

## الباب التاسع عشر

### إجابة امتحان الجبر

### إجابة امتحان الجبر 2006/2005

السؤال الأول :

( أ ) اوجد المعادلة التي تنقص جذورها بمقدار 2 عند جذور المعادلة

$$F(X) = 2X^4 - 3X^3 + 4X^2 - 5X + 6$$

الحل:

باستخدام القسمة على  $(X-2)$  اوجد المطلوب

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \quad -3 \quad 4 \quad -5 \quad 6 \\ \phantom{2} \quad \phantom{2} \quad 4 \quad 2 \quad 12 \quad 14 \\ 2 \quad 2 \quad 1 \quad 6 \quad 7 \quad 20 = R_1 \\ \phantom{2} \quad \phantom{2} \quad 4 \quad 10 \quad 32 \\ 2 \quad 2 \quad 5 \quad 16 \quad 39 = R_2 \\ \phantom{2} \quad \phantom{2} \quad 4 \quad 18 \\ 2 \quad 2 \quad 9 \quad 34 = R_3 \\ \phantom{2} \quad \phantom{2} \quad 4 \\ 2 \quad 2 \quad 13 = R_2 \\ \phantom{2} \quad \phantom{2} \quad 2 = Qn \end{array}$$

$$\therefore 9(y) = 2y^4 + 13y^3 + 34y^2 + 39y + 20$$

$$\leftarrow y = (X-2) \quad \text{وبوضع}$$

$\therefore$  المعادلة المطلوبة

$$F(X) = 2(X-2)^4 + 13(X-2)^3 + 34(X-2)^2 + 39(X-2) + 20$$

(ب) باستخدام الكسور الجزئية حلل الكسر الآتي  $\frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)}$

الحل:

$$\frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)} = \frac{a}{X+2} + \frac{b}{3X+2}$$

وبضرب طرفي المعادلة في  $(X+2)(3X+2)$

$$5X+2 = (3X+2)a + (X+2)b$$

$$5X+2 = 3aX + 2a + bX + 2b$$

$$5X+2 = (3a+b)X + 2(a+b)$$

وبمقارنة الطرفين

$$5 = 3a + b$$

$$1 = a + b$$

$$4 = 2a \Rightarrow a = 2, \quad b = -1$$

$$\therefore \frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)} = \frac{2}{X+2} + \frac{-1}{3X+2}$$

(ج) باستخدام الاستنتاج الرياضي اثبت أن

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n}{2(n+2)}$$

الحل:

$$\text{at } n = 1, \quad L.H.S = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}, \quad R.H.S = \frac{1}{2(3)} = \frac{1}{6}$$

نفرض صحة العلاقة عند  $n = k$

$$\therefore \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k}{2(k+2)}$$

ونحاول إثبات صحة العلاقة عند  $n = k + 1$

∴ العلاقة المطلوب إثباتها

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{(k+1)(k+2)} + \frac{1}{(k+1)(k+3)} = \frac{k+1}{2(k+3)}$$

$$L.H.S = \left[ \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \right] + \frac{1}{(k+2)(k+3)}$$

$$L.H.S = \frac{k}{2(k+2)} + \frac{1}{(k+2)(k+3)}$$

$$L.H.S = \frac{k^2 + 3k + 2}{2(k+2)(k+3)} = \frac{(k+2)(k+1)}{2(k+2)(k+3)} = R.H.S$$

(د) اوجد خارج قسمة المقدار  $f(X) = 4X^3 - 4X^2 + 2$

على  $X + 6$   $(X+1)(X-1)$

$$\begin{array}{r} -1 \quad 3 \quad -4 \quad 2 \quad 6 \\ \phantom{-1} \quad \phantom{3} \quad \phantom{-4} \quad 7 \quad -9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{-1} \quad \phantom{3} \quad -3 \quad 7 \quad -9 \\ 1 \quad 3 \quad -7 \quad 9 \quad -3 = R_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{-1} \quad \phantom{3} \quad \phantom{-4} \quad 9 \quad -3 = R_1 \\ \phantom{-1} \quad \phantom{3} \quad \phantom{-4} \quad 3 \quad -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{-1} \quad \phantom{3} \quad \phantom{-4} \quad 3 \quad -4 \\ \phantom{-1} \quad \phantom{3} \quad -4 \quad 5 = R_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{-1} \quad \phantom{3} \quad -4 \quad 5 = R_2 \\ 3 \quad -4 \quad 5 = R_2 \end{array}$$

$$Q(X) = 3X - 4 \quad \Rightarrow \quad \text{خارج القسمة}$$

$$R = 5(X+1) - 3 \quad \Rightarrow \quad \text{الباقي}$$

$$\forall f(X) = Q(X)[(X+1)(X-1)] + R$$

السؤال الثاني :

(أ) استخدام طريقة الوضع الزائف لتعيين حلول تقريبية للمعادلة

$$F(X) = X^2 + X - 1 = 0$$

القريب من النقطة  $X = 1$

الحل:

نبحث الحل على الفترة  $[0, 1]$  حيث  $f(0) f(1) < 0$

$$C = X_1 = \frac{of(1) - f(0)}{f(1) - f(0)} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = .5$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) f(1) < 0$$

∴ الحل:  $\in [\frac{1}{2}, 1]$

$$X_2 = \frac{\frac{1}{2}f(1) - f(\frac{1}{2})}{f(1) - f(\frac{1}{2})} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = .6$$

∴  $f(.6) < 0$

∴ الحل:  $\in [.6, 1]$

$$X_3 = \frac{.6f(1) - f(.6)}{f(1) - f(.6)} = \frac{.6 + .04}{1 + .04} = .615$$

∴  $f(.615) < 0$

∴ الحل ينتمي للفترة  $[.615, 1]$

$$X_4 = \frac{.615f(1) - f(.615)}{f(1) - f(.615)} = .617$$

∴ الحل التقريبي المطلوب هو 0.617

(ب) حل المعادلة  $X^3 - 15X^2 - 33X + 847 = 0$

الحل:

لإيجاد الحلول المطلوبة نستخدم طريقة كاردان

نتخلص من معامل  $X^2$  وذلك بوضع  $X = y + \frac{15}{3} = y + 5$

$X = y + 5 \rightarrow y = X - 5$

أي نحصل على معادلة تنقص جذورها بمقدار 5

5	1	-15	-33	847	
		5	-50	-415	
5	1	-10	-83	932 = R <sub>1</sub>	
		5	-25		
5	1	-5	-108 = R <sub>2</sub>		
		5			

$$5 \quad 1 \quad 0 = R_3$$

$$1 = Qn$$

المعادلة تصبح

$$Y^3 = 108y + 432 = 0$$

نوجد قيمة المميز على الصورة

$$\Delta = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3 = (216)^2 - (36)^3 = 0$$

∴ يوجد للمعادلة ثلاث جذور حقيقية

حل المعادلة

$$m^2 + 432m + 216 = 0$$

$$\therefore m_1 = m_2 = -216$$

$$L = \sqrt[3]{m_1} = -6$$

∴ حلول المعادلة السابقة هي

$$(-L, -L, 2L) \rightarrow (6, 6, -12)$$

وبإضافة 5 على جذور هذه المعادلة

∴ الجذور المطلوبة هي (11, 11, -7)

$$X^4 + 4X^3 - 6X^2 + 20X + 8 = 0 \quad \text{حل المعادلة (ج)}$$

الحل:

$$X^4 + 4X^3 - 6X^2 + 20X - 8 \quad \text{باستخدام طريقة فراري}$$

نضع الطرف الأيسر في صورة إكمال المربعات

$$(X^2 + 2Xi + L)^2 = X^4 + 4X^3 + (10 + 2)LX^2 + L^2 - 8$$

$$= (mX + n)^2$$

ومن العلاقة

$$X \text{ معامل } (X^2 \text{ الحد المطلق}) = \text{مربع نصف معامل } X$$

$$(10 + 2L)(L^2 - 8) = (2L - 10)^2$$

$$L^2 + 3L^2 = 12L - 90 = 0$$

وبطريقة التخمين نوجد أحد حلول  $3 = L$

وهي تحقق المعادلة .

$$\therefore (10 + 2L)X^2 + (4L - 20)X + (L^2 - 8) = m^2X^2 + 2mnX + n^2$$

و المقارنة at  $L = 3$

$$10 + 2L = 16 = m^2$$

$$L^2 - 8 = 1 = n^2$$

$$2mn = 4L + 20 = -18$$

ومن هنا

$$m = 4, n = -1$$

$$(X^2 + 2X + L)^2 = (mX + n)^2$$

$$(X^2 + 2X + 3)^2 = (4X - 1)^2$$

$$X^2 + 2X + 3 = |4X - 1|$$

$$X^2 + 2X + 3 = 4X - 1 \quad X^2 + 2X + 3 = 4X - 1$$

$$X^2 - 2X + 4 = 0$$

$$X^2 - 6X + 2 = 0$$

$$X = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2}$$

$$X = \frac{-62 \pm \sqrt{36 - 8}}{2}$$

$$X = \frac{2 \pm \sqrt{-12}}{2}$$

$$X = \frac{-6 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$X = 1 \pm \sqrt{3}i$$

$$X = -3 \pm \sqrt{7}$$

∴ حلول المعادلة هي

$$(1 \pm \sqrt{3}i, -3 \pm \sqrt{7})$$

(د) اوجد الخمسة حدود الأولى في مفكوك  $(1 + 3X)^{-5}$

$$(1+3X)^2 = 1 + (-5)(3X) + \frac{(-5)(-6)}{2!}(-3X)^2 + \frac{(-5)(-6)(-7)}{3!}(3X)^3 + \frac{(-5)(-6)(-7)(-8)}{4!}3X^4$$

السؤال الثالث :-

(أ) اوجد الجذور المميزة والمتجهات المميزة للمصفوفة

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D(\lambda) = \begin{vmatrix} 5-\lambda & 4 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(5-\lambda)(2-\lambda) - 4 = 0$$

فتكون الجذور هي  $\lambda_1 = 1$  ،  $\lambda_2 = 6$

$$\lambda_1 = 1$$

$$\lambda_2 = 6$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$4X_1 + 4X_2 = 0$$

$$X_1 + X_2 = 0$$

$$\underline{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-X_1 + 4X_2 = 0$$

$$X_1 + 4X_2 = 0$$

$$X_1 = 4X_2 \Rightarrow$$

$$\underline{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(ب) اختبر المتسلسلة حيث كونها متقاربة أو متباعدة

$$\sum_{n=1}^{\infty} n$$

الحل:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + \dots$$

هذه المتسلسلة عبارة عن متوالية عددية مجموع  $n$  من الحدود

$$S_n = 1+2+3+4+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

وبالتالي فإن مجموعها

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)n}{2} = \infty$$

∴ المتسلسلة متباعدة .

(ج) اوجد المعكوس  $A^{-1}$  للمصفوفة  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

الحل:

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{adj}A$$

$$\det A = (3)(4) - (1)(2) = 10$$

$$\text{adj}A = \text{adj} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +4 & -1 \\ -2 & +3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}A}{\det A}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} .4 & -.1 \\ -.2 & .3 \end{pmatrix}$$

(د) باستخدام طريقة نيوتن ثلاث مرات اوجد الجذر الحقيقي للمقدار

$$3X^3 + X^2 - 11X + 6 = 0$$

الحل:

نبحث الحل على الفترة  $[0, 1]$

$$\forall f(0)f(1) < 0$$

$$\Rightarrow X_0 = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$$

$$f'(X) = 9X^2 + 2X - 11$$

$$X_1 = X_0 - \frac{f(X_0)}{f'(X_0)} = .5 - \frac{1.125}{-7.75} = .645$$

$$X_2 = X_1 - \frac{f(X_1)}{f'(X_1)} = .645 - \frac{.125}{-5.963} = .6659$$

$$X_3 = X_2 - \frac{f(X_2)}{f'(X_2)} = .6659 - \frac{.00399}{-5.676}$$

$$X_3 = .6666$$

ومنها الحل الحقيقي للمعادلة هو 0.6666

## إجابة امتحان تخلفات 2006/2005

( أ ) باستخدام الكسور الجزئية حل الآتي :

$$\frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)}$$

الحل:

$$\frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)} = \frac{a}{X+2} + \frac{b}{3X+2}$$

بضرب طرفي المعادلة في المقدار  $(X+2)(3X+2)$

$$5X+2 = 3aX+2a+bX+2b$$

$$5X+2 = (3a+b)X+2(a+b)$$

وبمقارنة الطرفين ينتج أن  $3a + B = 5$

بالطرح  $a + b = 1$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2 , b = -1$$

$$\therefore \frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)} = \frac{4}{X+2} - \frac{1}{3X+2}$$

(ب) باستخدام طريقة الاستنتاج الرياضي اثبت أن

$$\frac{1}{2}n(n+1) = \sum_{r=1}^n r$$





$$\Delta = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3 > 0$$

∴ يوجد للمعادلة جذر حقيقي وجذران تخيليان .

نحل المعادلة

$$m^2 + bm - \left(\frac{a}{3}\right)^3 = 0$$

$$m^2 + 28 + 27 = 0$$

$$m_1 = -1, \quad m_2 = (-3)^3$$

$$L = 3\sqrt{m_1} = 1, \quad n = 3\sqrt{-27} = -3$$

$$L + n = -4$$

∴ الجذور للمعادلة هي

$$(-4, \quad -\omega - 3\omega^2, \quad -3\omega - \omega^2)$$

$$\omega = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad \omega^2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j$$

∴ جذور المعادلة هي

$$(-4, 2 + \sqrt{3}i, 2 - \sqrt{3}i)$$

$$X^4 + 4X^3 - 6X^2 + 20X + 8 = 0 \quad \text{(جـ) حل المعادلة}$$

باستخدام طريقة فراري

$$X^4 + 4X^3 = 6X^2 - 20X - 8$$

$$(X^2 + 2K + L)^2 = (10 + 2L)X^2 + (4L - 20)X + (L^2 - 8)$$

$$= (mX + n)^2$$

$$(10 + 2L)(L^2 - 8) = (2L - 10)^2$$

$$L^3 + 3L^2 + 12L - 20 = 0$$

وبالتخمين  $L = 3$  ومنها

$$m = 4, \quad n = -1$$

$$(X^2 + 2X + 3)^2 = (4X - 1)^2$$

$$X^2 + 2X + 3 = |4X - 1|$$

$$X^2 + 2X + 3 = 4X - 1 \quad X^2 + 2X + 3 = 4X + 1$$

$$X = 1 \pm \sqrt{3}i$$

$$X = -3 \pm \sqrt{7}$$

وعلى ذلك فإن جذور المعادلة الأربعة هي

$$(1 \pm \sqrt{3}i, -3 \pm \sqrt{7})$$

(د) اوجد مفكوك  $(1 - 2X)^6$

الحل:

$$\begin{aligned} (1 - 2X)^6 &= 1 + 6(-2X) + \frac{(6)(5)}{2!}(-2X)^2 \\ &+ \frac{(6)(5)(4)}{3!}(-2X)^3 + \frac{(6)(5)(4)(3)}{4!}(-2X)^4 \\ &+ \frac{(6)(5)(4)(3)(2)}{5!}(-2X)^5 + (-2X)^6 \end{aligned}$$

$$(1 - 2X)^6 = 1 - 12X + 60X^2 - 160X^3 - 24X^4 - 192X^5 + 64X^6$$

(أ) اختبر المتتابعة التالية من حيث التقارب والتباعد

$$\{Z_n\} = 1 + \frac{2}{n}$$

الحل:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \frac{2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} = 1$$

∴ المتتابعة متقاربة من [ ] فهي نحقق الشرط

$$|Z_n - c| = \left| 1 + \frac{2}{n} - 1 \right| = \left| \frac{2}{n} \right| \geq \varepsilon_0$$

(ب) اختبر المتسلسلة الآتية من حيث كونها متقاربة أو متباعدة

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1}$$

الحل:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{\frac{1}{n-1}} = \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots$$

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$$

وهي عبارة عن متتابعة هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  وحدها الأول 1

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 2 \quad \leftarrow \text{مجموعها}$$

∴ المتسلسلة متقاربة ومجموعها 2 .

$$(ج) \text{ اوجد المعكوس } A^{-1} \text{ للمصفوفة } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

الحل:

$$\therefore A^{-1} = \frac{adj A}{\det A}$$

$$\det A = (3)(4) - (1)(2) = 10$$

$$adj A = adj \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} .4 & -.1 \\ -.2 & .3 \end{pmatrix}$$

## إجابة امتحان التخلفات 2007

السؤال الأول:

بقسمة الطرفين إلى النهاية على (x-2)

$$2 \left| \begin{array}{cccc|c} 2 & -3 & 4 & - & 6 \\ 0 & 4 & 2 & 5 & 14 \\ & & & & 12 \end{array} \right|$$

2	2	1	6	7	20=R <sub>1</sub>
	0	4	10		
				32	
2	2	5	16		
	0	4	18		39=R <sub>2</sub>
2	2	9			34=R <sub>3</sub>
	0	4			
	Qn=2				13=R <sub>4</sub>

ف تكون الدالة الجديدة التي تنقص جذورها بمقدار 2 هو

$$G(x) = 2y^4 + 13y^3 + 34y^2 + 39y + 20$$

بوضع  $y = x - 2$

$$F(x) = 2(x-2)^4 + 13(x-2)^3 + 34(x-2)^2 + 39(x-2) + 20$$

(ب)

$$\frac{2x+3}{x^2-2x-3} = \frac{2x-3}{(x-3)(x+1)} = \frac{a}{x-3} + \frac{b}{x+1}$$

$$2x+3 = a(x+1) + b(x-3)$$

$$\text{At } x = -1 \quad -2+3 = 0 + b \times -4$$

$$b = -0.25$$

$$6+3 = a \times 4 + 0 \cdot \text{At } x = 3$$

$$a = 2.25$$

$$\frac{2x+3}{x^2-2x-3} = \frac{a}{x-3} + \frac{b}{x+1}$$

(ج)

$$\text{At } n=1 \quad \text{l.h.s.} = 1^3 = 1 \quad \text{r.h.s.} = 1^2(2 \times 1^2 - 1) = 1$$

$$\text{l.h.s.} = \text{r.h.s.}$$

$$\text{At } n=2 \text{ l.h.s.} = 3^3 + 1^3 = 28 \quad \text{r.h.s.} = 2^2(2 \times 2^2 - 1) = 28$$

$$\text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

$$\text{At } n=3 \text{ L.H.S.} = 1^3 + 3^3 + 5^3 = 153 \quad \text{R.H.S} = 3^2(2 \times 3^2 - 1) = 153$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S}$$

$$\text{At } n=k \quad 1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2k-1)^3 = k^2(2k^2 - 1)$$

$$\text{At } +1 \quad 1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2k-$$

$$1)^3 + (2k+1)^3 = (k+1)^2(2(k+1)^2 - 1)$$

$$k^2(2k^2 - 1) + (2k+1)^3 = (k+1)^2(2(k+1)^2 - 1)$$

$$\text{L.H.S.} = 2k^4 + 8k^3 + 4k^3 + 6k + 1 = (k+1)^2(2(k+1)^2 - 1) = \text{R.H.S.}$$

(د)

$$2x-1=2(x-0.5)$$

0.5	1	-3	4	1	5
	0	0.5	-5/4	11/8	19/16
	1	-5/2	11/4	19/8	$R_1 = 99/16$

$$\frac{99}{16} R =$$

$$Q(X) = 2(X^3 - \frac{5}{2}X^2 + \frac{11}{4}X + \frac{19}{8})$$

السؤال الثاني:

أ - نختار الفترة

$$\text{لأن } F(0.5) = -0.375, f(1) = 1 \quad \text{لذلك}$$

$$= 0.64 = c \frac{0.5 \times 1 - 1 \times (-0.375)}{1 - (-0.375)} = \frac{aF(b) - bF(a)}{F(b) - f(a)} X_1 =$$

(0.64, 1) فتكون الفترة الجديدة

$$X_2 = a_{n+1}f(b_n) - b_n f(a_{n+1}) / f(b_n) - f(a_n) = 0.64 \times 1 -$$

$$1 \times 0.0496 / 1 - 0.0496 = 0.672 = c$$

$$F(c) = f(a_{n+2}) = F(0.672) = 0.124$$

وعلى ذلك تكون الفترة الجديدة (0.67, 1)

$$x_3 = a_{n+2} f(b_n) - b_n f(a_{n+2}) / f(b_n) - f(a_{n+2}) = 0.672 \times 1 - 1 \times 0.124 / 1 - 0.124 = 0.674$$

So the root is 0.674

(ب)

$$A = -9 \quad b = 28$$

$$0 \gg (b/2)^2 + (a/3)^3 = 14^2 - 3^3 \Delta$$

$$m^2 + 28m + 27 = 0$$

$$m_1 = 1 \quad l = m^{1/3} = 1$$

$$m_2 = 27 \quad n = m_2^{1/3} = 3$$

Roots are  $l+n$ ,  $lw + nw^2$ ,  $nw + lw^2$

$$4, w + 3w^2, w^2 + 3w$$

$$\sqrt{3l}, -2 + \sqrt{3l}4, -2 -$$

(ج)

$$A = 4, b = -6, c = 20, d = 8$$

$$X^4 + 4x^3 = 6x^2 - 20x - 8$$

$$(x^2 + 2x + L)^2 = x^4 + 4x^3 + (10 + 2L)x^2 + L^2 + 4Lx$$

$$(x^2 + 2x + L)^2 = (10 + 2L)x^2 + (4L - 20)x + L^2 - 8 = (m x +$$

$$n)^2 = m^2 x^2 + 2mnx + n^2$$

و بمقارنة المعاملات

$$m^2 = 2(5 + L), \quad 2mn = 2(2L - 10),$$

$$n^2 = L^2 - 8$$

$$mn = 2L - 10$$

$$m^2 n^2 = (2L - 10)^2$$

و بالتعويض

$$L^3 + 3L^2 + 12L - 90 = 0$$

L بالتخمين

$$. m^2 = 16, \quad mn = 4, \quad n^2 = 1$$

$$. m = \pm 4, \quad n = \pm 1$$

$$(x^2+2x+L)^2 = (mx+n)^2$$

$$(x^2+2x+3)^2=(4x-1)^2$$

$$x^2+2x+3=4x-1$$

$$x^2-2x+4=0$$

$$\sqrt{7\ell}$$

$$x^2+2x+3=\pm(4x-1)$$

$$x^2+2x+3=-(4x-1)$$

$$x^2+6x+2=0$$

$$x=-3\pm\sqrt{3\ell} \quad x=1\pm$$

و تكون الجذور هذه

### السؤال الثالث

(ب)

باستخدام اختبار المقارنة لأن درجة البسط أقل من درجة المقام

$$\frac{1}{n} \quad b_n = \frac{n+2}{n^2} \quad A_n =$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} = 1 \frac{1}{n} . \quad \text{والمتسلسلة متباعدة}$$

وبما أن

$$\frac{1}{2} \geq \frac{2}{n^2} - \frac{1}{n} + = \frac{n+2}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \geq \sum_{n=1}^{\infty} = 1 \frac{n+2}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}$$

متباعدة فإن

متباعدة هي الأخرى

(د) بفرض ان الفترة التي يوجد بها الحل هي

(1,2)

ثم نعين نقطة البداية

$$\frac{b+a}{2} X_0 =$$

$$= 1.347 \frac{1.875}{12.25} = 1.5 - \frac{3x^3 + x^2 - 11x + 6}{9x^2 + 2x - 11} = 1.5 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} X_1 = x_0 -$$