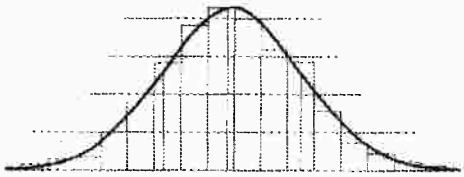
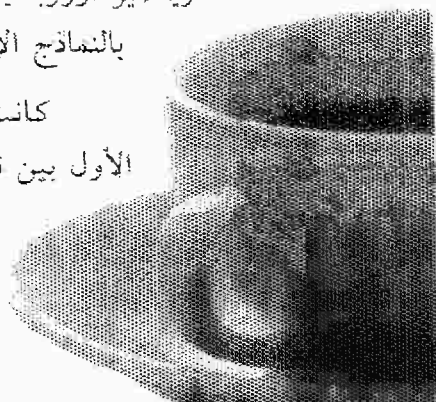


الفصـــــل

9

المنحنى الجرسي

قد يعتقد من قرأ فصول هذا الكتاب الثمانية الأولى، أن الثورة الإحصائية حصلت في بريطانيا فقط. قد يكون هذا صحيحاً إلى حد ما، إذ كانت المحاولات الأولى لتطبيق النماذج الإحصائية على الدراسات الحيوية والزراعية في بريطانيا كما في الدانمرك، ثم انتشرت بعد ذلك وبتأثير من ر.آ. فيشر في الولايات المتحدة والهند وأستراليا وكندا. ورغم كثافة التطبيقات الأولية للنماذج الإحصائية في مناطق الناطقين بالإنجليزية، إلا أن للقارة الأوروبية تراثاً رياضياً معروفاً، وكان رياضيو أوروبة يعملون على المسائل النظرية المتعلقة بالنماذج الإحصائية.



كانت نظرية الحد المركزي في المقام الأول بين تلك النماذج، إذ كانت ولغاية أوائل الثلاثينات نظرية غير مثبتة. لقد كان مجرد حدس لم يستطع

أحد إثباته. افترضت أعمال فيشر النظرية لقيمة العملية الاحتمالية صحة هذه النظرية. قام بيير سيمون لابلاس Pierre Simon Laplace في بداية القرن التاسع عشر بضبط أسلوبه في التربيع الأدنى مع تلك الفرضية. طوّرت العلوم النفسية تقنية قياس الذكاء ومقاييس الخلل العقلي التي استندت على نظرية الحد المركزي.

ماهية نظرية الحد المركزي

هناك توزيع إحصائي لمعدل مجموعة كبيرة من الأرقام. وتوضح نظرية الحد المركزي، أنه يمكن تقريب هذا التوزيع عن طريق التوزيع الاحتمالي الطبيعي، بغض النظر عن مصدر هذه البيانات، وهذا التوزيع الاحتمالي الطبيعي هو مثل معامل الخطأ لدى لابلاس. ويدعى أحياناً «التوزيع الغاوسي»، كما وُصف بـ«المنحنى الجرسي» في أعمال أخرى. أثبت أبراهام دي موافر Abraham de Moivre في نهاية القرن الثامن عشر أنه يمكن تطبيق نظرية الحد المركزي على مجموعة من الأرقام البسيطة لألعاب الحظ. لم يحدث تطوير لذلك الحدس خلال السنوات المئة وخمسين التي تلت.

لقد تم افتراض صحة هذا الحدس لاستعماله التوزيع الطبيعي في وصف معظم البيانات. فمتى افترضنا إدخال التوزيع الطبيعي، تصبح الحسابات الرياضية سهلة التشكيل. للتوزيع الطبيعي خواص جيدة، فإذا كان لدينا متغيران عشوائيان لهما

توزيع طبيعي، يكون لمجموعها بالتالي توزيع طبيعي أيضاً. وبشكل عام فإن حاصل الجمع واختلافات المتغيرات الطبيعية لها توزيع طبيعي، لذلك فإن كثيراً من الإحصائيات المشتقة من المتغيرات الطبيعية لها توزيع طبيعي كذلك.

للتوزيع الطبيعي متغيران فقط من متغيرات كارل بيرسون الأربعة، وهما الوسط والانحراف القياسي، أما التناظر وقياس الذروة فقيمتهما تساوي الصفر. بالإمكان معرفة كل القيم الباقية بمجرد معرفة قيمة هذين العددين. أوضح فيشر أن تقديرات قيم الوسط والانحراف القياسي المأخوذة من مجموعة بيانات، هي وافية كما أطلق عليها، إذ تحتوي على كل المعلومات الموجودة في البيانات. فلا داعي للاحتفاظ بالقيم الأصلية، لأن هذين الرقمين يحويان كل ما يمكن اكتشافه من تلك القياسات. أما إذا كان هناك قياسات كافية تسمح بتقدير أدق للوسط والانحراف القياسي، فلا حاجة إذن لقياسات أخرى، وفي جمعها مضيعة للجهد. فإذا كنت مثلاً ترغب في معرفة المتغيرين للتوزيع الطبيعي ضمن رقمين محددين فإنك تحتاج فقط لخمسين قياساً.

إن سهولة التشكيل الرياضية للتوزيع الطبيعي تفيد أنه يمكن للعالم اتخاذ نماذج معقدة من العلاقات. وما دام التوزيع الضمني طبيعياً فإنه يمكن التعامل وبقليل من الجبر مع الدالة الاحتمالية لدى فيشر. حتى بالنسبة للنماذج المعقدة التي تحتاج حلولاً مكررة، أصبحت حسابات الـ EM لنان ليرد وجيمس وير

Nan Laird and James Ware سهلة الاستعمال، وخاصة إذا كانت التوزيعات طبيعية. يعتبر الإحصائيون في المسائل النموذجية كل البيانات أنها طبيعية التوزيع لسهولة تشكيلها رياضياً، ولكن عليهم حينها التعامل مع نظرية الحد المركزي.

ولكن هل كانت نظرية الحد المركزي صحيحة؟ أو بمعنى أدق، ما هي الحالات التي تكون فيها صحيحة؟

قامت مجموعة من علماء الرياضيات الاسكندنافيين والألمان والفرنسيين ومن الاتحاد السوفييتي في العشرينات والثلاثينات من القرن الماضي، بمتابعة هذه الأسئلة مستخدمين وسائل رياضية حديثة تم اكتشافها مع بداية القرن العشرين، وقابل ذلك كارثة وشيكة الحدوث لكل الحضارة، نهوض فساد المركزية.

لا يحتاج عالم الرياضيات الى مختبر بمعدات باهظة. كانت معدات عالم الرياضيات في العشرينات والثلاثينات لوحاً أسود وطباشير. من الأفضل إجراء العمليات الرياضية على لوح سبوري بدلاً من الورقة لسهولة المسح، حيث إن الأبحاث الرياضية مليئة بالأخطاء. قليل من علماء الرياضيات يستطيعون العمل بمفردهم، فإذا كنت منهم فإنك تحتاج أن تتحدث عما تفعله إلى آخرين، وأن تعرض عليهم أفكارك الجديدة لنقدها. فمن السهل جداً ارتكاب الأخطاء، أو أن إضافة فرضيات خافية عنك لكنها لا تخفى على غيرك. هناك جمعية رياضية عالمية لتبادل الرسائل وتنظيم الاجتماعات ومناقشة أبحاث الآخرين

للنقد وطرح الأسئلة واكتشاف التشعبات. قام في بداية الثلاثينات كل من الألمانيين وليام فيللر William Feller وريتشارد فون مايزيز Richard Von Mises والفرنسي بول ليڤي Paul Levy والروسي آندريه كولموغوروف Andrei Kolmogorov والاسكندنافيين يارل فالديمار ليندبيرغ Jarl Waldemar Lindeberg وهارالد كريمر Harald Cramer والنمسويين أبراهام فالد Abraham Wald وهيرمان هارتلي Herman Hartley والإيطالي غيدو كاستلنيوفو Guido Castelnuovo ، وآخرين غيرهم ممن هم على اتصال بهم، قاموا جميعاً بفحص حدس الحد المركزي بتلك الأدوات الجديدة.

لقد كان لهذه الحرية والسهولة في التفاعل العلمي أن تتوقف . فقد أوشك إرهاب ستالين المظلم، ونظريات النازيين العرقية، وأحلام موسوليني بالإمبراطورية على هدم ومحو تلك الحريات. أتقن ستالين عمله في التلاعب بالمحاكمات وإلقاء القبض على الناس في منتصف الليل، وقتل وتهديد كل من يشك في ولائه، بينما ساق هتلر ومجرموه العلماء اليهود (في المقام الأول) من الجامعة إلى مخيمات الأعمال الشاقة. وقام موسوليني بحجز الناس فيما أسماه بـ «الطبقات التعاونية».

يحيا الموت!

وكمثال لهذا التطرف ضد المعرفة، ما حدث في الحرب الأهلية الإسبانية، عندما تجابه توأما الشر من الفاشية والستالينية

في حرب ذهبت بأرواح الشباب الإسبان. كان الكتائبيون (كما أُطلق على فاشية الإسبان) يسيطرون على جامعة سالامانكا Salamanca القديمة، وكان رئيسها آنذاك الفيلسوف الإسباني المشهور ميغيل دي أنامونو Miguel de Unamuno وهو في أوائل السبعينات من عمره. وكان الفاشي الجنرال ميلان آستري Milan Astray، الذي فقد رجلاً وذراعاً وعيناً في الحرب، رئيس الحملة التبشيرية للقوى الحاكمة الجديدة، وكان شعاره يحيا الموت! وكان مثال الانحراف العقلي بشيطانيته المتمثلة بجسمه العاجز، وكأنه الملك الشكسبيري ريتشارد الثالث Shakespeare's King Richard III.، أقام الفاشيون احتفالاً كبيراً في قاعة الاحتفالات بجامعة سالامانكا. كان على المنصة الحاكم الجديد للمنطقة السينيور فرانسيسكو فرانكو Senora Francisco Franco، وميلان آستري، وقسيس سالامانكا، وكبير السن ميغيل دي أنامونو الذي قادوه معهم كشعار لانتصاراتهم.

صاح ميلان آستري، فليحيا الموت! فسمع كل في القاعة صدى صوته. صاح آخر، إسبانيا! فأجابته الحشود إسبانيا! فليحيا الموت! وانتظم الفاشيون واقفين بزيهم الأزرق لأداء تحيتهم لصورة فرانكو Franco فوق المنصة. وقف أنامونو في وسط هذا الضجيج واتجه بهدوء إلى مقدمة المنصة، وابتدأ خطبته بهدوء:

> كلكم تنتظرون ما سأقول، وكلكم تعرفونني وتدركون أنني لا أستطيع لزوم الصمت. إذ يكون الصمت أحياناً

كالكذب، لأنه قد يفسر بالإذعان. أريد أن أعلق على الخطبة - لأسميها - للجنرال ميلان آستري... لقد سمعت للتو صرخة رغبة بالموت لا معنى لها: «فليحيا الموت». وأنا الذي قضيت حياتي أؤلف العبارات المتناقضة... علي إخباركم كخبير ذي سلطة، أنني أرفض هذه العبارات المتناقضة والغريبة. إن الجنرال ميلان آستري عاجز... عاجز بسبب الحرب... وهناك لسوء الحظ كثيرون غيره عاجزون في أسبانيا حالياً. وسيزداد عددهم إذا لم يأت الإله لإعانتنا.

نحى ميلان آستري أناموثو جانباً وصاح هاتفاً فليسقط الفكر ويحيا الموت Aboja la inteligencia! Viva la muerte! واندفع الفاشيون بصياحه هذا لإيقاف أناموثو، ولكن الرئيس العجوز استمر قائلاً:

إن هذا معبد للفكر وإنني رئيس أساقفته. وإنكم أنتم من يقوم بانتهاك حرماته المقدسة. سوف تفوزون بسبب قواكم الجبارة العنيفة. ولكنكم لن تقنعوا أحداً، فالإقناع يحتاج للحجة والحجة تحتاج لما تفتقدونه: المنطق والصحة...

تم احتجاز أناموثو في المنزل ثم أعلن خلال شهر عن موته «وفاة لأسباب طبيعية».

قطع إرهاب ستالين الصلة بين علماء الرياضيات الروس وغيرهم من الأوروبيين. وأتلفت سياسة هتلر العرقية الجامعات

الألمانية، لأن معظم العلماء كانوا من اليهود أو متزوجين من يهوديات، أو من غير اليهود الذين عارضوا المخططات النازية. ذهب وليام فيللر William Feller إلى جامعة برنستون Princeton University، بينما ذهب آبراهام فالد إلى جامعة كولومبيا. أما هيرمان هارتلي وريتشارد فون مايزيز فقد ذهبا إلى لندن. هرب إميل ج غامبل Emil J. Gumble إلى فرنسا، وأعطي إيمي نوزر Emmy Noether منصباً مؤقتاً بكلية برين مور Bryn Mawr في بنسلفانيا.

لم يتمكن الجميع من النجاة، فقد أغلقت أبواب الهجرة الأمريكية لكل من لم يستطع إثبات أن لديه وظيفة تنتظره في الولايات المتحدة. كما فتحت ثم أغلقت أمريكا اللاتينية أبوابها بإشارات من بيروقراطيين تافهين. قامت القوات النازية عندما استولت على وارسو Warsaw، بتعقب جميع أعضاء هيئة جامعة وارسو التدريسية، فقتلوهم شر قتلة ودفنوهم دفناً جماعياً. كان البولنديون والسلافيون في العالم النازي العرقي هم الطبقة غير المتعلمة يخدمون سادتهم الآريين، فهلك الكثير من الطلاب الشباب الممتازين في الجامعات الأوروبية القديمة. أما علماء الرياضيات السوفييت الأساسيين، فقد لجأوا الى نظرياتهم الرياضية البحتة من غير محاولة تطبيقها ليكونوا بمأمن من شكوك ستالين الباردة.

استطاع علماء الرياضيات الأورويين حل مسألة نظرية الحد المركزي قبل أن تبلغ كل هذه الصعاب ذروتها. قام

الفنلندي يارل فالديمار ليندبيرغ والفرنسي بول ليڤي باكتشاف مجموعة من الحالات المتداخلة اللازمة لصحة ذلك الحدس. اتضح وجود ثلاثة مداخل على الأقل للمسألة، ومجموعة من نظريات الحد المركزي بدلاً من نظرية واحدة فقط، يُشتق كل منها من مجموعة حالات دقيقة الاختلاف. لم تعد في سنة 1934 نظريات الحد المركزي تلك مجرد حدس، فكل ما توجب إثباته لتتحقق نظرية الحد المركزي هو صحة حالات ليندبيرغ ـ ليڤي، وللعلماء الحرية في افتراض التوزيع الطبيعي كنموذج ملائم.

التحول من ليندبيرغ ـ ليڤي إلى إحصائيات

لكنه يصعب أحيانا إثبات صحة حالات ليندبيرغ ـ ليڤي. من المريح التعرف على حالات ليندبيرغ ـ ليڤي، لأنها تصف حالات قريبة إلى المنطق وصحيحة في غالبية الحالات تقريباً. لكن إثبات صحتها مسألة أخرى. وهنا تكمن أهمية محاولات واسيلي هويفدنغ Wassily Hoeffding من جامعة كارولاينا بعد الحرب، فقد نشر سنة 1948 بحثاً «مستوى من الإحصائيات بتوزيع طبيعي متقارب»، في السجلات الرياضية الإحصائية Annals of Mathematical Statistics.

لنتذكر تعريف ر.آ. فيشر للإحصائية، أنه رقم مشتق من قياسات مراقبة والذي يقدّر متغير التوزيع. قام فيشر بإصدار بعض المقاييس التي يجب أن تتوفر في الإحصائية حتى تكون

نافعة، موضحاً بعض الأساليب المتبعة في أساليب كارل بيرسون والتي لا تتماشى مع هذه المقاييس. هناك عدة طرق لاستخراج قيم الإحصائيات يتماشى معظمها مع مقاييس فيشر. وبمجرد حساب الإحصائية يجب معرفة توزيعها للإستفادة منها، ويسهل استخدامها إذا كان لديها توزيع طبيعي. أوضح هويفدنغ أن الإحصائية التي هي جزء من مستوى أسماه «إحصائية ـ و» تتماشى مع حالات ليندبيرغ ـ ليڤي، وهكذا فإنه يجب على المستخدم إثبات أن الإحصائية الجديدة تتوافق مع تعريفات هويفدنغ دون أن يخوض بالرياضيات المعقدة لإثبات صحة ليندبيرغ ـ ليڤي. كل ما قام به هويفدنغ هو استبدال مجموعة من المتطلبات الرياضية بأخرى. ومن ناحية أخرى فإنه يسهل التحقق من حالات هويفدنغ. لذا ومنذ زمن نشر بحث هويفدنغ، فإن كل المقالات التي توضح أن الإحصائية الجديدة لها توزيع طبيعي تقوم بذلك عن طريق إثبات أن هذه الإحصائية الجديدة هي إحصائية ـ و.

هويفدنغ في برلين

كانت حالة واسيلي هويفدنغ الذي ولد في فنلنده سنة 1914 لأب دانمركي وأم فنلندية غامضة خلال الحرب العالمية الثانية. عندما كانت فنلندة جزءاً من الإمبراطورية الروسية، فانتقل مع عائلته إلى الدانمرك ومن ثم إلى برلين بعد الحرب العالمية الأولى، وهذا سبب حصوله على جنسيتين مزدوجتين لدولتين

اسكندنافيتين. أنهى دراسته الثانوية سنة 1933 وبدأ يدرس الرياضيات في برلين عندما بدأ النازيون بأخذ زمام الأمور في ألمانيا. غادر ألمانيا في ذلك الوقت ريتشارد فون مايزيز، وكان رئيس قسم الرياضيات في جامعته متوقعاً ما سيحدث، كما غادرها كثير من أساتذة هويفدنغ إما فارّين أو مُبعَدين من مراكزهم. استمر هويفدنغ بدراسة مواده الجامعية في خضم هذه الفوضى مع أساتذة دون المستوى، لم ينهِ كثير منهم تدريس موادهم لاستمرار النازيين في «تنظيف» الكليات من اليهود أو مناصريهم، ثم أجبر هويفدنغ كغيره من طلاب الرياضيات على حضور محاضرات لودفيغ بيبرباخ Ludwig Bieberbach، وكان عضواً ثانوياً في هيئة التدريس، ثم أصبح رئيس القسم لمناصرته للنازية. تناولت محاضرات بيبرباخ الفرق بين رياضيات «الآرية» «وغير الآرية».

وجد أن الرياضيات غير الآرية (اليهودية) المتدهورة تعتمد على الرموز الجبرية المعقدة، بينما تعتمد الرياضيات الآرية على طرق أكثر نبلاً من الحس الهندسي النقي، سمح بطرح الأسئلة في نهاية محاضرته فسأله طالب في الصف الخلفي عن سبب استعمال ريتشارد كورانت Richard Courant (أحد علماء الرياضيات اليهود الألمان اللامعين في بداية القرن العشرين) للرؤيا الهندسية في تطوير نظرياته عن التحليل الحقيقي. لم يقدم بيبرباخ بعدها محاضرة عامة في هذا الموضوع، لكنه أنشأ مجلة الرياضيات الألمانية Deutsche Mathematik التي أصبحت أهم المجلات الرياضية لدى السلطات.

أنهى هويفدنغ دراسته الجامعية سنة 1940 لعمر كان يُحال فيه الشباب للتجنيد الإلزامي. لكن جنسيته الغامضة وكون فنلندة من الدول الحليفة لألمانيا أعفتاه من الجندية. استلم وظيفة مساعد في الأبحاث في معهد ضمن الجامعة لعلوم التأمين. كما عمل عملاً إضافياً في أحد مكاتب مجلات الرياضيات الألمانية القديمة، وكان لديها صعوبة في الحصول على الورق فلم تنتظم إصداراتها على غير ما كانت عليه مجلة بيبرباخ. لم يسع هويفدنغ للحصول على وظيفة تعليمية لأنه سيحتاج إلى تقديم طلب الجنسية الألمانية كي يصبح مؤهلاً لذلك.

صدر قرار سنة 1944 بالتجنيد الإلزامي لغير الألمان «لمن لديهم عروق ألمانية أو شبه ألمانية»، ولكن ظهر في فحص هويفدنغ الطبي أنه مصاب بالسكري فأعفي من الخدمة. فأصبح الآن مؤهلاً للعمل الوظيفي. اقترح عليه هارالد جيبرت Harald Geppert، ناشر المجلة التي كان يعمل فيها إضافياً، أن يشغل نفسه بنوع من الأعمال الحسابية للتطبيقات العسكرية، وأدلى باقتراحه هذا أثناء وجود ناشر آخر في الغرفة اسمه هيرمان شميد Hermann Schmid. تردد هويفدنغ ثم أجابه وهو واثق من كتمان جيبرت أن ضميره ضد كل أعمال الحرب. كان شميد من نبلاء العائلات البروسية فظن هويفدنغ أن نبله سيبقي على سرية هذه المحادثة.

تصبب واسيلي هويفدنغ عرقاً للأيام القليلة التالية، ولكن أمراً لم يحدث وسُمح له بالاستمرار في عمله. وضع جيبرت

السم في طعام فطور ابنه عند هجوم الجيش الروسي ومن ثم تناول هو وزوجته السم. فر هويفدنغ مع أمه سنة 1945 إلى مدينة صغيرة في هانوفر Hannover وبقي هنالك حتى أصبحت جزءاً من الحزام البريطاني المحتل، لكن والده بقي في برلين فقبضت عليه الشرطة السرية الروسية بعد أن اعتبرته جاسوساً، إذ كان قد عمل مع الملحق الثقافي الأمريكي في الدانمرك. لم تدرِ عائلته عن مصيره لعدة سنوات، إلى أن هرب من السجن متجهاً إلى الغرب. توجه هويفدنغ في هذه الأثناء إلى نيويورك خريف سنة 1946 لإكمال دراسته ومن ثم تمت دعوته للالتحاق بهيئة جامعة نورث كارولاينا التدريسية University of North Carolina.

عمليات البحث

من إحدى نتائج الصراع النازي ضد الفكر والعرق السامي، أن حلفاء الحرب العالمية الثانية حصدوا علماء الرياضيات اللامعين لمساعدتهم في شؤون الحرب. اقترح عالم الأحياء الإنجليزي بيتر بلاكيت Peter Blacckett على الأدميرالية أن يستعين الجيش بالعلماء كي يجدوا حلولاً لمشاكلهم الاستراتيجية والتكتيكية... وكما عادة العلماء بغض النظر عن ميادينهم، فإنهم مدربون على تطبيق المنطق والنماذج الرياضية على المسائل التي تواجههم. فاقترح وضع العلماء في مجموعات ليعملوا في ما يتعلق بأمور الحرب. ومن هنا نشأ مبدأ البحث التشغيلي (والذي يدعى بعمليات البحث في الولايات المتحدة). اتحدت جهود مجموعة من العلماء من

حقول علمية مختلفة لإيجاد أفضل طريقة في استعمال قاذفات القنابل ذات المدى الطويل ضد الغواصات، ولتزويدهم بجداول إطلاق النار المضادة للطائرات، ولتحديد أفضل مكان لمستودع الذخيرة خلف الصفوف الأمامية، وحتى أيضا إيجاد إجابات لأسئلة تتعلق بمؤن الجنود.

انتقلت عمليات البحث في نهاية الحرب من ميدان المعركة إلى عالم الأعمال. لقد أثبت العلماء الذين التحقوا بالحرب أن النماذج الرياضية والتفكير العلمي بإمكانه أن يحل مشاكل الحرب التكتيكية. فيمكن استخدام ذات الأسلوب والكثير من تلك النظريات لتنظيم العمل في المصانع، وإيجاد أفضل العلاقات بين المستودعات وصالات العرض، وفي حل الكثير من مشاكل العمل التي تتضمن التوازن بين المصادر المحدودة أو تحسين الإنتاج والمردود. فأنشئت بعدها أقسام عمليات البحث في معظم المؤسسات الكبيرة. يدور معظم العمل القائم في هذه الأقسام حول النماذج الإحصائية. فبينما كنت في شركة بفايزر Pfizer Inc.، عملت في عدة أبحاث هدفها تحسين طريقة إدارة البحوث الدوائية وكيفية تقديم منتجات دوائية جديدة لاختبارها. من أهم الأدوات المستخدمة في هذا العمل هي القدرة على استجماع التوزيع الطبيعي عندما تسمح الحالات بذلك.