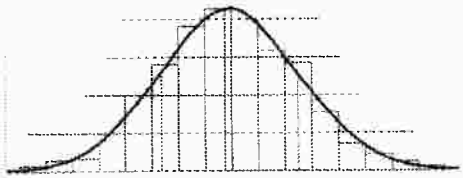


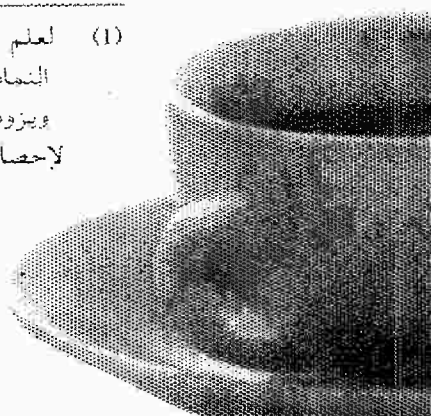
الفصل

12

خدعة الثقة

عند ظهور وباء الإيدز (فقدان المناعة المكتسبة) سنة 1980، برزت عدة أسئلة بحاجة لإجابات. احتاج مسؤولو الصحة عند بداية ظهور عامل المرض المعدي HIV (فيروس نقصان مناعة الإنسان)، معرفة عدد المصابين كي يخططوا لمواجهة مصادر هذا الوباء. ولحسن الحظ فإنه بالإمكان تطبيق النماذج الرياضية لعلم الأوبئة[1]، التي تطورت في السنوات العشرين إلى الثلاثين الأخيرة.

(1) لعلم الأوبئة علاقة بالإحصاء حيث يمكن استخدام النماذج الإحصائية لدراسة أنماط صحة الإنسان. ويزودنا علم الأوبئة في أبسط نماذجه ببيانات لإحصائيات هامة مع تقديرات توزيعها. ولكن وفي نماذجه المعقدة يستخدم علم الأوبئة نظريات متطورة في الإحصاء لدراسة وتنبؤ مسار الأوبئة.



تعتبر النظرة العلمية الحديثة للأمراض الوبائية، أنه عند التعرض لوباء ما، يُصاب البعض به، بعد فترة زمنية تُدعى «بالكمون أو الخمود أو اللبود» تظهر أعراض المرض على هؤلاء المصابين. وبمجرد إصابة أحدهم يصبح مصدراً ناقلاً للمرض لكل من لم تصله العدوى بعد. لا يوجد لدينا أسلوب نتنبأ فيه عمن سيتعرض للمرض، أو من ستصيبه العدوى أو يكون ناقلاً لها، بل نتعامل مع التوزيعات الاحتمالية ومن ثم نقدر متغيرات تلك التوزيعات.

أحد هذه المتغيرات هو عامل الزمن الكامن، معدل المدة منذ انتقال العدوى إلى ظهور الأعراض، وكان هذا متغيرا هاماً جداً لمسؤولي الصحة العامة في وباء الإيدز. لم يكن لديهم طريقة لمعرفة عدد الذين تعرضوا للعدوى أو عدد الذين سيصابون بالوباء، ولكن بمعرفة عامل الزمن الكامن، يصبح بإمكانهم ربطه بعدد الأشخاص المصابين بالوباء، ومن ثم تقدير عدد المصابين. كما كان لديهم ولظروف غير مألوفة في نمط العدوى لمرضى الإيدز، مجموعة من المرضى ممن يعرفون زمن إصابتهم بالمرض وزمن ظهور المرض. تعرّض عدد قليل من المصابين بالنعور (من لهم نزعة وراثية للنزف الدموي)، للإصابة بالـ HIV من خلال مكونات الدم الملوث، وقاموا بتزويدنا بالبيانات لتقدير متغير عامل الوقت الكامن.

ما مدى صحة هذه التقديرات؟ أشار علماء الأوبئة أنهم استخدموا أفضل السبل حسب مفهوم ر.آ. فيشر. لقد كانت

تقديراتهم منتظمة وذات فعالية قصوى، بل ولها القدرة على تصحيح الانحياز لذا ادعوا أن تقديراتهم بعيدة عن التحيّز. لكن وكما ذكرنا في فصول سابقة، فإنه لا يوجد طريقة محددة لمعرفة صحة التقديرات.

وإذا لم نستطع الجزم بصحة هذه التقديرات، فهل هناك طريقة نستطيع فيها القول بأن هذه التقديرات قريبة من القيمة الحقيقية للمتغير؟ تكمن الإجابة عن هذا السؤال في استخدام التقديرات المرحلية، فالتقدير الآحادي هو رقم منفرد. على سبيل المثال، قد نستخدم بيانات دراسات حالات النعور (النزف الوراثي) لتقدير عامل الوقت الكامن بتقدير 5,7 سنة، فيحدد التقدير المرحلي أن عامل الوقت الكامن، يكمن بين 3,7 و12,4 سنة. ومن المناسب غالباً الحصول على التقدير المرحلي، لأن السياسة العامة المطلوبة مشابهة لطرفي التقدير المرحلي. يكون التقدير المرحلي واسعاً جداً أحياناً، فتكون حاجة السياسات العامة من أجل القيم الدنيا أكثر من الحاجة للقيم القصوى. والنتيجة الحاصلة من التقدير المرحلي الواسع جداً هي أن المعلومات المتوفرة غير ملائمة لاتخاذ القرار، ويجب البحث عن معلومات إضافية، ربما بتوسيع مجال البحث أو الانشغال بسلسلة أخرى من التجارب.

فإذا كان عامل الزمن الكامن لوباء الإيدز مثلا عالياً بنسبة 12,4 سنة، سيتمكن إذن خُمس المصابين تقريباً من العيش عشرين سنة إضافية أو أكثر بعد تلقيهم العدوى وقبل إصابتهم

بالإيدز. أما إذا كان عامل الزمن الكامن 3,7 سنوات فسيُصاب كل المرضى بالإيدز خلال السنوات العشرين. لا تكفي هاتان النتيجتان لاتخاذ قرار في سياسة عامة، ومن المفيد الحصول على مزيد من المعلومات.

أسست الأكاديمية العلمية الوطنية National Academy of Sciences في نهاية الثمانينيات، هيئة من جهابذة العلماء للنظر في جزيئات الكربون المستخدمة في عبوات الهواء المضغوطة، والتي تهدد طبقة الأوزون في الغلاف الجوي، الذي يحمي الأرض من الأشعة فوق البنفسجية الضارة. وعوضاً عن إثبات ذلك أو نفيه، قررت الهيئة (التي يرأسها جون تاكي John Tukey وهو موضوع الفصل الثاني والعشرين من هذا الكتاب)، صياغة نموذج عن أثر جزيئات الكربون كتوزيع احتمالي، ومن ثم قاموا بحساب التقدير المرحلي لمعامل التغيير في طبقة الأوزون في السنة الواحدة. أظهر الطرف الأسفل للمرحلة، ومع قلّة البيانات المتوفرة، نقصاناً سنوياً في طبقة الأوزون كافياً ليشكل تهديداً لحياة الإنسان خلال السنوات الخمسين المقبلة.

تغطي التقديرات المرحلية حالياً معظم التحليلات الإحصائية. فعندما يُصوّت الرأي العام بنسبة 44 ٪ لصالح الرئيس، نجد ملحوظة جانبية توضح أن لهذا الرقم «نسبة خطأ يزيد وينقص بنسبة 3٪». وهذا يعني أن 44٪ من الناس الذين أجريت عليهم الدراسة يعتقدون أن الرئيس يمارس عمله جيداً، وبما أن هذا التقييم عشوائي، فإن المتغير المطلوب هو نسبة

الأشخاص الذين يعتقدون صحة ذلك. ولصغر حجم العينة فإن التخمين المعقول يكون بأن المتغير تتراوح نسبته بين 41 (نسبة 44 مطروحاً منها نسبة 3) إلى نسبة 47 (نسبة 44 مضافاً إليها نسبة 3).

جيرزي نيمان، 1894-1981

فما هي الطريقة التي يستطيع الفرد فيها حساب التقدير المرحلي؟ كيف نفسر التقدير المرحلي؟ هل بإمكاننا إنشاء بيان احتمالي عن التقدير المرحلي؟ وما مدى تأكدنا من أن القيمة الحقيقية للمتغير تكمن بين المراحل؟

حل نيمان

قدم جيرزي نيمان سنة 1934 حديثاً أمام المجتمع الملكي

الإحصائي Royal Statistical Society، بعنوان «على الجانبين المختلفين للأسلوب التمثيلي. On the Two Different Aspects of the Representative Method»، قام بحثه بمعالجة تحليل العينة المدروسة؛ وامتاز هذا العمل عن أعماله الأخرى بالدقة، إذ قام باشتقاق المصطلحات الرياضية الواضحة والبديهية (فقط بعد اشتقاق نيمان لها). كان الملحق أهم أجزاء بحثه، والذي قدم نيمان فيه طريقة بسيطة لإيجاد التقدير المرحلي ولتقرير مدى دقة ذلك التقدير. أطلق نيمان على هذا الإجراء الجديد مسمّى «فترات الثقة confidence intervals»، وسمى طرفيه بـ «روابط الثقة confidence bounds».

نهض البروفيسور ج.م. باولي G.M. Bowley الذي كان يرأس الاجتماع وقدم شكره. ناقش أولاً موضوع البحث في عدة فقرات ثم اتجه إلى الملحق:

> لست متأكداً ما إذا كان ينبغي علي طلب إيضاح أم إثارة الشك. ينبه البحث إلى صعوبة متابعته العمل وقد أكون أحد الذين تاهوا بين جنبيه (وفي مقطع لاحق من هذا الفصل، يعطي مثالاً يظهر فيه فهمه الواضح لما قدمه نيمان). لا أستطيع القول إلا أنني قرأته وقت ظهوره وقرأت شرح الدكتور نيمان له البارحة بكل دقة. أشير هنا إلى حدّي الثقة عند نيمان. ولست متأكداً تماماً أن «الثقة» هي ليست «خدعة الثقة».

ثم أعطى باولي مثالاً لفترة الثقة عند نيمان واستمر في كلامه:

إلى أي مدى يأخذنا هذا الأمر حقاً؟ هل سنعرف أكثر مما عرف تودهانتر Todhunter (عالم في الاحتمالية في نهاية القرن التاسع عشر)؟ هل سيأخذنا أبعد من كارل بيرسون وإيدجورث Edgeworth (شخصية بارزة في بداية تطور الإحصاء الرياضي)؟ هل سيقودنا حقاً إلى ما نحتاج إليه - فرصة أن في هذا الكون الذي نأخذ منه عينات تكون النسبة ضمن هذه الحدود المعينة؟ لا أعتقد ذلك... لا أدري إن كنت قد عبرت عن أفكاري بدقة... (هذه) صعوبة شعرت بها عند بداية اقتراح هذا الأسلوب. إن طريقة عرض النظرية غير مقنعة، وسأظل مشككاً في صلاحيتها إلى أن أصل إلى درجة القناعة.

لقد أفسدت منذ ذلك الحين مشكلة باولي مع هذا النهج فكرة روابط الثقة. ومن الواضح أن المفاهيم الأربعة في الإحصاء التي استخدمها نيمان في اشتقاق أسلوبه صحيحة مع النظرية الرياضية المجردة للاحتمالية، والتي أدت إلى حساب الاحتمالية. لكن يبقى مرجع الاحتمالية غير واضح. لقد تمت معاينة البيانات، كما أن المتغير رقم ثابت (إذا لم يكن معروفاً)، لذلك فإن الاحتمالية التي يأخذها المتغير لقيمة معينة إما أن تكون نسبة 100٪ إذا كانت تلك هي القيمة، أو 0 إذا لم تكن تلك قيمتها. لكن ما نسبته 95٪ من الثقة المرحلية تتعامل مع نسبة 95٪ من الاحتمالية. احتمالية ماذا؟ لقد استخدم نيمان الحيلة في صياغة هذا السؤال عن طريق تسمية ما قام به بالثقة المرحلية متجنباً استخدام كلمة احتمالية. ولكن باولي وغيره

استطاعوا معرفة ما وراء هذه الحيلة الواضحة.

كان ر.آ. فيشر من بين المناقشين ولكن فاتته هذه النقطة، فقد كان نقاشه مشتتاً غير مركّز لمجموعة من المراجع لم يشملها نيمان حتى في دراسته. وكان ذلك بسبب غرق فيشر في متاهات حول حساب التقديرات المرحلية. أشار في تعليقاته إلى «الاحتمالية الإسنادية»، وهي عبارة لا تظهر في دراسة نيمان، فطالما عانى فيشر من مسألة استخلاص درجة عدم الدقة المصاحبة لتقدير المرحلة للمتغير. تعامل فيشر مع هذه المسألة من زاوية معقدة مرتبطة نوعاً ما بالدلالة الاحتمالية، وسرعان ما أثبت أن اتباع هذه الطريقة في حل المسألة لا يتماشى مع متطلبات التوزيع الاحتمالي. أطلق فيشر مسمّى «الاحتمالية الإسنادية» على هذه الدلالة، وقام بعدها بالتعدّي على معتقداته الخاصة فطبّق المادة الرياضية نفسها التي يمكن تطبيقها على التوزيع الاحتمالي المعتاد. لقد تمنى فيشر أن تكون النتيجة عبارة عن مجموعة من القيم المعقولة للمتغير، مقابل البيانات الملحوظة.

كان هذا ما استنتجه نيمان تماماً. فإن للأسلوبين النتيجة ذاتها لو كان المتغير هو معامل الوسط للتوزيع الاحتمالي، ومن هنا استنتج فيشر أن نيمان سرق منه فكرة التوزيع الإسنادي وأطلق عليها مسمّى آخر. لم يستطع فيشر التقدم كثيراً في التوزيع الإسنادي لتناقضه مع متغيرات معقدة أخرى مثل الانحراف المعياري، بينما يتماشى نموذج نيمان مع كل المتغيرات. لم يتمكن فيشر أبداً من فهم الفرق بين الاتجاهين

وتمسك برأيه إلى آخر لحظة. إن مراحل الثقة عند نيمان، كانت في الغالب، تعميماً لإسناده المرحلي. لقد كان متأكداً أن تعميم نيمان الجلي سوف يتعطل عندما يواجه مسائل معقدة، تماماً مثلما حدث مع إسناده المرحلي.

الاحتمالية مقابل مستوى الثقة

لم يفشل النهج الذي اتبعه نيمان بغض النظر عن درجة تعقيد المسألة، مما عمم استخدامه في التحليلات الإحصائية. لم تكن مشكلة نيمان الحقيقية مع الثقة المرحلية هي ذاتها التي توقعها فيشر، بل كانت المشكلة التي أثارها باولي في بداية نقاشه. ماهية مفهوم الاحتمالية في هذا السياق؟ ومن خلال إجابته، عاد نيمان إلى التعريف الترددي للاحتمالية في الحياة الحقيقية. وكما ذكر هنا وأوضح لاحقاً في أبحاثه عن مراحل الثقة، أنه يجب مشاهدتها من خلال جميع المراحل، وليس من خلال كل نتيجة على حدة. سيجد الإحصائيون الذين يقومون بحساب نسبة 95٪ من مراحل الثقة، أن القيمة الحقيقية للمتغير تكمن في نسبة 95٪ من المرحلة المحسوبة للزمن. فلنلاحظ أن الاحتمالية المصاحبة لمراحل الثقة عند نيمان، لم تكن الاحتمالية التي تثبت صحة ما نقول، بل إنها الحالات الصحيحة المتكررة التي يستخدم فيها الإحصائي هذه الطريقة على المدى الطويل. ولم تخبرنا مطلقاً عن مدى «دقة» التقديرات الحالية.

لم يجنب الاستعمال الشامل لمراحل الثقة في العلوم إلى الوقوع في الكثير من الأفكار الواهية، رغم دقة نيمان في تعريف

هذا المفهوم، ودقة الإحصائيين مثل باولي في الحفاظ على دقة وسلامة هذا المفهوم. من غير المألوف مثلاً، لكل من يستخدم نسبة 95٪ من مراحل الثقة أن يقرر أنه متأكد «بنسبة 95٪» أن المتغير يكمن خلال تلك المرحلة. سوف نتعرف في الفصل الثالث عشر على ل. ج. (جيمي) سافاج وبرونو دي فينيتي (Jimmie) Savage and Bruno de Finetti ونصف أعمالهما عن الاحتمالية الشخصية، التي تشرح استخدام مثل تلك الحالات. لكن تبقى درجة حسابات درجة وثوق شخص من أمر ما، مختلفة عن حسابات مراحل الثقة. يوجد الكثير من المطبوعات الإحصائية تظهر فيها روابط المتغير المشتقة تبعاً لأساليب سافاج ودي فينيتي، تختلف بشكل مثير عن روابط الثقة لدى نيمان والمأخوذة أيضاً من البيانات نفسها.

وبالرغم من التساؤلات عن معنى الاحتمالية في هذا الموضوع، فقد أصبحت روابط الثقة لدى نيمان الأسلوب القياسي لحساب تقدير الفترة. يقوم معظم العلماء بحساب نسبة 90٪ أو 95٪ من روابط الثقة ويتصرفون كما لو أنهم متأكدون من أن الفترة تحتوي على القيمة الحقيقية للمتغير.

لا يتحدث أو يكتب أحد الآن عن «التوزيعات الإسنادية»، فقد ماتت الفكرة مع فيشر. وأثناء محاولته إنجاح هذه الفكرة، قدم فيشر أبحاثاً مهمة وذكية. بعضها أصبح سائداً؛ وبعضها بقي في الحالة غير التامة التي تركها عليها.

اقترب فيشر في هذا البحث من تخطي خطوط الفروع الإحصائية لما أسماه «الاحتمالية العكسية». وكان ينسحب في كل مرة. بدأت فكرة الاحتمالية العكسية مع الراهب توماس بييز Reverend Thomas Bayes وهو عالم رياضيات هاوٍ من القرن الثامن عشر. داوم بييز على مراسلاته مع رواد علماء عصره، وقدم لهم المسائل الرياضية المعقدة. وذات يوم، وأثناء عبثه بالتركيبات الرياضية الثابتة للاحتمالية، جمع مسألتين بعلم الجبر البسيط واكتشف أموراً أخافته.

سوف نتعرّض في الفصل المقبل للبدع البييزيّة Bayesian heresy ولماذا رفض فيشر الاستفادة من الاحتمالية العكسية.