الفيزياء الحديثة
Modern Physics

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يتمكن من معرفة الفوتونات وأهميتها في الفيزياء الحديثة.
- أن يفسّر كلاً من الظاهرة الكهروضوئية وظاهرة كومبتون بناءً على خصائص الكميات الفيزيائية للفوتونات كالطاقة والعزم الخطي.
- أن يفسّر العلاقة بين قياس توزيع طاقة الفجوات المشعة وتكمم الطاقة.
- أن يعرف أهمية نظرية العالم بور في الانتقال من الميكانيك الكلاسيكي إلى الميكانيك الكمي.
- أن يعرف بأن تكمم الطاقة قاد إلى معرفة تكمم العزم الزاوي للإلكترون في مداره.
- أن يفسّر ارتباط تغير طاقة الذرة بالعدد الكمي.

الفيزياء الحديثة

Modern Physics

15-1 المقدمة *Introduction*:

إن المعلومات الأكيدة التي درسناها عن الضوء لغاية الآن تشير إلى أنه عبارة عن موجات كهرومغناطيسية *electro-magnetic waves*، وهذا ما تؤكده التجارب العملية لمجموعة الظواهر المعروفة عنه. كالتداخل *interference*، والحيود *diffraction*، والانكسار *refraction*، والانعكاس *reflection*، ويمكننا أن نفسر جميع هذه الظواهر على أساس معادلات ماكسويل *Maxwell's equations* المعروفة. إذ أنّ هذه المعادلات مبنية على أساس الخاصية الموجية للضوء *wave property*

إلا أن هناك ظواهر أخرى تؤكد على أن الضوء هو عبارة عن سيل من الجسيمات *stream of particles* يمتلك كل منها طاقته *specified energy* وعزمه الخاص به *momentum*. إن هذه النظرة الثنائية للضوء *wave-particle duality*، إضافة إلى المفهوم المبني على نظرية النسبية الخاصة به *special relativity theory*، تشكل الأساس المتين للفيزياء الحديثة *modern phycics*، وسنعطي أمثلة تجريبية على ذلك من خلال فقرات هذا الفصل، بعد أن نقدم لذلك بمشروع أو اقتراح أينشتين *Einestein proposal* الخاص بالضوء.

15-2 مشروع أينشتين *Einestein Proposal*:

لقد قدم الفيزيائي الشهير أينشتين مشروعه الرائد حول سلوك الضوء الذي يظهر كطاقة تمتلكها حزم متقطعة *discret bundels*، أطلق عليها كمّات الضوء *light quanta*، وذلك في العام 1905م، حيث أمكن إزالة العقبة التي كانت تعترض التفسير العلمي للظاهرة العملية – الكهروضوئية – وذلك باستخدامه فكرة عالم الفيزياء النظرية الألماني المعروف ماكس بلانك *Max Plank*، والتي عرضها قبل ذلك بخمس سنوات.

إن مشروع أينشتين حول تفسير الضوء الكمي هذا، دفعه إلى التقرير بأن كمات الضوء أو ما نسميه الآن الفوتونات *photons* يمتلك الواحد منها طاقة تساوي:

$$E = h f \qquad (15\text{-}1)$$

حيث إن:

(f): هو عبارة عن تردد الموجة الضوئية.

(h): هو ثابت بلانك المعروف، والذي يساوي إلى:

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\ J.s \qquad (15\text{-}2)$$

$$h = 4.14 \times 10^{-15}\ eV.s$$

كما أن الفوتون الواحد لا يمتلك هذه الطاقة فحسب وإنما يمتلك عزماً خطياً *linear momentum*، يمكن إيجاده باستخدام العلاقة المعروفة التي تربط وفق مفهوم النظرية النسبية *relativistic relationship* بين عزم الجسيم وطاقته الكلية كالإلكترون مثلاً، ولكن باستبدال كتلة الإلكترون بكتلة الفوتون المساوية للصفر، والعلاقة هي:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \qquad (15\text{-}3)$$

حيث إن *(c)* هي سرعة الضوء، وهي السرعة التي يتحرك بها الفوتون، وبناء على ما تقدم فإن المعادلة *(15-3)* تؤول إلى الشكل الآتي:

$$E^2 = (pc)^2$$

$$E = (pc)$$

إلا أننا نعلم بأن سرعة الضوء ترتبط بكلٍ من طوله الموجي وتردده بالعلاقة الشهيرة *($c=\lambda f$)*، إذن من خلال هذا وباستخدام المعادلة *(15-1)* نجد أن:

$$hf = p\lambda f$$

أي أن:

$$p = \frac{h}{\lambda} \qquad (15\text{-}4)$$

وهذه المعادلة تعبّر عن العزم الخطي للفوتون، حيث إن (λ) تمثل الطول الموجي، والجدير بالملاحظة هنا، وبعد أن نتأمل جيداً كلاً من المعادلتين *(15-1)* و*(15-4)* نجد أن طاقة الفوتون تتناسب مع تردده، وأن عزم الفوتون يتناسب مع طوله الموجي، وفي كلا الحالتين نجد أن ثابت التناسب هو ثابت بلانك *Plank's constant*.

إن هذا المشروع العظيم لأينشتين يمكّننا الآن من التعبير عن الطيف الكهرومغناطيسي بجميع مكوناته بدلالة طاقة الفوتون أو عزمه إذا شئنا، في الوقت نفسه الذي نعبر فيه عن كل ذلك بدلالة الطول الموجي أو التردد أو بهذه الكميات الفيزيائية جميعها معاً. وبهدف إيضاح ذلك تأمل جيداً الجدول *(15-1)* حيث تجد أن عموده الرابع يعطيك مقادير الطاقة لأشهر مناطق الطيف الكهرومغناطيسي، كما يمكنك من ناحية أخرى إيجاد العزم باستخدام المعادلة *(15-4)*.

وهكذا نتبين القيمة العلمية للإنجاز الذي حققه بلانك ثم أكمل مسيرته أينشتين.

مناطق الطيف الكهرومغناطيسي *Region of the Electomagetic*	الطول الموجي *Wavelength*	التردد *Frequency (HZ)*	طاقة الفوتون *Photon Energy*
أشعة غاما	50 fm	6×10^{21}	25 MeV
أشعة X	50 pm	6×10^{18}	25 keV
فوق البنفسجية	100 nm	3×10^{15}	12 eV
المرئية	550 nm	5×10^{14}	2 eV
تحت الحمراء	10 μm	3×10^{13}	120 meV
المايكروية	1 cm	3×10^{10}	120 μeV
الراديوية	1 km	3×10^{5}	1.2 neV

الجدول *(15-1)*

يبين الأطوال الموجية والترددات

وكذلك طاقة فوتونات أشهر مناطق الطيف الكهرومغناطيسي *electromagnetic spectrum*

مثال *Example (15-1)*:

إذا علمت أنَّ المصدر الضوئي للصوديوم *sodium vapor lamp* يصدر موجات ضوئية فعالة بطول يساوي *(λ=589 nm)*.

أوجد حسابياً مقدار طاقة الفوتونات الموافقة للموجة الضوئية للصوديوم مقاسة بالإلكترون فولت.

الحل *Solution*:

$$E = h\,f = h\left(\frac{c}{\lambda}\right)$$

$$= (4.14 \times 10^{-15}\ eV\,s)\frac{(3 \times 10^{8}\ m/s)}{(589 \times 10^{-9}\ m)}$$

$$= 2.11\,eV$$

مثال *Example (15-2)*:

خلال عملية التحلل الإشعاعي *radioactive decay* لنواة عنصر مشع، تنبعث عنها أشعة غاما *Gamma ray* تحمل فوتوناتها طاقة مقدارها *(1.35 MeV)*.

أوجد حسابياً مقدار كلٍ من:

1- الطول الموجي الموافق لهذه الفوتونات؟

2- العزم *momentum* الذي تمتلكه هذه الفوتونات؟

الحل *Solution*:

-1

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{c}{f} = \frac{hc}{hf} = \frac{hc}{E}\\ &= \frac{(4.14\times10^{-15}\ eV.s)(3\times10^{8}\ m/s)}{(1.35\times10^{6}\ eV)}\\ &= 9.2\times10^{-13}\ m = 920\ fm\end{aligned}$$

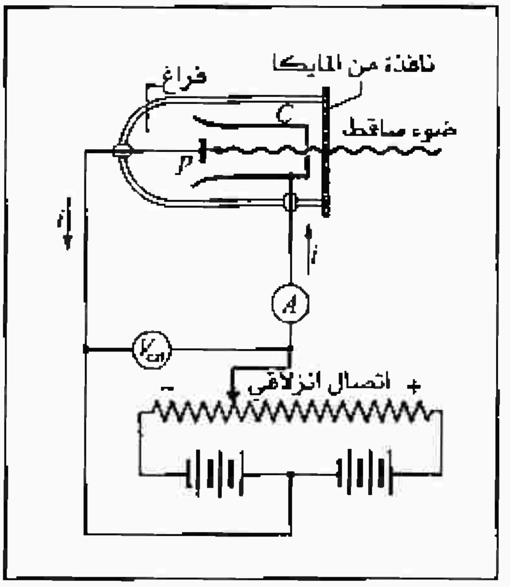
-2

$$\begin{aligned}p &= \frac{h}{\lambda} = \frac{hf}{\lambda f} = \frac{E}{c}\\ E &= (1.35\ MeV) = 1.35\times10^{6}\ eV\\ &= \frac{(1.35\times10^{6}\ eV)}{(1eV)}\times(1.6\times10^{-19}\ J)\\ &= 2.16\times10^{-13}\ J\\ p &= \frac{(2.16\times10^{-13}\ J)}{(3\times10^{8}\ m/s)}\\ &= 7.2\times10^{22}\left(\frac{kg.m}{s}\right)\end{aligned}$$

15-3 التأثير (الظاهرة) الكهروضوئي *The Photoelectric Effect*:

تعتبر هذه الظاهرة بتفسيرها العلمي الصحيح، هي خير مثال على ما قدمه أينشتين بتقريره أن الضوء قوامه مجموعة هائلة من الفوتونات، ذلك أن هذا الأثر يستحيل استيعابه ما لم نستخدم تفسير أينشتين لطبيعة الموجة الضوئية، في منطقتي كلٍ من الأشعة المرئية *visible* والأشعة فوق البنفسجية *ultraviolet* باعتبارهما منطقتي حدوث هذه الظاهرة الهامة.

إن سقوط الأشعة الضوئية على سطح معدني نظيف وصقيل في شروط صحيحة تُسفر عن تحرير إلكترونات من سطح هذا المعدن، وهذا الذي يمكن إدراك أثره وتفسير معناه بناءً على ما قدمه أينشتين. ولعل فتح عملية الأبواب الأوتوماتيكي أو إغلاقها، وعمل منبهات الدوائر السرية *security alarm systems* من الأمثلة الشائعة التي يمكن تفسيرها على أساس التأثير الكهروضوئي *photo electric effect*. ولابد من التأكيد هنا بأن الظاهرة في خلاصتها هي عبارة عن تصادم بين الفوتونات الضوئية وإلكترونات المعدن المخصص لاستقبالها، انظر الشكل *(15-1)*.



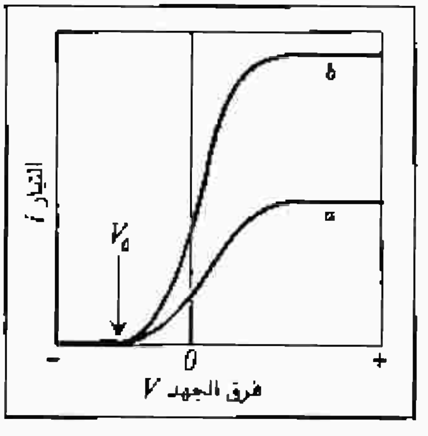
الشكل (15-1)
هـذه الأجهـزة تسـتخدم لدراسـة الظـاهرة الكهروضـوئية، ويظهـر فيهـا الشـعاع الضـوئي الساقط على اللوح (P)، ثم تأتي مرحلة تجميع الإلكترونات الضوئية على الكأس (C) تمر بعد ذلك على جهاز قياس التيار (A)

إن الشـعاع الضـوئي ذا الـتردد (f) يضـيء القطعـة المعدنيـة (P) متسـبباً في انبعـاث الإلكترونـات المحفزة ضوئياً والتي تتجه إلى كأس مجمع الإلكترونات (C) حيث يوجد فرق جهد مناسب بينهما مقداره (V) يسحب هذه الإلكترونات *photoelectrons* ثم تمر عبر مقياس التيار (A)، إن فرق الجهد الكلي (V) نعبّر عنه بالمعادلة:

$$V = Vest + Vcpd \qquad (15\text{-}5)$$

حيث إن (Vext) تمثل قراءة الفولتميتر المبين في الشكل (15-1)، بينما يمثل (Vcpd) فرق جهد الاتصال بين اللوحة (P) ومجمع الإلكترونات (C) باعتبارهما مصنوعان من مادتين مختلفتين *contact potential defference*.

إن المعلومات الأساسية في دراسة هذه الظاهرة والتي نحصل عليها من خلال هذه التجربة، يبينها الشكل (15-2).



الشكل (15-2)
يوضح المعلومات الأساسية المأخوذة من أجهزة القياس الموضحة في الشكل (1-15)
ويظهر في الشكل (2-15) التيار الناتج عن الإلكترونات الضوئية (i) كتابع للجهد (V)، وذلك لشعاعين ضوئيين بشدتي إضاءة مختلفة ولكن بالطول الموجي نفسه.

إن الجهد المبين في هذا الشكل (Vo) هو عبارة عن جهد الإيقاف *stopping potential*، وهو عبارة عن فرق الجهد اللازم لإيقاف الإلكترونات الضوئية السريعة مما يجعل التيار الكهروضوئي

مساوياً للصفر عند هذه القيمة، ويمكننا إيجاد مقدار الطاقة الحركية للإلكترونات ذات الطاقة العالية وفق المعادلة:

$$Km = eVo \qquad (15\text{-}6)$$

وكما يلاحظ من الشكل *(15-2)* فإن الطاقة الحركية لا تعتمد على شدة إضاءة الشعاع الضوئي الساقط، بل تعتمد على جهد الإيقاف، وهناك دراسات كثيرة تبين علاقة جهد الإيقاف *(Vo)* بتردد الشعاع الساقط في مناطق مختلفة للطيف الكهروضوئي.

لقد وضع أينشتين مبدأ حفظ الطاقة للظاهرة الكهروضوئية *principle of conservation of energy* على النحو الآتي:

$$h\,f = \phi + Km \qquad (15\text{-}7)$$

حيث أصبح واضحاً أن المقدار *(h f)* هو عبارة عن طاقة الفوتون، *(ϕ)* هو عبارة عن دالة الشغل *work function* للمعدن المستخدم لصناعة الصفيحة *(P)*، ومن الواضح أن:

$$Km = h\,f - \phi \qquad (15\text{-}8)$$

(Km): عبارة عن الطاقة الحركية القصوى التي من الممكن للإلكترونات المنبعثة أن تمتلكها.

والسؤال الآن: ما هي علاقة جهد الإيقاف *(Vo)* بالطول الموجي أو بتردد الأشعة الضوئية الساقطة على اللوح المعدني؟

إن الإجابة عن هذا السؤال يمكن استنتاجها فيما إذا جمعنا بين مكونات المعادلتين *(15-8)* و*(15-6)* على النحو الآتي:

$$K_m = V_0 e$$

$$(h\,f - \phi) = V_0 e$$

$$\left(\frac{h}{e}\right)f - \left(\frac{\phi}{e}\right) = V_0$$

أي أن العلاقة بين *(Vo)* والتردد *(f)* هي من النوع الخطي *linear relationship* ويمكننا إيجاد ثابت التناسب *(h)* في كلا المعادلتين *(15-1)* و*(15-2)* على النحو الآتي:

$$h = \frac{\Delta V_0}{\Delta f} = 6.6 \times 10^{-34}\ J.s$$

ومن الواضح أن التغير في جهد الإيقاف *(ΔVo)* يساوي دائماً التغير في تردد الموجه الضوئية الساقطة مضروباً في مقدار ثابت بلانك *(h)*.

مثال Example (15-3):

لوح من معدن البوتاسيوم، يبعد مسافة $(r=3.5m)$ عن مصدر ضوئي قدرته $(p=1.5W)$ أوجد حسابياً مقدار الوقت الذي يحتاجه اللوح المعدني لكي يكتسب مقدار من الطاقة يساوي $(1.8eV)$، وذلك كي تنبعث منه الإلكترونات الضوئية، بافتراض أن الإلكترون يحصل على طاقته أثناء عملية استقبال الأشعة الضوئية في مساحة دائرية من اللوح نصف قطرها $(5.3\times10^{-11}m)$.

الحل Solution:

المساحة الدائرية من اللوح المعدني المستقبلة للإشعاع الضوئي هي:

$$A = 3.14\,(5.3\times10^{-11}\,m)^2 = 8.8\times10^{-21}\,m^2$$

أما شدة الإشعاع الضوئي فهي:

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{1.5W}{4\pi(3.5\,m)^2}$$
$$= 9.7\times10^{-3}\,W/m^2$$

أما نسبة تقاطع الطاقة مع المساحة المحددة على سطح الصفيحة فهي:

$R = IA = (9.7 \times 10-3\ W/m2)\ (8.8 \times 10-21\ m2)$

$= 8.5 \times 10-23\ W$

حيث (A) تساوي مساحة الدائرة من لوح معدن البوتاسيوم.

أما الوقت المطلوب فهو:

$$t = \left(\frac{1.8eV}{8.5\times10^{-23}\,Js}\right)\left(\frac{1.6\times10^{-19}\,J}{1eV}\right)\left(\frac{1min}{60s}\right)$$
$$= 56\ min$$

مثال Example (15-4):

في المثال السابق $(15-3)$ افرض أن الطول الموجي للمصدر الضوئي يساوي $(589nm)$، والمساحة المتأثرة بالإشعاع الضوئي تساوي $(1cm^2)$.

أوجد حسابياً نسبة عدد الفوتونات التي تصطدم مع الصفيحة المعدنية.

الحل Solution:

من المثال السابق:

$$I = (9.7\times10^{-3}\,W/m^2)\left(\frac{1eV}{1.6\times10^{-19}\,J}\right)$$
$$= 6.1\times10^{16}\,eV/m^2s$$

إن طاقة الفوتون الواحد في هذه الحالة تساوي إلى:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = 2.11\,eV$$

وبناءً على ذلك نجد أن نسبة الفوتونات التي تصطدم بالصفيحة المعدنية تساوي:

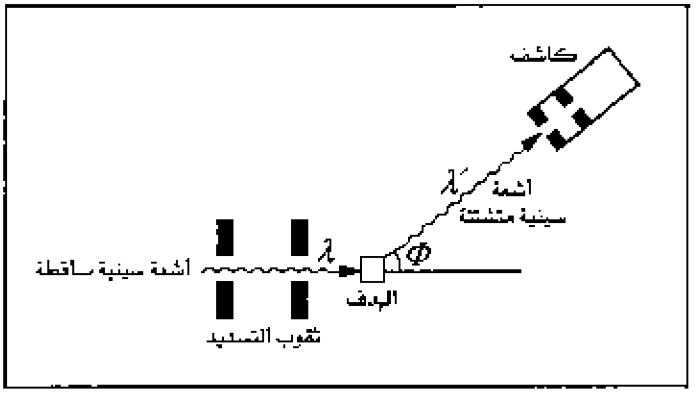
$$R = (6.1\times 10^{16}\ eV/m^2\ s)\left(\frac{1\ photon}{2.11eV}\right)(10^{-4}\ m^2)$$

$$= 2.9\times 10^{12}\ photons/s$$

15-4 تأثير (ظاهرة) كومبتون *The Compton Effect* :

هذه هي الظاهرة الأخرى تمثل نموذجاً ومثالاً عمليين على نجاح النظرية الكمية للضوء التي وضعها أينشتين *the quantum theory of light*، إن أهمية هذه التجربة الفريدة تكمن في أنها قدمت دليلاً عملياً على حقيقة وجود الفوتونات التي تعبِّر عن الضوء، وذلك من خلال تقديم البرهان الأكيد على وجود كلٍ من طاقة *energy* وعزم *momentum* الفوتون، كما أنه يشمل منطقة الأشعة السينية *x–ray* إضافة إلى منطقتي الظاهرة الكهروضوئية، المنطقة المرئية، والمنطقة فوق البنفسجية

ولمعرفة المزيد حول هذه الظاهرة الهامة، انظر الشكل *(15-3)*.

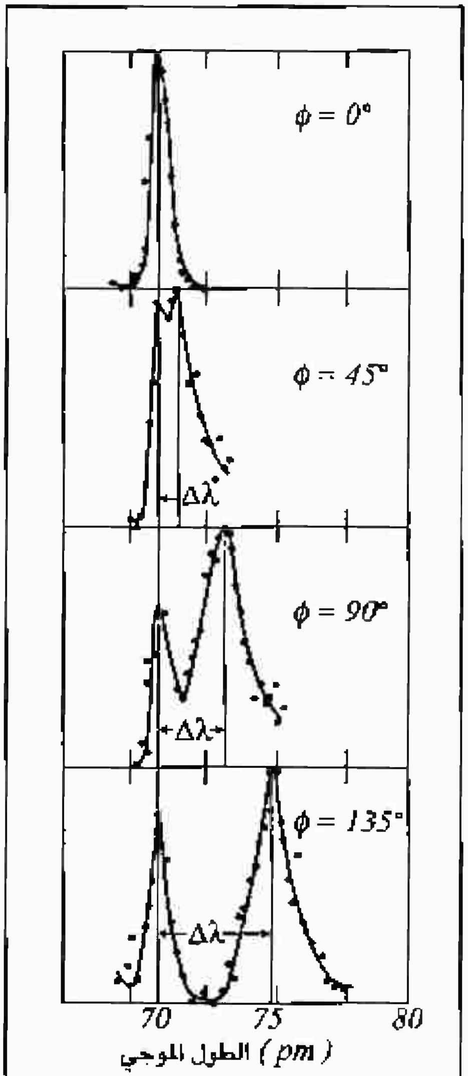


الشكل *(15-3)*

الترتيب الذي استخدمه كومبتون، حيث قام بقياس كل من شدة وطول الأشعة المتشتتة عن الهدف *(T)*

إن الشكل *(15-3)* يوضح الترتيب الذي وضعه كومبتون في العام *1923*م *Arther dolly Compton*، أشعة سينية *(x)* بطول موجي يساوي *(λ)* تسقط على الهدف *(T)*، لقد قام كومبتون بقياس شدة الأشعة المتشتتة *scattered x–ray* بعد اصطدام الأشعة السينية بالهدف، وذلك كتابع للطول الموجي في اتجاهات مختارة ومتعددة، وعلى الرغم من أن الأشعة الساقطة على الهدف تملك طولاً موجياً واحداً، إلا أن الأشعة المتشتتة تمتلك طولين موجيين، أحدهما يتوافق مع الأشعة الساقطة *(λ)* والآخر مع الطول *(λ')* بحيث يكون أكبر من الطول الموجي *(λ)* بمقدار *(Δλ)*، والتي تسمى

تحول كومبتون *Compton shift* وهذا التحول يتغير بتغير زاوية سقوط الأشعة *(x)* على الهدف *(T)*، انظر الشكل *(15-4)*.



الشكل *(15-4)*

يبين اختلاف تحول كومبتون *(Δ λ)* بتغير زاوية قياس التشتت *(ϕ)* scattering angle لأربع زوايا مختلفة *(0°, 45°, 90°, 135°)* ويلاحظ أن المقدار *(Δ λ)* يزداد بازدياد زاوية التشتت *(ϕ)*

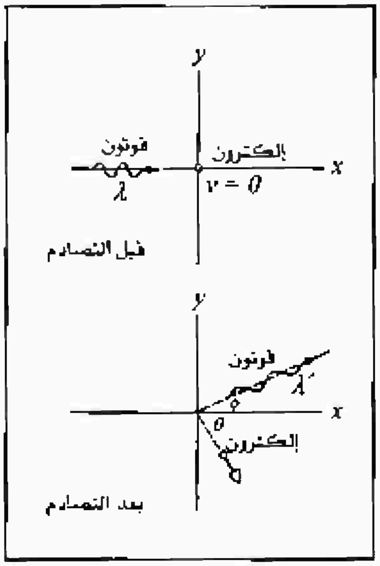
إن قمة موجة التشتت *(λ')* المبيَّنة في الشكل *(15-4)* لا يمكن تفسير معناها إذا اعتبرنا أن موجة الأشعة السينية الساقطة على الهدف هي مجرد موجة وفق النموذج السائد *wave model* قبل أن يقدم أينشتين فرضيته حول الموجة الضوئية المكممة، حيث يقتضي هذا الفهم أن الإلكترونات التي تهتز في الهدف *(T)* سوف تكتسب تردد الموجة الساقطة *(f)* نفسها، إن هذه الاهتزازات *oscillations* المنبعثة تشبه تماماً ما تحدثه الشحنات الكهربائية المهتزة حول محور الإرسال في مولد الموجات الكهرومغناطيسية حيث تنبعث مبتعدة عنه بنفس تردد هذه الشحنات المهتزة حول محوره.

وعلى هذا الأساس فإن الحزمة المتشتتة يجب أن يكون لها ذات التردد *(f)* وذات الطول الموجي *(λ)*، تماماً كالحزمة الضوئية الساقطة.

ولكن هذا ما لا يحدث في ظاهرة كومبتون، حيث أثبت كومبتون أن الأشعة الساقطة بفوتوناتها ذات الطاقة *(E=hf)* وعزمها *(p=h/λ)* تصطدم بالإلكترونات الحرة للهدف فيحصل كما يحصل تماماً في لعبة البليارد *billiard ball-like collisions*، حيث إن الفوتون الذي يخضع للتصادم يتشتت بطاقة *(E')* مقدارها أقل من مقدار طاقته قبل التصادم، وعلى هذا يكون مقدار تردده أيضاً *(f')* أقل مما هو عليه قبل التصادم، ولكن مقدار طوله الموجي الجديد *(λ')* أكبر من مقدار طوله الموجي قبل التصادم بينما يحصل الإلكترون المشارك في عملية التصادم على جزء من طاقة الفوتون.

ولمعرفة المزيد عن طاقة الإلكترون بعد التصادم لا بد من تطبيق مبدأ حفظ الطاقة عليه، وهذا

ما لا يمكن بطبيعة الحال في هذا المقام ما لم نفسر حقيقة ما حدث في هذه التصادمات النظرية النسبية، ذلك أن الإلكترون المتشتت يمتلك سرعة مساوية لسرعة الضوء، ولتوضيح ذلك انظر الشكل (5-15).



الشكل (5-15) تشتت كومبتون

إن تطبيق مبدأ حفظ الطاقة على ظاهرة كومبتون بالنسبة للإلكترون المشارك في عملية التصادم تفسر استناداً على مفهوم النظرية النسبية على النحو الآتي:

الطاقة الكلية: $E = M c^2 + K^2$

طاقة الفوتون: $E = h f$

طاقة الفوتون المتشتت: $E' = h f'$

طاقة الإلكترون الحركية بعد التصادم:

$$K^2 = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - m c^2$$

إذن الطاقة الكلية بعد التشتت هي عبارة عن مجموع طاقة الفوتون المتشتت زائد الطاقة الحركية للإلكترون بعد التصادم *recoiling electron*.

$$h f = h f + m c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

وبما أن:

$$f = \frac{c}{\lambda} \qquad , \qquad f' = \frac{c}{\lambda'}$$

إذن:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + mc\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1\right) \tag{15-9}$$

إنَّ المعادلة *(15-9)* هي معادلة حفظ الطاقة في ظاهرة كومبتون. والسؤال المطروح الآن ماذا بشأن مبدأ حفظ العزم قبل وبعد التصادم *conservation of momentum*؟

إن عزم الفوتون الخطي قبل التصادم يساوي إلى $(p=h/\lambda)$، أما عزم الإلكترون بعد التصادم وفقاً للنظرية النسبية فيساوي إلى:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \tag{15-10}$$

نحن نعلم أن العزوم هي كميات متجهة، ولهذا فإننا نستطيع إيجاد محصلة متجهات العزم من خلال الشكل *(15-5)* بعد التصادم، لنحصل على ما يلي:

المركبات السينية *x componets*

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\phi + p\cos\theta \tag{15-11}$$

المركبات الصادية *y-compnent*

$$0 = \frac{h}{\lambda'}\sin\phi - p\sin\theta \tag{15-12}$$

ومن الواضح أنَّ كلاً من الزاويتين (ϕ, θ) يمكن قياسهما تجريبياً بعد ذلك من السهل إيجاد انحراف كومبتون $(\Delta\lambda)$ وذلك على النحو الآتي:

1- نضرب المعادلتين *(15-11)* و*(15-12)* بالثابت *(c)* وهو عبارة عن سرعة الضوء، ثم نعيد كتابتهما مرتبةً على النحو الآتي:

$$pc\cos\theta = hf - hf'\cos\phi$$

$$pc\sin\theta = hf'\sin\phi$$

2- ثم نربع طرفي هاتين المعادلتين ونجمعهما على النحو الآتي:

$$p^2 c^2 = (hf)^2 - 2(hf)(hf')\cos\theta + (hf')^2 \qquad (15\text{-}13)$$

ومن المعلوم لدينا أن:

$$E = mc^2 + K$$
$$E = \sqrt{mc^2 + p^2 c^2}$$

نجد أن:

$$(K + mc^2)^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$$
$$p^2 c^2 = K^2 + 2mc^2 K$$
$$K = hf - hf'$$

إذن:

$$p^2 c^2 = (hf)^2 - 2(hf)(hf')(1-\cos\phi) \qquad (15\text{-}14)$$

نعوض الآن المعادلة *(15-14)* في المعادلة *(15-13)* لنحصل على:

$$2mc^2(hf - hf') = 2(hf)(hf')(1-\cos\phi)$$

وباستخدام الطول الموجي بدلاً من التردد، ذلك أنَّ $(f = c/\lambda$ و $f' = c/\lambda')$ نجد أن:

$$\frac{mc}{h}\left(\frac{f}{c} - \frac{f'}{c}\right) = \frac{f}{c}\frac{f'}{c}(1-\cos\phi) \qquad (15\text{-}15)$$

$$\frac{mc}{h}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = \frac{(1-\cos\phi)}{\lambda\lambda'}$$

$$\frac{mc}{h}\left(\frac{\lambda'-\lambda}{\lambda\lambda'}\right) = \frac{(1-\cos\phi)}{\lambda\lambda'}$$

وأخيراً:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\phi) \qquad (15\text{-}16)$$

وهي المعادلة التي تعبر عن انحراف كومبتون $(\Delta\lambda)$ بدلالة المقدار $(\cos\phi)$ جيب تمام زاوية تشتت الفوتون وكل من (h, m, c) هي عبارة عن ثوابت، سرعة الضوء، كتلة الإلكترون، ثابت بلانك، أي أن معرفة الزاوية (ϕ) تكفي لمعرفة تأثير كومبتون.

ويمكننا الاستغناء عنها في حالة الإلكترون بالمقدار:

$$\frac{h}{mc} = 2.43 \times 10^{-12}\ m = 2.43\ pm$$

إنَّ للقدار *(2.43 pm)* يسمى الطول الموجي لكومبتون *Compton wave length* ومن هنا يتبيَّن لنا أهمية هذه الظاهرة العلمية، حيث قدمت تفسيراً صحيحاً لفرضية العالم إينشتين حول الموجة الضوئية، إضافة إلى أنها مسؤولة عن ظاهرة ما يسمى بالنبضات الكهرومغناطيسية الناتجة عن الانفجارات الحرارية النووية في طبقات الغلاف الجوي العليا، وذلك بسبب أشعة غاما *γ-ray* وأشعة إكس *x-ray* المتولدة عن هذه التفاعلات.

إنَّ النبضات الكهرومغناطيسية آنفة الذكر تؤدي إلى إتلاف الدوائر الكهربائية في حال وصولها إلى سطح الأرض، لذا يتم التحسب مسبقاً لمثل هذه الإشعاعات.

مثال *Example (15-5)*:

تتشتت أشعة إكس *x-ray* من عنصر الكربون بطول مقداره *(λ=22 pm)*، حيث تبلغ طاقة الفوتون *(56KeV)*، وذلك بزاوية قدرها *(ϕ=85°)* بالنسبة للشعاع الساقط.

أوجد حسابياً مقدار كل:

1- انحراف كومبتون *(Δ λ)*.

2- مقدار الطاقة الذي ستفقده الفوتونات؟

الحل *Solution*:

1- من المعلوم لدينا أنَّ انحراف كومبتون يساوي إلى:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\phi)$$

$$= \frac{(6.63\times10^{-34}\ J\,s)(1-\cos 85^\circ)}{(9.11\times10^{-31}\ kg)(3\times10^{8}\ m/s)}$$

$$= 2.21\times10^{-12}\ m = 2.21\ pm$$

ويمكن استخدام الطول الموجي لكومبتون والبالغ $(2.43\times10^{-12} m)$ لإيجاد انحراف كومبتون في هذه المسألة وذلك على النحو الآتي:

$$\Delta\lambda = (2.43\times10^{-12}\ m)\ (1-0.037) = 2.21\ Pm$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها في الخطوة الأولى.

2- الجزء المفقود من الطاقة هو عبارة عن:

$$frac = \frac{E - E'}{E} = \frac{hf - hf'}{hf} = \frac{(c/\lambda) - (c/\lambda')}{(c/\lambda)}$$

$$= \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda}$$

$$frac = \frac{2.21\,Pm}{22\,Pm + 2.21\,Pm}$$

$$= 0.091 = 9.1\%$$

ملاحظة: $(\lambda' - \lambda = \Delta\lambda \Rightarrow \lambda' = \lambda + \Delta\lambda)$

15-5 ثابت بلانك Plank's Constant:

إن النظرية الكلاسيكية التي فسرت الدالة الرياضية للتوزيع الإشعاعي المعروفة $S(\lambda)$ للأشعة الحرارية الصادرة عن الفجوات المشعة *cavity radiation* والمعرَّفة بالصيغة الرياضية المسماة بالقانون الكلاسيكي للإشعاع والتي نعبِّر عنها بالمعادلة الآتية:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c k T}{\lambda^4} \tag{15-17}$$

لم تتفق مع القياسات العملية التي كانت متحققة بهذا الخصوص، إلى أن تمكن العالم بلانك *Plank* في العام 1900م من وضع القانون الخاص بهذه العملية، والذي كان متفقاً تماماً مع جميع القياسات العملية، وعند جميع الأطول الموجية والمعرَّفة بالمعادلة الرياضية الآتية:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{(hc/\lambda kT)} - 1} \tag{15-18}$$

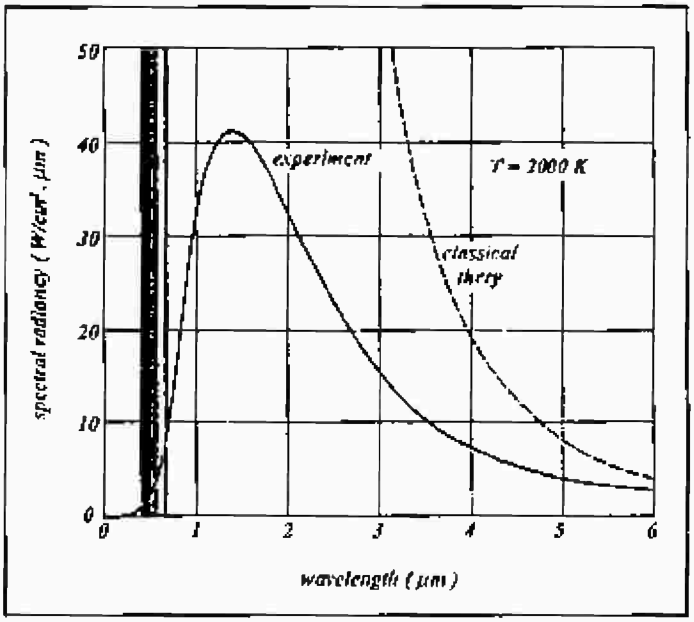
إنَّ العالم بلانك توصل إلى تحديد مقدار الثابت (h)، وذلك من خلال استخدام المعادلة (15-18)، والتي يطلق عليها قانون بلانك للإشعاع. إن الثابت (h) يحمل اسم العالم بلانك منذ ذلك الحين والذي سبق وأن قدمنا مقداره العددي في هذا الفصل، في المعادلة (15-2).

إن الكمية الفيزيائية $S(\lambda)$ تمثل الإشعاع الطيفي عند مقادير معينة للطول الموجي وتقاس بوحدات $(Watt / cm2.\ \mu m)$، أما (c) فهي سرعة الضوء، و(k) هو ثابت بولتزمان المعروف *Poltzman constant*.

$$k = 1.38 \times 10{-}23\ J / K$$

$$k = 8.62 \times 10{-}5\ eV / K \tag{15-19}$$

ولبيان الفروق الجوهرية بين ما قدمه بلانك، والنظرية الكلاسيكية لتوزيع شدة الإشعاع كتابع للطول الموجي تأمل الشكل (15-6).



الشكل *(15-6)*

الخط المتصل يبين النتائج التي تطابق ما قدمه بلانك المعادلة *(15-18)*، اما الخط المتقطع فهو يوافق النظرية الكلاسيكية في هذا الخصوص المعادلة *(15-17)*.

15-6 مبدأ التوافق *The Correspondance Principle*:

إن المعادلات الرياضية المستخدمة في الميكانيكا النسبية *relativistic mechanics* وكذلك المعادلات الرياضية في فيزياء الكم *quantum physics*، تعود مرة أخرى إلى الحالة الكلاسيكية *familiar classical lows* عندما تكون الشروط التجريبية مهيأة لذلك، كما أن انخفاض مقدار سرعة الجسيمات المتحركة مقارنةً بسرعة الضوء هو الآخر من الشروط المطلوب توافرها كي تتاح الفرصة لاستخدام الميكانيك الكلاسيكي، وكمثال على ذلك سوف نناقش الشرط الذي يجيب تحقيقه كي تعود المعادلة *(15-18)* التي تمثل قانون الإشعاع لبلانك *Plank's radiation low* إلى قانون الإشعاع الكلاسيكي الموضح في المعادلة *(15-17)*.

من المعروف أن المعادلة *(15-17)* ممكنة الاستخدام عند الأطوال الموجية الكبيرة جداً، لنعوض الآن عن هذه الكمية بالمقدار $(\lambda=\infty)$ في المعادلة *(15-18)*، ولتبسيط مناقشة المسألة افرض أن:

$$x=\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)$$

وعليه تصبح المعادلة *(15-18)* على النحو الآتي:

$$S(\lambda)=\frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5}\,\frac{1}{e^x-1}$$

إن الحالة $(x\rightarrow 0)$ توافق الحالة $(\lambda\rightarrow\infty)$، وعليه نجد أنّ:

$$e^{x} = 1 + x + \frac{x^{2}}{2} + \frac{x^{3}}{6} + \ldots$$
$$= 1 + x$$

وهكذا يصبح مقام الجزء الثاني على الطرف الأيمن:

$$ex - 1 = 1 + x - 1 = x$$

وبالتعويض في المعادلة $(15\text{-}18)$ نحصل على الآتي:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^{2} h}{\lambda^{5}}\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^{2} h}{\lambda^{5}}\ \frac{\lambda k T}{hc}$$

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c k T}{\lambda^{4}}$$

والتي بطبيعة الحال هي ذات المعادلة $(15\text{-}17)$.

وهكذا نجد أن مبدأ التوافق ساري المفعول إذا ما تحقق الشرط المطلوب في هذا المثال وهو أن يكون الطول الموجي كبيراً جداً.

15-7 نظرية بور Bohr's Theory:

في العام *1913*م، أي بعد أن قدّم الفيزيائي البريطاني رذرفورد *Ernest Rutherford* الفكرة الرائدة بأن هناك نواة *nucleus* في وسط الذرة، قدم العالم الكبير بور *Niels Bohr* نموذجه لذرة الهيدروجين باعتبارها أبسط أنواع الذرات وذلك لاحتوائها على بروتون واحد *proton* والكترون واحد *electron* وأكد بنسبة عالية من الدقة بأن ذرة الهيدروجين تمتلك خطوطاً خاصة لطيفها *spectral lins*، كما تمكن من إيجاد أطوال موجات هذا الطيف بدقة وصلت إلى *(0.02%)*. وتعتبر نظرية بور حول الذرة هي الخطوة الأساس حول المفهوم العام للنظرية الكمية *quantum theony*. وقد استهل العالم بور التصريح بذلك عندما أكد بأن الفيزياء الكلاسيكية قد اقتربت من نهايتها، كما وضع بور فرضيتين مهمتين هما:

1- وجود ذرة الهيدروجين *hydrogen atom* في أي من مجموعة مستويات الطاقة المتدرجة الثابتة العائدة لها *discrete set of stationary states* دون أن يصدر عنها أي إشعاع، وهذا هو بداية الخروج على النظرية الكلاسيكية.

2- فرضية التردد *the frequency postulate* وفيها افترض بور بأن ذرة الهيدروجين تستطيع أن تصدر أو تمتص شعاعاً فقط عندما تنتقل الذرة من مدار ثابت إلى آخر، والطاقة الصادرة أو الممتصة عن طريق الفوتون تساوي إلى الفرق في الطاقة بين هذين المستويين الثابتين، وقيد فرضيته بهذا الشرط.

$$h fi f = Ei - Ef \qquad (15\text{-}19)$$

وهذه المعادلة هي ما يعرف بشرط بور للتردد *Bohr frequency condition* والسؤال الآن هو: أين تكمن أهمية نظرية بور؟ إن أهمية هذه النظرية تكمن في أنها فسرت التركيب الذري للعناصر، ولبيان ذلك، سوف نتفحص الحركة الموجية للإلكترون في مداره حول نواة ذرة الهيدروجين.

إن طول موجة ديبرولي *De Broglie wave length* للإلكترون في ذرة الهيدروجين يساوي:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

إن لكلٍ من مجموعة مستويات متقطعة فإن ذرة الهيدروجين من الممكن أن توجد في أيٍ من المستويات المتقطعة للطاقة دون أن يصدر عنها أية إشعاع.

حيث تمثل (v) سرعة الإلكترون في مداره، والتي يمكن إيجادها ببساطة شديدة من خلال معرفة القوة الطاردة المركزية *centripetal force*.

$$F_C = \frac{mv^2}{r}$$

والقوة الإلكتروستاتيكية *electro static force* بين كلٍ من البروتون والإلكترون في ذرة الهيدروجين تساوي إلى:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

وهما قوتان متساويتان عند مدار الإلكترون، ذي نصف القطر (r)، إذن:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr}}$$

أي أن طول موجة ديبرولي تساوي:

$$\lambda = \frac{h}{e}\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mr}{m}} \qquad (15\text{-}20)$$

وبالتعويض عن نصف مدار الإلكترون بالمقدار $(5.3\times10^{-11}m)$ نجد أن طول موجة الإلكترون هي:

$$\lambda = \frac{6.63\times10^{-34}\ Js}{1.6\times10^{-19}\ C}\left(\frac{4\pi\times8.85\times10-12(F/m)\times5.3\times10^{-11}\ m}{9.1\times10^{-31}\ kg}\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= 33\times10^{-11}\ m$$

والمقدار $(33\times10^{-11}m)$ مساوٍ تماماً لمحيط مدار الإلكترون، وعلى هذا فإن محيط مدار الإلكترون في ذرة الهيدروجين يمثل موجة كاملة مغلقة على نفسها.

إن شرط الحصول على مدار مستقر هو:

$$n\lambda = 2\pi rn\ ,\ n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \qquad (15\text{-}21)$$

حيث إن (rn) تمثل نصف قطر المدار الذي يحوي على عدد (n) من الموجات، ويدعى العدد (n) بالعدد الكمي *quantum number* للمدار، ومن المعادلتين $(15\text{-}20)$ و$(15\text{-}21)$ نجد أن:

$$\frac{nh}{e} = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 r_n}{m}} = 2\pi r_n$$

ومن خلال هذه المعادلة نستطيع أن نعرف مقادير أنصاف أقطار المدارات المستقرة للإلكترون، وذلك كالآتي:

$$r_n = \frac{n^2 h^2 \varepsilon_0^2}{\pi m e^2}\quad ,\quad n = 1,2,3,\ldots, \qquad (15\text{-}22)$$

أما أدنى مدار فيدعى بنصف قطر بور *Bohr radius* لذرة الهيدروجين ويرمز له بالرمز (ao) حيث إن:

$$ao = r1 = 5.3\times1011\ m$$

أما أنصاف الأقطار والأخرى فتتغير بتغير العدد (n):

$$rn = n2\ ao$$

لقد وجد بور أن طاقات المستويات الثابتة لذرة الهيدروجين يمكننا أن نعبِّر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$E = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}\quad ,\quad n = 1,2,3,\ldots \qquad (15\text{-}23)$$

إن أدنى مستوى للطاقة يسمى بالمستوى الأرضي أو الحالة الأرضية *ground state* للذرة، ونرمز له (E_1)، تليها المستويات العليا $(E_2, E_3, \ldots)$، ويساوي مقداره:

$$E1 = -13.6\ eV$$

وذلك بعد التعويض عن (n) بالعدد واحد ويمكن على أساس هذا المقدار لطاقة الحالة الأرضية للذرة تعميم المعادلة $(15\text{-}22)$ وتبسيطها إلى الشكل:

$$E = \frac{13.6\, eV}{n^2} \quad , \quad n = 1,2,3,.... \tag{15-24}$$

أما شرط بور للتردد فيمكن إعادة التعبير عنه رياضياً، بعد أن توصلنا إلى معرفة طاقة المستوى الذي توجد فيه الذرة على النحو الآتي:

$$h f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{u^2}\right) \tag{15-25}$$

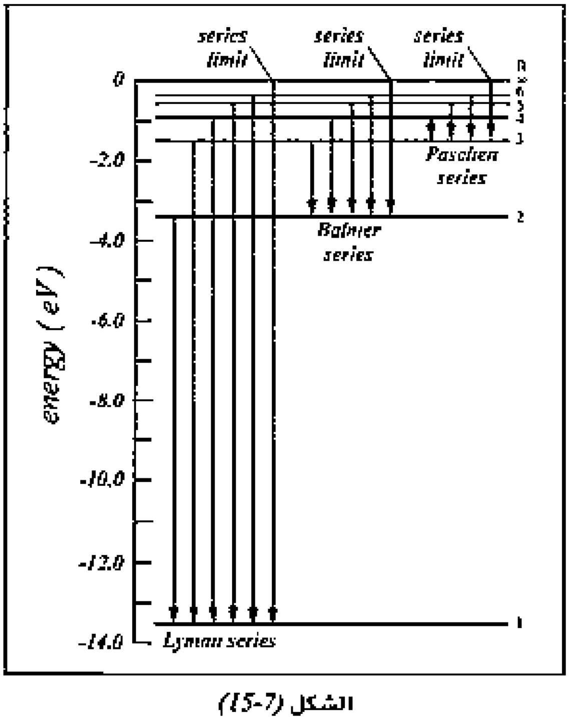
حيث إن *(u)* هي العدد الكمي لمستوى الطاقة الأعلى *upper state* و*(l)* هي العدد الكمي لمستوى الطاقة الأسفل *lower state* والشكل *(15-7)* يبين بعض مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين والانتقال من مستوى إلى آخر.

أما طول موجة الانتقال *transition wave length* *(λ)* فيعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{u^2}\right) \tag{15-26}$$

حيث إن *(R)* هو ثابت العالم ريدبيرج *Rydberg constant* ويساوي مقداره:

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1.097 \times 10^7\ m^{-1}$$



الشكل *(15-7)*

بعض من مستويات الطاقة ومستويات طاقة الانتقال في نموذج بور لذرة الهيدروجين

مثال Example (15-6):

انظر الشكل *(15-6)*، ثم أوجد حسابياً مقدار أقل مستوى لطاقة الفوتون في سلسلة بالمر *Balmer sense*.

الحل Solution:

إن أقل انتقال بين مستوى وآخر في سلسلة بالمر تحدث بين العددين الكميين *(l=2)*، *(u=3)*، إذن:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{u^2}\right)$$

$$= 0.01097 \ nm^{-1}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$

$$= 1.524 \times 10^{-3} \ nm^{-1}$$

$$\lambda = 656.3 \ nm$$

$$E = h\,f = \frac{h\,c}{\lambda} = \frac{4.14 \times 10^{-15} \ eV.s \times 3 \times 10^{8} \ m/s}{656.3 \times 10^{-9} \ m}$$

$$E = 1.89 \ eV$$

مثال Example (15-7):

أوجد حسابياً مقدار الطول الموجي عند نهاية سلسلة بالمر.

الحل Solution:

$$l = 2$$

$$u \to \infty$$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{u^2}\right)$$

$$= (0.01097 \, nm^{-1})\left(\frac{1}{2^2}\right)$$

$$= 2.743 \times 10^{-3} \ nm - 1$$

$$\lambda = 364.6 \ nm$$

مسائل عامة محلولة

solved problems

15-1 يبلغ الطول الموجي لفوتونات أشعة إكس الساقطة على إلكترون بزاوية $(\Phi=180°)$، $(\lambda=0.01nm)$.

أوجد حسابياً مقدار كلٍ من:

1- التغير الحاصل في الطول الموجي للفوتون $(\Delta\lambda)$.

2- التغير الحاصل في طاقة الفوتون.

3- الطاقة الحركية المكتسبة للإلكترون.

الحل:

الطول الموجي لأشعة (x) يساوي: $(\lambda=0.01nm)$.

زاوية سقوط الأشعة: $(\Phi=180°)$.

1- التغير الحاصل في الطول الموجي: $\Delta\lambda=?$

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \left(\frac{h}{mc}\right)(1-\cos\Phi)\\ &= \frac{6.63\times10^{-34}\ J.s}{(9.1\times10^{-31})(3\times10^{8}\ m/s)}(1-(-1))\\ &= 4.85\times10^{-12}\ m\\ &= 4.85\ pm = 4.85\times10^{-3}\ nm\end{aligned}$$

-2

$$\begin{aligned}\Delta E &= hc\left[\frac{1}{\lambda'}-\frac{1}{\lambda}\right]\\ &= hc[\lambda'-\lambda]^{-1}\\ &= (1240\,eV.s)[(0.01\,nm+4.85\times10-3\,nm)]^{-1}-[0.01\,nm]^{-1}\\ &= -40\times10^{3}\ eV = -41\,KeV\end{aligned}$$

3- مقدار الطاقة الحركية التي اكتسبها الإلكترون هو:

$$\begin{aligned}\Delta K &= -E = -(-40\times10^{3}\ KeV)\\ &= +40\times10^{3}\ KeV\end{aligned}$$

15-2 أوجد حسابياً أقصى مقدار لانحراف الطول الموجي الناتج عن تأثير كومبتون *Compton collision* عند حدوث التصادم بين الفوتون والبروتون الحر.

الحل:

المطلوب تحديد مقدار $(\lambda\Delta max)$ بعد حدوث التصادم بين الفوتون والبروتون الحر.

باستخدام المعادلة الرياضية لتأثير كومبتون:

$$\Delta\lambda_{max} = \frac{h}{m_p c}(1-\cos\Phi)$$

نلاحظ هنا أننا استبدلنا كتلة الإلكترون بكتلة البروتون (mp) وهكذا فإن أقصى طول انحراف في الطول الموجي يحصل عندما يكون مقدار الزاوية $(\Phi=180°)$.

$$\Delta\lambda_{max} = \frac{h}{cm_p c}(2)$$

$$= \frac{2h}{m_p c}$$

$$= \frac{2(6.63\times10^{-34}\ J.s)}{(1.67\times10+27\ kg)(3\times10^{8}\ m/s)}$$

$$= 2.647\times10^{-15}\ m$$

$$= 2.647\ f\ m$$

15-3 تعتبر عين الإنسان أكثر إحساساً للون الأصفر المخضر *yellowgreen* بطوله الموجي $(\lambda=550nm)$.

أوجد حسابياً مقدار درجة حرارة الفجوة المشعة *cavity radiation* التي يصدر عنها هذا الإشعاع الضوئي.

الحل:

إنّ الطول الموجي للون الأصفر يساوي إلى $(\lambda=550nm)$ وتساوي $(550\times10^{-3}\mu m)$، ودرجة الحرارة الفجوة المشعة مجهولة.

إن العلاقة الرياضية التي تربط بين درجة الحرارة والطول الموجي عندما يكون في حدوده القصوى، وهي:

$$\lambda_{max}T = 2898\ \mu m.K$$

$$T = \frac{2898\ \mu m.K}{550\times10^{-3}\ \mu m}$$

$$= 5270\ K$$

وهكذا يمكننا معرفة درجات الحرارة لباقي الألوان، من خلال معرفتنا لأقصى طول موجي (λmax).

15-4 إذا كانت الذرة تمتص فوتون بتردد $(6.2\times10^{14}\ Hz)$.

أوجد حسابياً مقدار الزيادة في طاقة الذرة بسبب امتصاصها لهذا الفوتون.

الحل:

إن مقدار تردد الفوتون يساوي إلى $(\Delta f=6.2\times10^{14}\ Hz)$ وهو يمثل مقدار التغير في التردد، والمطلوب هو إيجاد مقدار الزيادة في طاقة الذرة.

نحن نعلم أنَّ العلاقة الرياضية التي تعبّر عن مقدار الزيادة في الطاقة، هي:

$$\Delta E = h\,\Delta f$$
$$= (4.14\times10^{-15}\ eV)(6.2\times10^{14}\ Hz)$$
$$= 2.57\,eV$$

15-5 إذا كانت الذرة التي تمتص فوتوناً بطول موجي $(\lambda_1=375nm)$، وتشع في الوقت ذاته فوتوناً آخر بطول موجي مقداره $(\lambda_2=580nm)$.

أوجد حسابياً مقدار صافي الطاقة الذي امتصته الذرة.

الحل:

الطول الموجي للفوتون الذي يتم امتصاصه: $(\lambda_1=375nm)$

الطول الموجي للفوتون الذي تشعه الذرة: $(\lambda_2=580nm)$

يمكننا حساب مقدار صافي الطاقة الذي امتصته الذرة من العلاقة الرياضية المعروفة:

$$\Delta E = hc\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda^2}\right)$$
$$= 1240\,eV\left(\frac{1}{375\,nm}-\frac{1}{580\,nm}\right)$$
$$= 1.169\,eV$$

15-6 تنتقل ذرة الهيدروجين من المستوى $(n=3)$ إلى المستوى $(n=1)$.

أوجد حسابياً مقدار كلٍ من:

1- طاقة الفوتون الناتج عن هذا الانتقال.

2- الزخم، والطول الموجي لهذا الفوتون.

الحل:

تنتقل الذرة من: $(n=3)$ إلى $(n=1)$.

1- طاقة الفوتون الناتج عن هذا:

$$E = E_i - E_f = \frac{(-13.6\,eV)}{(3)^2} - \frac{(-13.6\,eV)}{(1)^2}$$
$$= 12.1\,eV$$

ذلك أننا نعلم بأن طاقة الإلكترون في ذرة الهيدروجين وفقاً لحسابات العالم بور هي:

$$E = \frac{-13.6\,eV}{n^2}$$

2- عزم الإلكترون هو:

$$\begin{aligned} p &= \frac{E}{c} \\ &= \frac{(12.1eV)(1.6\times 10^{-19}\,eV/J)}{3\times 10^8\,m/s} \\ &= 6.45\times 10^{-29}\,kg.m/s \end{aligned}$$

أما الطول الموجي لهذا الفوتون فهو:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1240(eV.nm)}{12.1(eV)} \\ &= 102\,nm \end{aligned}$$

15-6 يبلغ الطول الموجي لأحد خطوط طيف أشعة إكس الصادرة عن الذهب $(\lambda=18.5pm)$، وتبلغ طاقة الفوتونات الصادرة عن عملية انتقال ذرة الذهب بين مستويين ثابتين للطاقة، مقدار طاقة المستوى العلوي يساوي $(-13.7eV)$.

أوجد حسابياً مقدار طاقة المستوى السفلي في عملية الانتقال.

الحل:

الطول الموجي: $(\lambda=18.5pm)$ ويساوي إلى $(18.5\times10^{-3}nm)$.

طاقة الفوتونات: $Ei=-13.7eV$

المطلوب إيجاد: Ef

نحن نعلم بأن فرق الطاقة في عملية الانتقال (ΔE) هو عبارة عن:

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_i - E_f = hf \\ E_f &= E_i - hf \\ &= (-13.7\,eV) \\ &= (-13.7\,eV) - \frac{1240(eV.nm)}{18.5\times 10^{-3}(nm)} \\ &= (-13.7\,eV) - (6.7\times 10^4\,eV) \\ &= -80.7\times 10^3\,eV = -80.7\times 10^3\,keV \end{aligned}$$

مسائل وتمارين الفصل الخامس عشر

Chapter Fifteen Exercises & Problems

15-1 تعتبر المعادلة $(E = h f)$ هي معادلة طاقة الفوتون *energy of photon*، بيِّن أن طاقة الفوتون مقاسة بالإلكترون فولت (eV) بالنسبة للطول الموجي (λ) مقاساً بالنانومتر (nm) يمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية:

$$E = \frac{1240}{\lambda}$$

15-2 إذا كان الضوء ذو اللون البرتقالي *orange color* الصادر من مصادر إنارة الطرقات السريعة، يصدر بطول موجي $(\lambda=589nm)$.

أوجد طاقة الفوتون الواحد الصادر من هذا العصر.

15-3 إذا كان الطول الموجي لأشعة إكس $(\lambda=35Pm)$ *x-ray*.

أوجد:

أ) طاقة الفوتونات (E).

ب) تردد الأشعة (f).

جـ) عزم الأشعة (P).

15-4 في الظروف النموذجية تستطيع عين الإنسان أن ترى الأحداث التي حولها بطول موجي $(\lambda 550nm)$، إذا كانت الفوتونات الساقطة على العين بنسبة (100) فوتون لكل ثانية.

أوجد القدرة الموافقة لذلك.

15-5 تصدر الفوتونات الكهروضوئية من مادة معينة بدالة شغل *work–function* مقداره $(3.2\ eV)$، وبتردد قدره $(3\times10^{15}HZ)$.

أوجد أقصى قيمة للطاقة الحركية لهذه الفوتونات.

15-6 أوجد السرعة القصوى للفوتونات الإلكترونية *photoelectrons* التي تشع من مادة التنغستين *tungstic n*، عندما يسقط عليه إشعاع ضوئي تبلغ طاقة فوتوناته $(5.8eV)$، إذا علمت أن دالة الشغل للتنغستين تساوي $(4.5eV)$.

15-7 إذا كانت دالة الشغل لمعدن هي $(1.8eV)$.

أوجد جهد الإيقاف *stopping potential* لضوء يبلغ طوله الموجي $(\lambda=400nm)$، ثم أوجد أقصى سرعة للفوتونات الإلكترونية الصادرة في هذه الحالة.

15-8 تبلغ قيمة جهد الإيقاف للفوتونات الإلكترونية *photoelectrons* الصادرة من سطح معدني مضاء بضوء طوله الموجي $(\lambda=491nm)$، $(0.71V)$، عندما تتغير الموجة الساقطة إلى طول موجي جديد (λ_2) يصبح جهد الإيقاف $(1.43V)$.

أ) أوجد قيمة الطول الموجي الجديد (λ_2).

ب) أوجد دالة الشغل للسطح المعدني.

15-9 يبلغ الطول الموجي لفوتونات أشعة إكس الساقطة على إلكترون بزاوية $(\phi=180°)$.

أوجد :

أ) التغير الحاصل في الطول الموجي للفوتون $(\Delta\lambda)$.

ب) التغير الحاصل في طاقة الفوتون.

ت) الطاقة الحركية المضافة للإلكترون.

15-10 أوجد أقصى قيمة لانحراف الطول الموجي الناتج عن تأثير كومبتون *Compton collision* بين الفوتون والبروتون الحر.

15-11 تعتبر عين الإنسان أكثر إحساساً للون الأصفر المخضر *yellowgreen* بطوله الموجي $(\lambda=520nm)$.

أوجد مقدار درجة حرارة الفجوة المشعة *cavity radiation* كي تصدر هذا الإشعاع الضوئي.

15-12 إذا كانت الذرة تمتص فوتون بتردد $(6.2\times10^{14}HZ)$.

أوجد مقدار الزيادة في طاقة الذرة.

15-13 إذا كانت الذرة التي تمتص فوتوناً بطول موجي $(\lambda_1=375nm)$، وفي ذات الوقت تشع فوتوناً آخر بطول موجي $(\lambda_2=580nm)$.

أوجد حاصل الطاقة الصافي الذي امتصته الذرة.

15-14 تنتقل ذرة الهيدروجين من المستوى $(n=3)$ إلى المستوى $(n=1)$.

أوجد :

أ) طاقة الفوتون المرافق لهذا الانتقال.

ب) العزم، والطول الموجي لهذا الفوتون.

15-15 يبلغ الطول الموجي لأحد خطوط الطيف لأشعة إكس الصادرة من الذهب $(\lambda=18.5Pm)$، وتبلغ طاقة الفوتونات المرافقة لعملية انتقال ذرة الذهب بين مستويين ثابتين للطاقة العلوي يساوي $(-13.7KeV)$.أوجد طاقة المستوى السفلي في عملية الانتقال.

الخلاصة

Summary

- إنَّ أينشتاين توصل في العام 1905م إلى أنَّ الضوء مكون من حزم مركزة من الطاقة، والتي نطلق عليها اليوم اسم الفوتونات، ولكل فوتون طاقة (E) وعزم حظي (P) نعبِّر عنهما رياضياً على النحو الآتي:

$$E = h\,f \qquad , \qquad P = h/\lambda$$

- إن الظاهرة الكهروضوئية تحدث عندما تتحرر الإلكترونات من سطح المعدن بعد امتصاصها للطاقة من الشعاع الضوئي الساقط عليه، ونعبِّر عنه رياضياً على النحو الآتي:

$$h\,f = \Phi + K_m$$

- إنَّ ظاهرة كومبتون تحدث عندما تتشتت الأشعة السينية من الكرون حر، وتخضع هذه الأشعة لزيادة في الطول الموجي مقداره يساوي إلى:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\Phi)$$

ونصل إلى هذه المعادلة باستخدامنا لمبدأ حفظ كمية الطاقة والعزم الحظي.

- إنَّ قياس توزيع الطاقة باستخدام الطول الموجي، وذلك للإشعاعات الصادرة عن التجاويف المارة قادت إلى فكرة تكمم الطاقة، وتقديم الإنجاز العلمي في استخدام ثابت العالم بلانك إلى حيِّز التطبيق.

- إنَّ نظرية العالم بور قدمت الخطوة الصحيحة الأولى لفتح الباب أمام ميكانيكا الكم، كما أسهمت دراسته الخاصة حول ذرة الهيدروجين إلى تقديم المعادلات الرياضية، وذلك على النحو الآتي:

$$h\,f_{if} = E_i - E_f \quad \text{(شرط التردد لبور)}$$

$$L = n\frac{h}{2\pi} \qquad , \qquad n = 1, 2, 3, \ldots,$$

وهذه المعادلة تؤكد على حقيقة تكمم العزم الزاوي أيضاً للإلكترون في مداره.

$$E = -\left(\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\right)\frac{1}{n^2} = -\frac{13.6\,eV}{n^2}$$
$$n = 1, 2, 3, \ldots,$$

حيث إنَّ (n) هي العدد الكمي.

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{\ell^2} - \frac{1}{u^2}\right)$$

حيث إنّ (u) العدد الكمي لمستوى الطاقة الأعلى، و (ℓ) العدد الكمي لمستوى الطاقة الأدنى، (R) هو ثابت ريدبيرج.