركيب العضوي للكائنات الحية، كما تستخدم في الكشف المبكر عن الأمراض التي تصيب الإنسان.

وتستخدم الثرمستورات المصنعة من أغشية رقيقة من أشباه الموصلات في الكواشف الإشعاعية (جهاز البولوميتر)، حيث تزيد حساسية الكشف له إلى $10^{-10} w$ ، ومثل هذا الجهاز إذا ما وضع في بؤرة مرآة على شكل قطع مكافئ فإنه يتمكن من الكشف عن الأجسام التي تنبعث منها حرارة سواء كانت متحركة مثل الطائرات أو الدبابات أو ثابتة مثل المصانع... إلخ، كما تستخدم في الكشف عن الأشعة تحت الحمراء المنعكسة من سطح القمر.

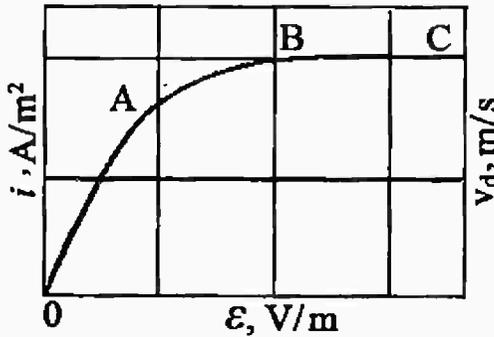
الانحراف عن قانون أوم

يبين قانون أوم أن العلاقة علاقة $\epsilon - i$ خطية إذا كانت الموصلية الكهربائية $(\sigma = qn\mu v)$

ثابتة القيمة. ولما كانت سرعة حوامل الشحنة v هي مجموع السرعتين الحرارية V_0 والانسيابية V_d الناتجة بسبب المجال الكهربى، فإن:

$$v = V_0 + v_d \approx v_0$$

وذلك فى حالة المجالات الكهربائية الضعيفة ($v_d \ll v_0$)، أى أن السرعة وبالتالى الموصلية النوعية لا يعتمدان على شدة المجال الكهربى. لذلك، يكون قانون أوم صالحا فقط فى حالة المجالات الكهربائية الضعيفة. حيث إذا زاد المجال الكهربى ليصبح مؤثرا على قيمة السرعة الانسيابية v_d لتصل الى قيم مقارنة بالسرعة الحرارية v_0 فإن المحصلة الكلية للسرعة تبدأ فى الاعتماد على قيمة المجال الكهربى، مما يؤدى إلى تشويه العلاقة الخطية $i - \epsilon$ وهو ما يسمى بالانحراف عن قانون أوم. ويطلق على المجالات الكهربائية التى يحدث عندها هذا الانحراف بالمجالات الكهربائية القوية (strong fields). وعند القيم العالية لهذه المجالات القوية فإن السرعة الانسيابية يتوقف اعتمادها على المجال، حيث تصل إلى مرحلة أو ظاهرة تسمى بتشبع السرعة الانسيابية drift velocity saturation effect (شكل 16-8) وبالتالى تشبع التيار الناتج لأن $v_d \propto j$.



شكل (16-8): اعتماد كل من التيار والسرعة الانسيابية للإلكترونات على شدة المجال الكهربى

ومما هو جدير بالذكر، فإن ارتفاع السرعة المحصلة للإلكترونات تحت تأثير المجالات الكهربائية الخارجية يؤدى إلى ارتفاع درجة حرارة الغاز الإلكتروني، لذا فإنه يطلق على هذه الظاهرة «تسخين الغاز الإلكتروني» «Electron gas heating» وعلى إلكترونات الغاز بالإلكترونات الساخنة hot electrons.

1- ظاهرة التأين الكهروحرارى Thermoelectric ionization

يحدث فيها انتقال الإلكترونات ذات الارتباط الضعيف بذراتها (إلكترونات التكافؤ)

إلى منطقة التوصيل مؤدية إلى تغيير تركيزات حوامل الشحنة فى منطقتى التكافؤ والتوصيل.

٢- التأين التصادمى (Impact ionization)

يحدث نتيجة للتصادمات بين إلكترونات التوصيل للغاز الإلكترونى ذى درجة الحرارة العالية والتي يمكن أن نحصل منها على طاقة كافية لتأيين الذرات المتعادلة، وبالتالي انتقال إلكتروناتها إلى منطقة التوصيل والتي عادة تكون مصحوبة بما يشبه انهيار أعداد كبيرة من الذرات واستسلامها للتأين «avalanche».

٣- التأين الكهروستاتيكي (Electrostatic ionization)

يحدث مثل هذا النوع فى الظاهرة النفقية (tunneling effect)، حيث تنتقل الإلكترونات من منطقة التكافؤ إلى منطقة التوصيل عبر المنطقة المحرمة تحت تأثير المجالات الكهربائية القوية. ويطلق على هذه الظاهرة - تأثير زنر (zener effect).

٤- ظاهرة جن (Gunn effect)

تحدث فى أشباه الموصلات التى تمتلك أكثر من قاع لمنطقة التوصيل مثل GaAs، حيث يتم انتقال الإلكترونات بشكل ترددي يصل إلى 10^{13} Hz بين قاعى منطقة التوصيل تحت تأثير مجال كهربى خارجى قوى وعند ظروف معينة.

