

التيار الكهربائي والدائرة الكهربائية *Current & the Electric Circuit*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يشرح عملية توصيل المواد الناقلة للتيار الكهربائي.
- أن يضبط المفهوم الصحيح لشدة التيار الكهربائي.
- أن يميّز المعنى المقصود بالمقاومة الكهربائية تمييزاً صحيحاً، ويوضح علاقتها بالمقاومة النوعية وعلاقة المقاومة النوعية لناقل بناقليته الكهربائية.
- أن يعدد مجموعة العوامل الفيزيائية التي تعتمد عليها مقاومة الناقل الكهربائي.
- أن يميّز مفهوم القوة الدافعة الكهربائية وفرق الجهد الكهربائي.
- أن يفسّر معادلة الدائرة الكهربائية ويتعلم كيفية استخدام قانوني كيرشوف فيها.
- أن يميّز بشكل صحيح قوانين إيجاد المقاومة المكافئة في حالي التوصيل على التوالي والتوازي، لمجموعة من المقاومات.
- أن يشرح حقيقة هبوط مقاومة بعض المواد إلى الصفر، من خلال معرفة ظاهرة فرط التوصيل واعتماد ذلك على درجة حرارة المادة.

التيار الكهربائي والدائرة الكهربائية

Current & the Electric Circuit

7-1 المقدمة *Introduction*

درسنا في الفصل السادس من هذا الكتاب أن المواد تُصنّف من حيث سلوكها الكهربائي إلى ثلاثة أصناف، وهي: مواد موصلة ومواد عازلة، وأخرى شبه موصلة.

إن حركة الإلكترونات الحرة ذات الكثافة العالية في المواد الموصلة تبقى حركة عشوائية ما لم تتأثر بمجال كهربائي يحدد اتجاهها بحيث نحصل على تيار كهربائي يمكننا التأكد من وجوده بواسطة الأميتر، باعتباره مقياساً معيارياً للتيار الكهربائي.

لقد أصبح مألوفاً لدينا أن التيار الكهربائي هو في حقيقة الأمر عبارة عن سيل من الشحنات المتحركة *a stream of moving charges*، ولكن هذه الشحنات المتحركة لا تُكوّن تياراً كهربائياً ما لم يكن لها معصلة محددة خلال السطح الذي تمر خلاله، فعلى سبيل المثال تتحرك إلكترونات التوصيل في سلك معزول من النحاس طوله (L) حركة عشوائية في مختلف الاتجاهات بسرعة من رتبة (10^6 m/s)، ويفرض أن هناك سطحاً نظرياً عمودياً على السلك النحاسي فإن هذه الإلكترونات تتحرك خلاله عشوائياً في الاتجاهين المتعاكسين ويعدّ يصل إلى البلايين خلال الثانية الواحدة، إن معصلة التيار الكهربائي المار خلال هذا السلك تساوي الصفر، ولهذا فإننا لا نستطيع القول: إن تياراً كهربائياً يمر خلال السلك النحاسي.

والآن إذا ربطنا بطارية بين طرفي السلك تطبق فرقاً في الجهد مقداره (V) فإن مجالاً كهربائياً مقداره (E) ينشأ، يحدد اتجاه حركة الإلكترونات مقداره، $E = (V/L)$ أي أننا حصلنا على تيار كهربائي يمكن التأكد من وجوده باستخدام الأميتر *ammeter* وذلك لتحديد مقداره المار عبر السلك النحاسي، وسنوضح مفهوم التيار الكهربائي في الدائرة الكهربائية وعلاقته بالمقاومة وأبعادها الهندسية (الطول ومساحة المقطع)، ثم نقدم مفهوماً لكثافة التيار والمقاومة النوعية ونبين علاقتهما بالمجال الكهربائي، كما سنناقش استخدام قانون أوم ونبيّن مدى صلاحيته في الدائرة الكهربائية، ثم سنقدم مفهوماً مبسطاً للتيار الكهربائي المار خلال الثنائي البلوري كمثال مصنوع من مادة شبه موصلة، وأخيراً سنوضح معنى انعدام المقاومة الكهربائية أمام مرور التيار الكهربائي وهي ما تطلق عليه فرط التوصيل *superconductivity*.

7-2 التيار الكهربائي *Electric Current*:

التيار الكهربائي هو عبارة عن قياس كمية الشحنات الكهربائية (سريان الإلكترونات) المارة خلال وحدة الزمن، في مادة موصلة.

ويقاس التيار الكهربائي في النظام الدولي للقياس بوحدة الأمبير، والأمبير هو مقدار تيار ثابت يبذل قوة مقدارها $(2 \times 10^7 N)$ لكل مترواحد بين سلكين ناقلين مستقيمين متوازيين طولين جدا يمر بهما تياران باتجاهين متعاكسين تفصلهما عن بعضها مسافة مقدارها مترواحد في الفراغ، حيث أن مساحة مقطع السلكين الدائرية مهملة لصغرهما.

لقد أصبح معروفاً لدينا أن المواد الناقلة هي المواد التي تمتلك شحنات كهربائية حرة؛ الحركة (الإلكترونات الحرة) وبوفرة عالية، وهي تتحرك حركة عشوائية *random motion* كما بينا في المقدمة وذلك في حالة عدم وجود الجهد الكهربائي، كما نلاحظ انعدام المجال الكهربائي أيضاً في هذه الحالة، وبالتالي انعدام القوة الكهربائية المؤثرة على الإلكترونات الحرة.

ولكننا إذا وصلنا مصدراً للجهد الكهربائي بين طرفي السلك الناقل، فإن الجهد الكهربائي سوف يختلف من نقطة لأخرى بداخله، كما سيؤدي ذلك إلى نشوء مجال كهربائي محدد؛ يؤدي إلى نشوء قوة كهربائية تجعل الشحنات الموجبة تتحرك باتجاه المجال، والشحنات السالبة تتحرك بعكس اتجاه المجال. إن هذه القوة سوف تجعل التيار الكهربائي المار في السلك مستقراً *established current* بعد فترة زمنية، منتقلاً بعد ذلك إلى حالة الاستقرار الدائم *steady state condition*، هذا بالنسبة للتيار المستمر *direct current*، أي أن التيار لا يتغير بالنسبة للزمن، أما إذا كان التيار يغير اتجاهه مع الزمن فإنه يسمى في هذه الحالة بالتيار المتناوب *alternating current*.

وخلاصة القول: إن التيار الكهربائي قد سرى في السلك الناقل عندما ربطنا مصدر الجهد الكهربائي بين طرفيه، وهذا هو شرح فيزيائي أولي مبسط للدائرة الكهربائية، ويمكننا الآن أن نعرف التيار الكهربائي على النحو الآتي:

هو عبارة عن معدل مقدار الشحنة الكهربائية (Δq) الذي يعبر مقطعاً محدداً في الناقل خلال فترة زمنية (Δt). ونعبر عن ذلك بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

(7-1) التيار الكهربائي

تأخذ العلاقة الرياضية (7-1) الشكل $I = (q / t)$ ، وذلك إذا كانت الشحنة الكلية معروفة، وكذلك الزمن اللازم لمرورها.

ويُقاس التيار في النظام العالمي (SI) بوحدة الأمبير، ونشير له بالحرف الإنكليزي (A)، وقد مررنا بتعريفه في الوحدة الأولى من هذا الكتاب.

أما إذا كان معدل انسياب الشحنات الكهربائية (q) تابعاً للزمن، فإننا نسمي التيار حينئذ بالتيار اللحظي *instantaneous current* وذلك عند زمن (t) محدد، ونعبر عنه عندئذ بالعلاقة الرياضية انتقاضية الآتية:

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (7-2)$$

يمكننا أن نعبر عن الشحنة الكهربائية (q) بصفة عامة بدلالة عدد الإلكترونات الكلي (n) ومقدار شحنة الإلكترون (e) وفقاً للصيغة الرياضية:

$$q = ne, n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \pm \dots$$

انظر المثال (7-1) وتعبّر العلاقة الرياضية عن تكتم الشحنة *quantized*، أي أنها حاصل الضرب لعدد (n) - وقد يكون سالباً أو موجباً - بمقدار الشحنة الكهربائية للإلكترون (e)، والتي يُصطلح على تسميتها بالشحنة الأولية *elementary charge*.

كما يمكننا أن نعبر عن الشحنة الكهربائية (q) بصفة عامة بدلالة عدد الإلكترونات لوحدة الحجم (n) وحجم الناقل (V)، وشحنة الإلكترون الواحد (كما سنبين في الفقرة 7-3)، وذلك بالعلاقة الرياضية الآتية:

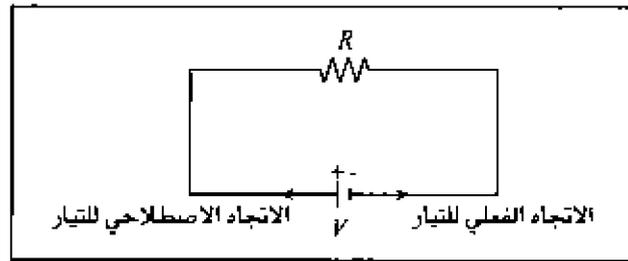
$$\begin{aligned} q &= nVe \\ V &= AL \end{aligned} \quad (7-3)$$

حيث يمكننا حساب العدد (n) من معرفة كل من الكثافة الحجمية للمادة الناقلة (ρ) عدد أفوكادرو (NA)، الكتلة المولية (M) للمادة الناقلة، حيث ترتبط هذه الكميات الأربعة بالعلاقة الرياضية المعروفة:

$$\frac{n}{N_A} = \frac{\rho}{M}$$

وعلى الرغم من أن التيار الكهربائي هو كمية عددية، إلا أننا نحتاج دائماً إلى تحديد اتجاهه في الدوائر الكهربائية. ولقد أتفق اصطلاحياً على أن يكون اتجاه التيار الكهربائي في الدوائر الكهربائية هو اتجاه حركة الشحنات الموجبة، ومعنى ذلك أنه يتجه اصطلاحياً من منطقة الجهد المرتفع إلى منطقة الجهد المنخفض. ولكن، لا بد لنا أن نؤكد دائماً أن اتجاه حركة الشحنات الكهربائية يكون بعكس الاتجاه الاصطلاحي. ذلك أن القطب الموجب للبطارية *positive terminal* يدفع حاملات التيار الموجبة بعيداً عنه ويأخذ قطب البطارية السالب *negative terminal* الذي

يجذبها بدورته نحوه، وهذا هو الذي يجعل الشحنات تدور في الدارة الكهربائية بعكس الاتجاه الاصطلاحي، انظر الشكل (7-1).



الشكل (7-1) يوضح كلاً من الاتجاهين الاصطلاحي والفعلي للتيار

مثال (7-1): Example

يمر تيار كهربائي مقداره $(6 \times 10^{-4} A)$ وذلك عندما يضغط مستخدم الحاسب الآلي على أحد أزرار لوحة المفاتيح، ويسري هذا التيار خلال زمن مقداره $(5 \times 10^{-3} s)$.
أوجد حسابياً:

- 1- مقدار الشحنة الكهربائية التي نقلت هذا التيار.
- 2- هل يمكنك حساب عدد الإلكترونات لوحة الحجم التي تحركت في هذه العملية البسيطة؟ وضّح ذلك.

الحل Solution:

1- باستخدام العلاقة الرياضية (7-1)، نجد أن:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$\Delta q = I \Delta t$$

$$= (6 \times 10^{-4} A)(5 \times 10^{-3} s)$$

$$= 30 \times 10^{-7} C = 3 \mu C$$

2- نعم يمكننا ذلك، حيث تعبر العلاقة الرياضية (7-3) عن إجابة السؤال.

$$q = ne$$

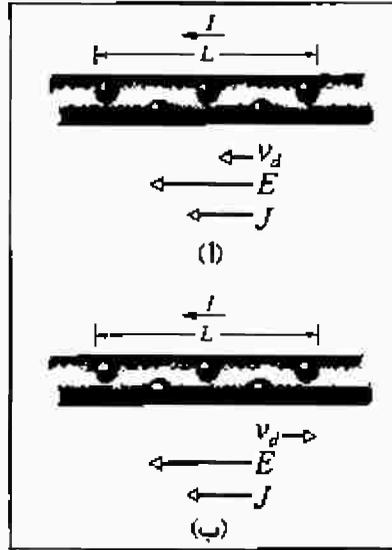
إن (e) تمثل شحنة الإلكترون الواحد، و (n) مقدار عدد الإلكترونات الكلي، و (q) مقدار الشحنة الكهربائية التي أوجدناها حسابياً في الجزء الأول من هذا المثال:

$$30 \times 10^{-7} C = n(1.6 \times 10^{-19} C)$$

$$n = \frac{(30 \times 10^{-7} C)}{(1.6 \times 10^{-19} C)} = 1875 \times 10^{10} \text{ electron}$$

7-2 كثافة التيار الكهربائي *Current Density* :

وبهدف توضيح المعنى المقصود بكثافة التيار الكهربائي، تأمل الشكل (7-2 أ، ب).
 (أ) يبين ناقلات موجبة للتيار الكهربائي تتجرف بسرعة (v_d) باتجاه المجال الكهربائي نفسه.
 (ب) يبين ناقلات سالبة للتيار الكهربائي تتجرف بسرعة (v_d) بعكس اتجاه المجال الكهربائي. ومن الملاحظ أن كثافة التيار (J) باتجاه المجال الكهربائي (\vec{E}).



الشكل (7-2، ب)

في الشكل (7-2 أ)، وفي نقطة معينة من الناقل الموضَّح، نلاحظ أن الشحنة الكهربائية الموجبة تسري باتجاه المجال الكهربائي (\vec{E}) نفسه، ولغرض التعبير الصحيح عن هذا السريان نحتاج الآن إلى استخدام مفهوم كثافة التيار *current density* التي يرمز لها بالحرف الإنكليزي (\vec{J}) وهي كمية اتجاهية لها اتجاه المجال الكهربائي نفسه، ويبين الشكل (7-2 أ) أن التيار الكهربائي (I) يتوزع بشكل منتظم خلال المقطع العرضي للناقل ذي الشكل المنتظم، ويعبر عن كثافة التيار في هذه الحالة بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{J} = \frac{I}{A}$$

(7-4) تعريف كثافة التيار

أي أن كثافة التيار هي شدة التيار لكل وحدة مساحة، حيث (A) هي مساحة سطح المقطع العرضي للناقل. أما وحدة قياس كثافة التيار في النظام الدولي *SI unit* فهي (A/m^2). وفي الحالتين (7-2 أ) و(7-2 ب) يكون اتجاه كثافة التيار (\vec{J}) باتجاه المجال الكهربائي (\vec{E})، بغض النظر عن

إشارة الشحنة الكهربائية، ومن الممكن التعبير بشكل عام عن كثافة التيار خلال سطح ما - إذا كان عمودياً أم لا - بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (7-5)$$

حيث إن $(d\vec{A})$ هو متجه المساحة العمودي على عنصر المساحة التفاضلي (dA) ، ونلاحظ أنّ كلا من (\vec{J}) و $(d\vec{A})$ مرتبطان بعلاقة الضرب القياسي، المبيّنة في العلاقة الرياضية (7-5).

ومن الممكن عملياً أن تعبّر عن شدة التيار الكهربائي المتار في الناقل بدلالة سرعة الانجراف للشحنات المتحركة. إنّ المقصود بسرعة الانجراف *drift velocity* هو التدفق المباشر للإلكترونات الناقلة خلال ناقل منتظم، ويشار لها اختصاراً بالرمز (\vec{v}_d) ، ومن المناسب ذكره هنا أن الإلكترونات الحرة لا تتحرك داخل الناقل في خطوط مستقيمة، ولكنها تتحرك حركة متعرجة نتيجة للتصادمات المتتالية بذرات الناقل، ولكنها تبقى متحركة ببطء في اتجاه معاكس للمجال الكهربائي بسرعة متوسطة، وهي التي نطلق عليها اسم سرعة الانجراف.

ولو عدنا إلى الشكل (7-2) أ، لرأينا أنّ الشحنات الناقلة للتيار الكهربائي تسير نحو اليسار بسرعة انجراف (\vec{v}_d) ، كما أنّ عدد الشحنات المارة خلال الطول (L) من الناقل هو (nAL) ، حيث إن (n) هو عدد الشحنات لوحدة الحجم (AL) ، و (A) هي مساحة سطح المقطع للملك، وهكذا نجد أن مقدار الشحنة المارة خلال الفترة الزمنية (Δt) هي (Δq) :

$$\Delta q = (nAL)e \quad (7-6)$$

حيث إنّ (e) هي شحنة الإلكترون المعروفة، وبما أن (Δq) تجتاز طولاً من السلك مقدار (L) ، إذاً نجد أن الزمن اللازم لذلك هو:

$$\Delta t = L/\vec{v}_d \quad (7-7)$$

وبتعويض كلٍ من (7-7) و(7-6) في العلاقة الرياضية (7-1) التي تعبّر عن شدة التيار، نجد أنّ:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{(nAL)e}{(L/v_d)}$$

$$I = nAev_d$$

وبقسمة الطرفين على المقدار (A) نجد أنّ:

$$\frac{I}{A} = nev_d$$

وبملاحظة أنّ الطرف الأيسر هو عبارة عن كثافة التيار (\vec{J}) ، نجد أنّ:

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d \quad (7-8)$$

حيث إن (\bar{v}_d) هو متجه سرعة الانجراف.

والمعادلة (7-8) تشير إلى أن كلاً من (\bar{J}) و (\bar{v}_d) لهما الاتجاه نفسه. أما المقدار (ne) فهو عبارة عن كثافة الشحنات الناقلة وتقاس بوحدة (C/m^3) كولوم لكل متر مكعب.

مثال (7-2) Example:

تم لحام نهاية سلك من الألومنيوم قطره (2.5 mm) مع نهاية سلك آخر من النحاس قطره (1.8 mm) ، إذا كان مقدار التيار المستقر المار خلال هذه المجموعة يساوي (1.3 A) ، أوجد كثافة التيار في كل من السلكين.

الحل Solution:

1- الألومنيوم:

$$J_{Al} = \frac{I}{A_{Al}}$$

$$A_{Al} = \pi r_1^2$$

$$= \pi (1.25 \times 10^{-3} \text{ m})^2$$

$$= 4.61 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$J_{Al} = \frac{1.3 \text{ A}}{4.61 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 2.6 \times 10^5 \text{ (A/m}^2\text{)}$$

2- النحاس:

$$J_{Cu} = \frac{I}{A_{Cu}}$$

$$A_{Cu} = \pi r_2^2$$

$$= \pi (0.9 \times 10^{-3} \text{ m})^2$$

$$= 2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$J_{Cu} = \frac{1.3 \text{ A}}{2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 5.1 \times 10^5 \text{ (A/m}^2\text{)}$$

وهذا مثال فقط لتوضيح حقيقة اعتماد كثافة التيار على مساحة المقطع (A) ، إلا أن حقيقة اختلاف المادتين لم تؤخذ بعين الاعتبار.

مثال (7-3) Example:

شريحة من السيلكون عرضها $(W = 3.2\text{ mm})$ وسماكتها $(x = 250\ \mu\text{m})$ يمر خلالها تيار $(I = 5.2\text{ mA})$ ، وكما هو معلوم فإن السيلكون إذا طعم بشوائب من الفسفور فإننا نحصل على

بلورة من النوع السالب *n-type semiconductor*، وقد أدت عملية التطعيم إلى زيادة كبيرة في الشحنات السالبة عند مقارنتها ببلورة السيلكون النقية، حيث كانت $(n = 1.5 \times 10^{23} \text{ m}^{-3})$.

1- أوجد حسابياً كثافة التيار الكهربائي (\vec{J}).

2- أوجد حسابياً سرعة الانجراف (\vec{v}_d).

الحل Solution:

1-

$$\vec{J} = \frac{I}{Wx}$$

حيث إن المساحة: $A = Wx$

$$\vec{J} = \frac{5.2 \times 10^{-3} \text{ A}}{(3.2 \times 10^{-3} \text{ m})(250 \times 10^{-6} \text{ m})} = 6500 \text{ A/m}^2$$

2-

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{J}{ne} \\ &= \frac{6500 \text{ A/m}^2}{(1.5 \times 10^{23} \text{ m}^{-3})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})} \\ &= 0.27 \text{ m/s} = 27 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

7-4 المقاومة والنوعية Resistance and Receptivity:

افرض أن لديك قضيبين أحدهما من النحاس والآخر من الزجاج، لهما الأبعاد الهندسية نفسها، وقمنا بربط نهايتي كل من القضيبين بفرق جهد مقداره (V) ثم استخدمنا مقياس التيار *ammeter* لفرض الكشف عن التيار المار في كل منهما، سنجد عملياً أن الفرق كبير جداً بين قيمتي التيارين، وفي الحقيقة نستطيع القول بأن قضيب الزجاج لم يمرر التيار الكهربائي إطلاقاً، بينما يمر التيار في السلك النحاسي. إن خاصية الناقل (النحاس) في هذا المثال هي المقاومة *resistance* حيث يمكن تحديدها بمعرفة كل من فرق الجهد (V) بين طرفيه والتيار الكهربائي المار خلاله (I)، وهكذا نجد أن تعريف المقاومة هو:

$$R = \frac{V}{I}$$

(7-9) تعريف المقاومة

إن وحدة قياس المقاومة في النظام الدولي (*SI*) هي *volt/ampere* ويطلق عليها اسم *ohm* نسبة إلى العالم جورج سيمون أوم *Georg Simon Ohm 1870* ورمزه الحرف اللاتيني (*Ω*) وتقرأ باللغة العربية أومينا.

$$1 \text{ ohm} = 1 \Omega = 1 \text{ volt/ampere}$$

إن الناقل الذي يُوظف في الدائرة الكهربائية أو الإلكترونية للقيام بمهمة مقاومة محددة يسمى مقاوم *resistor* ويرمز له بالرمز $\sim\sim\sim$ ، الذي يشبه أسنان المنشار.

ومن المفيد عملياً، ليس التركيز على فرق الجهد فحسب، ولكن التركيز على معرفة شدة المجال الكهربائي (\vec{E}) الناشئ في نقطة معينة من المقاوم بسبب فرق الجهد، كما أننا نركز على كثافة التيار الكهربائي (\vec{J}) بدلاً من التيار الكهربائي (I) في النقطة نفسها، وهكذا نجد أننا نبحث في العلاقة بين كثافة التيار والمجال الكهربائي بدلاً من العلاقة بين التيار وفرق الجهد.

إنّ كلاً من شدة المجال الكهربائي وكثافة التيار الكهربائي (الاتجاه نفسه، كما أنّ كثافة التيار تتناسب مع شدة المجال، وثابت التناسب هو ما نطلق عليه الناقلية *conductivity*، ويشار إليه بالرمز اليوناني (σ) وتقرأ بالعربية (سيجما). أما المقاومة النوعية فهي مقلوب الناقلية واختصاراً يشار إليها بالحرف اليوناني (ρ) وتقرأ (رو)، وهكذا نجد أنّ:

$$\vec{J} \propto \vec{E}$$

$$\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$$

(7-10) تعريف الناقلية

وهكذا نجد أن المقاومة النوعية تساوي:

$$\boxed{\rho = \frac{\vec{E}}{\vec{J}}}$$

(7-11) تعريف المقاومة النوعية

إن وحدة قياس المقاومة النوعية في النظام العالمي (*SI*) هي ($\Omega.m$) ذلك أن وحدة قياس (\vec{E}) هي (V/m) أم (\vec{J}) فوحدة قياسها (A/m^2).

ومما تقدم نجد أنّ:

$$\rho = \frac{(V / m)}{(A / m^2)} = \frac{(\Omega.A)}{(A / m)} = \Omega.m$$

وتقرأ (أوم متر). ومن المفيد إعادة صياغة المعادلة (7-11) على النحو الآتي المبين في العلاقة (7-12) ذلك أننا نناقش مفهوم المجال الكهربائي.

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad (7-12)$$

ونذكر هنا أن المعادلتين (7-11) و(7-12) تُستخدمان فقط مع المواد ذات الخصائص الكهربائية غير المتغيرة في مختلف الاتجاهات. كما أنه من المناسب التذكير هنا مرة أخرى بأن الناقلية *conductivity* هي عكس المقاومة النوعية والتي يعبر عنها رياضياً على النحو الآتي:

$$\sigma = 1/\rho$$

(7-13) العلاقة بين الناقلية والمقاومة النوعية

وتقرأ باليونانية (سيجما) أما وحدة قياسها فهي $(\Omega.m)^{-1}$.

والجدول (7-1) يبين مجموعة من قيم المقاومة النوعية لمجموعة من المواد.

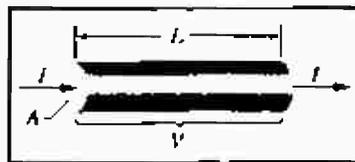
Material المادة	Resistivity ρ (Ωm) المقاومة النوعية	Temperature coefficient of resistivity (k^{-1}) معامل التوصيل الحراري
فلزات نموذجية <i>typical metals</i>		
silver فضة	1.62×10^{-8}	4.1×10^{-3}
copper نحاس	1.69×10^{-8}	4.3×10^{-3}
aluminum ألومنيوم	2.75×10^{-8}	4.4×10^{-3}
tungsten تنغستين	5.25×10^{-8}	4.5×10^{-3}
iron حديد	9.68×10^{-8}	6.5×10^{-3}
platinum بلاتين	10.6×10^{-8}	3.9×10^{-3}
manganizum منغنيز	18.2×10^{-8}	0.002×10^{-3}
أشباه موصلات نموذجية <i>typical semiconductors</i>		
Silicon, pure سليكون نقي	2.5×10^3	-70×10^{-3}
Silicon, n-type	8.7×10^{-4}	-
Silicon, p-type	2.8×10^{-3}	-
<i>typical insulator</i>		
- زجاج	$10^{10} - 10^{14}$	-
- كوارتز	$\sim 10^{16}$	-

الجدول (7-1) يبين (المقاومة النوعية) لمجموعة من المواد، عند درجة الحرارة ($20^\circ C$)

والسؤال الآن هو: كيف يمكننا حساب المقاومة، بعد أن تعرفنا على كل من كثافة التيار

وشدة المجال الكهربائي في نقطة معينة؟

للإجابة عن هذا السؤال انظر الشكل (7-3).



الشكل (7-3)

الجهد (V)، والطول (L)، والمقطع (A)، والتيار مقداره (I)

إن طول السلك الناقل في الشكل (7-3) هو (L) أما مساحة مقطعه فهي (A)، حيث تم تسليط فرق جهد مقداره (V) بين طرفيه، أدى إلى مرور تيار مستقر مقداره (I). إن خطوط كثافة التيار المار تكون منتظمة، لذا فإن مقدار كل من (\vec{E}) و (\vec{J}) سوف يكون ثابتاً في جميع النقاط داخل الناقل، ولهذا نجد أن:

$$E = \frac{V}{L} \text{ تعريف شدة المجال الكهربائي}$$

وأما كثافة التيار الكهربائي فتساوي:

$$J = \frac{I}{A} \text{ تعريف كثافة التيار}$$

وبتعويض قيمة كل من (J) و (E) في المعادلة (7-11) نجد أن:

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{I/A}$$

ولكن نلاحظ أن المقدار (V/I) هو عبارة عن المقاومة (R) وهكذا نجد أن العلاقة الرياضية بين المقاومة والمقاومة النوعية لناقل طوله (L) ومساحة مقطعه (A) هي:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \rho = R \frac{A}{L} \text{ تعريف المقاومة النوعية (7-14)}$$

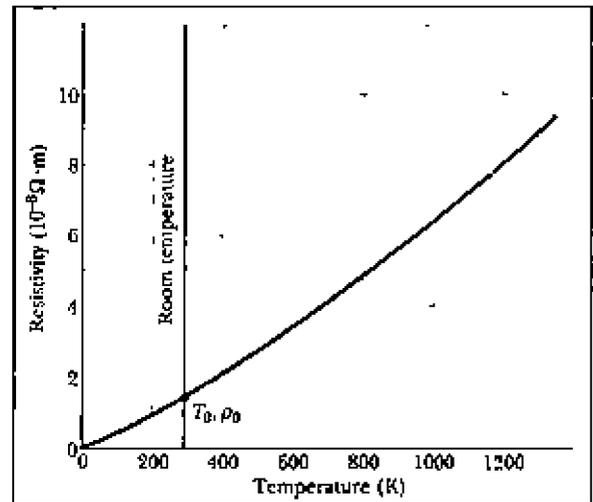
والتي يمكن استخدامها مع ناقل متجانس له مقطع منتظم بين طرفيه فرق جهد معلوم.

والسؤال الآخر الآن هو: هل تتغير قيمة المقاومة مع تغير درجات الحرارة، شأنها شأن الخصائص

الفيزيائية الأخرى للمادة؟

للإجابة عن هذا السؤال، انظر الشكل (7-4).

يبين المقاومة النوعية للنحاس كتابع لدرجة الحرارة بينما تظهر نقطة التقاطع عند درجة حرارة الغرفة كنقطة مرجعية للمقاومة النوعية للنحاس والبالغة ($\rho_0 = 1.69 \times 10^{-8} \Omega m$)



الشكل (7-4)

إن العلاقة الرياضية التي تصف هذا التغيير هي:

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0) \quad (7-15)$$

حيث إن كلاً من (T_0) و (ρ_0) هما قيمتا درجة الحرارة والمقاومة النوعية عند درجة حرارة الغرفة والتي تساوي:

$$T_0 = 20^\circ C \quad \text{على مقياس سليزيوس}$$

$$T_0 = 293 K^\circ \quad \text{على مقياس كلفن}$$

$$\rho_0 = 1.69 \mu\Omega.cm \quad \text{للنحاس}$$

أما (α) فهو معامل التوصيل الحراري، ويُقرأ (إلفا)، انظر الجدول (7-1)، كما أن الشكل (7-4) - الذي يوضح العلاقة البيانية بين كل من المقاومة النوعية (ρ) ودرجة الحرارة (T) مقاسة بالكلفن وذلك لمعدن النحاس - يعطينا القيمة العددية للمقاومة النوعية (ρ_0) عند درجة حرارة الغرفة من خلال النقطة ذات الإحداثيات (T_0, ρ_0) .

أما المقاومة فيمكننا تحديدها من العلاقة الرياضية:

$$R - R_0 = R_0 \alpha (T - T_0)$$

(7-16) علاقة المقاومة بدرجة الحرارة

مثال (7-4): Example

سلك مصنوع من النحاس نصف قطره (9.0 mm) ، يسري خلاله تيار ثابت قدره (1.3 A) ، ما هي شدة المجال الكهربائي داخل الناقل النحاسي؟ إذا كانت المقاوم النوعية للنحاس $1.69 \times 10^{-8} \Omega.m$

الحل Solution:

$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

ولكن

$$\begin{aligned} J &= \frac{I}{A} \\ A &= \pi r^2 \\ &= \pi (0.9 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \\ &= 2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \\ J &= \frac{1.3 \text{ A}}{2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 5.1 \times 10^5 \text{ A/m}^2 \end{aligned}$$

أما (ρ) المقاومة النوعية للنحاس فكما هو واضح من الجدول (7-1) تساوي: $1.69 \times 10^{-8} \Omega.m$ إذاً:

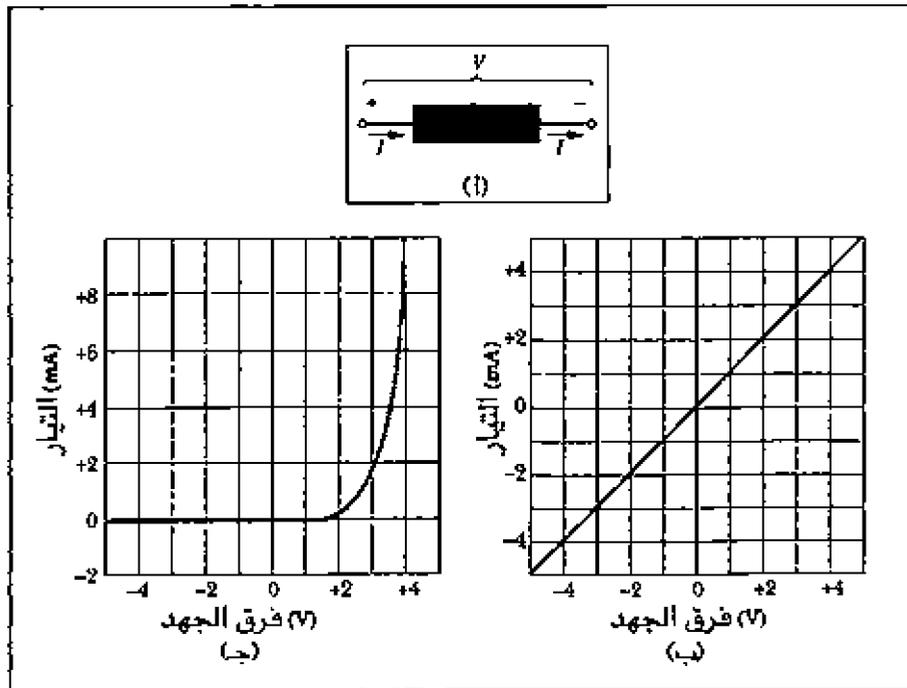
$$E = (1.69 \times 10^{-8} \Omega.m)(5.1 \times 10^3 A/m^2)$$

$$E = 8.6 \times 10^{-3} V/m$$

ملاحظة: تحقق بنفسك من صحة وحدة قياس المجال الكهربائي (\vec{E}) الواردة في الحل أعلاه.

7-5 قانون أوم *Ohm's Law*:

من المفيد هنا ونحن ندرس قانون أوم أن نذكر أن المقاوم *resistor* هو عبارة عن ناقل *conductor* يتميز بامتلاكه لمقاومة معلومة، وهذا يعني أن مقدار هذه المقاومة يبقى ثابتاً فيما لو تغير مقدار أو قطبية فرق الجهد *potential magnitude and polarity*، وهذا التأكيد للتبنيح إلى أن هناك بعض الأجهزة تتغير مقاومتها بتغير فرق الجهد. ولناقشة وتوضيح هاتين الحالتين، تأمل الشكل (7-5 أ، ب، ج) ثم لاحظ الجوانب الأساسية الآتية:



الشكل (7-5 أ، ب، ج)

أ) فرق الجهد (V) يؤمن تياراً ثابتاً مقداره (I).

ب) خط بياني يوضح كيف يتغير التيار (I) مع فرق الجهد (V) عندما يكون الجهاز عبارة عن مقاومة (1000Ω).

ج) خط بياني يوضح كيف يتغير التيار (I) مع فرق الجهد (V) عندما يكون الجهاز عبارة عن ثنائي بلوري ($p-n$).

نلاحظ في الشكل (7-5 أ) وجود فرق في الجهد (V) بين طرفي الجهاز الذي نريد اعتباره، مع تأكيدنا على أماكن الأقطاب (الموجب والسالب) وكذلك التأكد من مرور التيار الكهربائي (I) وذلك بقياس مقداره في حالة تغيير القطبية وكذلك مقدار فرق الجهد (V).

ونلاحظ الآن في الشكل (7-5 ب) خطأً بيانياً يوضح كيفية تغير التيار مع تغير فرق الجهد، والشكل البياني هو عبارة عن خط مستقيم يمر عبر نقطة الأصل ميله هو المقدار (V/I) وهذا ما يشير إلى أن مقاومة الجهاز ثابتة ولا تعتمد على مقدار وقطبية فرق الجهد، أي أن $(R = V/I)$ ، وهذا ما يؤكد أن المقاومة خطية، ومقلوب الميل للخط المستقيم هو عبارة عن مقدارها العددي.

أما الشكل (7-5 ج) فهو يوضح الخط البياني لتغير التيار مع فرق الجهد لجهاز آخر مختلف عن الجهاز الأول، ومن الواضح أن التيار يمر عبر هذا الجهاز فقط عندما تكون قطبية الجهد موجبة ومقدار فرق الجهد أكبر من المقدار (1.50 volt) ، كما يوضح أن العلاقة بين الجهد والتيار ليست خطية، وتعتمد قيمة التيار على مقدار الجهد المطبق على الجهاز. إذاً، ضمن هاتين النظرتين المتميزتين نستطيع أن نعرف قانون أوم وفقاً لما ورد في العلاقة الرياضية (7-9)، والأوم هو عبارة عن مقاومة ناقل، فرق الجهد بين طرفيه فولت واحد (volt) ويبلغ مقدار التيار المار خلاله أمبير واحد (ampere) ويشكّل عام فإن مقاومة الناقل هي النسبة بين فرق الجهد بين طرفيه والتيار المار خلاله.

إنّ الشكل (7-5 ب) يوضح جهازاً يعتمد في عمله على قانون أوم وهو عبارة عن مقاومة، أما الشكل (7-5 ج)، فيوضح جهازاً آخر لا يعتمد في عمله على قانون أوم وهذا ما يحدث لوصله $(p-n)$ أي وصلة بلورتين من أشباه الموصلات سالبة وموجبة.

ومن النتائج المفيدة لما قدمناه من مفاهيم حول كثافة التيار الكهربائي وشدة المجال الكهربائي والمقاومة النوعية، إمكانية التعبير عن قانون أوم بطريقة أكثر شمولية، ولاسيما عند التركيز على المواد الناقلة وليس الأجهزة الناقلة، وذلك باعتماد المحاكاة للمقارنة بين كل من:

$$\rho = \frac{E}{J}$$

$$R = \frac{V}{I}$$

حيث إن المقاومة (R) لناقل طوله (L) ومساحة مقطعه (A) ومقاومته النوعية (ρ) هي $(R = \rho(L/A))$ ، ومنها نجد أن المقاومة النوعية هي $(\rho = RA/L)$ ، كما نجد أن المجال الكهربائي (\vec{E}) لناقل هو عبارة عن (V/L) انظر الشكل (7-3)، وهذا ما يؤدي إلى:

$$E = \frac{V}{L} = \rho J = \frac{RA}{L} I$$

$$\frac{V}{L} = \frac{RI}{L}$$

$$V = \rho I$$

وهذا يؤكد مجدداً على أن العلاقة الخطية بين التيار وفرق الجهد (V, I)، هي تعبيراً عن مضمون قانون أوم، ونشير هنا إلى أن المقاومة يمكن قياسها عملياً بجهاز يسمى (*ohm-meier*)، وهو كثير الاستخدام في معامل الفيزياء وغيرها.

ونظراً لأهمية هذا القانون - قانون أوم - وكثرة الاستخدامات التطبيقية له، نذكر بالاستنتاجات الأساسية لهذه الفقرة وهي:

1- إن قانون أوم بصيغته المعروفة، هو تأكيد على أن التيار الكهربائي الذي يمكنه أن يمر خلال وسيلة معينة (المقاومة)، يتناسب تناسباً مباشراً مع فرق الجهد بين طرفي هذه الوسيلة (المقاومة).

2- إن قانون أوم يمكننا تطبيقه على ناقل ما، إذا كانت العلاقة (7-9) تُعبر عن مقاومته ($R = V/I$)، حيث إن (R) لا تعتمد على مقدار فرق الجهد بين طرفي الناقل (V).

3- إن قانون أوم يمكننا تطبيقه على ناقل ما، إذا كانت العلاقة (7-11) تُعبر عن مقاومته النوعية ($\rho = E/J$)، حيث إن (ρ) لا تعتمد على مقدار واتجاه المجال الكهربائي (E).

مثال (7-5) Example:

قضيب نحاسي طوله (2 m) وقطره (8 mm)، ومقاومته النوعية تساوي ($1.756 \times 10^{-8} \Omega.m$). أوجد مقاومة القضيب؟

الحل Solution:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ولكن (A) هي مساحة المقطع العرضي للقضيب، وهي بطبيعة الحال عبارة عن دائرة، إذاً:

$$A = \pi r^2$$

حيث $r = 4\text{ mm}$ وهي عبارة عن نصف القطر.

$$\therefore A = \pi (4 \times 10^{-3}\text{ m})^2 = 5.03 \times 10^{-5}\text{ m}^2$$

$$R = 1.756 \times 10^{-8} \Omega.m \frac{2\text{ m}}{5.03 \times 10^{-5}\text{ m}^2}$$

$$R = 7.02 \Omega$$

مثال (7-6): Example

ملف نحاسي معزول تبلغ مقاومته (3.35Ω) عند درجة الحرارة (20°C) .

أوجد مقاومته عند درجة الحرارة (50°C) ، إذا كانت قيمة معامل المقاومة الحراري: $(\alpha = 4.26 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1})$.

الحل Solution:

$$R_t = R_0 (1 + \alpha \Delta t)$$

حيث:

$$R_t = R_{50^\circ\text{C}}$$

$$R_0 = R_{20^\circ\text{C}} = 3.35 \Omega$$

درجة حرارة الغرفة

$$\Delta t = (50 - 20)^\circ\text{C} = (323 - 293) = 30 \text{ K}$$

$$\alpha = 4.26 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$$

$$R_{50^\circ\text{C}} = 3.35 \Omega (1 + 4.26 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1} \times 30 \text{ K}) \\ = 3.392 \Omega$$

بقي لنا ونحن نتداول قانون أوم وبحالاته المختلفة، أن نشير إلى مسألتين مهمتين ذاتي صلة مباشرة بهذا القانون وهما:

1- إن القدرة (P) أو ما يسمى انتقال الطاقة بالنسبة للزمن في جهاز كهربائي عبر فرق جهد (V) يعبر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$P = IV$$

(7-17) تعريف القدرة

حيث إن (P) هي القدرة *power*، و (I) التيار المار خلال دائرة الجهاز الكهربائي، أما (V) فهو فرق الجهد *potential difference* الذي يعمل عليه الجهاز.

2- القدرة الكهربائية المهدورة وهي عموماً تصاحب عمل المقاوم، وهو في هذه الحالة يقوّم مقام الجهاز الكهربائي، ويعبر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

ونقاس القدرة بوحدة الوات (*watt*)، وهو عبارة عن قدرة قوة، أو آلة تنجز شغلاً يساوي جولاً واحداً خلال زمن مقداره ثانية واحدة، أي أن:

$$IW = (IJ/ls)$$

تعريف الوات

حيث إن (P) في هذه الحالة هي القدرة المهدورة أو المفقودة خلال المقاومة *resistive dissipation* وهو ما يسمى بقانون جول للتسخين، ذلك أن الطاقة الكهربائية الكامنة تنتقل إلى شبكات الأيونات *ions lattice* بواسطة الشحنات المنساقفة وتظهر كطاقة طردية داخلية، تحدد علاقتها بالزمن مقدار القدرة المستهلكة.

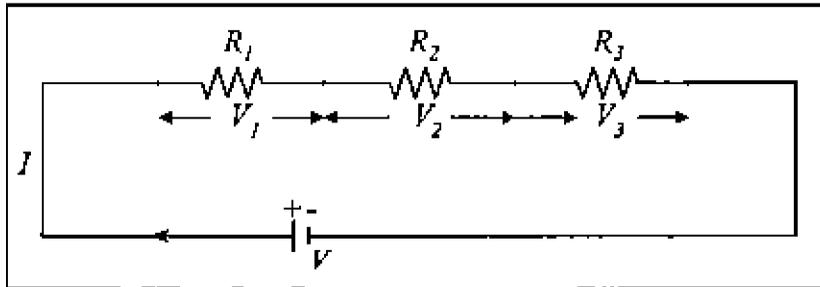
7-6 وصل المقاومات على التوالي والتوازي *Resistors in Series and in Parallel*

غالباً ما نجد في الدوائر الكهربائية مجموعة من المقاومات، يتم وصل بعضها ببعض إما على التوالي وإما على التوازي وأحياناً على الشكلين معاً.

إذا قمنا بوصل مجموعة من المقاومات على التوالي *in series* في دائرة كهربائية فإن التيار الكهربائي لا بد أن يمر في جميع تلك المقاومات، وتكون شدته ثابتة، ويمكننا التأكد من ذلك باستخدام جهاز قياس التيار المعروف، وهو الأميتر *ammeter*، إذ بواسطته سنتأكد أن مقدار التيار يكون في هذه الحالة ثابتاً، أي أن:

$$I = \text{constant}$$

تأمل لشكل (7-6)، ولاحظ ما يأتي:



الشكل (7-6) يبين ثلاث مقاومات موصولة على التوالي *in series* مع فرق للجهد مقداره (V)

ثلاث مقاومات (R_1, R_2, R_3) موصولة على التوالي يمر خلالها التيار (I) ، بينما ينقسم الجهد الكهربائي إلى ثلاثة أجزاء (V_1, V_2, V_3) ، أي أن:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

وينقسم طرقي هذه المعادلة على التيار (I) نجد أن:

$$\frac{V}{I} = \frac{V_1}{I} + \frac{V_2}{I} + \frac{V_3}{I}$$

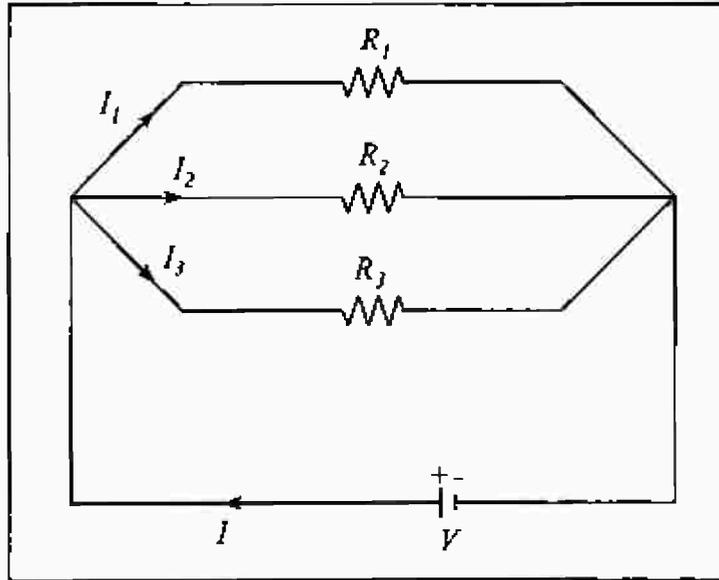
أي أن:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3$$

(7-18) المقاومة المكافئة على التوالي

ومعنى ذلك: أن المقاومة الكلية المكافئة لمجموع المقاومات الموصولة على التوالي تسوي مجموع هذه المقاومات.

وفي حالة وصل مجموعة من المقاومات على التوازي *in parallel* في دائرة كهربائية فلن التيار الكهربائي (I) سوف يجد أمامه مسارات متساوية لعدد مجموعة المقاومات، انظر الشكل (7-7).



الشكل (7-7) يبين مقاومات موصولة على التوازي *in parallel* مع فرق للجهد مقداره (V)

وفي حالة مماثلة لحالة توصيل المقاومات على التوالي، إلا أننا في هذه المرة سوف نقوم بقياس فرق الجهد عبر كل من المقاومات الثلاثة لنتأكد أنها متساوية وفي الوقت نفسه متساوية لفرق الجهد الأصلي الذي يغذي الدائرة، أي أن:

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

إلا أن التيار الكلي (I) هو عبارة عن مجموع التيارات الثلاثة: I_1, I_2, I_3

أي أن:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad \text{قانون كيرشوف الأول}$$

وبقسمة طرفي هذه المعادلة على المقدار الثابت للجهد (V) نجد أن:

$$\frac{I}{V} = \frac{I_1}{V} + \frac{I_2}{V} + \frac{I_3}{V}$$

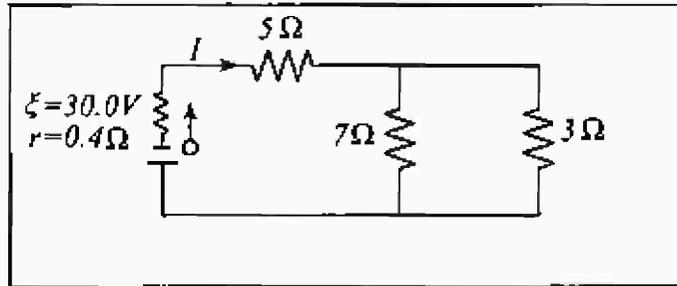
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

(7-19)، المقاومة المكافئة على التوازي

ومعنى ذلك: أن مقلوب المقاومة الكلية المكافئة لمجموع المقاومات الموصولة على التوازي يساوي مجموع مقلوب المقاومات المنفصلة الموصولة على التوازي، أي أننا نحتاج إلى حساب مقلوب كل مقاومة على حدة، ثم نجمع هذه الكميات، ونلاحظ أن هذا المجموع يساوي مقلوب المقاومة المكافئة.

مثال (7-7): Example

لديك الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (7-8).



الشكل (7-8)، المثال (7-7)

أوجد شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة؟

الحل Solution:

هذا المثال تطبيق مباشر لإيجاد المقاومة المكافئة لحالتي توصيل المقاومات مع بعضها، كما هو تطبيق على قانون أوم، ونلاحظ كذلك وجود المقاومة الداخلية (r) للبطارية، وهذا تذكير بمعادلة الدائرة الكهربائية والآن، بملاحظة المقاومتين (3Ω) و (7Ω) نجد أنهما موصلتان على التوازي، إذن:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{7} = \frac{10}{21}$$

يعطي المقاومة المكافئة لهما.

$$R_{eq} = \frac{21}{10} = 2.1\Omega$$

هذه المقاومة موصولة مع المقاومة الأخرى (5Ω) على التوالي، وبملاحظة المقاومة الداخلية

للبطارية نجد أن المقاومة الكلية في الدائرة هي:

$$R_m = 2.1\Omega + 5\Omega + 0.4\Omega \\ = 7.5\Omega$$

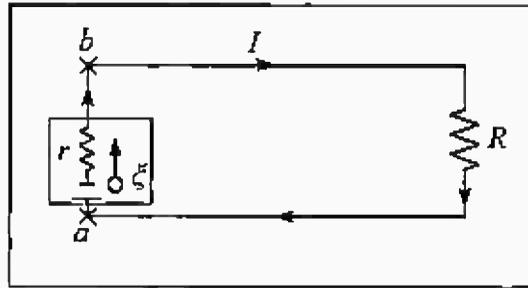
إذن التيار وفقاً لقانون الدائرة الكهربائية يساوي:

$$I = \frac{\xi}{R_m} = \frac{30V}{7.5\Omega} = 4A$$

7-7 معادلة الدائرة الكهربائية *Electric Circuit Equation*:

ما هو المقصود بمعادلة الدائرة الكهربائية؟

لكي تجيب على هذا التساؤل، دعنا نتأمل الشكل (7-9)، الذي يمثل دائرة كهربائية بسيطة.



الشكل (7-9)

عند سريان التيار الكهربائي نجد أن الجهد يخضع لتغيرين اثنين في هذه الدائرة البسيطة.

1- التغير في الجهد بسبب المقاومة الداخلية للمصدر (r).

$$V_r = Ir$$

2- التغير في الجهد عبر المقاومة الخارجية *external resistor*، والتي نطلق عليها مقاومة الحمل.

$$V_R = IR$$

وكما نلاحظ فإن القوة الدافعة الكهربائية في هذه الدائرة هي ξ (Emf)، وبتطبيق قانون الدائرة حول النقطة (a) نجد أن:

$$\xi - Ir - IR = 0$$

قانون كيرشوف الثاني

$$\xi = IR + Ir$$

(7-20)

وهو عبارة عن مجموع فروق الجهد في الدائرة الكهربائية، وعندما نقوم بحل هذه المعادلة من

أجل إيجاد مقدار التيار الكهربائي المار فيها نجد أن:

$$I = \frac{\xi}{(r + R)}$$

(7-21) معادلة الدائرة الكهربائية

والآن إذا اخترنا الجهد عند النقطة (a) مساوياً إلى الصفر فإننا نستطيع تمثيل التغير في فروق الجهد خلال الدائرة على النحو المبين في الشكل (7-10).

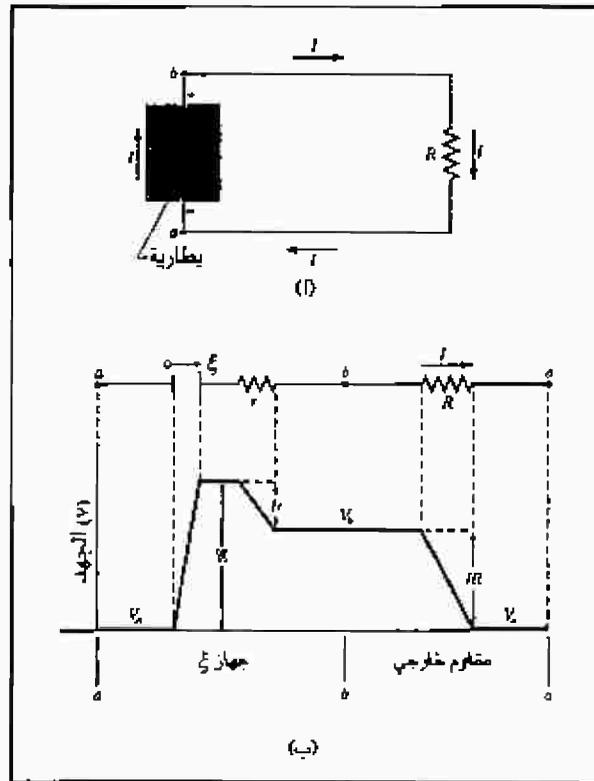
وأما فرق الجهد بين طرفي البطارية فهو:

$$V_b - V_a = \xi - Ir \quad (7-22)$$

والآن، إذا ضربنا طرفي المعادلة (7-20) بمقدار التيار الكهربائي (I) نجد أن:

$$\xi I = I^2 R + I^2 r \quad (7-23)$$

وتفيد هذه العلاقة الرياضية أن قدرة البطارية تتحول في المقاومات إلى قدرة تُفقد على شكل طاقة حرارية *resistive dissipation*.



الشكل (7-10)

وإذا كانت الدائرة الكهربائية مشتملة على عدد معلوم من البطاريات وعدد معلوم من المقاومات الخارجية الموصولة على التوالي فإن المعادلة (7-21) تأخذ الشكل العام الآتي:

$$I = \frac{\sum \xi}{\sum R} \quad (7-24)$$

حيث تشتمل ($\sum R$) على مجموع المقاومات الداخلية للبطاريات والمقاومات الخارجية الموصولة على

التوالي.

مثال (7-8): Example

تبلغ القوة الدافعة الكهربائية لإحدى البطاريات ($\xi = 24V$) ، وتبلغ مقاومتها الداخلية ($r = 1\Omega$) . أما مقدار الحمل ($R=7\Omega$) .

- 1- أوجد حسابياً مقدار التيار الكهربائي المار في الدائرة.
- 2- أوجد حسابياً الفرق في الجهد بين قطبي البطارية.
- 3- أوجد حسابياً مقدار قدرة البطارية.

الحل Solution:

1- من المعادلة الرياضية (7-21) نجد أن التيار هو:

$$I = \frac{\xi}{R+r} = \frac{24V}{(1+7)\Omega} = 3A$$

2- من المعادلة الرياضية (7-22) نجد أن:

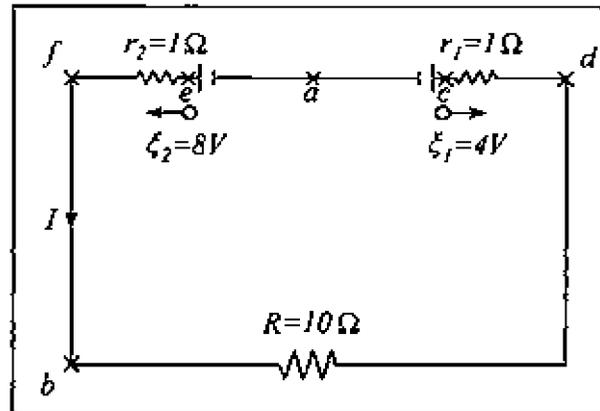
$$\begin{aligned} V_b - V_o &= \xi - Ir \\ &= 24 - (3)(1) = 21V \end{aligned}$$

3- أما قدرة البطارية فهي:

$$P = \xi I = 24 \times 3 = 72 \text{ watt}$$

مثال (7-9): Example

لديك الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل (7-11).



الشكل (7-11)

- 1- أوجد حسابياً شدة التيار الكهربائي المار في هذه الدائرة.
- 2- أوجد حسابياً فرق الجهد بين النقطتين (a) و (b).

الحل Solution:

1- لحساب شدة التيار نلاحظ أن لدينا مصدرين للقوة الدافعة الكهربائية، ولكن:

$$\xi_2 > \xi_1$$

ولهذا فإن التيار الكهربائي سوف يسري من البطارية الثانية مكملاً مساره خلال الدائرة. وعليه فإننا سوف نبدأ بحساب التغيرات في الجهد بدءاً من النقطة (a) باتجاه معاكس لعقارب الساعة إلى أن يعود ثانية إلى ذات النقطة، إذن:

$$\xi_2 - Ir_2 - IR - Ir_1 - \xi_1 = 0$$

$$I = \frac{\xi_2 - \xi_1}{r_1 + r_2 + R} = \frac{(8 - 4)V}{(1 + 1 + 10)\Omega} = \frac{4}{12} = 0.333A \quad (\text{قانون كيرشوف الثاني})$$

2- إن مجموع التغيرات في الجهد بين النقطتين (a) و (b) يساوي فرق الجهد بينهما، أي أن:

(لاحظ أننا نسير بمعكس اتجاه التيار).

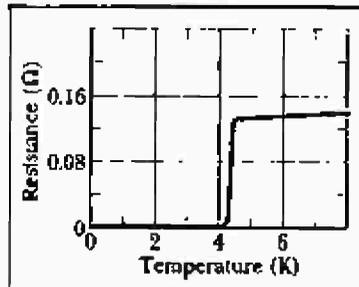
$$\begin{aligned} (V_c - V_a) + (V_d - V_c) + (V_b - V_d) &= V_{ba} \\ \left. \begin{aligned} (V_c - V_a) &= \xi_1 \\ (V_d - V_c) &= Ir_1 \\ (V_b - V_d) &= IR \end{aligned} \right\} 4 + (0.333)(1) + (0.333)(10) &= 7.663V \\ \therefore V_{ba} &= -7.663 \end{aligned}$$

وإذا ما سرنا باتجاه التيار فإن:

$$\begin{aligned} (V_c - V_a) + (V_b - V_c) &= V_{ba} \\ \left. \begin{aligned} (V_c - V_a) &= \xi_2 \\ (V_b - V_c) &= -Ir_2 \end{aligned} \right\} 8 - (0.333)I &= 7.663V \\ \therefore V_{ba} &= -7.663V \end{aligned}$$

7-8 فوق التوصيل أو فرط التوصيل Super Conductivity:

تمكن العالم الألماني الفيزيائي Kammerlingh Onnes من اكتشاف أن المقاومة النوعية للزئبق تختفي تماماً وتعتمد قيمتها عند درجة الحرارة المقاربة للمقدار (4 K)، انظر الشكل (7-11).



الشكل (7-11) يبين كيف أن مقاومة الزئبق تنخفض

إلى الصفر عند درجة الحرارة (4 K) ويكون الزئبق عندها صلباً

ولهذه الظاهرة أهمية استثنائية في عالم التكنولوجيا، وذلك أن الشحنات الكهربائية يمكنها المرور في هذه الحالة *super conductivity* دون أن تفقد أي جزء من المقدار (I^2R) في معادلة القدرة الكهربائية وفقاً للمعادلة المعروفة ($W = I^2Rt$) والتي تسمى قانون جول للتسخين. كما أن التصدير هو الآخر تتلاشى مقاومته النوعية عند درجة الحرارة (7.2 K)، وعلى وجه العموم فإن جميع المعادن تقترب مقاومتها النوعية من الصفر كلما اقتربت درجة الحرارة من الصفر المطلق.

ومن الغريب جداً ونحن نتداول هذه الظاهرة *super conductivity* أن نذكر بأنه في عام 1986م لوحظ أن مركباً من مادة السيراميك *Ceramic*، وهو مادة عازلة، يمتلك هذه الخاصية تسبها عند درجة الحرارة (125 K).

وخلاصة القول: إن المواد التي تمتاز بصفة فرط التوصيل تفقد مقاومتها الكهربائية فقداً تاماً عند درجات الحرارة المنخفضة *low temperature*، كما أن البحوث الحديثة تشير إلى أن المسألة ليست مقتصرة على درجات الحرارة المنخفضة، بل قد تحصل الظاهرة نفسها عند درجات حرارة مرتفعة نسبياً تؤدي إلى حصولها في درجة حرارة الغرفة مثلاً، وعلى أسوأ الاحتمالات عند درجة حرارة النيتروجين السائل وهي (77 K).

مسائل عامة محلولة Solved problems

7-1 سلك من النحاس نصف قطره (0.9 mm) يمر خلاله تيار كهربائي مقداره (1.3 A).

أوجد حسابياً سرعة الانجراف (\vec{v}_d) للإلكترونات الناقلة إذا علمت أن عدد الإلكترونات الناقلة يساوي ($8.47 \times 10^{28} \text{ (m}^{-3}\text{)}$).

الحل:

إن سرعة انجراف (تدفق) الإلكترونات يمكن إيجادها من العلاقة:

$$v_d = \frac{J}{ne}$$

$$J = \frac{I}{A} = \frac{1.3A}{\pi(0.9 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 5.1 \times 10^5 \text{ (A/m}^2\text{)}$$

لاحظ هنا أن مساحة المقطع (A) هي عبارة عن مساحة دائرة:

$$A = \pi r^2$$

$$\begin{aligned} \therefore v_d &= \frac{5.1 \times 10^5 \text{ (A/m}^2\text{)}}{\left(8.47 \times 10^{28} \frac{\text{electrons}}{\text{m}^3}\right) \left(1.6 \times 10^{-19} \frac{\text{C}}{\text{electrons}}\right)} \\ &= 3.8 \times 10^{-3} \text{ (m/s)} \\ &= 3.8 \times 10^{-3} \text{ (cm/s)} \end{aligned}$$

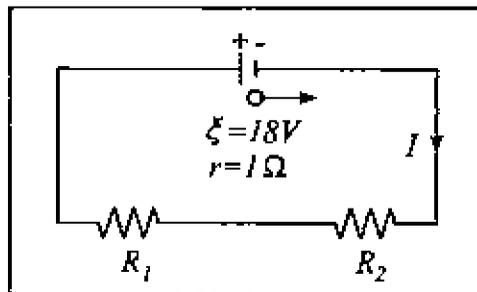
7-2 مقاومتان ($R_1 = 12 \Omega$) و ($R_2 = 5 \Omega$) قمنا بوصلهما على التوالي، انظر الشكل (7-13).

بطارية قوتها الدافعة الكهربائية ($\xi = 18V$)، ومقاومتها الداخلية ($r = 1 \Omega$).

1- أوجد حسابياً مقدار التيار المار في الدائرة.

2- أوجد حسابياً مقدار الجهد بين طرفي كل مقاومة.

3- أوجد حسابياً مقدار فرق الجهد الطرفي للبطارية عندما تقوم بإرسال التيار الكهربائي.



الشكل (7-13) الامتحان الذاتي الثاني

الحل:

-1

$$I = \frac{\sum \xi}{\sum R}$$

$$= \frac{18V}{(12 + 5 + 1)\Omega} = \frac{18V}{18\Omega}$$

$$= 1A$$

-2

$$V_1 = IR_1 = (1A) \times (12\Omega) = 12 \text{ volt}$$

$$V_2 = IR_2 = (1A) \times (5\Omega) = 5 \text{ volt}$$

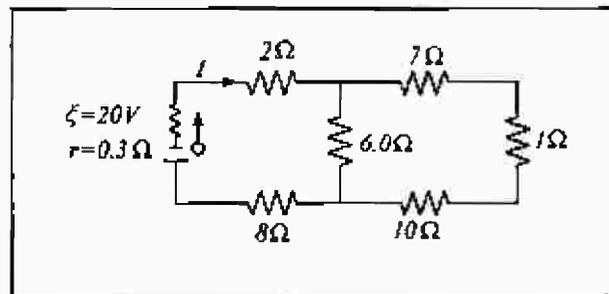
3- فرق الجهد الطرفي، هو القيمة الحقيقية لفرق الجهد بين قطبي البطارية في حالة إرسالها للتيار الكهربائي، إذ يتم من الناحية العملية فقدان مقدار من الجهد داخل البطارية عندما ترسل التيار الكهربائي بسبب مقاومتها الداخلية، نلاحظ أن المقاومة الداخلية في هذه المسألة هي (r) وتساوي (1Ω) .

$$V_{ob} = \text{فرق الجهد الطرفي} \leftarrow$$

$$V_{ob} = \xi - Ir$$

$$= 18V - (1A)(1\Omega) = 17 \text{ volt}$$

7-3 لديك الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (7-14):



الشكل (7-14) الامتحان الذاتي الثالث

1- أوجد شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة؟

2- أوجد التيار والجهد الكهربائي عند كل مقاومة؟

الحل:

كل من المقاومات (7Ω) و (1Ω) و (10Ω) موصولة على التوالي، إذاً، المقاومة المكافئة لها هي:

$$7 + 1 + 10 = 18\Omega$$

وهي موصولة على التوازي مع المقاومة ($6\ \Omega$) ومحصلتها:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{6} = \frac{24}{108}$$

$$R_{eq} = \frac{108}{24} = 4.5\ \Omega$$

وهي، أي (R_{eq}) موصولة على التوالي مع كلٍ من المقاومات ($0.3\ \Omega, 8\ \Omega, 2\ \Omega$).

$$R_{tot} = 4.5\ \Omega + 2\ \Omega + 8\ \Omega + 0.3\ \Omega = 14.8\ \Omega$$

$$I = \frac{\xi}{R_{tot}} = \frac{20V}{14.8\ \Omega} = 1.35\ A$$

7-4 سلك ناقل يبلغ طوله ($10\ m$) كما يبلغ نصف قطره ($5\ mm$) ، أما مقاومته النوعية فتساوي ($1.62 \times 10^{-8}\ \Omega.m$) ، وعدد الإلكترونات لوحدة الحجم تساوي ($5.9 \times 10^{28}\ m^{-3}$) ، فإذا مرّ خلاله تيار كهربائي مقداره ($1.5\ A$) ، أوجد حسابياً كلاً من:

1- كثافة التيار الكهربائي خلاله.

2- سرعة انسياب الإلكترونات خلاله.

3- شدة المجال الكهربائي حول هذا الناقل.

4- مقاومة الناقل.

5- ناقلية (موصلية) هذا الناقل.

الحل:

1- إنَّ كثافة التيار الكهربائي المار خلال السلك هي:

$$J = \frac{I}{A}$$

$$A = \pi r^2 = \pi (5 \times 10^{-3}\ m)^2 = 7.854 \times 10^{-5}\ m^2$$

$$J = \frac{1.5\ A}{7.854 \times 10^{-5}\ m^2} = 1.9 \times 10^4\ (A/m^2)$$

2- سرعة الانسياب تساوي:

$$v_d = \frac{J}{ne}$$

$$= \frac{1.9 \times 10^4\ (A/m^2)}{(5.9 \times 10^{28}\ m^{-3})(1.6 \times 10^{-19}\ C)} = 2.023 \times 10^{-6}\ (m/s)$$

3- شدة المجال الكهربائي تساوي:

$$\begin{aligned} E &= \rho J \\ &= (1.62 \times 10^{-8} \Omega.m)(1.9 \times 10^4 A/m^2) \\ &= 3.078 \times 10^{-4} (V/m) \end{aligned}$$

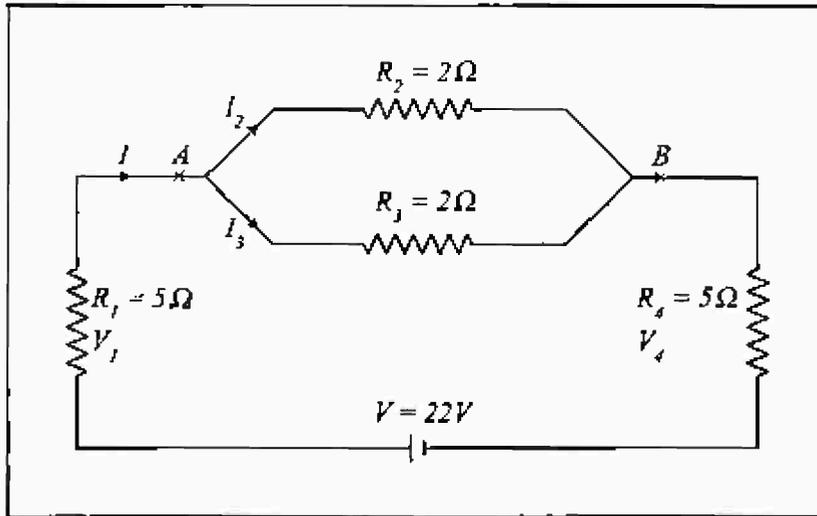
4- مقاومة الناقل هي:

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{L}{A} \\ &= (1.62 \times 10^{-8} \Omega.m) \frac{(10 m)}{(7.854 \times 10^{-3} m^2)} \\ &= 2.063 \times 10^{-3} \Omega \end{aligned}$$

5- أما ناقلية هذا الموصل فهي:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{\rho} \\ &= \frac{1}{(1.62 \times 10^{-8} \Omega.m)} = 6.173 \times 10^7 (\Omega.m)^{-1} \end{aligned}$$

7-5 تأمل الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل (7-15)، ستجد أن بطارية تعطي جهداً مقداره (22V)، تفذي أربع مقاومات.



الشكل (7-15) الامتحان الذاتي الخامس

- 1- أوجد حسابياً مقدار شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة.
- 2- أوجد حسابياً مقدار شدة التيار الكهربائي المار في المقاومة (R_3).
- 3- أوجد حسابياً مقدار المقاومة النوعية للمقاومة (R_4)، إذا علمت أنها مصنوعة من سلك طوله (1m)، ونصف قطره (2mm).

الحل:

1- نلاحظ أن المقاومتين (R_2) و (R_3) مربوطتان على التوازي، والمقاومة المكافئة لهما هي:

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{eq}} &= \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \\ &= \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega} = \frac{2}{2\Omega} \\ \therefore R_{eq} &= 1\Omega\end{aligned}$$

نلاحظ أن مجموع المقاومات في الدائرة هو:

$$\begin{aligned}R &= R_1 + R_{eq} + R_4 \\ &= 5\Omega + 1\Omega + 5\Omega = 11\Omega \\ \therefore I &= \frac{V}{R} = \frac{22V}{11V} = 2A\end{aligned}$$

2- لحساب مقدار شدة التيار المار في المقاومة (R_3) نحتاج إلى معرفة فرق الجهد بين النقطتين (A) و (B)، حيث يمكن حسابه على الشكل الآتي:

$$\begin{aligned}V_{AB} &= I R_{eq} = \left(\frac{V}{R_1 + R_{eq} + R_4} \right) R_{eq} \\ &= 2A(1\Omega) = 2V \\ \therefore I_3 &= \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{2V}{2\Omega} = 1A\end{aligned}$$

3- أما مقدار المقاومة النوعية للمقاومة (R_4)، فيمكننا حسابه من العلاقة الرياضية بين المقاومة والمقاومة النوعية، على النحو الآتي:

$$\rho = R \frac{A}{L}$$

حيث إن:

$$R = 5\Omega$$

$$L = 1m$$

$$A = \pi r^2 = \pi (2 \times 10^{-3} m)^2 = 1.26 \times 10^{-5} m^2$$

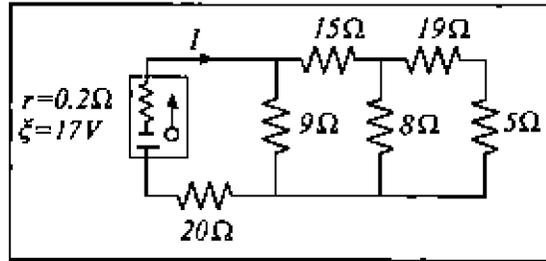
$$\rho = (5\Omega) \frac{(1.26 \times 10^{-5} m^2)}{1m}$$

$$= 6.28 \times 10^{-5} \Omega \cdot m$$

مسائل وتمارين الفصل السابع

Chapter Seven Exercises & Problems

7-1 لديك الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (7-16).



الشكل (7-16)، مسألة (7-1)

أوجد شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة؟

7-2 مقاومتان (12Ω) و (2.4Ω) موصولتان على التوالي بطرف مولد كهربائي، مقاومته الداخلية

($r = 0.6 \Omega$) ويعطي قوة دافعة كهربائية مقدارها ($\mathcal{E} = 75 \text{ V}$) أوجد:

1- التيار الكهربائي المار في الدائرة.

2- الجهد في الجهد عبر المقاومة (2.4Ω).

3- الجهد في الجهد عبر المقاومة (12Ω).

4- قراءة فولتميتر موصول عبر طرفي المولد إذا كانت الدائرة مفتوحة.

7-3 يبلغ فرق الجهد الطرفي لبطارية جافة (1.41 V)، ترسل تياراً قدره (2 A)، أوجد مقدار مقاومتها

الداخلية إذا كان فرق الجهد يساوي (1.59 V) عندما تكون الدائرة مفتوحة؟

7-4 يبلغ مقدار مقاومة ملف موصول على التوالي مع مصباح كهربائي (5Ω).

أوجد مقدار مقاومة المصباح الكهربائي إذا كانت شدة التيار المار فيه (4 A)، وذلك عندما

تُوصَل المجموعة بمصدر فولتية مقدارها (100 V)؟

7-5 مولد قوته الدافعة الكهربائية تساوي (120 V)، وفرق جهده الطرفي (110 V).

كم هو مقدار مقاومته الداخلية عندما يرسل تياراً قدره (20 A)؟

7-6 حزمة من الأيونات الموجبة، مضاعفة الشحنة الكهربائية، تحتوي على (2×10^8) من الشحنات لكل واحد سنتيمتر مكعب، تتحرك جميعها باتجاه الشمال بسرعة قدرها $(1 \times 10^3 \text{ m/s})$.

أوجد حسابياً كثافة التيار الكهربائي (J).

7-7 سلك من النحاس يبلغ نصف قطره (1.5 mm) وطوله (10 m) ، يسري خلاله تيار مقداره $(2.4 \times 10^{-8} \text{ A})$. إذا كان عدد الإلكترونات لوحدة الحجم يساوي $(8.47 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})$ وشحنة الإلكترون تساوي $(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$

أوجد حسابياً كل من:

1- كثافة التيار الكهربائي (J).

2- سرعة انجراف الإلكترونات داخل السلك.

3- إذا كان مقدار المجال الكهربائي حول الناقل يساوي $(6 \times 10^4 \text{ V/m})$ ، اوجد مقدار المقاومة الكهربائية لهذا الناقل.

7-8 قريباً من السطح، تبلغ كثافة البروتونات في الرياح الناشئة عن الشمس (8.70 cm^{-3}) وسرعتها (470 km/s) .

1- أوجد حسابياً كثافة التيار الكهربائي (J) لهذه البروتونات.

2- افرض أن المجال المغناطيسي للأرض لا يقوم بعملية إبعادها والتخلص من التيار الكهربائي الذي تسببه، أوجد محصلة التيار الكهربائي الذي ستلقاه الأرض. نصف قطر الأرض يساوي $(6.37 \times 10^6 \text{ m})$.

7-9 سكة عربة مصنوعة من الفولاذ، يبلغ مساحة مقطعها (56 cm^2) .

أوجد مقدار مقاومة مسافة قدرها (10 km) من هذه السكة إذا كانت المقاومة النوعية للفولاذ resistivity تساوي $(3 \times 10^{-7} \Omega \text{ m})$.

7-10 سلك مصنوع من مادة ناقلة للتيار الكهربائي، نصف قطره (0.5 mm) ، وطوله (4 m) ، أما مقاومته resistance فتساوي $(25 \text{ m}\Omega)$.

أوجد مقدار المقاومة النوعية لهذه المادة.

7-11 سلك مقاومته (6Ω) ، أجريت عليه عملية سحب بحيث ازداد طوله إلى ثلاثة أضعاف طوله الأصلي حيث لم تتغير كل من مقاومته النوعية وكتافته.

كم هي مقاومة السلك الجديد؟ أوجد ذلك حسابياً.

7-12 راديو ترانزستور صغير يعمل بفولتية مقدارها (9 V) وتبلغ قدرته (7 W) ، بقي يعمل لمدة (4 h) .

كم هو مقدار الشحنة الكهربائية التي استهلكها؟ أوجد ذلك حسابياً.

7-13 عند مرور تيار كهربائي مقداره (3 A) تتولد طاقة حرارية في المقاوم الناقل لهذا التيار مقدارها (100 W) .

أوجد مقدار مقاومة هذا الناقل.

مسائل اختيارية

Optional Problems

- 7-1 تبلغ مقاومة لفات آلة مصنوعة من النحاس عندما تكون متوقفة عن العمل (50Ω) عند درجة الحرارة ($20^\circ C$)، بلغت هذه المقاومة (58Ω) بعدما عمل محركها لعدة ساعات. أوجد درجة الحرارة عند هذه المقاومة إذا كانت المقاومة النوعية للنحاس تساوي ($1.69 \times 10^{-8} \Omega.m$)، ومعاملها الحراري عند ($20^\circ C$) ($4.3 \times 10^{-3} K^{-1}$) على التوالي.
- 7-2 حزمة ثابتة من أشعة ألفا $alpha\ particles$ شحنة الواحدة منها ($q = 2e$)، تسير بطاقة حركية ثابتة مقدارها ($20\ MeV$)، وتيار كهربائي ثابت مقداره ($0.25\ A$).
- 1- إذا كانت الحزمة متوجهة إلى سطح مستو وبشكل عمودي عليه، كم عدد جزيئات أشعة ألفا التي سوف تصطدم بهذا السطح خلال زمن قدره ($3\ s$)؟
- 2- أوجد عدد جزيئات أشعة ألفا في مسار طوله ($20\ cm$) عند أية لحظة.
- 3- أوجد مقدار فرق الجهد الذي يجب تسليطه لتعجيل جزيئات أشعة ألفا كي تستطيع امتلاك طاقة حركية مقدارها ($20\ MeV$).
- ملاحظة: $1\ eV = 1.6 \times 10^{-19}\ J$.
- 7-3 استُخدم فرق جهد مقداره ($1.2\ V$) بين طرفي سلك نحاسي طوله ($33\ m$) وقطره ($0.1\ cm$)، أوجد كلاً من:
- 1- مقدار التيار الكهربائي المار في السلك.
 - 2- كثافة التيار الكهربائي المار في السلك.
 - 3- شدة المجال الكهربائي الذي يؤثر على السلك.
 - 4- مقدار القدرة الحرارية المهدورة نتيجة لمرور التيار الكهربائي.
- ملاحظة: المقاومة النوعية للنحاس عند درجة حرارة الغرفة تساوي ($1.69 \times 10^{-8} \Omega.m$).

الخلاصة Summary

- شدة التيار الكهربائي *Electric Current Intensity*: هي مقدار الشحنة الكهربائية (q) التي تعبر مقطعاً محدداً من الناقل خلال وحدة الزمن (t)، والرمز الشائع لشدة التيار الكهربائي هو (I)، وهي كمية عددية:

$$I(A) = \frac{q(C)}{t(s)}$$

- كثافة التيار الكهربائي *Electric Current density*: هي مقدار الشحنة الكهربائية (q) التي تعبر وحدة المساحة (A) خلال وحدة الزمن، أو بعبارة أخرى هي مقدار التيار الكهربائي (I) الذي يعبر وحدة المساحة (A)، وهي كمية اتجاهية:

$$\vec{J}(A.m^{-2}) = \frac{I(A)}{A(m^2)}$$

- المقاومة *Resistance*: هي النسبة العددية بين فرق الجهد (V) مقاساً بالفولت لعنصر كهربائي وشدة التيار الكهربائي المار خلاله (I) مقاساً بالأمبير:

$$R(ohm) = \frac{V(volt)}{I(ampere)}$$

- ويمكننا إيجاد المقاومة المكافئة (R_{eq}) لمجموعة من المقاومات المتوصولة على التوالي من القانون:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

- كما يمكننا إيجاد المقاومة المكافئة (R_{eq}) لمجموعة من المقاومات المتوصولة على التوازي من القانون:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

- الأوم *Ohm*: هو وحدة قياس المقاومة في النظام الدولي للقياس (SI)، ويساوي مقاومة عنصر كهربائي يمر خلاله تيار كهربائي مقداره واحد أمبير، إذا سلط بين طرفيه فرق جهد مقداره واحد فولت.

- المقاومة النوعية *Resistivity*: هي مقاومة جزء من مادة العنصر الكهربائي طولها متر واحد، ومساحة مقطعه متر مربع واحد.

$$\rho(\Omega.m) = R(\Omega) \frac{A(m^2)}{L(m)}$$

- العامل الحراري لمقاومة المادة *Heat Coefficient of resistance*: هو عبارة عن الزيادة الحاصلة في مقاومة جزء من المادة عندما ترتفع درجة حرارتها درجة واحدة.

$$\alpha(K^{-1}) = \frac{(R_T - R_0)\Omega}{R_0(\Omega)\Delta T(k)}$$

- سرعة الانجراف *Drift Velocity*: هي عبارة عن سرعة الإلكترونات الحرة في النواقل عند مرور التيار الكهربائي خلالها.

$$v_d(m/s) = \frac{J(A\ m^{-2})}{n(m^{-3})e(C)}$$

- القوة الدافعة الكهربائية *Electro motive force*: هي الشغل اللازم بذله لنقل وحدة الشحنات الكهربائية خلال الدائرة الكهربائية، وتقاس بوحدات فرق الجهد الكهربائي؛ الفولت.
- قانونا كيرشوف *Kirchhoff's rules*:

1- القانون الأول: إن مجموع التيارات الكهربائية التي تدخل أي نقطة تفرع في الدائرة الكهربائية يساوي مجموع التيارات الكهربائية، التي تخرج من النقطة نفسها، وهناك صيغة أخرى لهذا القانون وهي: المجموع الجبري لشدة التيارات الكهربائية عند أي نقطة في الدائرة الكهربائية يساوي الصفر.

$$I = I_1 + I_2 + \dots$$

$$I - I_1 - I_2 - \dots = 0$$

2- القانون الثاني: إن المجموع الجبري للتغيرات الحاصلة في الجهد الكهربائي خلال مسار مغلق في الدائرة الكهربائية يساوي صفرًا، وهناك صيغة أخرى لهذا القانون وهي: إن المجموع الجبري لفرق الجهد بين طرفي كل عنصر في الدائرة الكهربائية المغلقة في ترتيب دوري معين، يساوي المجموع الجبري للقوى الدافعة الكهربائية فيها.

$$\sum \mathcal{E} = \sum \mathcal{V}$$