الفصل الأول

القياسات في الفيزياء

Physical Measurements

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يقرر بنفسه أهمية علم القياس في حياتنا العلمية المعاصرة.
- أن يتابع نشوء هذا العلم وتطوره وأن يتنبه إلى الفوائد التي جناها الإنسان منه، ولاسيما في دقة ضبط القياس باستخدام التطور المستمر للتقنيات.
- أن يربط بين علم القياس وحكمة الله سبحانه وتعالى في تسخير مخلوقات هذا الكون لخدمة الإنسان، باعتبارها مصدر الإلهام الإلهي للإنسان في هذا المجال وغيره من المجالات الأخرى.
- أن يعلم بأن النظام الدولي للقياس هو لغة عالمية واحدة يفهمها الجميع، وله دوره الأساسي في صياغة العلاقات المعبرة عن القوانين الفيزيائية.
- أن يجرب بنفسه عملية الربط والمساواة بين وحدات القياس وأبعادها في جميع المعادلات والقوانين الفيزيائية.
- أن يميّز بين مقادير وحدات الكميات الأساسية في النظام الدولي للقياس ومقادير وحدات الكميات المشتقة، كي يطبق هذا في دراسته التطبيقية والنظرية.

القياسات في الفيزياء

Physical Measurements

1-1 المقدمة *Introduction*:

إن التعبير عن مقادير الكميات في علم الفيزياء، لابد أن يكون من خلال الأرقام والوحدات المناسبة لها كما أن التمييز بين ما هو قياسي واتجاهي منها يكفي لوصفها وصفاً صحيحاً.

إنَّ علم الفيزياء لم يكن ليصل إلى ما وصل إليه من دور ريادي في تحقيق الإنجازات العلمية والتقنية لو لم يكن علماً دقيقاً منضبطا، ذلك أن مختلف قوانينه ومعادلاته النظرية والعملية تحتم علينا التعامل مع كميات يتم قياسها والتعبير عنها بدلالة رقم ووحدة قياس مناسبة، متفقٌ عليها ومتساوية مع الكمية المطلوب قياسها. وهذا ما يدفعنا بالضرورة إلى دراسة مسألتين هامتين وهما:

1. الوحدات (وحدات قياس الكميات البُعدية) *measurement units of dimensional quantities*.

2. الأبعاد (أو الأسس الرياضية لوحدات القياس) *units dimensions*.

وهاتين المسألتين هما مضمون هذه الوحدة التعليمية، إذ أننا سنقدم من خلالها التعريف العلمي للوحدات المعيارية للنظام الدولي للقياس، وسنوضِّح مفهومها ودلالاتها البعدية، وبعد ذلك نبيِّن ضرورة التساوي بين وحدات القياس وأبعادها، وفوائد كل ذلك في الاستخدامات التطبيقية والنظرية.

1-2 وحدات القياس المعيارية *Measurement Units Standard*:

عندما نتناول موضوع وحدات القياس وهو -بلا شك- موضوع أساسي في العلوم النظرية والتطبيقية، لا بد من التأكيد على أن الوحدات الثلاثة الأساسية: المتر، الكيلوغرام، الثانية، هي وحدات القياس المعيارية للكميات الأساسية الثلاثة الطول، الكتلة، الزمن، والمتداولة في دراسة علم الميكانيكا، قد تمَّ زيادتها لاستكمال وحدات النظام الدولي للقياس ليكون شاملاً لباقي الفروع العلمية كالكهرباء والديناميكا الحرارية وغيرها، وذلك بإضافة أربع كميات أساسية أخرى وهي: الكلفن، الأمبير، الشمعة، المول، وهي وحدات القياس المعيارية للكميات الأربع الأساسية الأخرى، درجة الحرارة، التيار الكهربائي، شدة الإضاءة، كمية المادة انظر الجدول (1-1). بعد ذلك تمت إضافة الرُديان والستراديان كوحدات معيارية لقياس كل من الزاوية المستوية الزاوية المجسمة. انظر الجدول الملحق (1-1-1). إن مجمل هذه الوحدات المعيارية السبعة هو ما يعرف بالنظام الدولي للقياس *International System*، واختصاراً *(SI)* وذلك عن التعبير الفرنسي *System International*.

هذا ما قرره المكتب الدولي للمقاييس والموازين باعتباره الجهة الدولية المسؤولة عن هذه العملية، ومقره في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية

باريس واسمه الكامل *International bureau of weight and measures*، وهو دون شك قد سهّل اعتماد وحدات هذا النظام على مستوى دولي، وبالتالي استخدامها في الكتب والمراجع العلمية.

الكمية	Quantity	الوحدة	(SI) Unit	الرمز	Symbol
الطول	*Length[L]*	المتر	*meter*	م	*m*
الكتلة	*Mass[M]*	الكيلوغرام	*kilogram*	كغ	*kg*
الزمن	*Time[T]*	الثانية	*second*	ث	*s*
درجة الحرارة	*thermodynamics temperature [T]*	الكلفن	*kelvin*	ك	*K*
شدة التيار	*electric current [A]*	الأمبير	*ampere*	أمبير	*A*
قوة الإضاءة	*Luminous [Cd]*	الشمعة	*candela*	الشمعة	*cd*
كمية المادة	*Amountof substance [Mol]*	المول	*mole*	مول	*mol*

الجدول *(1-1)* يبين وحدات قياس الكميات الأساسية للنظام الدولي*

الكمية	Quantity	الوحدة	(SI) Unit	الرمز	Symbol
الزاوية المستوية	*plane angle*	راديان	*radian*	راد	*Rad*
الزاوية المجسمة	*solid angle*	ستراديان	*steradian*	ستي راد	*sr.*

الجدول *(1-1)* يبين الوحدات المكملة للوحدات الأساسية

وقد شاع استخدام ثلاثة أنظمة معيارية في مجال القياسات وهي:

1-2-1 النظام المتري *The Metric System*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام، الطول بالمتر والكتلة بالكيلوغرام والزمن بالثانية، وهو البداية الأولية التي تطور منها النظام المذكور في الجدول *(1-1)*، ويعرف هذا النظام بنظام *(MKS system)* وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاثة باللغة الانكليزية *(Meter, Kilogram, Second)* تضاف إليها وحدة قياس درجة الحرارة المعروفة بالكلفن *Kelvin*، ويشار إليها اختصاراً *(K)*.

* هناك أسماء ورموز لمعظم وحدات القياس المشتقة المتداولة علمياً والمتعارف عليها دولياً، انظر الجدول *(1-6)*.

1-2-2 النظام الكاوسي (CGS) The Gaussian system:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام، الطول بالسنتيمتر والكتلة بالغرام والزمن بالثانية، ومن الواضح أنه يُستخدم مع الكميات الصغيرة مقارنة بنظام *(MKS)*، ذلك أن السنتيمتر هو جزء من مئة من المتر والغرام هو جزء من ألف من الكيلوغرام.

ينسب هذا النظام إلى العالم *Gauss*، أما *(CGS system)* فهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس المستخدمة في هذا النظام باللغة الإنكليزية *(Centimeter, Gram, Second)* وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام أيضاً بالكلفن *(K)* مثله في ذلك مثل النظام المتري.

1-2-3 النظام البريطاني (FPS) The British System:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام: الطول بالقدم، والكتلة بالباوند، والزمن بالثانية، ويعرف هذا النظام بنظام *(FPS system)* وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاثة باللغة الإنكليزية *(Foot, Pound, Second)*، وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام بالفهرنهايت *Fahrenheit*.

ومن الجدير بالذكر هنا أن أهمية كلا النظامين الثاني والثالث بدأت تتلاشى تدريجياً مع ازدياد الاهتمام بالنظام الدولي للقياس. كما أن العلاقة التي سبق ذكرها عن النظامين *(MKS)* و*(CGS)* تنعكس على طبيعة القوانين الرياضية التي تصف مجموعة القوانين الفيزيائية وذلك حسب نوع النظام المعتمد أثناء اشتقاق تلك القوانين الرياضية. ولاسيما عند حساب الثوابت الخاصة بها.

1-3 وحدات الكميات الأساسية في النظام الدولي (SI) International System Units:

مادمنا قد تحدثنا عن الوحدات الأساسية للقياس والوحدات المشتقة أو المركبة لهذا النظام، فإنه من المناسب جداً أن نقدم تعريفات أولية مبسطة عن أهم وحدات القياس في هذا النظام (الطول، الكتلة، الزمن)، إضافة إلى الكلفن والأمبير والشمعة والمول، وذلك لكي تساعد الطالب على الفهم والاستيعاب حيثما مرت معه، ونؤكد أننا سوف نعتمد هذا النظام في جميع وحدات الكتاب، كما نود الإشارة إلى مناسبة وحدات قياس هذا النظام لمختلف الكميات سواءً كانت كبيرة أو صغيرة لأنها متعلقة ببعضها البعض بأسس العدد عشرة

1-3-1 المتر Meter:

يعتبر المتر *meter* وحدة القياس المعيارية للطول في النظام الدولي *(SI)* ويمكن استخدامه في مختلف أقسام وفروع الفيزياء، والعلوم القياسية الأخرى، ولقد كان تعريف المتر لأول مرة على أنه

جزء واحد من عشرة ملايين جزء من المسافة الفاصلة بين أحد قطبي الكرة الأرضية وخط الاستواء على امتداد خط الطول المار بمدينة باريس، وذلك في العام *1799*م.

$$1\ meter = \frac{1}{10^7\ (pole - equator)\ distance} = \frac{1}{10^7\ (\text{المسافة بين القطب وخط الاستواء})}$$

وهذا يعني أن المسافة المذكورة بين قطب الكرة الأرضية وخط الاستواء $(10^7 meter)$. كما أنّه من النتائج اللطيفة لهذا القياس أن محيط الكرة الأرضية يساوي $(4\times10^7 meter)$، أي أربعة أضعاف المسافة الفاصلة بين القطب وخط الاستواء. وعند إعادة القياس بأجهزة أكثر تطوراً، وُجد أن هذا المقدار يقل بحوالي *(0.08mm)* عن المقدار المقاس. وتمّ بعدها الاتفاق على المتر كوسيلة قياس معيارية، وهو عبارة عن المسافة بين علامتين ثابتتين عند نهايتي ساق من سبيكة البلاتين والإيريديوم طولها بالتعريف متر واحد، محفوظ في قبو درجة حرارته ثابتة ومضبوطة، بحيث لا يحصل له أي تمدد طولي، وهذا المكان في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس، ولمتر مثلما لجميع الوحدات المعيارية الأخرى مضاعفات وأجزاء معتمدة دوليا يتم استخدامها لغرض القياس، انظر الجدول *(1-5)*.

أما الآن وبعد التقدم التقني وتوفير الأجهزة العلمية المناسبة لقياس الطول الموجي فقد تمَّ اعتماد تعريف المتر المعياري، ولأهميته سوف نفرد له تعريفاً خاصاً به.

تعريف المتر المعياري* *The Calibrated Meter*: هو مقدار المسافة التي يقطعها الضوء خلال زمن قدره *(1/299792458)* ثانية في الفراغ.

1-3-2 الثانية *Second*:

تعتبر الثانية *second* وحدة قياس الزمن في النظام الدولي *(SI)*، ويمكن استخدامها في مختلف أقسام وفروع الفيزياء، بل في كافة مجالات العلوم الأخرى. لقد تمّ الاتفاق على تعريف الثانية، على أنّها الزمن اللازم لإنجاز *(9192631770HZ)* ذبذبة في ذرات السيزيوم *cesium atom (133)*، عندما يطرأ عليها تحويل ذري محدد. والساعة المعيارية الآن هي عبارة عن ذرة سيزيوم. وللثانية مضاعفات وأجزاء تستخدم وفقاً لطبيعة الزمن المراد قياسه.

أما التعريف القديم للثانية: هي عبارة عن جزء واحد من *(86400)* جزء من اليوم، أي أنّ مجموع الثواني في اليوم الواحد والبالغ أربعاً وعشرين ساعة يساوي *(86400)* ثانية، أي أنّ:

$$1s = (1/60)(1/60)(1/24) = (1/86400)$$

وهو ما يبين أهمية الربط بين الليل والنهار وإدراك مفهوم الزمن وأهميته للإنسان. ملاحظة: لقد تم استبعاد هذا التعريف في العام *1967*م.

---

* هناك تعاريف أخرى كانت تعبر في حينها درجة التطور التقني للقياس.

1-3-3 الكيلوغرام Kilogram:

يعتبر الكيلوغرام الوحدة المعيارية الأساسية لقياس الكتلة في النظام الدولي *(SI)*، ويمكننا استخدامه في كافة المجالات العلمية والتطبيقية لقياس الكتلة، والكيلوغرام عبارة عن سبيكة مصنوعة من خليط البلاتين والإيريديوم محفوظة في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس، على شكل أسطوانة قطرها يساوي طولها ويساوي *(3.9cm)*. وهناك تعريف آخر للكيلوغرام؛ وهو عبارة عن كتلة ليتر واحد من الماء عند درجة الحرارة *($4C^o$)* وهي الدرجة التي تصل عندها كثافة الماء إلى أعلى قيمة لها.

أما التعريف الثالث للكيلوغرام؛ فهو كتلة *(5.01188×10^{25})* ذرة من الكربون *(12)*، ويميل الكثير إلى استخدام، هذا التعريف الأخير للكيلوغرام وذلك لدقته، ومن المناسب ذكره أن للكليوغرم أجزاء ومضاعفات لازالت تستخدم استخدامات خاصة ولا تخضع للأجزاء والمضاعفات المتفق عليها في النظام الدولي وذلك وفقاً لطبيعة الكمية المراد قياسها، ونظرا لشيوع استخدامها فقد تم تخصيص الجدول *(1-2)* حيث يبيِّن أكثرها استعمالاً.

Name الاسم		Quantity in Kilogram ما يساويه بالكيلوغرام	Symbol الرمز
gram	الغرام	1×10^{-3} kg	G
atomic mass unit	وحدة الكتلة الذرية	1.66×10^{-27} kg	U
ounce	أونس	2.835×10^{-2} kg	Oz
pound	باوند، رطل	0.4536 kg	Lb
slug	سلج	14.59 kg	Sl
ton	طن	10^3 kg	Ton

الجدول *(1-2)* أجزاء ومضاعفات خاصة للوحدة الدولية لقياس الكتلة (الكيلوغرام)، وهي شائعة الاستخدام

1-3-4 الكلفن Kelvin:

يعتبر الكلفن الوحدة المعيارية قياس درجة الحرارة *temperature* في النظام الدولي *(SI)*، على مقياس كلفن *Kelvin scale* الديناميكي الحراري *thermodynamics*، ويساوي عددياً *(1/273.16)* من درجة الحرارة المطلقة للنقطة الثلاثية للماء، والتي تُعتبر بداية التدريج على مقياس كلفن. والكلفن هو وحدة القياس الرابعة في النظام الدولي للقياس *(SI)*.

1-3-5 الأمبير Ampere:

يعتبر الأمبير الوحدة المعيارية لقياس شدة التيار الكهربائي *electric current intensity* في النظام الدولي *(SI)*، وهو مقدار تيار ثابت يبذل قوة مقدارها *($2\times10^{-7}N$)* لكل متر واحد بين سلكين ناقلين

مستقيمين متوازيين طويلين جدا يمر بهما تياران باتجاهين متعاكسين تفصلهما عن بعضهما مسافة مقدارها متر واحد في الفراغ، حيث أن مساحة مقطع السلكين الدائرية مهملة لصغرها.

1-3-6 الشمعة *Candella*:

تعتبر الشمعة الوحدة المعيارية لقياس شدة الإضاءة *luminous intensity* في النظام الدولي *(SI)*، وهي تساوي *(1/60)* من شدة إضاءة إشعاع جسم أسود *black body radiation* مساحته *($1cm^2$)* عند درجة الحرارة *(2045K)*، وهي درجة حرارة تجمد البلاتين، والشمعة هي وحدة القياس السادسة في النظام الدولي للقياس *(SI)*.

1-3-7 المول *Mole*:

يعتبر المول الوحدة المعيارية لقياس كمية المادة *amount of substance*، في النظام الدولي *(SI)*، وهو عبارة عن كمية المادة الموجودة في نظام يحتوي على عدد من الوحدات الأولية يساوي عدد ذرات الكربون *(12)* الموجودة في كتلة مقدارها *($12\times10^{-3}kg$)* منه، والوحدات الأولية يقصد بها الذرات أو الجزيئات أو الأيونات أو مجموعة تشتمل على كل هذه الأنواع، والمول هو وحدة القياس السابعة في النظام الدولي للقياس *(SI)*.

ويستعان بالمول لتقدير الوحدات المشتقة المسماة بالمقادير الجزيئية مثل الكتة الجزيئية *(kg/mol)* والحجم الجزيئي *(m^3/mol)* والطاقة الداخلية الجزيئية *(J/mol)* والتركيز الجزيئي *(mol/m^3)* وغيرها.

وأخيراً نلاحظ من الجدول *(1-1)* أننا أضفنا كل من الراديان *radian* وهو وحدة قياس الزاوية النصف قطرية المستوية ويساوي *(57.3°)*، والسيترادیان *steradian* وهو وحدة قياس الزاوية النصف قطرية المجسمة. وذلك في النظام الدولي للقياس.

1-4 الوحدات والأبعاد *Dimensions and Units*:

إن الكمية الفيزيائية، بصفة عامة سواء كانت أساسية أو مشتقة توصف من خلال مقدار عددي متبوع بوحدة خاصة به من ذات الجنس، أي متوافقة معه من حيث الوحدات الأساسية والأبعاد، وفي حال تغير النظام المستخدم فإن وحدات القياس سوف تتغير مع بقاء أبعاد الكميات الفيزيائية ثابتة. *dimensional consistency and units consistency*. إن عدد الكميات الأساسية في النظام الدولي سبع، هي: الطول، والكتلة، والزمن، ودرجة الحرارة، وشدة التيار الكهربائي، وشدة الإضاءة، وكمية المادة، وقد تم الاتفاق على التعبير عنها بالأحرف الانكليزية الكبيرة ذات الأقواس المربعة التالية:

درجة الحرارة	$[K]$	الطول	$[L]$
التيار الكهربائي	$[A]$	الكتلة	$[M]$
شدة الإضاءة	$[Cd]$	الزمن	$[T]$
كمية المادة	$[Mol]$		

إن هذه الرموز داخل الأقواس المربعة [ ] مع أسسها، يطلق عليها الأبعاد، وهي تأخذ أسساً مختلفة عن الأس واحد عندما نستخدمها مع الوحدات المشتقة، تتراوح قيمها ما بين الموجب والسالب مروراً بالقيمة صفر، وهذا ما يظهر جلياً أثناء استخدام نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد في مجالات عديدة والتي يمكن إجمالها بالآتي:

1– التأكد من سلامة وصحة القوانين الفيزيائية.

2– استنتاج بعض القوانين الفيزيائية.

3– استنتاج وحدات الثوابت في القوانين الفيزيائية.

4– التحويل من نظام إلى آخر، كالتحويل من نظام (MKS) إلى (CGS) وبالعكس.

إن الكميات الفيزيائية الأخرى يمكن التعبير عنها بضرب أو قسمة هذه الوحدات السبع، وهي كميات مشتقة، فعلى سبيل المثال، تُعَرَّف السرعة عندما تكون ثابتة بأنها الإزاحة المقطوعة خلال وحدة الزمن، أي أن السرعة مشتقة من كمية الطول وكمية الزمن، وبعبارة أخرى:

$$v = \frac{x}{t}$$

وعند التعبير عن كلٍ من الكميات بأبعادها نجد:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [L][T]^{-1}$$

فالرمز الموجود داخل المعكوفين [ ] مع الأس الذي يمثله، يعبر عن بُعد الكمية الفيزيائية، ففي هذا المثال نجد أن $[L]$ وأسه واحد يمثل الإزاحة، أما $[T]$ الموجودة في المقام وأسه (1) واحد يمثل الزمن، ومن الممكن التعبير مجدداً عن السرعة بالشكل الآتي:

$$[l][T]^{-1} = m\ s^{-1}$$

ذلك أن المتر هو وحدة قياس الطول والثانية هي وحدة قياس الزمن، إذاً:

(m/s) هي وحدة قياس السرعة في النظام الدولي (SI)، وهذا المثال البسيط يوضّح العلاقة الأساسية بين كل من الوحدات الأساسية وأبعادها.

مثال :Example (1-1)

من المعلوم أن النيوتن هو وحدة قياس القوة في النظام الدولي للقياس وهو اسم العالم الفيزيائي المعروف اسحق نيوتن Isaac Newton، والنيوتن هو وحدة مشتقة وليست أساسية، بيِّن ذلك مستخدماً قانون نيوتن الثاني في الحركة: $\vec{F} = m\vec{a}$.

القوة Force وفقاً لقانون نيوتن ا لثاني هي:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

نلاحظ في الطرف الأيمن أن (m) كتلة الجسم، $(\vec{a})$ تسارع الجسم وهو عبارة عن تغير السرعة خلال وحدة الزمن، وبما أن وحدة قياس السرعة هي (m/s) ووحدة قياس الزمن هي (s) يكون التسارع:

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{(m/s)}{(s)}=(m/s^2)$$

$$m\vec{a}=(kg)(m/s^2)$$

ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل: $[M][L][T]^{-2}$

أما على الطرف الأيسر فإننا نحتاج إلى تعريف النيوتن كوحدة لقياس القوة: (لقوة التي تكسب كتلة مقدارها $(1kg)$ تسارعاً مقداره $(1m/s^2)$) أي أن:

$$\vec{F}=m\vec{a}=(kg)(m/s^2)$$

ونلاحظ أن النيوتن وحدة قياس مشتقة من الكميات الأساسية الثلاثة الكتلة والطول والزمن، ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل: $[M][L][T]^{-2}$

إذاً: يمكننا الآن أن نعبر عن النيوتن باستخدام الوحدات المعيارية للكميات الأساسية على الشكل: $(kg.m/s^2)$ وهكذا يتبين لنا أن النيوتن هو وحدة قياس مشتقة وليست أساسية.

كما يمكننا أن نتأكد من صحة قانون نيوتن الثاني بمقارنة الطرفين الأيمن والأيسر حيث نلاحظ التوافق بين وحداتهما الأساسية.

مثال :Example (1-2)

من المعلوم أن الجول هو وحدة قياس الطاقة أو الشغل في النظام الدولي للقياس، وهو عبارة عن القوة مضروبة في الإزاحة، وذلك في حال ثبوت القوة، بيِّن ذلك مستخدماً القانون العام للشغل:

$$W=\vec{F}.\vec{r}$$

حيث $(\vec{F})$ هي القوة و $(\vec{r})$ هي الإزاحة التي عَملتْ خلالها هذه القوة، وهكذا تبدو المسألة على درجة من السهولة، فالشغل مثلما هو مبين على الطرف الأيمن للقانون: هو عبارة عن حاصل

ضرب القوة في الإزاحة، وهذه هي الصيغة الرياضية العامة للشغل، ويُلاحظ فيها وجود علامة الضرب القياسي لمقدارين فيزيائيين متجهين، إذاً :

$$F.r = (kg\frac{m}{s^2})(m) = (kg\frac{m^2}{s^2})$$

ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل: $[M][L]^2[T]^{-2}$

أما على الطرف الأيسر فإن تعريف الجول هو مقدار الشغل المنجز عندما تؤثر قوة مقدارها نيوتن واحد على جسم مسافة واحد متر في نفس اتجاه القوة، أي أن الطرف الأيسر :

$$J = N.m = (kg\frac{m}{s^2})(m) = (kg\frac{m^2}{s^2})$$

ونلاحظ أن الجول وحدة قياس مشتقة من الكميات الثلاثة الكتلة، الطول، الزمن. ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل $[M][L]^2[T]^{-2}$.

كما يمكننا أن نتأكد من صحة قانون جول بمقارنة الطرفين الأيمن والأيسر حيث نلاحظ التوافق بين وحداتهما الأساسية.

وبناءً على ما تقدم فإن الشغل المبذول عند إزاحة جسم يخضع لتأثير قوة مقدارها *(1 N)* مسافة مقدارها *(1 m)* باتجاه القوة هو عبارة عن جول واحد، ولابد من التأكُّد من مقدار الزاوية بين متجه القوة ومتجه الإزاحة.

أما وحدات قياس الكميات الكهربائية فهي في غالبيتها تحمل أسماء فيزيائيين كبار مثل كولومب *Coulomb* وفولت *Volt* وسواهم، وهي وحدات مشتقة وليست أساسية.

إن الدراسة التفصيلية لأبعاد الوحدات الأساسية تؤكد بشكل قاطع على ضرورة توافقها على طرفي القانون أو المعادلة الرياضية برهانا أكيدا على صحتها، وعلى الرغم من أننا خصّصنا فقرةً لكلٍ منهما على سبيل التوضيح، إلا أنَّه لابد من التأكيد على ضرورة التوافق والانسجام التام بين الوحدات والأبعاد، وذلك هو مضمون "نظرية العلاقة بين الوحدات والأبعاد" *Dimensions and units theory*. ومفاد هذه النظرية أن طرفي أية معادلة رياضية أو قانون يجب أن يكونا متساويين عند عملية الاشتقاق. أي أننا لابد أن نفهم معنى إشارة المساواة من حيث أبعاد (أسس) الكميات الأساسية التي تظهر على الطرفين بعد اشتقاق التعبير الرياضي بشكله الصحيح، ثمَّ نقارن كل وحدة أساسية من الطرف الأيسر للمعادلة مع ما يقابلها من الطرف الأيمن ولتوضيح ذلك سوف نناقش بعض الأمثلة.

مثال (1-3) Example:

اشتق معادلة الطاقة الحركية لجسم مقدار كتلته *(m)* ويتحرك بسرعة ثابتة مقدارها *(V)*. مستخدماً نظرية توافق الوحدات الأساسية وأبعادها على طرفي المعادلة، إذا علمت أن ثابت التناسب *(C)* يساوي *(1/2)*، كما أن الرمز المستخدم للتعبير عن الطاقة الحركية هو *K*.

الحل Solution:

على وجه العموم يمكننا التعبير عن أي مقدار فيزيائي *(A)* وفقاً لنظرية الوحدات والأبعاد بالشكل التالي:

$$A = CL^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}$$

حيث أن الأسس (α, β, γ) من الممكن أن تكون أعداداً سالبة أو موجبة أو صفراً، كما يمكن أن تكون أعداداً كسرية، و*(C)* هو ثابت التناسب ويساوي*(2/1)*، وفي هذا المثال من المعلوم أن وحدة قياس الطاقة الحركية هي الجول، والجول كما هو معلوم في النظام الدولي للقياس، انظر المثال*(1-2)* عبارة عن:

$$J = kg\left(\frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$[M]^1 \, [LT^{-1}]^2$$

$$\therefore \qquad [M]^{\alpha} \, [L]^{\beta} \, [T]^{\gamma}$$

أي أن:

$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = -2$$

وهكذا نجد أنَّ:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

حيث:

$$C = (1/2)$$

ولجميع وحدات القياس الدولية المتفق عليها أجزاء ومضاعفات يمكن إجمالها بالجدول *(1-3)*.

Factor معامل الضرب	Prefix البادئة		Symbol الرمز	Factor معامل الضرب	Prefix البادئة		Symbol الرمز
10^{24}	yotta–	يوتا	Y	10^{-24}	yocto	يوكتا	Y
10^{21}	zetta	زيتا	Z	10^{-21}	zepto–	زيبتا	Z
10^{18}	exa–	إكزا	E	10^{-18}	atto–	أتو	A

Factor معامل الضرب	Prefix البادئة		Symbol الرمز	Factor معامل الضرب	Prefix البادئة		Symbol الرمز
10^{15}	peta–	بيتا	P	10^{15}	femto–	فيمتو	F
10^{12}	tera–	تيرا	T	10^{-12}	pico–	بيكو	P
10^{9}	giga–	جيغا	G	10^{-9}	nano–	نانو	N
10^{6}	mega–	ميغا	M	10^{-6}	micro–	مَايكرو	μ
10^{3}	kilo–	كيلو	k	10^{-3}	milli–	ملي	M
10^{2}	hecto–	هكتو	h	10^{-2}	centi–	سَنتي	C
10^{1}	deka–	ديكا	da	10^{-1}	deci	ديسي	D

الجدول (1-3) يوضح البدايات التي يمكن إضافتها قبل وحدات النظام الدولي للقياس* **Prefixes for (SI) units**

ويلاحظ من الجدول أن هذه الإضافات الابتدائية *prefixes* تبدأ بالمقدار الكبير جداً يوتا *(yotta)*، وتنتهي بالمقدار الصغير جداً يوكتو *(yocto)*. وجميع هذه البدايات يمكن إضافتها إلى الوحدات المعيارية في النظام الدولي *(SI)*.

وأخيراً لابد من الإشارة إلى أن بعض الكميات الفيزيائية ليس لها وحدات قياس *dimensionless units*، ويُكتفى للتعبير عنها بذكر عدد مجرد غير متبوع بوحدة مثل السماحية النسبية للمواد العازلة (ε_r) أو الوزن النوعي، وذلك لأنها عبارة عن النسبة بين كميتين فيزيائيتين من النوع نفسه.

ولمزيد من البيان لأهمية العلاقة بين الوحدات وأبعادها واتباع الأسلوب التحليلي لنظرية الأبعاد *dimensional analysis*، سوف نقدم عدداً من الأمثلة:

مثال *Example (1-4)*:

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الأساسية وأبعادها للتأكد من صحة المعادلة الفيزيائية الآتية:

$$Q = kA\frac{(T_2 - T_1)}{d}t$$

وذلك باستخدام طريقة تحليل أبعاد الكميات الفيزيائية على طرفي المعادلة حيث إن:

(Q): تمثل كمية الحرارة المنتقلة خلال التوصيل *conducting heat*، k: معامل التوصيل الحراري *thermal conduction coefficient*.

* جرت العادة على وضع هذا الجدول في الملاحق الخاصة بنهاية الكتاب، إلا أننا رأينا –توخياً للفائدة– وضعه ضمن مادة الكتاب وذلك لعدم استخدام الطلاب للملاحق بصفة عامة.

(A): مساحة سطح التوصيل.

(T_2, T_1): درجتي الحرارة على جانبي التوصيل.

(t): زمن التوصيل.

(d): مسافة التوصيل الحراري.

الحل *Solution*:

أبعاد وحدات الطاقة هي مكونات الجول من الوحدات الأساسية في النظام المتري، ويمكن الاستدلال عليه من التعريف العام للجول *Joule* إذن:

$$Q = [M][L]^2[T]^{-2}$$

معامل التوصيل الحراري = $k = [M][L][T]^{-3}[K]^{-1}$

مساحة سطح التوصيل = $A = [L]^2$

درجة الحرارة = $T = [K]$

مسافة التوصيل الحراري = $d = [L]$

ولكي تكون المعادلة صحيحة فإن أبعاد وحدات الطرف الأيسر يجب أن تكون مساوية لأبعاد وحدات الطرف الأيمن.

$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L][T]^{-3}[K]^{-1}[L]^2[K][L]^{-1}[T]$$

$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L]^2[T]^{-2}$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة.

تعريف الجول: الجول هو الوحدة الأساسية لقياس الشغل أو الطاقة، ويساوي إلى كمية الشغل الذي تنجزه قوة مقدارها واحد نيوتن تعمل على طول إزاحة مقدارها واحد متر.

مثال *Example (1-5)*:

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الفيزيائية وأبعادها، لاشتقاق المعادلة الفيزيائية التي تعبِّر عن القدرة الكهربائية في دائرة تحتوي مقاومة (R) ويمر فيها تيار كهربائي (I)، علماً بأن القدرة الكهربائية تتناسب طردياً مع كلٍ من شدة التيار المار ومقدار المقاومة، وتسمى بالقدرة المُقاومة *resistive power*، واختصاراً يشار إليها بالحرف الإنكليزي (P).إذا علمت أن مقدار ثابت التناسب يساوي $K=1$.

مساعدة: تستطيع الرجوع إلى تعريف كل من الواط، الأوم وذلك بقصد الاستدلال على المكونات الأساسية لهاتين الوحدتين المشتقتين في النظام المتري.

الحل Solution:

من المعلوم أن أبعاد الوحدات الأساسية للمقاومة هي أبعاد الأوم (ننصح باشتقاق وحدة قياس المقاومة باستخدام قانون أوم $(R=V/I)$ حيث أن V هو مقدار الجهد الكهربائي، و I هو مقدار التيار الكهربائي:

$$R=[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2}$$

أما أبعاد الوحدات الأساسية للقدرة الكهربائية فهي أبعاد الواط:

$$P=[M][L]^2[T]^{-3}$$

وأخيراً أبعاد الوحدات الأساسية للتيار:

$$I=[A]$$

بما أن القدرة الكهربائية (P) تتناسب تناسباً طردياً مع كل من المقاومة والتيار، إذاً الصيغة الرياضية المعبرة عن ذلك هي:

$$P\propto I^{\alpha}R^{\beta}$$

وعند التعبير عن كل كمية بأبعادها نجد أنَّ:

$$[M][L]^2[T]^{-3}=K[A]^{\alpha}[M]^{\beta}[L]^{2\beta}[T]^{-3\beta}[A]^{-2\beta}$$

$$=K[A]^{\alpha-2\beta}[M]^{\beta}[L]^{2\beta}[T]^{-3\beta}$$

بمقارنة الطرفين نجد أن أس التيار في الطرف الأيسر هو الصفر، أي أن:

$$\alpha-2\beta=0$$

$$\alpha=2\beta$$

وبمقارنة أس $[L]$ في الطرفين نجد أس الطول هو (2)، أي أن:

$$2\beta=2$$
$$\beta=1$$
$$\alpha=2$$

وهكذا نجد أن:

$$[M][L]^2[T]^{-3}=K[A]^2[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2}$$

$$[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2}=R$$

$$[A]^2=I^2$$

وهكذا نجد أن:

$$P = KI^2 R$$

حيث:

$$K = 1$$

وتسهيلاً على أبنائنا الطلبة سوف نرتب مجموعة كبيرة من الكميات الفيزيائية لمختلفة مع وحدات قياسها وأبعادها وفقاً للنظام الدولي *(SI)*، في الجدول *(1-4)*.

الرمز الدولي	*Quantity* الكمية		الأبعاد* *Dimensions*	شكل الوحدة الأساسي
A	*area*	المساحة	L^2	m^2
n	*amount of substance*	كمية المادة	*Mol*	*mol*
a	*acceleration*	التسارع (العجلة)	LT^{-2}	ms^{-2}
L	*angular momentum*	كمية التحرك الزاوي	$ML^2 T^{-1}$	$kg\, m^2\, s^{-1}$
I	*current*	شدة التيار	A	A
C	*capacitance*	السعة	$M^{-1} L^{-2} T^4 A^2$	$kg^{-1} m^{-2} s^4 A^2$
ρ	*mass density*	الكثافة الحجمية	ML^{-3}	$kg\, m^{-3}$
U	*energy*	الطاقة	$ML^2 T^{-2}$	$kg\, m^2\, s^{-2}$
Q	*electric charge*	الشحنة الكهربائية	AT	$A\, s$
V	*electric potential*	الجهد الكهربائي	$ML^2 T^{-3} A^{-1}$	$kg\, m^2\, s^{-3} A^{-1}$
E	*electric field strength*	شدة المجال الكهربائي	$MLT^{-3} A^{-1}$	$kg\, m\, s^{-3} A^{-1}$
R	*electric resistance*	المقاومة الكهربائية	$ML^2 T^{-3} A^{-2}$	$kg\, m^2\, s^{-3} A^{-2}$
ν	*frequency*	التردد	T^{-1}	s^{-1}
F	*force*	القوة	MLT^{-2}	$kg\, m\, s^{-2}$
L	*inductance*	الحث	$ML^2 T^{-2} A^{-2}$	$kg\, m^2\, s^{-2} A^{-2}$
L	*length*	الطول	L	M
I	*luminous intensity*	شدة الإضاءة	$C\,d$	Cd
Φ	*luminous flux*	الفيض الضوئي	$C\,d\,S\,r$	$cd\, sr$
L	*luminance*	شدة الاستضاءة	$Cd\, L^{-2}$	$cd\, m^{-2}$

* أبعاد أو أسس الكميات الفيزيائية.

M	*mass*	الكتلة	M	Kg
I	*moment of inertia*	عزم القصور الذاتي	ML^2	$kg\,m^2$
Φ_B	*magnetic flux*	الفيض المغناطيسي	$ML^2T^{-2}A^{-1}$	$kg\,m^2s^{-1}A^{-1}$
B	*magnetic field density*	كثافة الفيض المغناطيسي	$MT^{-2}A^{-1}$	$kg\,s^{-2}A^{-1}$
P	*magnetic pole*	القطب المغناطيسي	$L\,A$	$m\,A$
T	*magnetic field strength*	شدة المجال المغناطيسي	$L^{-1}A$	$m^{-1}A$
k_m	*permeability*	النفاذية	$MLT^{-2}A^{-2}$	$kg\,s^{-2}A^{-2}$
J	*surface tension*	الشد السطحي	MT^{-2}	$kg\,s^{-2}$
C	*specific heat*	الحرارة النوعية	$L^2T^{-2}K^{-1}$	$ms^{-2}K^{-1}$
T	*time*	الزمن	T	S
T	*temperature*	درجة الحرارة	K	K
T	*torque*	عزم الدوران	ML^2T^{-2}	$kg\,m^2s^{-2}$
K	*thermal conductivity*	التوصيل الحراري	$MLT^{-3}K^{-1}$	$kg\,ms^{-3}K^{-1}$
V	*volume*	الحجم	L^3	L^3
V	*velocity*	السرعة	LT^{-1}	LT^{-1}

تابع الجدول *(1-4)* الكميات الفيزيائية وأبعاد وحداتها

ملاحظة: يمكنك (عزيزي الطالب) إضافة القوسين *[ ]* إلى كل وحدة قياس أساسية موجودة في عمود الأبعاد.

ولمزيد من التوضيح وتسهيلاً على الطالب واستكمالاً لمعرفة الرموز الإغريقية المستعملة للتعبير عن بعض الكميات المشتقة والتي يبلغ تعدادها أربع وعشرون حرفاً. تستخدم هذه الحروف في شكلها الصغير *lower case* أو شكلها الكبير *capital* عادة عند استخدام اللغة الإنكليزية في العلوم التطبيقية للتعبير عن الوحدات القياسية، الأسس والزوايا. فمثلاً نستخدم $(\alpha,\omega,\theta,\gamma,\beta)$ للقياس.

أما في خصائص المادة فتستخدم (η) للتعبير عن اللزوجة، (λ) للتعبير عن الطول الموجي، (ρ) للتعبير عن الكثافة، (ν) للتعبير عن التردد، (π) للتعبير عن النسبة الثابتة للدائرة، والقياس الراداياني للزوايا المستوية *Plane angle*، والقياس الستيرادياني للزوايا المجسمة *solid angle*، وهذه جميعها في شكلها الصغير. أما في الشكل الكبير، فمن أكثر الحالات استخداماً (Ω) للتعبير عن الأوم، وهو وحدة قياس المقاومة، و (Z) للتعبير عن ممانعة الدائرة الكهربائية في التيار المتناوب، وتقرأ زيتا. انظر الجدول *(1-5)*.

الحرف اللاتيني Greek Name		الرسم الصغير Lower case	الرسم الكبير Capital	الحرف اللاتيني Greek Name		الرسم الصغير Lower case	الرسم الكبير Capital
Alpha	ألفا	α	A	Nu	ميو	ν	N
Beta	بيتا	β	B	Xi	إك	ξ	Ξ
Gamma	غاما	γ	Γ	Omicron	أم	o	O
Delta	دلتا	δ	Δ	Pi	باي	π	Π
Epsilon	إبسلا	ε	E	Rho	رُو	ρ	P
Zeta	زيتا	ζ	Z	Sigma	سيج	σ	Σ
Eta	إيتا	η	H	Tau	تاو	τ	T
Theta	ثيتا	θ	Θ	Upsilon	أبسلا	υ	Y
Iota	أيوتا	ι	I	Phi	فاي	ϕ	Φ
Kappa	كا	κ	K	Chi	كا	χ	X
Lambda	لامدا	λ	Λ	Psi	بسا	ψ	Ψ
Mu	ميو	μ	M	Omega	أوميد	ω	Ω

الجدول (1-5) ويبين الحروف الإغريقية في شكليها الصغير والكبير*

مثال Example (1-6):

إذا علمت أن المدى الأفقي الذي يمكن أن يقطعه الجسم المقذوف *Projectile (x)* يعتمد على كل من السرعة الابتدائية لإطلاق القذيفة (ν_o)، وعجلة الجاذبية الأرضية $(\bar{g})$. استخدم نظرية التوافق بين الوحدات الفيزيائية وأبعادها لاشتقاق الصيغة الرياضية التي تعبّر عن المدى الأفقي للقذيفة.

الحل Solution:

$$x \propto (\nu_o , g)$$

ومثلما تعودنا دائماً، عند تحويل التناسب إلى مساواة لابد من إدخال الثابت وليكن (K)، كما أننا لا نعلم كيفية هذا التناسب، الذي يمكن تحديد طبيعته من خلال تحديد أسس كلٍ من السرعة الابتدائية وعجلة الجاذبية الأرضية.

لنفترض أن هذه الأسس هي على التوالي (α, β)

$$x = K\,\nu_o^{\alpha}\, g^{\beta}$$

* تعمدنا وضع هذا الجدول ضمن الوحدة الأولى، لضرورة اطلاع الطلاب على الحروف الإغريقية ومعرفة شكليها، ذلك لكثرة استخدامها.

هنا تكمن الفائدة العملية لنظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها في إمكانية استخدامها لاشتقاق المعادلات الفيزيائية.

نلاحظ أن وحدات الطرف الأيسر للمعادلة تقاس في النظام الدولي بالأمتار، إذاً، أبعاد وحداته هي: $[L]$

لنفتش الآن عن أبعاد وحدات الطرف الأيمن:

$$\{[L][T]^{-1}\}^{\alpha}\,\{[L][T]^{-2}\}^{\beta}$$

$$=[L]^{\alpha}\,[T]^{-\alpha}\,[L]^{\beta}\,[T]^{-2\beta}$$

$$=[L]^{\alpha+\beta}\,[T]^{-\alpha-2\beta}$$

بمساواة الطرفين نجد أن:

$$[L]=[L]^{\alpha+\beta}\,[T]^{-\alpha-2\beta}$$

ولغرض توفير وحدة الزمن في الطرف الأيسر، نضرب بالوحدة $[T]^{0}$ والقاعدة في ذلك معروفة، ذلك أن أي مقدار مرفوع للأس صفر يساوي الواحد، إذاً:

$$[L][T]^{0}=[L]^{\alpha+\beta}\,[T]^{-\alpha-2\beta}$$

المساواة والتكافؤ هنا تقتضي أنّ أسس الكميات على طرفي المعادلة يجب أن تكون متساوية، وهذا ما نسميه تحليل الأبعاد *dimensions analysis*:

$$\therefore \quad \alpha+\beta=1 \Rightarrow \alpha=1-\beta \qquad (1)$$

$$-\alpha-2\beta=0 \Rightarrow -\alpha=2\beta$$

$$\therefore \quad -(1-\beta)=2\beta$$

$$-1+\beta=2\beta$$

$$2\beta-\beta=-1$$

$$\beta=-1 \qquad (2)$$

بالتعويض في المعادلة (1):

$$\alpha=1-\beta=1-(-1)=2$$

$$\boxed{\therefore \quad x=K\frac{v_o^2}{g}}$$

وهي المعادلة التي تعبر عن المدى الأفقي الذي يمكن أن تقطعه القذيفة.

مثال Example (1-7):

إذا كان القانون الذي يعبر عن الإزاحة النهائية (x) لجسم يتحرك بتسارع ثابت a هو:

$$x = x_o + v_o t + (1/2)at^2$$

حيث (x_o) هي الإزاحة الابتدائية للجسم (t) هو الزمن الذي استغرقته الحركة، (v_o) هي السرعة الابتدائية. اختبر صحة هذا القانون مستخدماً طريقة تحليل الأبعاد (الأسس).

الحل Solution:

أبعاد وحدات الطرف الأيسر للقانون:

$$[L]$$

أما أبعاد وحدات الطرف الأيمن:

$$[L]+[L][T]^{-1}[T]+[L][T]^{-2}[T]^2$$

في مثل هذه الحالة، لا بد من أن نتذكر بأن أبعاد وحدات كل حد من الحدود الموجودة على الطرف الأيمن يجب أن تمتلك أبعاد وحدات الطرف الأيسر نفسها حتى تكون المعادلة صحيحة، إذاً:

$$[L]=[L]$$
$$=[L][T]^{-1}[T]=[L]$$
$$=[L][T]^{-2}[T]^2=[L]$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة بعد اختبارها من خلال مقارنة أبعاد الطرفين.

مثال Example (1-8):

يعتمد تردد frequency ذبذبة oscillation الحبل المشدود (f) على كل من قوة شد الحبل $(\vec{F})$ وكتلة وحدة أطواله mass per unit length (m/ℓ).

اشتق العلاقة الرياضية التي تعبر عن تردد الحبل بدلالة المتغيرات السابقة، مستفيداً من نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها.

الحل Solution:

من الواضح أن التردد يعتمد على كل من:

$$f \propto (F, \ell, m/\ell)$$

وكما تعودنا دائماً، لاستبدال هذا التناسب بعلامة المساواة نعمد إلى إدخال ثابت، وليكن (K).

$$\nu = KF^{\alpha} l^{\beta} \left(\frac{m}{l}\right)^{\gamma}$$

وأصبح مألوفاً لدينا أن عملية الاشتقاق تتم من خلال تحليل أبعاد وحدات طرفي المعادلة *dimensions analysis* وذلك لمعرفة شكل الاعتماد على المتغيرات (أسيا)، من خلال مقارنة أسس وحدات الطرفين.

الطرف الأيسر يحتوي على التردد، ومعلوم لدينا أن وحدة قياس التردد في النظام الدولي *(SI)* هي *(s-1)*.

$$[T]^{-1} = K\{[M][L][T^{-2}]\}^{\alpha}[L]^{\beta}[M]^{\gamma}[L]^{-\gamma}$$
$$= K[M]^{\alpha-\gamma}[L]^{\alpha-\gamma-\beta}[T]^{-2\alpha}$$

نلاحظ أن كمية الزمن فقط هي التي ظهرت على الطرف الأيسر، ولغرض تأمين باقي الكميات؛ نعمد إلى الخطوة التوضيحية المتعارف عليها، بضرب الطرف الأيسر بالكميات $[M]^0\,[L]^0$:

$$[M]^0\,[L]^0\,[T]^{-1} = K[M]^{\alpha+\gamma}\,[L]^{\alpha-\gamma+\beta}\,[T]^{-2\alpha}$$

وبمقارنة الطرفين نجد أنّ:

(أسس الكتلة)
$$\alpha + \gamma = 0 \Rightarrow \alpha = -\gamma$$

(أسس الطول)
$$\alpha - \gamma + \beta = 0 \Rightarrow -\gamma - \gamma + \beta = 0$$
$$\Rightarrow -2\gamma = -\beta$$

(أسس الزمن)
$$-2\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 1/2$$
$$\therefore \quad \gamma = -1/2$$
$$\beta = -1$$

$$\therefore \quad f = KF^{\frac{1}{2}}\ell^{-1}\left(\frac{m}{l}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= KF^{\frac{1}{2}}l^{-1}m^{-\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{f = \frac{K}{l}\sqrt{\frac{F}{m}}}$$

ملاحظة هامة: نلاحظ في الطرف الأيمن للمعادلة بأننا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، دون أن نجري عملية الضرب مع $(l)^{-1}$، وهنا يجب أن يتذكر الطالب أن التطبيق الصحيح للقانون يتطلب تعويض كتلة وحدة الأطوال للمادة المستخدمة لصناعة الحبل، ومعروف أن وحدة الأطوال هي المتر، ولذا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، والرمز *(m)* في القانون هو عبارة عن (m/l).

مسائل عامة محلولة

solved problems

1-1 من المعلوم أن معدل السريان لمائع هو عبارة عن حجم السائل المار في الثانية الواحدة، يعتمد على كل من انحدار الضغط (p/ℓ)، حيث (p) هو فرق الضغط بين طرفي أنبوبة السريان (ℓ)، هو طول أنبوبة السريان، كما يعتمد على لزوجة السائل (visconsity) (η) ونصف قطر الأنبوبة (r).

استخدم مفهوم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها وذلك لاشتقاق القانون الرياضي الذي يعبر عن معدل السريان معتمداً على المتغيرات المذكورة أعلاه.

الحل:

لنرمز لمعدل السريان كما هو مستخدم في معظم المراجع: Q

$$Q \propto \left(\frac{P}{l}\right) \eta \; r$$

$$Q = K \left(\frac{P}{l}\right)^{\alpha} \eta^{\beta} \; r^{\gamma}$$

وبالتعويض عن هذه الكميات بمعادلات أبعادها نحصل على:

$$[M]^0 \, [L]^3 \, [T]^{-1} = K\{[M][L][T]^{-2} \, [L]^{-2} \, [L]^{-1}\}^{\alpha} \, \{[M][L]^{-1} \, [T]^{-1}\}^{\beta} \, [L]^{\gamma}$$

$$[M]^{\alpha} \, [L]^{-2\alpha} \, [T]^{-2\alpha} \, [M]^{\beta} \, [L]^{-\beta} \, [T]^{-\beta} \, [L]^{\gamma}$$

$$[M]^{\alpha+\beta} \, [L]^{-2\alpha-\beta+\gamma} \, [T]^{-2\alpha-\beta}$$

وبمقارنة أسس الكميات الأساسية في طرفي المعادلة، نجد أنّ:

$$\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \alpha = -\beta \qquad (1)$$

$$-2\alpha - \beta + \gamma = 3 \qquad (2)$$

$$-2\alpha - \beta = -1 \Rightarrow -2\alpha + \alpha = -1 \qquad (3)$$

من المعادلة رقم (3)، نجد أنّ:

$$-\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 1$$

وبتعويض مقدار (α) في المعادلة رقم (1)، نجد أنّ:

$$\therefore \quad \beta = -1$$

وأخيراً بتعويض كلٍ من (α) و (β) في المعادلة رقم (2)، نجد أنّ:

$$-2+1+\gamma=3$$

$$-1+\gamma=3 \Rightarrow \gamma=4$$

$$\therefore Q=K\left(\frac{P}{l}\right)^{1}\eta^{-1}r^{4}$$

$$\boxed{Q=K\frac{Pr^{4}}{l\eta}}$$

ج-1 استخدم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها وذلك للتثبت من صحة القانون:

$$\eta=K\frac{r^{2}}{v}(\rho_{s}-\rho_{l})g$$

وهو ما يعرف بقانون ستوك في اللزوجة *Stock's law*، حيث (r) نصف قطر الكرة المعدنية ذات الكثافة (ρ_s)، (v) سرعة سقوط الكرة داخل السائل ذي الكثافة (ρ_l) ولزوجته (η)، (g) تسارع الجاذبية الأرضية $K=\frac{2}{9}$، وهذه القيمة للثابت تم قياسها علمياً.

الحل:

لكي يكون قانون اللزوجة هذا صحيحاً فان الكميات الفيزيائية الأساسية المقاسة في النظام الدولي *(SI)* بأبعادها في الطرف الأيسر تساوي الكميات الفيزيائية بأبعادها في الطرف الأيمن من القانون.

الطرف الأيسر: نحن نعلم أن أبعاد الكميات الفيزيائية للزوجة هي:

$$\eta=[M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-1}$$

وهذا ما يمكن معرفته من خلال قانون اللزوجة بتعريفه العام حيث:

$$\eta=\left(\frac{F}{A}\right)\left(\frac{L}{v}\right)$$

$$=\left(\frac{(kg)(m)(s)^{-2}}{m^{2}}\right)\left(\frac{s}{m}\right)(m)$$

$$=kg.m^{-1}.s^{-1}$$

$$=[M][L]^{-1}[T]^{-1}$$

الطرف الأيمن: كما يلاحظ بان الطرف الأيمن يتكون من حدين، أبعاد وحدات كل منهما يجب أن تكون مساوية لأبعاد وحدات الطرف الأيسر، الحد الأول:

$$\left(\frac{r^2}{v}\right)\rho_s g$$

$$\frac{m^2}{(m.s^{-1})}\,\frac{kg}{m^3}\,\frac{m}{s^2} = kg.m^{-1}s^{-1}$$

أما تمثيله وفقاً لنظرية توافق الوحدات والأبعاد:

$$[M][L]^{-1}[T]^{-1}$$

الحد الثاني:

$$\left(\frac{r^2}{v}\right)\rho_l g$$

$$= \frac{m^2}{\left(m.s^{-1}\right)}\frac{kg}{m^3}\frac{m}{s^2} = kg.m^{-1}.s^{-1}$$

أما تمثيله وفقا لنظرية توافق الوحدات والأبعاد:

$$[M][L]^{-1}[T]^{-1}$$

وهكذا نجد أن وحدات المقادير الفيزيائية للحدين الأول والثاني تساوي وحد ت المقادير الفيزيائية للطرف الأيسر بأبعادهما، وذلك في النظام الدولي للقياس *(SI)*.

أي أن قانون ستوك صحيح، وهذه هي واحدة من الفوائد العديدة لدراسة تحليل المقادير الفيزيائية وأبعادها.

1–3 جسم أسود *black body* مساحة سطحه (A)، ودرجة حرارته المطلقة (T)، يبعث طاقة حرارية مشعة مقدارها (Q) خلال زمن مقداره (t).

إذا كانت كمية الطاقة الحرارية المنبعثة إشعاعياً تساوي:

$$Q = \sigma\ A\ t\ T^4$$

حيث (σ) هو ثابت ستيفان بولتزمان *Stefen–Boltzman constant*، استخدم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها لإيجاد الأبعاد الفيزيائية لثابت ستيفان بولتزمان وفق النظام الدولي للقياس الدولي *(SI)*.

الحل:

من خلال القانون الوارد في نص الاختبار الذاتي الثالث نجد أن:

$$\sigma = \frac{Q}{A\ t\ \ T^4}$$

البسط: من المعلوم أن كمية الطاقة الحرارية تقاس بالجول وهو عبارة عن:

$$N.m = kg\frac{m}{s^2}.m = kg\frac{m^2}{s^2} = [M][L]^2[T]^{-2}$$

المقام: ويتكوّن من:

$$A = area = m^2 = [L]^2$$

$$T = time = s = [T]$$

$$T^4 = temperatur = K^4 = [K]^4$$

وهكذا نجد أن :

$$\sigma = \frac{[M][L]^2[T]^{-2}}{[L]^2[T][K]^4}$$

$$= [M][T]^{-3}[K]^{-4}$$

$$= kg.s^{-3}K^{-4}$$

وهي وحدة القياس المطلوبة، وكما نلاحظ فهي وحدة مشتقة وليست بسيطة.

ملاحظة: وجد العالمان ستيفان وبولتزمان أن القيمة العددية لهذا الثابت هي:

$$\sigma = 5.67\times10^{-8}\,kg.s^{-3}.K^{-4}$$

مسائل وتمارين الفصل الأول

Chapter One Exercises & Problems

1–1 استخدم مفهوم نظرية التوافق بين الوحدات الأساسية والأبعاد لغرض التعبير عن الكميات الفيزيائية الآتية مستخدما الوحدات الأساسية للنظام الدولي *(SI)*:

الطول، المساحة، الحجم، الزمن، السرعة، تسارع الجاذبية الأرضية، الكثافة. الكثافة النوعية، القوة، القدرة، التردد.

مساعدة للحل: (استخدم الصيغ الرياضية للمعادلات أو القوانين البسيطة التي تعبر عن كل من الكميات الواردة في السؤال)

1–2 استخدم نظرية توافق الوحدات الأساسية وأبعادها للتأكد من صحة أو عدم صحة القوانين الفيزيائية الآتية:

أ) قانون نيوتن الثاني: $\vec{F} = m\vec{a}$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة و(m) كتلة الجسم و $(\vec{a})$ التسارع.

ب) قانون نيوتن للجذب العام: $\vec{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة، و (m_1) كتلة الجسم الأول، و (m_2) كتلة الجسم الثاني، و (r) المسافة الفاصلة بينهما، (G) ثابت الجذب العام لنيوتن حيث أن وحدات قياسه $G = N\ m^2\ \ kg^{-2}$.

ج) قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$v = v_o + xt$$

$$x = x_o + vt + (1/2)xt^2$$

حيث تمثل (v) السرعة النهائية، و(v_o) السرعة الابتدائية، (x) الإزاحة النهائية، و (x_o) الإزاحة الابتدائية، و (t) الزمن.

1–3 يعتبر اشتقاق المعادلات الفيزيائية من أهم فوائد نظرية التوافق بين الوحدات الأسسية والأبعاد، استخدم هذه النظرية لاشتقاق معادلة البندول البسيط، مفترضاً أن طول البندول

(l)، وكتلة الجسم المعلق بطرف الخيط (m)، وزمن الذبذبة الواحدة (T)، وتسارع الجاذبية الأرضية (g).

1–4 يعتبر اشتقاق وحدات الثوابت الفيزيائية أيضاً من الفوائد العامة لنظرية توافق الوحدات الأساسية والأبعاد، استخدم مفهوم هذه النظرية لاشتقاق وحدات الثوابت في المعادلات الآتية:

أ) قانون هوك: $\vec{F} = -kx$

حيث تمثل $(\vec{F})$ قوة الإرجاع، (x) مقدار الإزاحة، (k) ثابت قانون هوك.

ب) قانون الجذب العام لنيوتن: $\vec{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

حيث تمثل (F) القوة، و(m_1) كتلة الجسم الأول، و(m_2) كتلة الجسم الثاني، و(r) المسافة الفاصلة بينهما، (G) ثابت الجذب العام لنيوتن.

1–5 استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات والأبعاد لتحويل النيوتن كوحدة لقياس القوة في النظام المتري (MKS) إلى ما يعادلها في النظام (CGS). ما اسم وحدة القوة في النظام (CGS)؟ اذكرها. (بعد أن تنجز الحل حاول الآن أن تحول من النظام (CGS) إلى النظام المتري (MKS).

1–6 ما هي العلاقة بين كل من وحدات القياس الآتية؟

أ) ياردة مربعة وقدم مربع.

ب) بوصة مربعة وسنتميتر مربع.

ج) ميل مربع وكيلو متر مربع.

د) متر مكعب وسنتميتر مكعب.

وضح ذلك بإجراء الحسابات اللازمة.

1–7 تعتبر الأرض بشكل تقريبي كرة نصف قطرها يساوي $(6.37\times10^6\ m)$:

أ) أوجد حسابياً محيط الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات؟

ب) أوجد حسابياً مساحة الكرة الأرضية مقاسة بالكيلومترات المربعة؟

ج) أوجد حسابياً حجم الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات المكعبة.

1–8 إذا علمت أن الميل الواحد يساوي $(1609m)$، أحسب سرعة السيارة التي تسير بسرعة $(50mph)$ وذلك في النظام الدولي للقياس (SI).

1–9 أوجد حسابياً حاصل جمع العددين:

$$5.0\times10^5 + 3.0\times10^6$$

1-10 كرة حديدية يبلغ نصف قطرها (7.1 cm) أوجد حسابيا مقدار حجم هذه الكرة. ثم مثل القانون الذي استخدمته لهذا الغرض مستخدما مفهوم نظرية توافق الوحدات الأساسية مع أبعادها على طرفي القانون.

1-11 إذا علمت بأن سرعة سيارة متحركة خلل فترة زمنية قصيرة يمكننا أن نعبر عنها بالصيغة الرياضية:

$$v = at^2 + bt^3$$

حيث إن t تقاس بالثواني، استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات الأساسية مع أبعادها على طرفي المعادلة وذلك لاستنتاج وحدات الثوابت a, b.

1-12 لديك العلاقة الرياضية الآتية:

$$A=BC$$

إذا كانت أبعاد الطرف الأيسر (A) هي $[L]/[M]$ وأبعاد المقدار $[C]$ على الطرف الأيمن $[L]/[T]$ استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات الأساسية مع أبعادها على طرفي المعادلة وذلك لاستنتاج وحدات قياس المقدار $[B]$.

1-13 لديك المعادلة الرياضية التالية :

$$A = B^n C^m$$

حيث أن أبعاد المقدار A هي $[L][T]$ وأبعاد المقدار B هي $[L]^2[T]^{-1}$ وأبعاد المقدار C هي $[L][T]^2$ استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات الأساسية مع أبعادها على طرفي المعادلة وذلك لاستنتاج مقادير كل من الأسس m,n.

1-14 إذا كان موقع جسم متحرك على المحور الصادي يعتمد على الزمن وفقا للصيغة الرياضية :

$$Y = at - bt^2$$

استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات الأساسية مع أبعادها على طرفي المعادلة وذلك لاستنتاج الوحدات الأساسية للكميتين a,b.

1-15 تعرف السنة الضوئية بأنها المسافة التي يقطعها الضوء في الفضاء خلال سنة واحدة فإذا كانت سرعة الضوء في الفضاء تساوي $(3X10^8 m/s)$ أحسب مقدار السنة الضوئية هل السنة الضوئية مسافة أم زمن؟ استخدم النتيجة التي توصلت إليها حسابيا للإجابة على هذا التساؤل.

1-16 إذا كانت كثافة معدن الحديد تساوي $(7.87\ g/cm3)$، ويبلغ مقدار كتلة ذرة الحديد الواحدة $(27x10^{-26}kg)$:

اعتبر أن شكل ذرة الحديد كرويا وأن ذراته متماسكة بقوة مع بعضها البعض، أوجد حسابياً:

1. مقدار حجم ذرة الحديد الواحدة.
2. مقدار المسافة الفاصلة بين مركزي ذرتي حديد متجاورتين.

1-17 إذا كانت كتلة الكرة الأرضية تساوي $(5.98x10^{24}kg)$ ويبلغ معدل كتلة ذرات المادة المكونة للأرض $(40u)$ أحسب عدد الذرات الكلي للأرض.

ملاحظة: $u=1.66x10^{-27}\ kg$

مسائل اختيارية

Optional Problems

1–1 إذا علمت أن سرعة الضوء تساوي $(3\times10^8\ m.s^{-1})$. أوجد حسابياً سرعة الضوء بكل من الوحدات الآتية:

mm/ps *f/s*

1–2 من المعروف أن جزئ الماء يحتوي على ذرتين من الهيدروجين وذرة واحدة من الأكسجين، فإذا علمت كتلة الهيدروجين الذرية تساوي $(1u)$، وكتلة الأكسجين الذرية تساوي $(1u)$.

$$1u=1.66x10^{-27}kg$$

أ) أوجد حسابياً كتلة جزئ الماء بالكيلوغرام.

ب) إذا علمت أن كتلة ماء المحيطات في العالم يساوي $(1.4\times10^{21}\ kg)$، فكم يبلغ عدد الجزئيات فيها؟

1–3 استخدم الصيغة الرياضية لقانون أوم:

$$R=\frac{V}{I}$$

حيث إن (R) تعبر عن مقاومة الناقل، (V) تعبر عن فرق الجهد بين طرفيه، و(I) تمثل مقدار التيار الكهربائي المار خلاله.

استخدم مفهوم توافق وحدات القياس الأساسية مع أبعادها وذلك للتعبير عن وحدة قياس المقاومة (الأوم Ω) بدلالة الكميات الأساسية في النظام الدولي للقياس.

ملاحظة: استخدم التعاريف الأولية لكل من فرق الجهد والتيار الكهربائي للتوصل إلى النتيجة المطلوبة.

1–4 استخدم مفهوم توافق وحدات القياس الأساسية مع أبعادها وذلك لتتأكد أن وحدة قيس كل من المقاومة، ممانعة المكثف، ممانعة الملف وممانعة دائرة كهربائية تحتوي على (RLC) هي الأوم.

1-5 إذا كانت (c) هي سرعة الضوء و(λ) طول الموجة الكهرومغناطيسية و(f) هو ترددها. استخدم مفهوم توافق وحدات القياس الأساسية مع أبعادها وذلك للتأكد من صحة أو عدم صحة القانون الرياضي الذي يجمع بينها:

$$c = \lambda f$$

1-6 إذا كانت الصيغة الرياضية المعبرة عن المجال الكهربائي لشحنة مقدارها (q) هي:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

وإذا كانت الصيغة الرياضية المعبرة عن المجال المغناطيسي لشحنة مقدارها (q) تتحرك بسرعة مقدارها (v) هي :

$$\vec{B} = \frac{\vec{F}}{qv}$$

أوجد النسبة بين المجالين ماذا تمثل هذه النسبة؟ وضح ذلك مستخدما مفهوم توافق وحدات القياس الأساسية مع أبعادها كي تصل إلى إجابة السؤال.

الخلاصة

Summary

- إنّ جميع وحدات قياس الكميات البُعدية تحدد الأساس الفعلي لاشتقاق مختلف المعادلات الرياضية في مختلف فروع العلوم النظرية والتطبيقية، حيث تعتبر مقياساً لصحة وسلامة المعادلات من خلال تساوي الوحدات الأساسية على طرفي الصيغة الرياضية للمعادلة أو للقانون بصفة عامة، وإدراكاً لأهمية الالتزام بهذا الأمر، فقد تم التأكيد على ضرورة إحاطة طالب العلم إحاطة واهية وصحيحة بالنظام الدولي للقياس *(SI)* بوحداته السبع الأساسية.

- يعتبر كلٍ من النظامين المتري للقياس *(MKS)*، والنظام الكاوسي *(CGS)* منتميان إلى النظام الدولي للقياس *(SI)*، ذلك أن النظام المتري يعتمد أربع كميات هي: الطول، الكتلة، لزمن، ودرجة الحرارة، مقاسة بوحدات النظام الدولي نفسها، كما أن النظام الكاوسي يعتمد الكميات نفسها، مقاسةً بأجزاء وحدات النظام الدولي للطول والكتلة، حيث يُقس الطول بالسنتيمتر، والكتلة بالغرام، وتبقى الثانية كما هي وحدة لقياس الزمن وتقاس أيضا درجات الحرارة.

- إنّ النظام البريطاني *(FPS)* –والذي بوحدات النظام الدولي يعتمد القدم، الباوند، والثانية لقياس الكميات الأساسية، كما يعتمد الفهرنهايت لقياس درجة الحرارة– قد بدأ استخدامه يتلاشى تدريجياً مع انتشار النظام الدولي للقياس.

- إنّ مقادير الثوابت الفيزيائية –التي تظهر أثناء اشتقاق القوانين– تختلف باختلاف النظام للمعتمد للقياس، فمثلاً في قانون كولوم عند اعتماد النظام الدولي فإن ثابت التناسب يساوي $(9\times10^9\ Nm^2\ C^{-1})$ أما عند اعتماد النظام الكاوسي فيساوي $(1\,dyne\,cm^2\ esu^{-2})$ والثوابت الفيزيائية يتم تحديد مقاديرها عملياً بصفة عامة.

إن أجزاء ومضاعفات جميع وحدات النظام الدولي للقياس تخضع للجدول *(1-3)*، وهناك بعض الوحدات الأخرى أوردناها في مجال استخداماتها حسب أهميتها، وتلفظ هذه المضاعفات والأجزاء كما نلفظها باللغة الإنكليزية، بعد إضافتها إلى الوحدات الدولية للقياس.