

الفيزياء الأساسية

للصفوف الأولى الجامعية والكليات التقنية

د. مروان بن أحمد بن محمد الفهاد

ج) مكتبة العبيكان، 1432هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

الفهاد، مروان أحمد

الفيزياء الأساسية / مروان أحمد الفهاد - ط3 - الرياض، 1432هـ

552ص، 20×28سم

ردمك: 7-183-503-603-978

1- الفيزياء 1. العنوان

ديوي: 530 1432/337

رقم الإيداع: 1432/337

ردمك: 7-183-503-603-978

الطبعة الثالثة

طبعة مزيذة ومنقحة

1433هـ/2012م

حقوق الطباعة محفوظة للناسر

التوزيع: مكتبة العبيكان
Obeken

الرياض - العليا

تقاطع طريق الملك فهد مع العويبة

هاتف: 4654424/4160018 فاكس: 4650129

ص.ب: 62807 الرمز 11595

الناسر: مكتبة العبيكان للنشر
Obeken

الرياض - الحمديّة

طريق الأمير تركي بن عبدالمعز الأول

هاتف: 4808654، فاكس: 4808095

ص.ب: 67622 الرمز 11517

جميع الحقوق محفوظة، ولا يسمح الإفادة من هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسحة، سواء أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير والنسخ (فوتوكوبي)، أو التسجيل، أو لتخزين والاسترجاع، دون إذن خطي من الناسر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

إهداء

ما هات هدا أحياء لعز الله ذكرا طهور لهم في جنة الله أحياء

الى الأرواح التي ما فتئت تبعث عبيرها الأخاذ كلما من ذكرها.....

الى تلك التي علمتني الإسلام دونها مدرسة أو جامعة.....

الى تلك التي أحسبها عند الله في عليين.....

الى روح والدي الحبيب

والى روح والدتي الحبيبة..

أهدي هذا الجهد المتواضع

المؤلف

المحتويات

Contents

7	المحتويات
15	مقدمة الطبعة الثالثة
17	الفصل الأول: القياسات في الفيزياء
19	1-1 مقدمة
19	1-2 وحدات القياس
20	1-2-1 النظام المتري
21	1-2-2 النظام الكاوسي
21	1-2-3 النظام البريطاني
21	1-3 وحدات الكميات الأساسية في النظام الدولي
21	1-3-1 المتر
22	1-3-2 الثانية
23	1-3-3 الكيلوغرام
23	1-3-4 الكلفن
23	1-3-5 الأمبير
24	1-3-6 الشمعة
24	1-3-7 المول
24	1-4 الأبعاد
38	مسائل عامة محلولة
42	مسائل وتمارين الفصل الأول
46	مسائل اختيارية
48	الخلاصة
49	الفصل الثاني: الكميات العددية والكميات المتجهة
51	2-1 المقدمة
51	2-2 الكميات القياسية
51	2-3 الكميات المتجهة
53	2-4 جمع المتجهات بطريقة الرسم البياني
56	2-4-1 خصائص جمع المتجهات
57	2-4-2 طرح المتجهات

58	2-5 المتجهات ومركباتها
62	2-6 متجهات الوحدة
64	2-7 جمع الكميات المتجهة بطريقة جمع مركباتها
65	2-8 ضرب الكميات المتجهة
65	2-8-1 الضرب القياسي
70	2-8-2 الضرب الاتجاهي
73	مسائل عامة محلولة
78	مسائل وتمارين الفصل الثاني
83	مسائل اختيارية
84	الخلاصة
87	الفصل الثالث: القوة والحركة
89	3-1 المقدمة
89	3-2 الإزاحة
90	3-3 السرعة المتوسطة
91	3-4 السرعة اللحظية
92	3-5 التسارع
93	3-6 معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت
97	3-7 قانون نيوتن الأول في الحركة
98	3-8 قانون نيوتن الثاني في الحركة
101	3-9 الوزن
103	3-10 قانون نيوتن الثالث
104	3-11 الاحتكاك
104	3-11-1 الاحتكاك على سطح أفقي
106	3-11-2 الاحتكاك على مستوى مائل
110	مسائل عامة محلولة
112	مسائل وتمارين الفصل الثالث
115	الخلاصة
117	الفصل الرابع: الشغل والطاقة
119	4-1 المقدمة
119	4-2 الشغل
122	4-3 الطاقة الحركية
124	4-4 الطاقة الكامنة
126	4-5 القدرة

128	4-6 حفظ الطاقة
133	4-7 كمية الزخم الخطي
135	4-8 قانون حفظ كمية الزخم الخطي
137	مسائل عامة محلولة
141	مسائل وتعاريف الفصل الرابع
143	مسائل اختيارية
146	الخلاصة
149	الفصل الخامس: مفاهيم في درجة الحرارة وكمية الحرارة
151	5-1 مقدمة
151	5-2 مفهوم درجة الحرارة
152	5-3 قانون الصفر في الديناميكا الحرارية
153	5-4 قياس درجة الحرارة
155	5-5 مقياس سليزيوس ومقياس فهرنهايت
157	5-6 التمدد الحراري للأجسام الصلبة
158	5-6-1 التمدد الطولي
160	5-6-2 التمدد السطحي
162	5-6-3 التمدد الحجمي للجوامد والسوائل
162	5-7 امتصاص الحرارة بواسطة الأجسام الصلبة والسائلة
164	5-7-1 السعة الحرارية
165	5-7-2 السعة الحرارية النوعية
165	5-7-3 الحرارة النوعية المولية (المولية)
166	5-7-4 حرارة التحول
168	5-8 القانون الأول في الديناميكا الحرارية
170	5-9 انتقال الحرارة
170	5-9-1 انتقال الحرارة بالتوصيل
174	5-9-2 انتقال الحرارة بالحمل
175	5-9-3 انتقال الحرارة بالإشعاع
178	مسائل عامة محلولة
180	مسائل وتعاريف الفصل الخامس
182	الخلاصة
187	الفصل السادس: الكهرباء الساكنة
189	6-1 المقدمة
189	6-2 الشحنة الكهربائية

191	6-3 قانون كولوم
196	6-4 المجال الكهربائي
199	6-5 المجال الكهربائي الناشئ عن شحنة نقطية
200	6-6 الجهد الكهربائي
204	6-7 السعة الكهربائية
206	6-8 توصيل المكثفات على التوازي
208	6-9 توصيل المكثفات على التوالي
209	6-10 الطاقة الكهربائية المخزنة في مكثف مشحون
212	مسائل عامة محلولة
217	مسائل وتمارين الفصل السادس
220	مسائل اختيارية
221	الخلاصة
223	الفصل السابع : التيار الكهربائي والدائرة الكهربائية
225	7-1 المقدمة
226	7-2 التيار الكهربائي
229	7-3 كثافة التيار الكهربائي
232	7-4 المقاومة والمقاومة النوعية
237	7-5 قانون أوم
241	7-6 وصل المقاومات على التوالي والتوازي
244	7-7 معادلة الدائرة الكهربائية
247	7-8 فوق التوصيل أو شرط التوصيل
249	مسائل عامة محلولة
254	مسائل وتمارين الفصل السابع
257	مسائل اختيارية
253	الخلاصة
261	الفصل الثامن : التيار المتناوب
263	8-1 المقدمة
263	8-2 القوة الدافعة الكهربائية والتيار المتناوب
265	8-3 ثلاث دوائر بسيطة
265	8-3-1 دائرة مقاومة
266	8-3-2 المكثف في دائرة التيار المتناوب
269	8-3-3 الملف في دائرة التيار المتناوب
273	8-4 دائرة RLC على التوالي

275	8-4-1 ثابت الطور لدائرة.....
276	8-4-2 حالتان محدودتان لدائرة.....
277	8-5 القدرة الكهربائية في دوائر التيار المتناوب.....
281	8-6 المحولة الكهربائية.....
281	8-6-1 متطلبات نقل القدرة الكهربائية.....
282	8-6-2 المحولة النموذجية.....
284	8-6-3 مطابقة الممانعة.....
287	مسائل عامة محلولة.....
289	مسائل وتمارين الفصل الثامن.....
293	الخلاصة.....
295	الفصل التاسع: المجال المغناطيسي
297	9-1 المقدمة.....
297	9-2 للمجال المغناطيسي.....
301	9-2-1 خطوط المجال المغناطيسي.....
302	9-3 لقوة المغناطيسية المؤثرة في سلك يمر به تيار كهربائي.....
305	9-4 المجال المغناطيسي الناشئ عن تيار كهربائي (قانون بيوسافار).....
309	9-5 المجال المغناطيسي للفق حلزوني.....
310	9-6 القوة المتبادلة بين سلكين طويلين جداً.....
313	مسائل عامة محلولة.....
315	مسائل وتمارين الفصل التاسع.....
316	مسائل اختيارية.....
317	الخلاصة.....
319	الفصل العاشر: الموجات الكهرومغناطيسية
321	10-1 المقدمة.....
322	10-2 توليد الأمواج الكهرومغناطيسية.....
324	10-3 انتقال الموجات الكهرومغناطيسية.....
327	10-4 انتقال الطاقة ومتجه هنري بوينتنغ.....
329	10-5 ضغط الإشعاع الكهرومغناطيسي.....
332	10-6 الاستقطاب.....
334	مسائل عامة محلولة.....
341	مسائل وتمارين الفصل العاشر.....
343	الخلاصة.....

345	الفصل الحادي عشر : قانون فراڊاي للحث الكهرومغناطيسي
347	11-1 المقدمة
348	11-2 القوة الكهربائية الحثية وقانون فراڊاي
351	11-3 القوة الدافعة الكهربائية الحثية في ملف دائر
354	11-4 الحث المغناطيسي في دائرة موصلة
357	11-5 القوة الدافعة الكهربائية الحثية والمجال الكهربائي الحثي
360	مسائل عامة محلولة
371	مسائل وتمارين الفصل الحادي عشر
373	الخلاصة
375	الفصل الثاني عشر : أشباه الموصلات
377	12-1 المقدمة
377	12-2 أشربة الطاقة في المواد الصلبة
379	12-3 شبه الموصل النقي
383	12-4 بلورة شبه الموصل من النوع السالب
383	12-5 بلورة شبه الموصل من النوع الموجب
386	12-6 المقاومة الحرارية
387	12-7 وصلة (p-n)
388	12-8 خواص الثنائي البلوري
389	12-8-1 الاستخدام الأول (الانحياز الأمامي)
389	12-8-2 الاستخدام الثاني (الانحياز العكسي)
396	12-9 أنواع الثنائيات البلورية واستخداماتها العملية
397	12-9-1 ثنائي زينر
398	12-9-2 الثنائي ذو المكثف المتغير
399	12-9-3 الثنائي الضوئي
400	12-9-3-1 ثنائي التوصيل الضوئي
400	12-9-3-2 ثنائي الخلية الضوئية
401	12-9-4 الثنائي باعث الضوء
402	12-9-5 الثنائي النفقي أو ثنائي إيزاكي
403	12-9-6 ثنائي الليزر
405	مسائل عامة محلولة
409	مسائل وتمارين الفصل الثاني عشر
410	مسائل اختيارية
411	الخلاصة

413		الفصل الثالث عشر: الخصائص الميكانيكية للمادة
415		13-1 المقدمة
417		13-2 الكثافة
419		13-3 لكثافة النسبية (الوزن النوعي)
423		13-4 لوزن
427		13-5 المرونة
428		13-5-1 قانون هوك
428		13-5-2 الإجهاد
429		13-5-3 الانفعال
434		13-6 الخصائص الميكانيكية للموائع الساكنة
434		13-6-1 ضغط المائع
437		13-6-2 ضغط الغاز
439		13-6-3 معادلة فان دير والز
440		13-6-4 قاعدة أرخميدس
442		13-6-5 قاعدة باسكال
444		13-7 الشد السطحي
446		13-7-1 الطاقة السطحية
448		13-7-2 الضغط الناشئ عن التوتر السطحي
449		13-7-3 التوتر السطحي للأنابيب الشعرية
455		13-8 الانتشار
458		13-9 الخصائص الميكانيكية للموائع المتحركة
459		13-9-1 طريقة بوازيل
462		13-9-2 طريقة ستوك
463		13-9-3 معادلة برنولي
466		مسائل وتمارين الفصل الثالث عشر
471		الخلاصة
473		الفصل الرابع عشر: البصريات الهندسية
475		14-1 المقدمة
476		14-2 الانعكاس والانكسار من السطح المستوي
477		14-2-1 زاوية السقوط
477		14-2-2 زاوية الانعكاس
477		14-2-3 زاوية الانكسار
477		14-2-4 مستوى السقوط
478		14-2-5 قانون الانعكاس

478	14-2-6 قانون الانكسار
483	14-3 الانعكاس الكلي الداخلي
485	14-4 استقطاب الضوء بواسطة الانعكاس
487	14-5 المرايا المستوية
489	14-6 المرايا الكروية
494	14-7 العدسات الرقيقة
501	14-7-1 البعد البؤري لعدستين رقيقتين متلامستين
504	مسائل عامة محلولة
509	مسائل وتمارين الفصل الرابع عشر
512	الخلاصة
513	الفصل الخامس عشر: الفيزياء الحديثة
515	15-1 المقدمة
515	15-2 مشروع أينشتاين
518	15-3 التأثير (الظاهرة) الكهروضوئي
522	15-4 تأثير (ظاهرة) كومبتون
528	15-5 ثابت بلانك
529	15-6 مبدأ التوافق
530	15-7 نظرية بور
535	مسائل عامة محلولة
539	مسائل وتمارين الفصل الخامس عشر
541	الخلاصة
543	الملاحق
545	الملاحق (أ) الثوابت الفيزيائية وعوامل التحويل
546	الملاحق (ب) الإشارات الرياضية ، وحساب قوى الأساس 10 ، والجبر ، والمثلثات
550	الملاحق (ج) الجدول الدوري للعناصر الكيميائية
551	المراجع

مقدمة الطبعة الثالثة

الحمد لله، ربّ خلق الكونّ وسخّره للكائنات، وخصّ الإنسان بنعمة العقل كي يستخدمه في تتأمل والتفكير، وجعل كل ذلك عمقاً عمائداً لمعنى التسبيح: ﴿سُبْحَنَ الَّذِي سَخَّرَ لَنَا هَذَا وَمَا كُنَّا لَهُ مُقْرِنِينَ﴾ [الزخرف: ١١٣]، ﴿وَمَا مَخْلَقَتْ هَذَا بَشِئاً لَّا سُبْحَانَكَ قَوْلًا عَذَابًا ثَارًا﴾ [ال عمران: ١١٩]، وصلى الله وسلّم وبارك على معلم البشرية ورافع راية التوحيد، سيد الخلق محمد وعلى آله وصحبه وسلّم أجمعين.

هذا كتاب الفيزياء الأساسية لطلبة المراحل الأولى الجامعية في مختلف التخصصات العلمية والطبية والصيدلانية والكليات التقنية لمرحلتى الدبلوم والبكالوريوس، وإنني لأرجو الله تبارك وتعالى أن يكون ترجمة لتطلعات وآمال كل من يسعى جاهداً إلى تنمية القوى البشرية وتوفير ما يحتاجه طالب العلم في وطننا الحبيب سعياً إلى تأمين الخبرات والمهارات الفنية لمواكبة التطور العلمي العالمي.

يحتوي هذا الكتاب على خمسة عشر فصلاً، وهي: القياسات في الفيزياء، الكميات العددية والكميات الاتجاهية، قوانين القوة والحركة، الشغل والطاقة، مفاهيم في درجة الحرارة وكمية الحرارة، الكهرباء الساكنة، التيار والكهربائي والدائرة الكهربائية، المجال المغناطيسي، الموجات الكهرومغناطيسية، قانون فاراداي للحث الكهرومغناطيسي، أشباه الموصلات، الخصائص الميكانيكية للمادة، البصريات الهندسية، الفيزياء الحديثة، وهذه الفصول تغطي مقررات الفيزياء الأساسية والتخصصية لمختلف الأقسام التخصصية في الكليات التقنية، كما تغطي مقررات الصفوف الأولى الجامعية.

وإنني إذ أضع هذا الكتاب بين يدي أبنائنا الطلبة وزملائنا المدرسين، أود أن أؤكد على الجوانب الآتية:

١. لقد تمعدت الإيضاح والتبسيط واستخدام كل الوسائل المساعدة على ذلك مثل تفصيل المعادلات الرياضية، استخدام الجداول، استخدام الرسوم، استخدام الأمثلة المحولة، تخصيص بعض المسائل العامة المحولة في نهاية كل فصل، استخدام اللغة الإنكليزية عند اللزوم إلى جانب اللغة العربية دون الحاجة إلى مسرد خاص بالمفردات الإنكليزية في نهاية الكتاب، بالإضافة إلى

مجموعة من المسائل الاختيارية العامة في نهاية بعض الفصول، وأترك لزملائي الأساتذة اختيار ما يسمح به الوقت منها.

2. أود التنبيه إلى أن الملخص الموجود في نهاية كل فصل لا يفني بحال من الأحوال عن مادة الفصل ذاته، إلا أنه مناسب للتركيز والبيان العام، وهو شامل لكنه يبقى موجزاً يحتاج إلى التفصيل الموجود في حيثيات الفصل المقصود.

وأجدها فرصة ملائمة لأؤكد لأبنائنا الطلبة في مقدمة هذا الكتاب بأن علم الفيزياء هو علم أساسي له صلة عميقة وكبيرة بالعلوم الأخرى، وعلى وجه الخصوص العلوم الهندسية، ذ أنها تُعتبر أساساً للعلوم التطبيقية وتقنياتها الحديثة (التقنية الإلكترونية، التقنية الكهربائية، التقنية الميكانيكية، التقنية الكيميائية،...)، كما أنه ذو صلات أساسية مع الاختصاصات الأخرى مثل الطب في مختلف فروع علم الصيدلة، لكل ذلك فإننا نؤكد على ضرورة استيعاب مفاهيمه الأساسية والتعامل معها كمادة تخصصية. كما أن علم الفيزياء هو جهد إنساني متصل عبر التاريخ يتجلى ذلك في جانبه التجريبي، الذي يقوم على الملاحظة ودقتها والقياس وأهميته والتطبيق ومكانته وصولاً إلى الفهم الصحيح والتفسير المناسب والقبول للظواهر الطبيعية.

وأجدها مناسبة طيبة كي أذكر زملائي المدرسين بضرورة إتباع المنهجية العلمية المتمثلة في البحث والحوار والاستقصاء، وبناء المفاهيم الجديدة على المفاهيم السابقة لدى الطالب وإفصاح المجال ضمن ما يسمح به وقت المحاضرة للسرال والاستفسار والحوار كي تكون العملية التعليمية مثيرة ومشوقة، وتحوز على حب الطالب وشففه بها.

وهنا نتصح الإخوة المدرسين باصطحاب ما يتمكنون من الحصول عليه من وسائل الإيضاح الخاصة بكل موضوع إلى قاعة المحاضرة توجيهاً للفائدة، ومن الممكن الاستعانة بالاستفدة بما هو موجود في معامل الفيزياء التجريبية في أماكن تواجدهم لهذا الغرض.

وأخيراً فإنني أمل أن أكون قد وفقني الله إلى تقديم هذا الكتاب بصورة مناسبة ومقبولة، كما أمل من جميع زملائي المدرسين موافاتي بملاحظاتهم، كي أستفيد منها في الطبقات القادمة، تلك أن الكمال لله وحده، وأن العلم غاية إيمانية يسعى إليها ومن أجلها الجميع.

وفق الله الجميع لما يحب ويرضى، وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين.

الرياض 1432هـ

د. مروان بن أحمد بن محمد الفهّاء

القياسات في الفيزياء *Physical Measurements*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يقرر بنفسه أهمية علم القياس في حياتنا العلمية المعاصرة.
- أن يتابع نشوء هذا العلم وتطوره وأن يتنبه إلى الفوائد التي جناها الإنسان منه، ولا سيما في دقة ضبط القياس باستخدام التطور المستمر للتقنيات.
- أن يربط بين علم القياس وحكمة الله سبحانه وتعالى في تسخير مخلوقات هذا الكون لخدمة الإنسان، باعتبارها مصدر الإلهام الإلهي للإنسان في هذا المجال وغيره من المجالات الأخرى.
- أن يعلم بأن النظام الدولي للقياس هو لغة عالمية واحدة يفهمها الجميع، وله دوره الأساسي في صياغة العلاقات المعبرة عن القوانين الفيزيائية.
- أن يجرب بنفسه عملية الربط والمساواة بين وحدات القياس وابعادها في جميع المعادلات والقوانين الفيزيائية.
- أن يميز بين مقادير وحدات الكميات الأساسية في النظام الدولي للقياس ومقادير وحدات الكميات المشتقة، كي يطبق هذا في دراسته التطبيقية والنظرية.

القياسات في الفيزياء

Physical Measurements

1-1 المقدمة Introduction :

إن التعبير عن مقادير الكميات في علم الفيزياء لا بد أن يكون من خلال الأرقام والوحدات المناسبة لها كما أن التمييز بين ما هو قياسي واتجاهي منها يكفي لوصفها وصفاً صحيحاً.

إن علم الفيزياء لم يكن ليصل إلى ما وصل إليه من دور ريادي في تحقيق الإنجازات العلمية والتقنية لو لم يكن علماً دقيقاً منضبطاً، ذلك أن مختلف قوانينه ومعادلاته النظرية والعملية تحتم علينا التعامل مع كميات يتم قياسها والتعبير عنها بدلالة رقم ووحدة قياس مناسبة، متفق عليها ومتساوية مع الكمية المطلوب قياسها. وهذا ما يدفعنا بالضرورة إلى دراسة مسألتين هامتين وهما:

1. الوحدات (وحدات قياس الكميات البعدية) *measurement units of dimensional quantities*.

2. الأبعاد (أو الأسس الرياضية لوحدات القياس) *units dimensions*.

وهاتين المسألتين هما مضمون هذه الوحدة التعليمية، إذ أننا سنقدم من خلالها التعريف العلمي للوحدات المعيارية للنظام الدولي للقياس، وسنوضح مفهومها ودلالاتها البعدية، وبعد ذلك نبين ضرورة التساوي بين وحدات القياس وأبعادها، وفوائد كل ذلك في الاستخدامات التطبيقية والنظرية.

1-2 وحدات القياس المعيارية *Measurement Units Standard* :

عندما نتناول موضوع وحدات القياس وهو بلا شك موضوع أساسي في العلوم النظرية والتطبيقية لا بد من التأكيد على أن الوحدات الثلاثة الأساسية: المتر، الكيلوغرام، الثانية، هي وحدات القياس المعيارية للكميات الأساسية الثلاثة الطول، الكتلة، الزمن، والمتداولة في دراسة علم الميكانيكا، قد تم زيادتها لاستكمال وحدات النظام الدولي للقياس ليكون شاملاً لباقي الفروع العلمية كالكهرباء والديناميكا الحرارية وغيرها، وذلك بإضافة أربع كميات أساسية أخرى وهي: الكلفن، الأمبير، الشمعة، المول، وهي وحدات القياس المعيارية للكميات الأربع الأساسية الأخرى، درجة الحرارة، التيار الكهربائي، شدة الإضاءة، كمية المادة انظر الجدول (1-1). بعد ذلك تمت إضافة الرديان والستراديان كوحدات معيارية لقياس كل من الزاوية المستوية الزاوية المجسمة. انظر الجدول الملحق (1-1). إن مجمل هذه الوحدات المعيارية السبعة هو ما يعرف بالنظام الدولي للقياس

International System، واختصاراً *(SI)* وذلك عن التعبير الفرنسي *System International*.

هذا ما قرره المكتب الدولي للمقاييس والموازين باعتباره الجهة الدولية المسؤولة عن هذه العملية، ومقره في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية

باريس واسمه الكامل *International bureau of weight and measures*، وهو دون شك قد سهل اعتماد وحدات هذا النظام على مستوى دولي، وبالتالي استخدامها في الكتب والمراجع العلمية.

الكمية	Quantity	الوحدة	(SI) Unit	الرمز	Symbol
الطول	Length [L]	المتر	meter	م	m
الكتلة	Mass [M]	الكيلوغرام	kilogram	كج	kg
الزمن	Time [T]	الثانية	second	ث	s
درجة الحرارة	thermodynamics temperature [T]	الكلفن	kelvin	ك	K
شدة التيار	electric current [A]	الأمبير	ampere	أمبير	A
قوة الإضاءة	Luminous [Cd]	الشمعة	candela	الشمعة	cd
كمية المادة	Amount of substance [Mol]	المول	mole	مول	mol

الجدول (1-1) يبين وحدات قياس الكميات الأساسية للنظام الدولي^٦

الكمية	Quantity	الوحدة	(SI) Unit	الرمز	Symbol
الزاوية المستوية	plane angle	راديان	radian	راد	Rad
الزاوية المجسمة	solid angle	ستراديان	steradian	ستي راد	sr.

الجدول (1-1 أ) يبين الوحدات المكملة للوحدات الأساسية

وقد شاع استخدام ثلاثة أنظمة معيارية في مجال القياسات وهي:

1-2-1 النظام المتري *The Metric System* :

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام، الطول بالمتر والكتلة بالكيلوغرام والزمن بالثانية، وهو البداية الأولية التي تطور منها النظام المذكور في الجدول (1-1)، ويعرف هذا النظام بنظام (MKS system) وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاثة باللغة الانكليزية (Meter, Kilogram, Second) تضاف إليها وحدة قياس درجة الحرارة المعروفة بالكلفن Kelvin، ويشار إليها اختصاراً (K).

^٦ هناك أسماء ورموز لعظم وحدات القياس المشتقة المتداولة علمياً والمتعارف عليها دولياً. انظر الجدول (1-6).

1-2-2 النظام الكاوسي (CGS) *The Gaussian system*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام، الطول بالسنتيمتر والكتلة بالغرام والزمن بالثانية، ومن الواضح أنه يُستخدم مع الكميات الصغيرة مقارنة بنظام (MKS)، ذلك أن السنتيمتر هو جزء من مئة من المتر والغرام هو جزء من ألف من الكيلوغرام.

ينسب هذا النظام إلى العالم Gauss، أما (CGS system) فهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس المستخدمة في هذا النظام باللغة الإنكليزية (Centimeter, Gram, Second) وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام أيضاً بالكلفن (K) مثله في ذلك مثل النظام المتري.

1-2-3 النظام البريطاني (FPS) *The British System*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام: الطول بالقدم، والكتلة بالباوند، والزمن بالثانية، ويعرف هذا النظام بنظام (FPS system) وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاثة باللغة الإنكليزية (Foot, Pound, Second)، وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام بالفهرنهايت *Fahrenheit*.

ومن الجدير بالذكر هنا أن أهمية كلا النظامين الثاني والثالث بدأت تتلاشى تدريجياً مع ازدياد الاهتمام بالنظام الدولي للقياس. كما أن العلاقة التي سبق ذكرها عن النظامين (MKS) و (CGS) تنعكس على طبيعة القوانين الرياضية التي تصف مجموعة القوانين الفيزيائية وذلك حسب نوع النظام المعتمد أثناء اشتقاق تلك القوانين الرياضية. ولأسباب عند حساب الثوابت الخاصة بها.

1-3 وحدات الكميات الأساسية في النظام الدولي (SI) *International System Units*:

مادمنا قد تحدثنا عن الوحدات الأساسية للقياس والوحدات المشتقة أو المركبة لهذا النظام، فإنه من المناسب جداً أن نقدم تعريفات أولية مبسطة عن أهم وحدات القياس في هذا النظام (الطول، الكتلة، الزمن)، إضافة إلى الكلفن والأمبير والشمعة والمول، وذلك لكي تساعد الطالب على الفهم والاستيعاب حيثما مرت معه، ونؤكد أننا سوف نعتمد هذا النظام في جميع وحدات هذا الكتاب، كما نود الإشارة إلى مناسبة وحدات قياس هذا النظام لمختلف الكميات سواء كانت كبيرة أو صغيرة لأنها متعلقة ببعضها البعض بأسس العدد عشرة

1-3-1 المتر *Meter*:

يعتبر المتر *meter* وحدة القياس المعيارية للطول في النظام الدولي (SI) ويمكن استخدامه في مختلف أقسام وفروع الفيزياء، والعلوم القياسية الأخرى، ولقد كان تعريف المتر لأول مرة على أنه

جزء واحد من عشرة ملايين جزء من المسافة الفاصلة بين أحد قطبي الكرة الأرضية وخط الاستواء على امتداد خط الطول المار بمدينة باريس، وذلك في العام 1799م.

$$1 \text{ meter} = \frac{1}{10^7 (\text{pole} - \text{equator}) \text{ distance}} = \frac{1}{10^7 (\text{المسافة بين القطب وخط الاستواء})}$$

وهذا يعني أن المسافة المذكورة بين قطب الكرة الأرضية وخط الاستواء (10^7 meter). كما أنه من النتائج اللطيفة لهذا القياس أن محيط الكرة الأرضية يساوي ($4 \times 10^7 \text{ meter}$)، أي أربعة أضعاف المسافة الفاصلة بين القطب وخط الاستواء. وعند إعادة القياس بأجهزة أكثر تطوراً، وُجد أن هذا المقدار يقل بحوالي (0.08 mm) عن المقدار المقاس. وتمّ بعدها الاتفاق على المتر كوسيلة قياس معيارية، وهو عبارة عن المسافة بين علامتين ثابتتين عند نهايتي ساق من سبيكة البلاتين والإيريديوم طولها بالتعريف متر واحد، محفوظ في قبو درجة حرارته ثابتة ومضبوطة، بحيث لا يحصل له أي تمدد طولي، وهذا المكان في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس، وتمتثلما لجميع الوحدات المعيارية الأخرى مضاعفات وأجزاء معتمدة دولياً يتم استخدامها لفرض القياس، انظر الجدول (1-5).

أما الآن وبعد التقدم التقني وتوفر الأجهزة العلمية المناسبة لقياس الطول الموجي فقد تمّ اعتماد تعريف المتر المعياري، وأهميته سوف نفرد له تعريفاً خاصاً به.

تعريف المتر المعياري * *The Calibrated Meter*: هو مقدار المسافة التي يقطعها الضوء خلال زمن قدره ($1/299792458$) ثانية في الفراغ.

1-3-2 الثانية *Second*:

تعتبر الثانية *second* وحدة قياس الزمن في النظام الدولي (*SI*)، ويمكن استخدامها في مختلف أقسام وفروع الفيزياء، بل في كافة مجالات العلوم الأخرى. لقد تمّ الاتفاق على تعريف الثانية، على أنها الزمن اللازم لإنجاز (9192631770 HZ)ذبذبة في ذرات السيزيوم *cesium atom* (133)، عندما يطرأ عليها تحويل ذري محدد. والساعة المعيارية الآن هي عبارة عن ذرة سيزيوم. وللثانية مضاعفات وأجزاء تستخدم وفقاً لطبيعة الزمن المراد قياسه.

أما التعريف القديم للثانية: هي عبارة عن جزء واحد من (86400) جزء من اليوم، أي من مجموع الثواني في اليوم الواحد والبالغ أربعاً وعشرين ساعة يساوي (86400) ثانية، أي أن:

$$1s = (1/60)(1/60)(1/24) = (1/86400)$$

وهو ما يبين أهمية الربط بين الليل والنهار وإدراك مفهوم الزمن وأهميته للإنسان. ملاحظة: لقد تم استبعاد هذا التعريف في العام 1967م.

1-3-3 الكيلوغرام Kilogram:

يعتبر الكيلوغرام الوحدة المعيارية الأساسية لقياس الكتلة في النظام الدولي (SI)، ويمكننا استخدامه في كافة المجالات العلمية والتطبيقية لقياس الكتلة، والكيلوغرام عبارة عن سبيكة مصنوعة من خليط البلاتين والإيريديوم محفوظة في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس، على شكل أسطوانة قطرها يساوي طولها ويساوي (3.9cm). وهناك تعريف آخر للكيلوغرام؛ وهو عبارة عن كتلة ليتر واحد من الماء عند درجة الحرارة ($4^{\circ}C$) وهي الدرجة التي تحصل عندها كثافة الماء إلى أعلى قيمة لها.

أما التعريف الثالث للكيلوغرام؛ فهو كتلة (5.01188×10^{25}) ذرة من الكربون (12)، ويميل الكثير إلى استخدام، هذا التعريف الأخير للكيلوغرام وذلك لدقته، ومن المناسب ذكره أن للكيلوغرام أجزاء ومضاعفات لازالت تستخدم استخدامات خاصة ولا تخضع للأجزاء والمضاعفات المتفق عليها في النظام الدولي وذلك وفقاً لطبيعة الكمية المراد قياسها، ونظراً لشيوع استخدامها فقد تم تخصيص الجدول (1-2) حيث يبين أكثرها استعمالاً.

Name الاسم	Quantity in Kilogram ما يساويه بالكيلوغرام	Symbol الرمز
gram الغرام	$1 \times 10^{-3} \text{ kg}$	G
atomic mass unit وحدة الكتلة الذرية	$1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$	U
ounce أونس	$2.835 \times 10^{-2} \text{ kg}$	Oz
pound باوند، رطل	0.4536 kg	Lb
slug سُلج	14.59 kg	Sl
ton طن	10^3 kg	Ton

الجدول (1-2) أجزاء ومضاعفات خاصة للوحدة الدولية لقياس الكتلة (الكيلوغرام)، وهي شائعة الاستخدام

1-3-4 الكلفن Kelvin:

يعتبر الكلفن الوحدة المعيارية لقياس درجة الحرارة temperature في النظام الدولي (SI)، على مقياس كلفن Kelvin scale الديناميكي الحراري thermodynamics، ويساوي عددياً ($1/273.16$) من درجة الحرارة المطلقة للنقطة الثلاثية للماء، والتي تُعتبر بداية التدرج على مقياس كلفن. والكلفن هو وحدة القياس الرابعة في النظام الدولي للقياس (SI).

1-3-5 الأمبير Ampere:

يعتبر الأمبير الوحدة المعيارية لقياس شدة التيار الكهربائي electric current intensity في النظام الدولي (SI)، وهو مقدار تيار ثابت يبذل قوة مقدارها ($2 \times 10^{-7} N$) لكل متر واحد بين سلكين ناقلين

مستقيمين متوازيين طويلين جدا يمر بهما تياران باتجاهين متعاكسين تفصلهما عن بعضهما مسافة مقدارها متر واحد في الفراغ، حيث أن مساحة مقطع السلكين الدائرية مهملة لصغرهما.

1-3-6 الشمعة *Candella* :

تعتبر الشمعة الوحدة المعيارية لقياس شدة الإضاءة *luminous intensity* في النظام الدولي (SI)، وهي تساوي (1/60) من شدة إضاءة إشعاع جسم أسود *black body radiation* مساحته (1cm^2) عند درجة الحرارة (2045K)، وهي درجة حرارة تجمد البلاتين، والشمعة هي وحدة القياس الأساسية في النظام الدولي للقياس (SI).

1-3-7 المول *Mole* :

يعتبر المول الوحدة المعيارية لقياس كمية المادة *amount of substance*، في النظام الدولي (SI)، وهو عبارة عن كمية المادة الموجودة في نظام يحتوي على عدد من الوحدات الأولية يساوي عدد ذرات الكربون (12) الموجودة في كتلة مقدارها ($12 \times 10^{-3}\text{kg}$) منه، والوحدات الأولية يقصد بها الذرات أو الجزيئات أو الأيونات أو مجموعة تشتمل على كل هذه الأنواع، والمول هو وحدة القياس السابعة في النظام الدولي للقياس (SI).

ويستعان بالمول لتقدير الوحدات المشتقة المسماة بالمقادير الجزيئية مثل الكتلة الجزيئية (kg/mol) والحجم الجزيئي (m^3/mol) والطاقة الداخلية الجزيئية (J/mol) والتركيز الجزيئي (mol/m^3) وغيرها.

وأخيراً نلاحظ من الجدول (1-1) أننا أضفنا كل من الراديان *radian* وهو وحدة قياس الزاوية النصف قطرية المستوية ويساوي (57.3°)، والستيراديان *steradian* وهو وحدة قياس الزاوية النصف قطرية المجسمة. وذلك في النظام الدولي للقياس.

1-4 الأبعاد والوحدات *Dimensions and Units* :

إن الكمية الفيزيائية، بصفة عامة سواء كانت أساسية أو مشتقة توصف من خلال مقدار عددي متبوع بوحدة خاصة به من ذات الجنس، أي متوافقة معه من حيث الوحدات الأساسية والأبعاد، وفي حال تغير النظام المستخدم فإن وحدات القياس سوف تتغير مع بقاء أبعاد الكميات الفيزيائية ثابتة. *dimensional consistency and units consistency*. إن عدد الكميات الأساسية في النظام الدولي سبع، هي: الطول، والكتلة، والزمن، ودرجة الحرارة، وشدة التيار الكهربائي، وشدة الإضاءة، وكمية المادة، وقد تم الاتفاق على التعبير عنها بالأحرف الانكليزية الكبيرة ذات الأقواس المربعة التالية:

$[L]$	الطول	$[K]$	درجة الحرارة
$[M]$	الكتلة	$[A]$	التيار الكهربائي
$[T]$	الزمن	$[Cd]$	شدة الإضاءة
		$[Mol]$	كمية المادة

إن هذه الرموز داخل الأقواس المربعة [] مع أسسها، يطلق عليها الأبعاد، وهي تأخذ أسساً مختلفة عن الأس واحد عندما نستخدمها مع الوحدات المشتقة، تتراوح قيمها ما بين الموجب والسالب مروراً بالقيمة صفر، وهذا ما يظهر جلياً أثناء استخدام نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد في مجالات عديدة والتي يمكن إجمالها بالآتي:

1- التأكد من سلامة وصحة القوانين الفيزيائية.

2- استنتاج بعض القوانين الفيزيائية.

3- استنتاج وحدات الثوابت في القوانين الفيزيائية.

4- التحويل من نظام إلى آخر، كالتحويل من نظام (MKS) إلى (CGS) وبالعكس.

إن الكميات الفيزيائية الأخرى يمكن التعبير عنها بضرب أو قسمة هذه الوحدات السبع، وهي كميات مشتقة، فعلى سبيل المثال، تُعرّف السرعة عندما تكون ثابتة بأنها الإزاحة المقطوعة خلال وحدة الزمن، أي أن السرعة مشتقة من كمية الطول وكمية الزمن، وبعبارة أخرى:

$$v = \frac{x}{t}$$

وعند التعبير عن كل من الكميات بأبعادها نجد:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [L][T]^{-1}$$

فالرمز الموجود داخل المعكوفين [] مع الأس الذي يمثله، يعبر عن بُعد الكمية الفيزيائية، ففي هذا المثال نجد أن $[L]$ وأسه واحد يمثل الإزاحة، أما $[T]$ الموجودة في المقام وأسه (1) واحد يمثل الزمن، ومن الممكن التعبير مجدداً عن السرعة بالشكل الآتي:

$$[L][T]^{-1} = m s^{-1}$$

ذلك أن المتر هو وحدة قياس الطول والثانية هي وحدة قياس الزمن، إذًا:

(m/s) هي وحدة قياس السرعة في النظام الدولي (SI)، وهذا المثال البسيط يوضّح العلاقة

الأساسية بين كل من الوحدات الأساسية وأبعادها.

مثال (1-1): Example

من المعلوم أن النيوتن هو وحدة قياس القوة في النظام الدولي للقياس وهو اسم العالم الفيزيائي المعروف إسحق نيوتن *Isaac Newton*، والنيوتن هو وحدة مشتقة وليست أساسية، بين ذلك مستخدماً قانون نيوتن الثاني في الحركة: $\vec{F} = m\vec{a}$.

القوة *Force* وفقاً لقانون نيوتن الثاني هي:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

نلاحظ في الطرف الأيمن أن (m) كتلة الجسم، ($\vec{a}$) تسارع الجسم وهو عبارة عن تغير السرعة خلال وحدة الزمن، وبما أن وحدة قياس السرعة هي (m/s) ووحدة قياس الزمن هي (s) يكون التسارع:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{(m/s)}{(s)} = (m/s^2)$$

$$m\vec{a} = (kg)(m/s^2)$$

ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل: $[M][L][T]^{-2}$

أما على الطرف الأيسر فإننا نحتاج إلى تعريف النيوتن كوحدة لقياس القوة: (لـقوة التي تكسب كتلة مقدارها ($1kg$) تسارعاً مقداره ($1m/s^2$)) أي أن:

$$\vec{F} = m\vec{a} = (kg)(m/s^2)$$

ونلاحظ أن النيوتن وحدة قياس مشتقة من الكميات الأساسية الثلاثة الكتلة والطول والزمن،

ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل: $[M][L][T]^{-2}$

إذاً: يمكننا الآن أن نعبر عن النيوتن باستخدام الوحدات المعيارية للكميات الأساسية على الشكل: ($kg.m/s^2$) وهكذا يتبين لنا أن النيوتن هو وحدة قياس مشتقة وليست أساسية.

كما يمكننا أن نتأكد من صحة قانون نيوتن الثاني بمقارنة الطرفين الأيمن والأيسر حيث نلاحظ التوافق بين وحدتهما الأساسية.

مثال (1-2): Example

من المعلوم أن الجول هو وحدة قياس الطاقة أو الشغل في النظام الدولي للقياس، وهو عبارة عن القوة مضروبة في الإزاحة، وذلك في حال ثبوت القوة، بين ذلك مستخدماً القانون العام للشغل:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r}$$

حيث ($\vec{F}$) هي القوة و ($\vec{r}$) هي الإزاحة التي عملت خلالها هذه القوة، وهكذا تبدى المسألة على درجة من السهولة، فالشغل مثلاً هو مبين على الطرف الأيمن للقانون: هو عبارة عن حاصل

ضرب القوة في الإزاحة، وهذه هي الصيغة الرياضية العامة للشغل، ويُلاحظ فيها وجود علامة ضرب القياسي لمقدارين فيزيائيين متجهين، إذا:

$$F.r = (kg \frac{m}{s^2})(m) = (kg \frac{m^2}{s^2})$$

ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل: $[M][L]^2[T]^{-2}$

أما على الطرف الأيسر فإن تعريف الجول هو مقدار الشغل المنجز عندما تؤثر قوة مقدارها نيوتن واحد على جسم مسافة واحد متر في نفس اتجاه القوة، أي أن الطرف الأيسر:

$$J = Nm = (kg \frac{m}{s^2})(m) = (kg \frac{m^2}{s^2})$$

ونلاحظ أن الجول وحدة قياس مشتقة من الكميات الثلاثة الكتلة، الطول، الزمن. ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل $[M][L]^2[T]^{-2}$.

كما يمكننا أن نتأكد من صحة قانون جول بمقارنة الطرفين الأيمن والأيسر حيث نلاحظ التوافق بين وحدتهما الأساسية.

وبناءً على ما تقدم فإن الشغل المبذول عند إزاحة جسم يخضع لتأثير قوة مقدارها $(l N)$ مسافة مقدارها $(l m)$ باتجاه القوة هو عبارة عن جول واحد، ولابد من التأكد من مقدار الزاوية بين متجه القوة ومتجه الإزاحة.

أما وحدات قياس الكميات الكهربائية فهي في غالبيتها تحمل أسماء فيزيائيين كبار مثل كولومب *Coulomb* وفولت *Volt* وسواهم، وهي وحدات مشتقة وليست أساسية.

إن الدراسة التفصيلية لأبعاد الوحدات الأساسية تؤكد بشكل قاطع على ضرورة توافقها على طريقة القتون أو المعادلة الرياضية برهاناً أكيداً على صحتها، وعلى الرغم من أننا خصّصنا فقرة لكلٍ منهما على سبيل التوضيح، إلا أنه لابد من التأكيد على ضرورة التوافق والانسجام التام بين الوحدات والأبعاد، وذلك هو مضمون "نظرية العلاقة بين الوحدات والأبعاد" *Dimensions and units theory*. ومفاد هذه النظرية أن طريقة أية معادلة رياضية أو قانون يجب أن يكونا متساويين عند عملية الاشتقاق. أي أننا لابد أن نفهم معنى إشارة المساواة من حيث أبعاد (أسس) الكميات الأساسية التي تظهر على الطرفين بعد اشتقاق التعبير الرياضي بشكله الصحيح، ثم نقارن كل وحدة أساسية من الطرف الأيسر للمعادلة مع ما يقابلها من الطرف الأيمن ولتوضيح ذلك سوف نناقش بعض الأمثلة.

مثال (1-3): Example

اشتق معادلة الطاقة الحركية لجسم مقدار كتلته (m) ويتحرك بسرعة ثابتة مقدارها (v).
مستخدماً نظرية توافق الوحدات الأساسية وأبعادها على طريقة المعادلة، إذا علمت أن ثابت التناسب (C) يساوي ($1/2$)، كما أن الرمز المستخدم للتعبير عن الطاقة الحركية هو K .

الحل Solution:

على وجه العموم يمكننا التعبير عن أي مقدار فيزيائي (A) وفقاً لنظرية الوحدات والأبعاد بالشكل التالي:

$$A = CL^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}$$

حيث أن الأسس (α, β, γ) من الممكن أن تكون أعداداً سالبة أو موجبة أو صغراً، كما يمكن أن تكون أعداداً كسرية، و (C) هو ثابت التناسب ويساوي ($1/2$)، وفي هذا المثال من المعلوم أن وحدة قياس الطاقة الحركية هي الجول، والجول كما هو معلوم في النظام الدولي للقياس، انظر المثال (1-2) عبارة عن:

$$J = kg \left(\frac{m^2}{s^2} \right)$$

$$[M]^1 [LT^{-1}]^2$$

$$\therefore [M]^{\alpha} [L]^{\beta} [T]^{\gamma}$$

أي أن:

$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = -2$$

وهكذا نجد أن:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

حيث:

$$C = (1/2)$$

ولجميع وحدات القياس الدولية المتفق عليها أجزاء ومضاعفات يمكن إجمالها بالجدول (1-3).

Factor معامل الضرب	Prefix البادلة	Symbol الرمز	Factor معامل الضرب	Prefix البادلة	Symbol الرمز
10^{24}	yotta-	يوتا	10^{-24}	yocto	يوكتا
10^{21}	zetta	زيتا	10^{-21}	zepto-	زيبتا
10^{18}	exa-	إكزا	10^{-18}	atto-	أتو

Factor معامل الضرب	Prefix البادئة	Symbol الرمز	Factor معامل الضرب	Prefix البادئة	Symbol الرمز
10^{15}	peta-	P	10^{-15}	femto-	F
10^{12}	tera-	T	10^{-12}	pico-	P
10^9	giga-	G	10^{-9}	nano-	N
10^6	mega-	M	10^{-6}	micro-	μ
10^3	kilo-	k	10^{-3}	milli-	m
10^2	hecto-	h	10^{-2}	centi-	c
10^1	deka-	da	10^{-1}	deci	D

الجدول (1-3) يوضع البدايات التي يمكن إضافتها قبل وحدات النظام الدولي للقياس * *Prefixes for (SI) units*

ويلاحظ من الجدول أن هذه الإضافات الابتدائية *prefixes* تبدأ بالمقدار الكبير جداً يوتا (*yotta*)، وتنتهي بالمقدار الصغير جداً يوكتو (*yocto*). وجميع هذه البدايات يمكن إضافتها إلى الوحدات المعيارية في النظام الدولي (SI).

وأخيراً لا بد من الإشارة إلى أن بعض الكميات الفيزيائية ليس لها وحدات قياس *dimensionless* *units*، ويُكتفى للتعبير عنها بذكر عدد مجرد غير متبوع بوحدة مثل السماحية النسبية للمواد العازلة (ϵ_r) أو الوزن النوعي، وذلك لأنها عبارة عن النسبة بين كميتين فيزيائيتين من النوع نفسه. ولزيد من البيان لأهمية العلاقة بين الوحدات وأبعادها واتباع الأسلوب التحليلي لنظرية الأبعاد *dimensional analysis*، سوف نقدم عدداً من الأمثلة:

مثال (1-4): *Example (1-4)*

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الأساسية وأبعادها لتتأكد من صحة المعادلة العيزيائية الآتية:

$$Q = kA \frac{(T_2 - T_1)}{d} t$$

وذلك باستخدام طريقة تحليل أبعاد الكميات الفيزيائية على طريقة المعادلة حيث إن:

(Q) = تمثل كمية الحرارة المنقولة خلال التوصيل *conducting heat*، k: معامل التوصيل الحراري

thermal conduction coefficient.

جرت العادة على وضع هذا الجدول في الملاحق الخاصة بنهاية الكتاب، إلا أننا رأينا تنوحيماً للقائدة - وضعه ضمن مادة الكتاب وذلك لعدم استخدام الطلاب للملاحق بصفة عامة.

(A) : مساحة سطح التوصيل.

(T_2, T_1) : درجتى الحرارة على جانبي التوصيل.

(t) : زمن التوصيل.

(d) : مسافة التوصيل الحراري.

الحل Solution :

أبعاد وحدات الطاقة هي مكونات الجول من الوحدات الأساسية في النظام اختري ، ويمكن الاستدلال عليه من التعريف العام للجول *Joule* إذن :

$$\begin{aligned} Q &= [M][L]^2[T]^{-2} \\ k &= [M][L][T]^{-3}[K]^{-1} &= \text{معامل التوصيل الحراري} \\ A &= [L]^2 &= \text{مساحة سطح التوصيل} \\ T &= [K] &= \text{درجة الحرارة} \\ d &= [L] &= \text{مسافة التوصيل الحراري} \end{aligned}$$

ولكي تكون المعادلة صحيحة فإن أبعاد وحدات الطرف الأيسر يجب أن تكون مسوية لأبعاد وحدات الطرف الأيمن.

$$\begin{aligned} [M][L]^2[T]^{-2} &= [M][L][T]^{-3}[K]^{-1}[L]^2[K][L]^{-1}[T] \\ [M][L]^2[T]^{-2} &= [M][L]^2[T]^{-2} \end{aligned}$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة.

تعريف الجول: الجول هو الوحدة الأساسية لقياس الشغل أو الطاقة، ويساوي (إلى كمية الشغل الذي تنجزه قوة مقدارها واحد نيوتن تعمل على طول إزاحة مقدارها واحد متر.

مثال (1-5) Example :

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الفيزيائية وأبعادها ، لاشتقاق المعادلة الفيزيائية التي تعبر عن القدرة الكهربائية في دائرة تحتوي مقاومة (R) ويمر فيها تيار كهربائي (I) ، علماً بأن القدرة الكهربائية تتناسب طردياً مع كل من شدة التيار المار ومقدار المقاومة ، وتسمى بالقدرة المقاومة *resistive power* ، واختصاراً يشار إليها بالحرف الإنكليزي (P). إذا علمت أن مقدار ثابت التناسب يساوي $K=I$.

مساعدة: تستطيع الرجوع إلى تعريف كل من الوات، الأوم وذلك بقصد الاستدلال على المكونات الأساسية لهاتين الوحدتين المشتقتين في النظام المتري.

الحل Solution:

من المعلوم أن أبعاد الوحدات الأساسية للمقاومة هي أبعاد الأوم (ننصح باشتقاق وحدة قياس المقاومة باستخدام قانون أوم ($R=V/I$) حيث أن V هو مقدار الجهد الكهربائي، و I هو مقدار التيار الكهربائي:

$$R = [M][L]^2 [T]^{-3} [A]^{-2}$$

أما أبعاد الوحدات الأساسية للقدرة الكهربائية فهي أبعاد الوات:

$$P = [M][L]^2 [T]^{-3}$$

وأخيراً أبعاد الوحدات الأساسية للتيار:

$$I = [A]$$

بما أن القدرة الكهربائية (P) تتناسب تناسباً طردياً مع كل من المقاومة والتيار، إذاً الصيغة الرياضية المعبرة عن ذلك هي:

$$P \propto I^\alpha R^\beta$$

وعند التعبير عن كل كمية بأبعادها نجد أن:

$$\begin{aligned} [M][L]^2 [T]^{-3} &= K [A]^\alpha [M]^\beta [L]^{2\beta} [T]^{-3\beta} [A]^{-2\beta} \\ &= K [A]^{\alpha-2\beta} [M]^\beta [L]^{2\beta} [T]^{-3\beta} \end{aligned}$$

بمقارنة الطرفين نجد أن أس التيار في الطرف الأيسر هو الصفر، أي أن:

$$\alpha - 2\beta = 0$$

$$\alpha = 2\beta$$

وبمقارنة أس $[L]$ في الطرفين نجد أن أس الطول هو (2)، أي أن:

$$2\beta = 2$$

$$\beta = 1$$

$$\alpha = 2$$

ومكناً نجد أن:

$$[M][L]^2 [T]^{-3} = K [A]^2 [M][L]^2 [T]^{-3} [A]^{-2}$$

$$[M][L]^2 [T]^{-3} [A]^{-2} = R$$

$$[A]^2 = I^2$$

وهكذا نجد أن:

$$P = KI^2 R$$

حيث:

$$K = I$$

وتسهيلاً على أبنائنا الطلبة سوف نرتب مجموعة كبيرة من الكميات الفيزيائية لمختلفة مع وحدات قياسها وأبعادها وفقاً للنظام الدولي (SI)، في الجدول (4-1).

الرمز الدولي	الكمية Quantity		الأبعاد Dimensions	شكل الوحدة الأساسي
A	area	المساحة	L^2	m^2
γ	amount of substance	كمية المادة	Mol	mol
α	acceleration	التسارع (العجلة)	LT^{-2}	ms^{-2}
$\hbar$	angular momentum	كمية التحرك الزاوي	$ML^2 T^{-1}$	$kg\ m^2\ s^{-1}$
i	current	شدة التيار	A	A
C	capacitance	السعة	$M^{-1}\ L^{-2}\ T^4\ A^2$	$kg^{-1}\ m^{-2}\ s^4\ A^2$
ρ	mass density	الكثافة الحجمية	ML^{-3}	$kg\ m^{-3}$
U	energy	الطاقة	$ML^2\ T^{-2}$	$kg\ m^2\ s^{-2}$
Q	electric charge	الشحنة الكهربائية	AT	As
ϕ	electric potential	الجهد الكهربائي	$ML^2\ T^{-3}\ A^{-1}$	$kg\ m^2\ s^{-3}\ A^{-1}$
E	electric field strength	شدة المجال الكهربائي	$MLT^{-3}\ A^{-1}$	$kgms^{-3}\ A^{-1}$
ϵ	electric resistance	المقاومة الكهربائية	$ML^2\ T^{-3}\ A^{-2}$	$kg\ m^2\ s^{-3}\ A^{-2}$
ν	frequency	التردد	T^{-1}	s^{-1}
F	force	القوة	MLT^{-2}	$kgms^{-2}$
L	inductance	الحث	$ML^2\ T^{-2}\ A^{-2}$	$kg\ m^2\ s^{-2}\ A^{-2}$
L	length	الطول	L	M
I	luminous intensity	شدة الإضاءة	Cd	Cd
Φ	luminous flux	الفيض الضوئي	CdSr	cdsr
i.	luminance	شدة الاستضاءة	$Cd\ L^{-2}$	$cd\ m^{-2}$

M	mass	الكتلة	M	Kg
I	moment of inertia	عزم القصور الذاتي	ML^2	$kg\ m^2$
Φ_B	magnetic flux	الفيض المغناطيسي	$ML^2 T^{-2} A^{-1}$	$kg\ m^2\ s^{-2} A^{-1}$
B	magnetic field density	كثافة الفيض المغناطيسي	$MT^{-2} A^{-1}$	$kg\ s^{-2} A^{-1}$
P	magnetic pole	القطب المغناطيسي	LA	mA
T	magnetic field strength	شدة المجال المغناطيسي	$L^{-1} A$	$m^{-1} A$
k_m	permeability	النفاذية	$MLT^{-2} A^{-2}$	$kg\ s^{-2} A^{-2}$
J	surface tension	الشد السطحي	MT^{-2}	$kg\ s^{-2}$
C	specific heat	الحرارة النوعية	$L^2 T^{-2} K^{-1}$	$ms^{-2} K^{-1}$
T	time	الزمن	T	S
T	temperature	درجة الحرارة	K	K
T	torque	عزم الدوران	$ML^2 T^{-2}$	$kg\ m^2\ s^{-2}$
K	thermal conductivity	التوصيل الحراري	$MLT^{-3} K^{-1}$	$kg\ ms^{-3} K^{-1}$
V	volume	الحجم	L^3	L^3
V	velocity	السرعة	LT^{-1}	LT^{-1}

تابع الجدول (1-4) الكميات الفيزيائية وأبعاد وحداتها

ملاحظة: يمكنك (عزيزي الطالب) إضافة القوسين () إلى كل وحدة قياس أساسية موجودة في عمود الأبعاد.

ولمزيد من التوضيح وتسهيلاً على الطالب واستكمالاً لمعرفة الرموز الإغريقية المستعملة للتعبير عن بعض الكميات المشتقة والتي يبلغ تعدادها أربع وعشرون حرفاً. تستخدم هذه الحروف في شكلها الصغير *lower case* أو شكلها الكبير *capital* عادة عند استخدام اللغة الإنكليزية في العلوم التطبيقية للتعبير عن الوحدات القياسية، الأسس والزوايا. فمثلاً نستخدم $(\alpha, \omega, \theta, \gamma, \beta)$ للقياس.

أما في خصائص المادة فتستخدم (η) للتعبير عن اللزوجة، (λ) للتعبير عن الطول الموجي، (ρ) للتعبير عن الكثافة، (ν) للتعبير عن التردد، (π) للتعبير عن النسبة الثابتة للدائرة، والقياس الرادياني للزوايا المستوية *Plane angle*، والقياس الستيرادياني للزوايا المجسمة *solid angle*، وهذه جميعها في شكلها الصغير. أما في الشكل الكبير، فمن أكثر الحالات استخداماً (Ω) للتعبير عن الأوم، وهو وحدة قياس المقاومة، و (Z) للتعبير عن ممانعة الدائرة الكهربائية في التيار المتناوب، وقرأ زيتا. انظر الجدول (1-5).

الحرف اللاتيني		الرسم الصغير	الرسم الكبير	الحرف اللاتيني		الرسم الصغير	الرسم الكبير
Greek Name		Lower case	Capital	Greek Name		Lower case	Capital
Alpha	ألفا	α	A	Nu	ميو	ν	N
Eta	بيتا	β	B	Xi	إكس	ξ	Ξ
Gamma	غاما	γ	Γ	Omicron	أم	$\omicron$	O
Delta	دلتا	δ	Δ	Pi	بائي	π	Π
Epsilon	إيسا	ϵ	E	Rho	رو	ρ	P
Zeta	زيتا	ζ	Z	Sigma	سيجما	σ	Σ
Eta	إيتا	η	H	Tau	تاو	τ	T
Theta	ثيتا	θ	Θ	Upsilon	أبسلا	υ	Υ
Iota	ايوتا	ι	I	Phi	فاي	ϕ	Φ
Kappa	كا	κ	K	Chi	كا	χ	X
Lambda	لامد	λ	Λ	Psi	بسا	ψ	Ψ
Mu	ميو	μ	M	Omega	أوميغا	ω	Ω

الجدول (1-5) ويبين الحروف الإغريقية في شكلها الصغير والكبير

مثال (1-6): Example

إذا علمت أن المدى الأفقي الذي يمكن أن يقطعه الجسم المقذوف (x) Projectile يعتمد على كل من السرعة الابتدائية لإطلاق القذيفة (v_0) ، وعجلة الجاذبية الأرضية (g) . استخدم نظرية التوافق بين الوحدات الفيزيائية وأبعادها لاشتقاق الصيغة الرياضية التي تعبر عن المدى الأفقي للقذيفة.

الحل Solution:

$$x \propto (v_0, g)$$

ومثلما تعودنا دائماً، عند تحويل التناسب إلى مساواة لابد من إدخال الثابت وليكن (K) ، كما أننا لا نعلم كيفية هذا التناسب، الذي يمكن تحديد طبيعته من خلال تحديد أسس كل من السرعة الابتدائية وعجلة الجاذبية الأرضية.

لتفترض أن هذه الأسس هي على التوالي (α, β)

$$x = K v_0^\alpha g^\beta$$

♦ تممنا وضع هذا الجدول ضمن الوحدة الأولى، لضرورة اطلاع الطلاب على الحروف الإغريقية ومعرفة شكلها، ذلك لكثرة استخدامها.

هنا تكمن الفائدة العملية لنظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها في إمكانية استخدامها لتشتقاق المعادلات الفيزيائية.

نلاحظ أن وحدات الطرف الأيسر للمعادلة تقاس في النظام الدولي بالأمتار، إذًا، أبعاد وحدته

هي: $[L]$

لنفترض الآن عن أبعاد وحدات الطرف الأيمن:

$$\begin{aligned} & \{[L][T]^{-1}\}^{\alpha} \{[L][T]^{-2}\}^{\beta} \\ &= [L]^{\alpha} [T]^{-\alpha} [L]^{\beta} [T]^{-2\beta} \\ &= [L]^{\alpha+\beta} [T]^{-\alpha-2\beta} \end{aligned}$$

بمساواة الطرفين نجد أن:

$$[L] = [L]^{\alpha+\beta} [T]^{-\alpha-2\beta}$$

ولفرض توفير وحدة الزمن في الطرف الأيسر، تضرب بالوحدة $[T]^0$ والقاعدة في ذلك معروفة، ذلك أن أي مقدار مرفوع للأس صفر يساوي الواحد، إذًا:

$$[L][T]^0 = [L]^{\alpha+\beta} [T]^{-\alpha-2\beta}$$

المساواة والتكافؤ هنا تقتضي أن أسس الكميات على طرفي المعادلة يجب أن تكون متساوية،

وهذا ما نسعيه تحليل الأبعاد *dimensions analysis*:

$$\therefore \alpha + \beta = 1 \Rightarrow \alpha = 1 - \beta \quad (1)$$

$$-\alpha - 2\beta = 0 \Rightarrow -\alpha = 2\beta$$

$$\therefore -(1 - \beta) = 2\beta$$

$$-1 + \beta = 2\beta$$

$$2\beta - \beta = -1$$

$$\beta = -1 \quad (2)$$

بالتعويض في المعادلة (1):

$$\alpha = 1 - \beta = 1 - (-1) = 2$$

$$\therefore x = K \frac{v_o^2}{g}$$

وهي المعادلة التي تعبر عن المدى الأفقي الذي يمكن أن تقطعه القذيفة.

مثال (1-7): Example

إذا كان القانون الذي يعبر عن الإزاحة النهائية (x) لجسم يتحرك بتسارع ثابت a هو:

$$x = x_0 + v_0 t + (1/2)at^2$$

حيث (x_0) هي الإزاحة الابتدائية للجسم (t) هو الزمن الذي استغرقته الحركة، (v_0) هي السرعة الابتدائية. اختبر صحة هذا القانون مستخدماً طريقة تحليل الأبعاد (الأسس).

الحل Solution:

أبعاد وحدات الطرف الأيسر للقانون:

$$[L]$$

أما أبعاد وحدات الطرف الأيمن:

$$[L] + [L][T]^{-1} [T] + [L][T]^{-2} [T]^2$$

في مثل هذه الحالة، لا بد من أن نتذكر بأن أبعاد وحدات كل حد من الحدود الموجودة على الطرف الأيمن يجب أن تمتلك أبعاد وحدات الطرف الأيسر نفسها حتى تكون المعادلة صحيحة، إذاً:

$$[L] = [L]$$

$$= [L][T]^{-1} [T] = [L]$$

$$= [L][T]^{-2} [T]^2 = [L]$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة بعد اختبارها من خلال مقارنة أبعاد الطرفين.

مثال (1-8): Example

يعتمد تردد frequency ذبذبة oscillation الحبل المشدود (f) على كل من قوة شد الحبل ($\bar{F}$) وكتلة وحدة أطواله mass per unit length (m/ℓ).

اشتق العلاقة الرياضية التي تعبر عن تردد الحبل بدلالة المتغيرات السابقة، مستفيداً من نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها.

الحل Solution:

من الواضح أن التردد يعتمد على كل من:

$$f \propto (F, \ell, m/\ell)$$

وكما تعودنا دائماً، لاستبدال هذا التناسب بعلامة المساواة نعمد إلى إدخال ثابت، وليكن (K).

$$v = KF^\alpha \ell^\beta \left(\frac{m}{\ell}\right)^\gamma$$

وأصبح مألوفاً لدينا أن عملية الاشتقاق تتم من خلال تحليل أبعاد وحدات طريقة المعادلة *dimensions analysis* وذلك لمعرفة شكل الاعتماد على المتغيرات (أسيا)، من خلال مقارنة أسس وحدات الطرفين.

الطرف الأيسر يحتوي على التردد، ومعلوم لدينا أن وحدة قياس التردد في النظام الدولي (SI) هي (s-1).

$$\begin{aligned} [T]^{-1} &= K \{ [M] [L] [T^{-2}]^{\alpha} [L]^{\beta} [M]^{\gamma} [L]^{-\gamma} \} \\ &= K [M]^{\alpha+\gamma} [L]^{\alpha-\gamma+\beta} [T]^{-2\alpha} \end{aligned}$$

نلاحظ أن كمية الزمن فقط هي التي ظهرت على الطرف الأيسر، ونفرض تأمين باقي الكميات، نعمل إلى الخطوة التوضيحية المتعارف عليها، بضرب الطرف الأيسر بالكميات:

$$[M]^0 [L]^0 [T]^{-1} = K [M]^{\alpha+\gamma} [L]^{\alpha-\gamma+\beta} [T]^{-2\alpha}$$

وبمقارنة الطرفين نجد أن:

$$\alpha + \gamma = 0 \Rightarrow \alpha = -\gamma \quad (\text{أسس الكتلة})$$

$$\alpha - \gamma + \beta = 0 \Rightarrow -\gamma - \gamma + \beta = 0 \quad (\text{أسس الطول})$$

$$\Rightarrow -2\gamma = -\beta$$

$$-2\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 1/2$$

$$\therefore \gamma = -1/2 \quad (\text{أسس الزمن})$$

$$\beta = -1$$

$$\therefore f = K F^{\frac{1}{2}} l^{-1} \left(\frac{m}{l} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= K F^{\frac{1}{2}} l^{-1} m^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{f = \frac{K}{l} \sqrt{\frac{F}{m}}}$$

ملاحظة هامة: نلاحظ في الطرف الأيمن للمعادلة بأننا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، دون أن نجري عملية الضرب مع $(l)^{-1}$ ، وهنا يجب أن يتذكر الطالب أن التطبيق الصحيح للقانون يتطلب تعويض كتلة وحدة الأطوال للمادة المستخدمة لصناعة الحبل، ومعروف أن وحدة الأطوال هي المتر، ولذا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، والرمز (m) في القانون هو عبارة عن (m/l).

مسائل عامة محلولة

solved problems

1-1

من المعلوم أن معدل السريان لمائع هو عبارة عن حجم السائل المار في الثانية الواحدة، يعتمد على كل من انحدار الضغط (p/l) ، حيث (p) هو فرق الضغط بين طرفي أنبوبة السريان (l) ، هو طول أنبوبة السريان، كما يعتمد على لزوجة السائل (η) (viscosity) ونصف قطر الأنبوبة (r) .

استخدم مفهوم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها وذلك لاشتقاق القانون الرياضي الذي يعبر عن معدل السريان معتمداً على المتغيرات المذكورة أعلاه.

الحل:

لنرمز لمعدل السريان كما هو مستخدم في معظم المراجع: Q

$$Q \propto \left(\frac{P}{l}\right) \eta r$$

$$Q = K \left(\frac{P}{l}\right)^\alpha \eta^\beta r^\gamma$$

وبالتعويض عن هذه الكميات بمعادلات أبعادها نحصل على:

$$\begin{aligned} [M]^0 [L]^3 [T]^{-1} &= K \left\{ [M] [L] [T]^{-1} [L]^{-2} [L]^{-1} \right\}^\alpha \left\{ [M] [L]^{-1} [T]^{-1} \right\}^\beta [L]^\gamma \\ [M]^0 [L]^{-2\alpha} [T]^{-\alpha} [M]^\beta [L]^{-\beta} [T]^{-\beta} [L]^\gamma \\ [M]^{\alpha+\beta} [L]^{-2\alpha-\beta+\gamma} [T]^{-\alpha-\beta} \end{aligned}$$

وبمقارنة أسس الكميات الأساسية في طرفي المعادلة، نجد أن:

$$\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \alpha = -\beta \quad (1)$$

$$-2\alpha - \beta + \gamma = 3 \quad (2)$$

$$-\alpha - \beta = -1 \Rightarrow -2\alpha + \alpha = -1 \quad (3)$$

من المعادلة رقم (3)، نجد أن:

$$-\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 1$$

وبتعويض مقدار (α) في المعادلة رقم (1)، نجد أن:

$$\therefore \beta = -1$$

وأخيراً بتعويض كل من (α) و (β) في المعادلة رقم (2)، نجد أن:

$$-2 + 1 + \gamma = 3$$

$$-1 + \gamma = 3 \Rightarrow \gamma = 4$$

$$\therefore Q = K \left(\frac{P}{l} \right)^1 \eta^{-1} r^4$$

$$Q = K \frac{Pr^4}{l\eta}$$

1-2 استخدم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها وذلك للتثبت من صحة القانون:

$$\eta = K \frac{r^2}{v} (\rho_s - \rho_l) g$$

وهو ما يعرف بقانون ستوك في اللزوجة *Stock's law*، حيث (r) نصف قطر الكرة المعدنية ذات الكثافة (ρ_s) ، (v) سرعة سقوط الكرة داخل السائل ذي الكثافة (ρ_l) ولزوجته (η) ، (g) تسارع الجاذبية الأرضية $K = \frac{2}{9}$ ، وهذه القيمة للثابت تم قياسها علمياً.

الحل:

لكي يكون قانون اللزوجة هذا صحيحاً فإن الكميات الفيزيائية الأساسية المقاسة في النظام الدولي (SI) بأبعادها في الطرف الأيسر تساوي الكميات الفيزيائية بأبعادها في الطرف الأيمن من القانون.

الطرف الأيسر: نحن نعلم أن أبعاد الكميات الفيزيائية للزوجة هي:

$$\eta = [M] [L]^{-1} [T]^{-1}$$

وهذا ما يمكن معرفته من خلال قانون اللزوجة بتعريفه العام حيث:

$$\begin{aligned} \eta &= \left(\frac{F}{A} \right) \left(\frac{L}{v} \right) \\ &= \frac{\sqrt{kg} (\cancel{m}) (\cancel{s})^{-2}}{\cancel{m^2}} \left(\frac{s}{\cancel{m}} \right) (\cancel{m}) \\ &= kg.m^{-1}.s^{-1} \\ &= [M] [L]^{-1} [T]^{-1} \end{aligned}$$

الطرف الأيمن: كما يلاحظ بأن الطرف الأيمن يتكون من حدين، أبعاد وحدات كل منهما يجب أن تكون مساوية لأبعاد وحدات الطرف الأيسر، الحد الأول:

$$\left(\frac{r^2}{v}\right) \rho, g$$

$$\frac{m^2}{(m.s^{-1})} \frac{kg}{m^3} \frac{m}{s^2} = kg.m^{-1}.s^{-1}$$

أما تمثيله وفقاً لنظرية توافق الوحدات والأبعاد:

$$[M][L]^{-1}[T]^{-1}$$

الحد الثاني:

$$\left(\frac{r^2}{v}\right) \rho, g$$

$$= \frac{m^2}{(m.s^{-1})} \frac{kg}{m^3} \frac{m}{s^2} = kg.m^{-1}.s^{-1}$$

أما تمثيله وفقاً لنظرية توافق الوحدات والأبعاد:

$$[M][L]^{-1}[T]^{-1}$$

وهكذا نجد أن وحدات المقادير الفيزيائية للحدين الأول والثاني تساوي وحدات المقادير الفيزيائية للطرف الأيسر بأبعادهما، وذلك في النظام الدولي للقياس (SI).

أي أن قانون ستوك صحيح، وهذه هي واحدة من الفوائد العديدة لدراسة تحليل المقادير الفيزيائية وأبعادهما.

1-3 جسم أسود *black body* مساحة سطحه (A)، ودرجة حرارته المطلقة (T)، يبعث طاقة حرارية مشعة مقدارها (Q) خلال زمن مقداره (t).

إذا كانت كمية الطاقة الحرارية المنبعثة إشعاعياً تساوي:

$$Q = \sigma A t T^4$$

حيث (σ) هو ثابت ستيفان بولتزمان *Stefen-Boltzman constant*، استخدم نظرية لتوافق بين الوحدات وأبعادهما لإيجاد الأبعاد الفيزيائية لثابت ستيفان بولتزمان وفق النظام الدولي للقياس الدولي (SI).

الحل:

من خلال القانون الوارد في نص الاختبار الذاتي الثالث نجد أن:

$$\sigma = \frac{Q}{A t T^4}$$

البسيط: من المعلوم أن كمية الطاقة الحرارية تقاس بالجول وهو عبارة عن:

$$N.m = kg \frac{m}{s^2} . m = kg \frac{m^2}{s^2} = [M][L]^2 [T]^{-2}$$

المقام: ويتكوّن من:

$$A = area = m^2 = [L]^2$$

$$T = time = s = [T]$$

$$T^{\circ} = temperatur = K^{\circ} = [K]^{\circ}$$

وهكذا نجد أن :

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{[M][L]^2 [T]^{-2}}{[L]^2 [T][K]^{\circ}} \\ &= [M][T]^{-3} [K]^{-\circ} \\ &= kg.s^{-3} K^{-\circ} \end{aligned}$$

وهي وحدة القياس المطلوبة ، وكما نلاحظ فهي وحدة مشتقة وليست بسيطة.

ملاحظة: وجد العالمان ستيفان وبولتزمان أن القيمة العددية لهذا الثابت هي:

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} kg.s^{-3} . K^{-\circ}$$

مسائل وتمارين الفصل الأول

Chapter One Exercises & Problems

1-1 استخدم مفهوم نظرية التوافق بين الوحدات الأساسية والأبعاد لفرض التعبير عن الكميات الفيزيائية الآتية مستخدماً الوحدات الأساسية للنظام الدولي (SI):

الطول، المساحة، الحجم، الزمن، السرعة، تسارع الجاذبية الأرضية، الكثافة، الكثافة النوعية، القوة، القدرة، التردد.

مساعدة للحل: (استخدم الصيغ الرياضية للمعادلات أو القوانين البسيطة التي تعبر عن كل من الكميات الواردة في السؤال)

1-2 استخدم نظرية توافق الوحدات الأساسية وأبعادها للتأكد من صحة أو عدم صحة القوانين الفيزيائية الآتية:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{(أ) قانون نيوتن الثاني:}$$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة و (m) كتلة الجسم و $(\vec{a})$ التسارع.

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{(ب) قانون نيوتن للجذب العام:}$$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة، و (m_1) كتلة الجسم الأول، و (m_2) كتلة الجسم الثاني، و (r) المسافة الفاصلة بينهما، (G) ثابت الجذب العام لنيوتن حيث أن وحدات قياسه

$$G = N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$

(ج) قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + vt + (1/2)at^2$$

حيث تمثل (v) السرعة النهائية، و (v_0) السرعة الابتدائية، (x) الإزاحة النهائية، و (x_0) الإزاحة الابتدائية، و (t) الزمن.

1-3 يعتبر اشتقاق المعادلات الفيزيائية من أهم فوائد نظرية التوافق بين الوحدات الأساسية والأبعاد، استخدم هذه النظرية لاشتقاق معادلة البندول البسيط، مفترضاً أن طول البندول

(l)، وكتلة الجسم المعلق بطرف الخيط (m)، وزمن الذبذبة الواحدة (T)، وتساوع الجاذبية الأرضية (g).

1-4 يعتبر اشتقاق وحدات الثوابت الفيزيائية أيضاً من القوائد العامة لنظرية توافق الوحدات الأساسية والأبعاد، استخدم مفهوم هذه النظرية لاشتقاق وحدات الثوابت في المعادلات الآتية:

$$\vec{F} = -kx \quad \text{أ) قانون هوك:}$$

حيث تمثل ($\vec{F}$) قوة الإرجاع، (x) مقدار الإزاحة، (k) ثابت قانون هوك.

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{ب) قانون الجذب العام لنيوتن:}$$

حيث تمثل (F) القوة، و (m_1) كتلة الجسم الأول، و (m_2) كتلة الجسم الثاني، و (r) المسافة الفاصلة بينهما، (G) ثابت الجذب العام لنيوتن.

1-5 استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات والأبعاد لتحويل النيوتن كوحدة لقياس القوة في النظام المتري (MKS) إلى ما يعادلها في النظام (CGS). ما اسم وحدة القوة في النظام (CGS)؟ اذكرها. (بعد أن تنجز الحل حاول الآن أن تحول من النظام (CGS) إلى النظام المتري (MKS).

1-6 ما هي العلاقة بين كل من وحدات القياس الآتية؟

أ) ياردة مربعة وقدم مربع.

ب) بوصة مربعة وسنتيمتر مربع.

ج) ميل مربع وكيلو متر مربع.

د) متر مكعب وسنتيمتر مكعب.

وضع ذلك بإجراء الحسابات اللازمة.

1-7 تعتبر الأرض بشكل تقريبي كرة نصف قطرها يساوي ($6.37 \times 10^6 m$):

أ) أوجد حسابياً محيط الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات؟

ب) أوجد حسابياً مساحة الكرة الأرضية مقاسة بالكيلومترات المربعة؟

ج) أوجد حسابياً حجم الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات المكعبة.

1-8 إذا علمت أن الميل الواحد يساوي ($1609m$)، أحسب سرعة السيارة التي تسير بسرعة ($50mph$) وذلك في النظام الدولي للقياس (SI).

1-9 أوجد حسابياً حاصل جمع العددين:

$$5.0 \times 10^5 + 3.0 \times 10^6$$

1-10 كرة حديدية يبلغ نصف قطرها (7.1 cm) أوجد حسابيا مقدار حجم هذه الكرة. ثم مثل القانون الذي استخدمته لهذا الغرض مستخدما مفهوم نظرية توافق الوحدات الأساسية مع أبعادها على طريق القانون.

1-11 إذا علمت بأن سرعة سيارة متحركة خلال فترة زمنية قصيرة يمكننا أن نعبر عنها بالصيغة الرياضية:

$$v = at^2 + bt^3$$

حيث إن t تقاس بالثواني، استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات الأساسية مع أبعادها على طريق المعادلة وذلك لاستنتاج وحدات الثوابت a, b .

1-12 لديك العلاقة الرياضية الآتية:

$$A = BC$$

إذا كانت أبعاد الطرف الأيسر (A) هي $[L]/[M]$ وأبعاد المقدار $[C]$ على الطرف الأيمن $[L]/[T]$ استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات الأساسية مع أبعادها على طريق المعادلة وذلك لاستنتاج وحدات قياس المقدار $[B]$.

1-13 لديك المعادلة الرياضية التالية :

$$A = B^n C^m$$

حيث أن أبعاد المقدار A هي $[L]/[T]$ وأبعاد المقدار B هي $[L]^2/[T]^4$ وأبعاد المقدار C هي $[L]/[T]^2$ استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات الأساسية مع أبعادها على طريق المعادلة وذلك لاستنتاج مقادير كل من الأسس m, n .

1-14 إذا كان موقع جسم متحرك على المحور الصادي يعتمد على الزمن وفقا للصيغة الرياضية :

$$Y = at - bt^2$$

استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات الأساسية مع أبعادها على طريق المعادلة وذلك لاستنتاج الوحدات الأساسية للكميتين a, b .

1-15 تعرف السنة الضوئية بأنها المسافة التي يقطعها الضوء في الفضاء خلال سنة واحدة فإذا كانت سرعة الضوء في الفضاء تساوي ($3 \times 10^8 \text{ m/s}$) أحسب مقدار السنة الضوئية هل السنة الضوئية مسافة أم زمن؟ استخدم النتيجة التي توصلت إليها حسابيا للإجابة على هذا السؤال.

16-1 إذا كانت كثافة معدن الحديد تساوي (7.87 g/cm^3) ، ويبلغ مقدار كتلة ذرة الحديد الواحدة $(27 \times 10^{-27} \text{ kg})$:

اعتبر أن شكل ذرة الحديد كرويا وأن ذراته متماسكة بقوة مع بعضها البعض، أوجد حسابياً:

1. مقدار حجم ذرة الحديد الواحدة.

2. مقدار المسافة الفاصلة بين مركزي ذرتي حديد متجاورتين.

17-1 إذا كانت كتلة الكرة الأرضية تساوي $(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})$ ويبلغ معدل كتلة ذرات المادة المكونة للأرض $(40u)$ أحسب عدد الذرات الكلي للأرض.

ملاحظة: $u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

مسائل اختيارية

Optional Problems

1-1 إذا علمت أن سرعة الضوء تساوي $(3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1})$. أوجد حسابياً سرعة الضوء بكل من الوحدات الآتية:

$$\text{mm/ps} \quad \text{f/s}$$

1-2 من المعروف أن جزئ الماء يحتوي على ذرتين من الهيدروجين وذرة واحدة من الأكسجين، فإذا علمت كتلة الهيدروجين الذرية تساوي $(1u)$ ، وكتلة الأكسجين الذرية تساوي (16) .

$$1u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

(أ) أوجد حسابياً كتلة جزئ الماء بالكيلوغرام.

(ب) إذا علمت أن كتلة ماء المحيطات في العالم يساوي $(1.4 \times 10^{21} \text{ kg})$ ، فكم يبلغ عدد الجزيئات فيها؟

1-3 استخدم الصيغة الرياضية لقانون أوم:

$$R = \frac{V}{I}$$

حيث إن (R) تعبر عن مقاومة الناقل، (V) تعبر عن فرق الجهد بين طرفيه، و (I) تمثل مقدار التيار الكهربائي المار خلاله.

استخدم مفهوم توافق وحدات القياس الأساسية مع أبعادها وذلك للتعبير عن وحدة قياس المقاومة (الأوم Ω) بدلالة الكميات الأساسية في النظام الدولي للقياس.

ملاحظة: استخدم التعاريف الأولية لكل من فرق الجهد والتيار الكهربائي للتوصل إلى النتيجة المطلوبة.

1-4 استخدم مفهوم توافق وحدات القياس الأساسية مع أبعادها وذلك لتأكد أن وحدة قياس كل من المقاومة، ممانعة المكثف، ممانعة الملف وممانعة دائرة كهربية تحتوي على (RLC) هي الأوم.

5-1 إذا كانت (c) هي سرعة الضوء و(λ) طول الموجة الكهرومغناطيسية و(f) هو ترددها. استخدم مفهوم توافق وحدات القياس الأساسية مع أبعادها وذلك لتأكد من صحة أو عدم صحة القانون الرياضي الذي يجمع بينها:

$$c = \lambda f$$

6-1 إذا كانت الصيغة الرياضية المعبرة عن المجال الكهربائي لشحنة مقارها (q) هي:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

وإذا كانت الصيغة الرياضية المعبرة عن المجال المغناطيسي لشحنة مقارها (q) تتحرك بسرعة مقارها (v) هي :

$$\vec{B} = \frac{\vec{F}}{qv}$$

أوجد النسبة بين المجالين ماذا تمثل هذه النسبة؟ وضح ذلك مستخدماً مفهوم توافق وحدات القياس الأساسية مع أبعادها كي تصل إلى إجابة السؤال.

الخلاصة

Summary

- إن جميع وحدات قياس الكميات البعدية تحدد الأساس الفعلي لاشتقاق مختلف المعادلات الرياضية في مختلف فروع العلوم النظرية والتطبيقية، حيث تعتبر مقياساً لصحة وسلامة المعادلات من خلال تساوي الوحدات الأساسية على طرفي الصيغة الرياضية للمعادلة أو للقانون بصفة عامة، وإدراكاً لأهمية الالتزام بهذا الأمر، فقد تم التأكيد على ضرورة إحاطة طالب العلم إحاطة واهية وصحيحة بالنظام الدولي للقياس (SI) بوحداته السبع الأساسية.
- يعتبر كل من النظامين المتري للقياس (MKS)، والنظام الكاوسي (CGS) منتميان إلى النظام الدولي للقياس (SI)، ذلك أن النظام المتري يعتمد أربع كميات هي: الطول، الكتلة، الزمن، ودرجة الحرارة، مقاسة بوحدات النظام الدولي نفسها، كما أن النظام الكاوسي يعتمد الكميات نفسها، مقاسةً بأجزاء وحدات النظام الدولي للطول والكتلة، حيث يُقاس الطول بالسنتيمتر، والكتلة بالغرام، وتبض الثانية كما هي وحدة لقياس الزمن وتقاس أيضاً درجات الحرارة.
- إن النظام البريطاني (FPS) -والذي بوحدات النظام الدولي يعتمد القدم، البون، والثانية لقياس الكميات الأساسية، كما يعتمد الفهرنهايت لقياس درجة الحرارة- قد بدأ استخدامه يتلاشى تدريجياً مع انتشار النظام الدولي للقياس.
- إن مقادير الثوابت الفيزيائية -التي تظهر أثناء اشتقاق القوانين- تختلف باختلاف النظام للمعتمد للقياس، فمثلاً في قانون كولوم عند اعتماد النظام الدولي فإن ثابت التناسب يساوي $(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2})$ أما عند اعتماد النظام الكاوسي فيساوي $(1 \text{ dynecm}^2 \text{ esu}^{-2})$ والثوابت الفيزيائية يتم تحديد مقاديرها عملياً بصفة عامة.
- إن أجزاء ومضاعفات جميع وحدات النظام الدولي للقياس تخضع للجدول (1-3)، وهناك بعض الوحدات الأخرى أوردناها في مجال استخداماتها حسب أهميتها، وتلفظ هذه المضاعفات والأجزاء كما نلفظها باللغة الإنكليزية، بعد إضافتها إلى الوحدات الدولية للقياس.

الكميات القياسية والكميات المتجهة

Scalars & Vectors

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يميز بين الكميات القياسية، والكميات المتجهة.
- أن يعدد بعض الأمثلة على كلا النوعين من الكميات القياسية والمتجهة من خلال دراسته المنهجية.
- أن يختار الطريقة الرياضية الصحيحة للتعامل مع كل من الكميات القياسية والمتجهة.
- أن يتعلم كيفية تحليل الكميات المتجهة في المستوى الديكارتي وفي الفراغ ويحدد مقدار واتجاه المحصلة.
- أن يميز متجه الوحدة، أهميته واستعمالاته التطبيقية، ولا سيما في عمليتي الضرب القياسي والضرب الاتجاهي.

الكميات القياسية والكميات المتجهة

Scalars & Vectors

2-1 المقدمة Introduction:

تصنف الكميات المقاسة في الفيزياء بصورة عامة إلى صنفين رئيسيين هما الكميات القياسية *scalars* والكميات المتجهة *vectors*، وتعتبر المعرفة الصحيحة بكل منها أمراً أساسياً في علم الفيزياء، وأهميتهما تتجسد في التعرف على طبيعة كل منهما وسلوكها وتغيرها بالنسبة لبعضها البعض، وعلى وجه الخصوص تغيرها بالنسبة للزمن، كما أن تحديد بداية الكمية المتجهة ونهايتها ومعرفة موقعها في المستوى الديكارتي ($x-y$ plane) ومقادير مركباتها على المحور السيني (x) والمحور الصادي (y) وحساب ذلك بدلالة زاوية المتجه، بدءاً من نقطة الأصل عند المحور السيني الموجب (x) وباتجاه معاكس لحركة عقارب الساعة *counter clockwise*، كل ذلك يجعلنا نتعامل مع الكمية المتجهة ببساطة وسهولة، وحرصاً على تبسيط الأمر سنتناول كلاً من هذين الصنفين من الكميات على انفراد.

2-2 الكميات القياسية Scalars:

تعريف الكمية القياسية *scalar*: هي تلك الكمية التي يمكننا أن نعيّنها تعييناً كاملاً بمعرفة مقدارها *magnitude*. ويُمثّل ذلك عادة بعدد متبوع بوحدة قياس مناسبة *unit*، فمثلاً عندما نقول: إن مقدار كتلة جسم ما تساوي (5) دون أن نذكر وحدة قياس الكتلة المستخدمة، فإن ذلك يجعلنا نتساءل هل وحدة القياس هي الكيلوغرام أم الباوند أم الغرام أم ماذا؟ ولكننا عندما نقول: إن الكتلة تساوي (5 kg)، نكون قد أوضحنا المسألة إيضاحاً تاماً، وفي واقعنا هناك أمثلة كثيرة جداً على الكميات القياسية، مثل الزمن والمساحة والحجم والكثافة والطاقة والشحنة ودرجة الحرارة، وما إلى هنالك من الكميات التي تُحدّد بمجرد قياسها تحديداً تاماً. بعد أن عرفنا ذلك، يمكننا أن نتعامل مع الكميات القياسية باستخدام القواعد الرياضية البسيطة في الجبر كالجمع والطرح والقسمة والضرب.

2-3 الكميات المتجهة Vectors:

تعريف الكمية المتجهة *vector*: هي الكمية الفيزيائية التي يمكننا تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة كلٍ من:

1- مقدارها العددي *magnitude*.

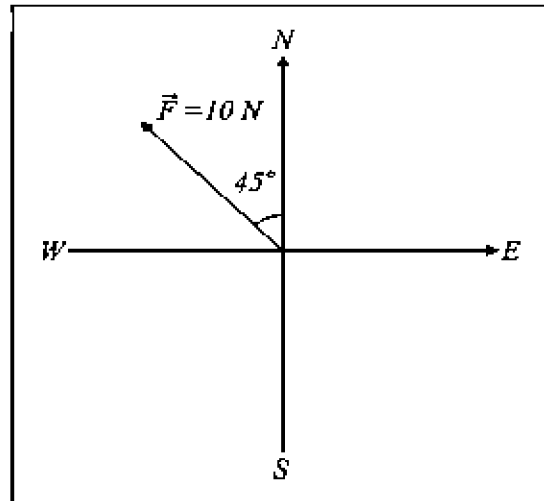
2- اتجاهها *direction*، سواء في المستوى (xy) أو في الفراغ (xyz) .

3- نقطة تأثيرها *action point*.

4- محور عملها *action axis*.

ومن الأمثلة المألوفة على الكميات المتجهة، القوة *force*، الإزاحة *displacement*، شدة المجال المغناطيسي *magnetic field*، السرعة *velocity*، التسارع *acceleration*، كمية الحركة *momentum* ومن الممكن تمثيل الكمية المتجهة بسهم *arrow* مرسوم على محور عمله، ونستخدم عادة المحاور الديكارتية لتحديد كل من المقدار والاتجاه وفق مقياس رسم محدد ومعلوم؛ حيث يكون طول السهم متناسباً مع مقدار الكمية المتجهة واتجاه السهم يعبر عن اتجاه تلك الكمية، فعلى سبيل المثال، إذا أثرت قوة مقدارها (10 N) على جسم باتجاه الشمال الغربي (*N-W direction*)، فإن هذه القوة يمكن تمثيلها بسهم طوله عشر وحدات طول كل منها تساوي (1 N) ويكون السهم مرسوماً بالاتجاه الذي يطابق اتجاه تأثير القوة على الجسم، انظر الشكل (2-1).

ومن الجدير بالذكر أن الكمية المتجهة يجري تمثيلها برمز، وهو عبارة عن حرف لاتيني أو إنكليزي فوقه سهم مثل $(\vec{A})$ ، أما مقدارها فيكتفى بكتابة الحرف (A) دون تحديد الاتجاه، وعلى سبيل المثال في الشكل (2-1) المتجه $(\vec{F})$ يمثل القوة ككمية متجهة، أما مقدارها فهو $(F = 10\text{ N})$ والسؤال الآن هو: هل يمكننا استخدام القوانين الجبرية البسيطة كالجبر والطرح والضرب مع الكميات المتجهة؟ إن الإجابة الأولية هي: لا يمكن إطلاقاً؛ ذلك أن للكميات المتجهة قوانينها المناسبة الخاصة بها، وسنتناول هذه القوانين بشكل موجز في الفقرات التالية.



الشكل (2-1) يمثل القوة $(\vec{F})$ مقدارها (10 N) واتجاهها الشمالي الغربي*

* من المتعارف عليه، إذا لم يتم تحديد الزاوية فإن المقصود بالشمال الغربي هو منتصف الربع الثاني، أي أن الزاوية تساوي (45°) مع الشمال، وتساوي (135°) بدءاً من المحور السيني الموجب.

٢-2 جمع المتجهات بطريقة الرسم البياني *Adding of vectors, graphical method*:

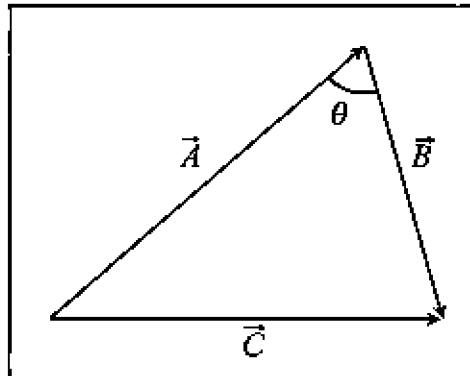
إن طريقة الرسم البياني لجمع المتجهات تعتمد على الدقة العالية في استخدام وسائل الرسم البياني المتعارف عليها، ولتوضيح ذلك، افترض أن لديك المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ الموضعان في الشكل (2-2) (أ).

لإيجاد محصلة هذين المتجهين بطريقة الرسم البياني، نبدأ أولاً برسم المتجه الأول $(\vec{A})$ رسماً صحيحاً صحيحاً بجميع مواصفاته الهندسية (مقدار الطول، والزوايا التي يصنعها مع المحور السيني)، ثم نبدأ بعد ذلك برسم المتجه $(\vec{B})$ حيث تكون بدايته عند نهاية المتجه الأول $(\vec{A})$ ، ثم نصل بين بداية المتجه $(\vec{A})$ ونهاية المتجه $(\vec{B})$ مراعين دقة الرسم الهندسي، إن المتجه الجديد $(\vec{C})$ والذي بدايته عند بداية المتجه $(\vec{A})$ ونهايته عند نهاية المتجه $(\vec{B})$ هو حاصل جمع المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ بطريقة الرسم البياني، أي أن:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \quad (2-1)$$

انظر الشكل (2-2) ب). أما القيمة القياسية للمتجه $(\vec{C})$ فتحسب باستخدام ما يسمى بقانون جيب التمام *cosine law*، وهذا يتطلب معرفة مقدار كل من المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ وكذلك الزاوية المحصورة بين المتجه الأول $(\vec{A})$ والمتجه الثاني $(\vec{B})$ ، أما الصيغة الرياضية لقانون "جيب التمام" فهي:

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)$$



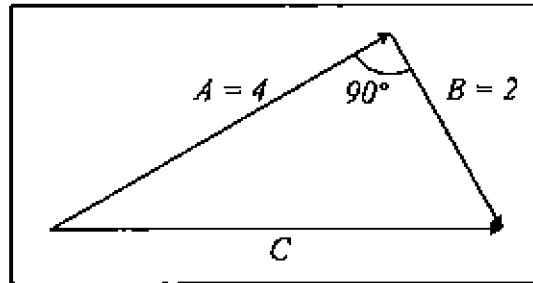
الشكل (2-2) ب) إيجاد محصلة متجهين باستخدام طريقة الرسم البياني

لبيان الطريقة التطبيقية لاستخدام هذا القانون سنعرض المثالين الآتيين.

• نلاحظ أننا بدأنا بالمتجه (A) لأن المتجه المطلوب هو $(\vec{C} = \vec{A} + \vec{B})$ ، علماً بأن $(\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A})$.

مثال (2-1): Example

باستخدام قانون جيب التمام أوجد معصلة المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ المبينين بالشكل (2-3)، علماً أن الزاوية بينهما $(\theta=90^\circ)$.



الشكل (3-2)

الحل Solution:

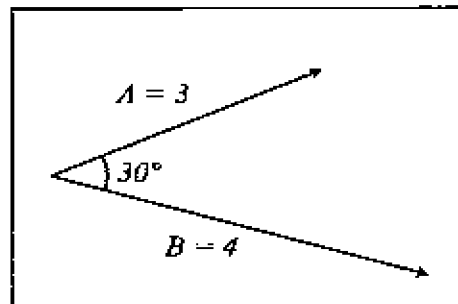
من الواضح أن الزاوية بين المتجهين تساوي $(\theta=90^\circ)$ ، إذاً:

$$\begin{aligned} C^2 &= A^2 + B^2 + 2AB \cos(\theta) \\ &= (4)^2 + (2)^2 + 2(4)(2) \cos(90^\circ) = 16 + 4 = 20 \\ C^2 &= 20 \\ |C| &= 4.47 \end{aligned}$$

ملاحظة: لقد تمّ تحديد متجه المحصلة $(\vec{C})$ ، حيث تكون بدايته هي بداية المتجه الأول ونهايته عند نهاية المتجه الثاني.

مثال (2-2): Example

باستخدام قانون جيب التمام $\cosine\ law$ ، أوجد معصلة المتجهين $(A=3, B=4)$ المبينين بالشكل (2-4)، حيث أن مقدار الزاوية بينهما $(\theta = 30^\circ)$.



الشكل (4-2)

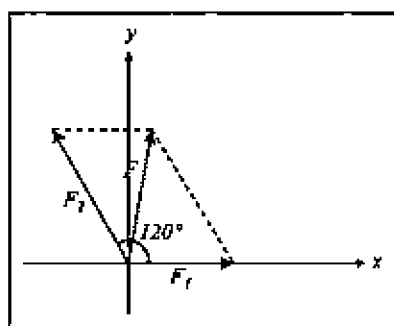
الحل: Solution:

من المعلوم لدينا أن محصلة متجهين باستخدام قانون جيب التمام يعبر عنها رياضياً على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} C^2 &= A^2 + B^2 + 2AB \cos(\theta) \\ C^2 &= (3)^2 + (4)^2 + 2(3 \times 4) \cos(30) \\ C^2 &= 9 + 16 + 24(0.8660) = 45.78 \\ |C| &= 6.76 \end{aligned}$$

مثال (2-3): Example

قوتان، مقدار الأولى ($\vec{F}_1 = 6N$)، ومقدار الثانية ($\vec{F}_2 = 9N$) تؤثران في نقطة مادية (P)، انظر الشكل (2-5)، باستخدام قانون جيب التمام أوجد حسابياً محصلة هاتين القوتين إذا كانت الزاوية بينهما ($\theta = 120^\circ$).



الشكل (2-5)

الحل: Solution:

هذا المثال مشابه في فكرته للمثال السابق (2-2)، وباستخدام المعادلة الرياضية لقانون جيب التمام نجد أن:

$$\begin{aligned} |F| &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos(\theta)} \\ &= \sqrt{(6)^2 + (9)^2 + 2(6)(9) \cos(120)} \\ &= 7.9N \end{aligned}$$

وهذا مثالٌ مباشرٌ يوضح كيف يمكننا إيجاد محصلة قوتين، وذلك إذا عرّضنا مقدار كل منهما ومقدار الزاوية المحصورة بينهما، وهذا القانون لا يستخدم إلا مع الكميات المتجهة، وسنناقش في الفقرات القادمة كيف يمكننا تحديد اتجاه هذه القوة المحصلة (F) استكمالاً

لتعريفها؛ حيث اكتفينا بإيجاد مقدارها حسابياً، وبتعيين موقعها وذلك بعد إكمال الشكل إلى متوازي أضلاع، قطره يمثل القوة المحصلة (F).

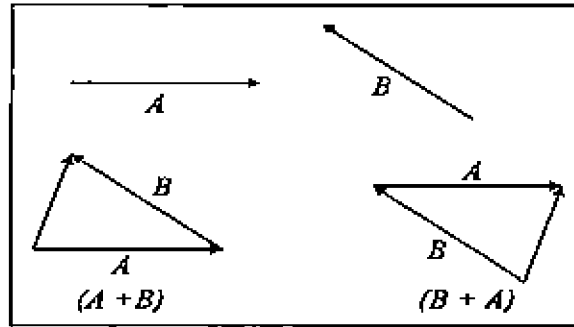
2-4-1 خصائص جمع المتجهات *Vectors Addition Properties*:

سنبين فيما يلي الخصائص الرياضية لعملية جمع المتجهات:

1- قانون الخاصية التبادلية *commutative law*: ومفاد هذه الخاصية أن عملية البدء بترتيب المتجهات التي نريد جمعها ليست مهمة، فلو كان لدينا المتجهين ($\vec{A}$) و ($\vec{B}$) فإننا نستطيع اعتماداً على هذه الخاصية أن نُعبّر عن محصلتهما على النحو التالي:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A} \quad (2-2)$$

ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل (2-6).



الشكل (2-6) يوضح الخاصية التبادلية لجمع كميتين اتجاهيتين ($\vec{A}$) و ($\vec{B}$)

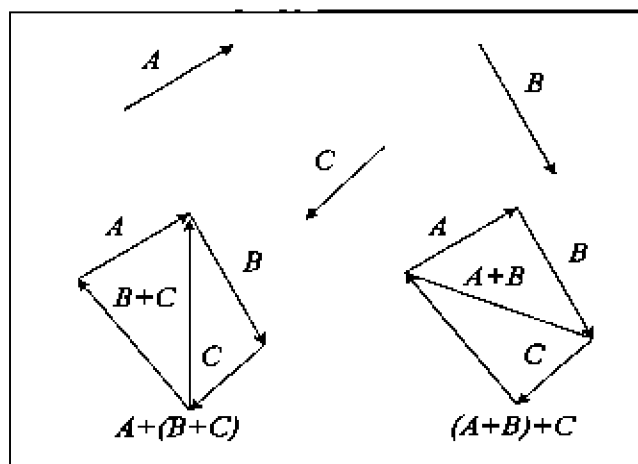
2- قانون الخاصية التوافقية *association law*: إن معنى هذه الخاصية يُمكن توضيحه في حالة الجمع الاتجاهي لثلاث كميات $\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$ ، وذلك بالتعبير رياضياً عنها على النحو الآتي:

$$(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) \quad (2-3)$$

ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل (2-7).

ومن الجدير بالذكر هنا أن المتجه ($\vec{A}$) لا يساوي المتجه ($-\vec{A}$) أي أن:

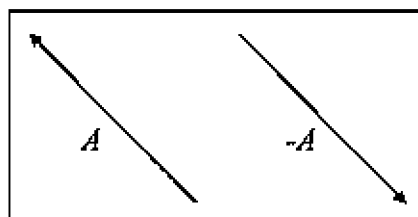
$$\vec{A} + (-\vec{A}) = 0 \quad (2-4)$$



الشكل (2-7) يوضح الطريقة التوافقية للجمع الاتجاهي:

حيث $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ و $(\vec{C})$ ثلاث كميات اتجاهية، ويلاحظ أن: $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$

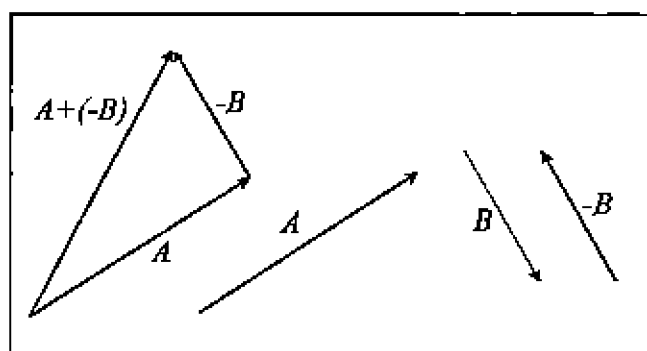
وهذا ما يفيد أن المتجه $(-\vec{A})$ له مقدار المتجه $(\vec{A})$ نفسه، ولكنه في اتجاه معاكس له تماماً،
يولعل هذا ما يؤكد مجدداً المعنى الدقيق للكمية الاتجاهية ومضمونها الهندسي، انظر الشكل (2-8).



الشكل (2-8) يوضح أن المتجه $(\vec{A})$ لا يساوي $(-\vec{A})$

2-4-2 طرح المتجهات Vectors Subtraction:

وهي تستند أصلاً في معناها إلى ما سبق ذكره حول الجمع الاتجاهي مع مراعاة أن المتجه $(\vec{B})$
لا يساوي للمتجه $(-\vec{B})$ ولتوضيح ذلك انظر الشكل (2-9).



الشكل (2-9) يوضح عملية الطرح الاتجاهي

وهي عملية جمع لسالب المتجه $(\vec{B})$ مع المتجه $(\vec{A})$

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) \quad (2-5)$$

أي أن عملية الطرح الاتجاهي تمت بإضافة المتجه $(-\vec{B})$ إلى المتجه $(\vec{A})$.

أما عملية الضرب الاتجاهي فسوف نناقشها بعد أن نتعرف على متجهات الوحدة؛ في الفقرات القادمة من هذه الوحدة.

2-5 المتجهات ومركباتها *Vectors and their Components* :

إن عملية تمثيل وتحديد الكمية المتجهة *vector* بطريقة الرسم التي قدمناها في الفقرة (2-4) من هذه الوحدة، تعتبر عملية مهمة وشاقة لما تتطلبه من دقة في الرسم للكميات المتجهة، وكذلك إتمام العمليات الأخرى كالجمع والطرح. ولهذا تعد طريقة تمثيل وتحليل الكميات المتجهة باستخدام المحاور المتعامدة (x, y) أو ما يسمى بالمحاور الديكارتية *cartesian axes* ومعرفة اتجاه الكمية المتجهة وبعد ذلك سهولة تحويلها إلى مجرد مركبات سينية *x-components* وأخرى صادية *y-components*، من أفضل الطرق المعتمدة لهذا الغرض، مع ضرورة مراعاة ما يلي:

1- خصائص المحاور المتعامدة عند نقطة التقاطع ذات الإحداثيات $(0,0)$ والاتجاهين السالب والموجب للمحاور.

2- استخدام النظرية المعروفة والشهيرة في المثلثات المتعامدة -نظرية فيثاغورس- لإتمام العمليات الحسابية.

3- الاستفادة المباشرة من النسب المثلثية الثلاثة الجيب $(\sin)$ وجيب التمام $(\cos)$ والظل $(\tan)$ لمعرفة ما يتعلق بتحديد الكمية المتجهة، مقادير مركباتها وتحديد اتجاهها.

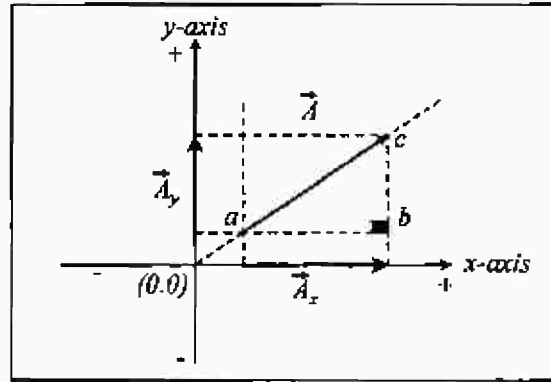
ولبيان ذلك انظر الشكل (2-10)، وتأمل موقع المتجه $(\vec{A})$ ، وكذلك المركبتين السينية (A_y) والصادية (A_x) والزاوية (θ) التي تحدد اتجاه الكمية المتجهة $(\vec{A})$.

والآن تأمل الشكل (2-10) ولاحظ الآتي:

1- (A_x) و (A_y) هما عبارة عن المركبتين العموديتين للمتجه $(\vec{A})$.

2- من الممكن عملياً نقل المتجه أو مركباته السينية والصادية⁹ مادامنا نحافظ على مقداره واتجاهه، كما يمكننا التعامل مع الحالة الجديدة كما كنا نتعامل مع الحالة قبل النقل. ثم لاحظ المثلث القائم (a, b, c) ، ضلعا القائمان هما عبارة عن المتجهين (A_x) و (A_y) والمتجه $(\vec{A})$ يمثل على الخط المار من نقطة الأصل $(0,0)$ ؛ حيث يعتبر هذا الخط محور عمله.

⁹ المقصود بنقل المتجه، تحريكه على خط تأثيره، وخط تأثير المتجه هو خط وهمي منطبق على المتجه نفسه.



الشكل (2-10) يمثل الكمية المتجهة ($\vec{A}$) على المحاور المتعامدة (x, y) ويوضح اتجاهها ومركباتها

- 3- بعد ذلك يمكننا استخدام خصائص المثلث القائم لكي نعبر عن كل من المركبتين (A_x) و (A_y) من خلال النسب المثلثية للزاوية (θ) التي تحدد اتجاه المتجه ($\vec{A}$).

$$\cos(\theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{A_x}{A}$$

$$A_x = A \cos(\theta)$$

(2-6)

مرة أخرى:

$$\sin(\theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{A_y}{A}$$

$$A_y = A \sin(\theta)$$

(2-7)

وبما أن المحورين (x, y) متعامدان، سنناقش الآن بعض الحالات الخاصة للزاوية (θ).

1- عندما تكون الزاوية ($\theta = 90^\circ$)، هذا يؤدي إلى:

$$A_x = A \cos(90) = 0$$

أي أن المركبة السينية للمتجه تساوي الصفر، بينما:

$$A_y = A \sin(90) = A$$

أي أن المركبة الصادية للمتجه تساوي المتجه نفسه، وهي أعلى قيمة للمركبة الصادية (A_y).

2- عندما تكون الزاوية ($\theta = 0^\circ$)، وهذا يؤدي إلى:

$$A_x = A \cos(0) = A$$

أي أن المركبة السينية تساوي المتجه نفسه، وهي أعلى قيمة للمركبة السينية (A_x) بينما:

$$A_y = A \sin(0) = 0$$

أي أن المركبة الصادية تساوي الصفر.

ولكن على وجه العموم، قد تكون المركبتان السينية والصادية أو إحداهما موجبة أو سالبة، وذلك حسب اتجاه الكمية المتجهة الأساسية الذي لا بد أن تحدده بدءاً من الزاوية ($\theta = 0$) عند المحور السيني الموجب، ثم نكمل الحركة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، وذلك بقدر زاوية المتجه.

3- بقسمة المعادلتين (2-7) و(2-8) على بعضهما نحصل على:

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{A \sin(\theta)}{A \cos(\theta)}$$

$$\boxed{\tan(\theta) = \frac{A_y}{A_x}} \quad (2-8)$$

وللمعادلة (2-8) أهمية بالغة حيث تُستخدم لتحديد اتجاه المحصلة، كما

يمكننا أن نستبدل فيها كلاً من (A_y) و(A_x)، بمجموع المركبات الصادية والسينية لعدد من الكميات المتجهة ($\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3, \dots$)، وذلك كما يلي:

نستبدل (A_y) بالمجموع ($\sum A_y$) حيث:

$$\sum A_y = A_{y1} + A_{y2} + A_{y3} + \dots$$

وكذلك نستبدل (A_x) بالمجموع ($\sum A_x$) حيث:

$$\sum A_x = A_{x1} + A_{x2} + A_{x3} + \dots$$

وذلك عندما نقوم بتحليل عدد من الكميات المتجهة ($\vec{A}_1, \vec{A}_2, \dots$).

وأخيراً، فإن اتجاه المحصلة يمكن تحديده بمعرفة مقدار الزاوية (θ)، وذلك باستخدام المعادلة (2-8) على النحو الآتي:

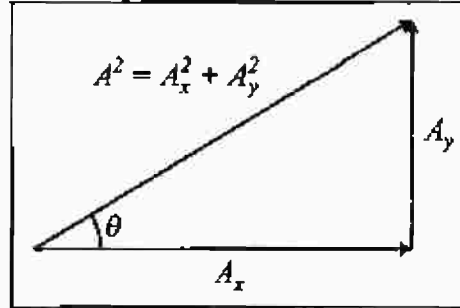
$$\tan(\theta) = \frac{\sum A_y}{\sum A_x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\sum A_y}{\sum A_x} \right) \quad (2-9)$$

ومن خلال تحديد القيمة القياسية للطرف الأيمن للمعادلتين (2-8) و(2-9) بحسب الحالة المطلوبة يمكننا تحديد الاتجاه، سواءً كان ذلك لمتجهٍ واحدٍ أو لمحصلة مجموعة من المتجهات، فعلى سبيل أمثال عندما يكون الطرف الأيمن للمعادلة (2-9) مساوياً إلى الواحد، فإننا بعد التعويض نحصل على ما يلي:

$$\begin{aligned}\tan(\theta) &= 1 \\ \theta &= \tan^{-1}(1) \\ &= 45\end{aligned}$$

وبالرجوع مرة أخرى إلى الشكل (2-11) نجد أن أضلاع المثلث القائم (a b c) تمثل الآتي:



الشكل (2-11) وفيه تظهر المركبتان (A_x) و (A_y) ضلعين قائمين للمثلث (a b c)

(A_x) و (A_y) المركبتان السينية والصادية وهما عبارة عن الضلعين القائمين في المثلث (a b c)، بينما المتجه ($\vec{A}$) هو عبارة عن وتر المثلث، وباستخدام نظرية فيثاغورس نجد أن:

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2$$

$$\boxed{A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}} \quad (2-10)$$

وبشكل عام، ومثلما استخدمنا العلاقة (2-8) وتوصلنا إلى العلاقة (2-9)، فإننا نستخدم العلاقة (2-10) لتتوصل إلى العلاقة (2-11).

$$A = \sqrt{(\sum A_x)^2 + (\sum A_y)^2} \quad (2-11)$$

كما يمكننا الاستفادة من هذه المعادلة لمعرفة مقدار المتجه ($\vec{A}$) في حال معرفة كل من المركبتين (A_x) و (A_y) لمتجه واحد، أو المركبتين ($\sum A_x$) و ($\sum A_y$) لمجموعة من المتجهات.

مثال (4-2): Example

غادرت أرض المطار طائرة صغيرة، وبعد فترة من الزمن أعطت إشارة إلى برج المراقبة أنها على بعد (215 km) وباتجاه يصنع زاوية (22°) من الشرق إلى الشمال، فكم تبعد الطائرة عن برج مراقبة المطار في الاتجاهين شرقاً وشمالاً؟ انظر الشكل (2-12).

الحل: Solution

المتجه ($\vec{A}$) يمثل بعد الطائرة عن نقطة الأصل (0,0)، كما أن اتجاه الطائرة يصنع زاوية مقدارها (22° - 90°) مع المحور السيني الموجب، أي أن:

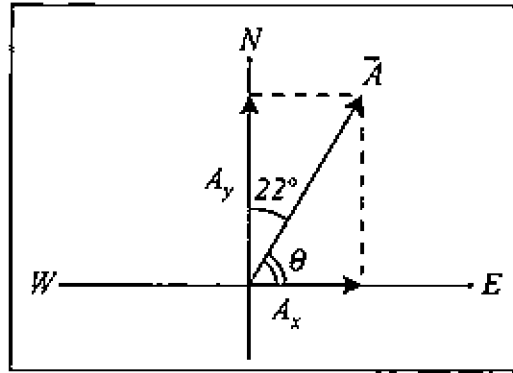
$$A = 215 \text{ km}$$

بعد الطائرة شرقاً هو إسقاط المتجه ($\vec{A}$) على المحور السيني.

$$\begin{aligned} A_x &= A \cos(\theta) \\ &= 215 \cos(68) = 80.5 \text{ km} \end{aligned}$$

بعد الطائرة غرباً هو إسقاط المتجه ($\vec{A}$) على المحور الصادي.

$$\begin{aligned} A_y &= A \sin(\theta) \\ &= 215 \sin(68) = 199.34 \text{ km} \end{aligned}$$



الشكل (12-2)، المثال (4-2)

وسوف نتأكد من صحة الحل بطريقة معاكسة، مستفيدين من العلاقات (2-9) و(2-10):

$$\begin{aligned} |A| &= \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2} \\ &= \sqrt{(80.5)^2 + (199.34)^2} \\ &= 215 \text{ km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan(\theta) &= \frac{A_y}{A_x} \\ &= \frac{199.34}{80.5} = 2.476 \\ \theta &= \tan^{-1}(2.476) = 68^\circ \end{aligned}$$

2-6 متجهات الوحدة Unit Vectors :

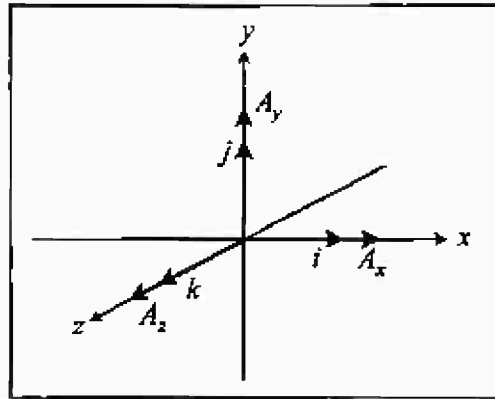
إن تمثيل الكمية المتجهة، سواء في المستوى أو في الفراغ، يمكن أن يتم باستخدام نظام للمحاور الثلاثية المتعامدة (x, y, z) مع متجهات الوحدة الخاصة بها، أي أننا نمثل المتجه بُعدياً. والمقصود بالتمثيل تعيين المتجه مقداراً واتجاءً، وهذا ما يدعو إلى اعتماد متجهات الوحدة على المحاور الثلاثية المتعامدة للتعبير عن الكمية المتجهة. إن مقدار كل واحد منها يساوي الواحد تماماً، وهذا هو سبب تسميتها بمتجهات الوحدة *unit vectors* بينما تكون الزاوية قائمة بين كل منها. وبهدف تمييزها من

معور لآخر فقد تم الاتفاق على اعتماد الأحرف الإنكليزية الثلاثة المتعاقبة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ على المحاور المتعامدة (x, y, z) على التوالي للتعبير عن هذه المتجهات.

إن اعتماد متجهات الوحدة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ ، مفيد للغاية ولاسيما للتعبير عن مركبات الكميات المتجهة المتعددة. مثلاً هو مقيد للتعبير عن الكمية المتجهة الواحدة، حيث $(\hat{i})$ و $(\hat{j})$ هما متجهتا الوحدة على المحورين (x, y) ، بينما (A_x) و (A_y) هما المركبتان العدديتان للمتجه (A) .
إن نظام المحاور الثلاثية المتعامدة باستخدام متجهات الوحدة، يمكن تمثيله على النحو المبين في الشكل (2-3).

وباستخدام هذه الطريقة يمكن التعبير عن أي كمية متجهة سواء على المحاور الديكارتية أو على المحاور الثلاثية المتعامدة على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad (2-12)$$



الشكل (2-13) يبين المحاور المتعامدة باستخدام متجهات الوحدة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ ويلاحظ أن متجهات الوحدة متعامدة مع بعضها البعض أيضاً

فعلى سبيل المثال لو أردنا أن نعبر عن الشكل (2-10) السابق الذكر باستخدام متجهات الوحدة فإن المركبتين المتجهتين $(\vec{A}_x)$ و $(\vec{A}_y)$ يمكن إعادة كتابتهما على النحو الآتي:

$$A = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \quad (2-13)$$

أما عن المحاور الثلاثية المتعامدة، فتأمل المثال التالي (2-5).

مثال (2-5): Example

تأمل المتجه $(\vec{A})$ بمركباته الثلاثة في العلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{A} = 4\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$$

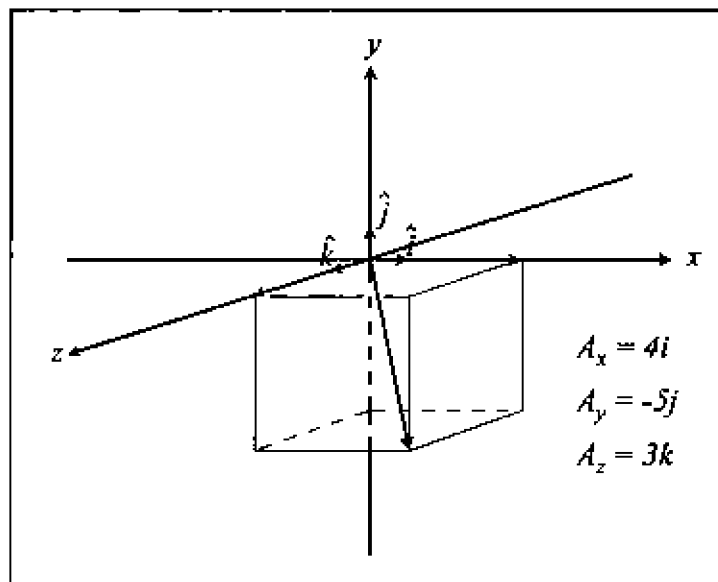
نلاحظ أن المركبات الاتجاهية الثلاثة هي:

$$+4\hat{i}, -5\hat{j}, 3\hat{k}$$

كما نلاحظ أن مركباتها القياسية :

$$+4, -5, +3$$

ومن الممكن عملياً تمثيل ذلك على المحاور المتعامدة (x, y, z) ، انظر الشكل (2-14) :



الشكل (2-14) يبين كيف يمكن تمثيل المتجه $(\vec{A})$ في الفراغ باستخدام المحاور الثلاثية المتعامدة مع متجهات الوحدة

2-7 جمع الكميات المتجهة بطريقة جمع مركباتها *Adding Vectors by Adding their Components*

: Components

يمكننا أن نستعرض هذه المسألة المهمة، وذلك باستخدام ثلاث متجهات $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ و $(\vec{C})$ معبرين عنها بالعلاقات الرياضية الآتية:

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad (2-14)$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \quad (2-15)$$

$$\vec{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k} \quad (2-16)$$

إنّ المعادلات الرياضية التي نستخدمها لإيجاد محصلة المتجهات الثلاثة هي:

$$R_x = A_x + B_x + C_x \quad (2-17)$$

$$R_y = A_y + B_y + C_y \quad (2-18)$$

$$R_z = A_z + B_z + C_z \quad (2-19)$$

$$\vec{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k} \quad (2-20)$$

ومعنى ذلك أنَّ محصلة المركبات (x, y, z) كلٌّ على انفراد، وهي: (R_x, R_y, R_z) ، تمثل مركبات متجه المحصلة $(\vec{R})$ القياسية بدلالة متجهات الوحدة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$.

مثال (2-6) : Example

أوجد متجه المحصلة $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهات الثلاثة الآتية:

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{B} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{C} = \hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

الحل : Solution

$$R_x = 4 + 3 + 1 = 8$$

$$R_y = 6 + 3 - 4 = 5$$

$$R_z = 2 - 2 + 2 = 2$$

وهكذا نجد أنَّ:

$$\vec{R} = 8\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$$

2-8 ضرب الكميات المتجهة Vectors Product :

بدايةً، لا بد من التأكيد على أن هناك نوعين اثنين من أنواع ضرب الكميات المتجهة وهما: الضرب القياسي، والضرب الاتجاهي. وستعقد فقرة خاصة لكل منهما.

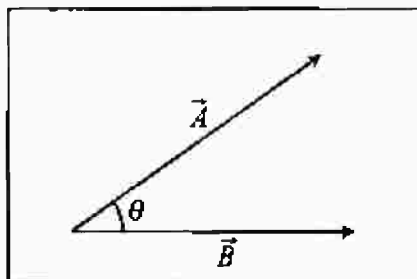
2-8-1 الضرب القياسي Vectors Salar Product :

لقد سُميت العملية بهذا الاسم لأن ناتج الضرب عبارة عن كمية عددية *scalar*، ومعنى ذلك أن حاصل ضرب كميتين اتجاهيتين ضرباً قياسيًّا ينتج عنهما كميةً عددية، ويُعبّر عن الضرب القياسي بالمعادلة الآتية:

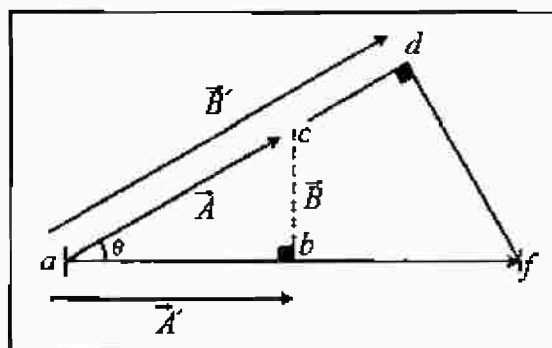
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\theta) \quad (2-21)$$

حيث إن $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ يمثلان الكميتين الاتجاهيتين، و (θ) هي الزاوية المحصورة بينهما*، ونقرأ $(\vec{A} \cdot \vec{B})$ ، انظر الشكل (2-15).

* يطلق على الزاوية (θ) في بعض المصادر "الزاوية الصغرى" لتمييزها عن الزاوية الأخرى بين المتجهين وهي $(360^\circ - \theta)$.

الشكل (2-15) الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$

ويمكننا هنا أن نستخدم خاصية التبادل *commutative law* بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ ؛ وليبيان ذلك انظر الشكل (2-16).



الشكل (2-16) خاصية التبادل في الضرب القياسي

انظر المثلث القائم $(a b c)$ تجد أن:

$$\cos(\theta) = \frac{A'}{A}$$

$$A' = A \cos(\theta)$$

وهذا المتجه (A') هو عبارة عن المسقط العمودي للمتجه $(\vec{A})$ على امتداد المتجه $(\vec{B})$. وهو كمية عددية يمكن معرفتها بمعرفة القيمة القياسية للمتجه $(\vec{A})$ وكذلك $\cos(\theta)$ ، وبالذهاب إلى المعادلة (2-23) نجد أن:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos(\theta)$$

$$= [A \cos(\theta)] B = A' B$$

من ناحية أخرى وبهدف التأكد أن $(\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A})$ يمكننا إيجاد مسقط المتجه $(\vec{B})$ على المتجه $(\vec{A})$ ، انظر الشكل (2-16) وتأمل المتجه $(\vec{B})$ ولاحظ أن $\cos(\theta)$ في المثلث القائم $(a d c)$ يساوي:

$$\cos(\theta) = \frac{B'}{B}$$

$$B' = B \cos(\theta)$$

إن المتجه $B \cos(\theta)$ هو (B') ، وهو عبارة عن المسقط العمودي للمتجه $(\vec{B})$ على امتداد المتجه $(\vec{A})$ ويمكن تعيينه بمعرفة القيمة القياسية للمتجه $(\vec{B})$ وكذلك $\cos(\theta)$.

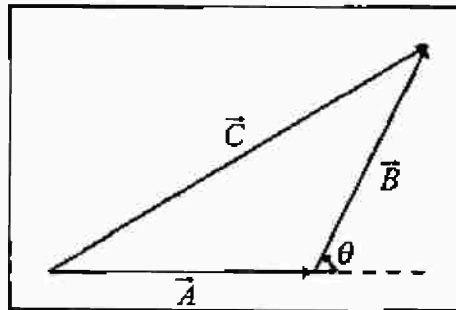
بالنذهب إلى المعادلة (2-23) مرة أخرى نجد أن:

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= A B \cos(\theta) \\ &= A [B \cos(\theta)] \\ &= A B'\end{aligned}$$

وهذه النتيجة تبين لنا من خلال النظر إلى الطرف الأيمن للمعادلة حيث يشتمل على المقادير القياسية للمتجهين وجيب تمام الزاوية ، وهذه كلها كميات عددية ، كما تؤكد مجدداً أن حاصل ضرب كميتين اتجاهيتين ضرباً قياسيًّا هو كمية عددية ، مثلما تؤكد أيضاً أن الضرب القياسي هو عملية قياسية:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

ومن أهم التطبيقات المباشرة على قانون الضرب القياسي هو إثبات صحة قانون "جيب التمام" الذي مر ذكره في الفقرة 4-2 ، ويهدف توضيح قانون "جيب التمام" تأمل الشكل (2-17).



الشكل (2-17)

إن محصلة المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ هي المتجه الثالث $(\vec{C})$ ، حيث أن الزاوية بينهما (θ) ، وكما يُلاحظ هي الزاوية الخارجية. والآن إذا أردنا معرفة حاصل الضرب الاتجاهي للمتجه $(\vec{C})$ بنفسه ، أي أن:

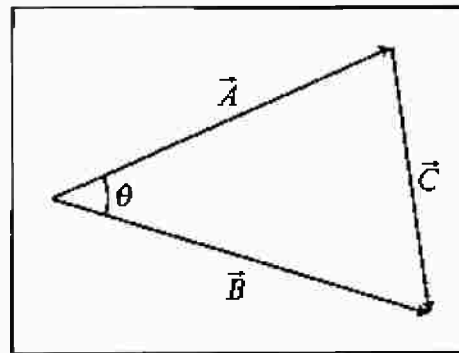
$$\begin{aligned}\vec{C} \cdot \vec{C} &= |C| |C| \cos(\theta) \\ &= C^2\end{aligned}$$

ذلك أن الزاوية بين المتجه ونفسه تساوي الصفر ، أي أن $\cos(\theta) = 1$ ولكن نحن نعلم أن:

$$\begin{aligned}
 \vec{C} &= (\vec{A} + \vec{B}) \\
 \vec{C} \cdot \vec{C} &= C^2 = (\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B}) \\
 &= \vec{A} \cdot \vec{A} + AB \cos(\theta) + BA \cos(\theta) \\
 &\quad + \vec{B} \cdot \vec{B} \\
 C^2 &= A^2 + B^2 + 2AB \cos(\theta)
 \end{aligned}$$

وهذه هي الصيغة المستخدمة لإيجاد محصلة (جمع) متجهين باستخدام قانون "جيب تمام".
ومن الممكن استخدامها لإيجاد محصلة (طرح) متجهين، انظر الشكل (2-18)، حيث ستكون النتيجة:

$$\begin{aligned}
 \vec{C} &= \vec{A} - \vec{B} \\
 C^2 &= A^2 + B^2 - 2AB \cos(\theta)
 \end{aligned}$$



الشكل (2-18)

ملاحظة: في حالة الجمع، إذا كانت الزاوية أكثر من (90°) بين المتجهين فإننا نأخذ لزاوية الخارجية بينهما، وقياس الزاوية يبدأ من المحور السيني الموجب، كما يمكننا التأكد مرة أخرى، وذلك لأن جيب تمام الزاوية الداخلية يكون مقداراً سالباً.
مثلاً يعتبر أيضاً من التطبيقات المباشرة على الضرب القياسي حاصل الضرب لاتجاهي لمتجهات الوحدة، ولا بد في هذا المقام من التأكيد على ما يلي:

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = |\hat{i}| |\hat{i}| \cos(0) = |\hat{i}| |\hat{i}| \cos(0) = 1 \quad -1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = |\hat{i}| |\hat{j}| \cos(90) = 0 \quad -2$$

$$\hat{i} \cdot \hat{k} = |\hat{i}| |\hat{k}| \cos(90) = 0 \quad -3$$

ومعنى ذلك أن القيمة القياسية لمتجهات الوحدة هي:

$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$$

كما أن الزاوية بين أي متجهين منها هي زاوية قائمة، والزاوية بين المتجه ونفسه تساوي الصفر.

4- كما نؤكد على ضرورة ملاحظة الحالة العامة للتعبير عن الضرب الاتجاهي التي استخدمناها في حل المثال وهي:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k})(B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

حيث إن:

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

وهذا ما استخدمناه لحساب الطرف الأيمن في المثال (2-7)، مع مراعاة الخاصية التوزيعية في الضرب *distribution law*.

مثال (2-7): Example

أوجد مقدار الزاوية (θ) بين المتجهين ($\vec{A}$) و ($\vec{B}$) المعرفين على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$$

$$\vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$$

الحل Solution:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\theta)$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_z^2} = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2} = 3.6$$

من ناحية أخرى:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j})(B_x \hat{i} + B_z \hat{k})$$

$$= (3\hat{i} - 4\hat{j})(-2\hat{i} + 3\hat{k})$$

$$= (3\hat{i}) \cdot (-2\hat{i}) + (3\hat{i}) \cdot (3\hat{k}) + (-4\hat{j}) \cdot (-2\hat{i}) + (-4\hat{j}) \cdot (3\hat{k})$$

$$= (-6)(1) + (9)(0) + 8(0) - (12)(0) = -6$$

وهكذا بالتعويض نجد أن:

$$\cos(\theta) = \frac{-6}{18} = -0.333$$

$$\theta = \cos^{-1}(-0.333) = 110^\circ$$

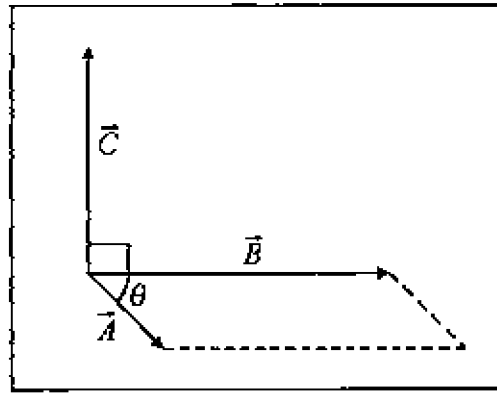
أي أن الزاوية بين المتجهين ($\vec{A}$) و ($\vec{B}$) هي ($\theta = 110^\circ$).

2-8-2 ضرب الاتجاهي Vectors Product

لقد سُميت العملية بهذا الاسم لأن ناتج الضرب عبارة عن كمية اتجاهية *vector*، ومعنى ذلك، أن حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين هو متجه ثالث، اتجاهه يكون عمودياً على المستوى الذي يحتوي للمتجهين اللذين يراد إيجاد حاصل ضربيهما اتجاهياً، أما مقدار المتجه الجديد فيعبر عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin(\theta) \quad (2-22)$$

حيث (C) تمثل مقدار الكمية المتجهة الجديدة، و (θ) تمثل الزاوية الصغرى المحصورة بين المتجهين ($\vec{A}$) و ($\vec{B}$)، انظر الشكل (2-19)، وتقرأ ($\vec{A}$ cross $\vec{B}$).



الشكل (2-19) يوضح ناتج الضرب الاتجاهي لكميتين اتجاهيتين ($\vec{A}$) و ($\vec{B}$)

أما اتجاه المتجه ($\vec{C}$) فيمكن معرفته باستخدام قاعدة اليد اليمنى، انظر الشكل (2-19)، مع ضرورة أن يبقى منفرداً لتحديد اتجاه حاصل الضرب الاتجاهي، وعملية الترتيب هنا هامة للغاية، بمعنى أن المتجه الأول (A) تمثله أصابع اليد اليمنى والثاني (B) تمثله راحة اليد اليمنى، ويمثل الإبهام اتجاه المتجه الجديد (C)، وهذا ما يؤكد ضرورة الانتباه إلى الآتي:

$$\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B} \quad (2-23) \text{ غير تبادلية}$$

كما أن التعبير الرياضي عن عملية الضرب الاتجاهي باستخدام متجه الوحدة يكون على الشكل الآتي:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \quad (2-24)$$

ويمكننا إيجاد ($\vec{A} \times \vec{B}$) باعتماد خاصية التوزيع *distribution law*، ومن الضروري جداً أن نؤكد هنا على أن الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة في النظام الثلاثي المتعامد (x, y, z) هو أوضاع

وأقرب مثال على التطبيق المباشر لهذا النوع من الضرب، فعلى سبيل المثال: لو أردنا أن نجد حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\hat{i})$ و $(\hat{j})$ فهذا يقتضي:

$$\hat{i} \times \hat{j} = |\hat{i}| |\hat{j}| \sin(\theta)$$

ولكن:

$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = 1$$

كما أن الزاوية بينهما تساوي $(\theta = 90^\circ)$ ، إذ المتجه الثالث $(\hat{k})$ هو المتجه العمودي على المستوى الذي يحتوي المتجهين $(\hat{i})$ و $(\hat{j})$ وهكذا نجد أن:

$$\hat{i} \times \hat{j} = |1| |1| \sin(90) = 1(\hat{k}) = \hat{k}$$

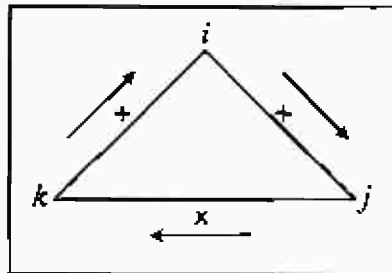
من الواضح أن مقدار المتجه الجديد يساوي الواحد، أما اتجاهه فهو اتجاه $(\hat{k})$ أي منطبق على المحور (z) . ويمكننا أن نستنتج ببساطة بسهولة كلاً مما يلي:

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} \quad (2-25)$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \quad (2-26)$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j} \quad (2-27)$$

ومن لتمكين تبسيط ذلك كله باستخدام المثلث البسيط المبيّن في الشكل (2-20).



الشكل (2-20) ويبين الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة (i) و (j) و (k)

مثال (2-8) Example

لديك المتجهان المعرفان على النحو التالي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$$

$$\vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$$

أوجد المتجه الجديد: $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$

الحل Solution:

$$\begin{aligned}
 \vec{C} &= \vec{A} \times \vec{B} = (3\hat{i} - 4\hat{j}) \times (-2\hat{i} + 3\hat{k}) \\
 &= -(3\hat{i} \times 2\hat{i}) + (3\hat{i} \times 3\hat{k}) + (4\hat{j} \times 2\hat{i}) - (4\hat{j} \times 3\hat{k}) \\
 &= 0 + 9(-\hat{j}) + 8(-\hat{k}) - 12(\hat{i}) \\
 \vec{C} &= -12\hat{i} - 9\hat{j} - 8\hat{k}
 \end{aligned}$$

الملاحظات الهامة في هذا المثال، والتي نلفت انتباه أبنائنا الطلبة إليها، هي الآتي:

$$\boxed{\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0} \quad (2-28)$$

ذلك أن:

$$\hat{i} \times \hat{i} = |\hat{i}| |\hat{i}| \sin(0) = 0$$

وكذلك بالنسبة لكل من $(\hat{j} \times \hat{j})$ و $(\hat{k} \times \hat{k})$.

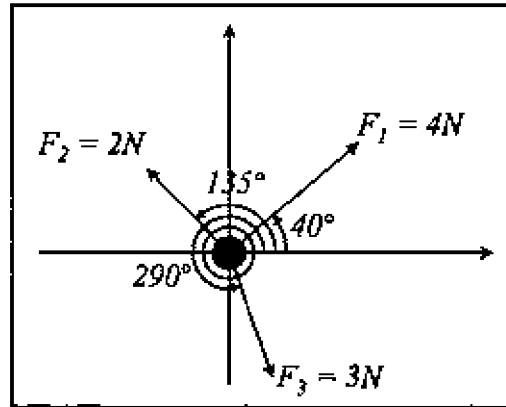
مسائل عامة محلولة

Solved Problems

2-1 أثرت ثلاث قوى $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3)$ على جسم كتلته (m) ، انظر الشكل (2-21).

1- أوجد حسابياً مقدار القوة المؤثرة على الجسم.

2- حدد اتجاه هذه القوة.



الشكل (2-21)

الحل solution:

من الواضح أن هذا المثال تطبيق مباشر على الطريقة التحليلية باستخدام المحاور الديكارتية، أي بتحويل القوى الثلاث إلى مركباتها.

$$1- \quad F_{1x} = F_1 \cos(\theta_1) = 4 \cos(40) \quad F_{1y} = F_1 \sin(\theta_1) = 4 \sin(40) \\ = 3.06 \, N \quad = 2.57 \, N$$

$$F_{2x} = F_2 \cos(\theta_2) = 2 \cos(135) \quad F_{2y} = F_2 \sin(\theta_2) = 2 \sin(135) \\ = -1.41 \, N \quad = 1.41 \, N$$

$$F_{3x} = F_3 \cos(\theta_3) = 3 \cos(290) \quad F_{3y} = F_3 \sin(\theta_3) = 3 \sin(290) \\ = 1.026 \, N \quad = -2.82 \, N$$

$$\sum F_x = 2.676 \, N \quad \sum F_y = 1.16 \, N$$

$$F = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \\ = \sqrt{(2.676)^2 + (1.16)^2} = 2.91 \, N$$

$$2- \quad \tan(\theta) = \frac{\sum F_y}{\sum F_x} = \frac{1.16}{2.676} = 0.433 \\ \theta = \tan^{-1}(0.433) = 23.43^\circ$$

ملاحظة: استخدم طريقة الرسم في المستوى على المحاور الديكارتية (x, y) لتمثيل كل من $(F, \Sigma F_x, \Sigma F_y)$.

2-2 بعد أن أوجدت حسابياً المركبات السينية والصادية لمجموعة القوى المستوية في الشكل (15-2)، أوجد حسابياً:

1- محصلة مجموع القوى على المحور السيني ΣF_x .

2- محصلة مجموع القوى على المحور الصادي ΣF_y .

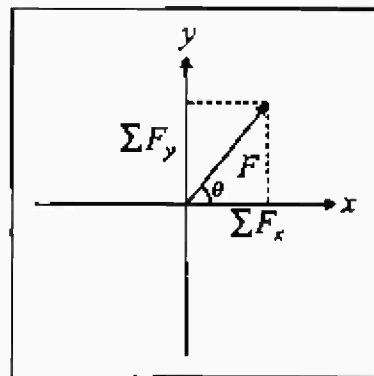
3- أوجد محصلة مجموع هذه القوى، ثم حدد اتجاهها مستعيناً بطريقة الرسم.

$$1 - \Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} \\ = 7.07 + 3.5 + 4.24 + 5.19 = 11.52 \text{ N}$$

$$2 - \Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} \\ = 7.07 + 6.06 + 4.24 - 3 = 14.37$$

$$3 - F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} = \sqrt{(11.52)^2 + (14.37)^2} \\ = 18.4 \text{ N}$$

$$\tan \theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{14.37}{11.52} = 1.247 \\ \theta = \tan^{-1}(1.247) = 51.28^\circ$$



المسألة (2-1)

2-3 إذا كان لديك $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفين على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$\vec{B} = -3\hat{i} + 3\hat{j}$$

أوجد حسابياً كلاً مما يلي:

1- المتجه $(3\vec{A})$ ، والمتجه $(2\vec{B})$.

2- المقدار العددي لكل من المتجه $(\vec{A})$ والمتجه $(\vec{B})$.

3- المتجه $(\vec{A} + \vec{B})$ والمتجه $(\vec{A} - \vec{B})$.

4- مقدار الزاوية (θ) بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

5- ناتج الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A}, \vec{B})$.

6- ناتج الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{A} \times \vec{B})$.

الحل:

1- المتجه $(3\vec{A})$ يساوي:

$$3\vec{A} = 6\hat{i} + 9\hat{j}$$

أما المتجه $(2\vec{B})$ فيساوي:

$$2\vec{B} = -6\hat{i} + 9\hat{j}$$

2- المقدار العددي للمتجه $(\vec{A})$ يساوي:

$$\begin{aligned} |\vec{A}| &= \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2} \\ &= \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \\ |\vec{B}| &= \sqrt{(B_x)^2 + (B_y)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 4.24 \end{aligned}$$

3- المتجه $(\vec{A} + \vec{B})$ يساوي:

$$\begin{aligned} (\vec{A} + \vec{B}) &= (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} \\ &= (2 - 3)\hat{i} + (3 + 3)\hat{j} = -\hat{i} + 9\hat{j} \end{aligned}$$

أما المتجه $(\vec{A} - \vec{B})$ فيساوي:

$$\begin{aligned} (\vec{A} - \vec{B}) &= (A_x - B_x)\hat{i} - (A_y - B_y)\hat{j} \\ &= (2 - (-3))\hat{i} - (3 - 3)\hat{j} = 5\hat{i} - 0\hat{j} = 5\hat{i} \end{aligned}$$

4- لإيجاد مقدار الزاوية (θ) بين المتجهين نستطيع الاستفادة من قاعدة الضرب القياسي لهما

وعلى النحو الآتي:

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\theta) \\ \vec{A} \cdot \vec{B} &= (2\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot (-3\hat{i} + 3\hat{j}) \\ &= (2)(-3)\hat{i} \cdot \hat{i} + (2)(3)\hat{i} \cdot \hat{j} + (3)(-3)\hat{j} \cdot \hat{i} + (3)(3)\hat{j} \cdot \hat{j} \\ &= -6 + 9 = 3 \end{aligned}$$

لاحظ أن:

$$(\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{i} = 0)$$

$$\therefore \cos(\theta) = \frac{A \cdot B}{|A| |B|} = \frac{3}{(5)(4.24)} = 0.1415$$

$$\theta = \cos^{-1}(0.1415) = 81.865$$

5- ناتج الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A} \cdot \vec{B})$ يساوي:

$$\begin{aligned} (\vec{A} \cdot \vec{B}) &= |A| |B| \cos(\theta) \\ &= (5)(4.24) \cos(81.865) = \\ &= 3 \end{aligned}$$

لاحظ أنها ذات النتيجة التي حصلنا عليها في الطلب (4) من هذا السؤال.

6- ناتج الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{A} \times \vec{B})$ يساوي:

$$\begin{aligned} (\vec{A} \times \vec{B}) &= |A| |B| \sin(\theta) \\ &= (2\hat{i} + 3\hat{j}) \times (-3\hat{i} + 3\hat{j}) \\ &= (2)(-3)\hat{i} \times \hat{i} + (2)(3)\hat{i} \times \hat{j} + (3)(-3)\hat{j} \times \hat{i} + (3)(3)\hat{j} \times \hat{j} \\ &= 6\hat{k}(-9)(-\hat{k}) = 6\hat{k} + 9\hat{k} = 15\hat{k} \end{aligned}$$

لاحظ أن: $(\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = 0)$ ، بينما $(\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k})$ و $(\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k})$.

1-4 أوجد حسابياً المركبة السينية x -component، والمركبة الصادية y -component لكل

واحدة من القوى الموضحة في الشكل (2-22).

الحل:

نلاحظ أن هذا الاختبار يهدف إلى تدريب الطالب على ضبط الطريقة التحليلية للقوى في

المستوى، من خلال أربع حالات اتجاهية، متمثلة في أربع زوايا مختلفة.

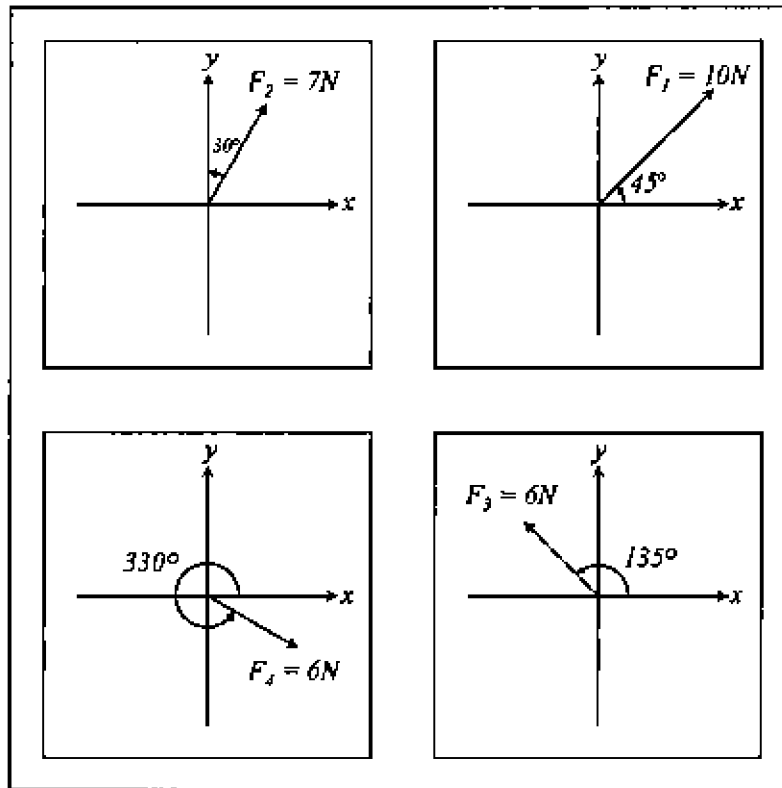
بالعودة إلى الشكل (2-14) من الوحدة الثانية، نجد أن:

$$\begin{aligned} 1- \quad F_{1x} &= F_1 \cos(\theta_1) &= 10 \cos(45) \\ & &= 7.07 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{1y} &= F_1 \sin(\theta_1) &= 10 \sin(45) \\ & &= 7.07 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2- \quad F_{2x} &= F_2 \cos(\theta_2) &= 7 \cos(60) \\ & &= 3.5 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{2y} &= F_2 \sin(\theta_2) &&= 7 \sin(60) \\
 &&&= 6.06 \, N \\
 3 - \quad F_{3x} &= F_3 \cos(\theta_3) &&= 6 \cos(135) \\
 &&&= -4.24 \, N \\
 F_{3y} &= F_3 \sin(\theta_3) &&= 6 \sin(135) \\
 &&&= 4.24 \, N \\
 4 - \quad F_{4x} &= F_4 \cos(\theta_4) &&= 6 \cos(330) \\
 &&&= 5.19 \, N \\
 F_{4y} &= F_4 \sin(\theta_4) &&= 6 \sin(330) \\
 &&&= -3 \, N
 \end{aligned}$$



الشكل (2-22)

مسائل وتمارين الفصل الثاني

Chapter Two Exercises & Problems

2-1 إذا كان مقدار المتجه $(\vec{A})$ يساوي (7) وحدات قياسية، ويصنع زاوية مقداره (250°) باتجاه عقارب الساعة بدءاً من الاتجاه الموجب للمحور السيني ارسم هذا المتجه مستخدماً المحورين (x, y) ثم أوجد مركبتيه السينية والصادية للمتجه $(\vec{A})$.

2-2 إذا كانت المركبتان السينية والصادية للمتجه $(\vec{A})$ هما:

$$x = -25 \text{ unit}$$

$$y = 40 \text{ unit}$$

أوجد حسابياً:

(أ) المقدار العددي للمتجه $(\vec{A})$.

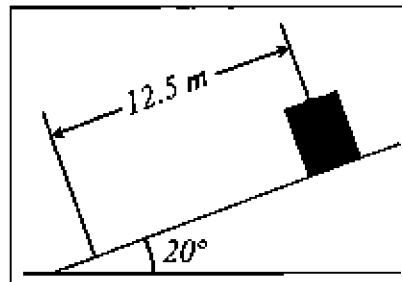
(ب) مقدار الزاوية بين المتجه $(\vec{A})$ والمحور السيني الموجب.

(ج) تأكد من صحة الحل بطريقتين مختلفتين.

2-3 يبلغ مقدار طول متجه الإزاحة لجسم متحرك $(\vec{R})$ (15 m) ويصنع زاوية قدرها (30°) مع المحور السيني الموجب.

ارسم هذا المتجه مستخدماً المحورين (x, y) ، ثم أوجد حسابياً مركبتيه السينية والصادية. ثم تأكد من صحة الحل.

2-4 قطعة معدنية ثقيلة على شكل آلة، دفعت على سطح مائل إلى الأعلى مسافة (12.5 m) ، حيث تبلغ زاوية الميل (20°) ، انظر الشكل (2-23)، المسألة (2-4).



الشكل (2-23)، المسألة (2-4)

أوجد حسابياً:

(أ) المسافة التي ارتفعتها القطعة المعدنية إلى الأعلى بعد الدفع.

ب) المسافة التي تحركتها القطعة أفقياً بعد الدفع.

2-5 إذا كان لديك متجه الإزاحة $(\vec{C})$ و $(\vec{D})$ ولهما المركبات الآتية مقاسة بالمتري:

$$C_x = 7.4, C_y = 3.8, C_z = -6.1$$

$$D_x = 4.4, D_y = 2.0, D_z = 0$$

أوجد حسابياً مركبات المتجه $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهين.

2-6 لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ المعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$\vec{B} = -13\hat{i} + 7\hat{j}$$

أوجد حسابياً:

أ) حاصل جمع المتجهين باستخدام متجهات الوحدة $(\hat{i})$ و $(\hat{j})$.

ب) أوجد حسابياً مقدار واتجاه المحصلة $(\vec{R})$ التي تمثل $(\vec{A} + \vec{B})$.

2-7 إذا كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\vec{B} = 5\hat{i} - \hat{j}$$

أوجد حسابياً المركبتان السينية والصادية، ثم احسب مقدار واتجاه كل من:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{R} = \vec{B} - \vec{A}$$

2-8 إذا كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{B} = -\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$$

أوجد حسابياً:

أ) $(\vec{A} + \vec{B})$.

ب) $(\vec{A} - \vec{B})$.

ج) مَرَف المتجه الجديد $(\vec{C})$ حيث إن:

$$\vec{A} - \vec{B} + \vec{C} = 0$$

2-9 إذا كان لديك المتجهات الثلاثة $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ و $(\vec{C})$ حيث إن:

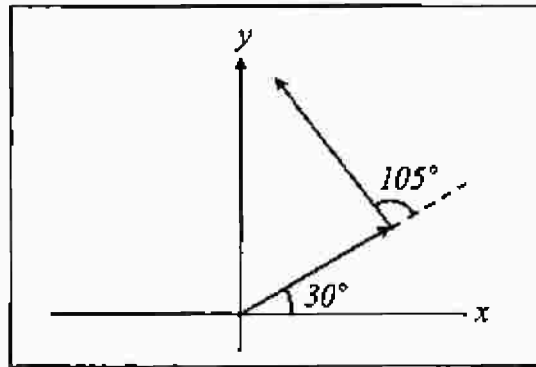
$$\vec{A} - \vec{B} = 2\vec{C}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = 4\vec{C}$$

$$\vec{C} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$$

عرّف المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

2-10 المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والموضعان في الشكل (2-24) لهما نفس الكمية (10) وحدات، ولهما الاتجاهان المبينان بالشكل الموضّح.



الشكل (2-24)، المسألة (2-10)

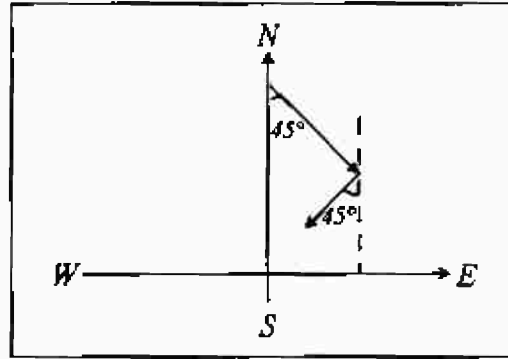
أوجد حسابياً:

(أ) المتجه $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

(ب) المركبتين السينية والصادية للمتجه $(\vec{R})$.

(ج) مقدار الزاوية بين المتجه $(\vec{R})$ والمحور السيني الموجب.

2-11 لاعب غولف احتاج إلى ثلاث محاولات لإدخال الكرة في الحفرة المخصصة لها. كانت المحاولة الأولى على مسافة (12m) شمالاً، والمحاولة الثانية (6m) شمال شرق، والمحاولة الثالثة (3m) جنوب غرب، ما هي المسافة المطلوبة لإدخال الكرة في موضعها الصحيح بمحاولة واحدة؟. انظر الشكل (2-25).



الشكل (2-25)، المسألة (2-11)

2-12 استخدم التعبير الرياضي لكل من الضرب القياسي والضرب الاتجاهي كي تتحقق من صحة النتائج الآتية:

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \quad -1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0 \quad -2$$

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0 \quad -3$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}, \quad \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}, \quad \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \quad -4$$

2-13 إذا كانت القيمة القياسية للمتجه $(\vec{A})$ تساوي (10) وحدات، والقيمة القياسية للمتجه $(\vec{B})$ تساوي (6) وحدات، ومقدار الزاوية بينهما (60°) .
أوجد حسابياً:

أ) حاصل الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

ب) مقدار حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

2-14 إذ كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$$

استخدم كلا من:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\theta)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

ودلك لحساب الزاوية المحصورة بينهما.

نديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ المعرفان على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 5\hat{j}$$

$$\vec{B} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$$

أوجد كلاً من:

1- $\vec{A} \times \vec{B}$

2- $\vec{A} \cdot \vec{B}$

3- $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{B}$

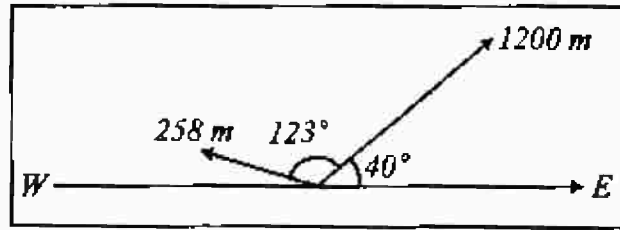
مسائل اختيارية

Optional Problems

2-1 رصدت محطة رادار طائرة قادمة من جهة الشرق مباشرة خلال موقعين، وذلك على النحو الآتي:

أ) على بعد $(1200m)$ وبزاوية مقدارها (40°) .

ب) استمر الرادار بالرصد وبعد زاوية قدرها (123°) من نقطة الرصد الأولى سجل بعداً قدره $(258m)$ ، انظر الشكل (2-26)، أوجد حسابياً المسافة التي قطعها الطائرة بين نقطتي الرصد.



الشكل (2-26)

2-2 لديك المتجهات الثلاثة $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ و $(\vec{C})$ المعرفة على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{B} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

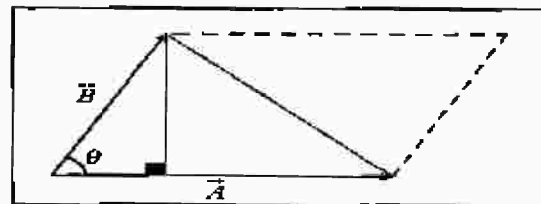
$$\vec{C} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

أوجد كلاً من:

$$\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}), \vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}), \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$$

2-3 أثبت أن مساحة المثلث الواقع بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ في الشكل (2-27) تساوي:

$$\frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$$



الشكل (2-27)، المسألة الاختيارية (2-3)

الخلاصة

Summary

- الكمية القياسية: هي الكمية التي يمكن تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة مقدارها ووحدة قياسها، ويمكننا أن نستخدم مع مجموعة من الكميات القياسية المتجانسة: القويين الجبرية الاعتيادية.
- الكمية المتجهة: هي الكمية التي يمكن تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة مقدارها ووحدة قياسها واتجاهها ونقطة تأثيرها ومحور عملها. ويتحتم علينا أن نستخدم مع مجموعة من الكميات المتجهة المتجانسة القوانين الخاصة بها.
- محصلة عدد من الكميات المتجهة: يمكننا إيجاد محصلة عدد من الكميات المتجهة المتجانسة بمعرفة مركباتها السينية ومركباتها الصادية على المحاور الديكارتية على النحو الآتي:

$$\begin{aligned}\sum A_x &= A_{1x} + A_{2x} + \dots \\ \sum A_y &= A_{1y} + A_{2y} + \dots \\ \tan(\theta) &= \frac{\sum A_y}{\sum A_x}\end{aligned}$$

متجهات الوحدة: يمكننا أن نعبر عن عدد من الكميات المتجهة المتجانسة في المستوى أو في الفراغ باستخدام متجهات الوحدة (i, j, k) على النحو الآتي:

$$\begin{aligned}\vec{A} &= A_x i + A_y j + A_z k \\ \vec{B} &= B_x i + B_y j + B_z k \\ \vec{C} &= C_x i + C_y j + C_z k\end{aligned}$$

حيث تساوي القيمة المطلقة لكل منها الواحد، كما أن الزاوية بين كل منها والآخر تساوي تسعين درجة، كما أن محصلة هذه الكميات المتجهة تكون على النحو الآتي:

$$\vec{R} = R_x i + R_y j + R_z k$$

- قانون جيب التمام: ويستخدم لإيجاد حاصل جمع متجهين (A, B) ، ويُعبر عنه رياضياً على الشكل الآتي:

$$\vec{C} = A^2 + B^2 + 2AB \cos(\theta)$$

حيث (A) هي المقدار العددي للمتجه الأول، (B) المقدار العددي للمتجه الثاني، (θ) الزاوية المحصورة بين المتجهين.

- **الضرب القياسي:** إنَّ ناتج الضرب القياسي لمتجهين (B, A) يُعبَّر عنه رياضياً على الشكل الآتي:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |A||B|\cos(\theta)$$

حيث $|A|$ هي القيمة المطلقة للمتجه الأول، $|B|$ هي القيمة القياسية المطلقة للمتجه الثاني، (θ) هي الزاوية المحصورة بينهما، وناتج الضرب هو كمية عددية.

- **الضرب الاتجاهي:** إنَّ ناتج الضرب الاتجاهي لمتجهين (B, A) يُعبَّر عنه رياضياً على الشكل الآتي:

$$\vec{A} \times \vec{B} = |A||B|\sin(\theta)$$

وناتج الضرب هو عبارة عن كمية اتجاهية ثالثة $(\vec{C})$ عمودية على المستوي الذي يحوي المتجهين (B, A) يمكن تحديد مقداره باستخدام هذه العلاقة الرياضية، كما يمكن تحديد اتجاهه باستخدام قاعدة اليد اليمنى.

القوة والحركة *Physical Measurements*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يصف الفروق بين كلٍ من الإزاحة والمسافة، والسرعة المتوسطة والسرعة الآلية، والتسارع المتوسط والتسارع الآني.
- أن يفسر العلاقات الرياضية التي تصف حركة الجسم على خط مستقيم بتسارع ثابت، بدلالة الكميات الفيزيائية المعبرة عنها.
- أن يتذكر دائماً المفهوم الصحيح للقوة على أنها كمية اتجاهية تنطبق عليها الصفات الأربع للمتجه.
- أن يميز الطالب بين قوانين نيوتن الثلاثة ولاسيماً عند استخدامها عملياً، وذلك من خلال الحالة الحركية للجسم الخاضع لتأثير القوة.
- أن يصف كلاً من الاحتكاك الحركي والاحتكاك الساكن.
- أن يشرح معنى الكتلة القصورية وكتلة الجذب للجسم.

القوة والحركة

Force & Motion

3-1 المقدمة Introduction :

تهدف هذه الوحدة إلى تقديم المفهوم المناسب لمعادلات الحركة على خط مستقيم كما تهدف إلى بيان علاقة القوة بالحركة، وذلك من خلال تقديم المفاهيم المناسبة لجميع الكميات الفيزيائية المساهمة فيها كالإزاحة والسرعة والتسارع وربط ذلك بقوانين نيوتن في الحركة*.

إن علم الميكانيكا *mechanics* يعتمد أساساً على مفهومي القوة *force* والحركة *motion* وعلاقتهم ببعضهما البعض، وبيان مفهوم القوة يعتمد على توضيح قوانين نيوتن الثلاثة وإدراك معانيها وربطها بمعادلات الحركة.

ولا بد من التأكيد في هذا المقام أن قوانين نيوتن الثلاثة تبقى صحيحة وتُطبق على نطاق واسع جداً باستثناء حالتين، نورد هنا على سبيل التذكير فقط، وهما:

1- الحالة الأولى: إذا كانت الأجسام متناهية في الصغر *microscopic*، وهي تلك الأجسام التي يتعذر رؤيتها بالعين المجردة كالذرات مثلاً *atoms*، أو الجزيئات *molecules*، إذ أن ميكانيكا هذه الأجسام يتم دراسته باستخدام ما يعرف بـ "ميكانيكا الكم" *quantum mechanics*.

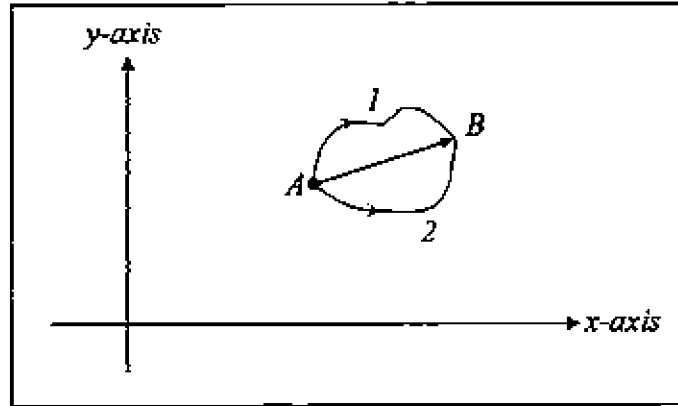
2- الحالة الثانية: إذا كانت الأجسام تسير بسرعة عالية جداً بحيث تكون سرعتها قريبة من سرعة الضوء *speed of light*، عندئذ تعالج حركة هذه الأجسام وفقاً لقوانين النسبية *relativity*. وسنعرض فيما يلي المفاهيم الأساسية المطلوبة لدراسة الحركة على خط مستقيم، كما سنعرض قوانين نيوتن الثلاثة، ونوضح علاقتها بالحركة على خط مستقيم.

3-2 الإزاحة Displacement :

عندما يتحرك جسم مادي بين نقطتين مثل *A* و *B*، انظر الشكل (3-1)، فإن إزاحته *displacement* هي الخط المستقيم الواصل بين النقطتين المذكورتين، وذلك للانتقال من النقطة *A* إلى النقطة *B*.

* تخصص عادة وحدة مستقلة لدراسة قوانين نيوتن في الحركة، وأخرى خاصة لأنماط الحركة، ولكننا اقتصرنا على نوع من أنماط الحركة، وارتابنا دمجها مع قوانين نيوتن، لصلتها المباشرة بها.

فعلى سبيل المثال بإمكان الجسم المادي المتحرك أن يسلك الطريق (1) أو الطريق (2) الموضحين في الشكل (3-1)، حيث يمثل كلٌّ منهما ما نطلق عليه المسافة *distance*، ولكن تبقى إزاحته معروفة على النحو الآتي: هي المتجه المتواصل بين النقطتين (A) و (B)، بدايته عند النقطة (A)، ونهايته عند النقطة (B)، أي أنها عبارة عن التغيير الصافي في موضع الجسم المادي المتحرك.



الشكل (3-1) يبين الفرق بين متجه الإزاحة ومفهوم المسافة

3-3 السرعة المتوسطة Average Velocity

السرعة المتوسطة *average velocity* والتي عادة ما نشير إليها بالرمز $(\bar{v})$ ، وهي عبارة عن النسبة بين إزاحة الجسم المتحرك (Δx) والزمن المحدد (Δt) الذي يستغرقه الجسم كي يتقنع تلك الإزاحة. أي أن:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (3-1)$$

وهذا ما يشير رياضياً إلى أن السرعة المتوسطة $(\bar{v})$ هي عبارة عن ميل الخط البياني للمتغيرين (x, t) ، حيث أن النقطة النهائية تمثلها الإحداثيات (x_2, t_2) والنقطة الابتدائية تمثلها الإحداثيات (x_1, t_1) ، وهاتان هما نقطتان يمر بهما الخط المستقيم المطلوب معرفة ميله، ويمكن التعبير عن ذلك بصفة عامة بالمعادلة الآتية:

$$v = f(t) \quad (3-2)$$

ومعنى ذلك أن (x) هي تابع *function* للزمن (t) ، ومن الواضح أن (x) تمثل الإزاحة. وأخيراً لا بد من التأكيد على أن السرعة المتوسطة هي كمية اتجاهية *vector*.

مثال (3-1) Example

إذا كان موقع الجسم المادي المتحرك كتابع للزمن تمثله العلاقة الرياضية الآتية:

$$x = 3t - 4t^2 + t^3$$

- 1- حدد موقع الجسم المتحرك بعد زمن قدره (1, 2, 3, 4) ثانية.
- 2- حدد إزاحة الجسم المتحرك بين الزمنين (0) و (4 s).
- 3- حدد السرعة المتوسطة للجسم بين الفترتين (2 s) و (4 s).

الحل Solution:

$$x(1s) = 3(1) - 4(1)^2 + (1)^3 = 0 \quad -1$$

$$x(2s) = 3(2) - 4(2)^2 + (2)^3 = -2 \text{ m}$$

$$x(3s) = 3(3) - 4(3)^2 + (3)^3 = 0$$

$$x(4s) = 3(4) - 4(4)^2 + (4)^3 \\ = 12 - 64 + 64 = 12 \text{ m}$$

$$\Delta x = x(4s) - x(0s) \quad -2$$

$$\Delta x = 12 \text{ m} - 0 = 12 \text{ m}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 3 (\text{m/s}) \quad -3$$

$$\Delta x = x(4s) - x(2s) = 12 - (-2) = 14 \text{ m}$$

$$\Delta t = 4 \text{ s} - 2 \text{ s} = 2 \text{ s}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 7 (\text{m/s})$$

3-4 السرعة الآنية Instantaneous Velocity

إن مفهوم السرعة الآنية *instantaneous velocity* يعتبر مفهوماً متأتياً عن مفهوم السرعة المتوسطة *average velocity* وذلك عندما يتقلص المجال الزمني للحركة ليصبح عند لحظة بدايتها، ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (3-3)$$

وهكذا نجد أن السرعة الآنية (v) في المعادلة (3-3) هي عبارة عن المشتقة الأولى لتابع الإزاحة (x) بالنسبة للزمن (t)، وذلك عند زمن محدد، ولبيان ذلك تأمل المثال الآتي:

مثال (3-2) Example:

جزئ متحركة على المحور السيني، تمّ تحديد موقعها بالعلاقة الرياضية:

$$x = 2 - 2t + 4t^2$$

حيث تقاس الإزاحة (x) بالأمتار والزمن (t) بالثواني.

أوجد حسابياً سرعة الجزئ عند الزمن $t = 1 \text{ s}$.

الحل Solution:

السرعة عند الزمن $t = 1$ s هي سرعة الجزيئة الآتية إذا:

$$\begin{aligned} v(1s) &= \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2 - 2t + 4t^2) \\ &= -2 + 8t = -2 + 8(1) \\ &= 6 \text{ (m/s)} \end{aligned}$$

3-5 التسارع Acceleration:

عندما تتغير سرعة جسم متحرك من السرعة الابتدائية (v_i) إلى السرعة النهائية (v_f) فإننا نقول في هذه الحالة بأن الجسم قد خضع لعملية تعجيل أو تسارع، ومن الممكن عندئذٍ تعريف التسارع المتوسط *average acceleration* والذي يشار إليه عادة بالرمز ($\bar{a}$) على النحو الآتي:

$$\bar{a} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (3-4)$$

أما التسارع اللحظي *instantaneous acceleration* فهو عبارة عن:

$$\bar{a} = \frac{dv}{dt} \quad (3-5)$$

أي أن التسارع اللحظي كما هو واضح من المعادلتين (3-3) و(3-5) يعبر عن المشتقة الأولى لتابع السرعة اللحظية (v) بالنسبة للزمن (t)، والمشتقة الثانية لتابع الإزاحة (x) بالنسبة للزمن (t)، وذلك عند زمن محدد، ولبيان ذلك تأمل المثال الآتي:

مثال (3-3) Example:

جسم يتحرك على المحور السيني حيث تمّ تحديد موقعه بالعلاقة الرياضية:

$$x = 50t + 10t^2$$

حيث تقاس الإزاحة (x) بالأمتار والزمن (t) بالثواني، وذلك بدءاً من الزمن ($t = 0$).

أوجد حسابياً:

1- السرعة المتوسطة للجسم خلال الثواني الثلاثة الأولى.

2- السرعة الآتية للجسم عند الزمن $t_2 = 3$ s.

3- التسارع الآتية للجسم عند الزمن $t_2 = 3$ s.

الحل Solution:

1- السرعة المتوسطة يتم حسابها بين الزمنين الابتدائي $t=0$ والنهائي $t=3s$.

$$\bar{v} = \frac{x(t=3s) - x(t=0)}{\Delta t}$$

$$x(t=3s) = 50(3) + 10(3)^2 = 240(m)$$

$$x(t=0) = 0$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 3 - 0 = 3(s)$$

$$\bar{v} = \frac{240(m)}{3(s)} = 80(m/s)$$

2- السرعة الآنية هي عبارة عن:

$$v = \frac{d}{dt}(50t + 10t^2)$$

$$v_{t=3} = 50 + 20t$$

$$v_{t=3} = 50 + 20 \times 3 = 110(m/s)$$

3- التسارع الآني هو عبارة عن:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{d}{dt}(50 + 20t)$$

$$a_{t=3} = 20(m/s^2)$$

ملاحظة: نلاحظ من خلال هذا المثال أن التسارع اللحظي هو المشتقة الثانية لتتابع الإزاحة بالنسبة للزمن، وهو المشتقة الأولى لتابع السرعة اللحظية بالنسبة للزمن.

3-6 معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت *Constant Acceleration Motion*:

كثيرة هي الحالات الحركية التي يكون فيها التسارع ثابتاً أو قريباً من الثبات، عندها فإن معنى التغير في الزمن يكون موضع تفكير عميق ولا سيما في حالة التسارع الآني، إذ أن العلاقة الرياضية التي تعبّر عنه هي:

$$a = \frac{dv}{dt} = a_0 = \text{const.}$$

أي أنه المشتقة الأولى للسرعة بالنسبة للزمن، حيث (a_0) هو التسارع عند لحظة بدء الزمن

$t=0$.

ويضرب الوسطين بالطرفين، نجد أن:

$$dv = a dt$$

ويجاء التكامل للطرفين (تكامل غير معدود) نجد أن:

$$\int dv = \int a dt \quad (3-6)$$

$$v = at + const.$$

ومن الممكن إيجاد مقدار الثابت $const$. وذلك بالرجوع إلى الشروط الابتدائية للحركة وهي:

$$v = v_0$$

$$t = 0$$

$$v_0 = a(0) + const$$

وهكذا

$$v_0 = const$$

إذاً بعد تعويض مقدار الثابت في المعادلة (3-6) فإنها تأخذ الشكل الآتي:

$$v = at + v_0$$

في هذه المعادلة تمثل (v) السرعة النهائية للجسم المتحرك بتسارع ثابت (a) ولذلك سوف نعطيها ومنذ الآن الرمز (v) أما (v_0) فهي السرعة الابتدائية وسنعطيها الرمز (v_0) وبملاحظة أن $(a = a_0)$ تصبح المعادلة (3-7) على النحو الآتي:

$$v = at + v_0 \quad (3-7)$$

وهي أول المعادلات للجسم المتحرك على خط مستقيم بتسارع ثابت. ومعلوم لدينا أيضاً أن:

$$v = \frac{dx}{dt} = at + v_0$$

أي أن:

$$dx = at dt + v_0 dt$$

وبإجراء التكامل - أيضاً - غير المحدد للطرفين نجد أن:

$$\int dx = a \int t dt + v_0 \int dt \quad (3-8)$$

$$x = a \frac{t^2}{2} + v_0 t + const$$

ومن الممكن إيجاد مقدار الثابت من الشروط الابتدائية للحركة وهي:

$$t = 0$$

$$x = x_0$$

وهكذا نجد أن:

$$x_0 = a(0) + v_0(0) + const$$

إذاً:

$$x_0 = const$$

وهكذا تصبح المعادلة (3-8) على النحو الآتي:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

في هذه المعادلة تمثل (x) الإزاحة النهائية للجسم المتحرك وسنشير دائماً بالرمز (x) بينما تشير (x_0) إلى الإزاحة الابتدائية وسنشير لها دائماً بالرمز (x_0) ، وعليه تصبح المعادلة على الشكل الآتي:

$$(x - x_0) = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \quad (3-9)$$

وبالإمكان دمج المعادلتين (3-7) و (3-9) مع بعضهما، وذلك على النحو الآتي:

من المعادلة (3-7) نجد أن الزمن (t) يساوي:

$$t = \frac{v - v_0}{a} \quad (3-10)$$

وبالتعويض في المعادلة (3-9) نجد أن:

$$\begin{aligned} (x - x_0) &= \frac{1}{2} a \frac{(v - v_0)^2}{a^2} + v_0 \frac{(v - v_0)}{a} \\ &= \frac{1}{2} \frac{(v^2 + v_0^2 - 2v v_0)}{a} + \frac{v v_0 - v_0^2}{a} \\ &= \frac{v^2 + v_0^2 - 2v v_0 + 2v v_0 - 2v_0^2}{2a} \\ &= \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \end{aligned}$$

$$(v^2 - v_0^2) = 2a(x - x_0) \quad (3-11)$$

وخلاصة القول: أننا نستطيع وصف حركة الجسم بتسارع ثابت وصفاً كاملاً بالمعادلات الآتية*:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + at \\ (x - x_0) &= \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \\ (v^2 - v_0^2) &= 2a(x - x_0) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{معادلات الحركة لجسم على} \\ \text{خط مستقيم بتسارع ثابت،} \end{array}$$

* يمكننا التعبير عن صافي مقدار الإزاحة $(x - x_0)$ في معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت بالرمز (d) ، أي أن: $(x - x_0) = d$.

مثال (3-4): Example

بدأ قطار حركته من السكون بتسارع ثابت، وعند زمن معين كانت سرعته (30 m/s) ، لرتفعت بعد ذلك إلى (50 m/s) وذلك بعد أن قطع مسافة قدرها (160 m) أوجد حسابياً:

- 1- تسارع القطار.
- 2- الوقت الذي استغرقه القطار حتى أصبحت سرعته (30 m/s) .
- 3- المسافة التي قطعها القطار من السكون إلى أن أصبحت سرعته (30 m/s) .

الحل Solution:

1- من المعادلة (3-11)

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} \\
 &= \frac{[(50^2) - (30^2)] \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2(160)\text{m}} = 5 (\text{m/s}^2) \\
 a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} \\
 \Delta t &= \frac{\Delta v}{a} = \frac{(v - v_0)}{a} = \frac{(50 - 30) \text{ m/s}}{5 \text{ m/s}^2} \\
 &= 4 (\text{s})
 \end{aligned}$$

2- الوقت الذي استغرقه القطار حتى أصبحت سرعته (30 m/s) هو:

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{v}{a} = \frac{30 (\text{m/s})}{5 (\text{m/s}^2)} \\
 &= 6.5 (\text{s}) \\
 x - x_0 &= \frac{1}{2} at^2 + v_0 t
 \end{aligned}$$

3- عند السكون تكون كل من:

$$\begin{aligned}
 x_0 &= 0 \\
 v_0 &= 0 \\
 x &= \frac{1}{2} at^2 \\
 x &= \frac{1}{2} (5 \text{ m/s}^2) (6.5 \text{ s})^2 \\
 &= 90 (\text{m})
 \end{aligned}$$

7-3 قانون نيوتن الأول في الحركة *Newton's First Law*:

في محاولة لبلورة المفاهيم الفيزيائية وتحديد العلاقة بين الأجسام وحالتها الحركية، استطاع نيوتن أن يحدد أول هذه المفاهيم عندما عزل القوة عن الجسم الذي تؤثر عليه، وذلك عندما افترض أن محصلة هذه القوى المؤثرة على الجسم تساوي الصفر، وما دام الأمر كذلك فإن تسارع الجسم يساوي الصفر أيضاً وبناءً على هذا الافتراض شخّص نيوتن حالتين اثنتين:

الحالة الأولى: إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة على جسم ساكن تساوي الصفر فإن الجسم سوف يبقى ساكناً.

الحالة الثانية: إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة على جسم تساوي الصفر ولكنه في هذه الحالة يتحرك بسرعة ثابتة، فإنه يستمر بحركته وبسرعة ثابتة، ما لم تؤثر عليه قوة خارجية جديدة.

وهذه المفاهيم كان لا بد لها من أن تستقر وتأخذ مكانتها وذلك بأن تسبب إلى نظام إسناد أو جملة إسناد *reference system*، كي تأخذ شكلها العملي المطلوب، كما أن ذلك النظام لا بد أن يكون متجانساً تماماً مع طبيعة هذا القانون الذي أخذ بعد ذلك تسمية نظام القصور الذاتي *inertia law*، أو قانون القصور الذاتي، أو كما تسميه بعض المراجع "قانون العطالة".

إن الحالة الأولى تأتي متوافقة مع ملاحظتنا اليومية مباشرة ولا صعوبة على الإطلاق في إدراك مفهومها. ولعلنا نتأمل مجموعة من الأجسام الساكنة في المحيط الذي نتواجد فيه بهدف تعميق فهمنا ومطابقة القانون واقعياً.

أما الحالة الثانية فهي الحالة التي نفترض انعدام محصلة القوى التي تعيق حركة الجسم بسرعة ثابتة، وهذا أمر يصعب تحقيقه في سياق الواقع، ولكن القانون يبقى صحيحاً ضمن نصه وفرضياته، كما أن الحالة الأولى لهذا القانون "قانون القصور الذاتي" تشير إشارة هامة إلى شروط التوازن في علم الحركة *equilibrium conditions*، وذلك بمقتضى أن محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم تساوي صفراً، يعني بالضرورة أن يبقى الجسم ساكناً أي أن:

$$\sum \vec{F} = 0$$

وكذلك فإن كمية التحرك للجسم تساوي:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

حيث إن $(\vec{p})$ تمثل كمية التحرك للجسم *momentum*، كتلته (m) ، و $(\vec{v})$ هي سرعته الثابتة.

3-8 قانون نيوتن الثاني في الحركة *Newton's Second Law*:

إذا كانت محصلة القوى الخارجية ($\sum \vec{F}$) المؤثرة على جسم كتلته (m) لا تساوي الصفر، فإنها سوف تكسبه تسارعاً مقداره ($\vec{a}$) يتناسب تناسباً طردياً مع مقدار هذه القوة، ويكون اتجاهاه بنفس اتجاهها.

$$\sum \vec{F} \propto \vec{a} \quad (3-12)$$

وهذا يعني أن:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \text{const.}$$

إن هذا الثابت هو عبارة عن كتلة الجسم (m)، والكتلة كما نعلم هي كمية قياسية تعتمد على مقدار ما يحتويه الجسم من مادة، وهي التي تمنع القوة الخارجية المؤثرة التي تعمل على تغيير الحالة الحركية للجسم. وهكذا فإن العلاقة الرياضية (3-12) تصبح على الشكل الآتي:

$$\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}} \quad (3-13)$$

ومن الضروري هنا أن نتأمل جيداً ونعيّن القوى الخارجية *external forces* المؤثرة على الجسم، مع ضرورة إهمال القوى الداخلية *internal forces*، مثل تلك القوى التي يؤثر بها جزء من الجسم على بقية أجزائه الأخرى، وعكس ذلك.

والعلاقة أو القانون (3-13) شأنها شأن أي معادلة أخرى يمكننا إعادة صيغتها الرياضية العامة. مستخدمين الأبعاد الفراغية الثلاثة (x, y, z) كي تأخذ الشكل التحليلي الآتي:

$$\left. \begin{aligned} \sum \vec{F}_x &= m\vec{a}_x \\ \sum \vec{F}_y &= m\vec{a}_y \\ \sum \vec{F}_z &= m\vec{a}_z \end{aligned} \right\} \quad (3-14)$$

إن هذه المعادلات الثلاث (3-14) تبين لنا كيف تتأثر محصلة القوة المؤثرة على الكتلة (m) بمركبات التسارع الثلاث (ax, ay, az)، باعتبارها هي الأخرى كميات اتجاهية.

وإذا ما عدنا إلى المعادلة (3-13) واستخدمنا النظام الدولي للقياس (*SI*) الذي درسه في الوحدة الأولى من هذا الكتاب، نجد أن:

$$1N = (1 \text{ kg}) (1 \text{ m/s}^2)$$

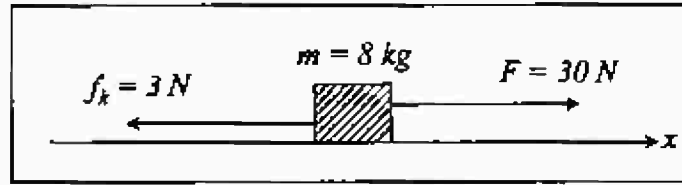
مثال (3-5): Example

جسم كتلته (8 kg) يستقر على سطح أفقي خشن، تعرض لتأثير قوة خارجية أفقية مقدارها 30 N، أوجد حسابياً تسارع هذا الجسم إذا علمت أن:

1- يؤثر السطح الخشن على الجسم بقوة احتكاك مقدارها (3 N).

2- هل يتغير مقدار التسارع إذا كان السطح أملساً؟ أوجد مقداره حسابياً.

الحل Solution:



الشكل (3-2)، مثال (3-5)

1- باستخدام قانون نيوتن الثاني وبملاحظة أن كل من القوتين (f_k, F) تعملان في اتجاهين متعاكسين وتقعان على الخط الأفقي (x) نجد أن:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F - f_k \\ 30 - 3 &= 8 (a_x) \\ a_x &= \frac{27}{8} = 3.375 \text{ (m/s}^2\text{)}\end{aligned}$$

2- من الواضح أن قوة الاحتكاك في هذه الحالة تساوي الصفر وهذا يعني أن:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma \\ 30 &= 8 (a_x) \\ a_x &= \frac{30}{8} = 3.75 \text{ (m/s}^2\text{)}\end{aligned}$$

مثال (3-6): Example

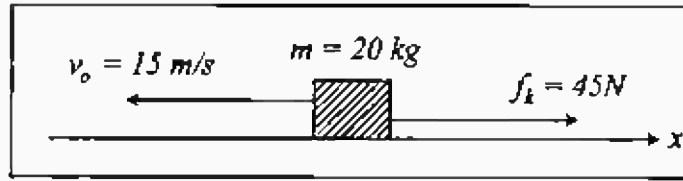
جسم كتلته (20 kg) ينزلق بسرعة ابتدائية مقدارها (15 m/s) على سطح أفقي خشن، إذا كان هذا الجسم المنزلق يعاني من تأثير قوة احتكاك مقدارها (45 N).

1- كيف تصف حركة هذا الجسم؟ مثل ذلك بالرسم المناسب.

2- أوجد حسابياً تسارع الجسم.

3- أوجد حسابياً الزمن اللازم كي تصبح سرعته النهائية مساوية إلى الصفر.

الحل Solution:



الشكل (3-3)، مثال (3-6)

1- من الواضح أن الجسم يتحرك نحو اليسار وبسرعة $(v_o = 15 \text{ m/s})$ ، ولا توجد قوة تدفعه بهذا الاتجاه $(F = 0)$.

2- باستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x$$

$$F - f_k = m\vec{a}_x$$

$$0 - 45 = 20 (\vec{a}_x)$$

$$\vec{a} = \frac{-45}{20} = -2.25 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

3- لحساب الزمن اللازم كي تصبح سرعته النهائية مساوية للصفر، نستطيع الاستفادة من تعريف التسارع، حيث أن:

$$a = \frac{v - v_o}{t}$$

$$t = \frac{v - v_o}{a} = \frac{0 - 15}{-2.25} = 6.6 \text{ (s)}$$

أي أن الجسم سوف يتوقف بعد مرور (6.6 s) .

مثال (3-7) Example:

إلكترون كتلته $(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})$ ، يسير بسرعة ابتدائية مقدارها $(v_o = 10^6 \text{ m/s})$ في الاتجاه الأفقي، دخل بين لوحين مكثف حيث أثرت عليه قوة مقدارها $(8 \times 10^{-17} \text{ N})$ وفي الاتجاه العمودي، وذلك لفترة مقدارها (10^{-8} s) .

أوجد حسابياً سرعته عندما يخرج من المكثف الكهربائي.

الحل Solution:

هذا المثال يجمع بين قانون نيوتن الثاني، وقانون الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت، ومن الواضح أن التسارع في الاتجاه العمودي باتجاه تأثير القوة، إذاً:

$$v = v_o + at$$

وبما أنه يسير بسرعة ثابتة على المحور الأفقي فإن تسارعه بهذا الاتجاه يساوي الصفر

$$a_x = 0$$

$$v_{ox} = 0$$

وبتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\sum F_y = m_e a_y$$

$$F_y = m_e a_y$$

$$a_y = \frac{F_y}{m_e}$$

$$v_y = v_{oy} + \left(\frac{F_y}{m_e} \right) t$$

$$= 0 + \left(\frac{8 \times 10^{-17}}{9.1 \times 10^{-31}} \right) \times 10^{-8}$$

$$= 8.79 \times 10^5 \text{ (m/s)}$$

3-2 الوزن Weight :

يعتبر الوزن *weight* من التطبيقات الهامة والمباشرة لقانون نيوتن الثاني في صيغته المعروفة $(\vec{F} = m\vec{a})$ ، وذلك عندما نعتبر أن تسارع الجاذبية الأرضية ثابت، والوزن لجسم ما هو القوة التي تشده أو تسحبه في كل الظروف نحو مركز الأرض، وهذه القوة يمكن حسابها بواسطة قانون قیوتن للجذب العام، وذلك للتأكيد على أن سببها هو الشد الأرضي *gravitational attraction* بين كتلة الأرض وكتلة الجسم، أما مقدار وزن الجسم فنعتبر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\vec{W} = m\vec{g} \quad (3-15)$$

وهذا الوصف ينطبق على كل جسم موجود داخل مجال تأثير الجاذبية الأرضية حيث تعبّر (m) عن كتلة الجسم، و $(\vec{g})$ عن تسارع الجاذبية الأرضية، ويُلاحظ من خلال المقارنة بين هذه العلاقة وقانون نيوتن الثاني، أن $(\vec{g})$ قد حلت بدلاً من $(\vec{a})$ وهو التسارع الناشئ عن القوة بصفة عامة.

ومن المناسب جداً إعادة صياغة العلاقة (3-15) باستخدام متجه الوحدة للمحور العمودي (y) الموازي لمحور تأثير الأرض والمتجه نحو مركزها $(\hat{j})$ على النحو الآتي:

$$\boxed{\vec{W} = -m\vec{g}\hat{j}} \quad (3-16)$$

وواضح أن الإشارة السالبة تدل على أن متجه الوزن يكون دائماً في المنطقة السالبة من المحور الصادي $(y\text{-axis})$ ، وهو باتجاه مركز الأرض.

ولقد أثبتت الدراسات التجريبية الحقائق الآتية:

1- يتناسب وزن الجسم تناسباً طردياً مع كتلته.

2- إن ثابت التناسب هو عبارة عن (g) ، أي تسارع الجاذبية الأرضية.

وتأسيساً على ذلك فإنه يتوجب علينا الإشارة إلى نوعين من الكتلة هما:

(أ) الكتلة القصورية للجسم *inertia mass*: وهي عبارة عن النسبة بين معضلة القوى المؤثرة في الجسم ومقدار التسارع الذي يكتسبه نتيجة لتأثير هذه القوى، وفقاً لقانون نيوتن الثاني في الحركة، أي أن:

$$m_{inertia} = \frac{\sum F}{a} \quad (3-17)$$

(ب) كتلة الجذب للجسم *attraction mass*: وهي عبارة عن مقياس لمقدار استجابة الجسم لقوة الجاذبية الأرضية. ولتبسيط المسألة، افترض أن لدينا جسمان وزناهما متساويان $(\vec{W}_1, \vec{W}_2)$ ، فهذا يقتضي بالضرورة أن كتلتي الجاذبية لهما متساويتان (m_{1g}, m_{2g}) . وهذا يؤدي إلى أن:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{\vec{W}_1}{\vec{W}_2} \quad (3-18)$$

وبما أن الجسم خاضع لتأثير قوة الوزن، فإن ذلك سيؤدي إلى وجود تسارع بسبب هذا التأثير نطلق عليه تسارع الجاذبية الأرضية *gravitational acceleration* أو تسارع السقوط الحر *free falling acceleration* وهو ما نرمز له عادة بالحرف (g) . وباستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\begin{cases} \vec{W}_1 = (m_1)(g) \\ \vec{W}_2 = (m_2)(g) \end{cases} \quad (3-19)$$

وبتعمير المعادلات (3-19) في المعادلة (3-18) نجد أن:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{m_1}{m_2} = const.$$

وبصورة عامة نجد أن:

$$m \propto mg$$

ومعنى ذلك أن الكتلة القصورية للجسم تتناسب طردياً مع كتلة الجاذبية له وفي حال استخدام الكيلوغرام كوحدة لقياس الكتلتين فإننا نجد:

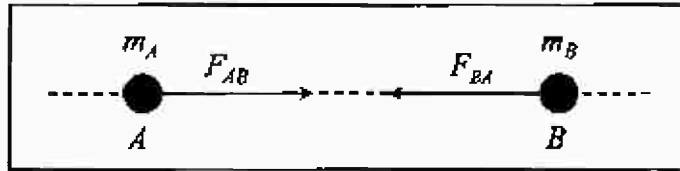
$$\begin{aligned} m &= mg \\ \frac{m}{m_g} &= 1 \end{aligned}$$

أي أنهما متساويتان.

3-10 قانون نيوتن الثالث Newton's Third Law

من الممكن دائماً أن نتذكر المفهوم العام لقانون نيوتن الثالث، وذلك إذا ما تذكرنا المثال البسيط والذي يمكن أن يكون قد مر بأي واحد منا عند الطرق على مسمار بقوة باستخدام المطرقة، والفكرة هنا هي: أن القوة التي تؤثر بها المطرقة على المسمار تقابلها قوة تأثير المسمار على المطرقة، وهما قوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه. وليبين المفهوم العام لقانون نيوتن الثالث، انظر الشكل (3-4)، افترض أن الجسم (A) يؤثر بقوة ($\vec{F}_{AB}$) على الجسم (B)، لقد دلت التجارب على أن الجسم (B) يؤثر بقوة ($\vec{F}_{BA}$) على الجسم (A) وهاتان القوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه، وهذا ما يمكن التعبير عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

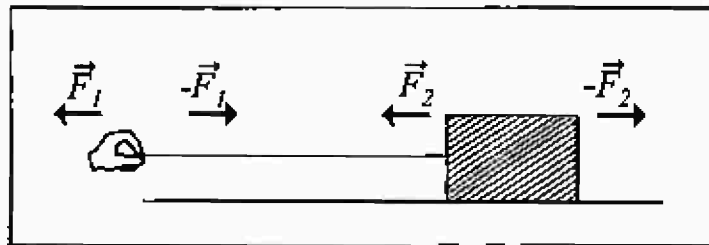
$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \quad (2-20)$$



الشكل (3-4) ويبين قانون نيوتن الثالث

وبصفة عامة يمكن إعادة صياغة قانون نيوتن الثالث على النحو الآتي:

لكي قبل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه. ومن المهم جداً التأكيد على أن هذا القانون ممكن التطبيق فقط في إطار القصور الذاتي *inertial frames* أو بعبارة أخرى فإنه يفسر تأثير القوى الحقيقية التي ترافقها ردود فعل واضحة وأساسية. إن القوة الأولى هي ما تعرف بقوة الفعل *action*، أما القوة الثانية فهي ما تعرف بقوة رد الفعل *reaction*. ولا بد من التأكيد على أن القوى في الطبيعة توجد على شكل أزواج متساوية في المقدار ومتعاكسة في الاتجاه، ولا وجود للقوة المفردة، والقوتان تمتلكان الطبيعة والخصائص نفسها، انظر الشكل (3-5).



الشكل (3-5) قانون نيوتن الثالث وتظهر فيه أزواج القوى ($F_1, -F_1$) و ($F_2, -F_2$)

ومن الأمثلة على قانون نيوتن الثالث:

(أ) إذا تأملنا القوة التي يؤثر بها جسم موجود على سطح الأرض على الأرض نفسها، نحدد أن قوة تأثير الجسم ($\vec{W}$) باتجاه مركز الأرض، تقابلها الأرض بقوة رد فعل ($\vec{N}$) تتجه من مركز الأرض نحو الجسم.

(ب) قوى الجذب المتبادلة بين الأجرام السماوية فالشمس تجذب الأرض نحوها بقوة دفع ($\vec{F}$) والأرض تجذب الشمس نحوها بقوة رد الفعل ($\vec{N}$).

(ج) النواة تجذب الإلكترون نحوها أيضاً بقوة فعل ($\vec{F}$) والإلكترون يجذب النواة نحوه بقوة رد فعل ($\vec{N}$).

3-1-1 الاحتكاك *Friction*:

عندما تعمل قوة ما وتكون ($\vec{F}$) على سحب جسم موجود على سطح جسم ما، فإن قوة معاكسة $\vec{f}$ بين الجسم والسطح الموجود عليه تعرقل وتعيق حركة الجسم الأول على الجسم الثاني نتيجة لتشابك النتوءات المجهرية للجسمين ببعضهما البعض، وهذا ما يمكن التعبير عنه بقوة معيقة للحركة أثر بها الجسم الثاني (السطح) على الجسم الأول (الجسم المتحرك) والتي نسميها قوة الاحتكاك *friction force*، إن أقل قيمة لهذه القوة تساوي الصفر ثم تبدأ بالازدياد التدريجي إلى أن تصل إلى قيمتها القصوى وذلك عندما يكون الجسم على وشك الانزلاق.

إن هذه القوة تأخذ تسميتين مختلفتين بحسب الحالة الحركية للجسم الخاضع لتأثير القوة الخارجية، هما قوة الاحتكاك الحركي (إذا كانت القوة الخارجية كافية لتحريك الجسم) وقوة الاحتكاك الساكن (إذا كانت القوة الخارجية غير كافية لتحريك الجسم).

وسنتناول حالتين هندسيتين مختلفتين معروفتين لسطح الجسم الذي يحصل عليه الاحتكاك:

الحالة الأولى: الاحتكاك على سطح أفقي.

الحالة الثانية: الاحتكاك على سطح مائل.

3-1-1-1 الاحتكاك على سطح أفقي:

وبهدف توضيح هذا الأمر واستبعاد مواطن اللبس فيه، سنناقش حالتين مختلفتين لمفهوم قوة الاحتكاك:

(أ) قوة الاحتكاك الساكن *static frictional force*:

إذا كان الجسم المراد تحريكه ساكناً على الرغم من تأثير القوة الخارجية ($\vec{F}$) عليه، فإن قوة الاحتكاك في هذه الحالة تسمى قوة الاحتكاك الساكن *static frictional force*، وختصاراً

(f_r) وذلك كدليل على بقاء الجسم ساكناً، أو متحركاً حركة منتظمة. ومن المناسب ذكره هنا أن (f_r) تعتمد على القوة العمودية $(\vec{N})$ التي يؤثر بها السطح على الجسم المنزلق، وهي قوة رد الفعل.

(ب) قوة الاحتكاك الحركي *kinetic frictional force*:

إذا تحرك الجسم بعد خضوعه لتأثير القوة الخارجية $(\vec{F})$ عليه، فإن قوة الاحتكاك في هذه الحالة تسمى قوة الاحتكاك الحركي *kinetic frictional force* واختصاراً (f_k) ، وذلك كدليل على تحرك الجسم.

ومن المهم جداً أن نذكر في هذا المقام ببعض خصائص قوى الاحتكاك:

1- إذا لم يتحرك الجسم تحت تأثير القوة الخارجية $(\vec{F})$ فهذا يعني من الناحية العملية أن:

$$\vec{F} \leq \vec{f}_s \quad (3-21)$$

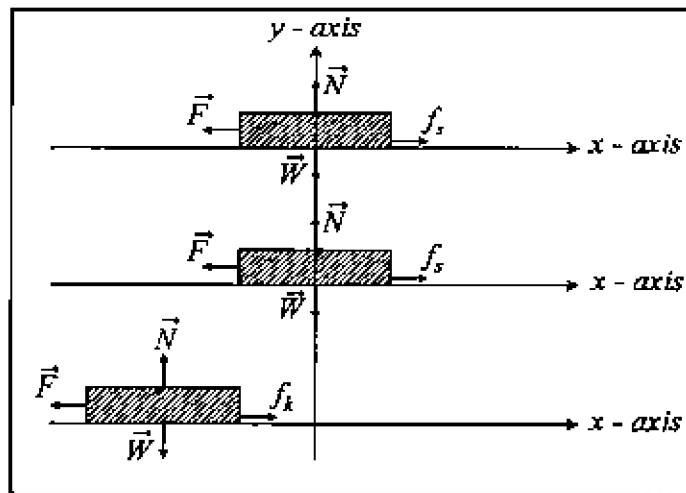
والقوتان $(\vec{F})$ و $(\vec{f}_s)$ موازيتان تماماً لمحور الحركة، والقوة $(\vec{f}_s)$ معاكسة في الاتجاه للقوة $(\vec{F})$ ، وهي كما تلاحظ من الشكل (3-6) قوة مماسة للسطح.

2- تصل قوة الاحتكاك الساكن $(\vec{f}_s)$ إلى أقصى قيمة لها $(f_s \max)$ وذلك قبل لحظة بدء حركة الجسم مباشرة ويعبر عنها رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$\vec{f}_{s \max} = \mu_s \vec{N} \quad (3-22)$$

حيث $(\vec{N})$ هي عبارة عن قوة رد فعل الوزن $(\vec{W})$ ، و (μ_s) هو معامل الاحتكاك الساكن

coefficient of static friction



الشكل (3-6) يبين الاحتكاك، وقوى الاحتكاك (fs) و (fk) على سطح أفقي

3- إذا بدأ الجسم بالحركة على مستوى السطح، فإن مقدار قوة الاحتكاك يتناقص إلى القيمة ($\vec{f}_k$) حيث تُعرّف هذه القوة بالعلاقة الرياضية الآتية:

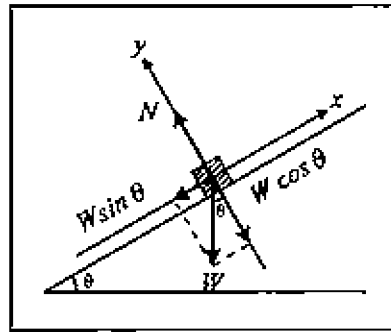
$$\boxed{\vec{f}_k = \mu_k \vec{N}} \quad (3-23)$$

لاحظ هنا أن (μ_k) هو معامل الاحتكاك الحركي *coefficient of kinetic friction*.

2-11-3 الاحتكاك على مستوى مائل:

ستدرس هذا النوع من الحركة دراسة متأنية وذلك بهدف التفريق بين حالتين، في الحالة الأولى تكون قوة الاحتكاك مساوية إلى الصفر؛ أي أنها لا تؤثر في حركة الجسم، بينما تكون في الثانية أكبر من الصفر أي أنها ذات قيمة مؤثرة في حركة الجسم.

أ) الحركة على المستوي المائل (بدون احتكاك) *Nonfrictional incline surface motion*: تأمل الشكل (3-7).



الشكل (3-7)

نلاحظ من الشكل أن الجسم ذو الكتلة (m) والوزن (W)، موجود على سطح أملس تماماً، مائل على الأفق بزاوية (θ)، ويهدف تحليل وزن الجسم استخدمنا محورين متعامدين (x, y) مركزهما، عند مركز ثقل الجسم، والآن نلاحظ أن القوى المؤثرة على الجسم المتحرك هي:

$$1- \text{ وزن الجسم: } (\vec{W} = mg)$$

حيث (g) هي تسارع الجاذبية الأرضية، ونلاحظ أن متجه الوزن يشير رأسياً إلى أسفل.

$$2- \text{ قوة تأثير الجسم عمودياً في المستوي } (\vec{N}).$$

ونلاحظ أن القوتان ($\vec{W}$) و ($\vec{N}$) ليستا متوازنتين، ولهذا يبدأ الجسم بالانزلاق.

نقوم الآن بتحليل الوزن إلى مركبتيه العمودية والأفقية فنجد أن:

$$\text{المركبة الموازية للمستوي وهي: } W \sin \theta$$

المركبة العمودية على المستوي وهي: $\theta Wy = W \cos$

ونلاحظ بسهولة أن القوتين (N) و (Wy) متساويتان في المقدار ومتعاكستان بالاتجاه، أي أن محصلة هاتين القوتين تساوي الصفر:

$$Wy + N = 0$$

أما القوة (Wx) فهي القوة المحركة للجسم والتي ستكسبه تسارعاً نستطيع إيجادها من قانون نيوتن الثاني، أي أن:

$$Wx = mg \sin (\theta) = ma$$

$$a = g \sin \theta \quad (3-24)$$

ونلاحظ في هذه الحالة ومن خلال العلاقة الرياضية (3-24) أن تسارع الجسم المتحرك على المستوي المائل بدون احتكاك لا يعتمد على كتلة الجسم.

مثال (3-8) Example:

إذا كانت كتلة الجسم المتحرك على سطح مائل وبدون احتكاك والمبين في الشكل (3-7) تساوي ($20kg$)، وزاوية الميل تساوي (45°).

أوجد حسابياً تسارع الجسم، معتبراً أن مقدار تسارع الجاذبية الأرضية ($g=9.8m/s^2$).

الحل Solution:

بالتعويض في العلاقة الرياضية (3-23)، وبملاحظة أن:

$$\theta = 45^\circ$$

$$a = g \sin \theta$$

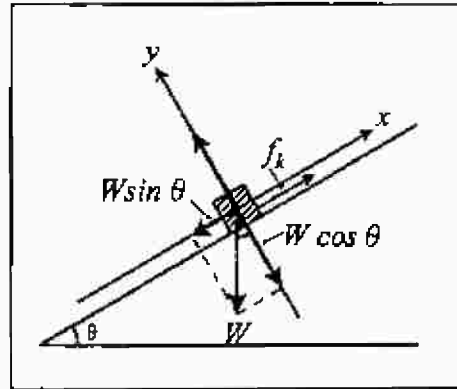
$$a = (9.8) \sin (45^\circ) = 6.93 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

مجدداً، نلاحظ أنه لا تأثير لكتلة الجسم على تسارعه.

سؤال: متى يتساوى تسارع الجسم المنزلق مع تسارع الجاذبية الأرضية؟ وضّح ذلك مستعيناً بالعلاقة لرياضية (3-24).

ب) الحركة على المستوي المائل (بوجود الاحتكاك) *Frictional an inclined surface motion*:

تأمل الشكل (3-8).



الشكل (3-8)

نلاحظ من الشكل أن الجسم ذو الكتلة (m) والوزن ($\vec{W}$) موجود على سطح خشن، مائل على الأفق بزاوية (θ)، ومثلما فعلنا في حالة السطح الأملس عديم الاحتكاك، نستخدم محورين متعامدين (x, y) مركزهما عند مركز ثقل الجسم، والآن نجد أن القوى المؤثرة على الجسم المتحرك هي:

1- وزن الجسم: ($\vec{W} = mg$).

حيث (g) ترمز إلى تسارع الجاذبية الأرضية، ونلاحظ أيضاً أن متجه الوزن يشير أسياً إلى الأسفل.

2- قوة تأثير الجسم عمودياً في المستوي ($\vec{N}$).

ونلاحظ هنا كما في الحالة الأولى أن القوتين ($\vec{W}$) و ($\vec{N}$) ليستا متوازنتين ولهذا يبدأ الجسم بالانزلاق، وكما فعلنا في الحالة الأولى نحلل الوزن إلى مركبتيه العمودية على السطح والأفقية الموازية له.

$$W_x = W \sin \theta$$

$$W_y = W \cos \theta$$

والقوتان ($\vec{N}$) و ($\vec{W}_y$) محصلتهما أيضاً تساوي الصفر كما في الحالة الأولى، ولصّن القوة ($\vec{W}_x$) تماكسها قوة الاحتكاك الحركي (f_k) ولهذا نجد أن محصلة القوى التي سكتسب الجسم تسارعاً، يمكننا إيجاداه من قانون نيوتن الثاني، تكون على النحو الآتي:

$$\sum F_x = W_x - f_k = ma$$

$$mg \sin \theta - f_k = ma$$

$$a = \frac{mg \sin \theta - f_k}{m} \quad (3-25)$$

مثال (3-9): Example

إذا كانت كتلة الجسم المتحرك على السطح الخشن المائل المبين في الشكل (3-8) تساوي (12kg) ، ومقدار قوة الاحتكاك تساوي (20N) .

أوجد حسابياً مقدار تسارع الجسم وذلك إذا كانت زاوية ميل المستوي تساوي (30°) ، وتسارع الجاذبية الأرضية يساوي (9.8m/s^2) .

الحل Solution:

بالتعويض في العلاقة الرياضية (3-24) نلاحظ أن مقادير الكميات الفيزيائية التي وردت فيها هي:

$$\theta = 30^\circ$$

$$m = 12\text{kg}$$

$$f_k = 20\text{N}$$

$$g = 9.8 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

وهكذا نجد أن:

$$a = \frac{(12)(9.8)\sin(30) - 20}{12} = 3.2\text{m/s}^2$$

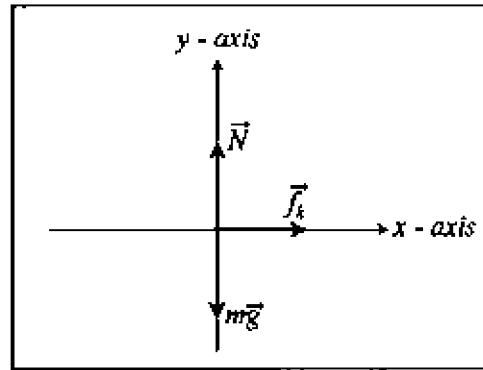
سؤال: هل يمكن أن يتساوى تسارع الجسم مع تسارع الجاذبية الأرضية؟ وضّح ذلك مستعيناً بالعلاقة (3-25).

مسائل عامة محلولة

solved problems

3-1 لاعب بيسبول كتلته (97kg) ينزلق إلى مكان جديد يعيق حركته قوة احتكاك مندارها (470N). أوجد حسابياً مقدار معامل الاحتكاك الحركي بين اللاعب والأرض، انظر الشكل (3-9).

الحل:



الشكل (3-9)

من خلال الشكل، نجد أن:

$\vec{N}$: هي قوة تأثير الأرض العمودية على اللاعب.

$m\vec{g}$: هي قوة شد الأرض للاعب أو وزنه.

وبما أن اللاعب في حالة حركة فإن قوة الاحتكاك الحركي:

$$f_k = \mu_k \vec{N}$$

$$\mu_k = \frac{f_k}{N} = \frac{470 \text{ N}}{(79 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}$$

$$= 0.61$$

$$\mu_k = 0.61$$

3-2 انزلق الجسم المطاطي للعبة الهوكي على الجليد مسافة قدرها (15m)، قبل أن يتوقف.

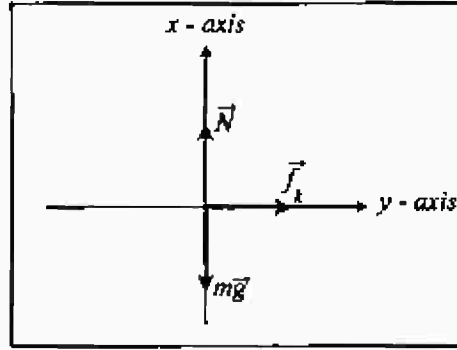
1- إذا كانت السرعة الابتدائية للجسم المطاطي (6m/s)، وكتلته تساوي (110g)، أوجد

حسابياً مقدار قوة الاحتكاك بينها وبين الجليد خلال عملية التزلج، انظر الشكل (3-0).

2- أوجد حسابياً مقدار معامل الاحتكاك بين الكتلة المطاطية للهوكي والجليد.

الحل:

انظر الشكل.



الشكل (3-10)

وفقاً لقانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$-f_k = m\bar{a}$$

يمكننا إيجاد التسارع من معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_0^2 + 2\bar{a}x$$

$$\bar{v} \approx 0$$

$$\bar{a} = \frac{-v_0^2}{2x} = -\frac{(6 \text{ m/s}^2)}{2(15 \text{ m})} = -1.2 \text{ m/s}^2$$

$$-f_k = (-1.2 \text{ m/s}^2)(0.11 \text{ kg}) = 0.13 \text{ N}$$

$$\bar{f}_k = 0.13 \text{ N}$$

$$\bar{f}_k = \mu_k \bar{N}$$

$$\bar{N} - m\bar{g} = 0$$

$$\bar{N} \approx m\bar{g}$$

$$\bar{f}_k = \mu_k m\bar{g}$$

$$\mu_k = \frac{\bar{f}_k}{m\bar{g}} = \frac{0.13 \text{ N}}{(0.11 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}$$

$$\mu_k = 0.12$$

مسائل وتمارين الفصل الثالث

Chapter Three Exercises & Problems

3-1 تحركت سيارة بسرعة ابتدائية مقدارها $(v_0 = 30 \text{ m/s})$ ، واستغرقت زمناً قدره (20 s) لتصل إلى سرعتها النهائية $(v = 40 \text{ m/s})$.

أوجد حسابياً التسارع الذي تتحرك به السيارة على افتراض أن التغير في السرعة كان منتظماً.

3-2 يتحرك قطار بسرعة مقدارها (40 m/s) ، فعمد المسائق إلى استخدام المكابح لتعفيف سرعة القطار فتباطأت حركته بمقدار (-2 m/s^2) .
أوجد حسابياً:

(أ) مقدار الزمن الذي يستغرقه القطار حتى يتوقف تماماً.

(ب) مقدار المسافة التي يقطعها القطار منذ بدأ استخدام المكابح حتى يتوقف.

3-3 عجلة بخارية تبلغ كتلتها (80 kg) ، قام السائق بزيادة سرعتها من الصفر إلى (6 km/h) .
خلال زمن قدره (4 s) .
أوجد حسابياً:

(أ) مقدار القوة التي أثرت عليها.

(ب) مقدار تسارع الدراجة البخارية.

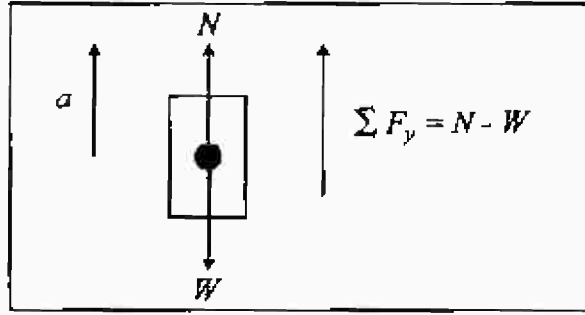
3-4 رجل كتلته (100 kg) ، انظر الشكل (3-9)، يقف عمودياً على أرضية مصعد، حيث يبلغ تسارع الجاذبية الأرضية $(g = 9.8 \text{ m/s}^2)$.

أوجد حسابياً القوة التي تؤثر بها أرضية المصعد في الرجل وذلك:

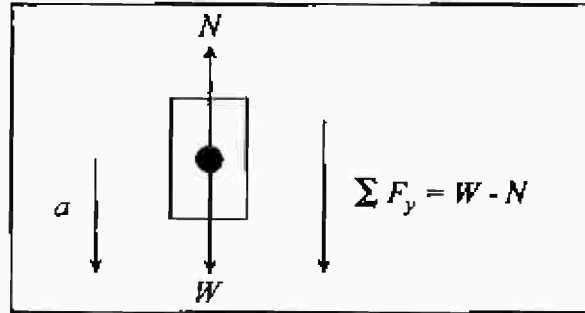
(أ) إذا تحرك المصعد إلى الأعلى بتسارع مقداره (3 m/s^2) ، الشكل (3-11 أ).

(ب) إذا تحرك المصعد بسرعة ثابتة مقدارها (3 m/s) .

(ج) إذا تحرك المصعد إلى الأسفل بتسارع مقداره (3 m/s^2) ، الشكل (3-11 ب).



الشكل (3-11) (أ)



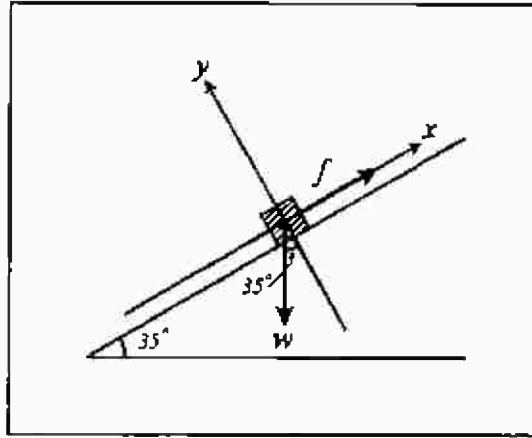
الشكل (3-11) (ب)

- 3-5 صندوق كتلته (16 kg) يستقر على سطح مستوى أفقي خشن، أثرت فيه قوة أفقية مقدارها (40 N) ، فأدت إلى تحريكه من السكون وبتسارع مقداره (4 m/s^2) .
 (أ) أي من قوانين نيوتن الثلاثة في الحركة يفسر هذه المسألة؟ اذكره، ثم اذكر نصه.
 (ب) أوجد حسابياً مقدار قوة الاحتكاك التي تعيق حركة الصندوق.

- 3-6 جسم كتلته (15 kg) موجود على سطح مستوي خشن، يميل على الأفق بزاوية قدرها (35°) فنظر الشكل (3-12)، يبلغ مقدار قوة الاحتكاك التي تعيق حركته (50 N) .

لوجد حسابياً:

- (أ) مقدار أقل قوة تكفي لتحريك الجسم.
 (ب) هل سيتحرك الجسم بدون تأثير قوة خارجية عليه أم لا؟ وضّح إجابتك. وذلك بتحديد قوة الاحتكاك هل هي (f_s) أم (f_k) .



الشكل (3-12)

3-7 إذا كانت العلاقة بين موقع جسم متحرك على خط مستقيم (x) والزمن الذي يستغرقه للحركة (t) هي:

$$x = 2 + 10t + t^2$$

حيث تقاس (x) بالأمتار، و (t) بالثواني.

أوجد حسابياً:

- 1- مقدار الإزاحة (Δx) بين الفترتين ($t_1 = 1s$) و ($t_2 = 3s$).
- 2- مقدار السرعة المتوسطة بين الفترتين ($t_1 = 1s$) ، ($t_2 = 3s$).
- 3- مقدار التسارع المتوسط بين الفترتين ($t_1 = 1s$) ، ($t_2 = 3s$).
- 4- مقدار السرعة اللحظية عند الزمن ($t = 2s$).
- 5- مقدار التسارع اللحظي عند الزمن ($t = 2s$).

الخلاصة Summary

- **قانون نيوتن الأول:** إن أهمية هذا القانون تكمن في استخدامه لتعريف القوة، إذ أنها كل مؤثر خارجي يغير أو يعمل على تغيير الحالة الحركية للجسم مقداراً أو اتجاهاً أو مقداراً واتجاهاً في الوقت ذاته. وهو ما يعرف بقانون القصور الذاتي، أي أن الجسم من الناحية الفيزيائية يفتقر إلى القدرة على تغيير حالته الحركية وانعدام محصلة القوى المؤثرة في الجسم يؤدي إلى أن:

$$\Delta \vec{v} = 0$$

وهذا يعني أن الجسم إما أن يبقى ساكناً، أو متحركاً بسرعة منتظمة.

- **قانون نيوتن الثاني:** إن أهمية هذا القانون تكمن في أن محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم ذي الكتلة (m) لا تساوي الصفر، وستؤدي إلى إكسابه تسارعاً يتناسب مقداره تناسباً طردياً مع مقدار هذه المحصلة من القوى، ويكون اتجاهه في اتجاهها نفسه، أي أن:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

ومن الممكن أن يكون هذا التسارع موجباً أو سالباً، وفقاً لمقدار السرعة النهائية، حيث أن التسارع من الممكن أن التسارع تباطئاً وذلك إذا كانت السرعة النهائية أقل من السرعة الابتدائية.

- **قانون نيوتن الثالث:** وينص قانون نيوتن الثالث على: لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار وبعاكسه في الاتجاه.

ومن للعاني الكبيرة لهذا القانون، أن القوى توجد في الطبيعة على شكل أزواج متساوية في المقدار ومتضادة في الاتجاه وذات طبيعة واحدة، تنشأ نتيجة لتأثير الأجسام على بعضها البعض بغض النظر عن حالتها الحركية، أي أنه يحتاج إلى جسمين أو أكثر، على خلاف قانون نيوتن الأول والثاني.

- **الكتلة القصورية للجسم:** هي ثابت التناسب بين محصلة القوى المؤثرة فيه والتسارع الذي يكتسبه نتيجة لهذا التأثير.

$$m = \frac{F}{a}$$

- كتلة الجذب للجسم: هي مقياس لمقدار استجابة الجسم لقوة الجاذبية الأرضية، فلن افترضنا أن لدينا جسمان متساويان وزناهما (W_1, W_2) فإن كتلتي الجاذبية لهما (m_{1g}, m_{2g}) حيث إن:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{W_1}{W_2}$$

- قوة الاحتكاك: هي القوة التي تنشأ بين الجسم والسطح الموجود عليه، وهي قوة مماسية اتجاهها بعكس اتجاه حركة الانزلاق، تنشأ بسبب تداخل النتوءات بين السطحين المنزلقين على بعضهما البعض. ويزداد مقدارها تدريجياً إلى أن تصل إلى أقصى مقدار لها، وذلك عندما يكون الجسم على وشك الانزلاق وفقاً للمعادلة:

$$F \leq f_s, \quad \vec{f}_{smax} = \mu_s \vec{N}$$

- حيث (μ_s) هو معامل الاحتكاك الساكن، وتسمى في هذه الحالة قوة الاحتكاك الساكن، أما بعد أن يتحرك الجسم فتأخذ اسم قوة الاحتكاك الحركي (μ_k) ، وهي بالتعريف:

$$\vec{f}_k = \mu_k \vec{N}$$

حيث (μ_k) هو معامل الاحتكاك الحركي.

- معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت $(\vec{a})$:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_o + at \\ (x - x_o) &= \frac{1}{2} at^2 + v_o t \\ (v^2 - v_o^2) &= 2a(x - x_o) \end{aligned} \right\}$$

حيث إن:

(v) : السرعة النهائية.	(v_o) : السرعة الابتدائية.
(x) : الإزاحة النهائية.	(x_o) : الإزاحة الابتدائية.
(a) : تسارع الحركة.	(t) : زمن الحركة.

أي أننا نستطيع دراسة حركة الجسم على خط مستقيم بتسارع ثابت من خلال معرفة لكميات الفيزيائية المذكورة أعلاه في صيغة القوانين الرياضية التي تصف حركته.

الشغل والطاقة *Work & Energy*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يوضح علاقة الشغل المنجز بالطاقة.
- أن يفسر معنى الشغل المنجز فيزيائياً، ويتعلم حساب الشغل بدلالة القوة والإزاحة، وذلك في حال ثبات القوة.
- أن يتمكن من تحديد الطاقة الحركية لجسم متحرك بدلالة كتلته وسرعته.
- أن يتمكن من تحديد الطاقة الكامنة لجسم في مجال تأثير الجاذبية الأرضية.
- أن يميز بين مفهومي القدرة والطاقة.
- أن يشرح مفهوم حفظ الطاقة الميكانيكية.
- أن يستخدم العلاقة بين كل من قانون نيوتن الثاني ومعادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت.
- أن يكون قادراً على التمييز بين حفظ الطاقة وحفظ كمية الزخم الخطي.

الشغل والطاقة

Work & Energy

4-1 المقدمة Introduction :

إن استخدام قوانين الحركة التي درسناها في الوحدة الثالثة يعتبر ركيزة أساسية لدراسة وتحليل المسائل الميكانيكية، مثلما أن مبدأ حفظ الطاقة *conservation of energy* يقدم لنا ركيزة أساسية ثانية لبلوغ الغايات نفسها، لكنه ليس بديلاً عن قوانين الحركة، ومضمون هذا المبدأ أن الطاقة لا تفنى ولا تُستحدث من العدم *energy neither be created nor destroyed*، ولكن يمكن أن تتحول من شكل إلى آخر، حيث يبقى المجموع الكلي لجميع أشكال الطاقة ثابتاً.

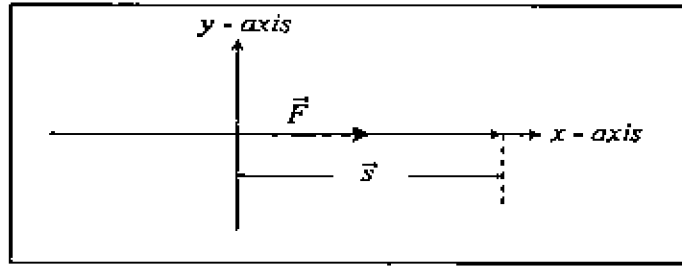
ومن الناحية العلمية عندما نتحدث عن تغير الطاقة الميكانيكية فإننا نبحث دائماً عن مفهوم علاقة القوة بالإزاحة التي يظهر تأثير القوة خلالها، من حيث تغير سرعة الجسم ذي الكتلة الثابتة وتغير موقعه. وهو مفهوم عام، سواء بالنسبة للطاقة الحركية حيث يمكننا حسابها بدلالة كتلته وسرعته أو الطاقة الكامنة في مجال الجاذبية الأرضية حيث يمكننا حسابها بدلالة موقع الجسم وكتلته..

وبهدف دراسة العلاقة بين الشغل والطاقة الميكانيكية وتسهيلاً على الطالب، سوف ندرس في هذه الوحدة العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية من جهة والشغل والطاقة الكامنة من جهة أخرى، كل على انفراد، وفي كلا الحالتين يبقى القانون الثاني لنيوتن في الحركة محافظاً على دوره الرئيس في هذه المسألة الهامة.

وفي نهاية هذه الوحدة سوف نتناول موضوع حفظ كمية الزخم الخطي *conservation of momentum* باعتباره يربط بين القوة والزمن وتعميماً عن حفظ الطاقة الميكانيكية التي تربط بين القوة والإزاحة.

4-2 الشغل Work :

إذا أثرت قوة خارجية مقدارها $(\vec{F})$ على جسيم كتلته (m) ، خلال انتقاله إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ فإننا نقول: إن القوة قد أنجزت شغلاً، ولكننا نحتاج إلى تحديد طبيعة العلاقة الرياضية بين كل من $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$ باعتبارهما كميتين اتجاهيتين، فعلى سبيل المثال عندما تكون الزاوية بين هاتين الكميتين مساوية للصفر، فهذا يعني أن خط شغل القوة ومتجه الإزاحة منطبقان على بعضهما البعض وهي الحالة الأكثر تداولاً في المراحل الدراسية الأولية، ولتبسيط المسألة افترض أنهما يقعان على المحور السيني الموجب، تأمل الشكل (4-1).



الشكل (4-1) يوضح العلاقة بين متجه القوة ومتجه الإزاحة

إن الشغل المنجز بواسطة القوة خلال الإزاحة (s) هو:

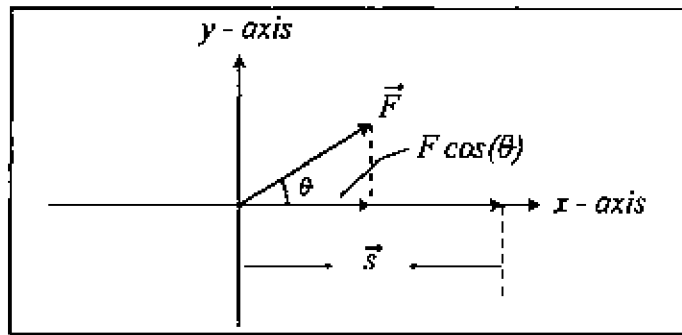
$$\vec{W} = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

$$\vec{W} = F s \cos(\theta) \quad (4-1)$$

$$\vec{W} = F s$$

وذلك لأن الزاوية بينهما تساوي صفراً، ومعلوم أن $\cos(0)$ يساوي الواحد، ولكن الحالة العامة

تتطلب منا توضيح العلاقة بين كل من ($\vec{F}$) و ($\vec{s}$) ولتحقيق ذلك، تأمل الشكل (4-2)

الشكل (4-2) يوضح العلاقة العامة بين المتجهين ($\vec{F}$) و ($\vec{s}$)

من خلال ملاحظتنا للمقدار $F \cos(\theta)$ نجد أن المركبة الأفقية للقوة ($\vec{F}_x$) هي المسؤولة عن

إنجاز الشغل، وعليه فإن العلاقة الرياضية (4-1) تأخذ الشكل الآتي:

$$\vec{W} = F s \cos(\theta) = S F \cos(\theta) \quad (4-2)$$

ومن الضروري أن نفهم هنا بأن القوة ($\vec{F}$) ثابتة وليست متغيرة، خلال الإزاحة ($\vec{s}$). بـ وحدة

قياس الشغل في النظام الدولي (SI) هي الجول $Joule$ ، كما يقاس في النظام الكغوسي (CGS)

بوحدة صغيرة هي الإرج erg .

والجول $Joule$: هو مقدار الشغل الذي تنجزه قوة مقدارها ($1\ N$) على جسم، محدثة إزاحة

مقدارها ($1\ m$) باتجاهها، أي أن:

$$1\ J = (1\ N) (1\ m)$$

أما عندما نتعامل مع الذرات أو مكوناتها فإننا نستخدم وحدة صغيرة جداً لقياس الشغل مقارنة بالجول، وهي الإلكترون فولت $electron\ volt$ ، ومن الممكن تعريف الإلكترون فولت على النحو الآتي: هو عبارة عن الطاقة المساوية للشغل المطلوب إنجازه لتحريك شحنة أولية كالإلكترون أو البروتون عندما يخضع لفرق جهد يساوي تماماً واحد فولت، ويعبر عنه بالشكل الآتي:

$$\begin{aligned} 1eV &= (1e)(1\text{ volt}) \\ &= (1.6 \times 10^{-19} C)(1.0\text{ volt}) \\ &= 1.6 \times 10^{-19} J \end{aligned}$$

ولبيان العلاقة العامة بين القوة والإزاحة في مقدار الشغل المنجز تأمل المثال الآتي:

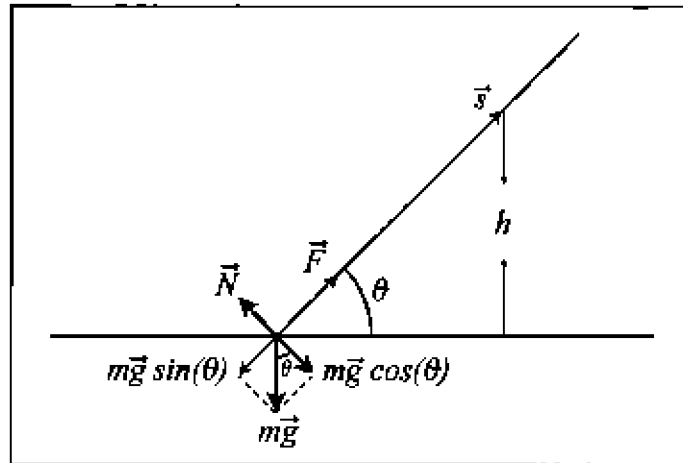
مثال (4-1): Example

صندوق شحن تبلغ كتلته (15 kg) تم سحبه إلى الأعلى بسرعة ثابتة بواسطة قوة ثابتة $(\vec{F})$ مسافة (5.7 m) على مستوى عديم الاحتكاك مائل بزاوية (θ) على الأفق، حيث يبلغ الارتفاع العمودي للمستوي المائل مسافة $(h = 2.5\text{ m})$ ، تأمل الشكل (4-3).

أوجد حسابياً:

- 1- مقدار القوة التي يجب أن تؤثر على صندوق الشحن.
- 2- مقدار الشغل الذي تم إنجازه بواسطة القوة $(\vec{F})$.
- 3- هل يتغير مقدار الشغل المنجز إذا تغيرت الزاوية θ وضح ذلك.

الحل Solution:



الشكل (4-3) المثال (4-1)

1- من الواضح أن القوة ($\vec{F}$) التي تشغل على سحب الصندوق إلى الأعلى، تقابل بالاتجاه المعاكس المركبة السينية للوزن ($m\vec{g}$) وهي عبارة عن ($m\vec{g} \sin \theta$).

$$F = mg \sin \theta = mg \left(\frac{h}{s} \right) \quad \begin{cases} \sin \theta = \frac{h}{s} = \frac{2.5}{5.7} = 0.438 \\ \theta = \sin^{-1}(0.438) \\ = 26^\circ \end{cases}$$

$$= (15 \text{ kg}) \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \left(\frac{2.5 \text{ m}}{5.7 \text{ m}} \right) = 65 \text{ N}$$

$$W = Fs \cos(\theta) \quad -2$$

نلاحظ أن الزاوية (θ) هي الزاوية بين متجه الإزاحة ($\vec{s}$) ومتجه القوة ($\vec{F}$) وتساوي صفراً.

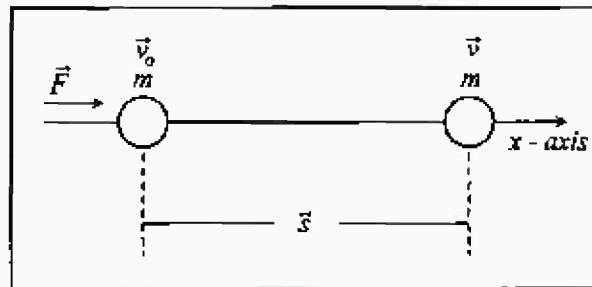
$$W_F = (65 \text{ N}) (5.7 \text{ m}) \cos(\theta) = 368 \text{ J}$$

3- عندما تتغير الزاوية (θ) فإن هذا سيؤدي إلى تغيير الإزاحة وعليه فإن المقدار $\sin(\theta)$ سوف يتغير، أي أن القوة ($\vec{F}$) سوف تتغير بالمقدار الذي طرأ على $\sin(\theta)$ نفسه، وهكذا نجد أن الشغل أيضاً سوف يتغير.

4-3 الطاقة الحركية Kinetic Energy :

بداية نقول: إن هذه الكلمة "الطاقة" تعني المقدرة على انجاز شغل. وامتلاك جسم ما للطاقة هذا يعني أنه يستطيع انجاز شغل يتناسب مع هذه الطاقة التي يمتلكها.

إننا نعلم أن وحدة قياس كل من الشغل والطاقة الميكانيكية عموماً هي الجول، وهذا يقودنا إلى التساؤل عن طبيعة العلاقة بين هذين المفهومين الهامين في الفيزياء عموماً وفي دراسة الحركة الميكانيكية على وجه الخصوص، بل نستطيع القول: إن العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية أو الطاقة الكامنة هي علاقة مباشرة وأساسية، ولذا فإننا سوف نبدأ أولاً ببيان علاقة الشغل بالطاقة الحركية، تأمل الشكل (4-2).



الشكل (4-4) ويبين العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية

عندما تؤثر قوة ثابتة ($\vec{F}$) على الجسم ذي الكتلة (m)، فإنها تؤدي إلى انتقاله إزاحة مقدارها ($\vec{s}$) تكون القوة قد أنجزت خلالها شغلاً مقداره ($\vec{W}$)، كما أن القوة أدت إلى تغيير سرعة الجسم من ($\vec{v}_0$) وهي السرعة الابتدائية إلى ($\vec{v}$) وهي السرعة النهائية عند نهاية الإزاحة ($\vec{s}$)، وبمعنى آخر فإن هناك فرقاً في الطاقة الحركية قد حصل بين الموقعين الابتدائي والنهائي، وهذا الفرق (يمثل مقدار الطاقة التي يمتلكها الجسم) هو عبارة عن الشغل المنجز خلال هذه الإزاحة.

إن الربط بين مفهوم قانون نيوتن الثاني في الحركة ($\vec{F} = m\vec{a}$)، ومفهوم الشغل ($\vec{W} = \vec{F} \cdot \vec{s}$) - وذلك عندما يكون كل من متجهي القوة ($\vec{F}$) والإزاحة ($\vec{s}$) على خط التأثير نفسه وبذات الاتجاه - تبين لنا مفهوم العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية، إننا نعبر عن الشغل بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{W} = (m\vec{a})\vec{s} \quad (4-3)$$

حيث ($\vec{a}$) تسارع الجسم ذي الكتلة (m)، أما تُغيّر السرعة فتعبر عنه بواسطة قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت - كما مر معنا في الوحدة الثالثة - على النحو الآتي:

$$v^2 = v_0^2 + 2as \quad (4-4)$$

لنضرب الآن طرفي المعادلة (4-4) بالمقدار الثابت (m)، وهو عبارة عن كتلة الجسم المتحرك.

$$m(v^2 - v_0^2) = 2mas$$

وبقسمة طرفي المعادلة على العدد (2) نجد أن:

$$(1/2)m(v^2 - v_0^2) = mas$$

أو بكتابتها مرة أخرى على النحو الآتي:

$$(1/2)mv^2 - (1/2)mv_0^2 = mas \quad (4-5)$$

وهكذا نجد أن الطرف الأيسر للمعادلة (4-5) يمثل كلاً من:

$$K_f = (1/2)mv^2 \text{ : تمثل الطاقة الحركية النهائية } final \text{ kinetic energy}$$

$$K_o = (1/2)mv_0^2 \text{ : تمثل الطاقة الحركية الابتدائية } initial \text{ kinetic energy}$$

أما الطرف الأيمن:

(mas): والذي يساوي ($\vec{F} \cdot \vec{s}$) فهو عبارة عن الشغل المنجز، والآن نستطيع القول: إذا تمكنا من

تحديد سرعة وكتلة الجسم فإن طاقته الحركية يتم التعبير عنها بشكل عام على النحو الآتي:

$$K = (1/2)mv^2 \quad (4-6)$$

وهي تشير بصراحة إلى أن الطاقة الحركية للجسم تعتمد على كتلته ومربع سرعته، أي أنها دائماً تكون مقداراً موجباً.

كما أن المعادلة التي تعبر عن التغير في الطاقة الحركية للجسم تصبح على النحو الآتي:

$$K - K_o = W \quad (4-7)$$

أي أن الفرق في الطاقة الحركية للجسم، هو عبارة عن الشغل المنجز خلال الإزاحة ($\vec{s}$) التي ظهر فيها تأثير القوة ($\vec{F}$). وهذا هو مضمون نظرية الشغل - الطاقة الحركية *work-kinetic energy theorem*، كما يمكن التعبير عن الطاقة الحركية النهائية على النحو الآتي:

$$K = W - K_o \quad (4-8)$$

ومن الممكن تعميم هذه الدراسة على الحالة التي يظهر فيها تأثير أكثر من قوة وبحدة على الجسم، وذلك بإيجاد معادلة القوى المؤثرة فيه.

ولبيان علاقة الطاقة الحركية بالسرعة تأمل المثال الآتي:

مثال (4-2): Example

تبلغ الطاقة الحركية لإلكترون معدن النحاس عند درجة حرارة الصفر المطلق ($6.7 \times 10^{-19} J$).

أوجد حسابياً سرعة الإلكترون، إذا علمت أن كتلته تساوي ($9.11 \times 10^{-31} kg$).

الحل Solution:

$$\begin{aligned} K &= (1/2)mv^2 \\ v^2 &= \frac{2K}{m} \\ v &= \left(\frac{2K}{m} \right)^{1/2} \\ &= \left[\frac{(2)(6.7 \times 10^{-19} J)}{(9.11 \times 10^{-31} kg)} \right]^{1/2} \\ v &= 1.2 \times 10^6 (m/s) \end{aligned}$$

4-4 الطاقة الكامنة Gravitational Potential Energy

عندما يتم رفع جسم ذي كتلة (m) مسافة عمودية إلى الأعلى مقدارها (h) بواسطة قوة مقدارها (F) فإن هذه القوة في الحد الأدنى يجب أن تساوي وزن الجسم ذي الكتلة المعروفة، وبذلك تكون القوة قد أنجزت شغلاً مقداره:

$$W = Fy$$

$$W = mgy$$

إن هذا الشغل الذي تم انجازه يكمن في الجسم على شكل طاقة تمكنه من انجاز شغل عندما يسمح له بالسقوط، هذه الطاقة تسمى "طاقة الوضع" الناتجة عن تأثير مجال الجاذبية الأرضية.

إن المستوى المرجعي الذي تعتبر طاقة الوضع عنده مساوية للصفر هو سطح الأرض، وتأسيسا على ذلك فإن طاقة الوضع تكون موجبة فوق سطح الأرض وسالبة تحت سطح الأرض.

هذا، وكنا قد أشرنا إلى وجود علاقة مباشرة بين كل من الشغل من جهة والطاقة الحركية، والشغل والطاقة الكامنة من جهة أخرى، وذلك في الفقرة 3-4 من هذه الوحدة، فما هي حقيقة العلاقة بين الشغل والطاقة الكامنة؟ للإجابة عن هذا التساؤل تأمل الشكل (4-5).

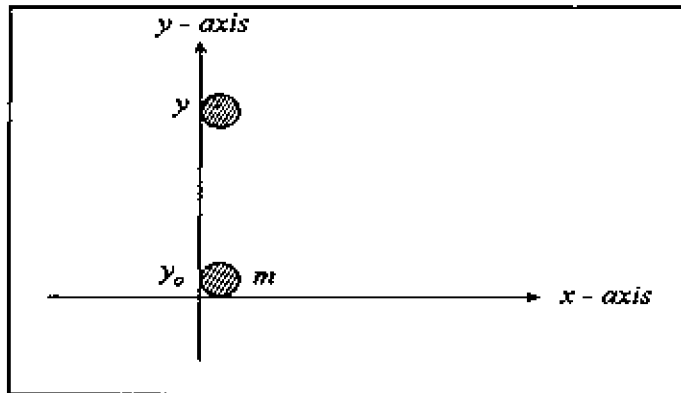
إن التغير في طاقة الوضع للجسم ذي الكتلة (m) الموضَّح في الشكل (4-5) بين الموضعين (y_0) و (y) لهذه المجموعة البسيطة (الأرض والجسم) هو عبارة عن التغير الحاصل في الشغل المنجز بين الموقعين (y_0) و (y) والذي تمثلته الإزاحة العمودية (Δy)، أي أن:

$$U - U_0 = mg \Delta y \quad (4-9)$$

حيث إن الطرف الأيسر للمعادلة (4-9) يمثل كل من:

$U_f = mgy$: تمثل الطاقة الكامنة للجسم عند وضعه النهائي *final potential energy*.

$U_0 = mgy_0$: تمثل الطاقة الكامنة للجسم عند وضعه الابتدائي *initial potential energy*.



الشكل (4-5) يبين العلاقة بين الشغل والطاقة الكامنة أو طاقة الوضع

أما الطرف الأيمن للمعادلة (4-9):

$mg \Delta y$: فيمثل الشغل المنجز خلال الإزاحة العمودية (Δy). حيث تمثل (Δy) صافي الارتفاع،

أو الانخفاض عن مستوى سطح الأرض.

وبالاحظ من الشكل (4-5) أن اختيار الاتجاه الصادي لمحور الأرض (y) هو للدلالة على أن القوى التي تؤثر على امتداد المحور الموازي لمحور الأرض هي التي تؤثر في طاقة الجسم الكامنة والتي تجعل تسميتها أحياناً بطاقة الوضع الثقالية *gravitational potential energy* تسمية مقبولة جداً.

إذن خلاصة القول: إن الشغل المبذول ترفع أو خفض الجسم إزاحة مقدارها (Δy) في الاتجاه العمودي يساوي تماماً طاقة الجسم الكامنة، وهذا ما يجيب عن تساؤلنا حول طبيعة العلاقة بين الشغل المنجز والطاقة الكامنة.

4-5 القدرة *Power*:

القدرة هي معدل انتقال الطاقة خلال وحدة الزمن. أو هي الشغل المبذول في وحدة الزمن. إن هذا المفهوم الفيزيائي الهام مرتبط بمفهوم الشغل الذي يتم إنجازه خلال فترة زمنية معلومة. فإذا كان الشغل الذي تنجزه القوة يساوي (W) مقاساً بالجول، وأن هذه القوة أنجزت شغلاً قدره (ΔW) خلال زمن مقداره (Δt) فإن متوسط قدرة القوة *force average power* على إنجاز الشغل يُعبر عنه بالعلاقة الرياضية:

متوسط القدرة:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (4-10)$$

أما القدرة اللحظية *instantaneous power*، فيعبر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

أي أن:

$$p = \frac{dW}{dt} \quad (4-11)$$

وأما إذا كانت القوة ثابتة المقدار فإن القدرة اللحظية عندما لا يكون متجهها القوة والسرعة على اتجاه واحد، يعبر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$P = F \cos(\theta) \frac{dx}{dt} \\ = Fv \cos(\theta) \quad (4-12)$$

ومن الواضح أن كل من الكميتين (F) و (v) مضروبتان ببعضها ضرباً قياسياً. تقاس القدرة في النظام الدولي (*SI*) بالواط (*Watt*) وهو عبارة عن قدرة آلة تنجز شغلاً مقداره واحد جول لكل ثانية واحدة.

$$1 \text{ Watt} = 1W = 1 \frac{J}{s}$$

وغالباً ما نستخدم وحدة أخرى لقياس القدرة وهي الحصان البخاري *horse power* والذي يُعبّر عنه بالعلاقة الآتية:

$$1 \text{ horse power} = 1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

ومن الأمثلة على ثبوت القوة المؤثرة بالمقدار، هي الحالات التي يتبع الشغل المتجزئ فيها لجزيء أو عذرة من خلال تأثير القوة ($\vec{F}$) ومقدار السرعة ($\vec{v}$)، وعليه فإن القدرة اللحظية هي الصيغة المناسبة للاستخدام في هذه الحالات.

ولبيان علاقة الشغل بكلٍ من القوة بالإزاحة وعلاقة الشغل بالقدرة المستهلكة، تأمل المثال الآتي:

مثال (4-3): Example

جسم مقدار كتلته (102 kg) يسير بسرعة ابتدائية مقدارها (53 m/s) على خط مستقيم، تم إيقافه بواسطة تعجيل تباطئي مقداره (2 m/s^2).

أوجد حسابياً:

- 1- القوة اللازمة لتحقيق الإيقاف.
- 2- الإزاحة التي قطعها الجسم خلال تأثير التعجيل التباطئي عليه.
- 3- الشغل الذي تم إنجازه بواسطة قوة الإيقاف.
- 4- (معدل انتقال الطاقة) أي القدرة المستهلكة، إذا كان الزمن الذي استغرقه الجسم حتى يتوقف ($t = 120 \text{ s}$).

5- أعد الطلب الأول مستخدماً المقدار (4 m/s^2) كتعجيل تباطئي.

الحل Solution:

1- باستخدام قانون نيوتن الثاني، فإن القوة المؤثرة:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= m\vec{a} \\ &= (102 \text{ kg})(-2 \text{ m/s}^2) = -204 \text{ N} \\ -v_o^2 &= 2as \end{aligned}$$

-2

$$s = \frac{-v_o^2}{-2a} = \frac{(53 \text{ m/s})^2}{2 \times 2 (\text{m/s}^2)} = 702.2 \text{ m}$$

3- الشغل المنجز هو:

$$\begin{aligned} W &= Fd = (-204 N)(702.2 m) \\ &= -14.33 \times 10^4 J \\ p &= \frac{W}{t} = \frac{(14.33 \times 10^4 J)}{(30 s)} \\ &= 1194.2 W \end{aligned}$$

4-

5- القوة المؤثرة في هذه الحالة هي:

$$\begin{aligned} F &= ma = (204 m)(-4 m/s^2) \\ &= -816 N \end{aligned}$$

لاحظ أن مقدار القوة في كلا الحالتين هو مقدار سالب، (ناقش هذا الأمر).

4-6 حفظ الطاقة Conservation of Energy :

تُظهر الطاقة على أشكال كثيرة، وهي معروفة في جملتها، فمنها على سبيل المثال، الطاقة الميكانيكية *mechanical energy* وهي عبارة عن مجموع الطاقة الحركية *kinetic energy* والطاقة الكامنة أو طاقة الوضع التثاقلي *gravitational potengal energy*، والطاقة الحرارية *thermal energy*، والطاقة الكيميائية *chemical energy*، والطاقة الضوئية *optical energy*، والطاقة الذرية *atomic energy* إلى ما هنالك من أشكال الطاقة الأخرى، ويصرف النظر عن الشكل الذي تظهر عليه الطاقة، فإن مبدأ حفظ الطاقة يبقى صحيحاً ممكن التطبيق. إلا أننا في دراستنا هذه سنقتصر فقط على الطاقة الميكانيكية.

إن الطاقة مفهوم فيزيائي يعرف بأنه القدرة على إنجاز شغل، مثلما أوضحنا في الفقرات 4-2 و 4-3 من هذه الوحدة تماماً، وطاقة جسم ما، هي قدرته أو إمكانيته على إنجاز هذا الشغل، والطاقة الحركية كما أشرنا (*K*) هي الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب حركته.

إننا سوف نكرر المعلومات سابقة الذكر لنبين ببساطة كيف تكون الطاقة الميكانيكية محفوظة، ولبيان ذلك فإننا سوف نعتبر بأن جسماً كتلته (*m*) يتحرك بسرعة (*v*) فإن طاقته الحركية هي:

$$K = (1/2)mv^2 \quad (4-13)$$

وأما الطاقة الكامنة (*U*) فهي الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب وضعه وتحديد ارتفاعه عن سطح الأرض، فإذا ما افترضنا أن جسماً كتلته (*m*) ويرتفع مسافة (*h*) عن سطح الأرض فإن طاقته الكامنة هي:

$$U = m g h \quad (4-14)$$

حيث (g) تسارع الجاذبية الأرضية *gravitational acceleration*.

أما إذا كان الجسم متصلاً بطرف نابض حلزوني *spring*، وأزيع بمقدار (x) عن موضع توازنه *equilibrium position*، فإن طاقته الكامنة تُعطى بالعلاقة الرياضية:

$$U = (1/2) k x^2 \quad (4-15)$$

حيث (k) هو ثابت النابض الحلزوني، أما تعريفه، فيكون بالرجوع إلى قانون هوك *Hooke's law* والذي يعبر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\bar{F} = -k x \quad (4-16)$$

ومعنى الإشارة السالبة أن اتجاه تأثير القوة يكون بعكس الإزاحة (x) . وبمعادلة هذا القانون نجد $(k = -\bar{F} / x)$ أي أن ثابت النابض هو القوة اللازمة لإحداث زيادة في طوله بمقدار وحدة طول واحدة، ووحدة قياسه في النظام الدولي هي: $(N.m^{-1})$.

وسواء في الحالة العامة، أو في حالة النابض الحلزوني، فإن مبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية يتم التعبير عنه بالعلاقين الرياضيتين الآتيتين:

$$E = (1/2) m v^2 + m g h \quad (4-17)$$

$$E = (1/2) m v^2 + (1/2) k x^2 \quad (4-18)$$

أي أن الطاقة الميكانيكية الكلية هي عبارة عن مجموع الطاقين الحركية والكامنة، ومعنى ذلك رياضياً:

$$\boxed{E = K + U} \quad (4-19) \text{ حفظ الطاقة الميكانيكية}$$

وعلى سبيل الذكر في هذا المقام ونحن نتحدث عن حفظ الطاقة، من المناسب إعادة صياغة المعادلة $(4-19)$ بشكلها العام (مختلف أشكال الطاقة) والتي يظهر فيها أن الطاقة الكلية لجسم معزول، لا يخضع لتأثير أي قوة خارجية تبقى ثابتة، وهو ما يشير بشكل قطعي إلى أن مجموع التغيرات مختلف أشكال الطاقة يساوي صفراً، أي أن:

$$0 = \Delta K + \Delta U = \Delta E_{\text{ther}} + \quad (4-20) \text{ التغير في جميع أشكال الطاقة}$$

حيث:

$$\Delta K = K - K_0$$

$$\Delta U = U - U_0$$

أي أن الطاقة الحركية أو الكامنة النهائية ناقصاً الطاقة الحركية أو الكامنة الابتدائية يساوي صفراً، وهكذا بالنسبة لباقي أشكال الطاقة.

أما إذا كان الجسم خاضعاً لتأثير قوة أو مجموعة من القوى الخارجية فإن الجسم في هذه الحالة لا يكون معزولاً كما أن العلاقة (4-20) تأخذ شكلاً آخر وهو:

$$\Delta K + \Delta U + E_{ther} + \dots = W \quad (4-21)$$

وفي هذه الحالة لا تكون الطاقة محفوظة بل متغيرة، وحرريّ بنا في هذا المقام أن نشير إلى بعض الحالات الخاصة فيما يتعلق بمبدأ حفظ الطاقة:

1- في التفاعلات الكيميائية تعد كلاً من الطاقة والكتلة محفوظة.

2- في التفاعلات النووية على سبيل المثال: تكون الطاقة المتحررة أكبر ملايين المرات من الطاقة المتحررة في التفاعلات الكيميائية، وفي هذه الحالة يرتبط كل من الطاقة والكتلة بما يعرف بمعادلة الطاقة المكافئة للكتلة $mass-energy$ والتي تنسب لأينشتاين، أما صيغتها الرياضية فهي:

$$E = mc^2 \quad (4-22)$$

حيث إن:

(E) هي طاقة الكتلة.

(m) هي الكتلة.

(c) هي سرعة الضوء $speed of light$.

كما يمكن استخدام هذا المبدأ العام لتكافؤ الكتلة والطاقة حيث كانت المعطيات والظروف الفيزيائية مناسبة (المسرعات النووية على سبيل المثال *nuclear accelerators*).

3- إن الطاقة في الذرة تكون مكممة *quantized*، أي أن لها قيم محددة، فعلى سبيل المثال لو تغيرت طاقة الذرة من المستوى (E_x) إلى المستوى (E_y) ذي طاقة أقل فإن الذرة في هذه الحالة يجب أن تحرر طاقة مقدارها:

$$E_x - E_y = hf \quad (4-23)$$

حيث إن (h) هو ثابت بلانك *Planck's constant* ويساوي عددياً:

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$= 4.14 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$$

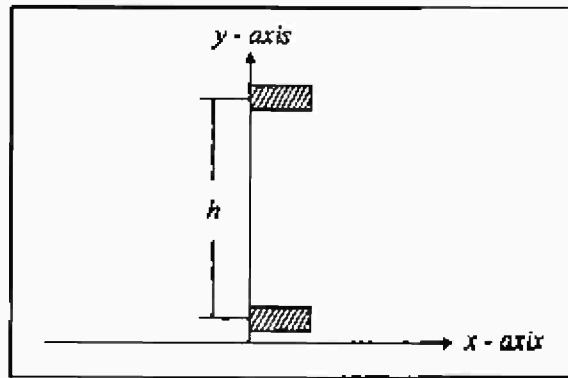
أما (f) فهو تردد الموجة التي ربما تكون ضوئية، ويقاس بوحدات التردد المعروفة.

ولبيان كيفية استخدام معادلات حفظ الطاقة لدراسة الجسم الذي يتحرك بتسارع ثابت، تأمل المثال الآتي:

مثال (4-4): Example

سقط جسم كتلته (m) من ارتفاع (h) عن سطح الأرض، وأصبحت سرعته قبل أن يمس الأرض مباشرة (v)، انظر الشكل (4-6).

- 1- أوجد رياضياً معادلات كل من الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للجسم قبل بدء السقوط.
- 2- أوجد رياضياً معادلات كل من الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للجسم قبل ملامسته للأرض مباشرة.



الشكل (4-6) المثال (4-4)

الحل: Solution

هذا مثال بسيط على طبيعة العلاقة بين كل من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة، وهو يمثل مرحلتين مختلفتين:

- 1- للرحلة الأولى: وفيها نجد أن الجسم ساكن أي أن سرعته الابتدائية تساوي الصفر، وهذا يعني أن الطاقة الحركية أيضاً تساوي الصفر، وبتطبيق القانون العام لحفظ الطاقة نجد أن:

$$U + K = mgh + 0$$

- 2- المرحلة الثانية: وفيها يكاد الجسم يلامس سطح الأرض، وهذا يعني أن ارتفاعه عن الأرض يساوي الصفر مما يؤدي إلى أن طاقته الكامنة تساوي الصفر، أي أن:

$$U + K = 0 + (1/2)mv_o^2$$

وكما هو معروف بأن مجموع الطاقتين (الكامنة والحركية)، قبل وبعد الحركة يجب أن يكونا متساويين وفقاً لمبدأ حفظ الطاقة.

$$0 + (1/2)mv_o^2 = mgh + 0$$

ومن هنا نجد أن السرعة (v) وهي سرعة الجسم الابتدائية:

$$v_o = \sqrt{2gh}$$

أما إذا عدنا إلى معادلات الحركة بتسارع ثابت في الوحدة الثالثة من هذا الكتاب، فإن السرعة عند بدء حركة الجسم، يمكن حسابها أيضاً على النحو الآتي:

$$v^2 = v_o^2 + 2ax$$

حيث إن:

(v): هي السرعة النهائية وهي تساوي الصفر في هذه المسألة.

(v_o): هي السرعة الابتدائية، أما ($x = h$) و ($a = g$) إذن:

$$0 = v_o^2 - 2gh$$

$$v_o = \sqrt{2gh}$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها عند استخدامنا مبدأ حفظ الطاقة، أي أن هذا افتتال يوضح لنا كيف وصلنا إلى حل هذه المسألة بطريقتين، الأولى باستخدام مبدأ حفظ الطاقة، والثانية باستخدام قوانين حركة الجسم بتسارع ثابت.

مثال (4-5): Example

قذيفة كتلتها (4 kg) أطلقت من فوهة مدفع بشكل عمودي نحو الأعلى حيث كانت سرعة الإطلاق (300 m/s).

- 1- أوجد حسابياً تسارع القذيفة بعد أن تغادر المدفع.
- 2- أوجد حسابياً الزمن الذي تستغرقه القذيفة كي تصل إلى أقصى ارتفاع.
- 3- إذا كانت مقاومة الهواء مهملة، أوجد حسابياً موقع وسرعة القذيفة بعد زمن قدره (25 s)، ثم أوجد كلاً من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة للقذيفة.

الحل Solution:

1- بعد إطلاق القذيفة مباشرة وبشكل عمودي نحو الأعلى، نجد أن القوة الوحيدة المؤثرة عليها هي قوة وزنها والمتجهة نحو الأسفل، وباستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -m\vec{g}$$

$$\vec{a} = -\vec{g} = -9.8 (\text{m/s}^2)$$

والإشارة السالبة تشير إلى أن اتجاه تسارع الجاذبية الأرضية نحو الأسفل.

2- وبتطبيق قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت نجد:

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t$$

$$\vec{v} = \vec{v}_o - \vec{g}t$$

عندما تصل القذيفة إلى أعلى ارتفاع لها ، هذا يعني أن سرعتها النهائية تساوي صفراً ، أي أن:

$$\begin{aligned}\vec{v}_o &= \vec{g}t \\ 300 (m/s) &= 9.8 (m/s^2) t \\ t &= \frac{300 (m/s)}{9.8 (m/s^2)} = 30.6 (s) \\ v_f &= v_o - gt \\ &= 300 (m/s) - 9.8 (m/s^2) 25 (s) \\ v &= 55 (m/s) \\ K &= \frac{1}{2} m v_o^2 \\ &= (1/2) (4 kg) (300 m/s)^2 \\ &= 6050 J \\ U &= mgh \\ v^2 &= v_o^2 + 2ax = v_o^2 - 2gh\end{aligned}$$

وهي خطوة هامة لإيجاد الارتفاع العمودي الذي تكون عليه القذيفة بعد زمن قدره (25 s).

$$\begin{aligned}h &= \frac{v^2 - v_o^2}{2g} \\ &= \frac{(55 m/s)^2 - (300 m/s)^2}{2(-9.8 m/s^2)} \\ h &= 4437.5 (m) \\ U &= (4 kg) (9.8 m/s^2) (4437.5 m) \\ &= 173950 (J)\end{aligned}$$

ومن الممكن إيجاد الارتفاع (h) على النحو الآتي:

$$\begin{aligned}y = h &= v_o t - (1/2) g t^2 \\ &= (300 m/s) (25 s) - (1/2) (9.8 m/s^2) (25 s)^2 \\ h &= 4437.5 (m)\end{aligned}$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها باستخدام مبدأ حفظ الطاقة.

4-7 كمية الزخم الخطي Momentum:

إن كمية الزخم الخطي هي مقدار اتجاهي يتعلق مباشرة بكل من سرعة الجسم ($\vec{v}$) وكتلته (m) ، وتظهر كمية الزخم الخطي عند تأثير الجسم المتحرك على جسم آخر يحاول إيقافه ، وتُعرف بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

(4-24)

حيث ($\vec{P}$) هي كمية الزخم الخطي *momentum*، ومن التطبيقات والتفسيرات لفيزيائية المهمة، أن نيوتن فسر قانونه الثاني معتمداً هذا المفهوم وذلك على النحو الآتي:

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \\ &= m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}\end{aligned}\quad (4-25)$$

ونلاحظ ببساطة أن: ($d\vec{v}/dt = \vec{a}$).

كما أننا نستطيع التوصل إلى مفهوم كمية الدفع المؤثر على جسم يتعرض لتأثير متوسط القوة ($\vec{F}$) خلال زمن (t) وذلك عند دراسة حركة جسم بتسارع منتظم على النحو الآتي:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= m\vec{a} \\ \vec{a} &= \frac{\vec{F}}{m} \\ v &= v_o + at \\ v &= v_o + \frac{F}{m}t\end{aligned}$$

بعد توحيد مقامات الطرف الأيمن، وضرب الوسطين بالطرفين نجد أن:

$$mv - mv_o = Ft \quad (4-26)$$

ونلاحظ في الطرف الأيسر أن المقدار ($mv - mv_o$)، هو عبارة عن التغير في كمية الزخم الخطي، إذاً:

$$\Delta\vec{P} = \vec{F}t \quad (4-27)$$

وهذا ما يشير إلى أن متجه كمية الزخم الخطي ياتجاه متجه القوة، أما الكمية ($\vec{F}t$) فتسمى بالدفع والذي يمكن تعريفه على أنه التغير الحاصل في كمية الزخم الخطي، ونؤكد هنا أن القوة ($\vec{F}$) هي متوسط القوة المؤثرة خلال الزمن (t).

مثال (4-6): Example

أوجد متوسط القوة ($\vec{F}$) المعوقة لسيارة كتلتها (2000 kg)، تُقصت سرعتها من (40 m/s) إلى (30 m/s) وذلك خلال زمن مقداره (4 s).

الحل: Solution:

$$\begin{aligned}\vec{F}t &= \Delta P = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = m(\vec{v} - \vec{v}_0) \\ &= (2000 \text{ kg})(30 \text{ m/s} - 40 \text{ m/s}) \\ &= 2 \times 10^3 \text{ kg(m/s)} \\ \vec{F} &= \frac{-2 \times 10^4 \text{ kg(m/s)}}{4 \text{ s}} \\ &= -5000 \text{ N}\end{aligned}$$

والإشارة السالبة تدل على أن القوة عكس اتجاه الحركة.

إنَّ المعادلة (4-27) تبقى صحيحة عند تطبيقها على مجموعة الأجسام، ولكنها تأخذ الصيغة العامة الآتية.

$$\vec{P} = m\vec{v}_{cm} \quad (4-28)$$

حيث (m) هي كتلة مجموعة من الأجسام، بينما ($\vec{v}_{cm}$) هي سرعة مركز الكتلة *center of mass velocity* لمجموع الأجسام الداخلة في الزخم الخطي.

4-8 قانون حفظ كمية الزخم الخطي Conservation of Momentum :

عندما يكون المجموع الجبري لمجموع القوى المؤثرة على مجموعة من الجسيمات مساوياً للصفر، فهذا يؤدي بالضرورة إلى أن هذه المجموعة محفوظة *conservative*، أي أنه لا يسمح بخروج أو دخول أي جسم منها أو إليها، وبمعنى آخر، تكون جملة أو (نظاماً مغلقاً) يخضع لقانون حفظ كمية الزخم الخطي، وهذا ما يُعبرُ رياضياً على النحو الآتي:

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \quad (4-29)$$

أو

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{P}}{dt} &= \frac{d(m\vec{v})}{dt} \\ &= m \frac{d\vec{v}}{dt} = 0\end{aligned}$$

ومعنى ذلك أن مقدار كمية الزخم الخطي ثابت، ونعبرُ عن ذلك رياضياً على النحو الآتي:

$$\vec{P} = \text{const} \quad (4-30)$$

إنَّ هذه النتيجة المهمة هي ما يسمى بقانون حفظ كمية الزخم الخطي والتي تؤدي إلى:

$$\Delta P = 0 = P - P_0$$

أي أنه:

$$P_f = P_o$$

(4-31)

حيث إن:

 (P_o) كمية الزخم الخطي الابتدائية. (P_f) كمية الزخم الخطي النهائية.

مثال (4-7): Example

رجل كتلته (75 kg) ، يركب عربة صغيرة كتلتها (39 kg) وتبلغ سرعتها (2.3 m/s) ، قفز الرجل من العربة بسرعة أفقية مساوية للصفر، أوجد التغير الحاصل في سرعة العربة نتيجة لذلك.

الحل: Solution

لسهولة الحل افترض أن:

 (m_e)

كتلة السيارة (العربة):

 (m_m)

كتلة الرجل:

 (v_o)

سرعة السيارة والرجل الابتدائية:

 (v_e)

سرعة السيارة بعد أن قفز الرجل منها:

إن قانون حفظ كمية الزخم الخطي يؤدي إلى:

$$\begin{aligned} (m_m + m_e) v_o &= m_e v_e \\ v &= v_e = \frac{(m_m + m_e) v_o}{m_e} \\ &= \frac{[(75 \text{ kg}) + (39 \text{ kg})](2.3 \text{ m/s})}{(39 \text{ kg})} \\ &= 6.7 \text{ m/s} \end{aligned}$$

مقدار التغير في سرعة السيارة:

$$\begin{aligned} \Delta v &= v - v_o = (6.7 \text{ m/s}) - (2.3 \text{ m/s}) \\ &= (4.4 \text{ m/s}) \end{aligned}$$

مسائل عامة محلولة solved problems

4-1 بندول بسيط مكون من كرة حديدية كتلتها (m) وخيط طوله $(l=2\text{ m})$ جُنُزب نحو اليسار إلى النقطة (A) ، انظر الشكل (4-7)، بحيث يصنع الخيط زاوية مقدارها (30°) مع وضع الاستقرار للبندول، ترك بعد ذلك كي يتحرك مُبتدئاً من النقطة (A) .

1- أوجد سرعة البندول عند النقطة (B) .

2- أوجد سرعة البندول عند النقطة (C) .

الحل:

1- عندما تكون النقطة (A) هي بداية الحركة، انظر الشكل، فإن البندول يملك طاقة كامنة تساوي:

$$U_A = mgh = mg(2 - 1.732)$$

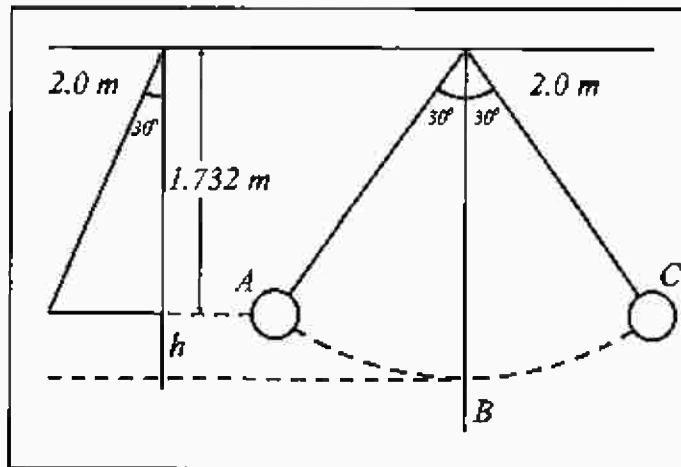
أما طاقته الحركية:

$$K_A = (1/2)mv_o^2 = 0$$

وذلك لأن (v_o^2) تساوي الصفر.

عند النقطة (B) نجد أن الطاقة الكامنة: $U_B = 0$ ، وذلك لأن الارتفاع $(h = 0)$ عند النقطة (B) ، بينما الطاقة الحركية:

$$K_B = (1/2)mv^2$$



الشكل (4-7)

وبما أن الطاقة الميكانيكية الكلية كمية محفوظة نجد أن:

$$\Delta W = \Delta U + \Delta K = 0$$

$$\Delta U = \Delta K$$

$$m(9.8 \text{ m/s}^2)(0.267 \text{ m}) = (1/2)mv_B^2$$

$$v_B = 2287 \text{ m/s}$$

وهي سرعة البندول عند النقطة (B).

2- لإيجاد سرعة البندول عند النقطة (C) نستخدم مرة أخرى الصيغة العامة لثقلون حفظ الطاقة بين النقطتين (B) و (C):

$$\Delta W = 0$$

$$\Delta U = 0 (h = 0)$$

$$\Delta U = \Delta K$$

$$0 = (1/2)mv_C^2 \quad m \neq 0 \Rightarrow v_C = 0$$

من الملاحظ أن (v_C) عند النقطة (C) لا تساوي (v_B)، كما أنه من المناسب هنا ضرورة ملاحظة أن هذا المثال يعد مثلاً رائعاً لبيان التبادل المستمرة بين الطاقة الحركية والطاقة الكامنة طوال فترة حركة البندول. وبعبارة أخرى وتمشياً مع جوهر قانون حفظ الطاقة، نؤكد على: أن أية زيادة في الطاقة الحركية للبندول يقابلها نقصان مساوٍ لها في الطاقة الكامنة، والعكس صحيح.

4-2 :

1- أوجد كمية طاقة الكتلة التي يمكن الحصول عليها من كتلة مقدارها (g 102) من أحد العناصر المشعة، مقدرة بالجول.

2- كم من السنوات تكفي هذه الطاقة التي أوجدتها في الجزء الأول من هذا السؤال لعائلة تستهلك طاقة سنوية قدرها (1 kW).

الحل:

1- هذا مثال على تحول الكتلة إلى طاقة وفيه نستخدم علاقة الطاقة المكافئة للكتلة المعروفة:

$$E = mc^2$$

حيث (C) هي سرعة الضوء وتساوي ($3 \times 10^8 \text{ m/s}$).

$$E = (0.12 \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s}^2) \\ = 1.08 \times 10^{16} \text{ joule}$$

2- من المعلوم أن العلاقة بين الطاقة والقدرة هي:

$$E = Pt$$

حيث (P) هي القدرة المستهلكة خلال الزمن (t):

$$t = \frac{E}{P} = \frac{1.08 \times 10^{16} \text{ Joule}}{1000 \text{ W}} \\ = 1.08 \times 10^{13} \text{ s} \\ = 3.44 \times 10^5 \text{ y}$$

4-3 أوجد مقدار التغير في طاقة الذرة لأحد العناصر، إذا صدر منها ضوء بتردد مقداره $(4.3 \times 10^{14} \text{ Hz})$.

الحل:

هذا مثال بسيط على تكمم الطاقة وبالتالي تتم معاملته باستخدام قانون التغير في الطاقة المرفق لتحرر الموجة الضوئية، ذات التردد المعلوم (f).

$$\Delta E = E - E_o = hf$$

نحن نعلم أن (h) هو ثابت بلانك ويساوي $(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})$ ويساوي أيضاً $(4.14 \times 10^{-15} \text{ eV})$ ، أما (f) فهو تردد الفوتون ويساوي $(4.3 \times 10^{14} \text{ s}^{-1})$ إذاً:

$$= -(4.14 \times 10^{-15} \text{ eV.s})(4.3 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}) \\ \Delta E = -1.8 \text{ eV}$$

والإشارة السالبة تدل أن طاقة المستوى الأول (E_o) أكبر من طاقة المستوى الثاني (E_f) .

4-4 قطعة من الحجر مقدار كتلتها (m) كيلوغرام، سقطت من السكون من على سطح عمارة ارتفاعها (90 m).

1- أوجد حسابياً سرعتها النهائية مستخدماً قانون حفظ الطاقة الميكانيكية.

2- أوجد حسابياً الزمن الذي يستغرقه الحجر حتى يصل إلى سطح الأرض (استخدم قوانين الحركة على خط مستقيم، معتمداً $(g = 9.8 \text{ m/s}^2)$).

الحل:

1- إن قانون حفظ الطاقة يؤدي إلى: 0

$$mgh + \frac{1}{2}mv^2 = mgh_o + \frac{1}{2}mv_o^2$$

حيث إن:

(h) : ارتفاع العمارة، (h_o) : سطح الأرض.

(v) : السرعة النهائية للحجر، (v_o) : السرعة الابتدائية للحجر.

(g) : تسارع الجاذبية الأرضية.

$$\begin{aligned}\therefore m g h &= \frac{1}{2} m v_o^2 \\ v &= \sqrt{2 g h} = \sqrt{(2)(9.8 \text{ m/s}^2)(90 \text{ m})} \\ &= 42 \text{ (m/s)}\end{aligned}$$

2- إن العلاقة التي تربط بين سرعة الحجر النهائية وسرعته الابتدائية هي:

$$\begin{aligned}v &= v_o + at \\ (42 \text{ m/s}) &= v_o + g t = 0 + (9.8 \text{ m/s}^2) t \\ \therefore t &= \frac{(42 \text{ m/s})}{(9.8 \text{ m/s}^2)} = 4.28 \text{ s}\end{aligned}$$

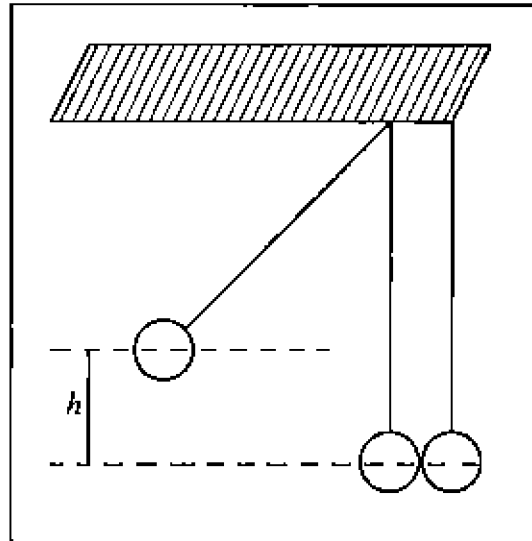
مسائل وتمارين الفصل الرابع

Chapter Four Exercises & Problems

- 4-1 أوجد حسابياً مقدار الشغل المبذول لسحب جسم كتلته (50 kg) على أرضية أفقية مسافة قدرها (10 m) ، إذا علمت أن معامل الاحتكاك بين الأرضية والجسم يساوي (0.5) .
- 4-2 سُجِبَتْ عربة طفل مسافة قدرها (10 m) فوق ممشى جانبي يميل بزاوية قدرها (15°) فوق الطريق الأفقي. أوجد حسابياً مقدار الشغل المبذول في هذه إذا كانت الكتلة الكلية للطفل والعربة (20 kg) .
- 4-3 تستغرق شاحنة كتلتها $(3 \times 10^4 \text{ kg})$ زمناً قدره (30 min) لتتصعد طريقاً جبلياً من ارتفاع (200 m) إلى (3000 m) .
- 1- أوجد حسابياً مقدار الشغل الذي تبذله الشاحنة ضد الجاذبية الأرضية.
- 2- أوجد حسابياً مقدار القدرة الحصانية التي تستهلكها الشاحنة ضد الجاذبية في هذه الحالة.
- 4-4 مركبة فضائية متعددة مع مركبة الفضاء أبولو، تبلغ كتلة المركبتين $(2.9 \times 10^4 \text{ kg})$ ، وتبلغ سرعتها (11.2 km/s) . ما هي الطاقة الحركية للمركبتين معاً؟
- 4-5 كرة كتلتها (200 g) تتحرك بسرعة مقدارها (20 m/s) اصطدمت عمودياً بجدار تحرك خلاله مركز الكرة مسافة قدرها (0.3 cm) ، ارتدت بعد ذلك إلى الوراء وعلى المسار المستقيم الذي كانت تتحرك عليه نفسه.
- 1- أوجد مقدار زمن تلامس الكرة مع الجدار.
- 2- أوجد متوسط القوة التي أثرت بها الكرة على الجدار.
- 4-6 أثبت أن العلاقة الرياضية بين كمية الزخم الخطي والطاقة الحركية هي:
- $$K = \frac{p^2}{2m}$$
- 4-7 رصاصة كتلتها (20 g) تتحرك بسرعة قدرها (50 m/s) ، اصطدمت بقالب كتلته (7 kg) مستقر في حالة السكون على سطح منضدة.
- 1- أوجد مقدار سرعة القالب بعد التصادم.

2- أوجد حسابياً مقدار قوة الاحتكاك بين المنضدة والقالب إذا تحرك القالب مسافة قدرها (1.5 cm) قبل التوقف.

4-8 الشكل (4-8) يمثل بندولين متلاصق كرتيهما في حالة السكون، جذب البندول الأيسر جانباً، ثم ترك ليصدم مع البندول الأيمن الذي كان ساكناً.



الشكل (4-8)، المسألة (4-8)

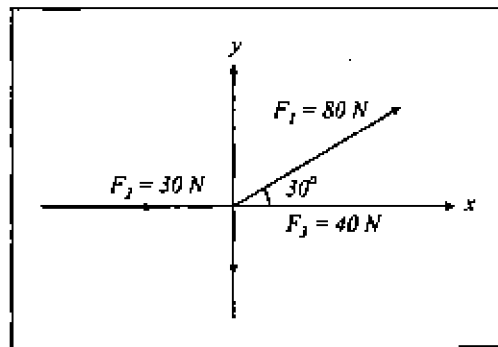
1- ما هي سرعة البندول الأيسر قبل التصادم مباشرة؟ أوجد مقدارها.

2- إذا كانت الكتلتان (m_1) و (m_2) متساويتين، أوجد الارتفاع الذي تصل إليه الكرتان بعد التصادم بدلالة الارتفاع (h) .

4-9 جسم يتحرك على المحور السيني بفعل ثلاث قوى مسافة قدرها (20 m) ، انظر الشكل (4-9).

1- أوجد حسابياً مقدار الشغل المنجز من قبل كل من القوى الثلاثة.

2- أوجد حسابياً مقدار التغير الحاصل في كل من الطاقة الحركية والكامنة.

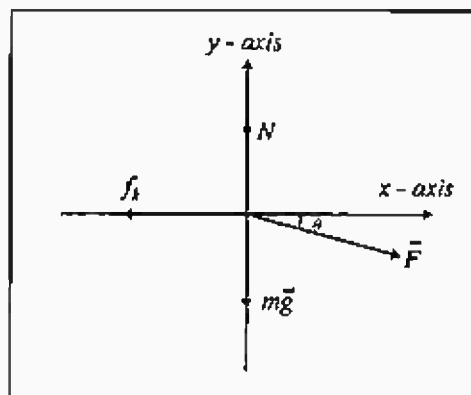


الشكل (4-9)، المسألة (4-9)

مسائل اختيارية

Optional Problems

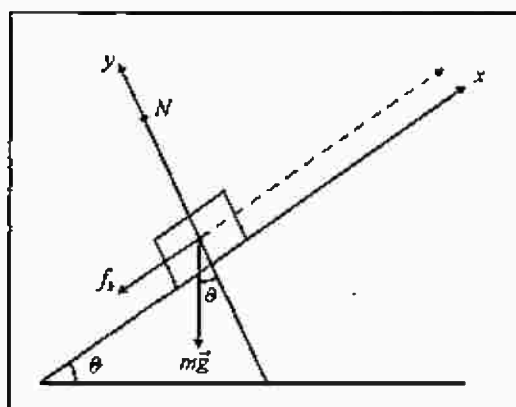
- 4-1 كرة تبلغ كتلتها $(3 \times 10^{-4} \text{ kg})$ ، معلقة بخيط نحو الأسفل وبشكل عمودي على الأفق، أثر عليها تيار هوائي ثابت بحيث دفعها إلى اليسار حتى بلغت الزاوية بين الخيط والعمود (37°) .
- 1- أوجد حسابياً مقدار قوة دفع الهواء للكرة.
 - 2- أوجد حسابياً مقدار قوة الشد في الخيط.
- 4-2 قنصف إلكترون أفقياً بسرعة مقدارها $(1.2 \times 10^7 \text{ m/s})$ خلال مجال كهربائي يؤثر بقوة عمودية على الإلكترون مقدارها $(4.5 \times 10^{-16} \text{ N})$ فإذا تحرك الإلكترون مسافة (30 mm) أفقياً.
- أوجد حسابياً مقدار المسافة العمودية التي ينعرفها الإلكترون، إذا علمت أن كتلته تساوي $(m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ mg})$.
- 4-3 سقط جسم كتلته (2 kg) من ارتفاع (20 m) إلى أسفل.
- احسب متوسط قوة الاحتكاك التي تعاكس حركة الكتلة، إذا كانت سرعتها قبل الاصطدام بالأرض مباشرة هي (8 m/s) .
- 4-4 لدفع صندوق كتلته (25 kg) إلى أعلى مستوى مائل بزاوية (25°) مع الأفق، يبذل عامل المصلحة قوة موازية للسطح المائل مقدارها (209 N) . إذا دفع العامل الصندوق مسافة قدرها (1.5 m) .
- 1- ما هو مقدار الشغل الذي تم إنجازه على الصندوق (وزن الصندوق)؟ أوجد ذلك حسابياً.
 - 2- ما هو مقدار الشغل الذي أنجزه العامل؟
 - 3- ما هو مقدار الشغل الذي أنجزته القوة العمودية المطبقة بواسطة السطح المائل؟
 - 4- ما هو مقدار الشغل الكلي الذي تم إنجازه على الصندوق؟
- 4-5 يدفع عامل كتلة مقدارها (27 kg) على طول أرض مستوية مسافة مقدارها (9.2 m) بسرعة ثابتة وبقوة تصنع زاوية (32°) تحت المستوى الأفقي. احسب مقدار الشغل الذي أنجزه العامل على الكتلة إذا كان معامل الاحتكاك يساوي (0.20) ، انظر الشكل $(10-4)$.



الشكل (4-10) المسألة الاختيارية (4-5)

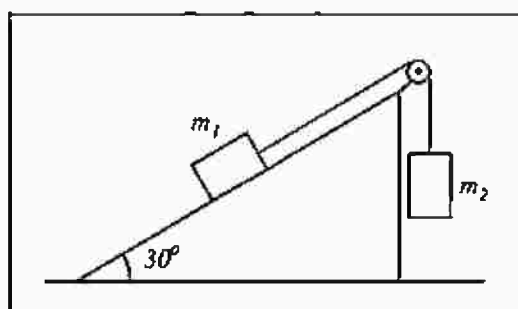
4-6 صندوق كتلته (50 kg) دفع مسافة (6 m) بسرعة ثابتة إلى الأعلى على مستوي يصنع زاوية (30°) مع الأفق، فإذا كان معامل الاحتكاك بين الصندوق وسطح المستوي (20.0) ، أوجد حسابياً:
1- مقدار القوة المستخدمة لهذا الغرض.

2- وزن الصندوق هو الآخر قوة مؤثرة في هذه الحركة، ما هو مقدار الشغل المنجز بواسطة وزن الصندوق؟ انظر الشكل (4-11).



الشكل (4-11)، المسألة الاختيارية (4-6)

4-7 جسم كتلته $(m_1 = 3.7 \text{ kg})$ موجود على سطح عديم الاحتكاك يميل على الأفق بزاوية (30°) مربوط بجسم آخر كتلته $(m_2 = 2.3 \text{ kg})$ معلق بشكل عمودي، انظر الشكل (4-12).



الشكل (4-12)، المسألة الاختيارية (4-7)

1- أوجد حسابياً مقدار تسارع كل من الكتلتين (m_1) و (m_2) .

2- حدد اتجاه تسارع الكتلة (m_2) .

3- أوجد حسابياً مقدار قوة الشد في الخيط.

4-8 جسم كتلته (8 kg) يسير بسرعة (2 m/s) بشكل لا يؤثر على حركته أية قوة خارجية. وفي لحظة من الوقت حدث له انفجار داخلي شطره إلى كتلتين متساويتين، حيث أدى هذا الانفجار إلى إكساب الكتلتين طاقة حركية إضافية مقدارها (16 J) حيث بقيت كل منهما سائرة على الخط المستقيم الأصلي لبداية الحركة.

1- أوجد حسابياً مقدار سرعة كل من الكتلتين بعد الانفجار.

2- حدد اتجاه كل من الكتلتين بعد الانفجار.

الخلاصة

Summary

- الشغل: إذا أثرت قوة ثابتة مقدارها $(\vec{F})$ في جسم وأدت إلى دفعه إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ فإن القوة قد بذلت شغلاً على هذا الجسم مقدار:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

والشغل كمية قياسية ناتجة عن الضرب القياسي لكميتين اتجاهيتين، ويقاس الشغل بالجول، والجول هو الشغل الذي تشغله قوة مقدارها (1 N) تؤثر في جسم تؤدي إلى إزاحته (1 m) باتجاه القوة نفسه.

- الشغل والطاقة الحركية: إن العلاقة بين كل من الشغل والطاقة الحركية هي:

$$K - K_0 = W$$

ومضمون هذه العلاقة أنَّ التغير الناشئ في الطاقة الحركية يساوي الشغل المنجز خلال حركة الجسم، حيث تمثل:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{الطاقة الحركية النهائية للجسم:}$$

$$K_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad \text{الطاقة الحركية الابتدائية للجسم:}$$

- الشغل والطاقة الكامنة: إن العلاقة بين كل من الشغل والطاقة الكامنة هي:

$$U - U_0 = W$$

حيث تمثل:

$$U = m g h \quad \text{الطاقة الكامنة النهائية للجسم:}$$

$$U_0 = m g h_0 \quad \text{الطاقة الكامنة الابتدائية للجسم:}$$

ولا بد من التأكيد هنا على أن كلا من (h_0) و (h) تمثلان المسافات العمودية عن مستوى سطح الأرض.

- حفظ الطاقة: إن الطاقة الميكانيكية الكلية هي عبارة عن مجموع الطاقتين الحركية والكامنة للجسم، ونعبر عن ذلك بالعلاقة الرياضية:

$$E = K + U$$

وبشكل عام نقول: إنَّ الطاقة محفوظة إذا كان التغير في جميع أشكال الطاقة يساوي صفراً، أي أن:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad (\text{التغير في جميع أشكال الطاقة})$$

أما إذا كان مجموع التغيرات لا يساوي صفراً فإن الطاقة لا تكون محفوظة.

- كمية الزخم الخطي: إنَّ كمية الزخم الخطي هي مقدار اتجاهي يتعلق بكل من سرعة الجسم وكتلته ونعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

- حفظ كمية الزخم الخطي: إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على مجموعة من الجسيمات مساوية إلى الصفر فهذا يؤدي بالضرورة إلى أن هذه المجموعة محفوظة، أي أنها تمثل نظاماً مغلقاً ونعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = 0$$

وتؤدي إلى أن كمية الزخم الخطي مقدار ثابت، ونعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\vec{P} = \text{const.}$$

$$\Delta P = 0$$

$$P - P_o = 0 \Rightarrow P = P_o$$

الكميات الفيزيائية التي تم تداولها في الفصل الرابع^١

اسم الكمية	الرمز الشائع	وحدة القياس SI
القوة	F	N Newton
الإزاحة	$s^{\dagger}$	m meter
الشغل	W	J Joule
الوزن	W	N Newton
الطاقة الحركية	K	J Joule
الطاقة الكامنة	U	J Joule
السرعة الابتدائية	v_0	m/s m/sec
السرعة النهائية	v	m/s m/sec
التسارع	a	m/s^2 m/sec ²
القدرة	P	W Watt
الطاقة الكلية	E	J Joule
ثابت بلانك	h	$J.s$ Joule.sec
كمية الزخم الخطي	P	$kg\ m/s$ kg m/sec
الكتلة	m	kg kilogram

^١ تسهياً على أبنائنا الطلبة وضعنا قائمة بالكميات الفيزيائية مع وحدات قياسها والتي تم تداولها في هذه الوحدة.^٢ يمكننا أن نستخدم (x) للتعبير عن الإزاحة كما يمكننا استخدام الحرف (d) ، ولكن استخدمنا (s) هنا للتعبير عن الإزاحة.

مفاهيم في درجة الحرارة وكمية الحرارة *Concepts in Heat & Temperature*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يميز بين مفهوم درجة الحرارة وكمية الحرارة.
- أن يفسر مفهوم درجة الحرارة الثلاثية للماء، وما هو المقصود بها، وما هي أهميتها في صناعة مقاييس درجات الحرارة.
- أن يشرح مبدأ عمل مقاييس درجة الحرارة، ويصف الفروق الأساسية فيما بينها.
- أن يميز بين أنواع التمدد الحراري الثلاثة: الطولي والسطحي والحجمي، تمييزاً علمياً.
- أن يضبط عملية الربط العلمي بين مفهومي درجة الحرارة وكمية الحرارة من خلال مبادئ مبسطة في الديناميكا الحرارية.
- أن يعدد طرق التوصيل الحراري، ويميز الفرق بين كل منها.

مفاهيم في درجة الحرارة وكمية الحرارة

Concepts in Heat & Temperature

5-1 المقدمة *Introduction*

كنا قد أشرنا في الوحدة الرابعة من هذا الكتاب إلى أن مبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية لا يبقى صحيحاً وذلك عند وجود قوى الاحتكاك، تلك التي ترتبط بمفهومنا لارتفاع درجة الحرارة، وهي تؤكد بأن هناك جزءاً من الطاقة قد تحول إلى طاقة حرارية *thermal energy*. في وقت مضى كان هناك لبساً واضحاً حول مفهوم كمية الطاقة الحرارية وذلك لصعوبة التمييز بينها وبين درجة الحرارة، إلا أن الرأيا قد تجلّت وأصبحت واضحة تماماً، وذلك بعد ترسيخ كل من المفهومين، وكمياته وحساباته الخاصة به، وعمّق ذلك عملياً نشوء علم الديناميكا الحرارية.

ومن المناسب جداً أن ننوه في هذا المقام إلى أن علم "الديناميكا الحرارية" يتعامل مع المادة بكلتا حائتيها؛ الجهرية *macroscopic*، المجهرية *microscopic*، كما أن علم الديناميكا الحرارية يأخذ بالحسبان كمية الطاقة الداخلية للمادة، ولهذا سوف نوضح في هذه الوحدة مجموعة من الكميات الفيزيائية ذات العلاقة، كدرجة الحرارة، وكمية الحرارة، والحرارة النوعية *specific heat*، إضافة إلى قوانين الديناميكا الحرارية.

5-2 مفهوم درجة الحرارة *The Concept of Temperature*

مما لا شك فيه أن كمية درجة الحرارة هي واحدة من الكميات الرئيسية في النظام الدولي للقياس، وذلك باعتماد مقياس كلفن * *Kelvin scale*. وتعريفنا لدرجة الحرارة نقول: إن درجة الحرارة هي قياس لصفة فيزيائية للجسم، نُميّز من خلالها ارتفاع أو انخفاض حرارته، كما نُميّز انتقال الحرارة منه وإليه، مثل درجة حرارة جسم الإنسان، ودرجة حرارة الجو، والحديث عن درجة الحرارة يقودنا إلى سؤالين مهمين هما:

1- هل هناك حدود معينة لارتفاع درجة حرارة الأجسام؟ قد يبدو للوهلة الأولى أن الإجابة بـ "لا" غير مقبولة بهذا الخصوص.

2- هل هناك حدود معينة لانخفاض درجة حرارة الأجسام؟ والإجابة السريعة هنا بـ "نعم" مقبولة جداً، لقد أثبتت التجارب أن درجة حرارة الصفر المطلق تُعتبر غايةً صعبة المنال، توازي في صعوباتها

المقدرة على بلوغ سرعة الضوء في معامل الفيزياء عملياً، ومن المناسب ذكره هنا أن العلماء في عام 1992م كانوا قد توصلوا وبكلفة مالية عالية جداً إلى ما يلي:

أ- إن أكبر مقدار لسرعة للإلكترون بعد تعجيله بمسرعات خاصة *accelerators* وصلت إلى $(0.999999994 c)$ حيث إن (c) هي سرعة الضوء.

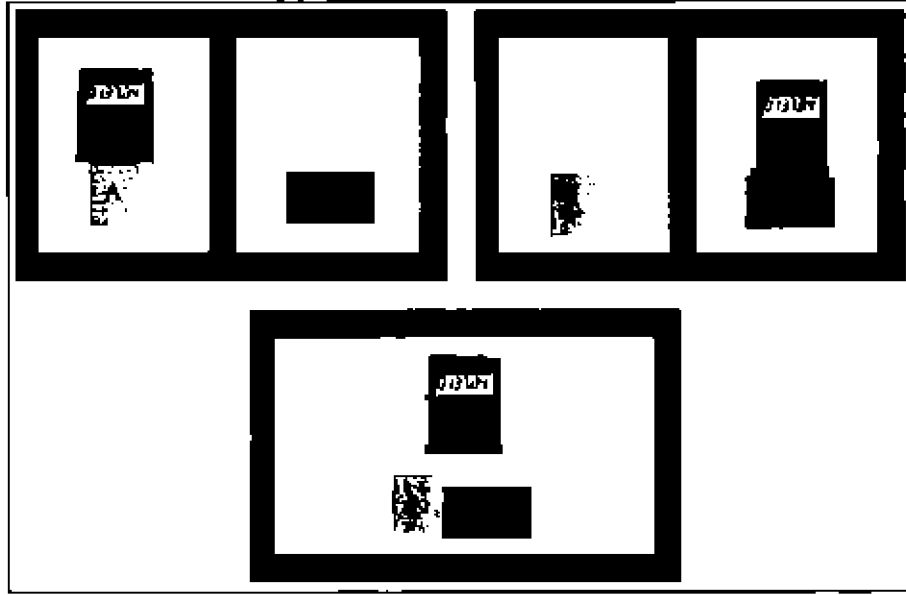
ب- إن أقل مقدار لدرجة الحرارة أمكن التوصل إليها عملياً هي $(0.5000000002 K)$

ومما يمكن قوله هنا هو أن وجه الشبه قائم بين هذين المفهومين، أي أنه مثلما يُعثر الوصول إلى سرعة الضوء غايةً صعبةً المبال، فإن الوصول إلى درجة الصفر المطلق هو الآخر صعبٌ بلذال، من هذه المعلومة تنتقل إلى معلومة أخرى حول هذا الكوكب الذي نحيا عليه لتبين مجدداً عظمة ودقة صنعة الله سبحانه وتعالى، قبل وجود الحياة وتقديراً بحوالي $(10-20)$ بليون سنة، أي عند بدء الكون كانت درجة الحرارة - وحسب نظرية الانفجار الكبير *Big Bang theory* التي ظهرت في العام 1955- تساوي $(1039 K)$ ، وبدأت بعد ذلك بالبرودة جزئياً وتدرجياً إلى أن وصلت لى قيمتها الحالية $(300 K)$ على سطح الأرض بمعدلها العام، ومما يجعلها على هذه الحالة، المسافة ثابتة بين الأرض في مدارها الإهليلجي حول الشمس والشمس ذاتها، ولو اقتربت قليلاً أو ابتعدت قليلاً لاستحالت الحياة عليها.

3-5 قانون الصفر في الديناميكا الحرارية *Zeroth Law of Thermodynamics*:

لقد أُطلق عليه هذه التسمية وذلك لوجود القانون الأول والثاني في الديناميكا الحرارية، بالإضافة إلى أنه يشير إلى حالة التوازن الحراري *thermal equilibrium*، حيث يمكن لمستخدمي هذا الفرع من علوم الفيزياء تسميته بقانون التوازن الحراري، وهو سهل وبسيط في معناه، وفحوى هذا القانون:

إذا كان لدينا نظامان حراريان الأول (A) والثاني (B) وهما في حالة توازن حراري مع نظام ثالث (C) فإن كلا من النظامين (A) و (B) يكونان في حالة توازن حراري مع بعضهما البعض. ولزيد من الإيضاح لنفترض أن النظام الحراري الثالث هو مقياس لدرجة الحرارة *thermometer* وأن كلا من (A) و (B) هما نظامان حراريان مختلفان، فعندما تكون درجة حرارة النظام الحراري الأول (A) مساوية لدرجة حرارة النظام الحراري الثاني (B) ، فإننا نصف كلا من (A) و (B) بأنهما متوازنان حرارياً، تأمل في الشكل (5-1).



الشكل (5-1) حيث يظهر كل من النظامين (A) و(B)

وكذلك النظام الثالث والذي هو عبارة عن جهاز حساس لقياس درجة الحرارة، كما يظهر في الشكل لعمية عزل كل نظام عزلاً حرارياً، لبيان القواعد المطلوبة لتوضيح قانون التوازن الحراري *thermal equilibrium*.

5-4 قياس درجة الحرارة *Temperature Measurement* :

إن المعرفة المرجعية وتأسيس الأفكار والمسميات في أي علم من العلوم، يُعد مدخلاً لازماً بهدف الوصول إلى حالة الفهم الصحيح للكميات الفيزيائية التي يدرسها طالب العلم. وفي مفهوم قياس درجة الحرارة يتبادر إلى الذهن مجموعة من التساؤلات حول معايرة وتقسيم التدريجات على مقاييس درجة الحرارة المألوفة والمتداولة.

إن تحديد درجة حرارة الماء في حالاته الثلاثة السائلة *liquid* والصلبة *solid* والغازية *gases* (بخار الماء) *vapor* تعتبر مسألة جوهرية في هذا الخصوص لأنها نقطة بداية المعرفة المطلوبة لتدريج ومعايرة مقاييس درجات الحرارة، ويعد جهود علمية ماضية وباستخدام خلية خاصة أُعدت لهذا الغرض تم تحديد درجة الحرارة التي يكون فيها الماء في ذات الوقت في حالاته الثلاثة وهي ما نسميه بالنقطة الثلاثية لماء *triple point of water*، انظر الشكل (5-2) والذي يوضح لنا الخلية الخاصة التي استُخدمت لهذا الغرض، حيث يوجد الماء في حالاته الثلاثة فيها وباتزان حراري، وهي درجة الحرارة المعرفة بالمعادلة الآتية:

$$T_3 = 273.16 K \quad (5-1)$$

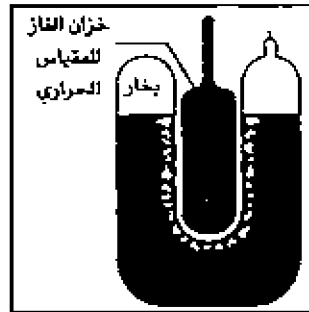
كما يُمكننا أن نثبت موقع هذه النقطة على مقاييس درجات الحرارة الثلاثة الشائعة الاستخدام وهي:

1- المقياس المئوي *Celsius scale*.

2- مقياس كلفن *Kelven scale*.

3- مقياس فهرنهايت *Fahrenheit scale*.

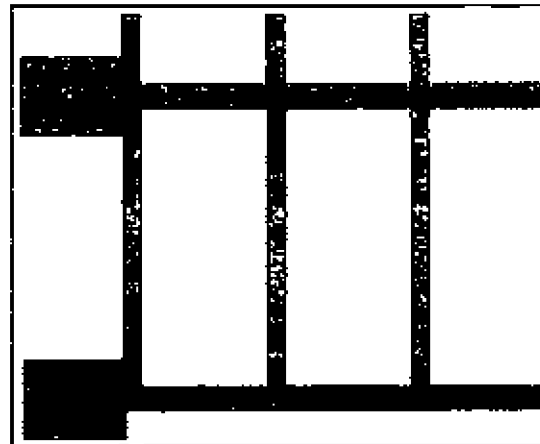
انظر الشكل (5-3).



الشكل (5-2) خلية تحديد النقطة الثلاثية للماء

التي استخدمت لتحديد درجة الحرارة ($T_3 = 273.16\text{ K}$)

إن الرقم (3) في المعادلة (5-1) والذي وضع تحت الحرف (T) يشير إلى أن الماء موجود صائلاً وصلباً وبخاراً عند هذه النقطة ومن المناسب ذكره هنا أن (T_3) تم قياسها باستخدام مقياس درجة الحرارة ذي الضغط الثابت *constant volume gas thermometer*.



الشكل (5-3) ويبين موقع النقطة الثلاثية في الأنواع الثلاثة الشائعة لمقاييس درجة الحرارة

كما يبين موقع الصفر المطلق *absolute zero*

5-5 مقياس سليزيوس ومقياس فهرنهايت *The Celsius and Fahrenheit Scale*

إن أساس بناء وتصميم موازين أو مقاييس درجات الحرارة على الرغم من اختلاف أسمائها، هو أساس واحد يستند في جوهره إلى أن معظم المواد السائلة أو الصلبة أو الغازية تتمدد عند تسخينها وارتفاع درجة حرارتها والعكس صحيح، إذ أن التغير الذي يطرأ على المادة يصبح محسوساً تماماً عندما تصل حالتها إلى التوازن الحراري *thermal equilibrium*، وهذا ما يجعلنا نعتمد بعض السوائل كالزئبق مثلاً *mercury* لتصميم مقياس درجة الحرارة، وهو مادة ينطبق عليها الوصف السابق تماماً.

إن مقياس سليزيوس المئوي *Celsius scales* يبدأ تدريجه من (0°C) وينتهي عند التدرية (100°C)، مروراً بالصفر المئوي والذي يكتب على النحو الآتي: (0°C) ويقرأ صفر مئوي أو *zero degree centigrade*، انظر الشكل (3-5).

ويمكننا أن نحول أية قراءة على هذا المقياس إلى ما يقابلها على مقياس كلفن *Kelvin scale* باستخدام العلاقة الرياضية:

$$T_C = T - 273.15 \quad (5-2)$$

حيث (T_C) قراءة درجة الحرارة على مقياس سليزيوس، و(T) هي القراءة المقابلة على مقياس كلفن، ومن الممكن إعادة كتابتها بصيغة أخرى على النحو الآتي:

$$T = T_C + 273.15$$

أما مقياس فهرنهايت *Fahrenheit scale* فيبدأ تدريجه من القياس (32.02°F) ويقرأ *zero degree Fahrenheit* ويقابل القياس (0°C) على مقياس سليزيوس، وينتهي عند التدرية (212°F)، أي أنه مقسم إلى (180) تدرية بدلاً من مئة تدرية في كل من مقياس كلفن سليزيوس، ولكن المسافة دائماً متساوية بين الصفر أو بداية التدرج ونهايته، انظر الشكل (3-5).

ومن الممكن تحويل أية قراءة على مقياس سليزيوس إلى ما يقابلها على مقياس فهرنهايت باستخدام العلاقة الرياضية الآتية:

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32^\circ \quad (5-3)$$

حيث (T_F) هي القراءة على مقياس فهرنهايت، و(T_C) القراءة المساوية لها على مقياس سليزيوس.

وهذه طريقة عامة للتحويل من أية قراءة على أي من المقاييس الثلاثة إلى ما يقابلها باستخدام

العلاقة الرياضية الآتية:

$$\frac{T_C - 0}{100} = \frac{T_F - 32}{180} = \frac{T - 273}{100} \quad (5-4)$$

مثال (5-1): Example

استخدم العلاقة الرياضية (5-4) لحساب القراءة المقابلة على مقياس فهرنهايت لدرجة الحرارة $(25^{\circ}C)$ ، ثم استخدم العلاقة الرياضية (5-5) لحسابها مرة أخرى، ثم قارن النتيجة.

الحل Solution:

$$\begin{aligned} T_F &= \frac{9}{5} T_C + 32 \\ &= \frac{9}{5} (25) + 32 = 77^{\circ} F \end{aligned}$$

ومن جديد:

$$\begin{aligned} \frac{T_C - 0}{100} &= \frac{T_F - 32}{180} \\ \frac{25 - 0}{100} &= \frac{T_F - 32}{180} \\ (25)(180) &= 100T_F - (32)(100) \\ 100T_F &= 4500 + 3200 = 7700 \\ T_F &= 77^{\circ} F \end{aligned}$$

مثال (5-2): Example

إذا أخبرك الطبيب أن درجة حرارة جسمك هي (310) درجة فوق الصفر المطلق. ألا يجب عليك أن تقلق؟ وضّح إجابتك.

الحل Solution:

من الواضح أن الطبيب في هذه الحالة استخدم مقياس كلفن وليس المقياس المتوحي المتعارف عليه، وتعاود درجة الحرارة هذه القراءة المألوفة للجميع على مقياس سليزيوس والتي يمكن إيجادها حسابياً من العلاقة الرياضية:

$$\begin{aligned} T_C &= T - 273 \\ &= 310 - 273 = 37^{\circ} C \end{aligned}$$

وتكون كذلك على مقياس فهرنهايت مساوية إلى:

$$T_F = 98.6^{\circ} F$$

أي أنه على مقياس سليزيوس تكون درجة حرارة الجسم طبيعية تماماً $(T = 37^{\circ} C)$ ، نكد من صحة الرقم $(98.6^{\circ} F)$ على مقياس فهرنهايت باستخدام العلاقة الرياضية (5-5)

مثال (5-3): Example

- (أ) وصلت درجة حرارة إحدى القرى في سيبيريا إلى $(-71^{\circ}C)$. ماذا تقابل هذه القراءة على مقياس فهرنهايت؟ أوجدتها حسابياً.
- (ب) أعلى درجة حرارة سجلت رسمياً في وادي الموت بكاليفورنيا في الولايات المتحدة الأمريكية، كانت $(134^{\circ}F)$.

ماذا تقابل هذه القراءة على مقياس سليزيوس؟ أوجدتها حسابياً.

الحل Solution:

(أ)

$$\begin{aligned} T_F &= \frac{9}{5}T_C + 32 \\ &= \frac{9}{5}(-71) + 32 = -96^{\circ}F \end{aligned}$$

وباستخدام العلاقة الرياضية (5-5) نجد أن:

$$\begin{aligned} \frac{T_C - 0}{100} &= \frac{T_F - 32}{180} \\ \frac{-71 - 0}{100} &= \frac{T_F - 32}{180} \\ 100T_F - 3200 &= -12780 \\ T_F &= \frac{-12780 + 3200}{100} \\ &= -96^{\circ}F \end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned} T_C &= \frac{5}{9}T_F - 17.8 \\ &= \frac{5}{9}(134) - 17.8 = 56.6^{\circ}C \end{aligned}$$

5-6 التمدد الحراري للأجسام الصلبة Thermal Expansion of Solids

تتمدّد الأجسام الصلبة عندما ترتفع درجة حرارتها، ونستطيع تمييز ثلاثة أنواع من التمدد الحراري للأجسام الصلبة، يعتمد كل نوع منها على طبيعة شكل المادة الهندسي، كما يعتمد على معامل تمددها الطولي، وهذه الأنواع هي:

♦ كما تتقلص الأجسام الصلبة عندما تنخفض درجة حرارتها، وهذه الظاهرة يمكن تمييزها من خلال تعاقب فصلي الشتاء والصيف.

1- التمدد الطولي *linear expansion*.

2- التمدد السطحي *surface expansion*.

3- التمدد الحجمي *volume expansion*.

وسنعرض للعلاقات الرياضية الخاصة بكلٍ من الحالات الثلاث:

5-6-1 التمدد الطولي *Linear Expansion*

إن الملاحظات العملية المبنية على التجربة *experimental results* تؤكد على أنَّ التمدد الطولي للأجسام الصلبة يعتمد على العوامل الثلاثة الآتية:

1- الطول الأصلي للمادة الصلبة عند درجة حرارة الغرفة *initial length at room temperature*، وسنرمز له بالرمز (L) .

2- التغير الحاصل في درجة الحرارة، والذي نعبّر عنه بالفرق بين درجة الحرارة النهائية (T_f) ودرجة الحرارة الابتدائية (T) ، وسنرمز له بالرمز (ΔT) .

3- نوع المادة الصلبة المستخدمة لصناعة الجسم الصلب، وهذا يختلف بطبيعة الحال من مادة لأخرى، ويُعبّر عن ذلك بما هو متعارف عليه، "معامل التمدد الطولي *coefficient of linear expansion*" وسنرمز له بالرمز (α_L) ، ولكل مادة معامل تمددها الطولي الخاص بها.

وبخلاصة القول: إن التغير في الطول، أي الفرق بين الطول النهائي (L_f) والطول الابتدائي (L) الذي سنشير إليه بالرمز (ΔL) يتناسب مع كل من الطول الابتدائي (L) وكذلك مع الفرق في درجات الحرارة (ΔT) ، أي أن:

$$\Delta L \propto L \Delta T \quad (5-5)$$

حيث:

$$\Delta L = L_f - L$$

$$\Delta T = T_f - T$$

وُمكننا من الناحية الرياضية إعادة كتابة العلاقة الرياضية (5-5)، والتي يبدو فيها التناسب واضحاً على شكل مساواة، بعد إدخال ثابت التناسب المناسب، وهو في هذه الحالة عبارة عن معامل التمدد الطولي (α_L) إذن:

$$\Delta L = \alpha_L L \Delta T \quad (5-6)$$

$$L_f - L = \alpha_L L \Delta T$$

$$L_f = L + \alpha_L L \Delta T$$

$$L_f = L(1 + \alpha_L \Delta T) \quad (5-7)$$

حيث تعبر العلاقة الرياضية (5-8) عن مقدار الطول الجديد للجسم المعدني الذي خضع لعملية التمدد الطولي.

ومن للمعادلة (5-7) نجد أن معامل التمدد الطولي يمكن التعبير عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\alpha_L = \frac{\Delta L}{L \Delta T} = \frac{\text{الزيادة في الطول}}{\text{الطول الأصلي} \times \text{فرق درجات الحرارة}} \quad (5-8)$$

ويعرف (α_L) معامل التمدد الطولي على النحو الآتي:

هو مقدار الزيادة التي تطرأ على وحدة الأطوال عندما ترتفع درجة الحرارة درجة واحدة، وتقرأ ألفا. أما وحدة قياسه فيمكن التعرف عليها من العلاقة الرياضية (5-8) وباستخدام نظرية التوافق بين الأبعاد والوحدات في النظام الدولي (SI) للقياس، وذلك على النحو الآتي:

$$\alpha_L = \frac{\Delta L}{L \Delta T} = \frac{m}{m.K} = K^{-1}$$

مثال (5-4): Example

سلك مصنوع من معدن النحاس *copper* طوله الأصلي (1 m)، ارتفعت درجة حرارته بمقدار درجة مطلقة واحدة، ليصبح طوله الجديد بعد ذلك (1.000019 m)، أوجد معامل التمدد الطولي (α_L) للنحاس.

الحل: Solution

من العلاقة الرياضية (5-8) نجد أن:

$$\begin{aligned} \alpha_L &= \frac{\Delta L}{L \Delta T} = \frac{(0.000019\text{ m})}{(1\text{ m})(1^\circ\text{ K})} \\ &= (19 \times 10^{-6}) K^{-1} \end{aligned}$$

مثال (5-5): Example

قضيب مصنوع من النحاس *copper* طوله الأصلي (2.5 m)، عند درجة الحرارة (15 K)، قمنا بتسخينه إلى درجة الحرارة (35 K)، أوجد الزيادة في طول القضيب، إذا كان معامل التمدد الطولي للنحاس المستخدم يساوي ($17.0 \times 10^{-6} K^{-1}$).

الحل Solution:

من العلاقة الرياضية (5-8) نجد أن:

$$\begin{aligned}\Delta L &= \alpha_L L \Delta T \\ &= (17.0 \times 10^{-6} K^{-1}) (2.5 m) (35 - 15) K \\ &= 8.5 \times 10^{-4} m \\ \Delta L &= 0.85 mm\end{aligned}$$

وكما أشرنا، فإن معامل التمدد الطولي يختلف من مادة إلى أخرى والجدول (١-5) يمثل مجموعة من المواد كثيرة الاستعمال مع معاملات تمددها الطولي.

المادة	Substance	$\alpha (10^{-6}/^{\circ}C)$ معامل التمدد الطولي
الثلج عند الصفر	ice (at 0°C)	51
الرصاص	lead	29
الألومنيوم	aluminum	23
النحاس الأصفر	brass	19
النحاس	copper	17
الفولاذ	steel	11
الزجاج العادي	glass (ordinary)	9
زجاج مقاوم للنار	glass (Pyrex)	3.2
سبيكة الحديد والنيكل	invar	0.7
طبقات الكوارتز	fused quartz	0.5

الجدول (5-1) يبين مجموعة من المواد الصلبة كثيرة الاستعمال،

إضافة إلى معاملات تمددها الطولي

5-6-2 التمدد السطحي Surface Expansion:

وهذه الظاهرة تحدث عندما يكون شكل المادة الصلبة على هيئة صفيحة مستوية، حيث يشبه الحال هنا التمدد الطولي تماماً، ولكن في اتجاهين، ذلك أن السطح يمتلك بعدين اثنين بدلاً من البعد الواحد في التمدد الطولي.

والتناسب هنا يكون بين:

١- مساحة السطح الابتدائي (A).

2- التغير الحاصل في درجات الحرارة (ΔT)، أي أن:

$$\Delta A \propto A \Delta T \quad (5-9)$$

حيث إن (ΔA) هو التغير الحاصل في السطح الذي تعرض لفرق في درجات الحرارة مقداره (ΔT). ومن الواضح أن ثابت التناسب هنا أيضاً يختلف عنه في التمدد الطولي، وذلك لكونه مساوياً إلى الضعف منه، حيث إن الجسم الصلب تمدد في الاتجاهين الطول والعرض، على خلاف التمدد الطولي، أي أن:

$$\alpha_A = 2\alpha_L$$

وهكذا تصبح العلاقة الرياضية (5-10) على الشكل الآتي:

$$\Delta A = \alpha_A A \Delta T \quad (5-10)$$

أما المساحة الجديدة، بعد التمدد السطحي، فيعبر عنها بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\begin{aligned} A_f - A &= \alpha_A A \Delta T \\ A_f &= A + \alpha_A A \Delta T \\ A_f &= A (1 + \alpha_A \Delta T) \end{aligned} \quad (5-11)$$

مثال (5-6): Example

صفحة مصنوعة من مادة الألومنيوم *aluminum* عرضها (30 cm) وطولها (50 cm)، تعرضت لفرق في درجات الحرارة مقداره (100 K)، أوجد التغير الحاصل في مساحة الصفحة، إذا علمت أن معامل التمدد الطولي للألومنيوم يساوي ($23 \times 10^{-6} K^{-1}$).

الحل Solution:

من العلاقة الرياضية (5-10) نجد أن:

$$\begin{aligned} \Delta A &= \alpha_A A \Delta T \\ \alpha_A &= 2\alpha_L = (2 \times 23 \times 10^{-6} K^{-1}) \\ \Delta T &= 100 K \\ A &= (0.3 \times 0.5) = 0.15 m^2 = 1500 cm^2 \\ \Delta A &= (46 \times 10^{-6} K^{-1}) (0.15 m^2) (100 K) \\ &= 6.9 \times 10^{-4} m^2 \\ &= 6.9 cm^2 \end{aligned}$$

5-6-3 التمدد الحجمي للجوامد والسوائل *Liquids Thermal Expansion of Solids and*

إن التمدد الحراري لكل من الجوامد والسوائل يمكن أن نسميه تمدداً حجمياً *volume expansion*، وهو ما يتضمن في معناه تغيراً في الأبعاد الثلاثة للنوعين كليهما.

لقد وُجد عملياً أن التغير الحاصل في الحجم نتيجة لتغير درجة الحرارة يتناسب تناسباً طردياً مع كل من:

1- الحجم الابتدائي (V) .

2- التغير الحاصل في درجات الحرارة (ΔT) . أي أن:

$$\Delta V \propto V \Delta T \quad (5-12)$$

وثابت التناسب هنا هو عبارة عن معامل التمدد الحجمي *volume expansion coefficient*، وحقيقة الأمر هو معامل التمدد الطولي مضروب في العدد ثلاثة، وذلك لأن التمدد في هذه الحالة يحدث في الأبعاد الثلاثة: الطول والعرض والارتفاع، أي أن معامل التمدد الحجمي يعبر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\alpha_v = 3\alpha_L = \beta$$

كما أن المعادلة (5-14) تأخذ الشكل الآتي:

$$\Delta V = \alpha_v V \Delta T \quad (5-13)$$

$$\Delta V = V_f - V$$

حيث إن (V_f) يمثل الحجم الجديد بعد تغير درجة الحرارة بمقدار (ΔT) . ومن المناسب ذكره هنا، أن كلاً من معامل التمدد الطولي (α_L) ومعامل التمدد السطحي ومعامل التمدد الحجمي تقاس بالوحدة نفسها، أي تقاس بوحدة (K^{-1}) .

كما أن:

$$\beta = 3\alpha_L = \alpha_v$$

وهي تعبر عن معامل التمدد الحجمي لكل من السوائل والجوامد على حد سواء.

5-7 امتصاص الحرارة بواسطة الأجسام الصلبة والسائلة *The Absorption of Heat by Solids and Liquids*

قبل الشروع بتقديم مجموعة من المفاهيم ذات الصلة بكمية الحرارة، لا بد أن نؤكد أن الحرارة هي نوع من الطاقة تنتقل من جسم لآخر عن طريق الامتصاص *absorption of heat*.

إنّ درجة الحرارة كما أسلفنا في بداية هذا الفصل مرتبطة بكمية الحرارة، والحرارة هنا تعني الطاقة الحركية *kinetic energy* المرتبطة بالحركة العشوائية *random motion* لمجموع ذرات أو جزيئات أو الأجسام المجهرية *microscopic* الأخرى المكونة للجسم المقصود بالدراسة نتيجة لارتفاع درجة حرارة المادة، وانتقال الطاقة الداخلية *internal energy* نتيجة لحركة هذه الجزيئات أو الذرات الموضعية في المواد الصلبة، وازدياد طاقتها الحركية، هو ما نطلق عليه انتقال الحرارة أو بالأصح انتقال كمية الطاقة الحرارية، والتي تعودنا على تسميتها بـ "كمية الحرارة". إن الفلزات أجود المواد الصلبة توصيلاً للحرارة وسبب ذلك أن الإلكترونات الحرة في المواد الموصلة للكهرباء تساهم في انتقال الحرارة فتؤدي إلى زيادة قدرتها على التوصيل الحراري، إضافة إلى الحركة التذبذبية لها.

لقد تعودنا كذلك أن نشير إلى كمية الطاقة الحرارية بالرمز (Q) ، ومن الناحية العملية من الممكن أن تكون هذه الكمية (Q) موجبة أو سالبة أو صفراً أو لبيان هذه المسألة، لا بد من تمييز درجة حرارة الجسم وهي ما يرمز لها *body temperature* (T_S)، وكذلك درجة حرارة الوسط المحيط بالجسم وهي ما يرمز لها *environment temperature* (T_E)، وعلى وجه العموم، وبناءً على ما تقدم، يمكننا أن نميز الحالات الآتية:

$$T_S > T_E$$

فإن (Q) في هذه الحالة تكون سالبة، وهذا ما يؤدي حتماً إلى انتقال الطاقة الداخلية أو الطاقة الحرارية من الجسم إلى الوسط المحيط، أما عندما تكون:

$$T_S < T_E$$

فإن (Q) تكون موجبة، أي أن الطاقة الحرارية تنتقل إلى الجسم، وأخيراً عندما تكون:

$$T_S = T_E$$

فإن (Q) تساوي الصفر، والجسم هنا لا يفقد ولا يكتسب طاقة حرارية.

إذن نستطيع القول: إن كمية الطاقة الحرارية (Q) هي عبارة عن الانتقال الذي يحصل من وإلى الجسم بسبب فروق درجات الحرارة الحاصلة بين الجسم والوسط المحيط به.

يترتب علينا الآن أن نتعرّض لوحدات قياس كمية الحرارة المستخدمة، فهناك الكالوري (الحريرة) *calorie*، والجول *joule*، والوحدة البريطانية *British thermal unit*، ويمكن الإقصاص عن ذلك بالآتي:

$$1 \text{ calorie} = 4.186 \text{ joule}$$

$$1 \text{ btu} = 1055 \text{ joule} = 252.0 \text{ calorie}$$

$$1 \text{ k calorie} = 4186 \text{ joule} = 3.969 \text{ Btu}$$

كما يمكننا من خلال هذه المعادلات إيجاد العلاقة بين مختلف وحدات قياس الطاقة الحرارية، وبما أن الكالوري، هو الوحدة المعتمدة سواء "الكيلو الكالوري" أو "الكالوري الواحد"، فلا بأس من تقديم تعريف يبين ما هو المقصود بهذه الوحدة.

الكالوري (السعرة) Calorie

الكالوري أو السعرة، هو كمية الطاقة الحرارية اللازمة لرفع درجة حرارة غرام واحد من الماء درجة مئوية واحدة على مقياس س سليزيوس. عند ضغط يساوي واحد ضغط جوي، ويساوي 186.4 joule

الوحدة الحرارية البريطانية Btu

هي كمية الطاقة الحرارية اللازمة لرفع درجة حرارة باوند واحد pound من الماء درجة فهرنهايت واحدة، ومن الواضح أن الكيلو كالوري والبالغ ألف كالوري، هو الوحدة المستخدمة في قياس مقدار الطاقة الحرارية في الأطعمة المختلفة من قبل أخصائيي التغذية ويسمى ($1 \text{ nutritionists cal}$): وسنمعرض عملية الديناميكا الحرارية من خلال المفاهيم الفيزيائية الأساسية الآتية:

5-7-1 السعة الحرارية The Heat Capacity

هي كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة جسم ما درجة مئوية واحدة، وتقاس بوحدات (J/C°)، ومن الجانب الرياضي نلاحظ أن السعة الحرارية لجسم ما heat capacity والتي يشار لها بالحرف الإنكليزي بحجمه الكبير (C) هي عبارة عن عامل التناسب بين كمية الحرارة (Q) والتغير الذي تحدثه هذه الطاقة الحرارية في درجات حرارة الجسم. أي أن:

$$Q \propto (T_f - T_i) \quad (5-14)$$

حيث إن (T_f) هي درجة حرارة الجسم النهائية final temperature ، (T_i) هي درجة حرارة الجسم الابتدائية $\text{initial temperature}$ ، إذن:

$$Q = C(T_f - T_i) \quad (5-15)$$

$$C = \frac{Q}{(T_f - T_i)}$$

ونلاحظ مجدداً من خلال من العلاقة الرياضية (5-15)، أن كمية الحرارة (Q) اللازمة لرفع درجة حرارة الجسم ($T_f - T_i$) درجة واحدة على مقياس سليزيوس هي عبارة عن السعة الحرارية (C) التي عرفناها في بداية هذه الفقرة.

ومن الممكن التعبير عن السعة الحرارية (C) بما يناسب خصوصية الحالة المعنية، فمثلاً نعبر عنها أحياناً بوحدات (cal / C°)، أو (cal / K)، أو (J / K).

5-7-2 السعة الحرارية النوعية (الحرارة النوعية Thermal Capacity):

السعة الحرارية النوعية (الحرارة النوعية) لجسم ما هي كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة كتلة مقدارها واحد كيلو غرام من هذا الجسم درجة مئوية واحدة.

بعد أن قدمنا لمفهوم السعة الحرارية بشكل عام في الفقرة (5-7-1)، من الواضح تماماً أن المواد تختلف في سعتها الحرارية بحسب نوعها من مادة لأخرى، ولهذا لا بد من أن نأخذ بعين الاعتبار مسألة نوع المادة وتأثيرها على مفهوم السعة الحرارية، وهذا ما يقودنا إلى مفهوم السعة الحرارية النوعية. إن السعة الحرارية النوعية هي عبارة عن السعة الحرارية لوحدة الكتلة *heat capacity per unit mass*، واختصاراً يرمز لها بالحرف الإنكليزي الصغير (*c*) لتمييزها عن السعة الحرارية، وعلى هذا الأسس تأخذ العلاقة الرياضية (5-16)، الصيغة الآتية:

$$Q = cm(T_f - T_i)$$

$$c = \frac{Q}{m(T_f - T_i)} \quad (5-16)$$

ونلاحظ مجدداً من خلال العلاقة الرياضية (5-16) أن كمية الحرارة اللازمة (*Q*) لرفع درجة حرارة وحدة الكتلة ($m=1kg$) بمقدار درجة مئوية واحدة على مقياس سيليزيوس ($T_f - T_i$) هي عبارة عن الحرارة النوعية (*c*).

ويعبر عنها بما يتناسب والحالة العملية من وحدات القياس، فتجدها أحياناً تقاس بوحدة ($cal / g.C^\circ$) وأخرى ($cal / kg.K$) وأخيراً ($cal / g.K$)، فعلى سبيل المثال، الحرارة النوعية للماء:

$$c = 1 cal / g.C^\circ = 1 Btu / lb.F = 419 J / kg.K$$

5-7-3 الحرارة النوعية المولية (المولية Molar Heat Capacity):

إن هذه الكمية الفيزيائية تظهر عندما تكون كمية المادة مقاسة بالمول *mol* والمول الواحد من المادة يعني عدد أفوكادرو من الذرات أو الجزيئات بحسب تركيب المادة، فعلى سبيل المثال يحتوي المول الواحد من الألومنيوم على ($6.0 \times 10^{23} / mol$) من الذرات *atoms*، كما أن مولاً واحداً من أكسيد الألومنيوم *aluminum oxide* يحتوي على العدد نفسه ولكن من الجزيئات *molecules*، وعدد أفوكادرو يعد من الثوابت الفيزيائية وهو يساوي عددياً:

$$Avogadro's number N_A = 6.02 \times 10^{23} / mol$$

والجدول (5-2) يوضح مقادير الحرارة النوعية لمجموعة من المواد شائعة الاستخدام، وذلك في درجة حرارة الغرفة، وعلى هذا الأساس فإن وحدات قياس الحرارة النوعية المولرية هي: $(\text{Cal} / \text{mol} \cdot \text{K})$ أو $(\text{J} / \text{mol} \cdot \text{K})$ ، انظر الجدول (5-2).

Characteristic الخصائص	Thermal Capacity الحرارة النوعية		Molar Heat Capacity الحرارة النوعية المولرية
Substance المادة	cal / g.K	J / kg.K	J / mol.K
Elemental Solids العناصر الصلبة			
lead الرصاص	0.0305	128	26.5
tungsten التفستين	0.0321	134	24.8
silver الفضة	0.0564	236	25.5
copper النحاس	0.093	386	24.5
aluminum الألومنيوم	0.215	900	24.4
Other Solids عناصر صلبة أخرى			
brass النحاس الأصفر	0.092	380	
granite الغرانيت	0.19	790	
glass الزجاج	0.20	840	
ice (-10 °C) الثلج	0.550	2220	
Liquids السوائل			
mercury الزئبق	0.023	140	
ethyl alcohol الكحول الأيثلي	0.58	2430	
seawater ماء البحر	0.93	3900	
water الماء	1.00	4190	

الجدول (5-2) يبين الحرارة النوعية لمجموعة من المواد الصلبة والسائلة مقاسة بنوعين من الوحدات، كما يبين الحرارة النوعية المولرية لمجموعة من المواد الصلبة

5-7-4 حرارة التحول Heat of Transformation:

هي كمية الحرارة التي تؤدي إلى تغيير حالة مادة من صلبة إلى سائلة أو من سائلة إلى غازية دون أي تغيير في درجة حرارتها.

عندما يتم امتصاص الحرارة من قبل الجسم الصلب أو السائل *absorption of heat*، فإنه ليس من الضروري دائماً أن يرافق ذلك ارتفاع أو انخفاض في درجة الحرارة *change in temperature*، وبدلاً من ذلك تتغير حالة المادة أو الطور الذي تتواجد فيه، والذي نسميه بالإنكليزية *phase*، أو

(state) (صلبة، سائلة، غازية) دون أن تتغير درجة الحرارة *constant temperature transformation*. فعلى سبيل المثال يتحول الثلج ice إلى ماء والماء إلى بخار الماء بامتصاص كمية من الطاقة الحرارية مع بقاء درجة حرارته ثابتة. وعلى العكس من ذلك يتجمد الماء ويتكثف البخار ويرافق ذلك تحرير كمية من الطاقة الحرارية بدون تغير في درجات الحرارة، وعلى هذا الأساس يمكننا القول:

إن كمية الحرارة لوحدة الكتلة التي يجب أن تتحول عند تحول المادة تماماً من طور إلى آخر، هي عبارة عن حرارة التحول *heat of transformation* ويرمز لها بالحرف الإنكليزي الكبير (L). وهكذا عندما تخضع كتلة من المادة مقدارها (m) لعملية تحول كامل من طور لآخر، فإن كمية الحرارة التحول هي:

$$Q = Lm \quad (5-17)$$

أما عندما يتحول الماء إلى بخار فإن الحرارة المتحولة تسمى: *heat of vaporization* واختصاراً (L_v)، وتساوي حرارة التبخير للماء.

$$L_v = 539 \text{ cal/g} = 40.7 \text{ kJ/mol} \\ = 2260 \text{ kJ/kg}$$

أما عندما تتحول المادة من الطور الجامد *solid phase* إلى الطور السائل *liquid phase* فإن الحرارة المتحولة تسمى *heat of fusion* واختصاراً (L_f)، وتساوي:

$$L_f = 79.5 \text{ cal/g} = 6.01 \text{ kJ/mol} = 333 \text{ kJ/kg}$$

وذلك بالنسبة للماء عند تجمده أو ذوبانه، والجدول (5-3) يوضح حرارة التحول لبعض العناصر

Substance	الذوبان Melting		الغليان Boiling	
	melting point (K)	heat of fusion (kJ/kg) حرارة التحول	boiling point (K) نقطة الغليان	heat of vaporization (kJ/kg) حرارة التبخر
hydrogen الهيدروجين	14.0	58.0	20.3	455
oxygen الأوكسجين	54.8	13.9	90.2	213
mercury الزئبق	234	11.4	630	296
water الماء	273	333	373	2256
lead الرصاص	601	23.2	2017	858
silver الفضة	1235	105	2123	2336
copper النحاس	1356	207	2868	4730

الجدول (5-3) يبين حرارة التحول في حالتَي الذوبان *melting* والتبخير *vaporization* لبعض العناصر، كما يبين درجة حرارة الذوبان ودرجة حرارة التبخر لهذه المواد

5-8 القانون الأول في الديناميكا الحرارية: *First Law of Thermodynamics*

إنّ هذا القانون الهام في الديناميكا الحرارية، هو القانون الذي يعبر عن مبدأ حفظ الطاقة لعنصر أو جسم يخضع لعملية تبادل حراري مع محيطه بواسطة الشغل والحرارة، ويمكننا التعبير عنه بالعلاقتين الرياضيتين:

$$\Delta E_{int} = E_{int,f} - E_{int,i} = Q - W \quad (5-18)$$

أو بالصيغة التفاضلية:

$$dE_{int} = dQ - dW \quad (5-19)$$

حيث تمثل كل من:

E_{int} : الطاقة الداخلية للجسم أو العنصر، وهي تعتمد على حالته الفيزيائية (درجة الحرارة، الضغط، الحجم).

(Q) : كمية الطاقة الحرارية المتبادلة.

(W) : الشغل المنجز بواسطة العنصر أو المجموعة خلال عملية التبادل الحراري، ومن الممكن أن يكون موجبا في حالة تمدد المجموعة، وساليا في حالة تقلصها.

ولهذا القانون تطبيقات هامة جداً، فعلى سبيل المثال:

1- عمليات كظومة الحرارة *adiabatic processes* وفيها يكون الجسم معزولاً تماماً ولا يحدث أي نوع من أنواع التبادل الحراري، ونعبر عن هذه الحالة بالعلاقة الرياضية:

$$\Delta E_{int} = -W \quad (5-20)$$

ومن الواضح أن كمية الطاقة الحرارية مساوية للصفر، أي أن:

$$Q = 0$$

2- عمليات ثبوت الحجم *constant volume processes* أي أن حجم الجسم الذي يخضع لعملية التبادل الحراري يبقى ثابتاً، كثبوت حجم الغاز مثلاً، حيث لا تقوى المجموعة في هذه الحالة على أداء أي نوع من الشغل، ونعبر عن هذه الحالة بالعلاقة الرياضية:

$$\Delta E_{int} = Q \quad (5-21)$$

ومن الواضح أن كمية الشغل المنجز خلال هذه العملية يكون مساوياً للصفر، أي أن:

$$W = 0$$

3- عمليات تمر بجميع المراحل *cyclic processes*، وفيها تعود المجموعة الخاضعة لعملية التبادل إلى وضعها الابتدائي بعد هذا التبادل بين كمية الحرارة والشغل، ونعبر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$Q = W \quad (5-22)$$

ومن الواضح أن كمية التغير في الطاقة الداخلية مساوٍ للصفر، أي أن:

$$\Delta E_{int} = 0$$

4- عمليات التمدد الحراري *free expansion processes*، وفي هذا النوع من العمليات الحرارية لا يحصل إنتاج أي مقدار من الشغل، ونعبر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$\Delta E_{int} = 0 \quad (5-23)$$

ومن الواضح أن كلاً من كمية الحرارة والشغل في هذه الحالة تكون مساوية للصفر، أي أن:

$$Q = W = 0$$

ولسهولة تذكر الحالات المهمة الأربعة، تأمل الجدول (5-4).

$$\text{The Law: } \Delta E_{int} = Q - W \text{ (Eq. 5-23)}$$

Process	نوع العملية	الخصوصية Restriction	النتائج Consequences
<i>adiabatic</i>	عمليات كظومة حرارياً	$Q = 0$	$\Delta E_{int} = -W$
<i>constant volume</i>	عمليات ثبوت الحجم	$W = 0$	$\Delta E_{int} = Q$
<i>closed cycle</i>	عمليات مغلقة	$\Delta E_{int} = 0$	$Q = W$
<i>free expansion</i>	عمليات التمدد الحراري	$Q = W = 0$	$\Delta E_{int} = 0$

الجدول (5-4) يبين أربع حالات خاصة وهامة للقانون الأول في الديناميكا الحرارية

مثال (5-7): Example

أوجد حسابياً كمية الحرارة التي نحتاجها لكي نرفع درجة حرارة كتلة من الثلج مقدارها (720 g) من درجة الحرارة ($-10\text{ }^{\circ}\text{C}$) إلى الحالة السائلة عند درجة الحرارة ($15\text{ }^{\circ}\text{C}$).

الحل Solution:

يتحول الثلج إلى سائل وذلك بعد مروره بثلاث مراحل، وعليه سنقوم بحل هذه المسألة على ثلاث

خطوات:

1- ارتفاع درجة الحرارة من ($-10\text{ }^{\circ}\text{C}$) إلى ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$).

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= C_{ice} m (T_f - T_i) \\
 &= (2220 \text{ J / kg. } ^\circ\text{K}) (0.720 \text{ kg}) [0^\circ - (-10^\circ \text{C})] \\
 &= 15.98 \text{ kJ}
 \end{aligned}$$

2- وفي هذه المرحلة سيتم ذوبان الثلج إلى أن يصبح سائلاً، وهي تحدث دون تغيير في درجة الحرارة، حيث تبقى مساوية للصفر.

$$\begin{aligned}
 Q_2 &= L_f m = (333 \text{ kJ / kg}) (0.720 \text{ kg}) \\
 &= 239.8 \text{ kJ}
 \end{aligned}$$

3- المرحلة الثالثة وفيها يتم انتقال السائل من درجة الحرارة (0°C) إلى (15°C) .

$$\begin{aligned}
 Q_3 &= L_{liq} m = (T_f - T_i) \\
 &= (4190 \text{ J / kg. } ^\circ\text{K}) (0.720 \text{ kg}) (15^\circ \text{C} - 0^\circ \text{C}) \\
 &= 45.25 \text{ kJ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\
 &= 300 \text{ KJ}
 \end{aligned}$$

5-9 انتقال الحرارة *The Transfer Of Heat* :

أصبح مأثوراً لدينا أن هناك ثلاثة طرق لانتقال الحرارة، وهي تهتم بصفة عامة بدراسة كيفية انتقال الحرارة. وسنقدم تفسيراً مبسطاً لانتقال الحرارة بهذه الطرق الثلاث بهدف التعرف عليها، كما أننا سندرس العلاقة الرياضية التي تعبّر عن كل منها؛ وهذه الطرق هي: التوصيل والحمل والإشعاع.

5-9-1 انتقال الحرارة بالتوصيل *Transfer Of Heat By Conduction* :

إن هذا النوع من انتقال الحرارة *thermal energy* يحدث دون أن ينتقل الجسم الذي زادت حرارته، فلو أخذنا مثلاً على ذلك: كوباً من القهوة الساخنة جداً ووضعنا فيه ملعقة معدنية، فإننا وبعد فترة زمنية قصيرة نجد وبطريقة اللمس أن طرف الملعقة غير المنغمور قد أصبح ساخناً، وتفسير ذلك أن الحرارة انتقلت من الجسم الساخن (القهوة) إلى الجسم المعتدل (الملعقة) تدريجياً حتى وصلت الطرف غير المنغمور. وحقيقة الأمر أن هذه الحرارة تنتقل إلى ذرات والإلكترونات الملعقة وتؤدي إلى زيادة سعة الترددات لبداية المنطقة المنغمورة، ثم تنتقل عن طريق التصادم مع الإلكترونات والذرات المجاورة إلى أن تصل الطرف الآخر، ثم بعد ذلك أصابع اليد، أي أن هذا النوع من انتقال الحرارة يحتاج إلى وسط مادي.

لقد أوضحت التجارب أن معدل التدفق الحراري *rate of heat conduction* واختصاراً (H_c) يتناسب طردياً مع كل من مساحة مقطع التوصيل (A) ، والفرق بين درجتي حرارة بداية ونهاية

منطقتي التوصيل $(T_H - T_C)$ ، كما يتناسب سماكة المسار الذي تسلكه كمية الحرارة المنتقلة (L) ، ويعبر عن ذلك بالعلاقة الرياضية:

$$H_C = \frac{Q_C}{t} = k_C \frac{(T_H - T_C)}{L} \quad (5-24)$$

حيث إن:

<i>Rate of heat conduction</i>	(H_C) : انتقال الطاقة بالتوصيل
<i>Transfere thermal energy</i>	(Q_C) : كمية الحرارة المنتقلة
<i>Duration time</i>	(t) : الزمن اللازم لذلك
<i>Conductivity constant</i>	(k_C) : ثابت التوصيل الحراري
<i>Conduction area</i>	(A) : مساحة منطقة التوصيل
<i>Hot reservoir temperature</i>	(T_H) : درجة الحرارة المرتفعة
<i>Cold reservoir temperature</i>	(T_C) : درجة الحرارة المنخفضة
<i>Conduction path thickness</i>	(L) : سماكة مسار الانتقال الحراري

وخلاصة القول: إن مقدار الحرارة المنقولة بطريقة التوصيل خلال جسم صلب تتناسب تناسباً طردياً مع الفرق في درجة الحرارة بين طرفيه والزمن ومساحة مقطعه وعكسياً مع طوله.

ومن لعلاقة الرياضية (5-25) يُمكننا أن نعرف ثابت التوصيل الحراري (k_C) على النحو الآتي:

هو مقدار الحرارة التي تمر عمودياً (Q_C) عن طريق التوصيل في الثانية الواحدة (t) خلال مساحة (A) مقدارها واحد متر مربع وسماكتها (L) واحد متر، حيث يكون الفرق في درجة الحرارة (ΔT) بين وجهيهما المتقابلين درجة واحدة على مقياس سليزيوس.

أما معدل التدفق الحراري *rate of heat conduction* فهو عبارة عن كمية الحرارة المنتقلة خلال وحدة الزمن، ونعبر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$H_C = \frac{Q_C}{t}$$

وبصفة عامة تبدي المواد مقاومة للانتقال الحراري *thermal resistance to conduction* ويعبر عنها رياضياً على النحو الآتي:

$$R_{her} = \frac{\tilde{L}}{k_C} \quad (5-25)$$

حيث إن:

(R_{her}) : هي المقاومة الحرارية.

(L) : طول المسار للانتقال الحراري.

(k_C) : ثابت التوصيل الحراري.

وهي تختلف من مادة لأخرى، ولغرض التعرف على هذا الاختلاف انظر الجدول (5-5)، ويتعويض مقدار الثابت (k_C) من العلاقة الرياضية (5-26) في العلاقة الرياضية (5-25) نجد أن:

$$H_C = A \frac{(T_H - T_C)}{R_{ther}} \quad (5-26)$$

ويعطى عادة مقدار المقاومة الحرارية (R_{ther}) في المسائل، أو يُطلب إيجادها من خلال المعلومات التي تُعطى لهذا الغرض. انظر الجدول (5-5).

Substance المواد	Conductivity التناقلية $K_C (W / m.K)$	R-Value المقاومة الحرارية $ft^2 \cdot in.F / Btu$
Metal المعادن		
stainless steel الفولاذ	14	0.010
lead الرصاص	35	0.0041
aluminium الألومنيوم	235	0.0006
copper النحاس	401	0.00036
silver الفضة	428	0.00034
Gases الغازات		
air (dry) الهواء الجاف	0.026	5.5
helium الهيليوم	0.15	0.96
hydrogene الهيدروجين	0.18	0.80

♦ نلاحظ أن المقاومة الحرارية تم قياسها لتسريحة معاكثها واحد بوصة، ويمكن إيجادها وفق النظام (SI) بصرب مقادير المقاومة الحرارية بالمقدار $(0.14 k)$.

Substance المواد	Conductivity التناقلية $K_C (W/m.K)$	R-Value المقاومة الحرارية $ft^2.h.F / Btu$
Building Materials مواد البناء		
polyurethane foam رغوة اليوريثين	0.024	5.9
rock wool صوف صخري	0.043	3.3
fiberglass الزجاج الليفي	0.048	3.0
white pine خشب الصنوبر الأبيض	0.11	1.3
window glass زجاج النوافذ	1.0	0.14

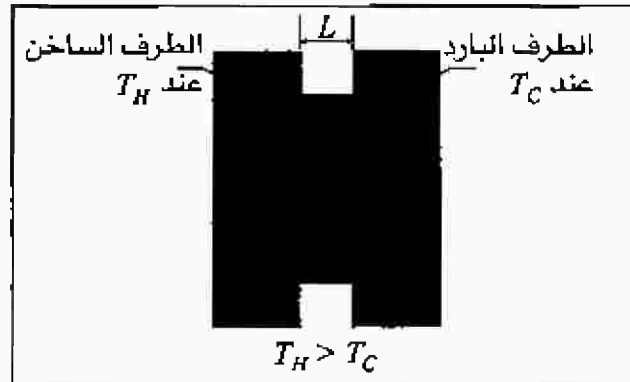
الجدول (5-5) يبين مقادير ثوابت التوصيل (kC) الحراري والمقاومة الحرارية (R)

للمجموعة من المعادن والغازات ومواد البناء

مثال (5-8): Example

يعبر الشكل (5-4) عن شريحة معدنية طولها (25 cm) ومساحة مقطعها (90 cm^2)، أما درجة الحرارة العالية (125 C°) بينما الواطئة (10 C°)، استمرت عملية الانتقال الحراري حتى توصلنا إلى حالة الاستقرار.

أوجد حسابياً معدل التدفق الحراري (H_C) خلال الشريحة المعدنية.



الشكل (5-4)، المثال (5-8)

الحل: Solution

باستخدام العلاقة الرياضية (5-25) نجد أن:

$$H_C = \frac{Q_C}{t} = k_C \frac{(T_H - T_C)}{L}$$

ثابت التوصيل الحراري (k) للنحاس تساوي (401 W/m.K).

$$H_c = 401 \text{ W/m.k} (90 \times 10^{-4} \text{ m}^2) (125 - 10)^\circ\text{C} / (0.25) \text{ m} \\ = 1.66 \times 10^3 \text{ J/S}$$

5-9-2 انتقال الحرارة بالحمل *Transfer of Heat by Convection*

إن انتقال الحرارة بالحمل *convection* يحدث عندما تتعرض طبقة من السائل كماء أو الهواء للتلامس مع جسم آخر بحيث تكون درجة حرارته أعلى من درجة حرارة السائل مما يؤدي إلى ارتفاع درجة حرارته وتمدد حجمه وذلك في معظم حالات انتقال الحرارة بالحمل.

ويمكننا أن نضرب في هذه المناسبة مثالاً قريباً جداً لكل منا، وهو تبريد الجسم بالهواء بواسطة الحمل الناتج عن تأثير قوة خارجية. إن تفسير مثل هذه الظواهر يتم عادة من خلال قانون نيوتن للتبريد، الذي يزودنا بمعرفة معدل فقدان الحرارة، وصيغته الرياضية هي:

$$H_{conv} = k_{conv} A (T - T_r) \quad (5-27)$$

إن معدل فقدان الحرارة بطريقة الحمل *convection* لكل وحدة مساحة من السطح يتناسب مع الفرق في درجة الحرارة حيث إن: (T) هي درجة حرارة السطح، و (T_r) هي درجة حرارة الطبقة الساكنة من السطح، ويكون المقدار $(T - T_r)^{1/2}$ في المعادلة (5-27) صحيحاً عندما تنتقل الحرارة بشكل طبيعي، أما إذا كانت تنتقل بسبب تأثير قوة ما فإن التناسب يكون مع المقدار $(T - T_r)$.

ونلاحظ من المعادلة (5-28) أننا نستطيع تعريف ثابت الحمل الحراري (k_{conv}) على النحو الآتي: هو كمية الحرارة المنقولة خلال سطح مساحته واحد متر مربع، بفعل فرق درجة الحرارة درجة واحدة على مقياس سيليزيوس.

ونلاحظ من خلال طريقة انتقال الحرارة هذه أن الوسط الناقل يتحرك بشكل حر من المكان الساخن إلى المكان البارد، ومن الأمثلة المباشرة على ذلك، السخانات المائية الكهربائية والتدفئة المركزية.

مثال (5-9): Example

سطح مساحته (100 m^2) ودرجة حرارته (40°C) موجود في الهواء حيث درجة حرارة الهواء (22°C) . إذا كان متوسط معامل انتقال الحرارة بالحمل بين السطح والهواء يساوي $(10 \text{ W/m}^2\text{C}^\circ)$.

أوجد حسابياً معدل التدفق الحراري.

الحل Solution:

$$H_{conv} = k_{conv} A (T - T_u) \\ k_{conv} = 10 \text{ W/m}^2\text{C}^\circ$$

$$A = 100 \text{ m}^2$$

$$T = 40^\circ \text{C}$$

$$T_i = 22^\circ \text{C}$$

$$\begin{aligned} H_{\text{conv.}} &= (10 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}) (100 \text{ m}^2) (40 - 22)^\circ\text{C} \\ &= 18000 \text{ W} \end{aligned}$$

5-9-3 انتقال الحرارة بالإشعاع : Tranter of Heat by Radiation

من الممكن تقريب فهم هذه الطريقة في انتقال الحرارة وذلك إذا افترضنا جسمين مستقيمين الأول (A) والثاني (B) يتبادلان الطاقة على شكل إشعاع كهرومغناطيسي *electromagnetic radiation* أو إشعاع فوق الحمراء *ultra violet radiation* في مدى الطول الموجي للضوء المرئي *visible light* من $(1.0 \mu\text{m})$ إلى $(100 \mu\text{m})$.

إن جميع الأجسام يمكن أن يصدر عنها أمواج كهرومغناطيسية على شكل إشعاع إذا ما كانت درجة حرارتها فوق الصفر المطلق، كما أن جميع الأجسام يمكن لها أن تمتص هذه الإشعاعات إذا ما توفر لها الفرق في قوة الإشعاع وكذلك الفرق في درجات الحرارة. إن عملية التبادل للحرارة بواسطة الإشعاع هذه لها أهمية بالغة في الحفاظ على المعدل العام لدرجة حرارة الأرض الملائمة للحياة والتي تساوي تقريباً (300 K°) في معدلها العام، وذلك في حالة حصول أي نقصان أو زيادة في درجة الحرارة المذكورة فإن الحياة تتعرض مباشرة لانعكاسات هذه التغيرات. ولابد من التنبه إلى أن انتقال الحرارة بهذه الطريقة لا يحتاج إلى وسط مادي بين الجسمين الساخن والبارد.

وبصفة عامة فإن الجسم المشع الجيد *good radiator* يعد جسماً ممتصاً جيداً *absorber*، ونطلق على الجسم الذي يمتص كامل الأشعة الكهرومغناطيسية الساقطة عليه الجسم الأسود *black body*، كما أنه من الممكن أن يرسل بدوره إشعاعاً وذلك تبعاً لفرق درجات الحرارة، ولقد تم تصنيف الأجسام الأخرى وفقاً لإمكاناتها الإشعاعية مقارنة بالجسم الأسود، إن مقدرة الجسم على الإشعاع هي الطاقة الكلية المشعة لجميع الأطوال الموجية الصادرة عن الجسم لكل متر مربع واحد من سطحه لكل ثانية واحدة. ومن المفيد جداً أن نذكر هنا بأن معدل الانتقال الحراري الإشعاعي للجسم الأسود يتناسب مع درجة حرارته المطلقة مرفوعة للأس أربعة، أي أن:

$$H_{\text{rad}} = \frac{Q_{\text{rad}}}{t} = \epsilon \sigma A T^4 \quad (5-28)$$

ومن هذه العلاقة الرياضية نجد أن الطاقة الممتصة يمكن التعبير عنها بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$Q_{\text{rad}} = \sigma A t T^4$$

وإذا كان الجسم المشع حرارياً عند درجة الحرارة (T_i) ودرجة حرارة الوسط المحيط به (T) ، فإن معدل انتقال الطاقة من الجسم إلى الوسط هو:

$$H_{rad} = \epsilon \sigma A (T_i^4 - T^4)$$

ونلاحظ أيضاً إذا كانت ($T_i = T$) فإن معدل انتقال الطاقة يساوي الصفر.

وهذا ما يعرف بقانون ستيفان - بولتزمان *Stefan-Boltzman*.

حيث إن:

(H_{rad}): معدل انتقال الحرارة أو الانبعاث الإشعاعي.

(σ): ثابت ستيفان - بولتزمان ($5.685 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$) وهو ثابت تناسب الانتقال الحراري بالإشعاع.

(T): درجة الحرارة المطلقة للجسم المشع.

(A): مساحة سطح الجسم المعرض للإشعاع.

(ϵ): معامل الامتصاص الحراري *emissivity*، وهو يختلف من سطح لآخر فهو في حالة المعدن المشع مثلاً يساوي (0.1) أما بالنسبة للجسم الأسود فيساوي (0.9).

ومن المسائل التي قد تبدو متناقضة في ظاهرها إلا أنها صحيحة من الناحية العلمية، هي ارتداء الناس الذين يعيشون في الصحراء حيث تكون الحرارة مرتفعة الملابس ذات الألوان اسوداء أو الداكنة القريبة من الأسود بدلاً من اللون الأبيض، إن اللون الأسود بسبب امتصاصه للحرارة فإنه يلزم فرقاً في درجة الحرارة بين الجسم والوسط المحيط مقداره على وجه التقريب (6°C) أي أن الفراغ بين جسم الإنسان الذي يرتدي الثوب الأسود والثوب ذاته تكون درجة حرارته أعلى من درجة حرارة الوسط الخارجي بست درجات مئوية، مما يؤدي إلى تسرب جزيئات الهواء من نسيج الثوب إلى الخارج وهذا ما يحدث تخلفاً ونقصاً يتم تعويضه من الفتحة الكبيرة أسفل الثوب عن طريق تيار هوائي بطيء يجعل الإنسان في الصحراء يحس ببرودة بسبب تيار الهواء المار بصفة مستمرة على جسمه، وهذا ما أثبتته التجارب العلمية.

وأخيراً لا بد من الإشارة في هذا المقام إلى أن الحرارة تنقل بطريقة الإشعاع دون الحاجة إلى وسط مادي لهذا الانتقال، كما أن الطاقة الحرارية الممتصة تختلف من مادة لأخرى، هذا ما يلزم بالضرورة إلى أن لكل مادة معاملها الخاص بها، ونستطيع أن نعرف هذا المعامل على النحو الآتي:

$$\epsilon = \frac{\text{الطاقة الممتصة بواسطة الجسم}}{\text{الطاقة الكلية الساقطة على الجسم}}$$

كما يمكننا أن نعبر عن ذلك بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\epsilon = \frac{H_{\text{rad}}}{H_i} \quad (5-29)$$

مثال (5-10): Example

إذا كان معدل الطاقة الشمسية الساقطة على جسم يساوي (80 W)، يمتص منها (30%) فقط ويمكن الباقي، أوجد حسابياً معامل الامتصاص الحراري للجسم.

الحل: Solution:

من العلاقة الرياضية (5-30) نجد أن:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{H_{\text{rad}}}{H_i} \\ H_{\text{rad}} &= 80 \text{ W} \\ H_i &= \frac{30 \times 80}{100} = 24 \text{ W} \\ \epsilon &= \frac{24 \text{ W}}{80 \text{ W}} = 0.3 \end{aligned}$$

مسائل عامة محلولة

Solved problems

5-1 كمية من الزئبق mercury حجمها (0.1 liter) وذلك عند درجة الحرارة (10°C) ارتفعت درجة حرارته بعد ذلك لتصبح (35°C).

أوجد حسابياً مقدار الحجم الجديد للزئبق، علماً بأن معامل تمدده الحجمي يساوي ($18 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$).
الحل:

$$\begin{aligned}
 1.0 \text{ liter} &= 1000 \text{ cm}^3 \\
 V_o &= 0.1 \text{ liter} = 0.1 \times 1000 = 100 \text{ cm}^3 \\
 &= 100 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\
 \Delta T &= T_f - T_o = [(273 + 35) - (273 + 10)] \\
 &= 25^\circ\text{K} \\
 \Delta V &= \beta V_o \Delta T \\
 &= (18 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1})(100 \times 10^{-6} \text{ m}^3)(25^\circ\text{K}) \\
 &= 0.45 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\
 \Delta V &= V_f - V_o \\
 V_f &= \Delta V + V_o = (100 + 0.45) \times 10^{-6} \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

5-2 سلك مصنوع من مادة الفولاذ steel طوله (130 cm) وقطره (1.1 mm)، تم تسخينه إلى درجة الحرارة (101°C) ثم تم تثبيته بقوة عند نهايته إلى جسمين متماسكين، ثم ترك السلك ليبرد حتى درجة الحرارة (20°C).

أوجد حسابياً قوة الشد الناتجة عن عملية التبريد في السلك، إذا علمت أن معامل التمدد الحراري الطولي للفولاذ يساوي ($11.0 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$).

الحل:

نلاحظ في هذه المسألة أننا نبحث عن النقص الحاصل في طول السلك وليس الزيادة، والمبدأ في هذا الأمر واحد.

إن مقدار نقص طول السلك (ΔL) يمكن حسابه من العلاقة الرياضية:

$$\Delta L = \alpha_L L_o \Delta T$$

وذلك بفرض أن السلك ترك حرراً:

$$\begin{aligned}\Delta L &= (11 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1})(1.3 \text{ m})(81 \text{ K}) \\ &= 1.16 \times 10^{-6} \text{ m} = 1.16 \text{ cm}\end{aligned}$$

نحن نعلم من الخصائص الميكانيكية للمواد الصلبة أن معامل يونج *Young's modulus* يربط كلاً من الانفعال *strain* والإجهاد *stress* على النحو الآتي:

$$E = (F / A) / (\Delta L / L_0)$$

$$F = A E \frac{\Delta L}{L_0}$$

حيث إن:

(*E*): هو معامل يونج للفلادز ويساوي $(200 \times 10^9 \text{ N} / \text{m}^2)$.

(*A*): مساحة مقطع السلك.

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \left(\frac{1.1 \times 10^{-3}}{2} \right)^2 \pi$$

$$\begin{aligned}F &= \left(200 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}} \right) \frac{22}{7} \left(\frac{1.1 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2 \frac{(1.16 \times 10^{-2} \text{ m})}{1.3 \text{ m}} \\ &= 1700 \text{ N}\end{aligned}$$

مسائل وتمارين الفصل الخامس

Chapter Five Exercises & Problems

- 5-1 عند أي درجة حرارة يعطي كل من الزوجين الآتين القراءة نفسها:
 1. الفهرنهايت والسليزيوس.
 2. الفهرنهايت والكلفن.
 3. السليزيوس والكلفن.
- 5-2 قضيب من الفولاذ طوله عند درجة الحرارة (32°C) يساوي تماماً (20 cm)، أوجد حسابياً التغير الحاصل في طول القضيب وذلك عندما ترتفع درجة حرارته إلى (50°C).
- 5-3 فتحة دائرية الشكل في صفيحة من الألومنيوم، يبلغ مقدار قطرها (2.725 cm) عند درجة الحرارة (0°C).
 أوجد حسابياً قطر هذه الفتحة عندما ترتفع درجة حرارة الصفيحة إلى (100°C).
- 5-4 كرة من معدن الألومنيوم يبلغ نصف قطرها (10 cm).
 أوجد حسابياً التغير الحاصل في حجمها، إذا تغيرت درجة حرارتها من (0°C) إلى (100°C).
- 5-5 وعاء من الألومنيوم ستمته (100 cm^3)، تم ملؤه بمادة الفليسرين عند درجة الحرارة (22°C)، ثم ارتفعت درجة حرارة الوعاء مع الفليسرين إلى (28°C).
- هل سيسكب جزء من الفليسرين خارج الوعاء؟ وضّح ذلك حسابياً. علماً بأن معامل اتتمدد الحجمي للفليسرين هو: $5.1 \times 10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$
- 5-6 مساحة قطعة معدنية على شكل مستطيل طوله (a) وعرضه (b) تساوي ($ab = A$)، معامل تمددها الطولي (α)، ارتفعت درجة حرارتها بمقدار (ΔT)، بحيث ازداد طول الأضلاع بالمقادير (Δa)، (Δb) على التوالي، أثبت أن التغير الحاصل في المساحة:

$$\Delta A = 2\alpha A \Delta T$$

وذلك إذا أهملنا المقدار:

$$\frac{\Delta a \Delta b}{ab}$$

مساعدة: أوجد أولاً المساحة الابتدائية، ثم أوجد المساحة النهائية، ثم أوجد الفرق بينهما.

5-7 تُعرّف الكثافة (أو الكتلة الحجمية) بأنها الكتلة مقسومة على الحجم. فإذا كان كل من الحجم والكثافة يعتمدان على درجة الحرارة، أثبت أن التغير البسيط الحاصل في الكثافة $(\Delta \rho)$ والمصاحب لتغير في درجة الحرارة مقداره (ΔT) يمكن التعبير عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\Delta \rho = -\beta \rho \Delta T$$

حيث (β) هي معامل التمدد الحجمي.

ماذا تعني الإشارة السالبة؟ وضع ذلك.

5-8 أوجد حسابياً أقل كمية من الحرارة -مقدرة بالـ جول- نحتاجها لكي نذيب كتلة من الفضة مقدارها (g 130)، درجة حرارتها الابتدائية (15°C) ، إذا علمت أن الحرارة النوعية للفضة تسوي:

$$(236 \text{ J/kg. } ^\circ \text{K})$$

5-9 سخان كهربائي صغير قدرته تساوي (200 W)، غُمر في وعاء يحتوي على (g 100) من الماء وذلك لتعضير القهوة السريعة.

أوجد حسابياً الزمن اللازم لتسخين الكمية المذكورة من الماء وذلك من درجة حرارة ابتدائية مقدارها (23°C) وصولاً إلى درجة حرارة الغليان، إذا كانت السعة الحرارية النوعية للماء تساوي: $(4100 \text{ J/kg. } ^\circ \text{K})$.

5-10 سيارة مقدار كتلتها (1500 kg)، تسير بسرعة مقدارها (90 km/h)، تم إيقافها باستخدام تسارع تباطئي بدون انزلاق خلال مسافة قدرها (80 m).

أوجد حسابياً معدل الطاقة الحرارية التي تم استهلاكها خلال عملية إيقاف السيارة.

5-11 جسم أسود مثالي black body مساحة سطحه (50 cm^2) ، ودرجة حرارته (1000°C) .

أوجد حسابياً الطاقة الإشعاعية المنبعثة منه خلال زمن قدره (30 s).

ملاحظة: ثابت ستيفان - بولتزمان يساوي $5.67 \times 10^{-8} \text{ W.m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

مساعدة: استخدم العلاقة الرياضية (5-29).

الخلاصة

Summary

- درجة الحرارة: هي قياس لصفة فيزيائية من صفات الجسم بواسطة أحد مقاييس درجات الحرارة المعتمدة، ، نُميَّز من خلالها ارتفاع أو انخفاض حرارته بالنسبة لحرارة الوسط المحيط، كما نُميَّز انتقال الحرارة منه وإليه، وتقاس في النظام الدولي (SI) بوحدة الكلفن.
- كمية الحرارة: هي ما نستخدمه على تسميته بالطاقة الحرارية، وهي مزيج من الطاقة لحركية والطاقة الكامنة المرتبطة بالحركة العشوائية التذبذبية لذرات أو جزيئات الجسم، ويتميز آخر فإن الانتقال الحاصل للطاقة الداخلية خلال المادة بسبب الحركة العشوائية لمكونات الجسم هو التفسير المجهرى للطاقة الحرارية أو "كمية الحرارة" وتقاس بوحدات الطاقة في النظام الدولي.
- القانون الصفري في الديناميكا الحرارية: إذا كان كل من النظام (A) و (B) في حالة اتزان حراري مع نظام ثالث (C)، فإن النظام (A) يكون متزاناً حرارياً مع النظام (B). وهذا هو مضمون القانون الصفري في الديناميكا الحرارية.
- مقاييس درجة الحرارة: يعتبر مقياس كلفن هو المقياس المعتمد لدرجة الحرارة في النظام الدولي للقياس. إلا أن هناك مقياسان آخران شائعان هما سليزيوس وفهرنهايت، وهناك علاقة رياضية عامة يمكننا استخدامها للتحويل من مقياس إلى آخر وهي:

$$\frac{T_C - 0}{100} = \frac{T_F - 32}{180} = \frac{T_K - 273}{100}$$

- التمدد الطولي للأجسام الصلبة: يمكننا إيجاد التمدد الطولي للأجسام الصلبة باستخدام العلاقة الرياضية:

$$\Delta L = \alpha_L L \Delta T$$

حيث إن: (ΔL) تمثل التغير الحاصل في الطول، (α_L) معامل التمدد الطولي للجسم الصلب، (L) الطول الابتدائي له، (ΔT) الفرق الحاصل في درجات الحرارة.

- التمدد السطحي للأجسام الصلبة: وهو عبارة عن تمدد طولي في اتجاهين، ونمير عنه رياضياً بالعلاقة:

$$\Delta A = \alpha_A A \Delta T$$

حيث تمثل (ΔA) التغير الحاصل في المساحة، (α_A) معامل التمدد السطحي، وهو ضعف معامل التمدد الطولي، (A) المساحة الابتدائية للجسم الصلب، (ΔT) الفرق الحاصل في درجات الحرارة.

- التمدد الحجمي للجوامد والسوائل: وهو عبارة عن تمدد طولي في ثلاث اتجاهات، ونعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$\Delta V = \alpha_v V \Delta T$$

حيث تمثل (ΔV) التغير الحاصل في الحجم، (α_v) معامل التمدد الحجمي، (V) الحجم الابتدائي للجسم الصلب أو السائل، (ΔT) الفرق في درجات الحرارة، ونلاحظ هنا أيضاً أن معامل التمدد الحجمي يساوي ثلاثة أضعاف معامل التمدد الطولي.

- السعة الحرارية لجسم: هي عبارة عن كمية الحرارة (Q) اللازمة لرفع درجة حرارة الجسم $(T_f - T_i)$ ، درجة واحدة على مقياس من سليزيوس، وتقاس بوحدة (J/C°) أو (J/K) ، ويعبر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$C = \frac{Q}{(T_f - T_i)}$$

- السعة الحرارية النوعية: هي عبارة عن كمية الحرارة (Q) اللازمة لرفع درجة حرارة وحدة الكتلة (m) بمقدار درجة واحدة على مقياس سليزيوس $(T_f - T_i)$ ، وتقاس بوحدة $(J/kg C^\circ)$ أو $(J/kg K)$ ، ويعبر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$C = \frac{Q}{m(T_f - T_i)}$$

- القانون الأول في الديناميكا الحرارية: هو العلاقة الرياضية التي تربط بين الشغل المبذول على النظام الحراري أو من قبله (W) ، وكمية الحرارة التي يفقدها أو يكتسبها (Q) ، ومقدار تغير طاقته الداخلية (ΔE_{int}) ، عندما تتغير حالته من حالة ابتدائية معلومة إلى حالة أخرى نهائية معلومة. ويعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$\Delta E_{int} = Q - W$$

ونؤكد هنا على أن (Q) تكون مقدراً موجباً إذا اكتسب النظام كمية من الحرارة، كما تكون مقدراً سالباً إذا فقد النظام كمية من الحرارة. ويكون الشغل (W) موجباً إذا بذله النظام ذاته، وسالباً إذا بُذل عليه.

- طرق انتقال الحرارة: تنتقل الحرارة بثلاث طرق، وهي: التوصيل والحمل والإشعاع، ونعبر عنها رياضياً بالقوانين الرياضية الآتية:

$$H_C = k_c \frac{(T_H - T_C)}{L} \quad \text{(التوصيل)}$$

$$H_{conv} = k_{conv} A(T - T_i) \quad \text{(الحمل)}$$

$$H_{rad} = \epsilon \sigma AT^4 \quad \text{(الإشعاع)}$$

الكميات الفيزيائية التي تم تداولها في الفصل الخامس*

اسم الكمية	الرمز الشائع	وحدة القياس
درجة الحرارة	T	K
مقياس سيلزيوس	T_C	$^{\circ}C$
مقياس فهرنهايت	T_F	$^{\circ}F$
معامل التمدد الطولي	α_L	K^{-1}
معامل التمدد السطحي	$\alpha_A = 2\alpha_L$	K^{-1}
معامل التمدد الحجمي	$\alpha_V = 3\alpha_L$ $\beta = \alpha_V$	K^{-1}
الطاقة الحرارية	Q	J
السعة الحرارية	C	J / K
السعة الحرارية النوعية	C	$J / kg \cdot K$
عدد أفوكادرو	N_A	$6.02 \times 10^{23} / mol$
طاقة التحول	L	J / kg
معدل انتقال الطاقة الحرارية بالتوصيل	H_C	W
ثابت انتقال الطاقة الحرارية بالتوصيل	k_C	$W / m \cdot K$
المقاومة الحرارية للتوصيل	R_C	$(ft^2 \cdot h \cdot F / Btu)$
معدل انتقال الطاقة بالحمل	H_{conv}	W
ثابت انتقال الطاقة بالحمل	K_{conv}	$W / m^2 \cdot C^{\circ}$
معدل انتقال الطاقة بالإشعاع	H_{rad}	W
ثابت انتقال الطاقة بالإشعاع	σ	$Wm^{-2} K^{-4}$

◀ تبسيطاً على أبحاثنا الطلبة وضعنا قائمة بالكميات الفيزيائية، التي تم تداولها في هذه الوحدة، مع وحدات قياسها.

الكهرباء الساكنة *The Electrostatics*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يميّز ما هو المقصود بالشحنة الكهربائية، ويصف طبيعتها ويضبط مقدارها ويشرح دورها في كل من: القوة الكهروستاتيكية، شدة المجال الكهروستاتيكي، الجهد الكهروستاتيكي.
- أن يتخبر الاستخدام الصحيح لقانون كولوم في حساب القوة الكهروستاتيكية، فيما بين الشحنات الكهربائية الساكنة.
- أن يوضّح بدراية تامة طبيعة الكميات الثلاثة: القوة، المجال، الجهد الكهروستاتيكي.
- أن يفسّر طبيعة عمل المكثف الكهربائي، ويُعبّر عن علاقة سعته الكهربائية بكل من شحنته وفرق الجهد بين لوحيه.
- أن يربط بين كل من سعة المكثف ومقدار شحنته الكهربائية وفرق الجهد بين لوحيه من جهة، وحساب الطاقة الكهربائية المخزنة فيه من جهة أخرى.

الكهرباء الساكنة

The Electrostatics

6-1 المقدمة Introduction :

إنَّ دراسة الكهرباء الساكنة *electrostatics* تشتمل على مجموعة من المفاهيم الأساسية، مثل الشحنة الكهربائية *electric charge* كميتها وطبيعتها، حفظ الشحنة الكهربائية *conservation of electric charge*، الشحنة الأولية، دور سماحية الفضاء الحر *permittivity* في التأثير على الشحنات الكهربائية، استخدام قانون كولوم *Coulomb's law* في تحديد القوة الكهروستاتيكية *electrostatic force*، الأجسام الناقلة *conductors*، والأجسام العازلة *insulators* للتيار الكهربائي، المجال الكهروستاتيكي *electrostatic field*، الجهد الكهروستاتيكي *electrostatic potential*.

لقد أصبح مألوفاً لدينا وجود علاقة بين ذلك الأجسام الناقلة أو العازلة بمادة صوفية أو حريرية وظاهرة التكهرب الساكن، وذلك بسبب نشوء القوة الكهروستاتيكية المتبادلة بينهما بعد أن تفتقد أو تكتسب الأجسام المدلوكة شحنات كهربائية. إنَّ ظاهرة التجاذب *attraction* أو التنافر *repulsion* بين تلك الأجسام أدت من الناحية العملية إلى تمييز نوعين من الشحنات الكهربائية، سالبة *negative charges* وموجبة *positive charges*، كما أدت إلى تمييز الجسم بوصفه فيما إذا كان متعادلاً كهربائياً أم لا، وسنحاول أن نتناول هذه المفاهيم بطريقة مباشرة ومبسطة.

6-2 الشحنة الكهربائية The Electric Charge :

إن تعادل شحنة الأجسام كهربائياً *electric neutral* تعني أن مجموع الشحنات الموجبة فيها تعادل وتساوي مجموع الشحنات السالبة ويقال عن الجسم في هذه الحالة أنه متعادلاً كهربائياً. وأما إذا كانت الشحنات غير متساوية كما ونوعاً فإننا تنتقل إلى حالة عدم التعادل الكهربائي. عندئذ يتم تصنيف الشحنات الكهربائية إلى سالبة أو موجبة.

كما أنَّ ملاحظة التأثير المتبادل لهذين النوعين المختلفين من الشحنات الكهربائية أدى إلى صياغة الظاهرتين المعروفتين الآتين:

1- الظاهرة الأولى: الشحنات الكهربائية المتشابهة تتنافر فيها بينها *Like charges repel each other*.

2- الظاهرة الثانية: الشحنات الكهربائية غير المتشابهة تتجاذب فيما بينها *Unlike charges attract each other*.

وباعتماد الحقيقة العلمية حول البنية الذرية للمادة *atomic structure of matter* واكتشاف كل

من النواة *nucleus* ذات الطبيعة الكهربائية الموجبة والإلكترون *electron* ذو الطبيعة الكهربائية السالبة أصبحت المعلومات في هذا الصدد متوافرة وبشكل مفيد للغاية، فقد ترتب على ذلك معرفة الشحنة الأولية *elementary charge* والمقصود بها شحنة الإلكترون، وتم تحديد مقدارها بشكل مضبوط للغاية، وأصبحت معروفة القيمة، كما اعتُمد الحرف

الإنكليزي بشكله الصغير (*e*) للتعبير عن شحنة الإلكترون، وأصبح معروفاً أن:

$$|e| = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

حيث إن (*C*) هي وحدة قياس الشحنة الكهربائية وهي الكولوم، ويمكننا تعريف الكولوم بواسطة مقدار الشحنة الأولية، ذلك أن الواحد كولوم هو عبارة عن شحنة عدد من الإلكترونات يساوي (6.25×10^{18}) ، كما تم تحديد كتلة الإلكترون وهي:

$$m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

كل ذلك أدى إلى التخلي عملياً عن الاعتقاد القديم بأن التيار الكهربائي هو عبارة عن سيل متدفق متصل *continuous fluid* من الإلكترونات، إذ أن الحقيقة العلمية أكثر دقة من ذلك، فالتيار الكهربائي هو عبارة عن عدد من الشحنات الأولية يمكننا معرفته بحسب نوع المادة النقلة للتيار الكهربائي، وقد تكون سالبة أو موجبة، والتعبير الصحيح عن الشحنة الكهربائية هو:

$$q = ne, (n = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (6-1)$$

ومن الواضح تماماً في هذه المعادلة أن (*e*) هي الشحنة الأولية، كما توضح أن الشحنة الكهربائية مكممة *charge is quantized*.

إن الدراسات المستفيضة عن البنية الذرية للمادة أدت إلى التمييز بين الشحنات الأولية، طبيعتها، ومعرفة شحنة البروتون *proton* وهو من مكونات النواة، وكذلك التعرف على كتلة كل من هذين الجسمين، كما أدت إلى التأكد بأن النيوترون *neutron* وهو الآخر من مكونات النواة متعادل كهربائياً، بينما تقترب كتلته من كتلة البروتون، وبهدف تكوين فكرة أولية عن مكونات الذرة نأمل الجدول (6-1).

الكتلة Mass (<i>m</i>)	الشحنة Charge (<i>e</i>)	الرمز Symbol	الجسيم Particle
1	-1	<i>e</i>	إلكترون <i>electron</i>
1836.15	+1	<i>p</i>	بروتون <i>proton</i>
1838.68	0	<i>n</i>	نيوترون <i>neutron</i>

الجدول (6-1) ويبين بعضاً من خصائص أجزاء مكونات الذرة

وبلاحظ أن كتل وشحنات المكونات تم قياسها نسبة إلى كتلة وشحنة الإلكترون

وكولحدة من النتائج الهامة لدراسة البنية الذرية للمادة، هي تصنيف المواد الموجودة في الطبيعة من ناحية سلوكها الكهربائي إلى ثلاثة أصناف:

1- المواد الناقلة (الموصلة) *conductors*: وهي المواد التي تمتلك أعداداً هائلة من الإلكترونات الحرة *free electrons* في درجة حرارة الغرفة *room temperature*، مما يجعل هذه المواد ناقلة جيدة للكهرباء: مثل الحديد *iron*، النحاس *cooper*، الألومنيوم *aluminum*.

2- المواد العازلة *non conductors or insulators*: وهي المواد التي لا تمتلك جسيمات مشحونة حرة الحركة، ويلاحظ هنا اتساع الفجوة المحظورة بين كل من حزمة التوصيل وحزمة التكافؤ مما يحول دون انتقال الإلكترونات، مثل الخشب *wood*، المطاط *rubber*، والبلاستيك *plastic*، والزجاج *glass*.

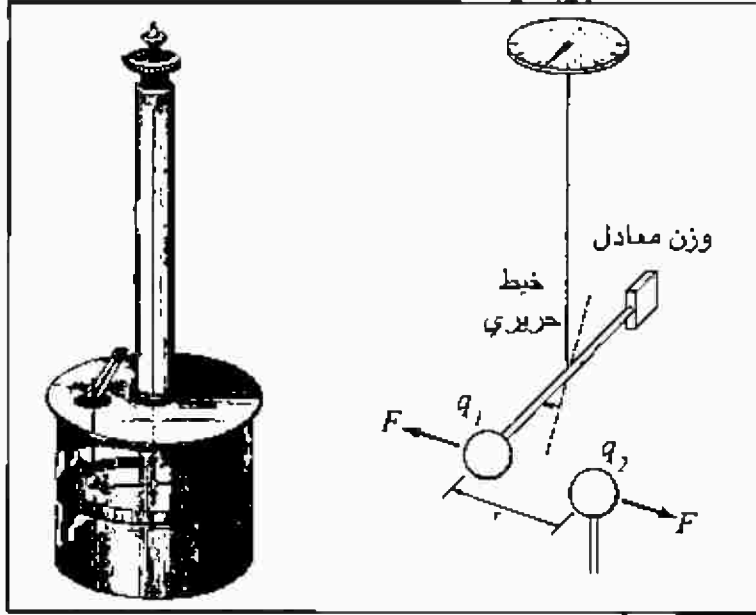
3- المواد شبه الموصلة (شبه الناقلة) *semi conductors*: وهي المواد التي تتصف بالحالة المتوسطة بين المواد الناقلة والمواد العازلة.

عند استعمالها في الصناعات الإلكترونية في تحضير بلورات موجبة وأخرى سالبة من هذه المواد بعد تطعيمها بعناصر مناسبة لهذه الغاية وصناعة الثنائيات البلورية نجد أنها تسمح بمرور التيار الكهربائي في اتجاه وعدم تمريره في اتجاه آخر، كما سنناقش ونشرح ذلك مفصلاً في الوحدة التاسعة من هذا الكتاب، ومن أشهر هذه المواد الجيرمانيوم *germanium* والسيليكون *silicon*، ومن المعروف أن اكتشاف هذه المواد أحدث ثورة هائلة في عالم الأجهزة الإلكترونية التي تعتمد في صناعتها على الخصائص الفريدة لهذا الصنف من المواد.

3-6 قانون كولوم *Coulomb's Law*:

لقد تمكن العالم الفرنسي *Coulomb Charles Augustus* في العام 1795م من دراسة القوى المتبادلة بين الشحنات الكهربائية الساكنة دراسةً تجريبية، وذلك باستخدام ميزان اللي الذي صممه لهذا الغرض *Coulomb's torsion balance*، حيث تمكن من التوصل إلى القانون الذي يعطي العلاقة الرياضية بين القوة الكهروستاتيكية وسُميت بهذا الاسم بسبب بقاء الشحنات الكهربائية ثابتة في مكانها (ومقدار هذه الشحنات والمسافة الفاصلة بينها، انظر الشكل (1-6)).

إن ميزان اللي المكون من كرة معدنية صغيرة تحمل شحنة كهربائية مقدارها (q_1) متصلة بوزن يعادلها لغرض الاستقرار بواسطة محور متصل بقرص مدرج مثبت عليه مؤشر يقيس زاوية الانحراف بسبب التأثير المتبادل بين الشحنة المعلقة وأي شحنة أخرى، حيث إن مقدار زاوية الانحراف يتناسب مع قوة التفاعل بين الشحنتين. وبتغيير مقدار الشحنتين والمسافة بينهما في الفراغ *vacuum* توصل كولوم إلى ما يلي:



الشكل (6-1) ميزان اللي للعالم كولوم، ويبين القوة الكهربائية بين شحنتين

1- تتناسب القوة الكهروستاتيكية (F) تناسباً عكسياً مع مقدار الشحنتين (q_1, q_2) وهما شحنتان نقطيتان *point charges* أي أنّ أبعادها صغيرة إذا ما قورنت بالمسافة الفاصلة بينهما.

$$F \propto q_1 q_2 \quad (6-2)$$

2- تتناسب القوة الكهروستاتيكية (F) عكسياً مع مربع المسافة الفاصل بينهما (r^2)، ومعنى ذلك أنّ:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \quad (6-3)$$

من العلاقتين (6-2) و(6-3)، نستنتج أنّ:

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (6-4)$$

ويتحول التناسب إلى مساواة، نجد أنّ:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

حيث إن (k) هو ثابت التناسب، ويطلق عليه الثابت الكهروستاتيكي، ويعتمد على الوحدات المستخدمة لقياس القوة والشحنة والمسافة، كما يعتمد أيضاً على الوسط الفاصل بين لشحنات الكهربائية، ولتحديد مقدار الثابت وباستخدام النظام العالمي للقياس (*SI*)، نجد أنّ:

$$q_1 = q_2 = 1C$$

$$r = 1 \text{ m}$$

فوجد أن قوة التنافر الكهروستاتيكية *repulsion force* بينهما تساوي:

$$F = 8.998 \times 10^9 \text{ N}$$

وبالرجوع إلى العلاقة الرياضية (6-5) نجد أن ثابت التناسب يساوي:

$$\begin{aligned} k &= \frac{Fr^2}{q_1 q_2} \\ &= \frac{(8.998 \times 10^9 \text{ N})(1 \text{ m}^2)}{1 \text{ C}^2} = 8.998 \times 10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2} \\ &\approx 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2} \end{aligned}$$

وعليه، يمكننا إعادة كتابة العلاقة الرياضية (6-5) على النحو الآتي:

$$F = 9 \times 10^9 \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

حيث يؤكد المتجه ($\hat{r}$) أن القوة الكهروستاتيكية (F) هي كمية اتجاهية، كما يمكننا

إعادة كتابة الثابت (k) على الشكل الآتي:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

حيث (ϵ_0) هو ثابت نفاذية الفراغ أو الهواء *permittivity of vacuum*، ويمكن إيجاد مقداره

العددي على النحو الآتي:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi(9 \times 10^9)} = 8.85 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{C}^2$$

واستنتاجاً من كل ما تقدم فإن العلاقة الرياضية (6-5) تأخذ الصيغة الآتية:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

والصيغة الرياضية المتداولة لحساب القوة الكهروستاتيكية هي:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

(6-5) تعريف قانون كولوم

أما إذا كان الوسط المحيط بالشحنات وسطاً آخر غير الفراغ فإننا نحتاج إلى إضافة ثابت

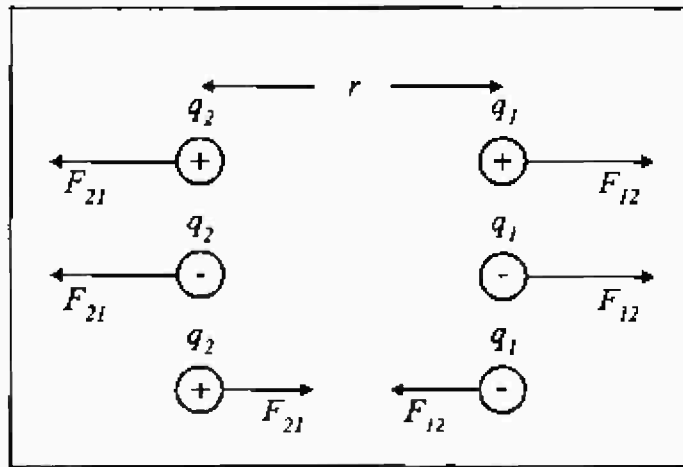
السماحية النسبية لمادة هذا الوسط، ويُعرّف ثابت السماحية النسبية *relative permittivity* على

الشكل الآتي:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\text{ثابت سماحية الوسط}}{\text{ثابت سماحية الفراغ}} \quad (6-6)$$

ونلاحظ من العلاقة (6-6) أن (ϵ_r) ليس له وحدة قياس.

وأخيراً لا بد من الانتباه إلى ضرورة تحديد اتجاه تأثير القوة الكهروستاتيكية، وذلك لكي يكتمل تعريفنا للكمية الاتجاهية. ويهدف تبسيط هذه المسألة الهامة، تأمل بدقة الشكل (6-2).



الشكل (6-2) يبين اتجاه القوى الكهروستاتيكية المتبادلة

بين شحنتين كهربائيتين نقطيتين

لاحظ عزيزي القارئ أن قوى التأثير المتبادلة في الحالات الثلاثة متساوية في المقدار ومتعاكسة في الاتجاه، وهو ما يذكرنا بقانون نيوتن الثالث الذي سبق ذكره في الوحدة الثالث من هذا الكتاب. وأخيراً لا بد أن نؤكد على أن الشحنتين المتماثلتين تتنافران فيما بينهما، وأن الشحنتين المختلفتين تتجاذبان فيما بينهما، كل ذلك بسبب القوى الكهروستاتيكية.

وهنا أود لفت الانتباه إلى أن:

1- قوة التنافر ذات إشارة موجبة.

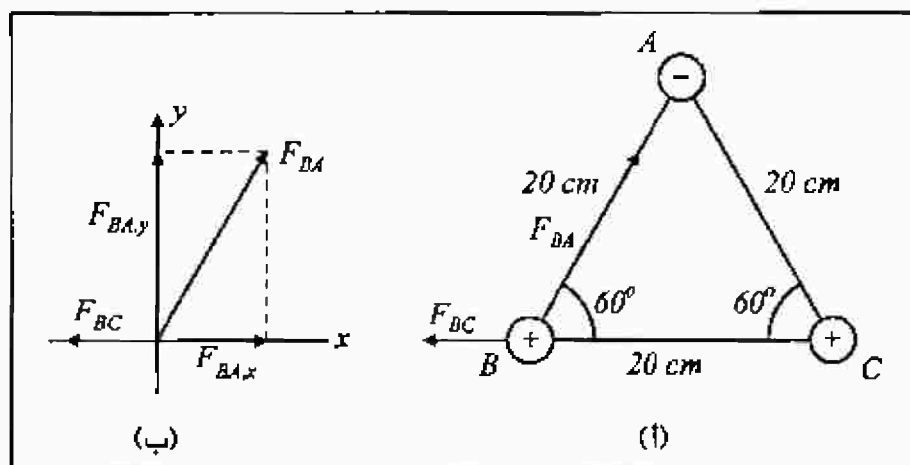
2- قوة التجاذب ذات إشارة سالبة.

ويهدف ترسيخ هذه المهارة، تأمل المثال (6-1).

مثال (6-1): Example

وضعت ثلاث شحنات على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع (A, B, C) ، تأمل الشكل (6-3)، مقاديرها $(-10 \times 10^{-6} \text{ C})$ ، $(+4 \times 10^{-6} \text{ C})$ ، $(+2 \times 10^{-6} \text{ C})$ على التوالي.

أوجد حسابياً القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على الشحنة الموجودة عند النقطة (B).



الشكل (6-3)، مثال (6-1)

الحل Solution:

$$F_{BA} = 9 \times 10^9 \frac{(-10 \times 10^{-6})(+4 \times 10^{-6})}{(20 \times 10^{-2})^2} = -9 \text{ N}$$

$$F_{BC} = 9 \times 10^9 \frac{(+2 \times 10^{-6})(+4 \times 10^{-6})}{(20 \times 10^{-2})^2} = 1.8 \text{ N}$$

ولإيجاد المحصلة نحتاج إلى تحليل القوة (F_{BA}) إلى مركبتيها السينية والصادية، الشكل (6-3 ب)، مع ملاحظة أن القوة (F_{BC}) واقعة على المحور السيني.

$$F_{BA,x} = F_{BA} \cos 60 = 4.5 \text{ N}$$

$$F_{BA,y} = F_{BA} \sin 60 = 7.79 \text{ N}$$

$$\sum F_x = F_{BA,x} - F_{BC} = 4 - 1.8 = 2.2 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 7.79 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = 8.09 \text{ N}$$

$$\tan(\theta) = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

$$= \frac{7.79}{2.2}$$

$$= 3.54$$

$$\theta = \tan^{-1}(3.54)$$

$$= 74.2$$

ونلاحظ في المثال (6-1) أننا استخدمنا المحاور الديكارتية (x, y) لدراسة مجموعة القوى المؤثرة في ذات الوقت على شحنة محددة، وذلك باستخدام الطريقة التحليلية، حيث يكون مركز 'المحاور المتعامدة عند نقطة التأثير، ونأمل من أعزائنا الطلبة اعتماد هذه الطريقة المبسطة لتحديد مقدار واتجاه المحصلة للقوى المؤثرة باعتبارها كمية اتجاهية، وذلك في أي مسألة مشابهة لهذا المثال

مثال (6-2) Example:

إذا كانت شحنة نواة ذرة الهليوم تساوي $(2e)$ ، وشحنة نواة ذرة النيون تساوي $(10e)$ ، والمسافة الفاصلة بين النواتين تساوي (3 nm) .

أوجد مقدار القوة الكهروستاتيكية بينهما.

الحل Solution:

هذا تطبيق مباشر على قانون كولوم، وبما أن ثابت السماحية النسبية لم يذكر في هذا المثال فإن:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$r = 3\text{ nm} = 3 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$q_1 = 2e = 2(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

$$q_2 = 10e = 10(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{C}^2$$

$$F = \frac{1}{4\pi(8.85 \times 10^{-12})} \frac{2(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})10(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{(3 \times 10^{-9} \text{ m})^2} = 5.12 \times 10^{-10} \text{ N}$$

وهي قوة ذات إشارة موجبة، أي أنها قوة تنافر لأن الشحنتين متماثلتين.

ملاحظة: حاول إعادة حل هذا المثال باستخدام الثابت $(k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2})$ ، وستجد أنك ستحصل على النتيجة نفسها.

6-4 المجال الكهربائي The Electric Field:

المجال الكهربائي هو عبارة عن حيز مكون من مجموعة من المتجهات أو حقل من بلتجهات $vector\ field$ بمعدل متجه واحد لكل نقطة حول الشحنة الكهربائية، ويُعتبر المجال الكهربائي بواسطة وضع شحنة اختبارية $test\ charge (q_0)$ بالقرب من جسم مشحون كهربائي بشحنة مقدارها (q) ، ثم نقوم بحساب القوة الكهروستاتيكية $(\vec{F})$ المؤثرة على الشحنة الاختبارية (q_0) ، وهكذا نجد أن المجال الكهربائي الناشئ عن تأثير الجسم ذي الشحنة (q) على الشحنة (q_0) ، هو

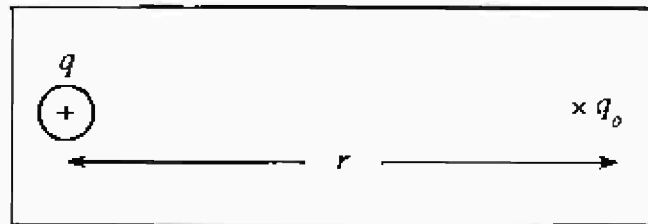
عبارة عن القوة الكهروستاتيكية التي تنشأ بين هاتين الشحنتين والمؤثرة على الشحنة الاختبارية (q_0) ، وباستخدام النظام الدولي للقياس نعرّف المجال الكهربائي بأنه القوة الكهروستاتيكية المساوية لواحد نيوتن والتي تؤثر على شحنة كهربائية مقدارها واحد كولوم، وهذا ما يمكننا التعبير عنه رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}} \quad (\text{المجال الكهربائي}) \quad (6-7)$$

حيث إن ($\vec{E}$) هي شدة المجال الكهربائي، وهو كمية اتجاهية مقدارها ($\vec{F} / q_0$) واتجاهها هو اتجاه القوة ($\vec{F}$) نفسه إذا كانت الشحنة موجبة، ويكون اتجاهها هو عكس اتجاه القوة إذا كانت الشحنة سالبة. أما وحدة قياسه في النظام العالمي (SI) فهي (N/C).

ومن لجديربنا أن نؤكد على أن الشحنة الاختبارية سميت بهذا الاسم لأن مهمتها هي لاختبار وجود المجال الكهربائي فقط، وليس لها أثر يذكر على طبيعته أو مقداره، إنما ينشأ المجال الكهربائي بسبب شحنة الجسم (q)، وليبيان ذلك تأمل الشكل (6-4)، حيث إن القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على (q_0) هي:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \hat{r}$$



الشكل (6-4)

الشحنة الاختبارية (q_0) تقع داخل حيز المجال الكهربائي للشحنة (q)

حيث إن (r) المسافة الفاصلة بين الشحنتين، أما شدة المجال الكهربائي فهو:

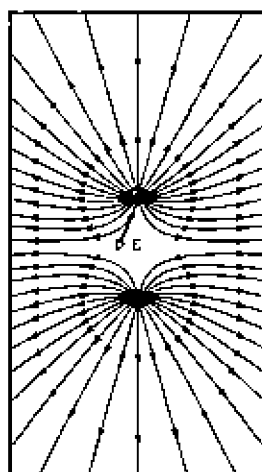
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (5-8)$$

وهكذا نتبين أن الشحنة الاختبارية لا عيشير إلى المجال الكهربائي. ومتجه الوحدة ($\hat{r}$) يشير إلى أن اتجاه المجال ($\vec{E}$) باتجاه القوة ($\vec{F}$).

وتختلف شدة المجال الكهربائي ($\vec{E}$) بحسب نوع المادة وموقع الشحنة الكهربائية التي تسببه^{*}، والجدول (6-2) يوضح شدة المجال ($\vec{E}$) لمجموعة من هذه الحالات تتراوح بين سطح نواة اليورانيوم إلى سلك من النحاس داخل المنزل. كما أن شكل خطوط المجال الكهربائي يختلف باختلاف الطبيعة الكهربائية للشحنة، انظر الشكل (6-5) و(6-6).

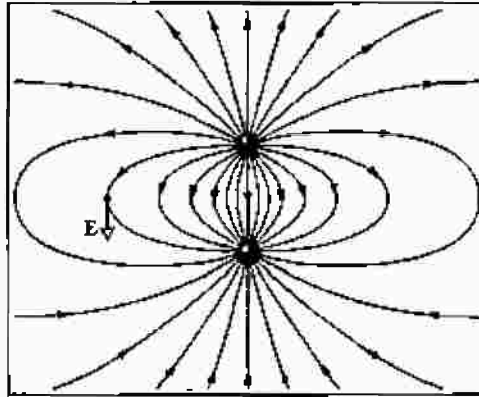
المجال الكهربائي <i>Electric Field</i>	المقدار (N/C)
على سطح نواة اليورانيوم <i>at the surface of uranium nucleus</i>	$10^{21} \times 3$
على مدار الإلكترون في ذرة الهيدروجين <i>within a hydrogen atom, at the electron orbit</i>	$10^{11} \times 5$
مجال الانهيار الكهربائي في الهواء <i>Electric breakdown occurs in air</i>	$10^6 \times 3$
ماسح آلة التصوير الضوئي <i>at the charged drum of a photocopier</i>	10^3
مجال تسريع الإلكترونات في التلفزيون <i>the electron beam accelerator in a TV set</i>	10^3
حول مشط بلاستيكي <i>near a charged plastic comb</i>	10^3
طبقة الغلاف الجوي السفلى <i>in the lower atmosphere</i>	10^3
المجال على سلك من النحاس داخل البيت <i>inside the copper wire of household circuits</i>	10^2

الجدول (6-2) يبين شدة المجال الكهربائي ($\vec{E}$) لمجموعة من الحالات المختلفة



الشكل (6-5) خطوط المجال الكهربائي الناتجة عن شحنتين متساويتين موجبتين وهيها نرى كيف تتنافر الشحنتان خلال خطوط المجالات الكهربائية

* نعدنا وضع الجدول (6-2) بهدف إعطاء الطالب أمثلة على بعض حالات المجال الكهربائي.



الشكل (6-6) خطوط المجال الكهربائي الناتجة عن شحنتين متساويتين ومختلفتي الإشارة، وفيها نرى كيف تتجاذب الشحنتان من خلال خطوط المجالات الكهربائية

6-5 المجال الكهربائي الناشئ عن شحنة نقطية : The Electric Field Due To a Point Charge

إن المجال الكهربائي ($\vec{E}$) الناشئ عن شحنة نقطية مقدارها (q)، عند نقطة تبعد عنها مسافة مقدارها (r) هو:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

والصيغة الرياضية المتداولة لحساب شدة المجال الكهربائي هي:

$$E = k \frac{q}{r^2} \quad \text{(تعريف المجال الكهربائي لشحنة)} \quad (6-9)$$

حيث إن ($\hat{r}$) يمثل متجه الوحدة *unit vector* لمتجه المسافة الواصل بين الشحنة والنقطة المطلوب تعيين مقدار المجال الكهربائي عندها، أما اتجاه ($\vec{E}$) فهو بالاتجاه الذي يبدو مبتعداً عن الشحنة إذا كانت موجبة، انظر الشكل (6-5) ومقترناً منها إذا كانت الشحنة سالبة، انظر الشكل (6-6).

مثال (6-3): Example

إذا كان نصف قطر *radius* نواة ذرة اليورانيوم (r) يساوي (6.8 fm) وإذا ما افترضنا أن شحنة النواة تتوزع بشكل منتظم في داخلها.

أوجد حسابياً شدة المجال الكهربائي عند نقطة على سطح النواة.

الحل Solution:

باستخدام العلاقة الرياضية (6-10) نجد أن:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r^2} = k \frac{Ze}{r^2}$$

$$= (9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}) \frac{(92)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{(6.8 \times 10^{-15} \text{ m})^2}$$

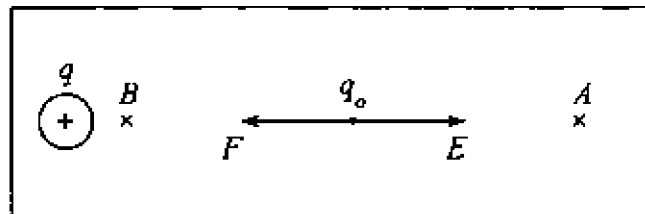
$$E = 2.9 \times 10^{21} \text{ N}^2 / \text{C}$$

حيث (Z) تمثل عدد البروتونات داخل نواة اليورانيوم.

6-6 الجهد الكهربائي *The Electric Potential* :

إذا قمنا بوصل جسمين مشحونين كهربائياً، فإن الشحنات تبدأ بالانتقال من أحدهما إلى الآخر، وهذا لا يحدث إلا إذا كان الجهد الكهربائي لأحدهما أعلى من الآخر، إذاً:

- 1- ماذا نقصد بمفهوم الجهد الكهربائي؟
 - 2- ما هي الكميات الفيزيائية التي يعتمد عليها الجهد الكهربائي؟
 - 3- ما هي العلاقة بين كل من الجهد الكهربائي في نقطة ما والمجال الكهربائي لها؟
- وتلإجابة على هذه التساؤلات دعنا نتأمل الشكل (6-7).



الشكل (6-7) فرق الجهد لشحنة كهربائية اختبارية (q_0)

إذا تحركت الشحنة الكهربائية الاختبارية (q_0) من النقطة (A) إلى النقطة (B) وبسرعة ثابتة داخل مجال تأثير الشحنة الموجبة (+q)، فإن مقداراً من الشغل يُبذل عليها ويُخزن فيها على شكل طاقة تسمى الطاقة الكامنة الكهربائية *electric potential energy*، والمقدار الناتج عن قسمة الشغل المبذول في تحريك هذه الشحنة الاختبارية بين نقطة البداية (A) ونقطة النهاية (B) على الشحنة الاختبارية ذاتها يسمى فرق الجهد بين هاتين النقطتين *potential difference*، ونستطيع لتعبير رياضياً عن هذا المفهوم بالعلاقة الآتية:

$$V_{BA} = V_B - V_A = \frac{W_{A \rightarrow B}}{q_0} \quad (6-10)$$

$$W_{A \rightarrow B} = (V_B - V_A)q_0 = \Delta U$$

حيث إن:

$W_{A \rightarrow B}$: الشغل المبذول بواسطة القوة الخارجية (F) لنقل الشحنة (q_0) من (A) إلى (B).

(V_B) الجهد الكهربائي عند النقطة (B).

(V_A) الجهد الكهربائي عند النقطة (A).

(ΔU) : التغير في الطاقة الكامنة للشحنة (q_0).

ولبيان العلاقة بين الشغل المبذول على الشحنة (q_0) وطاقتها الكامنة الكهربائية، نتأمل مرة أخرى الشكل (6-8) لنجد أن القوة (F) تساوي المقدار ($E q_0$) وتعاكسه في الاتجاه وهذا ما يفسر لنا أن الشغل هو مقدار سالب في هذه الحالة، حيث أن الشغل بوجه عام من الممكن أن يكون موجبا، أي أن:

$$-W_{A \rightarrow B} = -\Delta U$$

ونستطيع الآن أن نعرف حاصل ضرب الشحنة في الجهد عند نقطة ما، بأنه الطاقة الكامنة للشحنة في تلك النقطة، فمثلاً الطاقة الكامنة للشحنة (q_0) عند النقطة B تساوي $(V_B q_0)$. وبناءً على ما تقدم فإن فرق الجهد بين نقطتين $(V_B - V_A)$ يساوي مقدار التغير الحاصل في طاقة الوضع الكهربائية مقسوماً على مقدار الشحنة المنقولة ومعنى ذلك:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q_0} = \frac{U_B - U_A}{q_0}$$

ويصنف عامة يمكننا إيجاد مقدار الشغل الكهربائي المبذول بين نقطتين داخل المجال الكهربائي للشحنة النقطية (q) والمؤثر على شحنة اختبارية (q_0) من العلاقة الرياضية:

$$\begin{aligned} W &= F \cdot r \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r} \end{aligned}$$

حيث إن (r) هي المسافة الفاصلة بين النقطتين (A) و(B)، نلاحظ أيضاً أن كلاً من (F) لهما ذات الاتجاه أي أن الزاوية بينهما تساوي الصفر.

تعريف الجهد الكهربائي في نقطة: هو الشغل المبذول لتحريك وحدة الشحنات الكهربائية من الـ (مالا نهائية) إلى النقطة المطلوبة دون إحداث أي تغيير في طاقتها الحركية. ويقاس الجهد بوحدة (J/C) وهي عبارة عن الفولت (V).

مثال (6-4): Example

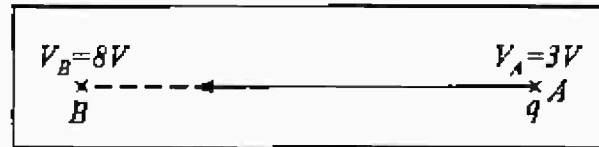
شحنة كهربائية مقدارها $(4 \times 10^{-6} \text{ C})$ موجودة في نقطة يبلغ مقدار جهدها (3V) تأمل الشكل (6-8).

ثم أوجد حسابياً:

1- الطاقة الكامنة للشحنة الكهربائية.

2- مقدار الشغل المطلوب لنقلها إلى نقطة أخرى يبلغ مقدار جهدها (8V) .

3- مقدار التغير في الطاقة الكامنة للشحنة عند نقلها من الموضع (A) إلى الموضع (B) .



الشكل (6-8)، المثال (6-4)

الحل Solution:

1- الطاقة الكامنة:

$$U = qV \\ = (4 \times 10^{-6} \text{ C}) (3\text{V}) = 12 \times 10^{-6} \text{ J}$$

2- الشغل المطلوب لنقل الشحنة من (A) إلى (B) .

$$W = q(V_B - V_A) \\ = (4 \times 10^{-6} \text{ C}) (8\text{V} - 3\text{V}) = 20 \times 10^{-6} \text{ J}$$

3- التغير في الطاقة الكامنة للشحنة:

$$\Delta U = U_B - U_A = 20 \times 10^{-6} \text{ J}$$

ملاحظة: ماذا نستنتج من مقارنة نتائج المطالب (2) و(3)؟

وبالرجوع إلى العلاقة الرياضية التي تعبّر عن القوة الكهربائية الناشئة بين الشحنة (q) وشحنة اختبارية (q_0) ومفهوم الشغل خلال المسافة (r) عن الشحنة الكهربائية (q) ، ومقدار الشغل المطلوب إنجازه، نجد أن:

$$W = Fr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$$

$$V = \frac{W}{q_0} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

والصيغة الرياضية المتداولة لحساب الجهد الكهربائي هي:

$$V = k \frac{q}{r}$$

(5-11) تعريف الجهد الكهربائي لشحنة

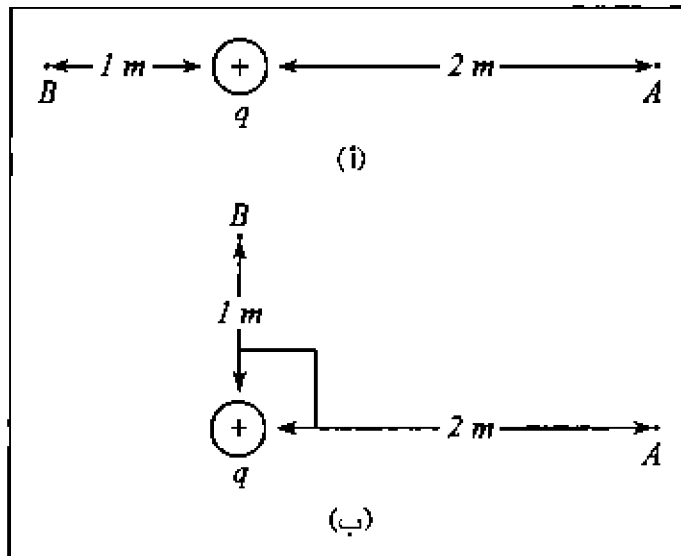
وهي العلاقة الرياضية التي تعبر عن الجهد الكهربائي عند نقطة تبعد مسافة (r) عن الشحنة (q)، وهو كمية عددية وليست اتجاهية.

مثال (6-5): Example

إذا كان مقدار الشحنة النقطية $point\ charge$ ، الموضحة في الشكل (6-10) يساوي ($1\ \mu C$)، وتبعد النقطة (A) عنها مسافة قدرها ($2\ m$)، أما النقطة (B) فتبعد ($1\ m$).

1- أوجد فرق الجهد ($V_A - V_B$) في الشكل (6-10).

2- أوجد فرق الجهد ($V_A - V_B$) في الشكل (6-9).



الشكل (6-9)، المثال (6-5)

الحل Solution:

-1

$$\begin{aligned}
 V_A - V_B &= k \frac{q}{r_A} - k \frac{q}{r_B} \\
 &= k q \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \\
 &= (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}) (1 \times 10^{-6} \text{ C}) \left(\frac{1}{2\text{m}} - \frac{1}{1\text{m}} \right) \\
 &= -4500 \text{ V}
 \end{aligned}$$

2- بما أن الجهد الكهربائي يعتمد على مقدار المسافة (r) وليس على اتجاهها إذاً:

$$V_A - V_B = -4500 \text{ V}$$

6-7 السعة الكهربائية Capacitance :

إن السعة الكهربائية هي خاصية المكثف التي تحدد مقدار الشحنة الكهربائية التي يخزنها عند تطبيق فرق جهد معلوم بين لوحيه، ومقدارها يساوي النسبة بين مقدار الشحنة الكهربائية المخزنة وفرق الجهد المطبق بين اللوحين. إن وحدة قياس السعة الكهربائية في النظام الدولي هي الفاراد.

تعتبر السعة الكهربائية مفهوماً هاماً للغاية، وهو من أهم التطبيقات المباشرة على مفهوم الكهرباء الساكنة، وذلك بعد وصل طرفي المكثف الكهربائي capacitor بفرق جهد مناسب. إن السعة capacitance صفة من صفات المكثف والذي يُصمم بأشكال مختلفة تناسب الغاية من استعمالها، إذ أن هذا الاستعمال يؤدي إلى تخزين الطاقة الكهربائية في المكثف يمكننا حساب مقدارها بعد (V) المطبقين لاحقاً.

إن الشحنتين الكهربائيتين المستقرتين على اللوحين بعد اكتمال شحن المكثف يؤدي إلى نشوء مجال كهربائي بين لوحيه، وللمجال الكهربائي الناشئ تطبيقات عديدة في الدوائر الكهربائية والإلكترونية.

إن المكثف هو عبارة عن لوحين متوازيين مصنوعين من مادة ناقلة للكهرباء يفصل بينهما وسط عازل، يحمل الوجهان الداخليان للوحين المتوازيين شحنات كهربائية متعاكسة بسبب فرق الجهد الكهربائي (V) المطبق بينهما. لقد وجد عملياً أن كمية الشحنة المخزنة في مكثف storage charge (q) تتناسب تناسباً طردياً مع فرق الجهد بين لوحيه، أي أن:

$$q \propto V$$

حيث إن ثابت التناسب هنا هو ما نطلق عليه "السعة الكهربائية" للمكثف (C)، والتي يعتمد مقدارها على الأبعاد الهندسية* للمكثف ونوع المادة العازلة بين اللوحين، أي أن:

$$q = CV \quad (6-12)$$

ولغرض التعرف على الشكل المبسط للمكثف الكهربائي، انظر الشكل (10-6، ب). إن وحدة قياس السعة الكهربائية في النظام الدولي (SI) هي الكولوم لكل فولت، أو ما يعرف بالفاراد *Farad*.

والفاراد هو عبارة عن سعة مكثف يخزن شحنة مقدارها كولوم واحد عند تطبيق جهد مقاره فولت واحد بين لوحيه. حيث إن:

$$\begin{aligned} 1 \text{ Farad} &= 1 \text{ Coulomb} / 1 \text{ Volt} \\ 1 \text{ F} &= 1 \text{ C} / 1 \text{ V} \end{aligned}$$

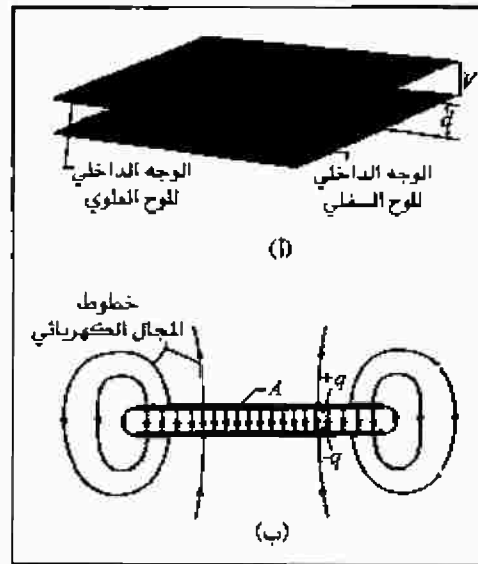
ويعتبر الفاراد وحدة كبير جداً لقياس السعة الكهربائية للمكثف ولهذا تلجأ عادةً إلى استعمال أجزاء الفاراد ونذكر هنا أكثرها تداولاً، مايكروفاراد، نانوفاراد، وبيكوفاراد.

إن سعة المكثف ذي اللوحين المتوازيين، يمكننا حسابها وذلك بحساب شدة المجال الكهربائي ($\vec{E}$) الناشئ بين اللوحين وذلك باعتماد قانون كاوس *Gauss's law* الذي يربط بين كل من المجال الكهربائي والشحنة الكهربائية بالعلاقة الرياضية:

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad (5-13)$$

(أ) وفيه يظهر شكل المكثف ذي اللوحين المتوازيين، والمتساويين في المساحة (A) وتفصلهما عن بعضهما مسافة (d)، بينما يظهر فرق الجهد بينهما (V)، وكذلك الشحنتين على الوجهين الداخليين (+q) و(-q).

(ب) وفيه تظهر خطوط المجال الكهربائي ($\vec{E}$) وهو مجال منتظم في وسط المكثف بينما يتهدب (fringes) عند حوافي المكثف، ويتم إهمال مجال منطقة التهدب لصغر المسافة (d) مقارنة بالمسافة (A).



الشكل (10-6)

* المقصود بالأبعاد الهندسية للمكثف، مساحة اللوحين وشكلهما الهندسي، والمسافة الفاصلة بينهما.

حيث إن (q) هي الشحنة الكهربائية الموضوعة على السطح، والتكامل هنا يشمل السطح الكلي للوح الناقل، أما (dA) فهو الجزء التفاضلي من السطح الكلي ذي المساحة (A) ، بينما يمثل المتجه $(d\vec{A})$ متجه المساحة العمودي عليها، أما إذا لم يكن عمودياً، فنلاحظ أنَّ علامة الضرب القياسي الموجودة بين متجه المجال $(\vec{E})$ ومتجه المساحة $(d\vec{A})$ ، هي التي تضبط هندسياً هذه العلاقة. وباعتبار أن كلاً من $(\vec{F})$ و $(\vec{E})$ من جهة و (dA) من جهة أخرى موازية لبعضها البعض، أي أن الزاوية بين $(\vec{E})$ و $(d\vec{A})$ تساوي الصفر، إذا يمكننا إعادة صياغة المعادلة (6-14) على النحو الآتي:

$$\epsilon_0 \vec{E} A = q \quad (6-14)$$

ذلك أن تكامل الجزء التفاضلي من المساحة (dA) هو المساحة الكلية (A) ، كما يمكننا حساب فرق الجهد (V) بين لوحَي المكثف وذلك بعد أن عرفنا مقدار المجال الكهربائي من المعادلة المعروفة:

$$V = Ed \quad (6-15)$$

وهكذا، ومن المعادلات (6-12)، (6-14)، (6-15) نجد أن:

$$\epsilon_0 E A = CEd$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (6-16)$$

وبما أن الحالة العامة تقتضي وجود ثوابت عزل لمواد عازلة أخرى غير الفراغ ولهذا لا بد من إعادة صياغة المعادلة (6-16) على الشكل الآتي:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \quad (6-17) \text{ سعة المكثف}$$

حيث إن (ϵ_r) هو ثابت السماحية النسبية للمادة العازلة التي يمكن أن تملأ الفراغ بين لوحَي المكثف، كالزجاج والمائكا، وقد مر ذكره عند مناقشة قانون كولوم.

6-8 توصيل المكثفات على التوازي *Capacitors in Parallel* :

إن الاستخدامات العملية للمكثفات الكهربائية تقتضي استخدام مجموعة منها، وهذه المجموعة يتم وصل عدد منها على التوازي *in parallel* وأحياناً أخرى وصل عدد منها على التوالي *in series*، وأحياناً أخرى على التوازي والتوالي معاً في آن واحد، وسوف نبدأ بإيجاد السعة لمكثفة لمجموعة من المكثفات الموصولة على التوازي، بحيث توصل الألواح المشحونة بشحنة سالبة مع بعضها

اليعض وتوصل الألواح المشحونة بشحنة موجبة مع بعضها البعض، انظر الشكل (6-5 أ، ب)، تجد أن جميع المكثفات (C_1, C_2, C_3) لها الجهد (V) نفسه، أي أن:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

أما الشحنة الكلية (q):

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

تعمن مرة أخرى بالشكل (6-10 ب)، تجد أنه يمثل المكثف المكافئ لمجموعة المكثفات الثلاثة، ولبيان ذلك تابع ما يلي:

$$q_1 = C_1 V, \quad q_2 = C_2 V, \quad q_3 = C_3 V$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = C_1 V + C_2 V + C_3 V = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

وهكذا نجد أن:

$$C = C_{eq} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots = \sum_{i=1}^n C_i \dots \quad (6-19)$$

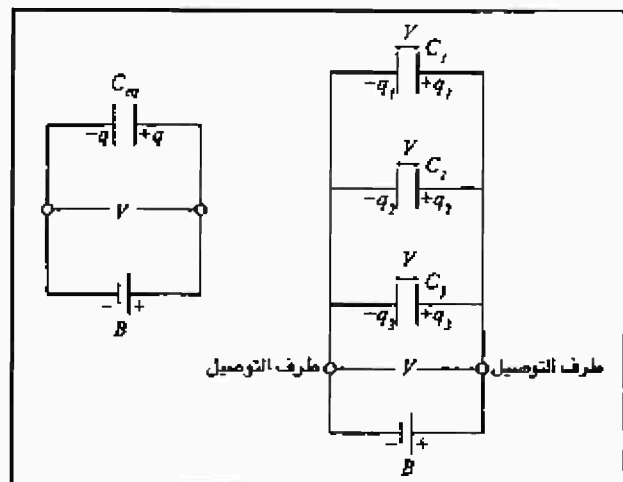
حيث إن (n) هو عدد المكثفات الموصولة على التوازي.

وهكذا نجد أن السعة المكافئة في الشكل (6-11) هي (C):

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

(أ) يبين ثلاثة مكثفات (C_1, C_2, C_3) تم وصلها على التوازي *connected in parallel*، إلى مصدر فرق الجهد البطارية (B) والذي يساوي (V).

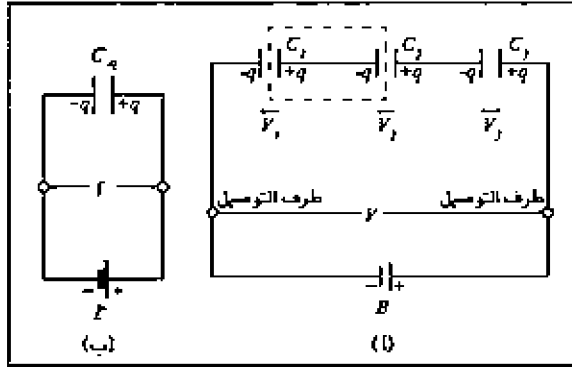
(ب) ويبين المكثف (C_{eq}) المكافئ لمجموع المكثفات الثلاثة وكذلك يبين أن الشحنة الكلية هي عبارة عن مجموع الشحنات الثلاث $(q_1 + q_2 + q_3)$.



الشكل (6-11 أ، ب)

6-9 توصيل المكثفات على التوالي Capacitors in series :

يمكننا عملياً توصيل مجموعة من المكثفات ببعضها البعض على التوالي *in series*، أي توصيل الألواح بطريقة متوالية اللوح الثاني للمكثف الأول مع اللوح الأول للمكثف الثاني، واللوح الثاني للمكثف الثاني مع اللوح الأول للمكثف الثالث، وهكذا إلى نهاية الأمر، انظر الشكل (6-12 أ، ب).



الشكل (6-12) أ، ب

(أ) يبين ثلاثة مكثفات (C_1, C_2, C_3) تم وصلها على التوالي *connected in series*، إلى مصدر فرق الجهد البطارية (B) والذي يساوي (V).

(ب) يبين المكثف المكافئ (C_{eq}) كما يوضح أن فرق الجهد (V) عبر هذا المكثف المكافئ هو عبارة عن حاصل جمع فرق الجهد ($V_1 + V_2 + V_3$) عبر المكثفات الموضحة في الجزء (أ) من هذا الشكل.

إن ملاحظة الشكل (6-12) تبين لنا أن مجموعة من المكثفات وعددها ثلاثة، تم وصلها على التوالي، وهذا ما يؤدي بالضرورة إلى وجود ثلاث قيم مختلفة لفرق الجهد بعدد المكثفات الموصولة على التوالي، أي أن لكل مكثف فرق الجهد الخاص به، (V_1, V_2, V_3)، بينما نلاحظ أن شحنات الكهريائية متساوية لجميع هذه المكثفات، أي أن:

$$q = q_1 = q_2 = q_3$$

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, V_2 = \frac{q}{C_2}, V_3 = \frac{q}{C_3}$$

أما فرق الجهد الكلي:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

وأخيراً فإن السعة المكافئة هي:

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}} = \frac{q}{q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)}$$

$$1 = C_{eq} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

(6-20)

كما يمكن إعادة صياغتها بشكلها العام:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (6-21)$$

حيث إن (n) عدد المكثفات في الدائرة الموصلة على التوالي.

6-10 الطاقة الكهربائية المخزنة في مكثف مشحون *Storage Energy in a Charged Capacitor*

إن مقدار الشحنة الكهربائية (q) في المكثف يتناسب مع فرق الجهد (V) بين طرفي المكثف الكهربائي، ومن المعلوم أن الجهد الكهربائي بين طرفي المكثف يبدأ من القيمة $(V = 0)$ عندما تكون الشحنة الكهربائية $(q = 0)$ ثم يزداد تدريجياً إلى القيمة $(V = V)$ عندما يكتمل شحن المكثف وتصل الشحنة الكهربائية إلى المقدار (q) ، أي أن القيمة المتوسطة للجهد بين طرفي المكثف هي:

$$\bar{V} = \frac{V + 0}{2} = \frac{1}{2}V \quad (6-22)$$

حيث إن (V) هو فرق الجهد بين طرفي البطارية.

أما الشغل اللازم لإنجازه لنقل الشحنة الكلية (q) عبر متوسط الجهد $(\bar{V})$ فهو:

$$W = q \left(\frac{1}{2}V \right) = \frac{1}{2}qV \quad (6-23)$$

ويتم بعد ذلك تخزين هذا الشغل كطاقة كهربائية كامنة في المجال الكهربائي بين لوحَي المكثف، ويمكن حسابه على النحو الآتي:

$$U = W = \frac{1}{2}qV = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 \quad (6-24)$$

ويلاحظ بأن للمعادلة (6-24) لها ثلاث صيغ رياضية يمكن استخدامها حسب المعلومات المتوافرة عن الدائرة الكهربائية.

مثال (6-6): Example

- مكثفان سعة كل منهما $(C_1 = 200 \text{ PF})$ ، $(C_2 = 600 \text{ PF})$ تم وصلهما على التوازي، ثم شحنا حتى صار فرق الجهد بين لوحَي كل منهما (120 volt) .
- 1- أوجد حسابياً الشحنة الكهربائية على كل مكثف.
 - 2- أوجد حسابياً السعة المكافئة للمجموعة.

الحل Solution:

-1

$$\begin{aligned}
 q_1 &= C_1 V \\
 &= (200 \times 10^{-12} F)(120 V) \\
 &= 2.4 \times 10^{-8} C \\
 q_2 &= C_2 V \\
 &= (600 \times 10^{-12})(120 V) \\
 &= 7.2 \times 10^{-8} C \\
 q &= q_1 + q_2 \\
 &= (2.4 + 7.2) \times 10^{-8} = 9.6 \times 10^{-8} C
 \end{aligned}$$

-2

$$\begin{aligned}
 C &= C_1 + C_2 \\
 &= (200 \times 10^{-12}) + (600 \times 10^{-12}) \\
 &= 800 \times 10^{-12} F \\
 C &= 8 \times 10^{-10} F
 \end{aligned}$$

مثال (6-7) Example:

مكثفان سعة كل منهما $(C_1 = 3 PF)$ ، $(C_2 = 6 PF)$ تم وصلهما على التوالي، ثم وصلت المجموعة بفرق جهد مقداره $(V = 10 volt)$.

1- أوجد حسابياً السعة المكافئة للمجموعة.

2- أوجد حسابياً الشحنة الكلية على المجموعة والشحنة على كل مكثف.

3- أوجد حسابياً فرق الجهد عبر كل مكثف.

الحل Solution:

-1

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \\
 &= \frac{1}{3 PF} + \frac{1}{6 PF} = \frac{(6+3)}{18 PF} \frac{1}{2 PF} \\
 C &= 2 PF = 2 \times 10^{-12} F
 \end{aligned}$$

-2

$$\begin{aligned}
 q &= CV \\
 &= (2 \times 10^{-12} F)(10 V) = 2 \times 10^{-11} C
 \end{aligned}$$

وبما أن التوصيل على التوالي:

$$q = q_1 = q_2 = 2 \times 10^{-11} C$$

$$V_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{2 \times 10^{-11} C}{3 \times 10^{-12} F} = 6.67 V$$

$$V_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{2 \times 10^{-11} C}{6 \times 10^{-12} F} = 3.33 V$$

ونلاحظ هنا أن توصيل المكثفات على التوالي يعمل على توزيع الجهد على المكثفات، أي أن:

$$V_t = V_1 + V_2$$

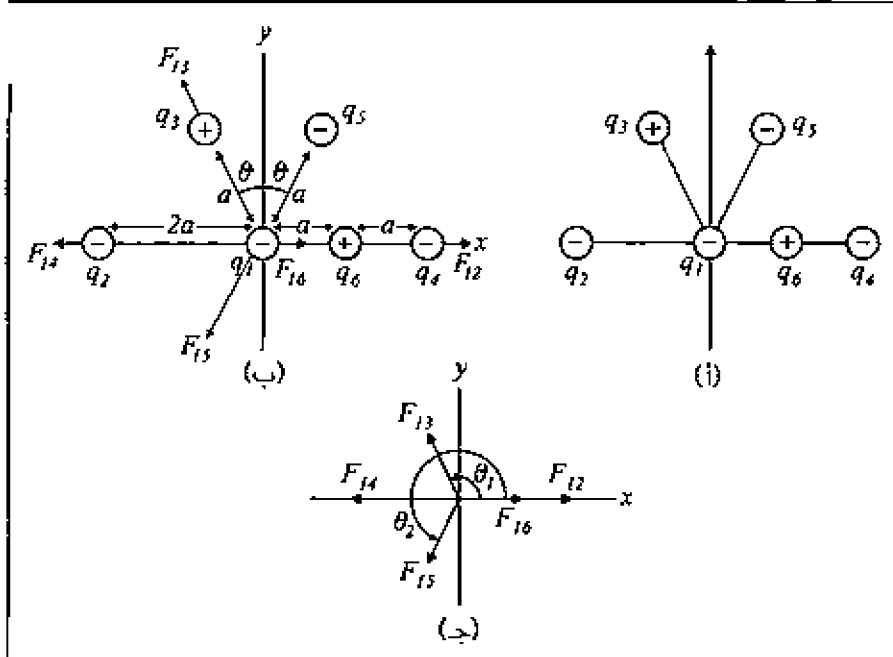
$$10 = 6.67 + 3.33 = 10 \text{ volt}$$

مسائل عامة محلولة

Solved problems

6-1 الشكل (13-6 أ، ب، ج) يمثل ترتيباً لست شحنات كهربائية، حيث تبلغ المسافة (2 cm) (a) والزاوية (30°) (θ) ، أما مقدار كل من الشحنات الست فهو $(3 \times 10^{-6}\text{ C})$ وطبيعتها الكهربائية موضحة على الشكل.

أوجد القوة الكهروستاتيكية (F_1) المؤثرة على الشحنة (q_1) من باقي الشحنات لأخرى.



الشكل (13-6 أ، ب، ج)

الحل:

من المعلوم أن القوة المطلوب إيجادها $(\vec{F}_1)$ هي كمية اتجاهية، وعليه فهي عبارة عن محصلة مجموعة القوى الاتجاهية $(\vec{F}_{12}, \vec{F}_{13}, \vec{F}_{14}, \vec{F}_{15}, \vec{F}_{16})$ ، وبالنظر إلى الشكل نجد أن شحنات الخمسة تؤثر في الشحنة (q_1) السالبة على النحو الآتي:

الشحنة (q_2) سالبة فهي تتنافر مع (q_1) ولذلك يكون متجه القوة إلى الخارج وتمثلها القوة $(\vec{F}_{12})$.

• نلاحظ أن وجود الشحنة (q_6) بين الشحنتين (q_1) و (q_4) لا يؤثر بحال من الأحوال على القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على الشحنة (q_1) من قبل الشحنة (q_4) .

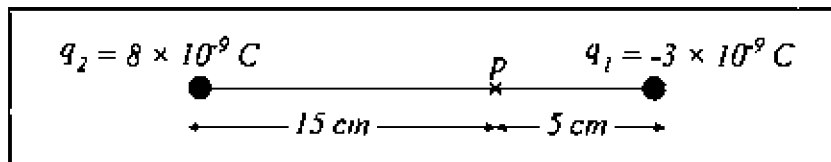
- 2- الشحنة (q_3) وهي موجبة فهي تحاول الابتعاد عن الشحنة (q_1) أي أن اتجاه قوتها مبتعد عن ($\vec{F}_{13}$) ولذلك يكون متجه القوة مبتعداً عن (q_1) وتمثلها القوة ($\vec{F}_{13}$).
- 3- الشحنة (q_4) وهي سالبة فهي تتنافر مع الشحنة (q_1) ولذلك يكون متجه القوة بعيداً عنها وإلى الخارج وتمثلها القوة ($\vec{F}_{14}$).
- 4- لشحنة (q_5) وهي سالبة وتتنافر مع الشحنة (q_1) ولذلك يكون متجه القوة بعيداً عنها وتمثلها القوة ($\vec{F}_{15}$).
- 5- لشحنة (q_6) وهي موجبة فهي تجذب الشحنة (q_1) نحوها وتمثلها القوة ($\vec{F}_{16}$)،
يستعمل تحليل هذه القوى على المحاور الديكارتية (x, y):

القوى على المحور السيني	القوى على المحور الصادي
$F_{14} = K \frac{q^2}{(2a)^2} \cos(180)$	$F_{13y} = K \frac{q^2}{a^2} \sin(120)$
$F_{12} = K \frac{q^2}{(2a)^2} \cos(0)$	$F_{15y} = K \frac{q^2}{a^2} \sin(240)$
$F_{13x} = K \frac{q^2}{a^2} \cos(120)$	$\sum F_{1y} = 0$
$F_{16} = \frac{q^2}{a^2} \cos(0)$	
$F_{15x} = K \frac{q^2}{a^2} \cos(240)$	

$$\begin{aligned} \sum F_{1x} &= F_{12} - F_{14} + F_{16} - F_{13} \cos(120) - F_{15} \cos(240) \\ &= F_{16} - (0.5F_{13} + 0.5F_{15}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

ملاحظة: نلاحظ من الشكل أن القوتين (F_{12}) و (F_{14}) متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه، كما نلاحظ أن القوتين (F_{13y}) و (F_{15y}) أيضاً متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه.

6-2 تأمل الشكل (6-14)، ثم أوجد حسابياً مقدار الجهد الكهربائي عند النقطة (p).



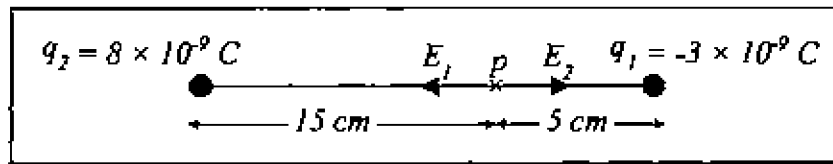
الشكل (6-14)

الحل:

بملاحظة الشكل نجد أن الشحنة الأولى ذات طبيعة كهربائية سالبة، بينما الشحنة الثانية ذات طبيعة كهربائية موجبة، وعليه فإن الجهد عند النقطة (P) هو عبارة عن:

$$\begin{aligned}
 V_p &= k \frac{q_2}{r_2} - \frac{q_1}{r_1} \\
 &= k \left(\frac{q_2}{r_2} - \frac{q_1}{r_1} \right) \\
 &= 9 \times 10^9 \left(\frac{8 \times 10^{-9} \text{ C}}{15 \times 10^{-2} \text{ m}} - \frac{3 \times 10^{-9} \text{ C}}{5 \times 10^{-2} \text{ m}} \right) \\
 &= 9 \times 10^9 (5.3 \times 10^{-8} - 6 \times 10^{-8}) \\
 &= -63 \text{ V}
 \end{aligned}$$

6-3 تأمل الشكل (6-15)، ثم أوجد حسابياً مقدار شدة المجال الكهربائي عند النقطة (P)، ثم حدّد اتجاهه.



الشكل (6-15)

الحل:

بما أن الشحنة الأولى سالبة، فإن متجه المجال يدخل إليها متجهاً نحو النقطة (P)، أما اتجاه المجال الكهربائي بالنسبة للشحنة الثانية الموجبة فيكون مبتعداً عنها، أيضاً نحو النقطة (P)، وعليه فإن:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= k \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{(-3 \times 10^{-9} \text{ C})}{(5 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \\
 &= -10800 \text{ N/C} \\
 E_2 &= k \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{(8 \times 10^{-9} \text{ C})}{(15 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \\
 &= 3200 \text{ N/C}
 \end{aligned}$$

أما معصلة المجال الكهربائي عند النقطة (P) فهو:

$$\begin{aligned}
 E &= E_2 + E_1 = 3200 - 10800 \\
 &= -7600 \text{ N/C}
 \end{aligned}$$

6-4 مكثف كهربائي *capacitor* متوازي اللوحين، والمسافة الفاصلة بينهما $(d = 1 \times 10^{-3} \text{ m})$ ، ومقدار سعته $(C = 6 \times 10^{-6} \text{ F})$.

فمنا يربط لوحيه بفرق جهد كهربائي (V) ، حتى أصبح مقدار شحنته الكهربائية $(q = 6 \times 10^{-6} \text{ C})$.

أوجد حسابياً:

1- مقدار فرق الجهد الكهربائي بين لوحَي المكثف (V) .

2- مقدار المجال الكهربائي داخل المكثف (E) .

3- مقدار الشغل اللازم لنقل شحنة كهربائية مقدارها $(0.5 \times 10^{-6} \text{ C})$ من اللوح الموجب للمكثف إلى اللوح السالب.

الحل:

1- إن العلاقة الرياضية بين كل من شحنة المكثف وسعته وفرق الجهد بين لوحيه هي:

$$q = CV$$

$$6 \times 10^{-6} \text{ C} = 6 \times 10^{-6} \text{ F } V$$

$$V = \frac{6 \times 10^{-6} \text{ C}}{6 \times 10^{-6} \text{ F}} = 1 \text{ volt}$$

2- إن العلاقة الرياضية بين كل من شدة المجال الكهربائي وفرق الجهد والمسافة بين اللوحين هي:

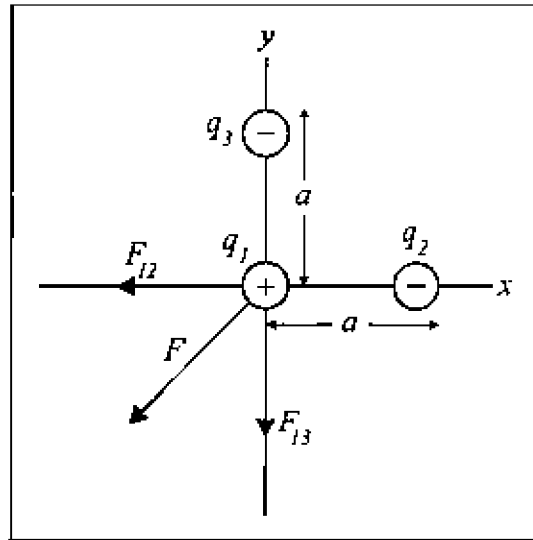
$$E = \frac{V}{d} = \frac{1 \text{ volt}}{1 \times 10^{-3} \text{ m}} = 1 \times 10^3 \text{ V / m}$$

3- أما مقدار الشغل فهو عبارة عن:

$$W = \frac{1}{2} qV = \frac{1}{2} (0.5 \times 10^{-6} \text{ C})(1 \text{ volt}) \\ = 10^{-6} \text{ Joule}$$

6-5 في الشكل (6-16) ترتيب لثلاث شحنات كهربائية $(q_1 = 10 \text{ nC})$ و $(q_2 = -20 \text{ nC})$ و $(q_3 = -20 \text{ nC})$ ، أما المسافة الفاصلة $(a = 30 \text{ cm})$.

أوجد حسابياً مقدار القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على الشحنة (q_1) .



الشكل (6-16)

الحل:

من الواضح أن الشحنة (q_1) ذات طبيعة كهربائية سالبة، فهي سوف تؤثر على الشحنة (q_2) بقوة (F_{12}) باتجاهها، كما أن الشحنة (q_3) أيضاً ذات طبيعة كهربائية سالبة، وبالتالي فإن القوة (F_{13}) ستكون باتجاهها، كما نلاحظ أن كلا القوتين متعامدتين على بعضهما البعض، والآن:

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{a^2} = 9 \times 10^9 \frac{(10 \times 10^{-9} \text{ C})(-20 \times 10^{-9} \text{ C})}{(30 \times 10^{-2})^2}$$

$$= -2 \times 10^{-5} \text{ N}$$

(قوة تجاذب)

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{a^2} = 9 \times 10^9 \frac{(10 \times 10^{-9} \text{ C})(-20 \times 10^{-9} \text{ C})}{(30 \times 10^{-2})^2}$$

$$= -2 \times 10^{-5} \text{ N}$$

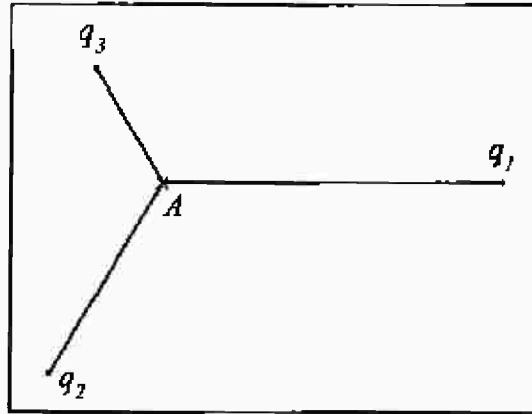
$$F = \sqrt{(F_{12})^2 + (F_{13})^2} = 2.8 \times 10^{-5} \text{ N}$$

مسائل وتمارين الفصل السادس

Chapter Six Exercises & Problems

- 6-1 شحنتان كهربائيتان مقدار الأولي $(2 \mu C)$ ومقدار الثانية $(-3 \mu C)$ ، المسافة الفاصلة بينهما (30 cm) . أوجد مقدار القوة الكهروستاتيكية التي تؤثر على الشحنة الثانية. هل هي قوة تجاذب أم تنافر؟ لماذا؟
- 6-2 إذا كانت شحنة نواة ذرة الأرجون تساوي (18 e) . أوجد القوة الكهروستاتيكية بين نواتي ذرتي أرجون المسافة الفاصلة بينهما (1 nm) . هل هي قوة تجاذب أم تنافر؟ لماذا؟
- 6-3 كبريتان من نخاع اليبلسان تحمل الأولى شحنة مقدارها $(3 \times 10^{-9} \text{ C})$ والثانية شحنة مقدارها $(120 \times 10^{-9} \text{ C})$ ، تفصلهما عن بعضهما مسافة قدرها (3 nm) في الهواء، أوجد مقدار القوة الكهروستاتيكية بينهما. هل هي قوة تجاذب أم تنافر؟
- 6-4 ما هو مقدار الشحنة الكهربائية النقطية التي تولد مجالاً كهربائياً مقداره (1 N/C) عند نقطة تبعد عنها مسافة مقدارها (1 m) ؟
- 6-5 جسيم مقدار كتلته $(0.5 \times 10^{-2} \text{ kg})$ يحمل شحنة سالبة مقدارها $(5 \times 10^{-6} \text{ C})$ ، تحرك هذا الجسيم بدءاً من السكون بتأثير مجال كهربائي مقداره $(0.5 \times 10^3 \text{ N/C})$ مسافة قدرها $(10 \times 10^{-2} \text{ m})$. أوجد حسابياً:
- 1- مقدار القوة الكهروستاتيكية التي أثر بها المجال الكهربائي في الجسيم.
 - 2- مقدار السرعة النهائية للجسيم.
 - 3- مقدار الشغل الذي بذله المجال الكهربائي لتحريك الجسيم.
- ملاحظة: هل يمكنك أن تفسّر أين ذهب هذا الشغل؟
- مساعدة بسيطة: يمكنك عزيزي القارئ استخدام قانون نيوتن الثاني في الحركة وكذلك قوانين الحركة على خط مستقيم لحل هذه المسألة.
- 6-6 ثلاث شحنات كهربائية مقاديرها على التوالي $(q_1 = -5 \times 10^{-9} \text{ C})$ ، $(q_2 = 6 \times 10^{-6} \text{ C})$ ، $(q_3 = 3 \times 10^{-6} \text{ C})$ تبعد عن النقطة (A) على التوالي $(r_1 = 10 \times 10^{-2} \text{ m})$ ، $(r_2 = 5 \times 10^{-2} \text{ m})$ ،

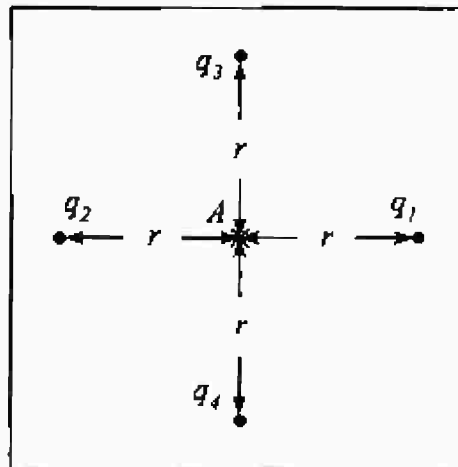
النقطة (A)، انظر الشكل (6-17)، أوجد حسابياً مقدار الجهد الكهربائي عند
($r_3 = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$)،



الشكل (6-17)، المسألة (6-6)

6-7 أربعة شحنات كهربائية مقاديرها على التوالي ($q_1 = -1 \times 10^{-9} \text{ C}$)، ($q_2 = q_3 = q_4 = 3 \times 10^{-9} \text{ C}$)، تبعد عن النقطة (A) مسافات متساوية مقدارها ($r = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$)، انظر الشكل (6-18).
أوجد حسابياً:

- 1- مقدار الجهد الكهربائي عند النقطة (A).
- 2- مقدار (محصلة) المجال الكهربائي عند النقطة (A)، ثم حدّد اتجاهها.
- 3- وضعنا شحنة خامسة ($q_5 = 9 \times 10^{-6} \text{ C}$) عند النقطة (A)، أوجد مقدار القوة الكهربائية الساكنة (F_{15}) بينها وبين الشحنة (q_1)، ثم حدّد اتجاهها.



الشكل (6-18)

6-8 مكثف يتكون من لوحين متوازيين مساحة كل منهما (202 cm^2) ، تفصلهما طبقة من الهواء سمكها (0.4 cm) .

1- أوجد مقدار سعة المكثف الكهربائي.

2- ثم وصل هذا المكثف بمصدر قوته الدافعة الكهربائية (500 V) . أوجد مقدار الشحنة الكهربائية على كل لوح.

3- أوجد مقدار الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثف، وشدة المجال الكهربائي بين لوحيه.

4- تم إدخال لوح من المايكا سمكه (0.4 cm) وسماحيته النسبية تساوي (8) . أوجد مقدار لشحنة الكهربائية الإضافية على المكثف. ثم أوجد مقدار الطاقة الكهربائية الكلية المخزنة فيه.

6-9 مكثف مقدار سعته $(3 \mu F)$ وذلك عندما يكون الهواء هو الوسط العازل بين لوحيه، أوجد مقدار سعة هذا المكثف عندما يكون الشمع هو الوسط العازل بين اللوحين، إذا السماحية النسبية للشمع تساوي (2.8) .

6-10 مكثف مقدار سعته (60 pF) أوجد الطاقة الكهربائية المخزنة فيه وذلك:

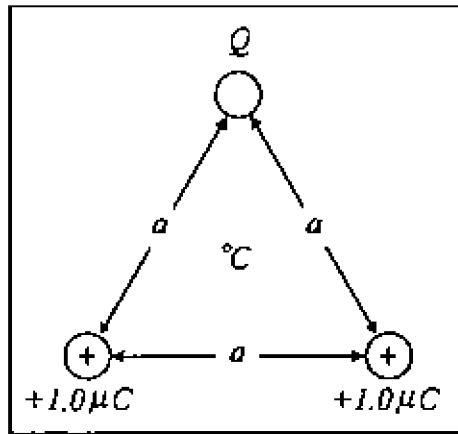
1- عندما يُشحن حتى يصل فرق الجهد بين لوحيه (2 kV) .

2- عندما تكون الشحنة التي يحملها كل لوح $(3 \times 10^{-8} \text{ C})$.

مسائل اختيارية

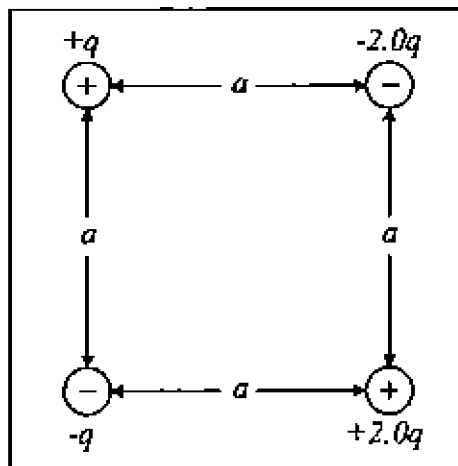
Optional Problems

6-1 في الشكل (6-19) وضعت الشحنات الثلاثة على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه a ، حدد مقدار وإشارة الشحنة (Q) وذلك حتى يصبح مقدار المجال الكهربائي في مركز المثلث عند النقطة (C) مساوياً إلى الصفر.



الشكل (6-19)

6-2 في الشكل (6-20) لديك أربع شحنات كهربائية وضعت على رؤوس مربع طول ضلعه يساوي (5 cm) ، ومقدار الشحنة ($q = 1 \times 10^{-8}\text{ C}$) أوجد مقدار واتجاه المجال الكهربائي في مركز الشكل المربع.



الشكل (6-20)

الخلاصة

Summary

- قانون كولوم: هو العلاقة الرياضية التي يمكننا استخدامها لحساب مقدار القوة الكهروستاتيكية بين شحنتين كهربائيتين، تفصلهما عن بعضهما مسافة معلومة، وصيغته الرياضية:

$$F(N) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

- الكولوم: هو مقدار الشحنة الكهربائية التي إذا وضعت في الفراغ على مسافة متر واحد من شحنة ثانية معادلة لها، كانت القوة الكهروستاتيكية المتبادلة بينهما مساويةً إلى $(9 \times 10^9 N)$. وهو الوحدة الدولية لقياس مقدار الشحنة الكهربائية.

- المجال الكهربائي السكوني: هو عبارة عن حيز من الفراغ يحيط بشحنة كهربائية معلومة، يظهر ضمن حدوده تأثير القوة الكهروستاتيكية على شحنة اختبارية موجبة، إذا وضعت في أي نقطة داخل المجال، ويعبر عنه رياضياً بالمعادلة:

$$E(N/C) = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = k \frac{q}{r^2}$$

- الجهد الكهربائي: هو الشغل الكهربائي المطلوب لنقل وحدة الشحنات الموجبة من الـ (مالا) نهاية: إلى نقطة معلومة. ويعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$V(volt) = \frac{-W_{\infty A}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} = k \frac{q}{r}$$

- السعة الكهربائية المكثف: هي كمية الشحنة الكهربائية اللازمة لإحداث تغير في جهد نظام معين (مكثف) بمقدار فولت واحد، ونعبر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$C(farad) = \frac{q}{V}$$

ويمكننا حساب سعة المكثف إذا عرفنا أبعاده الهندسية والمسافة بين لوحيه، وطبيعة المادة العازلة بينهما من العلاقة الرياضية:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

كما يمكننا إيجاد السعة المكافئة لمجموعة من المكثفات موصولة على التوالي من لقانون:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

أما إذا كانت مجموعة المكثفات موصولة على التوازي فإن السعة المكافئة هي:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots$$

أما الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثف الكهربائي فيمكن حسابها من العلاقة آرياضية:

$$U = \frac{1}{2} qV$$

التيار الكهربائي والدائرة الكهربائية *Current & the Electric Circuit*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يشرح عملية توصيل المواد الناقلة للتيار الكهربائي.
- أن يضبط المفهوم الصحيح لشدة التيار الكهربائي.
- أن يميّز المعنى المقصود بالمقاومة الكهربائية بتمييزاً صحيحاً، ويوضح علاقتها بالمقاومة النوعية وعلاقة المقاومة النوعية لناقل بناقليته الكهربائية.
- أن يعدد مجموعة العوامل الفيزيائية التي تعتمد عليها مقاومة الناقل الكهربائي.
- أن يميّز مفهوم القوة الدافعة الكهربائية وفرق الجهد الكهربائي.
- أن يفسّر معادلة الدائرة الكهربائية ويتعلم كيفية استخدام قانوني كيرشوف فيها.
- أن يميّز بشكل صحيح قوانين إيجاد المقاومة المكافئة في حالي التوصيل على التوالي والتوازي، لمجموعة من المقاومات.
- أن يشرح حقيقة هبوط مقاومة بعض المواد إلى الصفر، من خلال معرفة ظاهرة فرط التوصيل واعتماد ذلك على درجة حرارة المادة.

التيار الكهربائي والدائرة الكهربائية

Current & the Electric Circuit

7-1 المقدمة Introduction:

درسنا في الفصل السادس من هذا الكتاب أن المواد تُصنف من حيث سلوكها الكهربائي إلى ثلاثة أصناف، وهي: مواد موصلة ومواد عازلة، وأخرى شبه موصلة.

إن حركة الإلكترونات الحرة ذات الكثافة العالية في المواد الموصلة تبقى حركة عشوائية ما لم تتأثر بمجال كهربائي يحدد اتجاهها بحيث نحصل على تيار كهربائي يمكننا التأكد من وجوده بواسطة الأميتر، باعتباره مقياساً معيارياً للتيار الكهربائي.

لقد أصبح مألوفاً لدينا أن التيار الكهربائي هو في حقيقة الأمر عبارة عن سيل من الشحنات المتحركة *a stream of moving charges*، ولكن هذه الشحنات المتحركة لا تُكوّن تياراً كهربائياً ما لم يكن لها معصلة محددة خلال السطح الذي تمر خلاله، فعلى سبيل المثال تتحرك إلكترونات التوصيل في سلك معزول من النحاس طوله (L) حركة عشوائية في مختلف الاتجاهات بسرعة من رتبة (10^6 m/s)، ويفرض أن هناك سطحاً نظرياً عمودياً على السلك النحاسي فإن هذه الإلكترونات تتحرك خلاله عشوائياً في الاتجاهين المتعاكسين وبعدد يصل إلى البلايين خلال الثانية الواحدة، إنَّ معصلة التيار الكهربائي المار خلال هذا السلك تساوي الصفر، ولهذا فإننا لا نستطيع القول: إن تياراً كهربائياً يمر خلال السلك النحاسي.

والآن إذا ربطنا بطارية بين طرفي السلك تطبق فرقاً في الجهد مقداره (V) فإن مجالاً كهربائياً مقداره (E) ينشأ، يحدد اتجاه حركة الإلكترونات مقداره، $E = (V/L)$ أي أننا حصلنا على تيار كهربائي يمكن التأكد من وجوده باستخدام الأميتر *ammeter* وذلك لتحديد مقداره المار عبر السلك النحاسي، وسنوضح مفهوم التيار الكهربائي في الدائرة الكهربائية وعلاقته بالمقاومة وأبعادها الهندسية (الطول ومساحة المقطع)، ثم نقدم مفهوماً لكثافة التيار والمقاومة النوعية ونبين علاقتهما بالمجال الكهربائي، كما سنناقش استخدام قانون أوم ونبين مدى صلاحيته في الدائرة الكهربائية، ثم سنقدم مفهوماً مبسطاً للتيار الكهربائي المار خلال الشاقي البلوري كمثال مصنوع من مادة شبه موصلة، وأخيراً سنوضح معنى انعدام المقاومة الكهربائية أمام مرور التيار الكهربائي وهي ما نطلق عليه فرط التوصيل *superconductivity*.

7-2 التيار الكهربائي *Electric Current*:

التيار الكهربائي هو عبارة عن قياس كمية الشحنات الكهربائية (سريان الإلكترونات) المارة خلال وحدة الزمن، في مادة موصلة.

ويقاس التيار الكهربائي في النظام الدولي للقياس بوحدة الأمبير، والأمبير هو مقدار تيار ثابت يبذل قوة مقدارها $(2 \times 10^7 N)$ لكل مترواحد بين سلكين ناقلين مستقيمين متوازيين طولين جدا يمر بهما تياران باتجاهين متعاكسين تفصلهما عن بعضها مسافة مقدارها مترواحد في الفراغ، حيث أن مساحة مقطع السلكين الدائرية مهملة لصغرهما.

لقد أصبح معروفاً لدينا أن المواد الناقلة هي المواد التي تمتلك شحنات كهربائية حرة: الحركة (الإلكترونات الحرة) وبوفرة عالية، وهي تتحرك حركة عشوائية *random motion* كما بينا في المقدمة وذلك في حالة عدم وجود الجهد الكهربائي، كما نلاحظ انعدام المجال الكهربائي أيضاً في هذه الحالة، وبالتالي انعدام القوة الكهربائية المؤثرة على الإلكترونات الحرة.

ولكننا إذا وصلنا مصدراً للجهد الكهربائي بين طرفي السلك الناقل، فإن الجهد الكهربائي سوف يختلف من نقطة لأخرى بداخله، كما سيؤدي ذلك إلى نشوء مجال كهربائي محدد: يؤدي إلى نشوء قوة كهربائية تجعل الشحنات الموجبة تتحرك باتجاه المجال، والشحنات السالبة تتحرك بعكس اتجاه المجال. إن هذه القوة سوف تجعل التيار الكهربائي المار في السلك مستقراً *established current* بعد فترة زمنية، منتقلاً بعد ذلك إلى حالة الاستقرار الدائم *steady state condition*، هذا بالنسبة للتيار المستمر *direct current*، أي أن التيار لا يتغير بالنسبة للزمن، أما إذا كان التيار يغير اتجاهه مع الزمن فإنه يسمى في هذه الحالة بالتيار المتناوب *alternating current*.

وخلاصة القول: إن التيار الكهربائي قد سرى في السلك الناقل عندما ربطنا مصدر الجهد الكهربائي بين طرفيه، وهذا هو شرح فيزيائي أولي مبسط للدائرة الكهربائية، ويمكننا الآن أن نعرف التيار الكهربائي على النحو الآتي:

هو عبارة عن معدل مقدار الشحنة الكهربائية (Δq) الذي يعبر مقطعاً محدداً في الناقل خلال فترة زمنية (Δt). ونعبر عن ذلك بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

(7-1) التيار الكهربائي

• تأخذ العلاقة الرياضية (7-1) الشكل $I = (q / t)$ ، وذلك إذا كانت الشحنة الكلية معروفة، وكذلك الزمن اللازم لمرورها.

ويُقاس التيار في النظام العالمي (SI) بوحدة الأمبير، ونشير له بالحرف الإنكليزي (A)، وقد مررنا تعريفه في الوحدة الأولى من هذا الكتاب.

أما إذا كان معدل انسياب الشحنات الكهربائية (q) تابعاً للزمن، فإننا نسمي التيار حينئذ بالتيار اللحظي *instantaneous current* وذلك عند زمن (t) محدد، ونعبر عنه عندئذ بالعلاقة الرياضية انتقاضية الآتية:

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (7-2)$$

يمكننا أن نعبر عن الشحنة الكهربائية (q) بصفة عامة بدلالة عدد الإلكترونات الكلي (n) ومقدار شحنة الإلكترون (e) وفقاً للصيغة الرياضية:

$$q = ne, n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \pm \dots$$

انظر المثال (7-1) وتعبّر العلاقة الرياضية عن تككم الشحنة *quantized*، أي أنها حاصل الضرب لعدد (n) - وقد يكون سالباً أو موجباً - بمقدار الشحنة الكهربائية للإلكترون (e)، والتي يُصطلح على تسميتها بالشحنة الأولية *elementary charge*.

كما يمكننا أن نعبر عن الشحنة الكهربائية (q) بصفة عامة بدلالة عدد الإلكترونات لوحدة الحجم (n) وحجم الناقل (V)، وشحنة الإلكترون الواحد (كما سنبين في الفقرة 7-3)، وذلك بالعلاقة الرياضية الآتية:

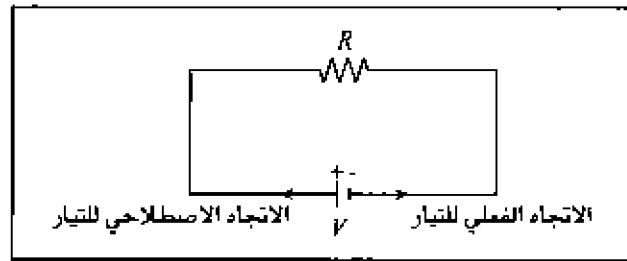
$$\begin{aligned} q &= nVe \\ V &= AL \end{aligned} \quad (7-3)$$

حيث يمكننا حساب العدد (n) من معرفة كل من الكثافة الحجمية للمادة الناقلة (ρ) عدد أفوكادرو (NA)، الكتلة المولية (M) للمادة الناقلة، حيث ترتبط هذه الكميات الأربعة بالعلاقة الرياضية المعروفة:

$$\frac{n}{N_A} = \frac{\rho}{M}$$

وعلى الرغم من أن التيار الكهربائي هو كمية عددية، إلا أننا نحتاج دائماً إلى تحديد اتجاهه في الدوائر الكهربائية. ولقد اتفق اصطلاحياً على أن يكون اتجاه التيار الكهربائي في الدوائر الكهربائية هو اتجاه حركة الشحنات الموجبة، ومعنى ذلك أنه يتجه اصطلاحياً من منطقة الجهد المرتفع إلى منطقة الجهد المنخفض. ولكن، لا بد لنا أن نؤكد دائماً أن اتجاه حركة الشحنات الكهربائية يكون بعكس الاتجاه الاصطلاحي. ذلك أن القطب الموجب للبطارية *positive terminal* يدفع حاملات التيار الموجبة بعيداً عنه ويأخذ قطب البطارية السالب *negative terminal* الذي

يجذبها بدورته نحوه، وهذا هو الذي يجعل الشحنات تدور في الدارة الكهربائية بعكس الاتجاه الاصطلاحي، انظر الشكل (7-1).



الشكل (7-1) يوضح كلاً من الاتجاهين الاصطلاحي والفعلي للتيار

مثال (7-1): Example

يمر تيار كهربائي مقداره $(6 \times 10^{-4} A)$ وذلك عندما يضغط مستخدم الحاسب الآلي على أحد أزرار لوحة المفاتيح، ويسري هذا التيار خلال زمن مقداره $(5 \times 10^{-3} s)$.
أوجد حسابياً:

- 1- مقدار الشحنة الكهربائية التي نقلت هذا التيار.
- 2- هل يمكنك حساب عدد الإلكترونات لوحدة الحجم التي تحركت في هذه العملية البسيطة؟ وضّح ذلك.

الحل Solution:

1- باستخدام العلاقة الرياضية (7-1)، نجد أن:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$\Delta q = I \Delta t$$

$$= (6 \times 10^{-4} A)(5 \times 10^{-3} s)$$

$$= 30 \times 10^{-7} C = 3 \mu C$$

2- نعم يمكننا ذلك، حيث تعبّر العلاقة الرياضية (7-3) عن إجابة السؤال.

$$q = ne$$

إن (e) تمثل شحنة الإلكترون الواحد، و (n) مقدار عدد الإلكترونات الكلي، و (q) مقدار الشحنة الكهربائية التي أوجدناها حسابياً في الجزء الأول من هذا المثال:

$$30 \times 10^{-7} C = n(1.6 \times 10^{-19} C)$$

$$n = \frac{(30 \times 10^{-7} C)}{(1.6 \times 10^{-19} C)} = 1875 \times 10^{10} \text{ electron}$$

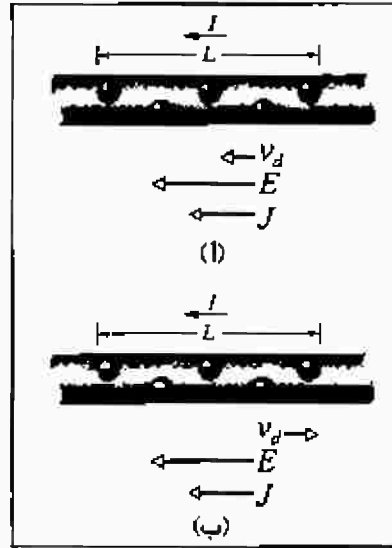
7-3 كثافة التيار الكهربائي *Current Density* :

وبهدف توضيح المعنى المقصود بكثافة التيار الكهربائي، تأمل الشكل (7-2 أ، ب).

(أ) يبين ناقلات موجبة للتيار الكهربائي تتجرف بسرعة (v_d) باتجاه المجال الكهربائي نفسه.

(ب) يبين ناقلات سالبة للتيار الكهربائي تتجرف بسرعة (v_d) بعكس اتجاه المجال

الكهربائي. ومن الملاحظ أن كثافة التيار (J) باتجاه المجال الكهربائي $(\vec{E})$.



الشكل (7-2، ب)

في الشكل (7-2 أ)، وفي نقطة معينة من الناقل الموضَّح، نلاحظ أن الشحنة الكهربائية الموجبة تسري باتجاه المجال الكهربائي $(\vec{E})$ نفسه، ولغرض التعبير الصحيح عن هذا السريان نحتاج الآن إلى استخدام مفهوم كثافة التيار *current density* التي يرمز لها بالحرف الإنكليزي $(\vec{J})$ وهي كمية اتجاهية لها اتجاه المجال الكهربائي نفسه، ويبين الشكل (7-2 أ) أن التيار الكهربائي (I) يتوزع بشكل منتظم خلال المقطع العرضي للناقل ذي الشكل المنتظم، ويعبر عن كثافة التيار في هذه الحالة بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{J} = \frac{I}{A}$$

(7-4) تعريف كثافة التيار

أي أن كثافة التيار هي شدة التيار لكل وحدة مساحة، حيث (A) هي مساحة سطح المقطع العرضي للناقل. أما وحدة قياس كثافة التيار في النظام الدولي *(SI) unit* فهي (A/m^2) . وفي الحالتين (7-2 أ) و (7-2 ب) يكون اتجاه كثافة التيار $(\vec{J})$ باتجاه المجال الكهربائي $(\vec{E})$ ، بغض النظر عن

إشارة الشحنة الكهربائية، ومن الممكن التعبير بشكل عام عن كثافة التيار خلال سطح ما - إذا كان عمودياً أم لا - بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (7-5)$$

حيث إن $(d\vec{A})$ هو متجه المساحة العمودي على عنصر المساحة التفاضلي (dA) ، ونلاحظ أن كلا من $(\vec{J})$ و $(d\vec{A})$ مرتبطان بعلاقة الضرب القياسي، المبينة في العلاقة الرياضية (7-5).

ومن الممكن عملياً أن نعبر عن شدة التيار الكهربائي المتدفق في الناقل بدلالة سرعة الانجراف للشحنات المتحركة. إن المقصود بسرعة الانجراف *drift velocity* هو التدفق المباشر للإلكترونات الناقلة خلال ناقل منتظم، ويشار لها اختصاراً بالرمز $(\vec{v}_d)$ ، ومن المناسب ذكره هنا أن الإلكترونات الحرة لا تتحرك داخل الناقل في خطوط مستقيمة، ولكنها تتحرك حركة متعرجة نتيجة للتصادمات المتتالية بذرات الناقل، ولكنها تبقى متحركة ببطء في اتجاه معاكس للمجال الكهربائي بسرعة متوسطة، وهي التي نطلق عليها اسم سرعة الانجراف.

ولو عدنا إلى الشكل (7-2) أ، لرأينا أن الشحنات الناقلة للتيار الكهربائي تسير نحو اليسار بسرعة انجراف $(\vec{v}_d)$ ، كما أن عدد الشحنات المارة خلال الطول (L) من الناقل هو (nAL) ، حيث إن (n) هو عدد الشحنات لوحدة الحجم (AL) ، و (A) هي مساحة سطح المقطع للملك، وهكذا نجد أن مقدار الشحنة المارة خلال الفترة الزمنية (Δt) هي (Δq) :

$$\Delta q = (nAL)e \quad (7-6)$$

حيث إن (e) هي شحنة الإلكترون المعروفة، وبما أن (Δq) تجتاز طولاً من السلك مقدار (L) ، إذاً نجد أن الزمن اللازم لذلك هو:

$$\Delta t = L / \vec{v}_d \quad (7-7)$$

وبتعويض كل من (7-7) و (7-6) في العلاقة الرياضية (7-1) التي تعبر عن شدة التيار، نجد أن:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{(nAL)e}{(L / v_d)}$$

$$I = nAev_d$$

وبقسمة الطرفين على المقدار (A) نجد أن:

$$\frac{I}{A} = nev_d$$

وبملاحظة أن الطرف الأيسر هو عبارة عن كثافة التيار $(\vec{J})$ ، نجد أن:

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d \quad (7-8)$$

حيث $\bar{v}_d$) هو متجه سرعة الانجراف.

والمعادلة (7-8) تشير إلى أن كلاً من $(\bar{J})$ و $(\bar{v}_d)$ لهما الاتجاه نفسه. أما المقدار $(n e)$ فهو عبارة عن كثافة الشحنات الناقلة وتقاس بوحدة (C/m^3) كولوم لكل متر مكعب.

مثال (7-2): Example

تم لحام نهاية سلك من الألومنيوم قطره (2.5 mm) مع نهاية سلك آخر من النحاس قطره (1.8 mm) ، إذا كان مقدار التيار المستقر المار خلال هذه المجموعة يساوي (1.3 A) ، أوجد كثافة التيار في كل من السلكين.

الحل Solution:

1- الألومنيوم:

$$\begin{aligned} J_{Al} &= \frac{I}{A_{Al}} \\ A_{Al} &= \pi r_1^2 \\ &= \pi (1.25 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \\ &= 4.61 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \\ J_{Al} &= \frac{1.3 \text{ A}}{4.61 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 2.6 \times 10^5 (\text{A} / \text{m}^2) \end{aligned}$$

2- النحاس:

$$\begin{aligned} J_{Cu} &= \frac{I}{A_{Cu}} \\ A_{Cu} &= \pi r_2^2 \\ &= \pi (0.9 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \\ &= 2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \\ J_{Cu} &= \frac{1.3 \text{ A}}{2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 5.1 \times 10^5 (\text{A} / \text{m}^2) \end{aligned}$$

وهذا مثال فقط لتوضيح حقيقة اعتماد كثافة التيار على مساحة المقطع (A) ، إلا أن حقيقة اختلاف المادتين لم تؤخذ بعين الاعتبار.

مثال (7-3): Example

شريحة من السيلكون عرضها $(W = 3.2 \text{ mm})$ وسماكتها $(x = 250 \text{ } \mu\text{m})$ يمر خلالها تيار $(I = 5.2 \text{ mA})$ ، وكما هو معلوم فإن السيلكون إذا طعم بشوائب من الفسفور فإننا نحصل على

بلورة من النوع السالب *n-type semiconductor*، وقد أدت عملية التطعيم إلى زيادة كبيرة في الشحنات السالبة عند مقارنتها ببلورة السيلكون النقية، حيث كانت $(n = 1.5 \times 10^{23} \text{ m}^{-3})$.

1- أوجد حسابياً كثافة التيار الكهربائي $(\bar{J})$.

2- أوجد حسابياً سرعة الانجراف $(\bar{v}_d)$.

الحل Solution:

1-

$$\bar{J} = \frac{I}{Wx}$$

حيث إن المساحة: $A = Wx$

$$\bar{J} = \frac{5.2 \times 10^{-3} \text{ A}}{(3.2 \times 10^{-3} \text{ m})(250 \times 10^{-6} \text{ m})} = 6500 \text{ A/m}^2$$

2-

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{J}{ne} \\ &= \frac{6500 \text{ A/m}^2}{(1.5 \times 10^{23} \text{ m}^{-3})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})} \\ &= 0.27 \text{ m/s} = 27 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

7-4 المقاومة والمقاومة النوعية Resistance and Receptivity:

افرض أن لديك قضيبين أحدهما من النحاس والآخر من الزجاج، لهما الأبعاد الهندسية نفسها، وقمنا بربط نهايتي كل من القضيبين بفرق جهد مقداره (V) ثم استخدمنا مقياس التيار *ammeter* لفرض الكشف عن التيار المار في كل منهما، سنجد عملياً أن الفرق كبير جداً بين قيمتي التيارين، وفي الحقيقة نستطيع القول بأن قضيب الزجاج لم يمرر التيار الكهربائي إطلاقاً، بينما يمر التيار في السلك النحاسي. إن خاصية الناقل (النحاس) في هذا المثال هي المقاومة *resistance* حيث يمكن تحديدها بمعرفة كل من فرق الجهد (V) بين طرفيه والتيار الكهربائي المار خلاله (I) ، وهكذا نجد أن تعريف المقاومة هو:

$$R = \frac{V}{I}$$

(7-9) تعريف المقاومة

إن وحدة قياس المقاومة في النظام الدولي (SI) هي *volt/ampere* ويطلق عليها اسم *ohm* نسبة إلى العالم جورج سيمون أوم *Georg Simon Ohm 1870* ورمزه الحرف اللاتيني (Ω) وتقرأ باللغة العربية أومينا.

$$1 \text{ ohm} = 1 \Omega = 1 \text{ volt/ampere}$$

إن النقل الذي يُوظف في الدائرة الكهربائية أو الإلكترونية للقيام بمهمة مقاومة محددة يسمى مقاوم *resistor* ويرمز له بالرمز $\sim\sim\sim$ ، الذي يشبه أسنان المنشار.

ومن المفيد عملياً، ليس التركيز على فرق الجهد فحسب، ولكن التركيز على معرفة شدة المجال الكهربائي ($\vec{E}$) الناشئ في نقطة معينة من المقاوم بسبب فرق الجهد، كما أننا نركز على كثافة التيار الكهربائي ($\vec{J}$) بدلاً من التيار الكهربائي (I) في النقطة نفسها، وهكذا نجد أننا نبحث في العلاقة بين كثافة التيار والمجال الكهربائي بدلاً من العلاقة بين التيار وفرق الجهد.

إنّ كلاً من شدة المجال الكهربائي وكثافة التيار الكهربائي (الاتجاه نفسه، كما أنّ كثافة التيار تتناسب مع شدة المجال، وثابت التناسب هو ما نطلق عليه الناقلية *conductivity*، ويشار إليه بالرمز اليوناني (σ) وتقرأ بالعربية (سيجما). أما المقاومة النوعية فهي مقلوب الناقلية واختصاراً يشار إليها بالحرف اليوناني (ρ) وتقرأ (رو)، وهكذا نجد أنّ:

$$\vec{J} \propto \vec{E}$$

$$\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$$

(7-10) تعريف الناقلية

وهكذا نجد أن المقاومة النوعية تساوي:

$$\boxed{\rho = \frac{\vec{E}}{\vec{J}}}$$

(7-11) تعريف المقاومة النوعية

إن وحدة قياس المقاومة النوعية في النظام العالمي (*SI*) هي ($\Omega.m$) ذلك أن وحدة قياس ($\vec{E}$) هي (V/m) أم ($\vec{J}$) فوحدة قياسها (A/m^2).

ومما تقدم نجد أنّ:

$$\rho = \frac{(V / m)}{(A / m^2)} = \frac{(\Omega.A)}{(A / m)} = \Omega.m$$

وتقرأ (أوم متر). ومن المفيد إعادة صياغة المعادلة (7-11) على النحو الآتي المبين في العلاقة (7-12) ذلك أننا نناقش مفهوم المجال الكهربائي.

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad (7-12)$$

ونتذكر هنا أن المعادلتين (7-11) و (7-12) تُستخدمان فقط مع المواد ذات الخصائص الكهربائية غير المتغيرة في مختلف الاتجاهات. كما أنه من المناسب التذكير هنا مرة أخرى بأن الناقلية *conductivity* هي عكس المقاومة النوعية والتي يعبر عنها رياضياً على النحو الآتي:

$$\sigma = 1/\rho$$

(7-13) العلاقة بين الناقلية والمقاومة النوعية

وتقرأ باليونانية (سيجما) أما وحدة قياسها فهي $(\Omega.m)^{-1}$.

والجدول (7-1) يبين مجموعة من قيم المقاومة النوعية لمجموعة من المواد.

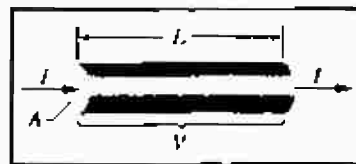
Material المادة	Resistivity $\rho (\Omega.m)$ المقاومة النوعية	Temperature coefficient of resistivity (k^{-1}) معامل التوصيل الحراري
فلزات نموذجية typical metals		
silver فضة	1.62×10^{-8}	4.1×10^{-3}
copper نحاس	1.69×10^{-8}	4.3×10^{-3}
aluminum ألومنيوم	2.75×10^{-8}	4.4×10^{-3}
tungsten تنغستين	5.25×10^{-8}	4.5×10^{-3}
iron حديد	9.68×10^{-8}	6.5×10^{-3}
platinum بلاتين	10.6×10^{-8}	3.9×10^{-3}
manganizum منغنيز	18.2×10^{-8}	0.002×10^{-3}
أشباه موصلات نموذجية typical semiconductors		
Silicon, pure سليكون نقي	2.5×10^{-3}	-70×10^{-3}
Silicon, n-type	8.7×10^{-4}	—
Silicon, p-type	2.8×10^{-3}	—
typical insulator		
— زجاج	$10^{10} - 10^{14}$	—
— كوارتز	$\sim 10^{16}$	—

الجدول (7-1) يبين (المقاومة النوعية) لمجموعة من المواد، عند درجة الحرارة ($20^\circ C$)

والسؤال الآن هو: كيف يمكننا حساب المقاومة، بعد أن تعرفنا على كل من كثافة التيار

وشدة المجال الكهربائي في نقطة معينة؟

للإجابة عن هذا السؤال انظر الشكل (7-3).



الشكل (7-3)

الجهد (V)، والطول (L)، والمقطع (A)، والتيار مقداره (I)

إن طول السلك الناقل في الشكل (7-3) هو (L) أما مساحة مقطعه فهي (A) ، حيث تمّ تسليط فرق جهد مقداره (V) بين طرفيه، أدى إلى مرور تيار مستقر مقداره (I) . إن خطوط كثافة التيار المار تكون منتظمة، لذا فإن مقدار كل من $(\vec{E})$ و $(\vec{J})$ سوف يكون ثابتاً في جميع النقاط داخل الناقل، ولهذا نجد أن:

$$E = \frac{V}{L} \text{ تعريف شدة المجال الكهربائي}$$

وأما كثافة التيار الكهربائي فتساوي:

$$J = \frac{I}{A} \text{ تعريف كثافة التيار}$$

وبتعوّض قيمة كل من (E) و (J) في المعادلة (7-11) نجد أن:

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{I/A}$$

ولكن نلاحظ أن المقدار (V/I) هو عبارة عن المقاومة (R) وهكذا نجد أن العلاقة الرياضية بين المقاومة والمقاومة النوعية لناقل طوله (L) ومساحة مقطعه (A) هي:

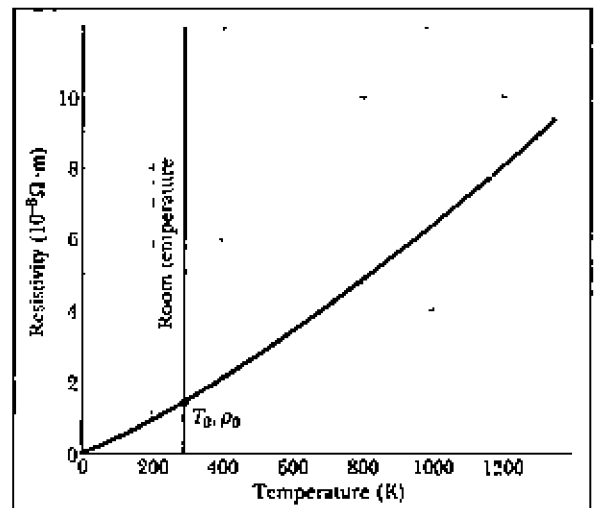
$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \boxed{\rho = R \frac{A}{L}} \text{ تعريف المقاومة النوعية (7-14)}$$

والتي يمكن استخدامها مع ناقل متجانس له مقطع منتظم بين طرفيه فرق جهد معلوم.

والسؤال الآخر الآن هو: هل تتغير قيمة المقاومة مع تغير درجات الحرارة، شأنها شأن الخصائص الفيزيائية الأخرى للمادة؟

للإجابة عن هذا السؤال، انظر الشكل (7-4).

يبين المقاومة النوعية للنحاس كتابع لدرجة الحرارة بينما تظهر نقطة التقاطع عند درجة حرارة الغرفة كنقطة مرجعية للمقاومة النوعية للنحاس والبالغة $(\rho_0 = 1.69 \times 10^{-8} \Omega m)$



الشكل (7-4)

إن العلاقة الرياضية التي تصف هذا التغير هي:

$$\rho - \rho_o = \rho_o \alpha (T - T_o) \quad (7-15)$$

حيث إنَّ كلاً من (T_o) و (ρ_o) هما قيمتا درجة الحرارة والمقاومة النوعية عند درجة حرارة الغرفة والتي تساوي:

$$T_o = 20^\circ C \quad \text{على مقياس سليزيوس}$$

$$T_o = 293 K^\circ \quad \text{على مقياس كلفن}$$

$$\rho_o = 1.69 \mu\Omega.cm \quad \text{للنحاس}$$

أما (α) فهو معامل التوصيل الحراري، ويُقرأ (إلفا)، انظر الجدول (7-1)، كما أن الشكل (7-4) - الذي يوضح العلاقة البيانية بين كل من المقاومة النوعية (ρ) ودرجة الحرارة (T) مقاسة بالكلفن وذلك لمعدن النحاس - يعطينا القيمة العددية للمقاومة النوعية (ρ_o) عند درجة حرارة الغرفة من خلال النقطة ذات الإحداثيات (T_o, ρ_o) .

أما المقاومة فيمكننا تحديدها من العلاقة الرياضية:

$$R - R_o = R_o \alpha (T - T_o) \quad (7-16) \quad \text{علاقة المقاومة بدرجة الحرارة}$$

مثال (7-4): Example

سلك مصنوع من النحاس نصف قطره (9.0 mm) ، يسري خلاله تيار ثابت قدره (1.3 A) ، ما هي شدة المجال الكهربائي داخل الناقل النحاسي؟ إذا كانت المقاوم النوعية للنحاس $1.69 \times 10^{-8} \Omega.m$

الحل Solution:

$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

ولكن

$$\begin{aligned} J &= \frac{I}{A} \\ A &= \pi r^2 \\ &= \pi (0.9 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \\ &= 2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \\ J &= \frac{1.3 \text{ A}}{2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 5.1 \times 10^5 \text{ A/m}^2 \end{aligned}$$

أما (ρ) المقاومة النوعية للنحاس فكما هو واضح من الجدول (7-1) تساوي: $1.69 \times 10^{-8} \Omega.m$ إذاً:

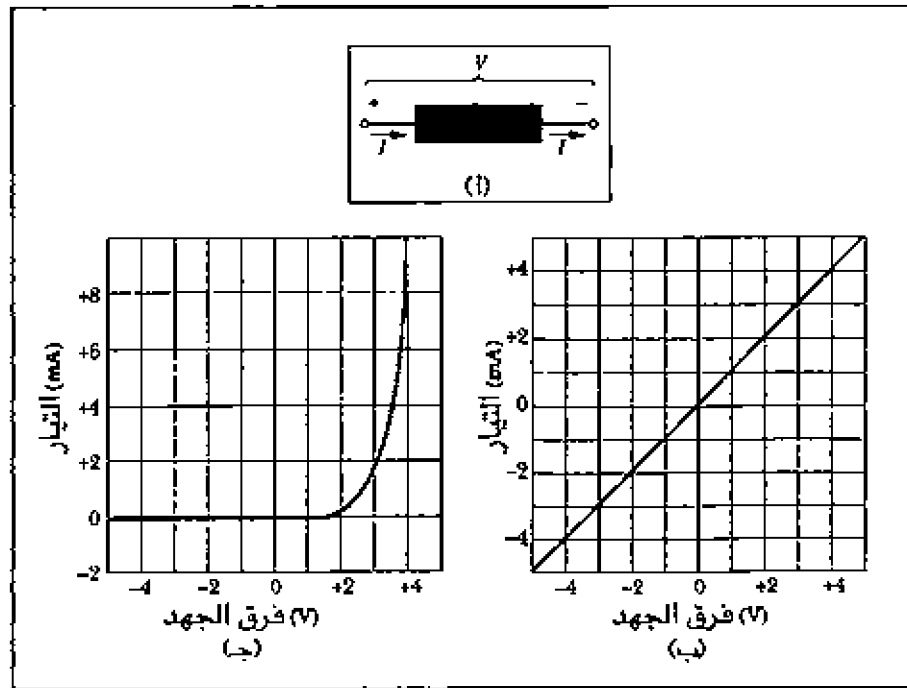
$$E = (1.69 \times 10^{-8} \Omega.m)(5.1 \times 10^5 A/m^2)$$

$$E = 8.6 \times 10^{-3} V/m$$

ملاحظة: تحقق بنفسك من صحة وحدة قياس المجال الكهربائي ($\vec{E}$) الواردة في الحل أعلاه.

7-5 قانون أوم *Ohm's Law*:

من المفيد هنا ونحن ندرس قانون أوم أن نذكر أن المقاوم *resistor* هو عبارة عن ناقل *conductor* يتميز بامتلاكه لمقاومة معلومة، وهذا يعني أن مقدار هذه المقاومة يبقى ثابتاً فيما لو تغير مقدار أو قطبية فرق الجهد *potential magnitude and polarity*، وهذا التأكيد للتبنيح إلى أن هناك بعض الأجهزة تتغير مقاومتها بتغير فرق الجهد. ولناقشة وتوضيح هاتين الحالتين، تأمل الشكل (7-5)، ب، ج) ثم لاحظ الجوانب الأساسية الآتية:



الشكل (7-5 أ، ب، ج)

أ) فرق الجهد (V) يؤمن تياراً ثابتاً مقداره (I).

ب) خط بياني يوضح كيف يتغير التيار (I) مع فرق الجهد (V) عندما يكون الجهاز عبارة عن مقاومة (1000Ω).

ج) خط بياني يوضح كيف يتغير التيار (I) مع فرق الجهد (V) عندما يكون الجهاز عبارة عن ثنائي بلوري ($p.n$).

نلاحظ في الشكل (7-5 أ) وجود فرق في الجهد (V) بين طرفي الجهاز الذي نريد اعتباره، مع تأكيدنا على أماكن الأقطاب (الموجب والسالب) وكذلك التأكد من مرور التيار الكهربائي (I) وذلك بقياس مقداره في حالة تغيير القطبية وكذلك مقدار فرق الجهد (V).

ونلاحظ الآن في الشكل (7-5 ب) خطأً بيانياً يوضح كيفية تغير التيار مع تغير فرق الجهد، والشكل البياني هو عبارة عن خط مستقيم يمر عبر نقطة الأصل ميله هو المقدار (V/I) وهذا ما ما يشير إلى أن مقاومة الجهاز ثابتة ولا تعتمد على مقدار وقطبية فرق الجهد، أي أن $(R = V/I)$ ، وهذا ما يؤكد أن المقاومة خطية، ومقلوب الميل للخط المستقيم هو عبارة عن مقدارها العددي.

أما الشكل (7-5 ج) فهو يوضح الخط البياني لتغير التيار مع فرق الجهد لجهاز آخر مختلف عن الجهاز الأول، ومن الواضح أن التيار يمر عبر هذا الجهاز فقط عندما تكون قطبية الجهد موجبة ومقدار فرق الجهد أكبر من المقدار (1.50 volt) ، كما يوضح أن العلاقة بين الجهد والتيار ليست خطية، وتعتمد قيمة التيار على مقدار الجهد المطبق على الجهاز. إذاً، ضمن هاتين النظرتين المتميزتين نستطيع أن نعرف قانون أوم وفقاً لما ورد في العلاقة الرياضية (7-9)، والأوم هو عبارة عن مقاومة ناقل، فرق الجهد بين طرفيه فولت واحد (volt) ويبلغ مقدار التيار المار خلاله أمبير واحد (amper) ويشكل عام فإن مقاومة الناقل هي النسبة بين فرق الجهد بين طرفيه والتيار المار خلاله.

إن الشكل (7-5 ب) يوضح جهازاً يعتمد في عمله على قانون أوم وهو عبارة عن مقاومة، أما الشكل (7-5 ج)، فيوضح جهازاً آخر لا يعتمد في عمله على قانون أوم وهذا ما يحدث لوصله $(p-n)$ أي وصلة بلورتين من أشباه الموصلات سائبة وموجبة.

ومن النتائج المفيدة لما قدمناه من مفاهيم حول كثافة التيار الكهربائي وشدة المجال الكهربائي والمقاومة النوعية، إمكانية التعبير عن قانون أوم بطريقة أكثر شمولية، ولاسيما عند التركيز على المواد الناقلة وليس الأجهزة الناقلة، وذلك باعتماد المحاكاة للمقارنة بين كل من:

$$\rho = \frac{E}{J}$$

$$R = \frac{V}{I}$$

حيث إن المقاومة (R) لناقل طوله (L) ومساحة مقطعه (A) ومقاومته النوعية (ρ) هي $(R = \rho(L/A))$ ، ومنها نجد أن المقاومة النوعية هي $(\rho = RA/L)$ ، كما نجد أن المجال الكهربائي ($\vec{E}$) لناقل هو عبارة عن (V/L) انظر الشكل (7-3)، وهذا ما يؤدي إلى:

$$E = \frac{V}{L} = \rho J = \frac{RA}{L} \frac{I}{A}$$

$$\frac{V}{L} = \frac{RI}{L}$$

$$V = RI$$

وهذا يؤكد مجدداً على أن العلاقة الخطية بين التيار وفرق الجهد (V, I)، هي تعبير عن مضمون قانون أوم، ونشير هنا إلى أن المقاومة يمكن قياسها عملياً بجهاز يسمى (*ohm-meier*)، وهو كثير الاستخدام في معامل الفيزياء وغيرها.

ونظراً لأهمية هذا القانون - قانون أوم - وكثرة الاستخدامات التطبيقية له، نذكر بالاستنتاجات الأساسية لهذه الفقرة وهي:

1- إن قانون أوم بصيغته المعروفة، هو تأكيد على أن التيار الكهربائي الذي يمكنه أن يمر خلال وسيلة معينة (المقاومة)، يتناسب تناسباً مباشراً مع فرق الجهد بين طرفي هذه الوسيلة (المقاومة).

2- إن قانون أوم يمكننا تطبيقه على ناقل ما، إذا كانت العلاقة (7-9) تُعبر عن مقاومته ($R = V/I$)، حيث إن (R) لا تعتمد على مقدار فرق الجهد بين طرفي الناقل (V).

3- إن قانون أوم يمكننا تطبيقه على ناقل ما، إذا كانت العلاقة (7-11) تُعبر عن مقاومته النوعية ($\rho = E/J$)، حيث إن (ρ) لا تعتمد على مقدار واتجاه المجال الكهربائي (E).

مثال (7-5): Example

قضيب نحاسي طوله (2 m) وقطره (8 mm)، ومقاومته النوعية تساوي ($1.756 \times 10^{-8} \Omega.m$). أوجد مقاومة القضيب؟

الحل Solution:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ولكن (A) هي مساحة المقطع العرضي للقضيب، وهي بطبيعة الحال عبارة عن دائرة، إذاً:

$$A = \pi r^2$$

حيث $r = 4\text{ mm}$ وهي عبارة عن نصف القطر.

$$\therefore A = \pi (4 \times 10^{-3}\text{ m})^2 = 5.03 \times 10^{-5}\text{ m}^2$$

$$R = 1.756 \times 10^{-8} \Omega.m \frac{2\text{ m}}{5.03 \times 10^{-5}\text{ m}^2}$$

$$R = 7.02 \Omega$$

مثال (7-6): Example

ملف نحاسي معزول تبلغ مقاومته (3.35Ω) عند درجة الحرارة (20°C) .

أوجد مقاومته عند درجة الحرارة (50°C) ، إذا كانت قيمة معامل المقاومة الحراري: $(\alpha = 4.26 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1})$.

الحل Solution:

$$R_t = R_o (1 + \alpha \Delta t)$$

حيث:

$$R_t = R_{50^\circ\text{C}}$$

$$R_o = R_{20^\circ\text{C}} = 3.35 \Omega \quad \text{درجة حرارة الغرفة}$$

$$\Delta t = (50 - 20)^\circ\text{C} = (323 - 293) = 30 \text{ K}$$

$$\alpha = 4.26 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$$

$$\begin{aligned} R_{50^\circ\text{C}} &= 3.35 \Omega (1 + 4.26 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1} \times 30 \text{ K}) \\ &= 3.392 \Omega \end{aligned}$$

بقي لنا ونحن نتداول قانون أوم وبحالاته المختلفة، أن نشير إلى مسألتين مهمتين ذاتي صلة مباشرة بهذا القانون وهما:

1- إن القدرة (P) أو ما يسمى انتقال الطاقة بالنسبة للزمن في جهاز كهربائي عبر فرق جهد (V) يعبر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$P = IV$$

(7-17) تعريف القدرة

حيث إن (P) هي القدرة *power*، و (I) التيار المار خلال دائرة الجهاز الكهربائي، أما (V) فهو فرق الجهد *potential difference* الذي يعمل عليه الجهاز.

2- القدرة الكهربائية المهدورة وهي عموماً تصاحب عمل المقاوم، وهو في هذه الحالة يقوم مقام الجهاز الكهربائي، ويعبر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

ونقاس القدرة بوحدة الواط (*watt*)، وهو عبارة عن قدرة قوة، أو آلة تتجز شغلاً يساوي جولاً واحداً خلال زمن مقداره ثانية واحدة، أي أن:

$$IW = (IJ/ls)$$

تعريف الوات

حيث إن (P) في هذه الحالة هي القدرة المهدورة أو المفقودة خلال المقاومة *resistive dissipation* (R) وهو ما يسمى بقانون جول للتسخين، ذلك أن الطاقة الكهربائية الكامنة تنتقل إلى شبكات الأيونات *ions lattice* بواسطة الشحنات المنساقعة وتظهر كطاقة طردية داخلية، تحدد علاقتها بالزمن بمقدار القدرة المستهلكة.

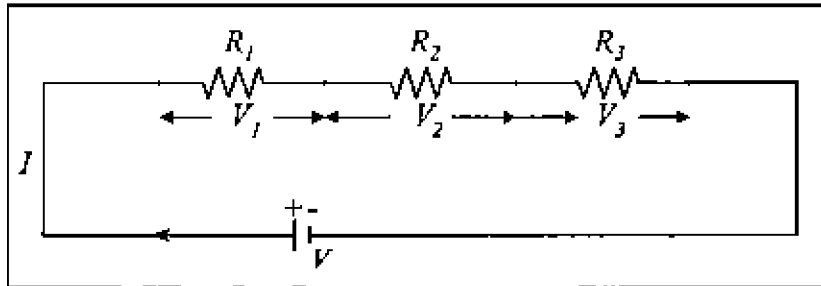
7-6 وصل المقاومات على التوالي والتوازي *Resistors in Series and in Parallel*

غالباً ما نجد في الدوائر الكهربائية مجموعة من المقاومات، يتم وصل بعضها ببعض إما على التوالي وإما على التوازي وأحياناً على الشكلين معاً.

إذا قمنا بوصل مجموعة من المقاومات على التوالي *in series* في دائرة كهربائية فإن التيار الكهربائي لا بد أن يمر في جميع تلك المقاومات، وتكون شدته ثابتة، ويمكننا التأكد من ذلك باستخدام جهاز قياس التيار المعروف، وهو الأميتر *ammeter*، إذ بواسطته سنؤكد أن مقدار التيار يكون في هذه الحالة ثابتاً، أي أن:

$$I = \text{constant}$$

تأمل لشكل (7-6)، ولاحظ ما يأتي:



الشكل (7-6) يبين ثلاث مقاومات موصولة على التوالي *in series* مع فرق للجهد مقداره (V)

ثلاث مقاومات (R_1, R_2, R_3) موصولة على التوالي يمر خلالها التيار (I) ، بينما ينقسم الجهد الكهربائي إلى ثلاثة أجزاء (V_1, V_2, V_3) ، أي أن:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

وينقسم طريقاً هذه المعادلة على التيار (I) نجد أن:

$$\frac{V}{I} = \frac{V_1}{I} + \frac{V_2}{I} + \frac{V_3}{I}$$

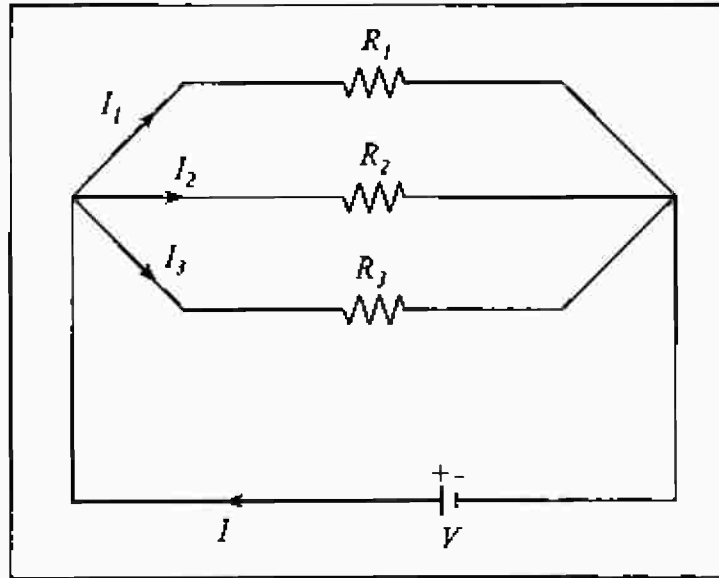
أي أن:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

(7-18) المقاومة المكافئة على التوالي

ومعنى ذلك: أن المقاومة الكلية المكافئة لمجموع المقاومات الموصولة على التوالي تساوي مجموع هذه المقاومات.

وفي حالة وصل مجموعة من المقاومات على التوازي *in parallel* في دائرة كهربائية فلن التيار الكهربائي (I) سوف يجد أمامه مسارات مساوية لعدد مجموعة المقاومات، انظر الشكل (7-7).



الشكل (7-7) يبين مقاومات موصولة على التوازي *in parallel* مع فرق للجهد مقداره (V)

وفي حالة مماثلة لحالة توصيل المقاومات على التوالي، إلا أننا في هذه المرة سوف نقوم بقياس فرق الجهد عبر كل من المقاومات الثلاثة لتؤكد أنها متساوية وفي الوقت نفسه مساوية لفرق الجهد الأصلي الذي يغذي الدائرة، أي أن:

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

إلا أن التيار الكلي (I) هو عبارة عن مجموع التيارات الثلاثة: I_1, I_2, I_3

أي أن:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad \text{قانون كيرشوف الأول}$$

وبقسمة طرفي هذه المعادلة على المقدار الثابت للجهد (V) نجد أن:

$$\frac{I}{V} = \frac{I_1}{V} + \frac{I_2}{V} + \frac{I_3}{V}$$

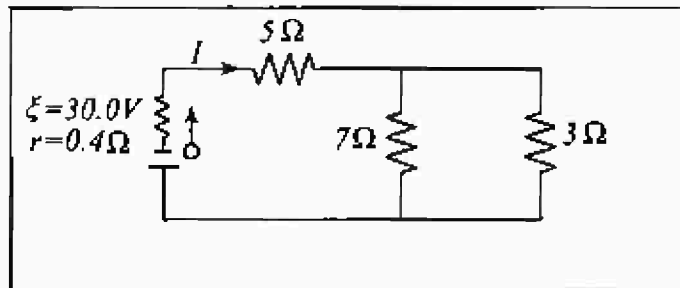
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

(7-19)، المقاومة المكافئة على التوازي

ومعنى ذلك: أن مقلوب المقاومة الكلية المكافئة لمجموع المقاومات الموصولة على التوازي يساوي مجموع مقلوب المقاومات المنفصلة الموصولة على التوازي، أي أننا نحتاج إلى حساب مقلوب كل مقاومة على حدة، ثم نجمع هذه الكميات، ونلاحظ أن هذا المجموع يساوي مقلوب المقاومة المكافئة.

مثال (7-7): Example

لديك الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (7-8).



الشكل (7-8)، المثال (7-7)

أوجد شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة؟

الحل: Solution

هذا المثال تطبيق مباشر لإيجاد المقاومة المكافئة لحالتي توصيل المقاومات مع بعضها، كما هو تطبيق على قانون أوم، ونلاحظ كذلك وجود المقاومة الداخلية (r) للبطارية، وهذا تذكير بمعادلة الدائرة الكهربائية والآن، بملاحظة المقاومتين ($3\ \Omega$) و ($7\ \Omega$) نجد أنهما موصلتان على التوازي، إذن:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{7} = \frac{10}{21}$$

يعطي المقاومة المكافئة لهما.

$$R_{eq} = \frac{21}{10} = 2.1\ \Omega$$

هذه المقاومة موصولة مع المقاومة الأخرى ($5\ \Omega$) على التوالي، وبملاحظة المقاومة الداخلية

للبطارية نجد أن المقاومة الكلية في الدائرة هي:

$$R_{\text{int}} = 2.1 \Omega + 5 \Omega + 0.4 \Omega \\ = 7.5 \Omega$$

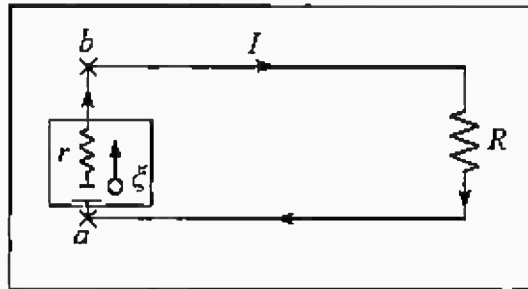
إذن التيار وفقاً لقانون الدائرة الكهربائية يساوي:

$$I = \frac{\xi}{R_{\text{int}}} = \frac{30V}{7.5 \Omega} = 4 A$$

7-7 معادلة الدائرة الكهربائية Electric Circuit Equation :

ما هو المقصود بمعادلة الدائرة الكهربائية؟

لكي تجيب على هذا التساؤل، دعنا نتأمل الشكل (7-9)، الذي يمثل دائرة كهربائية بسيطة.



الشكل (7-9)

عند سريان التيار الكهربائي نجد أن الجهد يخضع لتغيرين اثنين في هذه الدائرة البسيطة.

1- التغير في الجهد بسبب المقاومة الداخلية للمصدر (r).

$$V_r = Ir$$

2- التغير في الجهد عبر المقاومة الخارجية external resistor ، والتي نطلق عليها مقاومة الحمل.

$$V_R = IR$$

وكما نلاحظ فإن القوة الدافعة الكهربائية في هذه الدائرة هي ξ (Emf)، وبتطبيق قانون الدائرة حول النقطة (a) نجد أن:

$$\xi - Ir - IR = 0$$

قانون كيرشوف الثاني

$$\xi = IR + Ir$$

(7-20)

وهو عبارة عن مجموع فروق الجهد في الدائرة الكهربائية، وعندما نقوم بحل هذه المعادلة من

أجل إيجاد مقدار التيار الكهربائي المار فيها نجد أن:

$$I = \frac{\xi}{(r + R)}$$

(7-21) معادلة الدائرة الكهربائية

والآن إذا اخترنا الجهد عند النقطة (a) مساوياً إلى الصفر فإننا نستطيع تمثيل التغير في فروق الجهد خلال الدائرة على النحو المبين في الشكل (7-10).

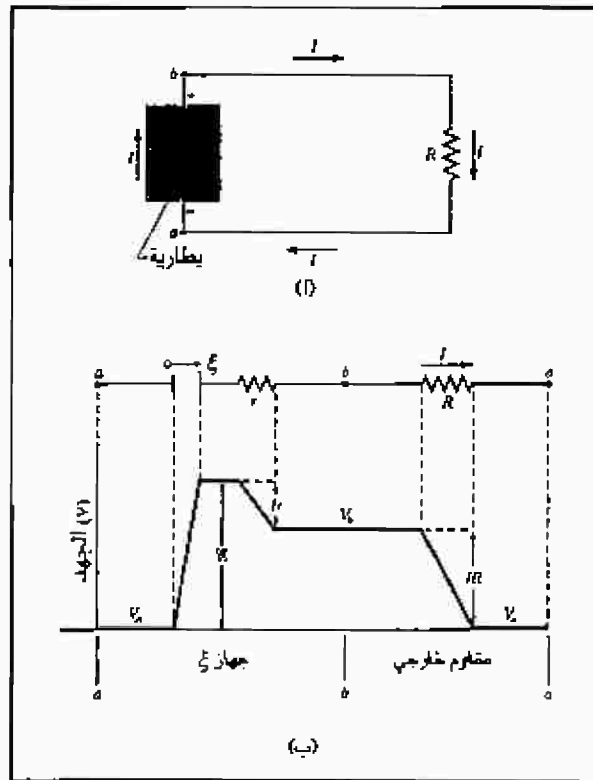
وأما فرق الجهد بين طرفي البطارية فهو:

$$V_b - V_a = \xi - Ir \quad (7-22)$$

والآن، إذا ضربنا طرفي المعادلة (7-20) بمقدار التيار الكهربائي (I) نجد أن:

$$\xi I = I^2 R + I^2 r \quad (7-23)$$

وتفيد هذه العلاقة الرياضية أن قدرة البطارية تتحول في المقاومات إلى قدرة تُفقد على شكل طاقة حرارية *resistive dissipation*.



الشكل (7-10)

وإذا كانت الدائرة الكهربائية مشتملة على عدد معلوم من البطاريات وعدد معلوم من المقاومات الخارجية الموصولة على التوالي فإن المعادلة (7-21) تأخذ الشكل العام الآتي:

$$I = \frac{\sum \xi}{\sum R} \quad (7-24)$$

حيث تشتمل ($\sum R$) على مجموع المقاومات الداخلية للبطاريات والمقاومات الخارجية الموصولة على التوالي.

مثال (7-8): Example

تبلغ القوة الدافعة الكهربائية لإحدى البطاريات ($\xi = 24V$) ، وتبلغ مقاومتها الداخلية ($r = 1\Omega$) . أما مقدار الحمل ($R=7\Omega$) .

- 1- أوجد حسابياً مقدار التيار الكهربائي المار في الدائرة.
- 2- أوجد حسابياً الفرق في الجهد بين قطبي البطارية.
- 3- أوجد حسابياً مقدار قدرة البطارية.

الحل Solution:

1- من المعادلة الرياضية (7-21) نجد أن التيار هو:

$$I = \frac{\xi}{R+r} = \frac{24V}{(1+7)\Omega} = 3A$$

2- من المعادلة الرياضية (7-22) نجد أن:

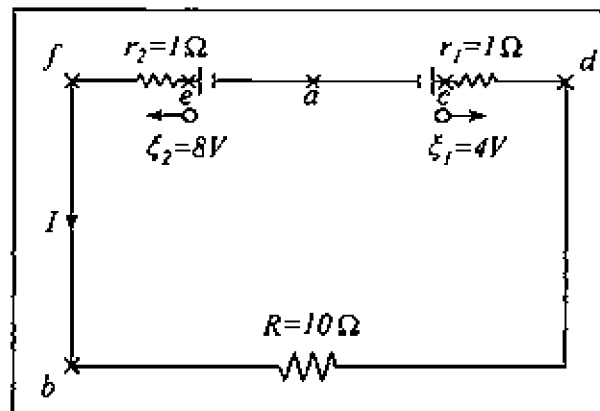
$$\begin{aligned} V_b - V_a &= \xi - Ir \\ &= 24 - (3)(1) = 21V \end{aligned}$$

3- أما قدرة البطارية فهي:

$$P = \xi I = 24 \times 3 = 72 \text{ watt}$$

مثال (7-9): Example

لديك الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل (7-11).



الشكل (7-11)

- 1- أوجد حسابياً شدة التيار الكهربائي المار في هذه الدائرة.
- 2- أوجد حسابياً فرق الجهد بين النقطتين (a) و (b).

الحل Solution:

1- لحساب شدة التيار نلاحظ أن لدينا مصدرين للقوة الدافعة الكهربائية، ولكن:

$$\xi_2 > \xi_1$$

ولهذا فإن التيار الكهربائي سوف يسري من البطارية الثانية مكملاً مساره خلال الدائرة. وعليه فإننا سوف نبدأ بحساب التغيرات في الجهد بدءاً من النقطة (a) باتجاه معاكس لعقارب الساعة إلى أن يعود ثانية إلى ذات النقطة، إذن:

$$\xi_2 - Ir_2 - IR - Ir_1 - \xi_1 = 0$$

$$I = \frac{\xi_2 - \xi_1}{r_1 + r_2 + R} = \frac{(8 - 4)V}{(1 + 1 + 10)\Omega} = \frac{4}{12} = 0.333 A \quad (\text{قانون كيرشوف الثاني})$$

2- إن مجموع التغيرات في الجهد بين النقطتين (a) و (b) يساوي فرق الجهد بينهما، أي أن:

(لاحظ أننا نسير بعكس اتجاه التيار).

$$(V_c - V_a) + (V_d - V_c) + (V_b - V_d) = V_{ba}$$

$$\left. \begin{aligned} (V_c - V_a) &= \xi_1 \\ (V_d - V_c) &= Ir_1 \\ (V_b - V_d) &= IR \end{aligned} \right\} 4 + (0.333)(1) + (0.333)(10) = 7.663V$$

$$\therefore V_{ab} = -7.663$$

وإذا ما سرنا باتجاه التيار فإن:

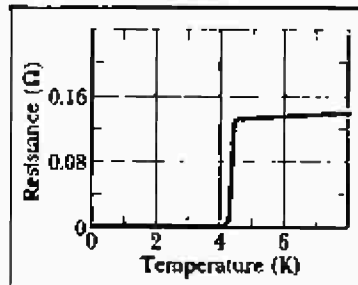
$$(V_c - V_a) + (V_b - V_c) = V_{ba}$$

$$\left. \begin{aligned} (V_c - V_a) &= \xi_2 \\ (V_b - V_c) &= -Ir_2 \end{aligned} \right\} 8 - (0.333)I = 7.663V$$

$$\therefore V_{ab} = -7.663V$$

7-8 فوق التوصيل أو فرط التوصيل Super Conductivity:

تمكن العالم الألماني الفيزيائي Kammerlingh Onnes من اكتشاف أن المقاومة النوعية للزئبق تختفي تماماً وتعتمد قيمتها عند درجة الحرارة المقاربة للمقدار (4 K)، انظر الشكل (7-12).



الشكل (7-11) يبين كيف أن مقاومة الزئبق تنخفض

إلى الصفر عند درجة الحرارة (4 K) ويكون الزئبق عندها صلباً

ولهذه الظاهرة أهمية استثنائية في عالم التكنولوجيا، وذلك أن الشحنات الكهربائية يمكنها المرور في هذه الحالة *super conductivity* دون أن تفقد أي جزء من المقدار ($I^2 R$) في معادلة القدرة الكهربائية وفقاً للمعادلة المعروفة ($W = I^2 R t$) والتي تسمى قانون جول للتسخين. كما أن القصدير هو الآخر تتلاشى مقاومته النوعية عند درجة الحرارة (7.2 K)، وعلى وجه العموم فإن جميع المعادن تقترب مقاومتها النوعية من الصفر كلما اقتربت درجة الحرارة من الصفر المطلق.

ومن الغريب جداً ونحن نتداول هذه الظاهرة *super conductivity* أن نذكر بأنه في عام 1986م لوحظ أن مركباً من مادة السيراميك *Ceramic*، وهو مادة عازلة، يمتلك هذه الخاصية نفسها عند درجة الحرارة (125 K).

وبخلاصة القول: إن المواد التي تمتاز بصفة فرط التوصيل تفقد مقاومتها الكهربائية فقداً تاماً عند درجات الحرارة المنخفضة *low temperature*، كما أن البحوث الحديثة تشير إلى أن المسألة ليست مقتصورة على درجات الحرارة المنخفضة، بل قد تحصل الظاهرة نفسها عند درجات حرارة مرتفعة نسبياً تؤدي إلى حصولها في درجة حرارة الغرفة مثلاً، وعلى أسوأ الاحتمالات عند درجة حرارة النيتروجين السائل وهي (77 K).

مسائل عامة محلولة

Solved problems

7-1 سلك من النحاس نصف قطره (0.9 mm) يمر خلاله تيار كهربائي مقداره (1.3 A).

أوجد حسابياً سرعة الانجراف ($\vec{v}_d$) للإلكترونات الناقلة إذا علمت أن عدد الإلكترونات الناقلة يساوي ($8.47 \times 10^{28} \text{ (m}^{-3}\text{)}$).

الحل:

إن سرعة انجراف (تدفق) الإلكترونات يمكن إيجادها من العلاقة:

$$v_d = \frac{J}{ne}$$

$$J = \frac{I}{A} = \frac{1.3 \text{ A}}{\pi(0.9 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 5.1 \times 10^5 \text{ (A/m}^2\text{)}$$

لاحظ هنا أن مساحة المقطع (A) هي عبارة عن مساحة دائرة:

$$A = \pi r^2$$

$$\begin{aligned} \therefore v_d &= \frac{5.1 \times 10^5 \text{ (A/m}^2\text{)}}{\left(8.47 \times 10^{28} \frac{\text{electrons}}{\text{m}^3}\right) \left(1.6 \times 10^{-19} \frac{\text{C}}{\text{electrons}}\right)} \\ &= 3.8 \times 10^{-3} \text{ (m/s)} \\ &= 3.8 \times 10^{-3} \text{ (cm/s)} \end{aligned}$$

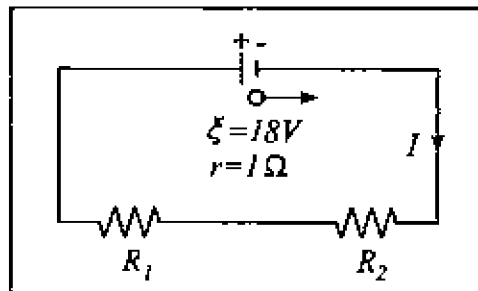
7-2 مقاومتان ($R_1 = 12 \Omega$) و ($R_2 = 5 \Omega$) قمنا بوصلهما على التوالي، انظر الشكل (7-13)،

بطارية قوتها الدافعة الكهربائية ($\xi = 18 \text{ V}$)، ومقاومتها الداخلية ($r = 1 \Omega$).

1- أوجد حسابياً مقدار التيار المار في الدائرة.

2- أوجد حسابياً مقدار الجهد بين طرفي كل مقاومة.

3- أوجد حسابياً مقدار فرق الجهد الطرفي للبطارية عندما تقوم بإرسال التيار الكهربائي.



الشكل (7-13) الامتحان الذاتي الثاني

الحل:

-1

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{\sum \xi}{\sum R} \\
 &= \frac{18V}{(12 + 5 + 1)\Omega} = \frac{18V}{18\Omega} \\
 &= 1A
 \end{aligned}$$

-2

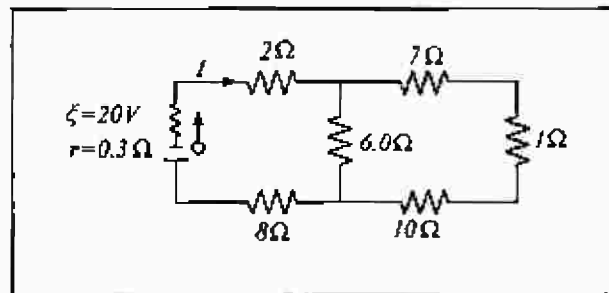
$$\begin{aligned}
 V_1 &= IR_1 = (1A) \times (12\Omega) = 12 \text{ volt} \\
 V_2 &= IR_2 = (1A) \times (5\Omega) = 5 \text{ volt}
 \end{aligned}$$

3- فرق الجهد الطرفي، هو القيمة الحقيقية لفرق الجهد بين قطبي البطارية في حالة إرسالها للتيار الكهربائي، إذ يتم من الناحية العملية فقدان مقدار من الجهد داخل البطارية عندما ترسل التيار الكهربائي بسبب مقاومتها الداخلية، نلاحظ أن المقاومة الداخلية في هذه المسألة هي (r) وتساوي (1Ω) .

$$V_{ob} = \text{فرق الجهد الطرفي} \Leftarrow$$

$$\begin{aligned}
 V_{ob} &= \xi - Ir \\
 &= 18V - (1A)(1\Omega) = 17 \text{ volt}
 \end{aligned}$$

7-3 لديك الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (7-14):



الشكل (7-14) الامتحان الذاتي الثالث

1- أوجد شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة؟

2- أوجد التيار والجهد الكهربائي عند كل مقاومة؟

الحل:

كل من المقاومات (7Ω) و (1Ω) و (10Ω) موصولة على التوالي، إذًا، المقاومة الحتافئة لها هي:

$$7 + 1 + 10 = 18\Omega$$

وهي موصولة على التوازي مع المقاومة (6Ω) ومحصلتها:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{6} = \frac{24}{108}$$

$$R_{eq} = \frac{108}{24} = 4.5\Omega$$

وهي، أي (R_{eq}) موصولة على التوالي مع كلٍ من المقاومات ($0.3\Omega, 8\Omega, 2\Omega$).

$$R_{tot} = 4.5\Omega + 2\Omega + 8\Omega + 0.3\Omega$$

$$= 14.8\Omega$$

$$I = \frac{\xi}{R_{tot}} = \frac{20V}{14.8\Omega} = 1.35A$$

7-4 سلك ناقل يبلغ طوله ($10m$) كما يبلغ نصف قطره ($5mm$) ، أما مقاومته النوعية فتساوي ($1.62 \times 10^{-8} \Omega.m$) ، وعدد الإلكترونات لوحدة الحجم تساوي ($5.9 \times 10^{28} m^{-3}$) ، فإذا مرّ خلاله تيار كهربائي مقداره ($1.5A$) ، أوجد حسابياً كلاً من:

1- كثافة التيار الكهربائي خلاله.

2- سرعة انسياب الإلكترونات خلاله.

3- شدة المجال الكهربائي حول هذا الناقل.

4- مقاومة الناقل.

5- ناقلية (موصلية) هذا الناقل.

الحل:

1- إنَّ كثافة التيار الكهربائي المار خلال السلك هي:

$$J = \frac{I}{A}$$

$$A = \pi r^2 = \pi (5 \times 10^{-3} m)^2 = 7.854 \times 10^{-5} m^2$$

$$J = \frac{1.5A}{7.854 \times 10^{-5} m^2} = 1.9 \times 10^4 (A/m^2)$$

2- سرعة الانسياب تساوي:

$$v_d = \frac{J}{ne}$$

$$= \frac{1.9 \times 10^4 (A/m^2)}{(5.9 \times 10^{28} m^{-3})(1.6 \times 10^{-19} C)} = 2.023 \times 10^{-6} (m/s)$$

3- شدة المجال الكهربائي تساوي:

$$\begin{aligned} E &= \rho J \\ &= (1.62 \times 10^{-8} \Omega.m)(1.9 \times 10^4 A/m^2) \\ &= 3.078 \times 10^{-4} (V/m) \end{aligned}$$

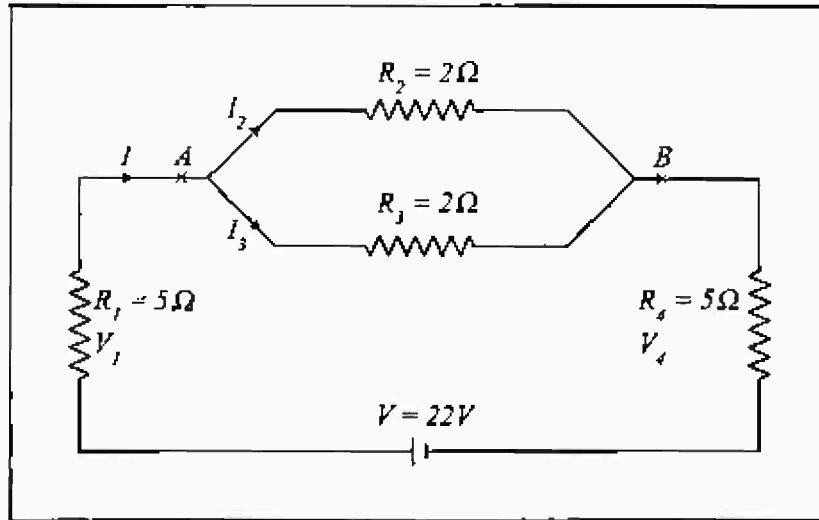
4- مقاومة الناقل هي:

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{L}{A} \\ &= (1.62 \times 10^{-8} \Omega.m) \frac{(10 m)}{(7.854 \times 10^{-3} m^2)} \\ &= 2.063 \times 10^{-3} \Omega \end{aligned}$$

5- أما ناقلية هذا الموصل فهي:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{\rho} \\ &= \frac{1}{(1.62 \times 10^{-8} \Omega.m)} = 6.173 \times 10^7 (\Omega.m)^{-1} \end{aligned}$$

7-5 تأمل الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل (7-15)، ستجد أن بطارية تعطي جهداً مقداره (22 V)، تفذي أربع مقاومات.



الشكل (7-15) الامتحان الذاتي الخامس

- 1- أوجد حسابياً مقدار شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة.
- 2- أوجد حسابياً مقدار شدة التيار الكهربائي المار في المقاومة (R_3).
- 3- أوجد حسابياً مقدار المقاومة النوعية للمقاومة (R_4)، إذا علمت أنها مصنوعة من سلك طوله (1 m)، ونصف قطره (2 mm).

الحل:

1- نلاحظ أن المقاومتين (R_2) و (R_3) مربوطتان على التوازي، والمقاومة المكافئة لهما هي:

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{eq}} &= \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \\ &= \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega} = \frac{2}{2\Omega} \\ \therefore R_{eq} &= 1\Omega\end{aligned}$$

نلاحظ أن مجموع المقاومات في الدائرة هو:

$$\begin{aligned}R &= R_1 + R_{eq} + R_4 \\ &= 5\Omega + 1\Omega + 5\Omega = 11\Omega \\ \therefore I &= \frac{V}{R} = \frac{22V}{11V} = 2A\end{aligned}$$

2- لحساب مقدار شدة التيار المار في المقاومة (R_3) نحتاج إلى معرفة فرق الجهد بين النقطتين (A) و (B)، حيث يمكن حسابه على الشكل الآتي:

$$\begin{aligned}V_{AB} &= I R_{eq} = \left(\frac{V}{R_1 + R_{eq} + R_4} \right) R_{eq} \\ &= 2A(1\Omega) = 2V \\ \therefore I_3 &= \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{2V}{2\Omega} = 1A\end{aligned}$$

3- أما مقدار المقاومة النوعية للمقاومة (R_4)، فيمكننا حسابه من العلاقة الرياضية بين المقاومة والمقاومة النوعية، على النحو الآتي:

$$\rho = R \frac{A}{L}$$

حيث إن:

$$R = 5\Omega$$

$$L = 1m$$

$$A = \pi r^2 = \pi (2 \times 10^{-3} m)^2 = 1.26 \times 10^{-5} m^2$$

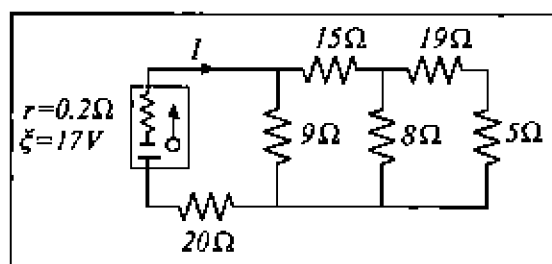
$$\rho = (5\Omega) \frac{(1.26 \times 10^{-5} m^2)}{1m}$$

$$= 6.28 \times 10^{-5} \Omega.m$$

مسائل وتمارين الفصل السابع

Chapter Seven Exercises & Problems

7-1 لديك الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (7-16). أوجد



الشكل (7-16)، مسألة (7-1)

أوجد شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة؟

7-2 مقاومتان ($12\ \Omega$) و ($2.4\ \Omega$) موصولتان على التوالي بطرئ مولد كهربائي، مقاومته الداخلية

($r = 0.6\ \Omega$) ويعطي قوة دافعة كهربائية مقدارها ($\mathcal{E} = 75\ \text{V}$) أوجد:

1- التيار الكهربائي المار في الدائرة.

2- الجهد في الجهد عبر المقاومة ($2.4\ \Omega$).

3- الجهد في الجهد عبر المقاومة ($12\ \Omega$).

4- قراءة فولتميتر موصول عبر طرئ المولد إذا كانت الدائرة مفتوحة.

7-3 يبلغ فرق الجهد الطرئ لبطارية جافة ($1.41\ \text{V}$)، ترسل تياراً قدره ($2\ \text{A}$)، أوجد مقدار مقاومتها

الداخلية إذا كان فرق الجهد يساوي ($1.59\ \text{V}$) عندما تكون الدائرة مفتوحة؟

7-4 يبلغ مقدار مقاومة ملف موصول على التوالي مع مصباح كهربائي ($5\ \Omega$).

أوجد مقدار مقاومة المصباح الكهربائي إذا كانت شدة التيار المار فيه ($4\ \text{A}$)، وذلك عندما

تُوصَل المجموعة بمصدر فولتية مقدارها ($100\ \text{V}$)؟

7-5 مولد قوته الدافعة الكهربائية تساوي ($120\ \text{V}$)، وفرق جهده الطرئ ($110\ \text{V}$).

كم هو مقدار مقاومته الداخلية عندما يرسل تياراً قدره ($20\ \text{A}$)؟

7-6 حزمة من الأيونات الموجبة، مضاعفة الشحنة الكهربائية، تحتوي على (2×10^8) من الشحنات لكل واحد سنتيمتر مكعب، تتحرك جميعها باتجاه الشمال بسرعة قدرها $(1 \times 10^3 \text{ m/s})$.

أوجد حسابياً كثافة التيار الكهربائي (J) .

7-7 سلك من النحاس يبلغ نصف قطره (1.5 mm) وطوله (10 m) ، يسري خلاله تيار مقداره $(2.4 \times 10^{-8} \text{ A})$. إذا كان عدد الإلكترونات لوحدة الحجم يساوي $(8.47 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})$ وشحنة الإلكترون تساوي $(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$ أوجد حسابياً كل من:

1- كثافة التيار الكهربائي (J) .

2- سرعة انجراف الإلكترونات داخل السلك.

3- إذا كان مقدار المجال الكهربائي حول الناقل يساوي $(6 \times 10^4 \text{ V/m})$ ، أوجد مقدار المقاومة الكهربائية لهذا الناقل.

7-8 قريباً من السطح، تبلغ كثافة البروتونات في الرياح الناشئة عن الشمس (8.70 cm^{-3}) وسرعتها (470 km/s) .

1- أوجد حسابياً كثافة التيار الكهربائي (J) لهذه البروتونات.

2- افترض أن المجال المغناطيسي للأرض لا يقوم بعملية إبعادها والتخلص من التيار الكهربائي الذي تسببه، أوجد محصلة التيار الكهربائي الذي ستلقاه الأرض. نصف قطر الأرض يساوي $(6.37 \times 10^6 \text{ m})$.

7-9 سكة عربة مصنوعة من الفولاذ، يبلغ مساحة مقطعها (56 cm^2) .

أوجد مقدار مقاومة مسافة قدرها (10 km) من هذه السكة إذا كانت المقاومة النوعية للفولاذ resistivity تساوي $(3 \times 10^{-7} \Omega \text{ m})$.

7-10 سلك مصنوع من مادة ناقلة للتيار الكهربائي، نصف قطره (0.5 mm) ، وطوله (4 m) ، أما مقاومته resistance فتساوي $(25 \text{ m}\Omega)$.

أوجد مقدار المقاومة النوعية لهذه المادة.

7-11 سلك مقاومته (6Ω) ، أجريت عليه عملية سحب بحيث ازداد طوله إلى ثلاثة أضعاف طوله الأصلي حيث لم تتغير كل من مقاومته النوعية وكثافته.

كم هي مقاومة السلك الجديد؟ أوجد ذلك حسابياً.

7-12 راديو ترانزستور صغير يعمل بفولتية مقدارها (9 V) وتبلغ قدرته (7 W) ، بقي يعمل لمدة (4 h) .

كم هو مقدار الشحنة الكهربائية التي استهلكها؟ أوجد ذلك حسابياً.

7-13 عند مرور تيار كهربائي مقداره (3 A) تتولد طاقة حرارية في المقاوم الناقل لهذا التيار مقدارها (100 W) .

أوجد مقدار مقاومة هذا الناقل.

مسائل اختيارية

Optional Problems

7-1 تبلغ مقاومة لفات آلة مصنوعة من النحاس عندما تكون متوقفة عن العمل (50Ω) عند درجة الحرارة ($20^\circ C$) ، بلغت هذه المقاومة (58Ω) بعدما عمل محركها لعدة ساعات.

أوجد درجة الحرارة عند هذه المقاومة إذا كانت المقاومة النوعية للنحاس تساوي ($1.69 \times 10^{-8} \Omega.m$) ، ومعاملها الحراري عند ($20^\circ C$) ($4.3 \times 10^{-3} K^{-1}$) على التوالي.

7-2 حزمة ثابتة من أشعة ألفا $alpha$ particles شحنة الواحدة منها ($q = 2e$) ، تسير بطاقة حركية ثابتة مقدارها ($20 MeV$) ، وتيار كهربائي ثابت مقداره ($0.25 A$).

1- إذا كانت الحزمة متوجهة إلى سطح مستو وبشكل عمودي عليه ، كم عدد جزيئات أشعة ألفا التي سوف تصطدم بهذا السطح خلال زمن قدره ($3 s$) ؟

2- أوجد عدد جزيئات أشعة ألفا في مسار طوله ($20 cm$) عند أية لحظة.

3- أوجد مقدار فرق الجهد الذي يجب تسليطه لتعجيل جزيئات أشعة ألفا كي تستطيع امتلاك طاقة حركية مقدارها ($20 MeV$) .

ملاحظة: $1 eV = 1.6 \times 10^{-19} J$.

7-3 استُخدم فرق جهد مقداره ($1.2 V$) بين طرفي سلك نحاسي طوله ($33 m$) وقطره ($0.1 cm$) ، أوجد كلاً من:

1- مقدار التيار الكهربائي المار في السلك.

2- كثافة التيار الكهربائي المار في السلك.

3- شدة المجال الكهربائي الذي يؤثر على السلك.

4- مقدار القدرة الحرارية المهدورة نتيجة لمرور التيار الكهربائي.

ملاحظة: المقاومة النوعية للنحاس عند درجة حرارة الغرفة تساوي ($1.69 \times 10^{-8} \Omega.m$) .

الخلاصة

Summary

- شدة التيار الكهربائي *Electric Current Intensity*: هي مقدار الشحنة الكهربائية (q) التي تعبر مقطعاً محدداً من الناقل خلال وحدة الزمن (t)، والرمز الشائع لشدة التيار الكهربائي هو (I)، وهي كمية عددية:

$$I(A) = \frac{q(C)}{t(s)}$$

- كثافة التيار الكهربائي *Electric Current density*: هي مقدار الشحنة الكهربائية (q) التي تعبر وحدة المساحة (A) خلال وحدة الزمن، أو بعبارة أخرى هي مقدار التيار الكهربائي (I) الذي يعبر وحدة المساحة (A)، وهي كمية اتجاهية:

$$\vec{J}(A.m^{-2}) = \frac{I(A)}{A(m^2)}$$

- المقاومة *Resistance*: هي النسبة العددية بين فرق الجهد (V) مقاساً بالفولت لعنصر كهربائي وشدة التيار الكهربائي المار خلاله (I) مقاساً بالأمبير:

$$R(ohm) = \frac{V(volt)}{I(ampere)}$$

ويمكننا إيجاد المقاومة المكافئة (R_{eq}) لمجموعة من المقاومات المتوصولة على التوالي من القانون:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

كما يمكننا إيجاد المقاومة المكافئة (R_{eq}) لمجموعة من المقاومات المتوصولة على التوازي من القانون:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

- الأوم *Ohm*: هو وحدة قياس المقاومة في النظام الدولي للقياس (SI)، ويساوي مقاومة عنصر كهربائي يمر خلاله تيار كهربائي مقداره واحد أمبير، إذا سُلط بين طرفيه فرق جهد مقداره واحد فولت.

- المقاومة النوعية *Resistivity*: هي مقاومة جزء من مادة العنصر الكهربائي طوله متر واحد، ومساحة مقطعه متر مربع واحد.

$$\rho(\Omega.m) = R(\Omega) \frac{A(m^2)}{L(m)}$$

- المعامل الحراري لمقاومة المادة *Heat Coefficient of resistance*: هو عبارة عن الزيادة الحاصلة في مقاومة جزء من المادة عندما ترتفع درجة حرارتها درجة واحدة.

$$\alpha(K^{-1}) = \frac{(R_T - R_0)\Omega}{R_0(\Omega)\Delta T(k)}$$

- سرعة الانجراف *Drift Velocity*: هي عبارة عن سرعة الإلكترونات الحرة في النواقل عند مرور التيار الكهربائي خلالها.

$$v_d(m/s) = \frac{J(A\ m^{-2})}{n(m^{-3})e(C)}$$

- القوة الدافعة الكهربائية *Electro motive force*: هي الشغل اللازم بذله لنقل وحدة الشحنات الكهربائية خلال الدائرة الكهربائية، وتقاس بوحدات فرق الجهد الكهربائي: الفولت.
- قانونا كيرشوف *Kirchhoff's rules*:

1- القانون الأول: إن مجموع التيارات الكهربائية التي تدخل أي نقطة تفرع في الدائرة الكهربائية يساوي مجموع التيارات الكهربائية، التي تخرج من النقطة نفسها، وهناك صيغة أخرى لهذا القانون وهي: المجموع الجبري لشدة التيارات الكهربائية عند أي نقطة في الدائرة الكهربائية يساوي الصفر.

$$I = I_1 + I_2 + \dots$$

$$I - I_1 - I_2 - \dots = 0$$

2- القانون الثاني: إن المجموع الجبري للتغيرات الحاصلة في الجهد الكهربائي خلال مسار مغلق في الدائرة الكهربائية يساوي صفراً، وهناك صيغة أخرى لهذا القانون وهي: إن المجموع الجبري لفروق الجهد بين طرفي كل عنصر في الدائرة الكهربائية المغلقة في ترتيب دوري معين، يساوي المجموع الجبري للقوى الدافعة الكهربائية فيها.

$$\sum \mathcal{E} = \sum \mathcal{V}$$

التيار المتناوب *Alternating Current*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يميّز الفروق الأساسية بين دوائر التيار المتناوب ودوائر التيار المستمر.
- أن يكون قادراً على وصف كلٍ من التيار وفرق الجهد عبر أجزاء دائرة التيار المتناوب.
- أن يحسب القيمة الفعالة لكل من: التيار، فرق الجهد، القوة الدافعة الكهربائية في دائرة التيار المتناوب.
- أن يحسب كلاً من القيمة العظمى والقيمة اللحظية لفرق الجهد، عبر أي جزء من أجزاء الدائرة، كما يتمكن من حساب زاوية الطور يسبق بها التيار أو يتخلف عن فرق الجهد.
- أن يحسب تردد الرنين في دائرة التيار المتناوب.
- أن يستخدم متجهات الطور للتيار والجهد لوصف دائرة التيار المتناوب.
- أن يحسب كلاً من ممانعة المكثف، ممانعة الملف، وكذلك ممانعة الدائرة بشكل عام.

التيار المتناوب

Alternating Current

8-1 المقدمة Introduction

بات من المعروف للجميع بأن منازلنا ومكاتبنا ومعاملنا يتم تغذيتها بالتيار المتناوب *alternating current*، والذي يكتفى بالإشارة إليه بالحرفين الإتكليزيين (a.c)، وذلك لتشغيل جميع الأجهزة الكهربائية علاوة على تأمين الإنارة اللازمة لهذه الأماكن، والمعروف كذلك بأن التيار المتناوب ذا التردد (60 Hz) يتغير اتجاهه في الثانية الواحدة 120 مرة بين القيمتين السالبة والموجبة على شكل تابع جيبي *sinusoidal fashion*.

إن الأجهزة التي تصنعها الشركات لتوليد القوة الكهربائية الدافعة من النوع المتردد *alternating emf* تنتشر *propagate* على طول السلك الناقل بسرعة تقترب من سرعة الضوء، وهذا ما يؤكد على أن كافة الإلكترونات بغض النظر عن مكان تواجدتها في الناقل تغير اتجاهها في الوقت ذاته. إن الحكمة الأساسية وراء الاعتماد على التيار المتناوب تتمثل في أن التيار المتناوب يتردد كما يتودد المجال المغناطيسي المحيط بالناقل الكهربائي وهذا ما يتيح الفرصة كاملة لاستخدام قانون فاراداي في الحث الكهرومغناطيسي *Faraday's law of induction*، بمعنى أننا نستطيع التحكم بمقدار الجهد الكهربائي زيادة أو نقصاناً وذلك باستخدام المحولة الكهربائية *transformer device*، إضافة إلى أن التيار المتناوب يعتبر ملائماً جداً للمكائن الدوارة كالمولدات والحركات كما سنوضح ذلك في الفقرة القادمة.

8-2 القوة الدافعة الكهربائية والتيار المتناوب Electromotive force and alternating

: *current (a. c)*

إن القوة الدافعة الكهربائية تنشأ عند دوران ملف في مجال مغناطيسي خارجي (B)، انظر الشكل (8-1) وهي من النوع المتناوب *alternating*، وذلك بسبب مرور التيار الكهربائي في الملف. إن هذا الترتيب المبسط يمكننا من الحصول على فرق في الجهد المتناوب *alternating potential difference* بمقدار وقطبية ثابتين.

إن القوة الدافعة الكهربائية المتناوبة يُعبّر عنها بالصيغة الرياضية الآتية:

$$\xi = \xi_m \sin \omega t \quad (8-1)$$

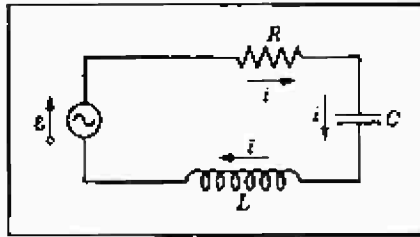
والتي تتج التيار المتناوب (a. c) الذي تمثله الصيغة الرياضية الآتية:

$$i = I_m \sin \omega t \quad (8-2)$$

حيث إن $(I_m, \mathcal{E}_m)$ تمثلان القيم العظمى *Amplitude* للقوة الدافعة الكهربائية والتيار المتناوبين، بينما تمثل $(i, \mathcal{E})$ القيمة الآنية *Instantaneous* لكل منهما. وبصفة عامة يمكننا توضيح العلاقة بين كل من القوة الدافعة الكهربائية ($\mathcal{E}$) المتناوبة، والتيار الكهربائي (i) المتناوب، عندما تُستخدم لتزويد دائرة كهربائية مكونة من مقاومة (R) ومكثف (C) وملف (L)، انظر الشكل (8-1).

إن القوة الدافعة الكهربائية التي تعبر عنها المعادلة (8-1) تؤدي إلى مرور تيار متناوب (a. c). نعبّر عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$i = I_m \sin (\omega t + \phi) \quad (8-3)$$



يبين الدائرة التي يظهر فيها مولد التيار المتناوب والقوة الدافعة الكهربائية ($\mathcal{E}$)، كما يظهر فيها مكوناتها الثلاثة (R)، (C)، (L)

الشكل (8-1)

وفيهما يمتلك التيار اللحظي (i) القيمة نفسها في أي لحظة زمنية وذلك في جميع أجزاء دائرة التيار المتناوب، كما أن التردد الزاوي (ω) *angular frequency* للمولد يساوي التردد الزاوي نفسه للتيار المتناوب.

إن القيم الأساسية للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة هي سعتها العظمى $(\mathcal{E}_m)$ وتردد الزاوي (ω)، أما القيم الأساسية للتيار المتناوب في الدائرة المبينة في الشكل (8-1) والمكونة من المقاومة (R) والمكثف (C) والملف (L) فهي سعته (I) وثابت متجه الطور (ϕ) *phase constant*. ونستطيع أن نلخص القيم المعلومة والقيم التي نهدف إلى تحديدها في الجدول (8-1).

المعطيات (معلومة)	المطلوب تحديده
المولد $\omega, \mathcal{E}_m, generator$	I, ϕ
الدائرة L, C, R	I, ϕ

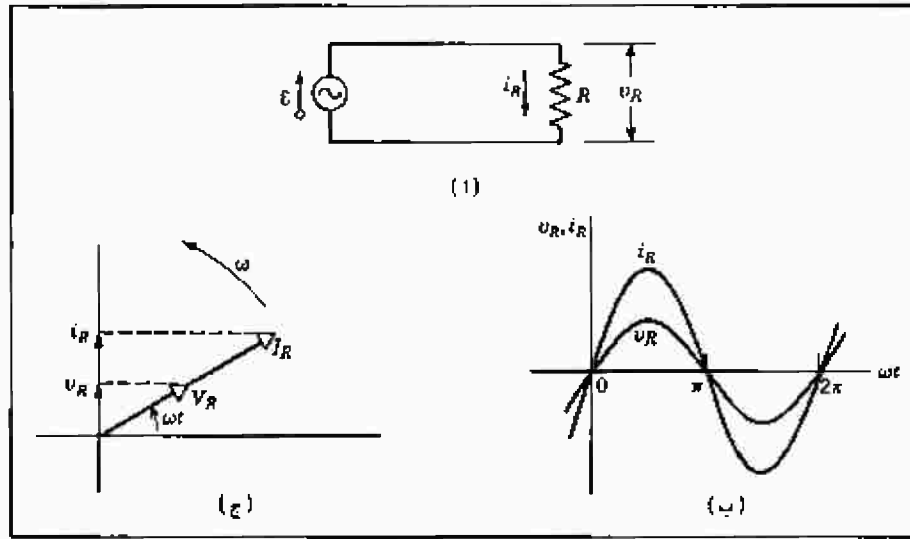
الجدول (8-1)

8-3 ثلاث دوائر بسيطة Three simple Circuits :

إن الهدف من هذه الفقرة هو تبسيط المفاهيم الأساسية للدائرة المبينة بالشكل (8-1)، وذلك باعتماد ثلاث دوائر للتيار المتناوب يحتوي كل منها على جزء واحد من مكوناتها وتشتمل كذلك على مولد للقوة الدافعة الكهربائية لضمان مرور التيار المتناوب فيها.

8-3-1 دائرة مقاومة A resistive Circuit :

يهدف دراسة المقاومة في دائرة التيار المتناوب، دعنا نتأمل الشكل (8-2).



الشكل (8-2)

(أ) دائرة بسيطة تحتوي على مقاومة (R) موصولة مع مولد التيار المتناوب.

(ب) كل من التيار والجهد عبر المقاومة ولهما متجه الطور نفسه (ϕ).

(ج) توضيح ما حصل في الجزء (ب) بواسطة متجه الطور.

من خلال الشكل (8-2 أ) نجد أن الدائرة الكهربائية تحتوي مولداً للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة (ξ) تم وصل مقاومة مقدارها (R) معها على التوالي، يمر بها تيار كهربائي متناوب لحظي (i_R)، ويتطبق قانون الدائرة الكهربائية في أي لحظة زمنية (قانون كيرشوف الثاني) نجد:

$$\xi - v_R = 0$$

ومن المعادلة (8-1) نجد أن فرق الجهد اللحظي بالنسبة للمقاومة هو:

$$v_R = \xi_m \sin \omega t$$

وبما أن السعة العظمى لفرق الجهد المتناوب أو الجهد المارة خلال المقاومة (v_R) مساوية للسعة العظمى للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة ($\mathcal{E}_m$)، إذن نستطيع أن نعبر عن فرق الجهد 'المتناوب عبر المقاومة بالمعادلة الآتية:

$$v_R = V_R \sin \omega t \quad (8-4)$$

ومن تعريفنا للمقاومة وفق قانون أوم نستطيع أن نعبر عن التيار المار خلالها (i_R) على النحو الآتي:

$$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{V_R}{R} \sin \omega t$$

$$i_R = I_R \sin \omega t \quad (8-5)$$

وبمقارنة المعادلتين (8-2) و (8-5)، وبملاحظة أن متجه الطور في هذه الحالة يساوي لي الصفر ($\phi = 0$)، نستطيع أن نستنتج أن القيمة العظمى لكل من الجهد والتيار المتناوبين عبر المقاومة يرتبطان بالمعادلة الآتية:

$$V_R = I_R R (\text{resistor}) \quad (8-6)$$

وتستخدم المعادلة (8-6) عندما تحتوي دائرة التيار المتناوب على مقاومة فقط، مهما كانت الدائرة معقدة.

إن مقارنة المعادلتين (8-3) و (8-4) تؤكد أن القيم اللحظية لكل من الجهد (v_R) والتيار (i_R) لهما متجه الطور نفسه *in phase*، وهذا ما يؤكد أيضاً أن قيمهما العظمى تحصلان عند الزمن نفسه، انظر الشكل (8-3 ب) حيث يبين رسماً بيانياً لكل من $v_R(t)$ و $i_R(t)$.

يمكننا بطريقة أخرى أن نوضح كيف أن كلا من (v_R) و (i_R) لهما متجه الطور نفسه، وذلك باستخدام طريقة المتجه الدوار *phasors* بعكس عقارب الساعة، انظر الشكل (8-2 ج)، وذلك عند أية لحظة زمنية حيث تكون فيها زاوية الطور *phase angle* مساوية إلى (ωt). مرة أخرى. ومن خلال الشكل نفسه وبأخذ مسقط كل من المتجه الدوار للجهد (v_R) والمتجه الدوار للتيار (i_R) على المحور العمودي (y) نحصل على المقادير الآتية لهاتين الكميتين المتناوبتين (v_R) و (i_R)، واللتين لهما الطور نفسه *in phase*، أي أنهما متطابقتي الطور، وهذا ما يؤكد دائماً بأن ضابط الطور لكل منهما يقع على الآخر وعلى طول الخط المستقيم نفسه.

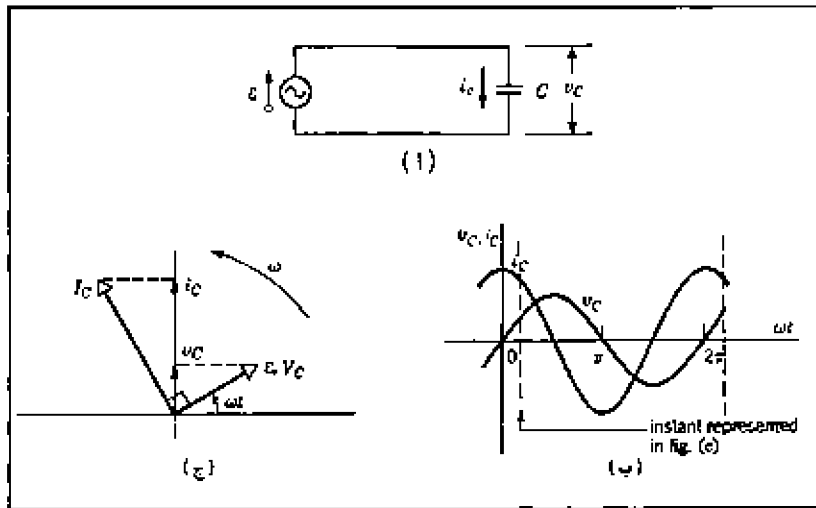
8-3-2 المكثف في دائرة التيار المتناوب *A capacitive Circuit*

يهدف دراسة المكثف في دائرة التيار المتناوب، دعنا نتأمل الشكل (8-3).

من خلال الشكل (8-3 أ) نجد أن الدائرة الكهربائية تحتوي مولداً للقوة الدافعة الكهربائية

المتناوبة تساوي إلى (ك) تم وصل مكثف سعته (C) معها على التوالي، يمر بها تيار كهربائي متناوب لحظي (i_c)، وينطبق قانون الدائرة الكهربائية عليها في أي لحظة زمنية، نجد أن فرق الجهد اللحظي عبر المكثف عبارة عن:

$$v_c = V_c \sin \omega t \quad (8-7)$$



الشكل (8-3)

- (أ) دائرة بسيطة تحتوي على مكثف (C) ومولد للتيار المتناوب.
- (ب) كل من فرق الجهد والتيار عبر المكثف، وفيه يظهر كيف أن الجهد يتأخر بمقدار (90°) عن التيار.
- (ج) متجه الطور يوضح ما يحصل في الجزء (ب) من هذا الشكل.

حيث تمثل (V_c) السعة العظمى للقولتية المارة عبر المكثف، وباستخدام تعريف سعة المكثف capacitance نستطيع إعادة صياغة المعادلة (8-7) على النحو الآتي:

$$q_c = C v_c = C V_c \sin \omega t \quad (8-8)$$

وبما أننا نسعى إلى معرفة التيار اللحظي المار خلال المكثف وليس الشحنة الكهربائية، فلا بد من اشتقاق طريقة المعادلة (8-8) بالنسبة للزمن لهذا الغرض، وهكذا نجد أن:

$$i_c = \frac{dq_c}{dt} = \omega C V_c \cos \omega t \quad (8-9)$$

نستطيع الآن إعادة صياغة المعادلة (8-9) للمكثف، وذلك لغرض مقارنتها مع المعادلة الرياضية (8-6) للمقاومة، ولهذا الغرض سوف نعرّف الكمية (X_c) والتي يُطلق عليها اسم ممانعة المكثف Capacitive reactance والتي تعبّر عنها رياضياً على الشكل الآتي:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \text{ممانعة المكثف} \quad (8-10)$$

ويتضح من خلال المعادلة الرياضية (8-10) أن مقدار ممانعة المكثف يعتمد على كل من مقدار سعة المكثف (C) وكذلك التردد الزاوي ω angular frequency الذي يعمل عنده المكثف.

ومن خلال تعريف ثابت الزمن للمكثف $\tau = RC$ Capacitive time constant ، نستطيع معرفة وحدة قياس ممانعة المكثف (X_C) في النظام الدولي للقياس وهي كما يتضح ببساطة وحدة قياس المقاومة نفسها ، أي الأوم Ω ، ذلك أن وحدة قياس السعة (C) في النظام الدولي للقياس يمكننا التعبير عنها بالوحدة الثانية لكل أوم ووحدة قياس التردد الزاوي هو راديان لكل ثانية ، وبتعويض ذلك في المعادلة (8-10) نجد أن وحدة قياس ممانعة المكثف هي الأوم.

وبالرجوع مرة أخرى إلى المعادلة (8-9) وبعد استبدال الدالة $(\cos \omega t)$ بما يساويها بدلالة الدالة $(\sin \omega t)$ ، ذلك أن:

$$\cos \omega t = \sin (\omega t + 90^\circ)$$

يمكننا إعادة صياغة المعادلة (8-9) على النحو الآتي:

$$i_C = \left(\frac{V_C}{X_C} \right) \sin (\omega t + 90^\circ)$$

$$i_C = I_C \sin (\omega t + 90^\circ) \quad (8-11)$$

وبمقارنة المعادلتين (8-3) و (8-11) نجد أن ثابت الطور $(\phi = -90^\circ)$ ، وذلك إذا كانت الدائرة الكهربائية تحتوي على مكثف فقط ، كما أننا نستطيع أن نعبر رياضياً عن السعة العظمى للفرق الجهدية المارة خلال المكثف بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$V_C = I_C X_C \quad (\text{مكثف}) \quad (8-12)$$

ومن المناسب ذكره هنا أن المعادلة (8-12) تُستخدم في حال وجود مكثف مفرد في أي دائرة يمر بها تيار متناوب (a. c.) مهما كانت الدائرة معقدة.

ومن خلال الشكل (8-3 ب) وكذلك من خلال مقارنة المعادلتين (8-7) و (8-11) نجد أن الكميات اللحظية لكل من الجهد والتيار (V_C) و (i_C) تفصلهما عن بعضهما زاوية مقداره (90°) أو ربع دائرة أي أنهما متفاوتتي الطور out of phase ، وهذا ما يؤكد بأن التيار المتناوب في مكثف (i_C) يصل إلى قيمته العظمى قبل أن تصل الجهد (V_C) إلى قيمتها العظمى بمقدار ربع دائرة أو (90°) . وهذا ما يمكن توضيحه تماماً بواسطة رسم المتجه الدوار phasor diagram ، انظر الشكل (8-3 ج) لتجد أنه متفق تماماً مع المعادلتين (8-7) و (8-11).

مثال (8-1) Example:

في الشكل (8-3 أ) إذا كانت قيمة سعة المكثف تساوي $(C = 15.0 \mu F)$ ، ويبلغ مقدار تردد التيار المطلوب $(f = 60 \text{ HZ})$ ، بينما تبلغ السعة العظمى للجهد $(E_m = V_c = 36 \text{ V})$.

أوجد حسابياً:

1- مقدار معانعة المكثف (X_c) للمكثف.

2- مقدار السعة العظمى للتيار (I_c) .

الحل Solution:

1- من المعادلة (8-10) نجد أن:

$$\begin{aligned} X_c &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \\ &= \frac{1}{(2\pi)(60 \text{ HZ})(15.0 \times 10^{-6} \text{ F})} \\ &= 177 \Omega \end{aligned}$$

ومن المناسب هنا أن يتذكر القارئ بأن وحدة قياس معانعة المكثف هي الأوم، ولكنها ليست مقاومة، بل معانعة المكثف.

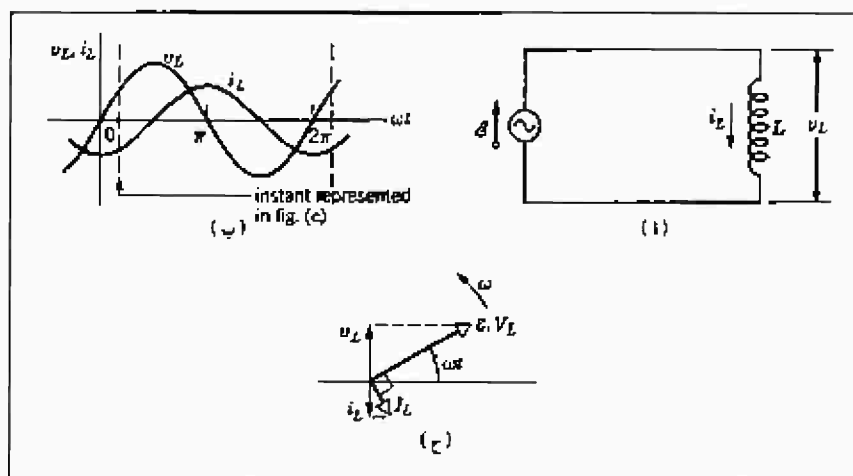
2- ومن المعادلة (8-12) نجد أن:

$$I_c = \frac{V_c}{X_c} = \frac{36 \text{ V}}{177 \Omega} = 0.203 \text{ A}$$

ومن المناسب أن نؤكد مرة أخرى هنا أن معانعة المكثف تقوم بدور المقاومة نفسه في دائرة التيار المتناوب، كما أننا ننوه بأن العلاقة بينها وبين التردد هي علاقة عكسية، أي أنه كلما زاد التردد قلت معانعة المكثف.

8-3-3 الملف في دائرة التيار المتناوب An inductive Circuit:

بهدف دراسة الملف في دائرة التيار المتناوب، دعنا نتأمل الشكل (8-4).



الشكل (8-4)

- (أ) دائرة بسيطة تحتوي على مكثف (L) ومولد للتيار المتردد.
 (ب) يوضح العلاقة بين فرق الجهد والتيار عبر الملف، كما يتبين كيف أن فرق الجهد يتقدم التيار بمقدار (90°) .
 (ج) متجه الطور يوضح ما يحصل في الجزء (ب) من هذا الشكل.

من خلال الشكل (8-4 أ) نجد أن الدائرة الكهربائية تحتوي مولداً للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة ($\mathcal{E}$) تم وصله مع ملف (L) على التوالي، يمر به تيار كهربائي متناوب لحظي (i_L)، وبتطبيق قانون الدائرة الكهربائية عليها في أي لحظة زمنية، نجد أن فرق الجهد اللحظي عبر الملف صيغة عن:

$$v_L = V_L \sin \omega t \quad (8-13)$$

حيث (V_L) هي السعة العظمى للفولتية المارة عبر الملف، وباستخدام تعريف ممانعة الملف inductance نستطيع إعادة صياغة المعادلة (8-13) على النحو الآتي:

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (8-14)$$

وبدمج المعادلتين (8-13) و (8-14) نجد أن:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_L}{L} \sin \omega t \quad (8-15)$$

وبما أننا نسعى إلى معرفة التيار اللحظي المار خلال الملف وليس على مشتقته الأولى، فنسعى للزمن فلا بد إذن من إجراء عملية التكامل integration على طرفي المعادلة (8-15)، وهكذا نجد أن:

$$i_L = \int di_L = \frac{V_L}{\omega L} \int \sin \omega t dt (\omega)$$

$$i_L = -\left(\frac{V_L}{\omega L}\right) \cos \omega t \quad (8-16)$$

ونستطيع الآن إعادة صياغة المعادلة (8-16) نفرض مقارنتها مع المعادلة الرياضية (8-6) والمعادلة (8-12)، ولتحقيق هذا الفرض سوف نعرف الكمية (X_L) التي يطلق عليها ممانعة الملف *inductive reactance* والتي نعرف على النحو الآتي:

$$X_L = \omega L \text{ (ممانعة الملف)} \quad (8-17)$$

ويتضح من خلال المعادلة الرياضية (8-17) أن مقدار ممانعة الملف تعتمد على كل من ممانعة الملف (L) وكذلك التردد الزاوي (ω) الذي يعمل عنده الملف. ومن خلال وحدات قياس كل من (ω) و (L) في النظام الدولي نستطيع التأكد بأن وحدة قياس (X_L) هي الأوم تماماً مثلها مثل: (X_C) . وبالرجوع مرة أخرى إلى المعادلة (8-16) وبعد استبدال $(\cos \omega t)$ بما يساويها بدلالة $(\sin \omega t)$ ، ذلك أن:

$$-\cos \omega t = \sin (\omega t - 90^\circ)$$

إذاً نستطيع إعادة صياغة المعادلة (8-16) على النحو الآتي:

$$i_L = \left(\frac{V_L}{X_L}\right) \sin (\omega t - 90^\circ)$$

$$i_L = I_L \sin (\omega t - 90^\circ) \quad (8-18)$$

وبمقارنة المعادلتين (8-13) و (8-18) نجد أن متجه الطور يساوي $(\phi = +90^\circ)$ ، وذلك إذا كان الحمل في الدائرة الكهربائية عبارة عن ملف فقط، كما أننا نستطيع أن نعبر رياضياً عن السعة العظمى لجهد المارة خلال الملف بالعلاقة الآتية:

$$V_L = I_L X_L \text{ (ملف)} \quad (8-19)$$

ونستخدم المعادلة (8-19) في حال وجود ملف مفرد في أي دائرة يمر بها تيار متناوب (a. c.) مهما كانت الدائرة معقدة.

إن مقارنة المعادلتين (8-18) و (8-13) وكذلك ملاحظة الشكل (8-4 ب) يؤكد أن الكميتين (i_L) و (V_L) يفصلهما عن بعضهما فرق في الطور مقداره (90°) ، كما نلاحظ أن (i_L) متخلف عن (V_L) بهذا المقدار، وبمعنى آخر فإن التيار اللحظي في الملف (i_L) يصل إلى قيمته العظمى

بعدما تصل الجهد اللحظية في الملف (v_L) قيمتها العظمى بربع دورة $one-quarter\ cycle$. ومرة أخرى نجد أن المتجه الدائر يؤكد كذلك أن (i_L) يتخلف أو يتأخر بزاوية (90°) عن الجهد (v_L)، انظر الشكل (8-4 ج).

العلاقات الرياضية لمتجه الطور وسعة كل من التيار والجهد المتناوبة العظمى

علاقة السعة	مقدار متجه الطور	طورا لتيار	الممانعة	الرمز	عنصر النائرة
$V_R = IR$	0°	$In\ phase\ with\ v_R$	R	R	مقاومة
$V_C = IX_C$	-90°	$Leads\ by\ v_C\ 90^\circ$	X_C	C	مكثف
$V_L = IX_L$	$+90^\circ$	$Lags\ by\ v_L\ 90^\circ$	X_L	L	محث

الجدول (8-2)

Many student remember these phase relations with mnemonic "ELI the ICE man"

يبين طور كل من التيار وفرق الجهد عبر المكونات الثلاثة لدائرة (RLC) على التوالي، كما يبين مقايير زوايا الطور بينهما يوضح الجدول أيضاً العلاقات الرياضية التي يمكن استخدامها لحساب السعة العظمى للفلتية في مكونات الدائرة الأساسية

ولأهمية العلاقة بين كل من التيار اللحظي (i) والجهد في كل من المكونات الثلاثة للمقاومة والمكثف والملف (L) و (C) و (R) في دائرة التيار المتناوب ($a.c.$)، نرى من الضرورة بمكان أن يتأمل القارئ الجدول (8-2) الذي تم ترتيبه لمساعدته على سرعة تذكر هذه العلاقة المهمة.

مثال (8-2): Example

في الشكل (8-4 أ) يبلغ مقدار ممانعة الملف ($L = 230\ mH$)، ويبلغ مقدار تردد التيار المتناوب المار خلاله ($f = 60\ Hz$)، إذا علمت أن مقدار السعة العظمى للفلتية ($V_L = 36.0\ V$).

- 1- أوجد حسابياً مقدار ممانعة الملف Inductive reactance (X_L).
- 2- أوجد حسابياً مقدار السعة العظمى للتيار (I_L) المار في الدائرة.

الحل Solution:

1- باستخدام المعادلة الرياضية (8-17)، نجد أن:

$$\begin{aligned} X_L &= \omega L = 2\pi fL \\ &= (2\pi)(60\ Hz)(230 \times 10^{-3}\ H) \\ &= 86.7\ \Omega \end{aligned}$$

2- وبتطبيق العلاقة الرياضية (8-19)، نجد أن:

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{36\ V}{86.7\ \Omega} = 0.415\ A$$

من المناسب أن يتنبه الطالب هنا إلى أن العلاقة بين ممانعة الملف والتردد هي علاقة طردية. أي أن الترددات العالية ترافقها ممانعات ملفات عالية.

8-4 دائرة RLC على التوالي *The Series RLC Circuit*:

بعد أن أتممنا دراسة الدوائر البسيطة لعناصر الدائرة الكهربائية التي يمر بها تيار متناوب، وذلك لكلٍ من المقاومة (R) والملف (L) والمكثف (C) على انفراد، أصبح من المناسب دراسة الدائرة التي تشتمل على المكونات الثلاثة في آن معاً.

تأمل الشكل (8-1)، تجد أن العناصر الثلاثة (R) و(L) و(C) تم وصلها على التوالي بمصدر للقوة الدافعة الكهربائية في الدائرة والتي عبّرنا عنها بالعلاقة الرياضية:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t \quad (8-20)$$

أما التيار المتناوب ($a.c.$) المار خلال الدائرة فتمثله العلاقة الرياضية:

$$i = I \sin (\omega t - \phi) \quad (8-21)$$

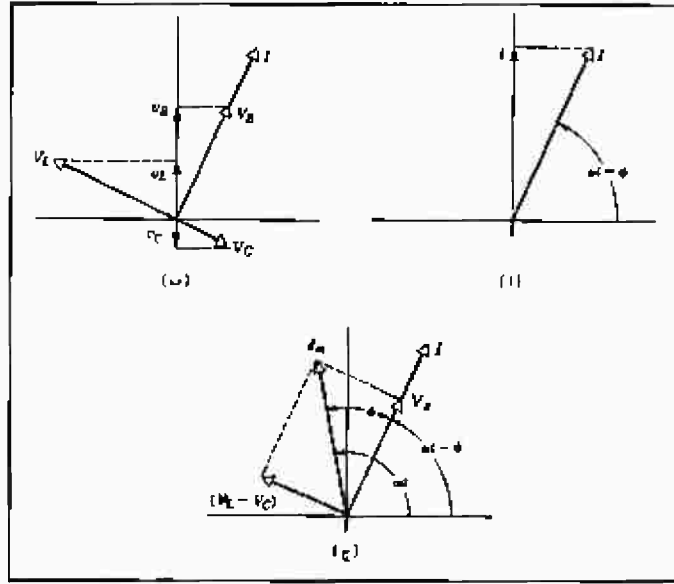
إن هدفنا الآن هو تحديد العلاقات الرياضية المعبرة عن كلٍ من السعة العظمى للتيار (I) وكذلك ثابت الطور (ϕ).

وسوف نبدأ الآن باستخدام قانون المسار المغلق *loop rule* على الدائرة المبينة في الشكل (8-1)، والذي سيفؤدي إلى:

$$\mathcal{E} = v_R + v_L + v_C \quad (8-22)$$

إن هذه المعادلة ذات الحدود الأربعة المتغيرة تبقى صحيحة في أي لحظة من عمل الدائرة. ولإكمال دراسة كلٍ من (I) و(ϕ) انظر الشكل (8-5) حيث يمثل مواقع متجهات الطور *phasor diagram*.

تأمل الشكل (8-5) وستلاحظ أن القيمة العظمى للتيار هي (I) وطوره هو ($\omega t - \phi$)، أما القيمة الآتية للتيار فهي (i) وتلاحظ أيضاً أنها مشتركة لجميع عناصر الدائرة.



الشكل (8-5)

- (أ) متجه الطور لكل من القيمة العظمى للتيار (I) والقيمة الآتية له (i).
 (ب) متجهات الطور لفرق الجهد عبر المقاومة، المكثف والملف، ولاحظ فروق الطور بالنسبة للتيار.
 (ج) محصلة الجهد عبر كل من المكثف والملف، وموقع فولتية المقاومة، مع بيان موقع القوة الدافعة الكهربائية (emf).

إنّ المعلومات التي أوردناها في الجدول (8-2) تمكّنتنا من تحديد متجهات الطور $pharos$ والتي تمثل الجهد عبر كل من (R)، (L)، (C)، انظر الشكل (8-5 ب) وذلك عند اللحظة التي يكون فيها الطور مساوياً إلى ($\phi - \alpha$). تأمل الشكل (8-5 ب) ثم ابدأ باستخدام العمليات الجبرية على الكميات المتجهة لتجد أنّ ذلك يقودنا إلى الشكل (8-5 ج)، حيث يمكننا تحديد القيمة العظمى للتيار (I) على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} \xi_m^2 &= V_r^2 + (V_L - V_C)^2 \\ \xi_m^2 &= (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2 = I^2 [R^2 + (X_L - X_C)^2] \\ I &= \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \end{aligned} \quad (8-23)$$

إن المقام في هذه المعادلة (8-23) يسمى ممانعة الدائرة المكونة من المقاومة والمكثف والملف *Impedance* ويشار إليها بالحرف الإنكليزي (Z)، أي أنّ:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (8-24)$$

وبناءً على ذلك يمكننا أن نعبد التعبير عن القيمة العظمى للتيار على النحو الآتي:

$$I = \frac{\xi_m}{Z} \quad (8-25)$$

كما يمكننا أن نعبر عنه مرة أخرى، وذلك بتعويض المقادير (X_L) و (X_C) من المعادلتين (8-17) و (8-10) لنحصل على:

$$I = \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad \text{السعة العظمى للتيار} \quad (8-26)$$

إنَّ المعادلة (8-26) تسمى معادلة الرنين للدائرة *resonance*، وذلك لأن قيمة التيار (I) كما أسلفنا هي القيمة العظمى وهي القيمة التي يحدث عندها الرنين، ولكي نحصل على قيمة التيار العظمى، ومن خلال المعادلة (8-26) نجد أن، الشرط اللازم لذلك هو:

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L$$

$$\omega^2 CL = 1$$

أي أن مقدار التردد الزاوي (ω) عند حدوث الرنين *resonance* يساوي إلى:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

كما أن المعادلة (8-26) تبين أن القيمة العظمى للتيار في حالة الرنين تزداد إذا نقصت قيمة المقاومة.

8-4-1 ثابت الطور للدائرة (RLC) *The phase constant*:

بعد أن تمكنا من إيجاد الصيغة الرياضية المعبرة عن القيمة العظمى للتيار، لا بد لنا من أن نحدد الصيغة الرياضية لحساب ثابت الطور (ϕ) ، إنَّ الرجوع مرة أخرى إلى الشكل (8-5) والجداول (8-1) يمكننا من التعبير عن ثابت الطور (ϕ) باستخدام النسبة المثلثية المعروفة لكل هذه الزاوية وذلك على النحو الآتي:

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR}$$

والتي تؤدي إلى:

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad \text{ثابت الطور} \quad (8-27)$$

إنَّ ملاحظة المعادلة (8-27)، وبعد استخدام تعريف كل من (X_L) و (X_C) يقودنا إلى الاستنتاج بأننا تمكنا من التعبير عن ثابت الطور (ϕ) بدلالة كل من (L) و (C) و (R) و (ω) دون أن يكون هناك أثر للمقدار (ξ_m) الذي يمثل القيمة العظمى للقوة الدافعة الكهربائية. إنَّ هذه المعادلة تقودنا إلى إيجاد

ثابت الطور للتيار بالنسبة للقوة الدافعة الكهربائية (emf) المستخدمة في الدائرة. وربما حان الوقت لتساءل لماذا افترضنا خلال دراستنا لهذه الدائرة ($R L C$) بأن ممانعة الملف (X_L) تكون أكبر من ممانعة المكثف (X_C) ، إن ملاحظة بسيطة لمعادلة التيار (8-23) تفيدها بأن المقدار ($X_L - X_C$) سوف لن تتغير قيمته باعتباره مرفوعاً للقوة الموجبة ($+$ 2)، أي المقدار ($X_L - X_C$) للتربيع يبقى موجباً.

8-4-2 حالتان محدودتان لدائرة (RLC)

1- إذا كان المقدار ($R = X_L = 0$) في المعادلتين (8-23) و (8-27)، فإن التعبير الرياضي عن التيار يزول إلى المعادلة:

$$I = \frac{\xi_m}{X_C}$$

أما ثابت الطور فيزول إلى المعادلة:

$$\tan \phi = -\infty$$

إذاً:

$$\phi = -90^\circ$$

وهذا ما يؤكد أن الدائرة في هذه الحالة هي عبارة عن دائرة ممانعة مكثف *capacitive circuit* فقط.

2- إذا كان المقدار ($R = X_C = 0$) في ذات المعادلتين المذكورتين في الحالة الأولى، فإن التعبير الرياضي عن التيار يزول إلى المعادلة:

$$I = \frac{\xi_m}{X_L}$$

أما ثابت الطور فيزول إلى المعادلة:

$$\tan \phi = +\infty$$

$$\phi = +90^\circ$$

وهذا ما يؤكد أن الدائرة في هذه الحالة هي عبارة عن دائرة ممانعة ملف *inductive circuit* فقط.

من الجدير بنا أن نؤكد بأن التيار الذي تمّ تحديده في المعادلات (8-21) و (8-23) و (8-26) هو تيار ثابت *steady-state* وهو ما يحصل عادة بعض مضي وقت قصير من استخدام القوة الدافعة الكهربائية (emf) في الدائرة، ولكن لا بد من التأكيد مرة أخرى بأن هناك تياراً مؤقتاً *transient current* لا يستهان به، فهو قد يؤدي إلى تلف المحرك إذا لم نحتط لتأثيره خلال عملية تصميم الدائرة الكهربائية الخاصة

بالمحرك الكهربائي، ويمكن استئصاله بواسطة ثوابت الزمن الفعال للدائرة والذي نعبّر عنه بالمعادلة $(\tau_L = L/R)$ للملف، وكما نعبّر عنه بالمعادلة وتساوي $(\tau_C = RC)$ للمكثف.

مثال (8-3): Example

في الشكل (8-1) اخترنا القيم التالية لعناصر الدائرة:

$$\xi_m = 36 V, \quad F = 60 \text{ HZ}, \quad L = 230 \text{ mH}, \quad C = 15 \mu F, \quad R = 160 \Omega$$

1- أوجد حسابياً مقدار ممانعة الدائرة (Z) impedance.

2- أوجد حسابياً مقدار السعة العظمى للتيار (I) amplitude.

3- أوجد حسابياً مقدار ثابت الطور (ϕ) phase constant.

الحل Solution:

1- باستخدام المعادلة الرياضية (8-24)، نجد أن:

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ X_L &= \omega L = 2\pi f L \\ &= 2\pi(60 \text{ HZ})(230 \times 10^{-3} \text{ H}) = 86.7 \Omega \\ X_C &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \\ &= \frac{1}{2\pi(60 \text{ HZ})(15 \times 10^{-6} \text{ F})} = 177 \Omega \\ Z &= \sqrt{(160 \Omega)^2 + (86.7 \Omega - 177 \Omega)^2} = 184 \Omega \end{aligned}$$

2- وباستخدام المعادلة الرياضية (8-25)، نجد أن:

$$I = \frac{\xi_m}{Z} = \frac{36 V}{184 \Omega} = 0.196 A$$

3- وباستخدام المعادلة (8-27)، نجد أن:

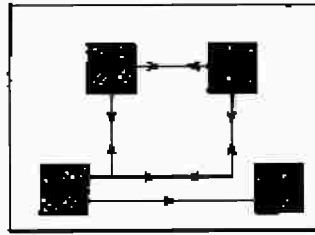
$$\begin{aligned} \tan(\phi) &= \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{86.7 \Omega - 177 \Omega}{160 \Omega} = -0.564 \\ \phi &= \tan^{-1}(-0.564) = -29.4^\circ \end{aligned}$$

وبلاحظ في هذا المثال أن: $X_C > X_L$

8-5 القدرة الكهربائية في دوائر التيار المتناوب Power in Alternating Current Circuits

إن مصدر الطاقة الذي يغذي الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل (8-1) هو عبارة عن مولد للتيار المتناوب ($a. c.$) generator، جزء من هذه الطاقة يتم تخزينه $stored$ في المجال الكهربائي بين

لوحى المكثف (C)، وجزء آخر يتم تخزينه في المجال المغناطيسي للملف (L)، وجزء آخر يتبدد *dissipated* على شكل طاقة حرارية *thermal energy* في المقاومة. وفي حالة العملية المستقرة التي افترضناها في الدائرة المشار إليها *steady state operation* فإن معدل الطاقة المختزنة في كل من المكثف والملف يبقى ثابتاً، ويبقى صافي الطاقة المنتقلة في الدائرة هي عبارة عن الطاقة الواصلة من المولد إلى المقاومة، والتي تتحول بدورها من طاقة كهرومغناطيسية *electromagnetic* إلى طاقة حرارية، انظر الشكل (8-6) حيث يوضح هذه العملية في الدائرة الكهربائية المذكورة.



الشكل (8-6)

يبين سريان الطاقة في دائرة (RLC) المبينة في الشكل (8-7)

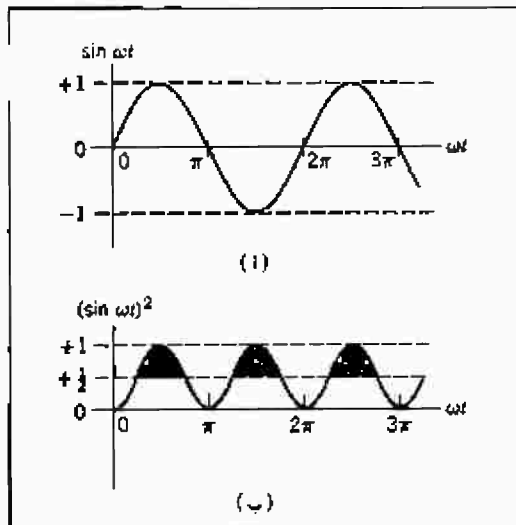
إن متوسط انتقال القدرة المتحولة في المقاومة *transformed power*، وهي بطبيعة الحال قدرة متبددة *dissipated power* يساوي إلى:

$$P = i^2 R = [I \sin(\omega t - \phi)]^2 R$$

$$P = I^2 R \sin^2(\omega t - \phi) \quad (8-28)$$

وهذه المعادلة تمثل متوسط انتقال القدرة الكهربائية للمقاومة مع الزمن *average rate over time*، والتي تعد هدفاً أساسياً في هذه الفقرة.

إن متوسط القيمة $(\sin^2 \theta)$ خلال دورة واحدة $(0 - 2\pi)$ هو فقط $(1/2)$ ، انظر الشكل (8-7).



الشكل (8-7)

يبين كيفية تغير $\sin \theta$ مع الزاوية (θ) ، وكذلك تغير $(\sin^2 \theta)$ مع (θ) وأن متوسطه خلال دورة واحدة يساوي $(1/2)$

إذن نستطيع الآن إعادة كتابة المعادلة (8-28) على النحو الآتي:

$$P_{av} = \frac{1}{2} I^2 R = \left(\frac{I}{\sqrt{2}} \right)^2 R \quad (8-29)$$

إن المقدار $\left(\frac{I}{\sqrt{2}} \right)$ هو عبارة عن الجذر التربيعي لمتوسط التيار i root-mean-square ، والذي تشير إليه بالشكل (I_{rms}) ، وهكذا وباستبدال هذا المقدار في المعادلة (8-29) فإنها تأخذ الشكل الآتي:

$$P_{av} = I_{rms}^2 R \quad \text{متوسط القدرة} \quad (8-30)$$

إن استخدام الجذر التربيعي لمتوسط المقادير (I, V, ξ) في دوائر التيار المتناوب تؤكد بأن متوسط القدرة المتبددة في دوائر التيار المتناوب هي القدرة المتبددة نفسها في دوائر التيار المستمر وهذا ما تشير إليه المعادلتان $(P = i^2 R)$ و $P_{av} = I_{rms}^2 R$ اللتان تؤكدان أيضاً بأن القوة الدافعة الكهربائية في دائرة التيار المتناوب تبقى ثابتة.

إن أجهزة القياس من مقاييس الجهد *voltmeter* ومقاييس التيار *ammeters* المستخدمة في دوائر التيار المتناوب يتم معايرتها *calibrated* لتقرأ $(I_{rms}, V_{rms}, \xi_{rms})$ فعلى سبيل المثال عندما نقرأ على مقياس الجهد المتوصل مع دائرة المنزل الكهربائية $(120 V)$ فهذا يعني من الناحية العملية أن أعلى مقدار لفرق الجهد في هذه الحالة هو:

$$\sqrt{2} \times (120) = 170V$$

ويرجع السبب في استخدامنا لهذه المقادير المعبرة عن متوسط الجذر التربيعي في دوائر التيار المتناوب، إلى إبقاء إمكانية استخدام معادلة القدرة المألوفة $(P = i^2 R)$ قائمة وممكنة. ولعله من المناسب هنا توضيح العلاقة بين أعلى قيمة للمقادير المذكورة ومتوسط الجذر التربيعي لها، والتي تأخذ الصيغة الرياضية الآتية:

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}}, \quad V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad \xi_{rms} = \frac{\xi}{\sqrt{2}} \quad (8-31)$$

وعلى هذا الأساس وبملاحظة أن معامل التناسب $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$ في المعادلة (8-31)، فإننا نستطيع

إعادة صياغة المعادلتين (8-25) و (8-23) على النحو الآتي:

$$I_{rms} = \frac{\xi_{rms}}{Z} = \frac{\xi_{rms}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (8-32)$$

إن الصيغة الرياضية المبينة في العلاقة (8-32) هي الصيغة التي تستخدم غالباً في تطبيقات العملية وبطريقة مماثلة نستطيع إعادة صياغة المعادلة (8-30) من جديد على النحو الآتي:

$$P_{av} = \frac{\xi_{rms}}{Z} I_{rms} R = \xi_{rms} I_{rms} \frac{R}{Z} \quad (8-33)$$

ومن خلال ملاحظة كلٍ من الجدول (8-1) والشكل (8-4) نجد أن المقدار:

$$\frac{R}{Z} = \frac{V_R}{\xi_m} = \frac{IR}{IZ} = \cos \phi$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z}$$

أي أن النسبة بين المقاومة وممانعة الدائرة هو عبارة عن جيب تمام زاوية الطور.

وعليه تصبح المعادلة (8-33) على النحو الآتي:

$$P_{av} = \xi_{rms} I_{rms} \cos \phi \quad (8-34)$$

ومن المناسب ذكره هنا أن المقدار $(\cos \phi)$ هو معامل القدرة *power factor*، ولا يؤثر على المعادلة (8-34) سواء كان سالباً أو موجباً ذلك أن:

$$\cos \phi = \cos (-\phi)$$

وعلى وجه العموم فإن الجدول (8-3) يبين متوسط انتقال القدرة الكهربائية من مولد للتيار المتناوب في ثلاث حالات خاصة ومهمة.

متوسط القدرة	معامل القدرة	ثابت الطور	الممانعة	عنصر الدائرة
$\xi_{rms} I_{rms}$	1	Zero	R	R
Zero	Zero	-90°	X_C	C
Zero	Zero	$+90^\circ$	X_L	L

الجدول (8-3)

يبين متوسط انتقال القدرة من مولد للتيار المتناوب في ثلاث حالات خاصة

مثال (8-4): Example

سوف نعيد المعلومات الواردة في المثال (8-3):

$$(R = 160 \Omega), (C = 15 \mu F), (L = 230 \text{ HZ}), (f = 60 \text{ HZ}), (\xi_m = 36 \text{ V})$$

وذلك لإيجاد كلٍ من:

1- متوسط الجذر التربيعي للقوة الدافعة الكهربائية.

2- متوسط الجذر التربيعي للتيار I_{rms} .

3- معامل القدرة $\cos \phi$.

4- متوسط القدرة المتبددة في الدائرة P_{av} .

الحل Solution:

1- باستخدام العلاقة الرياضية (8-31)، نجد أن:

$$\xi_{rms} = \frac{\xi_m}{\sqrt{2}} = \frac{36 V}{\sqrt{2}} = 25.45 V$$

2- كما نجد باستخدام نفس العلاقة الرياضية (8-31)، أن:

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{0.192 A}{\sqrt{2}} = 0.139 A$$

3- كما قد أوجدنا ثابت الطور في المثال (8-3): $(\phi = -29.4^\circ)$ ، إذن معامل القدرة: $\cos(\phi) = 0.871$

4- باستخدام العلاقة الرياضية (8-30)، نجد أن:

$$\begin{aligned} P_{av} &= I_{rms}^2 R = (0.139 A)^2 \\ &= 3.07 \text{ Watt} \end{aligned}$$

من ناحية أخرى وباستخدام المعادلة (8-34) نجد أن:

$$\begin{aligned} P_{av} &= \xi_{rms} I_{rms} \cos \phi \\ &= (25.45 V)(0.139 A)(0.871) \\ &= 3.07 \text{ Watt} \end{aligned}$$

8-6 المحولة الكهربائية The Transformer :

8-6-1 متطلبات نقل القدرة الكهربائية Energy transmission requirements :

إن معدل القدرة المتبددة في حمل المقاومة في دوائر التيار المتناوب لقراءات الأجهزة التي تقيس

متوسط الجذر التربيعي لكل من الجهد والتيار هو:

$$P_{av} = IV \quad (8-35)$$

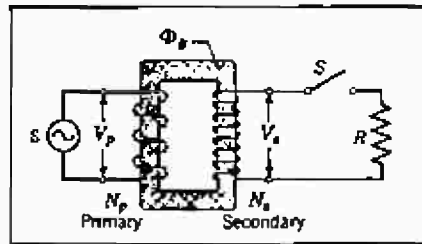
والتي تشير إلى أن هناك مجالاً واسعاً من الاختيارات لكل من المتغيرين، الجهد (V) والتيار (I)

بدءاً من مقادير كبيرة نسبياً للتيار وأخرى نسبياً صغيرة للجهد، أو بالعكس، إلا أن الأمر المرغوب في دوائر توزيع القدرة الكهربائية، ويهدف تأمين السلامة العامة وكذلك فعالية الأجهزة المراد

تشغيلها، يُعتمد إلى جعل فرق الجهد منخفضاً بين نهاية شبكة التوصيل ونهاية نقطة الاستقبال في المنازل والمكاتب، ولكفنا من الناحية العملية نرغب في تخفيض مقدار التيار المار وزيادة فرق الجهد وذلك لتقليل المقدار المعروف بالطاقة المتبددة ($I^2 R$) خلال خطوط نقل القدرة الكهربائية.

8-6-2 المحولة النموذجية The ideal transformer :

إن الحقائق التي ذكرناها في الفقرة السابقة تؤدي إلى تناقض أساسي بين الرغبة في فولتية عالية وفعالة في خطوط نقل القدرة الكهربائية من جهة ووجود مولدات تحقق شروط السلامة بوجود فولتيات منخفضة لفرض الاستهلاك. ولهذا فإننا نحتاج إلى جهاز نتمكن بواسطته من زيادة الجهد لفرض نقلها، وتخفيضها لفرض الاستخدام، بحيث يبقى (حاصل ضرب التيار في الجهد يساوي رقماً ثابتاً). إن هذا الجهاز هو عبارة عن المحولة *transformer*، انظر الشكل (8-8) وكما تلاحظ من الشكل فإنها لا تملك أجزاء متحركة، كما أنها تعمل من الناحية الفعلية وفقاً لقانون فارادي للحث الكهرومغناطيسي *Faraday's law of induction*، وليس هناك أية مركبات بسيطة للتيار بشكل مباشر.



الشكل (8-8)

يبين شكل المحولة النموذجية، وفيها يظهر ملفان موجودان على قلب حديدي

من الواضح تماماً أن المحولة النموذجية تتكون من ملفين ذات أعداد مختلفة من اللفات حول قلب حديدي، وهما معزولان عن القلب الحديدي، عدد لفات الملف الأول *primary coil* عبارة عن (N_p) وهو موصول مع مولد للتيار المتناوب قوته الدافعة الكهربائية (*emf*) هي عبارة عن:

$$\xi = \xi_m \sin \omega t \quad (8-36)$$

أما الملف الثانوي *secondary coil* فعدد لفاته (N_s) موصول مع حمل (R)، وتعتبر الدائرة في هذه الحالة مفتوحة طالما بقي المفتاح (S) مفتوحاً، حيث لا يحدث مرور أي تيار في الملف الثانوي، ويبقى أن نشير إلى أن مقاومتي كل من الملفين الأولي والثانوي مهملتان وذلك في المحولة النموذجية فقط، كما أن فقدان الطاقة في المحولات ذات السعات العالية يكون صغيراً ويحدود (1%).

إن التيار الكهربائي في الملف الابتدائي أو الأولي صغير للغاية ويدعى تيار لمغطة *magnetization current* (I_{mag}) وهو متخلف عن فرق الجهد الابتدائي (V_p) بطور مقداره (90°)،

أما معامل القدرة ($\cos \phi = 1$) في هذه الحالة، وهذا ما يؤكد أن القدرة الكهربائية المنتقلة من المولد إلى المحولة تساوي الصفر. وعلى أية حال فإن التيار الصغير المتناوب في الملف الأولي ينشأ عنه فيض مغناطيسي في القلب الحديدي مقداره (Φ_p)، وبما أن القلب الحديدي وكما تلاحظ من الشكل (8-8) مشتركاً بين الملقين، وبحسب قانون فارادي في الحث الكهرومغناطيسي فإن القوة الدافعة الكهربائية في أي لفة من لفات الملف الأولي تساوي القوة الدافعة الكهربائية في أي لفة من لفات الملف الثانوي، وكذلك فإن الجهد في دائرة كل ملف تساوي القوة الدافعة الحثية في الدائرة، وهكذا نستطيع أن نعبر عن كل ذلك رياضياً على النحو الآتي:

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s}$$

وهكذا نجد أن:

$$V_s = V_p \left(\frac{N_s}{N_p} \right) \quad \text{تحويل الجهد} \quad (8-37)$$

وإذا كان عدد اللفات ($N_s > N_p$) فإن المحولة تسمى في هذه الحالة محولة رفع أو زيادة الجهد *step-up transformer* لأنها ترفع الجهد من (V_p) إلى (V_s)، وهذا معناه عملياً أن ($V_s > V_p$). أما إذا كان عدد اللفات ($N_s < N_p$) فإن المحولة تسمى في هذه الحالة محولة خفض الجهد *step-down transformer* لأنها تخفض الجهد من (V_p) إلى (V_s)، وهذا معناه عملياً أن ($V_s < V_p$).

والسؤال الذي يبحث عن إجابة هو: ما الذي يحدث عند إغلاق الدائرة؟

إن أول ما يمكن ملاحظته هو وجود الحمل (R) بالدائرة، وفي الحالة العامة يمكن أن تشمل الدائرة كذلك على مكثف وملف، ولكن في هذه المرحلة سنكتفي بوجود المقاومة فقط، إذاً ما الذي يحدث عند إغلاق الدائرة بوجود المقاومة كحمل وحيد؟

1- ظهور تيار متناوب (I_s) في الملف الثانوي، كما يظهر نتيجة لذلك طاقة متبددة مقدارها ($I_s^2 R$) أو (V_s^2 / R) في الحمل المقاوم.

2- إن هذا التيار سوف يؤدي إلى وجود الفيض المغناطيسي المتناوب في القلب الحديدي، وفي اتجاه معاكس للقوة الدافعة الكهربائية في الملف الابتدائي وذلك وفق قانوني فارادي ولورنتز *Faraday's law and Lorentz's law*.

3- إن مقدار الجهد (V_p) في الملف الابتدائي سوف لن يتغير القوة الدافعة الكهربائية المعاكسة، أي أن (V_p) يجب أن تبقى دائماً ثابتة ومساوية للقوة الدافعة الكهربائية القادمة من المولد.

4- وللحفاظ على الجهد (V_p) فإن المولد يدفع تياراً (I_p) في الملف الابتدائي بطول ومقدار *magnitude and phase* ثابتين وذلك لإلغاء تأثير القوة الكهريائية الدافعة الحثية في الملف الثانوي، بتأثير التيار الحثي (I_s).

وبتطبيق مبدأ حفظ الطاقة في هذه الحالة، فإننا نستطيع أن نؤكد على أن المحولة المثالية *ideal transformer* ذات المقاومة (الحمل الوحيد) ومعامل القدرة ($\cos\phi=1$)، إضافة إلى التعويض عن مقدار القوة الدافعة ($\mathcal{E}$) بالجهد (V_p)، ($\mathcal{E} = V_p$) في المعادلة الرياضية (8-34) فإننا نستنتج أن الطاقة التي تصل إلى الملف الابتدائي من مولد التيار المتناوب هي عبارة عن ($I_p V_p$)، وبطريقة مشابهة فإن الطاقة التي تصل إلى الملف الثانوي من الملف الأولي هي ($I_s V_s$)، وهكذا نجد أن تطبيق مبدأ حفظ الطاقة يؤدي إلى:

$$I_p V_p = I_s V_s$$

وبما أن المعادلة (8-37) تبقى صحيحة بغض النظر فيما إذا كانت دائرة المقاومة في الملف الثانوي مغلقة أم مفتوحة، إذاً:

$$I_s = I_p \left(\frac{N_p}{N_s} \right) \quad \text{تحويل التيار} \quad (8-38)$$

وبما أن التيار في الملف الثانوي يساوي إلى ($I_s = V_s / R$) وباستخدام المعادلتين (8-37) و(8-38) نجد أن التيار في الملف الابتدائي يساوي إلى:

$$I_p = \frac{V_p}{(N_p / N_s)^2 R}$$

ومن الواضح من خلال هذه المعادلة الرياضية أن المقاومة المكافئة للحمل هي ليست (R) ولكن هي:

$$R_{eq} = \left(\frac{N_p}{N_s} \right)^2 R \quad \text{تحويل المقاومات} \quad (8-39)$$

8-6-3 مطابقة الممانعة *Impedance matching*:

أصبح واضحاً لدينا أن تأمين نقل أعلى قدر من طاقة مولد القوة الدافعة الكهريائية (*emf*) إلى حمل مقاوم *resistive load* في الدائرة فإن ذلك يقتضي توفر الشرط الآتي:

يجب أن تكون مقاومة مولد القوة الدافعة الكهريائية (*emf*) مساوية إلى مقاومة ذلك الحمل، وهي المعادلة التي تنطبق على مولدات التيار المتناوب من خلال مساواة مقاومة المولد مع مقاومة الحمل

الموصول به، وهذا ما تسميه بمطابقة الممانعة *impedance matching*. إن هذا الشرط لا بد من تحقيقه وبصفة مستمرة، ولعل المحولات وبعدها مدروس ومحدد عملياً للنسبة بين عدد اللفات (N_p / N_s) هي أفضل وسيلة لذلك، ومن الأمثلة المباشرة مطابقة الممانعة بين كل من مكبر الصوت *amplifier* ولاقط الصوت *speaker* عن طريق ربطهما بمحولة مناسبة هو خير مثال على مطابقة الممانعة.

مثال (8-5): Example

تستخدم محولة تغذية منطقة سكنية تعمل على جهد ($V_p = 8.5 \text{ KV}$) للملف الابتدائي بحيث يصل الجهد إلى البيوت السكنية بمقدار ($V_s = 120 \text{ V}$)، كلا الجهدين يمثلان جذراً متوسط القيمة (*rms*)، بفرض أن المحولة نموذجية *ideal transformer* وأن معامل القدرة ($\cos \phi = 1$).

1- ما هي نسبة اللفات (N_p / N_s) لهذه المحولة الخافضة *step-down* ؟
2- إذا كان معدل استهلاك الطاقة يساوي (78 KW)، أوجد حسابياً مقدار (I_{ms}) في الملف الابتدائي والثانوي.

3- أوجد حسابياً مقدار الحمل المكافئ في دائرة الملف الثانوي.

4- أوجد حسابياً مقدار الحمل المكافئ في دائرة الملف الابتدائي.

الحل Solution:

1- باستخدام العلاقة الرياضية (8-35)، نجد أن:

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{8.5 \times 10^3 \text{ V}}{120 \text{ V}} \approx 71$$

2- وباستخدام العلاقة الرياضية (8-35) للمحولة النموذجية، نجد أن:

$$\begin{aligned} P_{av} &= I_p V_p \\ I_p &= \frac{P_{av}}{V_p} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{8.5 \times 10^3 \text{ V}} = 9.176 \text{ A} \\ I_s &= \frac{P_{av}}{V_s} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 650 \text{ A} \end{aligned}$$

3-

$$R_s = \frac{V_s}{I_s} = \frac{120 \text{ V}}{650} = 0.1846 \Omega$$

4-

$$R_p = \frac{V_p}{I_p} = \frac{8.5 \times 10^3 \text{ V}}{9.176 \text{ A}} = 926 \Omega$$

والتي يمكن إيجادها باستخدام المعادلة (8-39) على النحو الآتي:

$$R_p = \left(\frac{N_p}{N_s} \right)^2 R_s = (70.83)^2 (0.1846 \, \Omega) \\ = 926 \, \Omega$$

وهي ذات النتيجة في الطريق الأولي.

مسائل عامة محلولة

solved problems

8-1 مكثف هواء موصول على خط جهد متردد مقدار جذر متوسطه التربيعي يساوي (120 V)، يكافئ دائرة تحتوي على مقاومة مقدارها (12 Ω) وملف ممانعته مقدارها (1.3 Ω) مريوطتين على التوالي.

1- أوجد حسابياً مقدار ممانعة مكثف الهواء.

2- أوجد حسابياً مقدار متوسط القدرة التي يحتاجها هذا المكثف.

الحل Solution:

1- نحن نعلم أن ممانعة الدائرة نعبر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

وبالتعويض في المقادير المعطاة في المسألة، وبملاحظة أن ($X_C = 0$) نجد أن:

$$Z = \sqrt{(12)^2 + (1.3 - 0)^2} = 12.1 \Omega$$

2- باستخدام العلاقة الرياضية:

$$P_{av} = \frac{E_{rms}^2}{Z} \cos \phi$$

نستطيع حساب متوسط القدرة، ولكننا نحتاج أولاً لحساب معامل القدرة:

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{12}{12.1} = 0.992$$

$$P_{av} = \frac{(120)^2}{12.1} (0.992) = 1.18 \times 10^3 \text{ W}$$

8-2 موند للتيار المتناوب، مقدار القيمة العظمى لقوته الدافعة الكهربائية (220 V)، يعمل عند تردد مقداره (400 HZ)، يؤدي إلى حدوث ذبذبات في دائرة (RLC) موصولة على التوالي، فإذا كان مقدار المقاومة (220 Ω) ومعاثة الملف (150 mH)، وسعة المكثف (24 μF).

أوجد حسابياً:

1- مقدار ممانعة المكثف.

2- مقدار ممانعة الدائرة.

3- القيمة العظمى للتيار الكهربائي.

الحل *Solution*:

1- ممانعة المكثف :

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$= \frac{1}{2\pi(400)(24 \times 10^{-6})} = 16.6 \Omega$$

2- ممانعة الدائرة:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{(220)^2 + [2\pi(400)(150 \times 10^{-3}) - 16.6]^2}$$

$$= 422 \Omega$$

3- القيمة العظمى للتيار:

$$I = \frac{\xi_m}{Z}$$

$$= \frac{220}{422} = 0.521 A$$

مسائل وتعارين الفصل الثامن

Chapter Eight Exercises & Problems

8-1 إذا كانت المعادلة الرياضية $\xi = \xi_m \sin \omega t$ تعبر عن القوة الدافعة الكهربائية الفعالة لمقيس outlet اعتيادي وبتردد مقداره (60 Hz).

1- لوجد حسابياً مقدار التردد الزاوي (ω) الموافق لذلك؟

2- كيف تستطيع شركة الكهرباء تثبيت هذه القيمة؟ وضع ذلك.

8-2 مكثف مقدار سعته ($C = 15 \mu F$) تم وصله على التوالي مع مولد للتيار المتناوب (a. c.) يعمل بقوة دافعة كهربائية سعتها العظمى ($\xi_m = 30 V$).

أوجد حسابياً مقدار السعة العظمى للتيار المتناوب إذا كان تردد القوة الدافعة الكهربائية (emf) يساوي إلى:

1- 1 KHZ.

2- 8 KHZ.

8-3 ملف مقدار محاثته ($L = 50 mH$) تم وصله على التوالي مع مولد للتيار المتناوب (a. c.) يعمل بقوة دافعة كهربائية ($\xi_m = 30 V$).

أوجد السعة العظمى للتيار المتناوب إذا كان تردد القوة الدافعة الكهربائية (emf) يساوي إلى:

1- 1 KHZ.

2- 8 KHZ.

3- استبدل الملف بمقاومة مقدارها ($R = 50 \Omega$) في هذه المسألة ثم كرر الحسابات، وذلك بإيجاد مقدار السعة العظمى للتيار المتناوب.

4- قارن بين النتائج التي حصلت عليها في كل من المكثف، الملف والمقاومة.

8-4 إذا كانت ممانعة المكثف تساوي إلى ($X_C = 12 \Omega$) حيث تبلغ سعته الكهربائية ($C = 1.5 \mu F$).

1- أوجد حسابياً مقدار التردد الذي يعمل عنده هذا المكثف.

2- أوجد مقدار ممانعة المكثف (X_C) إذا كان مقدار التردد يساوي ضعف مقدار التردد الذي أوجدته في الطلب الأول من هذه المسألة.

8-5 إذا كانت القوة الكهربائية الدافعة الناتجة *output* عن مولد التيار المتناوب (ε, ω) تعبر عنها المعادلة الرياضية:

$$\xi = \xi_m \sin \omega t$$

حيث إن ($\varepsilon_m = 25 \text{ V}$) ، ($\omega = 377 \text{ rad / s}$) ، تم وصله بملف محاثته ($12. \text{ H}$).

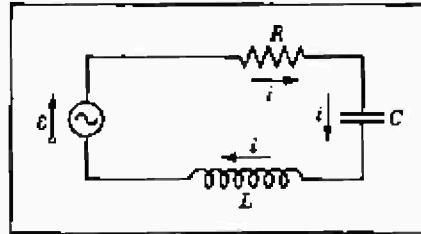
(أ) أوجد حسابياً مقدار أعلى قيمة للتيار الناتج عن هذا المولد.

(ب) عند أعلى قيمة للتيار، أوجد القوة الدافعة الكهربائية (*emf*) لهذا المولد.

(ج) عندما تزداد القوة الدافعة الكهربائية للمولد إلى (-12.5 V)، أوجد مقدار التيار الناتج عن المولد.

(د) في الظروف المبينة في الطلب (ج) من هذه المسألة، قرر فيما إذا كان المولد يعطي أم يأخذ طاقة من باقي أجزاء الدائرة، ثم وضح كيف اتخذت قرارك.

8-6 إذا كانت لديك الدائرة الآتية، والمبينة في الشكل (8-9).



الشكل (8-9)، المسألة (8-6)

حيث إن المقاومة ($R = 160 \text{ }\Omega$)، سعة المكثف ($C = 0.8 \mu\text{F}$)، ($L = 230 \text{ mH}$)، ($f = 60 \text{ Hz}$)، ($\xi_m = 36 \text{ V}$).

أوجد حسابياً كلاً من:

(أ) مقدار ممانعة الدائرة (Z).

(ب) مقدار السعة العظمى للتيار (I).

(ج) مقدار ثابت الطور (ϕ).

8-7 دائرة (RLC) موصولة على التوالي بمولد للتيار المتناوب ($a.c.$) تردده ($f = 930 \text{ Hz}$)، إذا كانت المقاومة مجهولة ومحاثة الملف تساوي إلى ($L = 88 \text{ mH}$)، أما سعة المكثف فتساوي ($C = 0.94 \mu\text{F}$)، بينما يساوي ثابت انطور بين الجهد والتيار ($\phi = 75^\circ$).

أوجد حسابياً مقدار المقاومة في الدائرة.

8-8 في دائرة مكونة من مقاومة ومكثف وملف (RLC) موصولة على التوالي بمولد للتيار المتناوب ($a.c.$)، على التوالي، تبلغ أعلى قيمة للقوة الدافعة الكهربائية (emf) للمولد (125 V)، وأعلى قيمة للتيار (3.2 A). إذا كان التيار يسبق القوة الدافعة للمولد بمقدار (0.982 rad).

أوجد حسابياً كلاً من:

(أ) مقدار الممانعة في الدائرة المذكورة ($impedance (Z)$).

(ب) مقدار مقاومة الدائرة.

(ج) ما هي الصفة الغالبة على هذه الدائرة؟ هل ممانعة المكثف أكبر أم ممانعة الملف؟

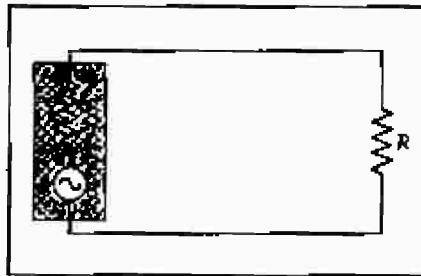
8-9 أثبت أن معدل القدرة التي تغذي الدائرة المبينة في الشكل (8-1) يمكن التعبير عنها رياضياً بالصيغة الآتية:

$$P_{av} = \frac{E_{rms}^2 R}{Z^2}$$

8-10 محرك كهربائي موصول بفرولتية قدرها (120 V) وتردد مقداره (60 Hz)، إذا كان التيار المتناوب لهذا المحرك ينتج عملاً ميكانيكياً بمعدل (1 hp).

أوجد حسابياً مقدار المقاومة الفعالة بدلالة القدرة المنقولة، إذا كان المحرك يسحب تياراً مقداره $I_{rms} = 0.65 \text{ A}$.

8-11 تأمل الشكل التالي، الشكل (8-).



الشكل (8-10)، المسألة (8-11)

ثم أثبت أن معدل القدرة المتبددة في المقاومة (R) يبلغ قيمته العظمى عندما تتحقق العلاقة ($R = r$)، حيث (r) هي المقاومة الداخلية لمولد التيار المستمر.

8-12 مولد للتيار المتناوب يغذي الملف الابتدائي لحولة كهريائية بفولتية مقدارها (120 V) . يبلغ عدد لقاته $(N_p = 500\text{ turns})$ ، إذا كان عدد لفات الملف الثانوي يساوي إلى $(N_s = 500\text{ turns})$.

أوجد حسابياً مقدار الجهد في الملف الثانوي.

8-13 يبلغ عدد لفات الملف الابتدائي لحولة كهريائية $(N_p = 500\text{ turns})$ وعدد لفات الملف الثانوي $(N_s = 10\text{ turns})$.

أ) إذا كان مقدار الجهد في الملف الابتدائي يساوي إلى $(V_p = 120\text{ V}_{rms})$ ، أوجد حسابياً مقدار الجهد في الملف الثانوي (V_s) بافتراض أن الدائرة مفتوحة.

ب) تم ربط مقاومة مقدارها $(15\ \Omega)$ مع الملف الثانوي، أوجد حسابياً مقدار التيار في كل من الملفين الابتدائي والثانوي.

الغلاصة

Summary

سنركز في هذا الموضوع على أهم الكميات الفيزيائية التي تسهل على القارئ الاستيعاب الصحيح لموضوع التيار المتناوب.

سعة التيار وزاوية الطور: هما الكميتان الأساسيتان اللتان نريد أن نعبر عنهما بشكل صحيح في التيار المتناوب، إذ أن العلاقة الرياضية:

$$I = I \sin (\omega t - \Phi)$$

هي التي تربطهما ببعضهما حيث تشير (I) إلى سعة التيار و(Φ) إلى زاوية الطور وذلك عندما نسلط قوة دافعة كهربية ($\xi = \xi_m \sin \omega t$) خلال دائرة، مثل دائرة تحوي مقاومة وممانعة ومكثف.

• ثابت الطور: هو الزاوية التي يسبق بها التيار القوة الدافعة الكهربية، أو يتأخر عنها، ونرمز له بحرف اللاتيني (Φ).

• دائرة المكون الواحد: ويمكن أن تكون على أحد الحالات الآتية:

1- دائرة المقاومة: فرق الجهد يساوي إلى ($VR = IR$)، ويكون لكل من فرق الجهد والتيار الطور نفسه.

2- دائرة المكثف: فرق الجهد يساوي إلى ($Vc = IXc$)، حيث ($Xc = 1/\omega c$)، ويسبق التيار فرق الجهد بطور مقداره (90°).

3- دائرة ممانعة: فرق الجهد يساوي إلى ($VL = IXL$)، حيث ($XL = \omega L$) ويتأخر التيار عن فرق الجهد بطور مقداره (90°).

دائرة (RLC) على التوالي: إن سعة التيار في دائرة مقاومة وممانعة ومكثف مربوطة على التوالي تساوي إلى:

$$I = \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2}} = \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega c)^2}}$$

بينما نعبر عن زاوية الطور بالعلاقة:

$$\tan \Phi = \frac{X_L - X_c}{R} \quad (\text{ثابت الطور})$$

كما نعبر عن ممانعة الدائرة بالعلاقة:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (\text{الممانعة})$$

وهكذا نجد أن سعة التيار يمكننا أن نعبر عنها مجدداً على الشكل:

$$I = \frac{\xi_m}{Z}$$

- إن شرط الرنين في دائرة (RLC) هو:

$$X_C = X_L$$

وهذا يجعل سعة التيار تساوي إلى: (ξ_m / R) .

- إن متوسط القدرة في دائرة (RLC) يساوي إلى:

$$P_{av} = I_{rms}^2 R = \xi_{rms} I_{rms} \cos \Phi$$

- إن العلاقة الرياضية المستخدمة في محولات الجهد هي:

$$V_s = V_p (N_s / N_p)$$

أما التيار:

$$I_s = I_p (N_p / N_s)$$

وأخيراً فإن معادلة تحويل المقاومة هي:

$$R_{eq} = (N_p / N_s)^2 R$$

حيث (R) هي مقاومة الدائرة الثانوية.

المجال المغناطيسي *The Magnetic Field*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يصف المجال المغناطيسي، على أنه الحيز أو المنطقة التي تتميز بوجود قوة مغناطيسية يمكن اختبارها بواسطة القطب الشمالي لمغناطيس.
- أن يحسب القوة المغناطيسية الناشئة عن تأثير مجال مغناطيسي على شحنة متحركة.
- أن يحسب القوة المغناطيسية الناتجة عن تأثير مجال مغناطيسي في ناقل مستقيم يمر به تيار كهربائي.
- أن يستخدم قانون بيوسافار بشكل صحيح لحساب المجال المغناطيسي الناشئ عن تيار مستمر يسري في ناقل كهربائي.
- أن يستخدم قانون أمبير في عدد من التطبيقات على مرور التيار الكهربائي خلال موصل ناقل متناظرة هندسياً، لحساب المجال المغناطيسي.
- أن يعبر عن مفهوم التناذية المغناطيسية، وعلاقتها بشدة المجال المغناطيسي.

المجال المغناطيسي

The Magnetic Field

9-1 المقدمة Introduction

إن التجارب العلمية تؤكد على أن المجال المغناطيسي ($\vec{B}$) ينشأ بسبب حركة الشحنات الكهربائية، بمعنى أن الشحنات الكهربائية الساكنة لا ينشأ عنها مجال مغناطيسي، إذاً كيف نفسّر تفرد بعض المواد الطبيعية بامتلاكها مجالاً مغناطيسياً، ذلك الذي تعودنا على تسميته مغناطيساً طبيعياً أو دائماً *permanent magnet* ؟

إن المجال المغناطيسي لهذا النوع من المغناط يُعزى إلى التيارات الكهربائية التي تسري في مسارات مغلقة دائرية الشكل ناشئة عن حركة الإلكترونات في مدارات ذراتها، أما في المغناطيس الكهربائي *electromagnet* فإن الإلكترونات المتحركة خلال السلك أو الملف المصمم لهذا الغرض والمعبرة عن التيار الكهربائي هي المسؤولة عن نشوء المجال المغناطيسي. وهكذا نجد أن التفكير الصحيح في هذا الموضوع يكون على النحو الآتي:

$$\text{moving charge (شحنة متحركة)} \leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow \text{moving charge (شحنة متحركة)}$$

واعتقادنا بأن التيار الكهربائي هو نتيجة لحركة عدد هائل من الإلكترونات، يؤدي إلى:

$$\text{moving charge (تيار كهربائي)} \leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow \text{moving charge (تيار كهربائي)}$$

إن العالم الفيزيائي أورستد *Hans Christian Orested* هو أول من أشار إلى هذه الحقيقة، وذلك في عام 1820م حيث أثبت أن إبرة البوصلة تنحرف عندما نقرّبها من سلك يمر به تيار كهربائي، وكانت تجربته هذه بداية لتطور هذا الموضوع تطوراً كبيراً.

إن أهمية هذه التجربة تتجسد في وجود العلاقة بين المغناطيسية والكهرباء، وهذا ما سوف يتضح من خلال هذا الفصل.

9-2 المجال المغناطيسي ($\vec{B}$) : The Magnetic Field

في الوحدة السادسة من هذا الكتاب كنا قد عرّفنا المجال الكهربائي ($\vec{E}$) لشحنة كهربائية (q) في وضع الاستقرار بواسطة شحنة اختباريه كهربائية (q_0)، وقمنا بعد ذلك بقياس القوة الكهروستاتيكية ($\vec{F}$) المؤثرة عليها وعرفنا ($\vec{F}$) على النحو الآتي:

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (9-1)$$

وبهدف تعريف المجال المغناطيسي ($\vec{B}$) وبطريقة مماثلة، نستخدم القوة التي يؤثر بها هذا المجال على شحنة كهربائية تتحرك فيه بسرعة معلومة.

ولكننا، لا نستطيع أن نعرف القوة المغناطيسية بالطريقة التي استخدمنا لتعريف القوة الكهروستاتيكية، لأن المغناطيس أحادي القطب كما هو معلوم لا يزال محض افتراض. إذاً لا بد من تعريف القوة المغناطيسية بدلالة الشحنة الكهربائية المتحركة. ولتحقيق هذا الفرض نلجأ إلى إطلاق شحنات كهربائية بسرعة معروفة في منطقة تأثير المجال المغناطيسي ($\vec{B}$)، وعلى افتراض أن الشحنة الموجهة إلى المجال المغناطيسي ($\vec{B}$) هي (q)، سرعتها ($\vec{v}$)، لقد وجد عملياً أن القوة ($\vec{F}_B$) وهي القوة التي يؤثر بها المجال المغناطيسي على الشحنة الكهربائية المتحركة (q) - تساوي:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (9-2)$$

وهكذا نلاحظ أن القوة ($\vec{F}_B$) هي حاصل الضرب الاتجاهي *cross product*، للمتجهين ($\vec{B}$) و ($\vec{v}$)، حيث (q) هي عبارة عن الشحنة الكهربائية، وقد تكون موجبة أو سالبة، والآن، ما الذي نستنتجه من المعادلة (9-2)؟

1- إن القوة المغناطيسية ($\vec{F}_B$) دائماً تكون عمودية على المستوي المكون من متجه السرعة ($\vec{v}$) ومتجه المجال المغناطيسي ($\vec{B}$)، وهذا ما يشير إلى أن القوة تستطيع فقط أن تغير اتجاه سرعة الشحنة المعرضة لتأثير المجال المغناطيسي المنتظم ($\vec{B}$)، تأمل الشكل (9-1 أ، ب، ج)، يمكننا أن نستخدم قاعدة اليد اليمنى لتحديد اتجاه القوة ($\vec{F}_B$)، وذلك على النحو الآتي:

تبسط اليد اليمنى* على النحو المبين في الشكل (9-1 أ، ب، ج)، ومن الواضح أن أصبع الإبهام يشير باتجاه سرعة الشحنات الموجبة المتحركة ($\vec{v}$)، بينما تشير باقي أصابع اليد اليمنى باتجاه المجال المغناطيسي ($\vec{B}$)، وتكون القوة المغناطيسية ($\vec{F}_B$) في هذه الحالة عمودية على راحة اليد، واتجاهه مبتعداً عنها، تأمل الشكل (9-1 ب)، أما إذا كانت الشحنات المتحركة سالبة، فإن تمثيل القوة يكون وفقاً للشكل (9-1 ج)، أي أن اتجاه القوة في هذه الحالة يكون معاكساً لاتجاهها في الحالة الأولى، عندما كانت الشحنات موجبة.

2- إن المجال المغناطيسي لا يؤثر بأية قوة على الشحنات الموازية له، أو المتحركة بجهة ساكسة لحركته *parallel or antiparallel*، ومرة أخرى ومن خلال ملاحظة الشكل (9-1 ج) نجد أن:

$$\vec{F}_q = qvB \sin \theta \quad (9-3)$$

* يعيل البعض إلى استخدام اليد اليمنى مع الشحنات الموجبة واليسرى مع الشحنات السالبة، بحيث تكون راحة اليد إلى الأسفل.

حيث θ هي الزاوية بين متجه السرعة ومتجه المجال المغناطيسي.

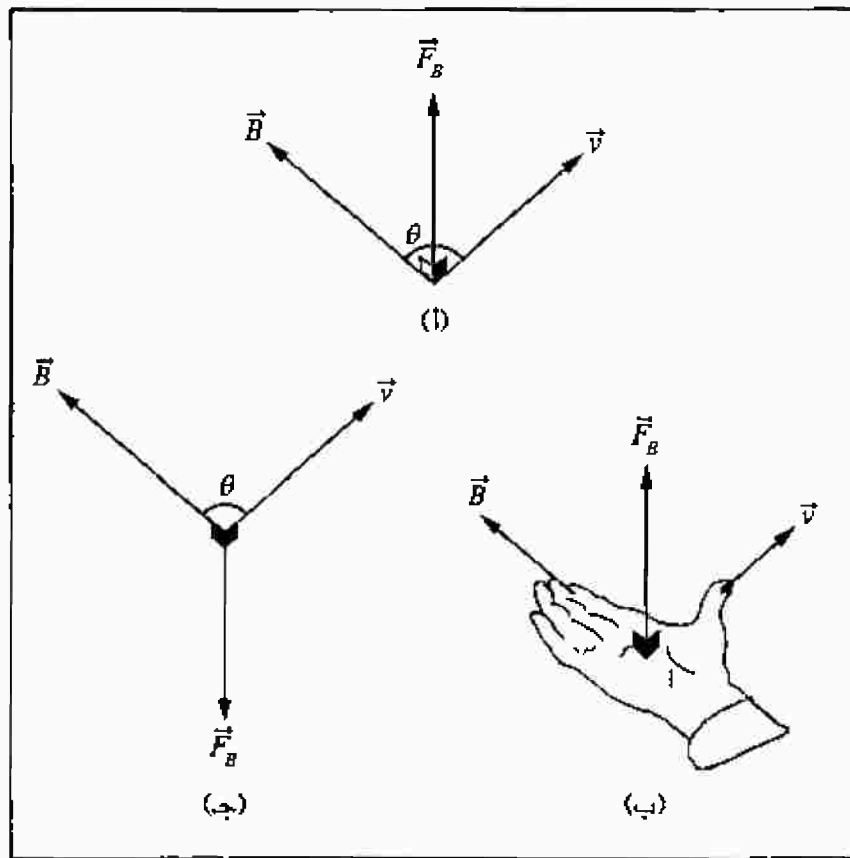
3- إنَّ أعلى قيمة للقوة المغناطيسية *deflecting force* هي:

$$\vec{F}_{B\max} = qvB \quad (9-4)$$

وذلك عندما تكون الزاوية $(\theta=90^\circ)$.

4- إن القوة المغناطيسية $(\vec{F}_B)$ تتناسب تناسباً مباشراً مع كلٍ من (q) و (v) .

5- إن اتجاه $(\vec{F}_B)$ يعتمد على إشارة الشحنة الكهربائية، انظر الشكل (9-1 ب، ج).



الشكل (9-1 أ، ب، ج)

(أ) شحنة كهربائية موجبة (q) تتحرك بسرعة (v) في خلال مجال مغناطيسي $(\vec{B})$ ، تؤثر عليها قوة مغناطيسية $(\vec{F}_B)$.

(ب) وتظهر فيه قاعدة اليد اليمنى وتوضح كيف أن (v) تجتاح (B) .

(ج) وذلك عندما تكون الشحنة سالبة $(-q)$ فإن اتجاه $(\vec{F}_B)$ يكون بالاتجاه المعاكس لها بالشكل (أ).

إنَّ وحدة قياس المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ في النظام الدولي للقياس (SI) هي التيسلا *tesla*، والتي

يمكن تعريفها بالرجوع إلى المعادلة (9-6) على النحو الآتي:

$$B = \frac{F_B}{qv}$$

(تعريف المجال المغناطيسي)

$$\begin{aligned} 1 \text{ tesla} = 1T &= \frac{\text{Newton}}{(\text{Coulomb})(\text{meter / second})} \\ &= 1 \frac{\text{Newton}}{(\text{Coulomb / second})(\text{meter})} \\ 1T &= 1 \frac{N}{A.m} \end{aligned}$$

ذلك أن:

$$\text{Ampere} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{second}}$$

وتعرف التسلا بأنها مقدار المجال المغناطيسي الذي يؤثر بقوة مقدارها واحد نيوتن في شحنة كهربائية مقدارها واحد كولوم، تتحرك بسرعة مقدارها واحد متر لكل واحد ثانية في اتجاه عمودي على المجال المغناطيسي.

وهناك وحدة أخرى شائعة لقياس شدة المجال المغناطيسي وهي الكاوس *Gauss*، ويسمى الجهاز الذي يستخدم لقياس شدة المجال المغناطيسي باسمها *Gauss meter*.

$$1T = 10^4 \text{ gauss}$$

ولكن الكاوس لا ينتمي إلى النظام الدولي للقياس (SI). وتختلف شدة المجال المغناطيسي من مكان لآخر، ولغرض التعرف على ذلك انظر الجدول (9-1).

نأمل بعد اطلاعك عزيزي الطالب على هذا الجدول أن تكون قد ميّزت بعض الأمثلة على وجود المجال المغناطيسي، كما نأمل أن تكون قد ربطت بين طبيعة الشحنة الكهربائية المتحركة ومقدار المجال المغناطيسي الناشئ عنها.

at the surface of a neutron star (calculated)	شدة المجال على سطح النيوترون	$10^8 T$
an electromagnet	شدة المجال لمغناطيس كهربائي	$5.1 T$
near a small bar magnet	شدة المجال بالقرب من مغناطيس صغير	$10^{-2} T$
at the surface of the earth	شدة المجال عند سطح الأرض	$10^{-4} T$
in interstellar space	شدة المجال في الفضاء بين النجوم	$10^{-10} T$
smallest value in magnetically shielded room	أقل مقدار للمجال في غرفة معزولة مغناطيسياً	$10^{-14} T$

الجدول (9-1) المجال المغناطيسي لجموعة من الحالات المختلفة

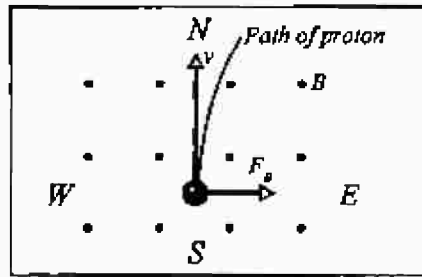
مثال (9-1): Example

في حيز مختبري يبلغ مقدار المجال المغناطيسي $(B = 1.2 \text{ mT})$ ، واتجاهه عمودياً نحو الأعلى، انظر الشكل (9-2)، يتحرك بروتون خلاله بطاقة حركية قدرها (5.3 MeV) وبشكل أفقي من الجنوب إلى الشمال، أوجد حسابياً مقدار قوة الانحراف التي تؤثر على البروتون، كتلة البروتون تساوي $(m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})$.

الحل Solution:

إن قوة الانحراف (F_B) تعتمد على سرعة البروتون ذلك أن:

$$F_B = qvB \sin \theta$$



الشكل (9-2) يبين بروتوناً متحركاً خلال مجال مغناطيسي، منحرفاً نحو الشرق، نلاحظ اتجاه المجال عمودياً وإلى الأعلى

يمكننا إيجاد سرعة البروتون من خلال طاقته الحركية، على النحو الآتي:

$$K = \frac{1}{2} m_p v^2$$

$$(5.3 \times 10^6 \text{ eV}) = \frac{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})v^2}{2}$$

الآن:

$$v^2 = \left[\frac{(2)(5.3 \times 10^6)(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})} \right]$$

$$v = 3.2 \times 10^7 \text{ m/s}$$

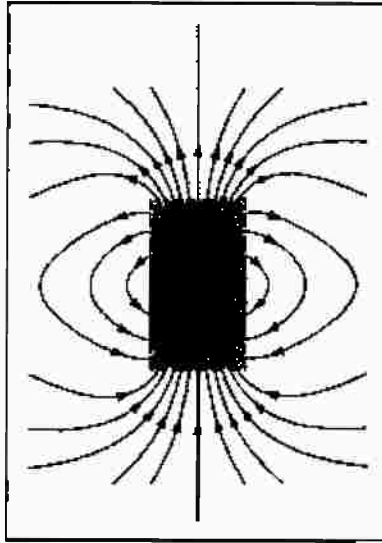
$$F_B = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(3.2 \times 10^7 \text{ m/s})(1.2 \times 10^{-3} \text{ T})(\sin 90) \\ = 6.1 \times 10^{-15} \text{ N}$$

9-2-1 خطوط المجال المغناطيسي Magnetic Field Lines:

تقوم عادة بوصف المجال المغناطيسي بدلالة خطوط وهمية، نطلق عليها خطوط المجال المغناطيسي، وللتعرف على هذه الخطوط تأمل الشكل (9-3)، إن هذه الخطوط تأخذ مسارات مغلقة بداية من القطب الشمالي (N) north pole وتنتهي عند القطب الجنوبي (S) south pole.

إن تمثيل المجال المغناطيسي بهذه الطريقة تعبّر عن الدلالات العلمية الآتية:

1- إن ازدياد عدد هذه الخطوط يعبر عن ازدياد مقدار المجال المغناطيسي ($\vec{B}$).



الشكل (9-3)

يبين خطوط المجال المغناطيسي لقضيب
مغناطيسي، وهي على شكل حلقات مغلقة تبدأ
عند القطب المغناطيسي الشمالي (N) وتنتهي
عند القطب الجنوبي (S)

2- إن هذه الخطوط تكمل مساراً مغلقاً باستثناء الخط المستقيم الذي يمر وسط المغناطيس، إلا أنه هو الآخر يكمل مساراً مغلقاً عند اللانهاية، وهذا هو السبب الذي يجعلنا نصف المجال المغناطيسي للأرض بأنه مواز لسطحها عند خط الاستواء، وعمودياً عليها عند القطبين فقط، أما في
ما عدا ذلك فإنه يصنع زاوية (θ)، تمثل زاوية الميل للمجال ($\vec{B}$).

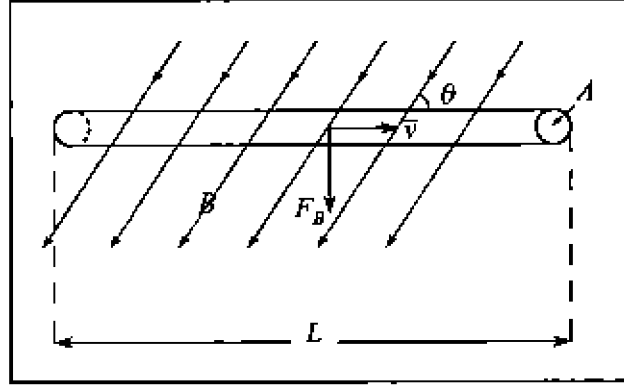
3- إن الميل عند أي نقطة وعلى أي من تلك الخطوط يمثل مقدار المجال المغناطيسي عندها.

4- إن الكرة الأرضية تعتبر مغناطيساً كبيراً قطبه الجنوبي عند القطب الشمالي الجغرافي، وقطبه الشمالي عند القطب الجنوبي الجغرافي، وهذا هو السبب الذي يجعل المغناطيس المعلق
بخيوط، أو الإبرة المغناطيسية لبوصلة تتجه شمال وجنوب على وجه التقريب.

9-3 القوة المغناطيسية المؤثرة في سلك يمر به تيار كهربائي The Magnetic Force on a Current-carrying Wire

لدراسة القوة المغناطيسية المؤثرة في سلك ناقل مستقيم يمر به تيار كهربائي، تأمل الشكل (9-4).

بعد أن نتأمل الشكل (9-4) جيداً، نجد أن السلك الذي يسري فيه التيار الكهربائي (I)، طوله (L)، مساحة مقطعه (A)، موجود في مجال مغناطيسي منتظم مقداره (B)، وهدفنا الآن هو تحديد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المؤثرة على هذا السلك.



الشكل (9-4) القوة المغناطيسية المؤثرة على سلك يمر به تيار كهربائي

كنا قد توصلنا في الفقرة (9-2) إلى أن القوة المغناطيسية ($\vec{F}_B$) المؤثرة على شحنة كهربائية (q) تسير بسرعة ($\vec{v}$)، إلى العلاقة الرياضية (9-6)، والتي تنص على أن:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

ومن نواضح أن الشحنة الكهربائية في حالة السلك هذه تساوي:

$$q = en(LA)$$

حيث إن حجم السلك هو عبارة عن حجم أسطوانة مساحة قاعدتها (A) وطولها (L)، يساوي (LA)، وعدد الشحنات لوحدة الحجم هو (n)، بينما (e) هي شحنة الإلكترون المتعارف عليها، إذاً، القوة المغناطيسية المؤثرة في السلك تساوي:

$$\vec{F}_B = en(LA)\vec{v} \times \vec{B} \sin \theta \quad (9-5)$$

ولكن المقدار ($v = L/t$) وكذلك ($I = enLA/t$)، وبتعويض هذه المقادير في المعادلة (9-5) نجد أن:

$$\vec{F}_B = ILB \sin \theta$$

وبصفة عامة نكتبها على النحو الآتي:

$$\boxed{\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}} \quad \text{القوة المغناطيسية المؤثرة في سلك} \quad (9-6)$$

وهي المعادلة الرياضية التي تعبر عن القوة المطلوبة، أما اتجاهها فيتم تحديده بواسطة قاعدة اليد اليمنى، ونذكر بأن اتجاه ($\vec{L}$) هو اتجاه سريان التيار الكهربائي.

وإذا لم يكن السلك الناقل مستقيماً فيمكننا تقسيمه إلى أجزاء مستقيمة صغيرة، ونعاملها وفقاً للصفة الرياضية (9-6)، بعد ملاحظة أن محصلة القوة المؤثرة على السلك في هذه الحالة هي المجموع الاتجاهي للقوى المؤثرة على مجموع القطع المستقيمة، ويمكننا في هذه الحالة التعبير عن القوة (F_B) وفقاً للمعادلة الرياضية الآتية:

$$d\vec{F}_B = I d\vec{L} \times \vec{B}$$

حيث إنَّ كلاً من $(d\vec{F}_B)$ و $(d\vec{L})$ أجزاء تفاضلية من القوة الكلية $(\vec{F}_B)$ والطول الكلي $(\vec{L})$.

مثال (9-2): Example

قطعة من سلك ناقل مستقيم طولها (0.5 m) يمر بها تيار مقداره (12 A) يصنع زاوية مقدارها (30°) ، يؤثر فيها مجال مغناطيسي مقداره $(2 \times 10^{-2}\text{ T})$.

أوجد حسابياً مقدار القوة المغناطيسية المؤثرة على هذه القطعة.

الحل Solution:

باستخدام العلاقة الرياضية (9-5):

$$F_B = ILB \sin \theta$$

نجد أن:

$$I = 12\text{ A}$$

$$L = 0.5\text{ m}$$

$$B = 2 \times 10^{-2}\text{ T}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} F_B &= (12\text{ A})(0.5\text{ m})(2 \times 10^{-2}\text{ T}) \sin 30^\circ \\ &= 0.06\text{ N} \end{aligned}$$

مثال (9-3): Example

سلك نحاسي مستقيم موضوع بشكل أفقي في مجال مغناطيسي $(\vec{B})$ ، يمر به تيار مقداره (28 A) . أوجد حسابياً مقدار واتجاه المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ بحيث يبقى السلك عائماً، وتوازن القوة (F_B) وزن السلك (mg) ، تأمل الشكل (9-5)، إذا علمت أن الكثافة الطولية* لمادة السلك تساوي (46.6 g/m) .

الحل Solution:

بالنظر إلى الشكل (9-5)، نجد أنَّ وزن السلك (mg) تعادله قوة مغناطيسية (F_B) يمكن حسابها من المعادلة (9-6)، أي أن:

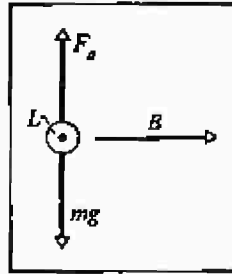
* الكثافة الطولية لمادة هي كتلة وحدة الأطوال، ووحدة قياسها في النظام الدولي (SI) هي (kg/m) .

$$F_B = mg = LID$$

$$B = \frac{mg}{LI} = \frac{(46.6 \times 10^{-3} \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{(1 \text{ m})(28 \text{ A})}$$

$$= 1.6 \times 10^{-2} \text{ T}$$

نلاحظ أننا عوضنا عن كتلة السلك بالمقدار $(46.6 \times 10^{-3} \text{ kg})$ ، مستفيدين من الكثافة الطولية التي أعطيت في نص السؤال ، وبمعادلة الشكل نجد أن هذا المجال المغناطيسي يتجه نحو الأعلى أي خارجاً من الورقة.

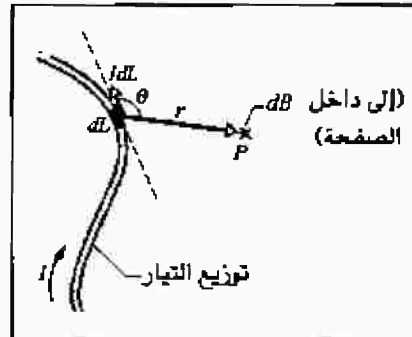


الشكل (9-5)، المثال (9-3)

9-4 المجال المغناطيسي الناشئ عن تيار كهربائي (قانون بيو-سافار) *Biot-Savart law*

Magnetic Field Du to Current

بهدف استيعاب القانون المنسوب إلى العالمين (بيو - سافار) *Biot-Savart* المستخدم لحساب المجال المغناطيسي للتيار الكهربائي المار في سلك ناقل ، بدايةً ، تأمل الشكل (9-6).



الشكل (9-6)

بعد ملاحظة الشكل (9-6) نجد أن مقدراً من طول السلك (dL) يمر خلاله تيار كهربائي ثابت مقداره (I) ، يَشَأ عنه مجال مغناطيسي مقداره (dB) عند النقطة (p) التي تبعد مسافة (r) عن قطعة السلك الناقل. لقد أكد هذان العالمان أن مقدار المجال المغناطيسي التفاضلي (dB) يكون عمودياً على مقدار طول السلك التفاضلي (dL) وهو في اتجاه التيار الكهربائي عند النقطة (p) ، كما أنهما توصلا إلى النتائج الآتية:

$$dB \propto \frac{I}{r^2}$$

$$db \propto I$$

$$dB \propto \sin \theta$$

$$dB \propto dL$$

حيث إن (θ) هي الزاوية بين (dL) واتجاه الخط الواصل بين (dL) والنقطة (p) :

$$dB \propto \frac{IdL \sin \theta}{r^2}$$

وبعد تحويل التناسب إلى مساواة وإدخال ثابت التناسب، نجد أن:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \sin \theta}{r^2} \quad \text{قانون بيوسافار} \quad (9-7)$$

حيث (μ_0) مقدار ثابت يسمى ثابت النفاذية *permeability constant*، أما مقداره العددي فيساوي إلى:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}$$

$$\approx 1.26 \times 10^{-6} \text{ T.m/A}$$

ونلاحظ من خلال الشكل (9-6) أن اتجاه المقدار (dB) إلى داخل الصفحة، كما نلاحظ أيضاً أن مقدار الضرب الاتجاهي $(dL \times r)$ حيث إن (r) في هذه الحالة هو المتجه الممتد من عنصر التيار إلى النقطة (p) ، وهكذا يمكننا إعادة كتابة المعادلة (9-7) بالصيغة الاتجاهية الرياضية الآتية:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} \quad (9-8)$$

إن العلاقة الرياضية (9-7) تمثل الصيغة العامة لقانون بيوسافار، ويمكننا استخدامها لحساب شدة المجال المغناطيسي في حالات مختلفة، وسنستعرضها فيما يلي على شكل أمثلة محلولة.

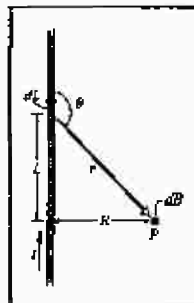
مثال (9-4): Example

استخدم الصيغة الرياضية العامة لقانون بيوسافار للتعبير عن شدة المجال المغناطيسي الناشئ عن سلك طويل جداً، عند نقطة (p) تبعد عنه مسافة (r) ويمر خلاله تيار كهربائي ثابت مقداره (I) .
والآن لنأمل الشكل (9-7).

الحل Solution:

بهدف التعبير رياضياً عن شدة المجال المغناطيسي الناشئ بسبب مرور تيار كهربائي مقداره (I) في سلك طويل، وعلى مسافة منه مقدارها (r) ، يمكننا استخدام قانون العالمين بيوسافار، ولكي نتوصل إلى النتيجة المناسبة انظر الشكل (9-7).

المجال المغناطيسي
لتيار كهربائي
يمر في سلك
طويل جداً



الشكل (9-7)

إن النقطة (p) هي النقطة التي نبحث عن شدة المجال المغناطيسي عندها بسبب مرور جزء من التيار في النصف العلوي من السلك، وذلك بحساب التكامل من $(0 - \infty)$ في المعادلة (9-8)، وذلك بعد ملائمتها مع المثال (9-4):

$$d\vec{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{Id\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$

حيث إن المتجه $(\vec{r})$ يبدأ من العنصر التفاضلي للتيار وينتهي عند النقطة (p)، كما أن حاصل الضرب الاتجاهي $(d\vec{L} \times \vec{r})$ يبين اتجاه المجال المغناطيسي $(d\vec{B})$ ، والآن:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \sin \theta}{r^2}$$

ذلك أن:

$$dL \times r = dL r \sin \theta$$

وبملاحظة أن السلك يتأثر بالمقدار نفسه من المجال المغناطيسي في نصفية العلوي والسفلي، لذا نلجأ إلى ضرب المعادلة بالعدد اثنين، إذاً:

$$\vec{B} = \int dB = \frac{\mu_0}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \theta dL}{r^2}$$

وبالرجوع إلى الشكل (9-7) نجد أن:

$$\sin(\theta) = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{L^2 + R^2}}$$

$$r = (L^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \frac{R}{L(s^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} ds$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \left[\frac{L}{(L^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}} \right]_0^\infty$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

والآن، ومرةً أخرى، وبسبب التناظر الكبير لتوزيع التيار الكهربائي فإننا نستطيع استخدام قانون أمبير، لحلقة مغلقة تسمى حلقة أمبير، ففهي الحالة التي بين أيدينا، -حالة السلك الطويل- نستطيع استخدام قانون أمبير لإيجاد النتيجة نفسها باستخدام قانون بيوسافار، وذلك حسب الآتي:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \quad (9-9)$$

هذه هي الصيغة الرياضية لقانون أمبير ومن الواضح أن، الحلقة المغلقة هي دائرة نصف قطرها (R) ، أي أن:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = 2\pi R B$$

$$2\pi R B = \mu_0 I$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

وهي ذات النتيجة الأولى التي حصلنا عليها باستخدام الصيغة العامة لقانون بيو - سنفار.

كما يمكننا معالجة هذه المسألة دون اعتماد النصف العلوي $(0 - \infty)$ أو النصف السفلي $(\infty - 0)$ ، وذلك بإجراء التكامل مرة واحدة من بداية السلك إلى نهايته $(\infty, \infty+)$ وذلك على النحو الآتي:

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dL \sin \theta}{r^2}$$

$$\tan \theta = \frac{R}{L}, L = R \tan \theta$$

$$\sin \theta = \frac{R}{r}, r = \frac{R}{\sin \theta}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{R d\theta}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\left(\frac{R^2}{\sin^2 \theta} \right)} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{-R \sin^3 \theta d\theta}{\sin^2 \theta R^2}$$

$$= \frac{-\mu_0 I}{4\pi} \int_{\pi}^0 \sin^2 \theta d\theta = \frac{-\mu_0 I}{4\pi} [-\cos \theta]_{\pi}^0$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

ملاحظة: عندما تتغير (dL) من $(-\infty \text{ إلى } +\infty)$ فإن الزاوية تتغير من $(0 - \pi)$.

إن العلاقة الرياضية (9-9)، هي ما نسميه قانون أمبير، ويمكننا استخدامه لحساب المجال المغناطيسي عندما نتأكد أن التناظر الإحصائي الهندسي لتوزيع التيار الكهربائي يتحقق، وسنكتفي ببيان نتيجة المثال التالي.

مثال (9-5): Example

استخدم قانون أمبير للتعبير عن شدة المجال المغناطيسي الناشئ عن مرور تيار كهربائي ثابت (I) في عروة دائرية نصف قطرها (r) .

الحل Solution:

إن الصيغة العامة لقانون أمبير هي:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I$$

حيث يشير الطرف الأيمن إلى إيجاد التكامل حول مسار مغلق، وهو في هذه الحالة عبارة عن عروة أو حلقة دائرية، نصف قطرها (r)، إذن:

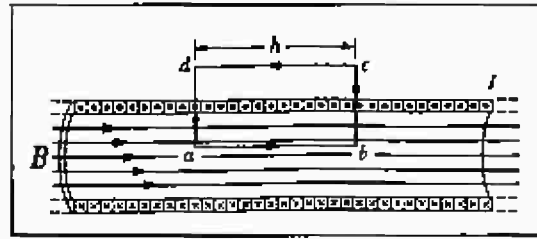
$$\oint dL = 2\pi r$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}} \quad \text{المجال } B \text{ لعروة دائرية} \quad (9-10)$$

9-5 المجال المغناطيسي لملف حلزوني *The Magnetic Field of Solenoid*

تأمل الشكل (9-8) حيث تلاحظ أن الملف الحلزوني هو عبارة عن ملف اسطوانتي طويل يحتوي على عدد (n) من اللفات لوحدة الطول، يمر خلاله تيار ثابت مقداره (I)، ونلاحظ في هذه الحالة أن الموصل قُطِّبَ عليه شرط التماثل الهندسي لاستخدام قانون أمبير.



الشكل (9-8)

وبهدف حساب المجال المغناطيسي ($\vec{B}$) نأخذ مقطعاً طويلاً لملف حلزوني نموذجي حيث تكون لفاته محكمة وملتصقة ببعضها البعض، إن حلقة أمبير المغلقة في هذه الحالة هي عبارة عن المستطيل ($a b c d$) ويمثل التيار (I_0) المقدار الذي يمر خلال حلقة أمبير. والآن يمكننا استخدام قانون أمبير على الأجزاء الأربعة من هذه الحلقة.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{L} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{L} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{L} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{L}$$

حيث إن ($\vec{B}$) عمودي على كل من ($b c$) و ($d a$)، وهكذا نجد أن الزاوية بينهما (90°) ومعلوم أن ($\cos 90^\circ$) يساوي الصفر، وهكذا لا وجود للمجال المغناطيسي على هاتين القطعتين ($B = 0$)، أما القطعتين (ab) و (cd) فإن الزاوية بينهما وبين المجال ($\vec{B}$) تساوي الصفر، وهذا يؤدي إلى أن:

$$\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{L} = \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{L} = \vec{B} h$$

حيث إن (h) هو طول كل من المسار (a, b) و (c, d) ، وكنا قد بينا أن عدد اللفات لوحدة الطول في الملف هو (n) ، نستطيع الآن أن نعبر عن التيار الكلي خلال حلقة أمبير بالشكل الآتي:

$$I_o = I(nh)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \vec{B}h = \mu_o I n h$$

$$\vec{B} = \mu_o I n \quad (9-11)$$

إن العلاقة الرياضية (9-11) تعبر عن شدة المجال المغناطيسي للملف حلزوني *ideal solenoid* نموذجي. أما المجال المغناطيسي للملف حلقي *toriod* يحمل تياراً مقداره (I) وعدد لقاته الكلية (N) فإن المجال المغناطيسي الناشئ داخله هو:

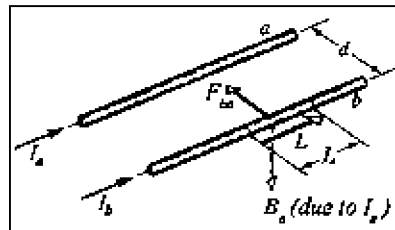
$$\vec{B}(2\pi r) = \mu_o I N$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_o I N}{2\pi r}} \quad \text{شدة المجال } B \text{ للملف حلزوني} \quad (9-12)$$

إن العلاقة الرياضية (9-12) تعبر عن شدة المجال المغناطيسي للملف دائري، نصف قطره (r) ، وهو نصف قطر حلقة أمبير.

9-6 القوة المتبادلة بين سلكين طويلين جداً *Interacting force—two parallel currents*:

إن الغاية من دراسة هذه الفقرة هي تحديد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المتبادلة بين سلكين طويلين جداً، متوازيين، تفصلهما عن بعضهما مسافة (d) ، يسري خلالهما تياران (I_a) و (I_b) ، ولهذه الغاية تأمل الشكل (9-9).



الشكل (9-9)

إن تحقيق هذه الغاية يتم من خلال إيجاد المجال المغناطيسي الذي يؤثر به السلك الثاني على السلك الأول، ثم تحديد القوة الناتجة عن ذلك.

وستبدأ بالبحث عن القوة الناشئة عن السلك (b) بسبب المجال المغناطيسي (B_o) ، إن المجال المغناطيسي (B_o) المؤثر على كل نقطة من السلك (b) هو:

$$B_o = \frac{\mu_o I_a}{2\pi d} \quad (9-13)$$

ويمكننا تحديد اتجاهه باستخدام قاعدة اليد اليمنى، انظر الشكل (9-9)، والآن يمكننا إيجاد القوة المغناطيسية (F_{ba}) المؤثرة على السلك (b)، وذلك باستخدام العلاقة الرياضية (9-5)، حيث:

$$F_{ba} = I_b L \times B_a \quad (9-14)$$

ونلاحظ من الشكل (9-9) أن كلاً من (L) و (B_a) متعامدان، والآن من العلاقتين الرياضيتين (9-13) و (9-14) نجد أن:

$$F_{ba} = I_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 L I_a I_b}{2\pi d}$$

$$F_{ba} = \frac{\mu_0 I_a I_b L}{2\pi d} \quad \text{القوة المتبادلة بين سلكين} \quad (9-15)$$

أما اتجاه القوة (F_{ba}) فيمكننا معرفته بمعرفة حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين ($L \times B_a$) وباستخدام قاعدة اليد اليمنى نجد أن (F_{ba}) تتجه مباشرة إلى السلك (a).

أما القوة التي تؤثر على السلك (a) فيمكننا إيجادها بالطريقة الأولى نفسها، وسنجد أن اتجاهها نحو السلك (b)، وهكذا، فإن السلكين المتوازيين يجذبان بعضهما البعض، أما إذا كان التياران باتجاهين مختلفين فإن السلكين المتوازيين سوف يتنافران، وعليه يمكننا أن نستنتج ما يلي:

التياران المتوازيان (على الاتجاه نفسه) يجذبان بعضهما البعض، أما التياران غير المتوازيين (باتجاهين مختلفين) فإنهما يتنافران.

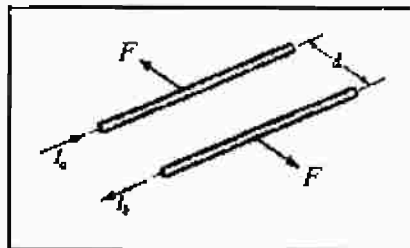
مثال (9-6): Example

في الشكل (9-10) تلاحظ سلكين طويلين متوازيين تفصلهما عن بعضهما مسافة ثابتة (d) يحملان تيارين كهربائيين على التوالي (I_a, I_b) باتجاهين متعاكسين، حيث إن:

$$d = 5.3 \text{ cm}, I_b = 32 \text{ A}, I_a = 15 \text{ A}$$

أوجد حسابياً مقدار القوة المغناطيسية بين السلكين، وحدد اتجاهها، وذلك على امتداد جزء من طولها يساوي (40 m).

الحل Solution:



الشكل (9-10) يوضح قوة التناظر بين سلكين طويلين جداً

تأمل الشكل (9-10).

باستخدام العلاقة الرياضية (9-15)، نجد أن:

$$I_a = 15 A, \quad I_b = 32 A$$

$$d = 5.3 \text{ cm}, \quad L = 40 \text{ m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m}$$

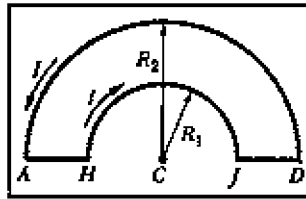
$$\begin{aligned} F_{ab} &= \frac{\mu_0 I_a I_b L}{2\pi d} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(15)(32)(40)}{2\pi(5.3 \times 10^{-2})} \\ &= 7.24 \times 10^{-2} \text{ N} \end{aligned}$$

أما اتجاهها فهو عمودي على اتجاه السلكين، مشيراً نحو الخارج، ذلك أنها قوة تنافر.

مسائل عامة محلولة

Solved problems

9-1 استخدم قانون بيو-سافار *Biot-Savart*، وذلك لحساب شدة المجال المغناطيسي (B) عند مركز الشكل (9-11) المبين بالنقطة (c)، وكما تلاحظ فإن الشكل عبارة عن نصفي دائرتين، نصف قطر الأولى (R_1)، ونصف قطر الثانية (R_2) وتلاحظ أيضاً أن المجال المغناطيسي ناشئ من الشكل ($ADJHA$)، إذا كان مقدار التيار المار خلاله (I).



الشكل (9-11)

الحل:

إن لصيغة الرياضية لقانون بيو - سافار هي:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$

1- نلاحظ أولاً أن القطعتين المستقيمتين (AH) و (JD) يمر بكل منهما تيارين مختلفين في الاتجاه ومتساويين في المقدار، وهذا ما يؤكد لنا أن المجالين المغناطيسيين الناشئين من كل قطعة، متساويان في المقدار ومتعاكسان في الاتجاه أيضاً، والخلاصة أن كلاً من القطعتين لا تسهمان في المجال المغناطيسي عند النقطة (c).

2- إن المجال الناشئ عن نصف الدائرة الأولى، عند النقطة (c) هو:

$$\begin{aligned} B_{c1} &= \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \int \frac{I d\vec{L}_1 \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{R_1 d\vec{L}_1}{R_1^3} \\ d\vec{L}_1 \times \vec{r} &= r ds \sin(90) = r dL \\ \int \frac{R_1 dL}{R_1^3} &= \frac{1}{R_1^2} \int dL = \frac{\pi R_1}{R_1^2} = \frac{\pi}{R_1} \\ B_{c1} &= \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi} \right) \left(\frac{\pi}{R_1} \right) = \frac{\mu_0 I}{4R_1} \end{aligned}$$

وهكذا نجد أن المجال الناشئ عن النصف الثاني ذي نصف القطر (R_2) :

$$B_{c2} = \frac{\mu_0 I}{4R_2}$$

$$B_c = B_{c1} + B_{c2} = \frac{\mu_0 I(R_2 - R_1)}{4R_1 R_2}$$

مع ملاحظة أن اتجاه شدة المجال إلى داخل الصفحة.

9-2 في ذرة الهيدروجين، إذا افترضنا أن الإلكترون يتحرك على مسار دائري نصف قطره $(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})$ ويسير بسرعة خطية منتظمة $(1.3 \times 10^6 \text{ m/s})$.

أوجد حسابياً شدة المجال المغناطيسي الناتج عن حركة الإلكترون، وذلك عند مركز الذرة.

ملاحظة: كتلة الإلكترون $(m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})$ ، وشحنه $(q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$.

الحل:

إن اتجاه المجال المغناطيسي يكون عمودياً على السرعة الخطية للإلكترون، ويمكن حساب القوة المغناطيسية في هذه الحالة من العلاقة الرياضية:

$$F_B = q \vec{v} \times \vec{B} = q v B \sin(90) = q v B$$

كما يمكننا إيجاد تسارع الإلكترون من العلاقة الرياضية لقانون نيوتن الثاني:

$$F_B = m_e a$$

$$a = \frac{F_B}{m_e}$$

وبما أن مسار الإلكترون دائري، يمكننا إيجاد تسارعه بدلالة كلٍ من السرعة الخطية ونصف قطر المسار، إذن:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$B = \frac{F_B}{qv} = \frac{m_e v^2}{e r v} = \frac{m_e v}{e r}$$

$$= \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.3 \times 10^6 \text{ m/s})}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})} = 1.39 \times 10^4 \text{ T}$$

مسائل وتمارين الفصل التاسع

Chapter Nine Exercises & Problems

- 9-1 برروتون يتحرك بزاوية قدرها (23°) بالنسبة لمجال مغناطيسي شدته (2.6 mT) ويعاني من تأثير قوة مغناطيسية قدرها $(6.5 \times 10^{-17} \text{ N})$.
 1- أوجد حسابياً سرعة البروتون.
 2- أوجد حسابياً الطاقة الحركية للبروتون مقدرة بوحدات (eV) .
- 9-2 سلك موصل يمر خلاله تيار كهربائي تبلغ شدته (4.4 A) ، يتعرض لتأثير مجال مغناطيسي منتظم وعمودي عليه ، مقدار شدته (1.5 T) .
 أوجد حسابياً القوة المغناطيسية لكل وحدة طول من هذا السلك.
- 9-3 ملف حلزوني *solenoid* طوله (95 cm) ونصف قطره (2 cm) ، وعدد لفاته (1200) لفة يحمل تياراً قدره (3.6 A) .
 أوجد مقدار المجال المغناطيسي لهذا الملف.
- 9-4 ملف حلزوني عدد لفاته (200) لفة ، وطوله (25 cm) وقطره (10 cm) ، ويحمل تياراً قدره (0.3 A) .
 أوجد مقدار المجال المغناطيسي قرب مركزه.
- 9-5 ملف حلزوني طوله (13 cm) وقطره (2.6 cm) يحمل تياراً قدره (18 A) . مقدار المجال المغناطيسي بداخله يساوي (23 mT) .
 أوجد طول السلك الذي صنع منه الملف. $T \text{ m/A} = 4\pi \times 10^7 \mu_0$
- 9-6 ملف حلقي دائري *toriod* مساحة مقطعه الدائرية داخل مربع طول ضلعه (5 cm) ، ونصف قطر الملف الداخلي تساوي (1.5 cm) ، أما عدد لفاته فيساوي (500) لفة ويحمل تياراً قدره (0.8 A) .
 1- ارسم شكلاً مبسطاً لمقطع هذا الملف.
 2- أوجد مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف عند قطره الداخلي.
 3- المجال المغناطيسي داخل الملف عند قطره الخارجي.
 4- قارن بين مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف عند قطره الخارجي وعند قطره الداخلي. ما الذي استنتجته نتيجة المقارنة؟ وضع ذلك.
- 9-7 سلكين مصنوعين من مادة موصلة ، طويلين متوازيين تفصلهما عن بعضهما مسافة $(12 \times 10^{-2} \text{ m})$ ، ويسري في كل منهما وفي ذات الاتجاه تيار كهربائي مقداره (40 A) .
 أوجد حسابياً القوة المغناطيسية المتبادلة بينهما ، ثم حدد اتجاهها.

مسائل اختيارية

Optional Problems

9-1 إلكترون يمتلك متجه السرعة الممثل كالاتي:

$$\vec{v} = (2 \times 10^6 \text{ m/s})\hat{i} + (3 \times 10^6 \text{ m/s})\hat{j}$$

يتحرك خلال مجال مغناطيسي يمثل المتجه

$$\vec{B} = (0.03 \text{ T})\hat{i} - (0.15 \text{ T})\hat{j}$$

1- أوجد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المؤثرة على الإلكترون.

2- أعد المطلوب (1) نفسه على بروتون يمتلك السرعة نفسها.

9-2 إلكترون يتحرك في مجال مغناطيسي منتظم بسرعة اتجاهية:

$$\vec{v} = (40 \text{ km/s})\hat{i} + (35 \text{ km/s})\hat{j}$$

ويعاني من تأثير قوة اتجاهية:

$$\vec{F} = -(4.2 \times 10^{-15} \text{ N})\hat{i} + (4.8 \times 10^{-15} \text{ N})\hat{j}$$

الخلاصة

Summary

- المجال المغناطيسي *magnetic field*: ينشأ بفعل الشحنات الكهربائية المتحركة، وهو الحيز أو المنطقة التي تظهر فيها القوة المغناطيسية التي يمكننا اختبارها بواسطة القطب الشمالي لمغناطيس، وتقاس شدة المجال المغناطيسي بوحدة التسلا، وهي وحدة القياس المعتمدة في النظام الدولي للقياس (SI)، وعندما تكون الزاوية بين المجال وسرعة انجراف الشحنات الكهربائية (90°) فإن المجال:

$$B = \frac{F_B}{qv}$$

$$1T = \frac{1N}{1C \left(\frac{1m}{1s} \right)} = \frac{1N}{1A \cdot 1m}$$

- القوة المغناطيسية المؤثرة على سلك طوله (L) يمر به تيار كهربائي ثابت (I) ويخضع لتأثير مجال مغناطيسي مقداره (B) تساوي:

$$F_B = I \vec{L} \times \vec{B}$$

قانون بيو-سافار *Biot's-Savart law*:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$

يستخدم هذا القانون لإيجاد المجال المغناطيسي الناشئ عن مرور تيار كهربائي في ناقل مستقيم، عند نقطة معلومة، وهو يتناسب طردياً مع شدة التيار الكهربائي (I) وعكسياً مع المسافة بين النقطة المعلومة والناقل.

قانون أمبير *Ampere's law*:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I$$

ويستخدم في حالة التناظر الهندسي للتيار الكهربائي، وذلك باختيار حلقة مغلقة لمرور التيار تسمى حلقة أمبير *Amperian Loop*، ومن الاستنتاجات المباشرة لهذا القانون:

1- المجال المغناطيسي الناشئ عن عروة دائرية نصف قطرها (r) :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2- المجال المغناطيسي لللف حلزوني:

$$B = \mu_0 I n$$

حيث إن (n) عدد اللفات لوحدة الطول.

3- المجال المغناطيسي لللف حلقي:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$

حيث إن (N) العدد الكلي لللفات، (r) نصف قطر اللفة الواحدة.

• القوة المغناطيسية المتبادلة بين سلكين طويلين جداً:

$$F_m = \frac{\mu_0 I_a I_b L}{2\pi d}$$

حيث إن (L) طول السلك، (I_a) التيار المار خلال السلك الأول، (I_b) التيار المار خلال السلك الثاني، (d) المسافة الفاصلة بين السلكين.

الموجات الكهرومغناطيسية *Electromagnetic Waves*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يقرر أهمية التسمية المتعارف عليها "فوس هزج" ماكسويل ومدى تعبيرها عن حقيقة علاقتها بالموجات الكهرومغناطيسية.
- أن يعرف القارئ كيف تتولد وكيف تنتقل الموجات الكهرومغناطيسية.
- أن يفسّر القارئ حقيقة انتقال الطاقة عن طريق الموجات الكهرومغناطيسية.
- أن يفسّر القارئ استقطاب الموجات الكهرومغناطيسية بواسطة الانعكاس.
- أن يعرف القارئ العلاقة الهامة بين نسبة المجال الكهربائي إلى المجال المغناطيسي بمفهوم سرعة الضوء.

الموجات الكهرومغناطيسية Electromagnetic Waves

10-1 المقدمة Introduction :

كان إنجاز العالم الشهير ماكسويل *Maxwell* والمتمثل في إثباته أن الضوء المرئي *visible light* ينتمي إلى الموجات الكهرومغناطيسية، وأن انتقال حزمة من الضوء في حقيقتها هو انتقال لموجة من المجالين الاتجاهيين الكهربائي والمغناطيسي في آن معاً *magnetic field vectors and electric field vectors*.

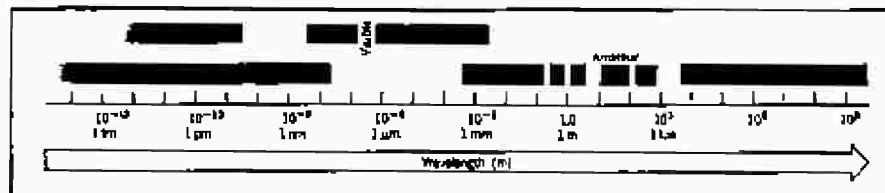
إن الأشعة الضوئية المرئية والأشعة تحت الحمراء *infrared* والأشعة فوق البنفسجية *ultraviolet* كلها من أنواع الأشعة التي كانت معروفة في زمن ماكسويل إلا أن العالم هنري هيرتز *Heinrich Hertz* هو الذي اكتشف الأشعة الراديوية *radio wave* وأثبت أنها تسير بسرعة الضوء.

ويهدف التعرف على أجزاء الطيف المغناطيسي تأمل الشكل (10-1) لذلك تستنتج لماذا أسماء أحد الكتاب قوس قزح ماكسويل *Maxwell's rain bow*. إنه عبارة عن مقياس للطول الموجي، أو بتعبير آخر طيف الأمواج الكهرومغناطيسية *electromagnetic spectrum*، ووضح على الشكل أن نهايتي هذا الطيف ليستا مغلقتين، وهذه إشارة إلى أن الموجات الكهرومغناطيسية ليس لها نهاية عظمى أو نهاية صغرى، وقد تطالعتنا الأبحاث يوماً ما بتسميات جديدة لموجات كهرومغناطيسية مكتشفة.

إن بعض أجزاء هذا الطيف تحمل أسمائها المعروفة بها، مثل أشعة إكس *x-ray*، والأمواج المايكروية *microwaves*، وغير ذلك، وهي تمثل مجال الأطوال الموجية الذي يمكننا أن نحصل خلاله على تلك الأمواج.

ونحن نتحدث عن الموجات الكهرومغناطيسية لا بد لنا أن نؤكد على الملاحظتين الهامتين الآتيتين بخصوص الطيف الكهرومغناطيسي:

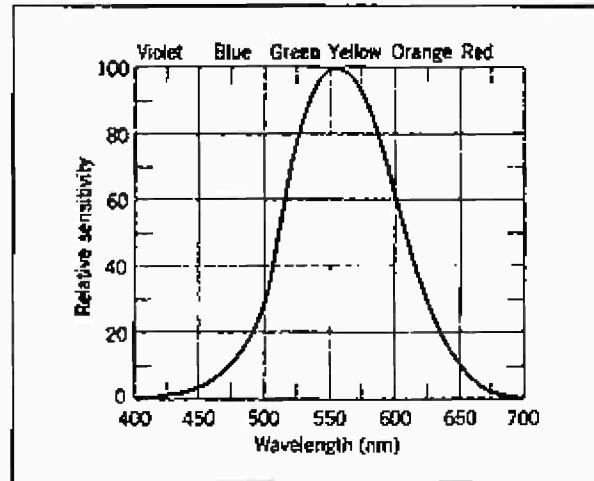
- 1- لا يوجد أية فجوات أو انقطاع في الطيف الكهرومغناطيسي.
- 2- إن جميع أنواع الموجات المذكورة في الطيف الكهرومغناطيسي بلا استثناء تسير عبر الفراغ *vacuum* بسرعة الضوء (c).



الشكل (10-1)

الطيف الكهرومغناطيسي *electromagnetic spectrum*، ويظهر من خلاله مجال الأطوال الموجية لكل نوع من هذه الأنواع

إن المنطقة التي تحظى بأهمية خاصة من الطيف الكهرومغناطيسي، ولا سيما في معامل البصريات، هي المنطقة المرئية *visible region* وهو ما يمكننا رؤيته عندما يمر الضوء عبر المنشور الزجاجي *prizm* حيث يتحلل إلى ألوانه الستة، وجميعها في حدود مقدرة العين البشرية للإبصار، ويقع هذا المجال عموماً بين الأطوال الموجية (400-700 nm)، تأمل الشكل (10-2).



الشكل (10-2)

إحساس العين البشرية النسبي لمجموعة من الموجات الكهرومغناطيسية،

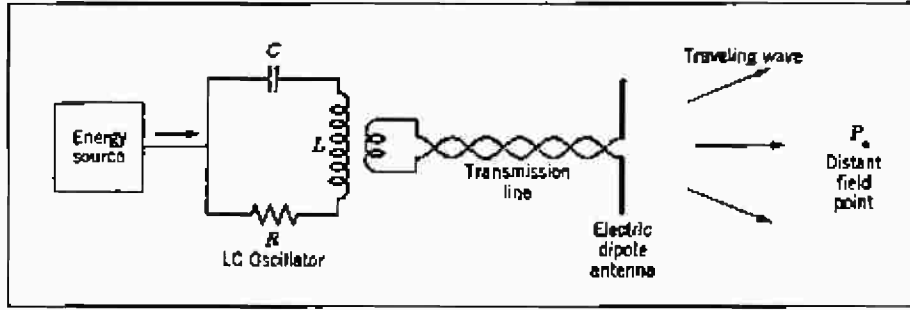
ويلاحظ أنها مكونة من الطيف المرئي

10-2 توليد الأمواج الكهرومغناطيسية *Creating an Electromagnetic Wave*

بدايةً ونحن نتحدث عن توليد الموجات الكهرومغناطيسية، لا بد من التأكيد على أن حجم مصدرها يكون بحدود حجم الذرة أو نواتها، وهذه مسألة فيزيائية يتم تفسيرها بواسطة ميكانيك الكم *quantum mechanics*، ومن الأمثلة عليها أشعة إكس *x-ray*، وأشعة كاما *gamma rays*، وطيف الضوء المرئي *visible light*.

إن السؤال الذي يحتاج إلى إجابة مناسبة بعد هذه المقدمة، هو كيف يتم توليد الموجات الكهرومغناطيسية؟

ولتسهيل الإجابة عن هذا السؤال فإننا سوف نأخذ مجالاً محدداً من الأطوال الموجية للطيف الكهرومغناطيسي، وتحديدًا عند الطول الموجي ($\lambda = 1m$) والتي يكون عندها الإشعاع الكهرومغناطيسي عبارة عن موجة راديوية قصيرة *shortwave radio* يمكن معاينتها والتحكم بها، ونشير هنا إلى أن مصدرها هو عبارة عن هوائي بسيط *antenna*، تأمل الشكل (10-3).



الشكل (10-3)

يوضح الخطوط العريضة الخارجية مولد الموجات القصيرة

نلاحظ في وسط هذا الجهاز وجود مولد التذبذبات من النوع LC

إن اشحنات التي تولد التيار الكهربائي في هذه الدائرة تتغير تغيراً جيبياً بمقدار التردد الزاوي لمولد التذبذبات $\omega = 1/\sqrt{LC}$ نفسه.

وكما هو واضح من الشكل (10-3) فإن وجود مصدر للطاقة - كأن يكون بطارية مثلاً - يعمد كلاً من الفقدان الحراري في الدائرة والطاقة التي تحملها الموجات الكهرومغناطيسية، كما يتضح أن مولد التذبذبات LC oscillator موصول بمحولة وخط نقل يغذي الهوائي الذي يتكون بدوره من قطعتين رقيقتين من مادة موصلة للتيار الكهربائي على شكل قضبان (هوائي ذو قطبين)، من خلال هذه الدائرة يحدث التيار المتذبذب جيبياً *oscillate sinusoidally* حركة جيبية في شحنات الهوائي بمقدار التردد الزاوي للمتذبذب (ω) نفسه، والهوائي هنا له تأثير المزدوج الكهربائي والذي يتغير عزمه الكهربائي بشكل جيبي في المقدار والاتجاه على طول الهوائي. ويسبب هذا التغير لعزم المزدوج يتغير أيضاً المجال الكهربائي الناشئ مقداراً واتجاهاً.

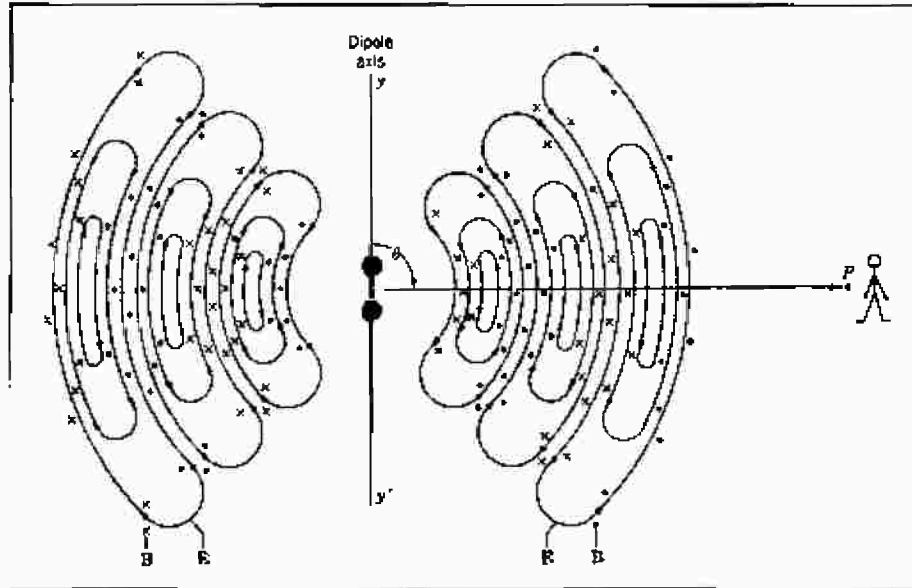
إن مرور التيار الكهربائي المتغير جيبياً يولد مجالاً مغناطيسياً يتغير هو الآخر جيبياً مقداراً واتجاهاً.

إن التغير الحاصل في كل من المجالين الكهربائي والمغناطيسي ينشأ عنه موجات كهرومغناطيسية تصدر عن الهوائي بسرعة الضوء ويتردد زاوي مساوي إلى تردد مولد التذبذبات (ω).

ولمزيد من الإيضاح انظر الشكل (10-4) حيث يمكن رؤية كل من المجال الكهربائي (E) والمجال للمغناطيسي (B) تتغير مع الزمن كموجة واحدة قبل أن تصل إلى نقطة الاستقبال (P). كما يمكن رؤية شعنتي الهوائي ذو القطبين وكذلك التيار الكهربائي (i).

وإذا تأملنا الشكل أكثر نجد أن المسارات الثلاثة تمثل كلاً من المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي عند ثلاث قيم مختلفة للزمن حدثت بواسطة الهوائي وهي متجهة نحو اليمين واليسار حيث يتجه المجال المغناطيسي إلى داخل الصفحة وخارجها على التناوب، بينما يتجه المجال

الكهربائي أعلى وأسفل الصفحة على التناوب أيضاً. والمجموعتان الموضعتان في الشكل (10-4) هي جزء من النموذج الكامل لتناوب المجالين، وهي تتجه كما أسلفنا سابقاً مبتعدة عن الهوائي بسرعة الضوء (c).



الشكل (10-4)

كل من الممارات الثلاثة حصلت عند زمن معين يبين هذا الشكل منظرًا قريباً من الأعلى لمزدوج متذبذب يصدر أشعة كهرومغناطيسية، كما يوضح كلاً من خطوط المجالين الكهربائي والمغناطيسي المتقترنة بها النقاط (•) توضع الموجات الخارجة والتقاطع × يوضح الموجات الداخلة إلى مستوى الورقة

وهكذا نرى كيف تمكنا عملياً من توليد الموجات الكهرومغناطيسية الراديوية ضمن أطول الطول الموجي الذي اخترناه مسبقاً.

10-3 انتقال الموجات الكهرومغناطيسية *The Traveling Electromagnetic Wave* :

إذا نظرنا إلى الشكل (10-4) مرة أخرى ولاحظنا النقطة (P)، إن هذه النقطة استخدمت في حقيقة الأمر للإشارة إلى محطة الرصد للموجات الكهرومغناطيسية المنبعثة عن الهوائي، وهي ليست قريبة كما يبدو، بل لا بد من وجودها على بعد مناسب لعملية الاستقبال، كما يوضح الشكل أيضاً أن انتقال الموجات الكهرومغناطيسية إلى محطة الرصد يكون بشكل مستمر. ولا بد من أن نؤكد حقيقة أن كلاً من المجالين المغناطيسي (B) والكهربائي (E) يكونان دائماً في حالة من التعمد أثناء انتقال الموجة الكهرومغناطيسية، كما أنهما متعامدان مع اتجاه انتشار الموجة ذتها، ولمزيد من التوضيح فإن محطة الاستقبال عند أي مقدار للزمن (t) تستقبل الكميات التالية:

$$\vec{E} = \vec{E}_m \sin(kx - \omega t) \quad \text{المجال الكهربائي} \quad (10-1)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_m \sin(kx - \omega t) \quad \text{المجال المغناطيسي} \quad (10-2)$$

حيث إن (E_m) ، (B_m) ، هما السعة العظمى لكل من المجالين الكهربائي والمغناطيسي ، كما أن (x) هي المسافة بين مصدر الموجة الكهرومغناطيسية ونقطة استقبال هذه الموجة في اتجاه انتشار الموجة الكهرومغناطيسية ، أما سرعة الموجة فهي:

$$c = \frac{\omega}{k} \quad (10-3)$$

حيث إن:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

وهو عبارة عن التردد الزاوي ويقاس بالراديان لكل ثانية ، كما أن:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (10-4)$$

وهو عبارة عن العدد الموجي الزاوي ويقاس بالراديان لكل متر ، أما التردد *frequency* فتعبر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (10-5)$$

ويقاس بالهرتز حيث:

$$\text{hertz} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ (دورة لكل ثانية)}$$

أما المقدار $(kx - \omega t)$ فهو عبارة عن طور الموجة الكهرومغناطيسية.

إن لمعادلة الرياضية (10-1) تصف معدل التغير الزمني للمجال الكهربائي وفقاً لقانون ماكسويل للحث الكهرومغناطيسي ، ولا بد أن نؤكد هنا أن المجال المغناطيسي المرتبط بها تمثله المعادلة (10-2). بينما تمثل المعادلة الرياضية (10-2) معدل التغير الزمني للمجال المغناطيسي وفقاً لقانون فاراداي للحث الكهرومغناطيسي ولا بد أيضاً أن نؤكد أن المجال الكهربائي المرتبط بها تمثله المعادلة (10-1).

وهكذا نرى أن الموجة المنتشرة كهرومغناطيسياً بسرعة الضوء في الفراغ تعبر عن معدل التغير الزمني لكل من المجالين الكهربائي والمغناطيسي وهذا في حقيقة الأمر ما يمكننا من التعبير عنها بواسطة معادلات ماكسويل *Maxwell's equations*.

وإذا اعتبرنا أن الشحنة الكهربائية ($q = 0$) في الفراغ الحر تساوي إلى الصفر أخذين بالاعتبار أن التيار الكهربائي الحثي في هذه الحالة يساوي الصفر ($i = 0$) فإن معادلات ماكسويل يمكن إعادة صياغتها على النحو الآتي:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{d\phi_B}{dt} \quad \text{قانون فراداي في الحث} \quad (10-6)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \quad \text{قانون ماكسويل في الحث} \quad (10-7)$$

والسؤال المطروح الآن: هل أن وصف الموجات الكهرومغناطيسية المبين في المعادلتين (10-1) و (10-2) يتوافق مع معادلتين ماكسويل (10-6) و (10-7)؟

إن الجواب الصحيح هنا: هو نعم يمكننا التأكيد على ذلك، شريطة أن نعبر عن سرعة الضوء بالمعادلة الرياضية:

$$c = \frac{\bar{E}_m}{\bar{B}_m} \quad (10-8)$$

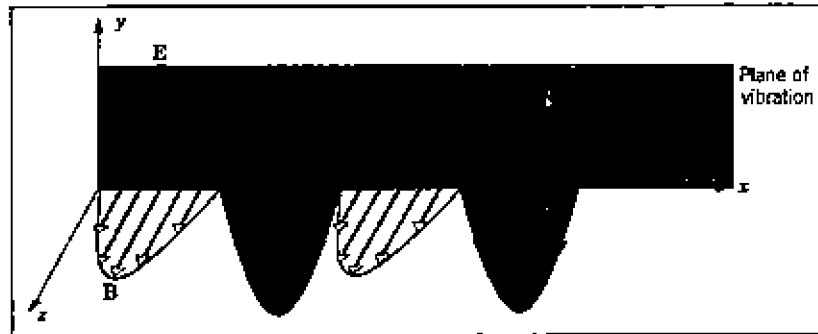
وهي نسبة السعتين العظمى لكل من المجالين الكهربائي والمغناطيسي، كما يمكننا أن نعبر عن سرعة الموجة في الفراغ بالعلاقة الرياضية:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (10-9)$$

وهي تساوي عددياً ($3 \times 10^8 \text{ m/s}$).

حيث إن (μ_0) تمثل نفاذية الفراغ الحر، بينما تمثل (ϵ_0) نفاذية الفراغ الحر.

حيث (E_m) و (B_m) هما القيمتان العظمى لسعتي كل من الموجتين الكهربائية والمغناطيسية، وهما ليستا مستقلتين من بعضهما البعض، انظر الشكل (10-5).



الشكل (10-5)

يبين الشكل أن كلًا من المجالين الكهربائي والمغناطيسي يتذبذبان جيبيًا،

الأول مواز للمحور (y) والثاني مواز للمحور (z) وهما متعامدان

10-4 انتقال الطاقة ومتجه هنري بوينتغ *Energy Transport and The Poynting Vector*

إن جميع الذين تعودوا على أخذ الحمامات الشمسية يعلمون أن أجسامهم تكتسب الطاقة المصاحبة للموجات الكهرومغناطيسية والتي يمكننا التعبير عنها بواسطة المتجه الذي يسمى متجه بوينتغ نسبة إلى *John Henry Poynting*، والذي نعبر عنه رياضياً على النحو الآتي:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad \text{متجه بوينتغ} \quad (10-10)$$

أم وحدة القياس لهذه الكمية في النظام الدولي (SI) فهي الواط لكل متر مربع *Watts per square meter*، ومن الأهمية بمكان أن نلاحظ أن اتجاهه يعبر عن اتجاه نقل الطاقة بواسطة الموجة الكهرومغناطيسية عند النقطة التي تمثل استقبال الموجة.

إن كلا من المتجهين $(\vec{E})$ و $(\vec{B})$ يتغيران أثناء انتقال الموجة الكهرومغناطيسية، الأول بين الزيادة و نقصان في الاتجاه (y) ، والثاني يتغير بين الزيادة والنقصان في الاتجاه (z) ، ولكن ذلك لا يغير من طبيعة المتجه وهو دائماً باتجاه المحور (x) المتزايد، أي باتجاه انتشار الموجة الكهرومغناطيسية، ذلك أن حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{E} \times \vec{B})$ في كلا حالتي التغير يشير إلى الاتجاه العمودي على المستوى الذي يحتويهما، وهما كما أشرنا مسبقاً دائماً في حالة تعامد، وهذا ما يجعلنا نعيد صياغة المعادلة (10-10) رياضياً على النحو الآتي:

$$S = \frac{1}{\mu_0} E B \quad (10-11)$$

ذلك أن مقدار جيب الزاوية بينهما $[\sin(90)]$ يساوي الواحد، ولا بد من أن نلاحظ في المعادلة (10-11) أن كلا من المتجهات الثلاثة $(\vec{B})$ و $(\vec{E})$ و $(\vec{S})$ تعبر عن المقادير الآنية لها. وعلى الرغم من أن كلا من المتجهين $(\vec{E})$ و $(\vec{B})$ متحدران تماماً إلا أن معظم أجهزة القياس المستخدمة في الدراسات الكهرومغناطيسية يستند تصميمها على رصد وقياس المجال الكهربائي $(\vec{E})$.

وبالعودة إلى المعادلة (10-8) التي توضح العلاقة الرياضية بين القيم العظمى لكل من $(\vec{E}_m)$ و $(\vec{B}_m)$ ، نقول بإمكانية اعتمادها لتوضيح العلاقة الرياضية بين المقادير الآنية لكل من $(\vec{E})$ و $(\vec{B})$ على النحو الآتي:

$$\frac{\vec{E}_m}{\vec{B}_m} = \frac{\vec{E}}{\vec{B}} = c \quad (10-12)$$

إن لعلاقة الرياضية (10-12) تمكناً من تعويض المقادير الآنية للمجالين المغناطيسي والكهربائي في المعادلة (10-8) بما يساويها وذلك على النحو الآتي:

$$\vec{B} = \frac{\vec{E}}{c} \quad (10-13)$$

وهذا ما يؤدي إلى إمكانية إيجاد مقدار نسبة الانسياب اللحظي للطاقة، على النحو الآتي:

$$S = \frac{1}{c \mu_0} E^2 \quad (10-14)$$

وبالإمكان استخدام معلوماتنا الأولية عن كل من المجال الكهربائي والمغناطيسي وبالتحديد المجال المغناطيسي الوارد في المعادلة (10-12) وذلك لإعادة اشتقاقها من جديد، وتعريف ما يسمى معدل مقدار الانسياب اللحظي للطاقة ($\vec{S}$) المتغيرة بالنسبة للزمن، ويسمى هذا المعدل شدة الطاقة *energy intensity* والذي نعبر عنه رياضياً على النحو الآتي:

$$I = \vec{S} = \frac{1}{c \mu_0} E_{rms}^2 \quad (10-15)$$

حيث إن (E_{rms}) هي عبارة عن جذر المتوسط التربيعي للمجال الكهربائي، ويساوي رياضياً

$$E_{rms} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad (10-16)$$

كما أن:

$$I = \vec{S} = \frac{1}{c \mu_0} \vec{E}^2 \quad (10-17)$$

ولكن نحن نعلم أن:

$$E = E_m \sin (kx - \omega t)$$

وبتعويض معدل مقدار الدالة الجيبية لنصف الفترة والذي يساوي العدد $\left(\frac{1}{2}\right)$ ، وكذلك

المقدار $E_m = \sqrt{2} E_{rms}$ ، نحصل على:

$$\begin{aligned} I = \vec{S} &= \frac{1}{\mu_0 c} \overline{E_m^2 \sin^2 (kx - \omega t)} \\ &= \frac{1}{\mu_0 c} (\sqrt{2} E_{rms})^2 \left(\frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

$$I = \frac{1}{\mu_0 c} E_{rms}^2 \quad (10-18)$$

وهي العلاقة الرياضية التي تعبر عن معدل شدة الإشعاع الكهرومغناطيسي بدلالة ثابت نفاذية

الوسط الحر (μ) وسرعة الضوء (c)، وجذر المتوسط التربيعي للمجال الكهربائي (E_{rms}).

10-5 ضغط الإشعاع الكهرومغناطيسي *Radation Pessure*:

عندما يتقاطع سطح ما مع الإشعاع الكهرومغناطيسي فإن هناك قوة وضغطاً كهرومغناطيسيين يتم تسليطهما على هذا السطح، وفي حالة امتصاص الإشعاع بشكل كامل فإن القوة المؤثرة يُعبّر عنها رياضياً بالمعادلة:

$$F = \frac{IA}{c} \text{ الامتصاص الكلي} \quad (10-19)$$

حيث يمثل (I) معدل شدة الإشعاع الكهرومغناطيسي، (A) المساحة العمودية لسطح الامتصاص، أما إذا ارتد الإشعاع كلياً عن السطح وفق المسار نفسه الذي سقط خلاله فإننا نعبّر عن القوة المؤثرة في هذه الحالة بالعلاقة الرياضية:

$$F = \frac{2IA}{c} \text{ الانعكاس الكلي على المسار نفسه} \quad (10-20)$$

أما ضغط الإشعاع (P) فيُعرّف على النحو الآتي:

$$P_r = \frac{I}{c} \text{ امتصاص كلي} \quad (10-21)$$

وكذلك في حالة انعكاس الإشعاع الكلي:

$$P_r = \frac{2I}{c} \text{ الانعكاس الكلي على المسار نفسه} \quad (10-22)$$

مثال (10-1): *Example*

إذا علمت أن التقنية الحديثة تمكّنتنا من الحصول على قدرة مقدارها (100 TW) وذلك باستخدام عنصر النيوديميوم *neodymium* كمادة زجاجية لصناعة الليزر، وذلك خلال زمن مقداره (1 ns) بطول موجي يساوي ($0.26 \mu m$).

أوجد حسابياً طاقة النبضة الواحدة؟

الحل *Solution*:

القدرة الناشئة تساوي إلى:

$$P = 100 \times 10^{12} \text{ W}$$

في الفترة الزمنية:

$$\Delta T = 1 \times 10^{-9} \text{ s}$$

إذن: طاقة النبضة الواحدة تساوي إلى:

$$\begin{aligned} E &= P \Delta T = 100 \times 10^{12} \text{ W} \times 1 \times 10^{-9} \text{ s} \\ &= 1 \times 10^5 \text{ Joule} \end{aligned}$$

مثال (10-2): Example

أوجد حسابياً معدل شدة الإشعاع الكهرومغناطيسي لموجة مستوية، إذا كانت القيمة العظمى لسعة المجال المغناطيسي ($B_m = 1 \times 10^{-4} \text{ T}$).

الحل Solution:

من المعادلة الرياضية (10-10) نجد أن:

$$\begin{aligned} I &= \bar{S} = \frac{1}{\mu_0} |\vec{E} \times \vec{B}| \\ &= \frac{E_m B_m}{\mu_0} = \frac{(E_m / \sqrt{2})(B_m / \sqrt{2})}{\mu_0} \\ &= \frac{E_m B_m}{2 \mu_0} \end{aligned}$$

ولكن لدينا:

$$\begin{aligned} \frac{E_m}{B_m} &= c \\ E_m &= c B_m \end{aligned}$$

والآن نجد أن شدة الإشعاع الكهرومغناطيسي يساوي إلى:

$$\begin{aligned} I &= \frac{c B_m^2}{2 \mu_0} = \frac{(3 \times 10^8 \text{ m/s})(1 \times 10^{-4} \text{ T})^2}{2(1.26 \times 10^{-6} \text{ H/m})} \\ &= 1.2 \times 10^6 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

مثال (10-3): Example

موجة كهرومغناطيسية مستوية تبلغ القيمة العظمى لمركبة مجالها الكهربائي ($E_m = \pm 2 \times 10^{-4} \text{ V/m}$).

أوجد حسابياً القيمة العظمى لمركبة مجالها المغناطيسي

الحل Solution:

من المعلوم أن العلاقة الرياضية التي تربط كلاً من (E_m) و (B_m) هي:

$$\begin{aligned} \frac{E_m}{B_m} &= c \\ B_m &= \frac{E_m}{c} = \frac{2 \times 10^{-4} \text{ V/m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} \\ &= 6.67 \times 10^{-13} \text{ T} \end{aligned}$$

مثال (10-4): Example

أوجد حسابياً الطول الموجي (λ) لموجة كهرومغناطيسية تتبع من مولد ذبذبات هوائي من النوع LC حيث تبلغ محاثته $L = 0.253 \mu H$ ، أما سعة مكثفه $C = 250 PF$

الحل Solution:

من المعلوم أن التردد الزاوي لمولد الذبذبات (LC) نعبر عنه بالمعادلة:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega = 2\pi f$$

ولكن:

$$c = \lambda f$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

وهكذا نجد أن الطول الموجي للأشعة الكهرومغناطيسية في هذه الحالة يساوي إلى:

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} = 4.7 m$$

مثال (10-5): Example

إذا كانت القيمة العظمى لمركبة المجال الكهربائي لموجة راديوية مستوية تساوي إلى $(5 V/m)$.

1- أوجد حسابياً القيمة العظمى لمركبة المجال المغناطيسي.

2- أوجد معدل الإشعاع للموجة الكهرومغناطيسية.

الحل Solution:

1-

$$\frac{E_m}{B_m} = c$$

$$B_m = \frac{E_m}{c} = \frac{5 V/m}{3 \times 10^8 m/s} = 1.67 \times 10^{-8} T$$

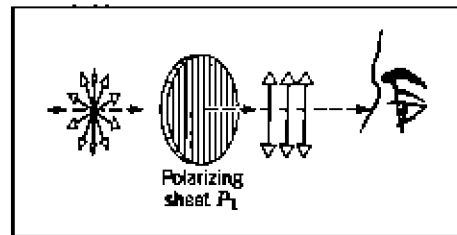
2-

$$I = \bar{S} = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c}$$

$$= \frac{(5 V/m)^2}{2(1.26 \times 10^{-6} H/m)(3 \times 10^8 m/s)} \\ = 3.31 \times 10^{-2} W/m^2$$

10-6 الاستقطاب Polarization :

إن المقصود باستقطاب موجة الأشعة الكهرومغناطيسية هو أن تكون جميع المتجهات التي تمثل المجال الكهربائي في حالة توازي *inparallel*، ونطلق في هذه الحالة على اتجاه المجال الكهربائي اسم اتجاه الاستقطاب *polarization direction*، كما نطلق على المستوى الذي يحوي كلاً من متجه المجال الكهربائي ومتجه انتشار الموجة الكهرومغناطيسية مستوى التذبذب الموجي *plane of vibration*. ومن الناحية التقنية يمكننا الحصول عملياً على أشعة كهرومغناطيسية مُستقطبة وذلك باستخدام ما نسميه بصفيحة الاستقطاب *polarizing sheet*، انظر الشكل (10-6).

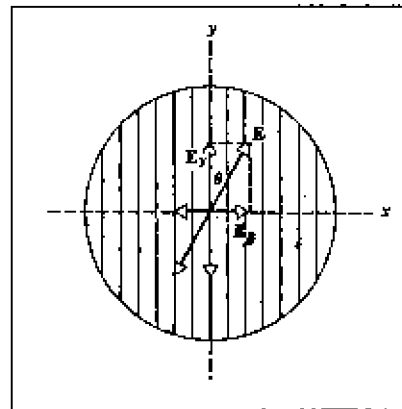


الشكل (10-6)

يصبح الضوء مُستقطباً بعد مروره خلال صفيحة الاستقطاب، ويكون اتجاهه باتجاه محور الاستقطاب للصفيحة وتمثله في الشكل الخطوط المتوازية

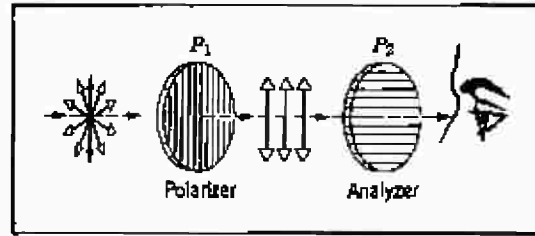
تسمح صفيحة الاستقطاب بمرور مركبات الأشعة الكهرومغناطيسية الاتجاهية خلال خطوط استقطابها، حيث يخرج الضوء المُستقطب من الجهة المقابلة بشدة إضاءة مساوية لنصف شدة الإضاءة الأصلية للأشعة الساقطة على المُستقطب. وبحالة عامة نعبّر رياضياً عن شدة الإضاءة الناتجة بعد مرور الإشعاع خلال المُستقطب بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$I = I_m \cos^2 \theta \quad (10-23)$$



الشكل (10-7)

يبين كيف يتحلل المجال الكهربائي (E) إلى مركبتين (E_y) و (E_z)



الشكل (10-8)

يبين عدم مرور الضوء المستقطب في صفيحة الاستقطاب (P_1) analyzer،
بعد أن تم استقطابه بواسطة صفيحة الاستقطاب (P_1) polarizer

حيث إن:

(I_0) هي شدة الإضاءة الأصلية للأشعة الساقطة.

(θ) هي الزاوية بين اتجاه خطوط الاستقطاب للصفحة واتجاه شعاع الضوء الساقط، انظر الشكل (10-7) حيث يوضح هذه الكميات كما يوضح أن المجال الكهربائي قد تحلل إلى مركبتين إحداها موازية لمحور الاستقطاب والأخرى عمودية عليه، بينما يوضح الشكل (10-8) أن الضوء المستقطب الذي حصلنا عليه بعد مروره بالمستقطب polarizer لا يمكنه المرور عندما يعترض طريقه صفيحة استقطاب أخرى والذي نسميه هنا المحلل analyzer، وذلك عندما تكون محاور الاستقطاب لكل من المستقطب والمحلل عموديتان *crossed* على بعضهما البعض. أما إذا كان وضع محاور المحلل بزاوية (θ) فإن شدة الإضاءة تخضع للقانون المبين في المعادلة (10-23).

مسائل عامة محلولة

solved problems

10-1 أوجد حسابياً مقدار الجزء الذي يمتصه قرص الأرض الذي يتقاطع مع الأشعة الصادرة عن الشمس، إذا علمت أن معدل نصف قطر الأرض يساوي $(6.37 \times 10^6 \text{ m})$ وأن معدل المسافة بين الشمس والأرض تساوي $(1.5 \times 10^8 \text{ km})$.

الحل:

إن مساحة قرص سطح الأرض الذي يتقاطع مع أشعة الشمس هو عبارة عن مساحة الدائرة الآتية:

$$Area_e = \pi r_e^2$$

حيث (r_e) معدل نصف قطر الأرض الذي يساوي إلى $(6.3 \times 10^6 \text{ m})$.

أما مساحة الكرة الإشعاعية الموجودة بين الأرض والشمس فهي:

$$Area_{es} = 4 \pi r_{es}^2$$

حيث معدل المسافة بين الشمس والأرض $(1.5 \times 10^{11} \text{ m})$ ، وعليه فإن الجزء الإشعاعي الذي يمتصه قرص الأرض هو عبارة عن:

$$\begin{aligned} \text{Fraction} &= \frac{\pi r_e^2}{4 \pi r_{es}^2} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{6.37 \times 10^6 \text{ m}}{1.5 \times 10^{11} \text{ m}} \right)^2 \\ &= 4.51 \times 10^{-10} \end{aligned}$$

وكما يلاحظ فهو جزء صغير للغاية من مجموع الإشعاع الشمسي الكلي.

10-2 تبلغ شدة الإشعاع الشمسي الذي يصلنا إلى الأرض والنافذ من الغلاف الجوي في يوم صيفي (100 W/m^2) . من ناحية أخرى تبلغ قدرة سخان كهربائي الحرارية (1 kW) .

أوجد المسافة التي يجب أن تفصلنا عن السخان الكهربائي كي نستقبل نفس مقدار شدة الإشعاع الشمسي الواصل إلينا.

الحل:

إن القدرة الكهربائية الناتجة عن السخان الكهربائي (P_h) هي:

$$P_h = 1 \times 10^3 \text{ W}$$

أما القدرة الكهربائية الناتجة عن الإشعاع الشمسي (P_{sun}) فهي:

$$P_{sun} = I (4 \pi r^2)$$

وحتى تتساوى القدرتان نجد أن:

$$\begin{aligned} P_h &= P_{\text{sum}} \\ 1 \times 10^3 \text{ W} &= 4 \pi r^2 (100 \text{ W/m}^2) \\ r &= \left[\frac{1 \times 10^3 \text{ W}}{4 \pi (100 \text{ W/m}^2)} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= 0.89 \text{ m} \end{aligned}$$

10-3 أثبت أن متوسط معدل شدة الطاقة المنقطة خلال وحدة المساحة لأشعة كهرومغناطيسية تنتقل في المستوى يمكننا أن نعبر عنها رياضياً بالمعادلة الرياضية:

$$\bar{S} = \frac{E^2 m}{2 \mu_0 c} = \frac{c B^2 m}{2 \mu_0}$$

الحل:

من المعروف لدينا أن معدل شدة الإشعاع الكهرومغناطيسي نعبر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \frac{1}{\mu_0} |E \times B|_{\text{av}} \\ &= \frac{1}{\mu_0} (EB)_{\text{av}} \\ &= \frac{E_{\text{av}} B_{\text{av}}}{\mu_0} = \frac{(E_m / \sqrt{2})(B_m / \sqrt{2})}{\mu_0} \\ &= \frac{E_m B_m}{2 \mu_0} = \frac{E^2 m}{2 \mu_0 c} = \frac{c^2 B^2 m}{2 \mu_0 c} \\ &= \frac{c B^2 m}{2 \mu_0} \end{aligned}$$

10-4 ستخدم النتيجة التي حصلنا عليها في المسألة السابقة (10-3)، أوجد حسابياً متوسط شدة لطاقة لأشعة كهرومغناطيسية تنتقل في المستوى، وذلك عندما تكون القيمة العظمى مركبة المجال المغناطيسي هي:

$$B_m = 1 \times 10^{-4} \text{ T}$$

الحل:

بالرجوع إلى المسألة المذكورة (10-3) نجد أن:

$$I = \bar{S} = \frac{c B^2 m}{2 \mu_0}$$

حيث إن:

$$\begin{aligned} c &= 3 \times 10^8 \text{ m/s} \\ \mu_0 &= 1.26 \times 10^{-6} \text{ H/m} \\ I = \bar{S} &= \frac{(3 \times 10^8 \text{ m/s})(1 \times 10^{-4} \text{ T})^2}{2(1.26 \times 10^{-6} \text{ H/m})} \\ &= 1.2 \times 10^6 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

10-5 إذا كانت القيمة العظمى لمركبة المجال الكهربائي لموجة راديوية هي:

$$E_m = 5 \text{ V/m}$$

أوجد حسابياً:

1- القيمة العظمى لمركبة المجال المغناطيسي لهذه الموجة.

2- مقدار شدة طاقتها.

الحل:

1- نحن نعلم أن العلاقة الرياضية التي تربط بين القيمة العظمى لمركبتي الموجة

الكهرومغناطيسية (E_m) و (B_m) هي:

$$\frac{E_m}{B_m} = c$$

حيث إن (c) هي سرعة الضوء.

$$\begin{aligned} B_m &= \frac{E_m}{c} \\ &= \frac{5 \text{ V/m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1.67 \times 10^{-8} \text{ T} \end{aligned}$$

2- من المسائل السابقة (10-3) و (10-4) وجدنا أن شدة الطاقة للموجة الكهرومغناطيسية هي عبارة عن:

$$\begin{aligned} I = \bar{S} &= \frac{E^2 m}{2\mu_0 c} \\ &= \frac{(5 \text{ V/m})^2}{2(1.26 \times 10^{-6} \text{ H/m})(3 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 3.3 \text{ J} \times 10^{-2} \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

10-6 قطعة من الكرتون الأسود تبلغ مساحتها $(A=2 \times 10^{-4} \text{ m}^2)$ تعترض طريق أشعة ضوئية شدتها (10 W/m^2) تتغير بين النور والظلام تبعاً لعمل الكاميرا.

أوجد حسابياً ضغط هذه الأشعة الضوئية على قطعة الكرتون بافتراض أنها تمتص الأشعة الساقطة عليها امتصاصاً كلياً.

الحل:

نحن نعلم أن العلاقة الرياضية التي تربط بين شدة الإضاءة (I) وضغط الإشعاع (P_r) هي:

$$\frac{I}{P_r} = c$$

حيث إن (c) هي سرعة الضوء المعروفة.

$$\begin{aligned} P_r &= \frac{I}{c} \\ &= \frac{(10 \text{ W/m}^2)}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 3.3 \times 10^{-8} \text{ N/m}^2 \\ &= 3.3 \times 10^{-8} \text{ Pa} \end{aligned}$$

10-7 تستخدم أشعة الليزر لتضغط بلازما الغاز عن طريق ضغط الإشعاع، إذا استخدمنا أشعة ليزر تولد نبضات إشعاعية طاقتها عند الذروة تساوي $(1.5 \times 10^7 \text{ MW})$ للتأثير على مساحة من سطح البلازما الغازية تمتلك كثافة إلكترونية عالية بحيث نستطيع اعتبار معامل الانعكاس للأشعة الليزرية تساوي الواحد.

أوجد حسابياً الضغط الإشعاعي الليزري على سطح البلازما المذكور.
لحل:

في هذه الحالة وضمن مواصفات البلازما الغازية هذه نجد أنها تؤدي إلى انعكاس كل لطاقة الساقطة عليها بفعل الإشعاع الليزري، أي أن الضغط الإشعاعي هو:

$$P_r = \frac{2I}{c}$$

حيث إن (I) هي شدة الإضاءة وتساوي:

$$I = \frac{P}{A}$$

حيث إن:

(P_r) هي الطاقة الليزرية.

(A_r) المساحة المتأثرة.

وبالتعويض نجد أن:

$$\begin{aligned} P_r &= \frac{2P}{cA} \\ &= \frac{2(1.5 \times 10^9 \text{ W})}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})(1 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} \\ &= 1 \times 10^7 \text{ Pa} = 10 \text{ MPa} \end{aligned}$$

10-8 موجة كهرومغناطيسية لديك المعلومات الآتية عن مجالها المغناطيسي:

$$B_x = B \sin(k_y + \omega t)$$

$$B_y = B_z = 0$$

- 1- حدد اتجاه انتشار هذه الموجة الكهرومغناطيسية.
- 2- صف رياضياً مركبات مجالها الكهربائي.
- 3- هل هذه الموجة الكهرومغناطيسية مستقطبة؟ إذا كانت كذلك حدد اتجاهها.

الحل:

- 1- بما أن الموجة الكهرومغناطيسية التي تنتشر بالاتجاه (y) الموجب هي:

$$B_x = B \sin (ky - \omega t)$$

والمركبة السينية للموجة الكهرومغناطيسية في هذه المسألة هي:

$$B_x = B \sin (kx + \omega t)$$

نلاحظ أن:

$$-(-\omega = \frac{-2\pi}{T} = -2\pi f)$$

وعليه فإن اتجاه الانتشار هو الاتجاه (y) السالب.

- 2- من الواضح أن:

$$E_x = E_y = 0$$

$$E_z = -cB \sin (kx + \omega t)$$

ذلك أن:

$$E_{z \max} = -cB$$

- 3- بما أن مركبتي الأشعة الكهرومغناطيسية للمجالين الكهربائيين بالاتجاه (y) و (x) تساوي الصفر، إذن الأشعة مُستقطبة وعلى طول المحور (z) .

10-9 تم تمرير أشعة ضوئية مُستقطبة خلال صفيحتي استقطاب، بحيث يصنع محور استقطاب الصفيحة الأولى زاوية مقدارها (θ) مع اتجاه انتشار الأشعة، بينما يصنع محور استقطاب الصفيحة الثانية زاوية مقدارها (90°) مع اتجاه الانتشار ذاته. إذا علمت أن (0.1) فقط من الأشعة الساقطة على صفائح الاستقطاب التي تمر خلالها.

أوجد حسابياً مقدار الزاوية (θ) .

الحل:

بفرض أن شدة إشعاع الضوء الابتدائية هي (I_0) فإن مقدار الأشعة التي تنفذ من الصفيحة المُستقطبة الأولى هو:

$$I_1 = I_0 \cos^2 \theta$$

من المعلوم أن الزاوية بين صفيحتي الاستقطاب هي: $(90^\circ - \theta)$

وعليه فإن الأشعة التي تنفذ من الصفيحة المستقطبة الثانية هي:

$$I_2 = I_1 \cos^2 (90^\circ - \theta)$$

ونحن نعلم من قوانين الزوايا في المثلثات أن:

$$\cos (90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$I_2 = I_0 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$$

كما نعلم أيضاً من قوانين الزوايا في المثلثات أن:

$$2 \cos \theta \sin \theta = \sin 2\theta$$

أي أن المقدار:

$$\frac{4}{4} \cos^2 \theta \sin^2 \theta = \frac{\sin^2 (2\theta)}{4}$$

$$I_2 = \frac{I_0}{4} \sin^2 (2\theta)$$

$$I_2 = 0.1(I_0)$$

$$0.1(I_0) = \frac{I_0}{4} \sin^2 (2\theta)$$

$$\sin^2 (2\theta) = 0.4$$

$$\sin (2\theta) = 0.63$$

$$2\theta = \sin^{-1} (0.63) = 39.2$$

$$\theta = \frac{39.2}{2} = 19.6^\circ$$

10-10 تم تمرير أشعة ضوئية مستقطبة عمودياً في الاتجاه الأفقي، تبلغ شدتها (43 W/m^2) خلال صفيحتي استقطاب، بحيث يصنع محور استقطاب الصفيحة الأولى مع الاتجاه العمودي زاوية مقدارها (70°)، بينما يقع محور استقطاب الصفيحة الثانية على المحور الأفقي لانتشار الأشعة الضوئية.

أوجد حسابياً مقدار شدة الأشعة النافذة عبر صفيحتي الاستقطاب.

الحل:

من الواضح أن شدة إضاءة الأشعة قبل المرور بأي من صفيحتي الاستقطاب هي: (I_0)

وأن زاوية محور الاستقطاب للصفيحة الأولى: ($\theta_1 = 70^\circ$)

وأن زاوية الاستقطاب للصفيحة الثانية: ($\theta_2 = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$)

إذن:

$$I_1 = I_0 \cos^2 (70^\circ)$$

$$I_2 = I_1 \cos^2 (20^\circ)$$

أي أن:

$$\begin{aligned} I_2 &= I_0 \cos^2 (70^\circ) \cos^2 (20^\circ) \\ &= (43 \text{ W/m}^2) \cos^2 (70^\circ) \cos^2 (20^\circ) \\ &= 4.4 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

10-11 في المسألة السابقة (10-10) افترض أن الأشعة الساقطة على صفيحتي الاستقطاب من النوع غير المستقطب.

أوجد حسابياً مقدار شدة الأشعة النافذة.

الحل:

من المعلوم لدينا أن الأشعة الضوئية الساقطة على صفيحة الاستقطاب الأولى في هذه الحالة سوف يمر نصف شدتها خلال الصفيحة الأولى، أما الأشعة المارة من الصفيحة الثانية للاستقطاب فهي:

$$I_2 = I_1 \cos^2 \theta$$

إذن:

$$I_1 = \left(\frac{I}{2} \right) I_0$$

يفترض أن شدة الأشعة الساقطة على الصفيحة الأولى هي (I_0) .

$$\begin{aligned} I_2 &= \left(\frac{I}{2} \right) I_0 \cos^2 (20^\circ) \\ &= \left(\frac{I}{2} \right) (43 \text{ W/m}^2) \cos^2 (20^\circ) \\ &= 19 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

وبمقارنة هذه النتيجة مع نتيجة المسألة السابقة (10-10) نجد الاختلاف كبير، وذلك عندما تكون الأشعة الساقطة على صفيحتي الاستقطاب غير مستقطبة.

مسائل وتمارين الفصل العاشر

Chapter Ten Exercises & Problems

- 10-1 موجة كهرومغناطيسية تسير في الاتجاه السالب للمحور (y). وذلك في زمن وموقع محددين، حيث يسير المجال الكهربائي على طول المحور (z) الموجب ويساوي إلى (100 V/m). أوجد حسابياً مقدار واتجاه مركبة المجال المغناطيسي في ذات زمن وموقع المجال الكهربائي.
- 10-2 يبلغ معدل شدة الإشعاع الكهرومغناطيسي الشمسي خارج الغلاف الجوي للأرض (4.1 KW/m^2). أوجد حسابياً مقدار كل من مركبتي المجالين الكهربائي والمغناطيسي العظميين (E_m) و(B_m) لهذا الإشعاع على افتراض أن موجته موجة مستوية.
- 10-3 إذا كانت القيمة العظمى للمجال المغناطيسي على بعد (10 m) من مصدر ضوئي تساوي إلى (2 V/m). أوجد حسابياً كلاً من:
- 1- مقدار القيمة العظمى للمجال المغناطيسي.
 - 2- مقدار معدل شدة الإشعاع للمصدر الضوئي.
 - 3- مقدار طاقة المصدر الضوئي.
- 10-4 إذ كان معدل شدة الإشعاع الشمسي الساقط عمودياً على الغلاف الجوي من الخارج يساوي إلى (1.4 KW/m^2). أوجد حسابياً مقدار ضغط الإشعاع الساقط على السطح بافتراض أن الامتصاص كامل.
- 2- قارن بين مقدار هذا الضغط مع مقدار الضغط الجوي عند سطح البحر والذي يساوي ($P_o = 1 \times 10^5 \text{ N/m}^2$).
- 10-5 [a] كان معدل شدة الإشعاع الشمسي الساقط عمودياً على الغلاف الجوي من الخارج يساوي إلى (1.4 KW/m^2). أفرض أن كلاً من الأرض والغلاف الجوي تأخذ شكل قرص دائري عمودي على الإشعاع الشمسي، وأن الامتصاص كامل. أوجد حسابياً القوة المؤثرة على الأرض بسبب ضغط الإشعاع.
- 2- قارن مقدار هذه القوة بقوة التجاذب بين الشمس والأرض (استخدم قانون الجذب العام لنيوتن).

10-6 حزمة من الأشعة الضوئية غير المستقطبة يبلغ معدل شدتها (10 mW/m^2)، سقطت على صفيحة استقطاب بشكل عمودي.

1- أوجد حسابياً مقدار القيمة العظمى لأشعة المجال الكهربائي النافذة من المُستقطب.

2- أوجد حسابياً مقدار ضغط الإشعاع الناشئ على صفيحة الاستقطاب.

10-7 حزمة من الأشعة الضوئية غير المستقطبة سقطت على صفيحتين مُستقطبتين الثانية فوق الأولى.

أوجد حسابياً مقدار الزاوية بين اتجاه خطوط الاستقطاب للمستقطبين إذا كانت شدة الإضاءة للضوء النافذ من المستقطب الثاني تساوي ثلث شدة الإضاءة الأصلية للساقطة على المستقطب الأول.

10-8 مجموعة استقطاب مكونة من أربعة مُستقطبات مرتبة بحيث أن الزاوية بين كل مُستقطبين متجاورين تساوي (30°). سقطت عليها أشعة ضوئية غير مُستقطبة. أوجد حسابياً شدة الضوء النافذ من مجموعة الاستقطاب.

الغلاصة

Summary

- إن صيف الأشعة الكهرومغناطيسية والذي تبدأ معرفتنا به من الأمواج الطويلة حيث يصل طولها الموحى إلى (10^8 m) ، وينتهي عند (10^{15} m) عند أمواج أشعة كاما، يجمع كثير من العلماء بضرورة إبقاء طريقه هذا الطيف مفتوحين وذلك لاحتمال اكتشاف أنواع جديدة من الأشعة الكهرومغناطيسية.
- على الرغم من أن بعض الإشعاعات الكهرومغناطيسية يمكن أن تصدر عن مصادرنا الطبيعية على اختلاف أنواعها، إلا أنه من الممكن عملياً توليد الأشعة الكهرومغناطيسية تقنياً.
- كما يمكن من الناحية العملية استقبال هذه الأشعة تقنياً بواسطة محطات استقبال خاصة بكل نوع من هذه الأشعة.
- تتكون الأشعة الكهرومغناطيسية من كميتين اتجاهيتين أحدهما هو المجال الكهربائي والآخر هو المجال المغناطيسي، وهما متعامدان على بعضهما البعض وبسعات متغيرة تبدأ من الصفر ثم تزداد لتبلغ قيمتها العظمى، ثم تبدأ بالتناقص التدريجي وصولاً إلى الصفر، وهكذا وفقاً لمقدار ترددتها الزاوي، وتستمر في حركتها هذه على طول محور انتشارها.
- إن متجه العالم بويينتنغ يربط رياضياً بين المجالين الكهربائي والمغناطيسي، كما أن سرعة الضوء تمثل النسبة بين المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي في الفراغ الحر.
- إن ضغط الإشعاع الكهرومغناطيسي هو عبارة عن معدل شدة الإشعاع مقسوماً على سرعة الضوء في حالة الامتصاص الكلي للإشعاع، بينما يساوي ضعف هذه النسبة عند الانعكاس الكلي للإشعاع.
- يمكننا من الناحية التقنية عزل المجال المغناطيسي عن المجال الكهربائي وذلك باستخدام تقنية الاستقطاب، كما يمكننا أن نتحكم بشدة الإشعاع النافذ من جهة المستقطب الثانية باستخدام مجموعة من المستقطبات.

قانون فراڊاري للحث الكهرومغناطيسي

Faraday's Law of Electromagnetic Induction

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- وصف وتفسير ظاهرة الحث الكهرومغناطيسي.
- أن يعرف العلاقة بين خطوط المجال المغناطيسي والسطح الذي تمر خلاله وصولاً إلى المعرفة الصحيحة لمفهوم الفيض المغناطيسي.
- أن يعرف كلاً من التيار الحثي والقوة الدافعة الكهربائية الحثية.
- أن يشتق العلاقة الرياضية بين كل من القوة الدافعة الكهربائية الحثية في موصل وشدة المجال المغناطيسي وطول هذا الموصل وسرعته.
- أن يفسر قانون فراڊاري في الحث الكهرومغناطيسي.
- أن يتعلم كيفية استخدام قاعدة العالم لنز في تحديد اتجاه التيار الحثي.

قانون فراداي للحث الكهرومغناطيسي

Faraday's Law of Electromagnetic Induction

11-1 المقدمة Introduction

عندما نضع ناقلاً كهربائياً على شكل دائري مغلق في مجال مغناطيسي خارجي، ونمرر فيه تياراً كهربائياً فإن عزمًا $torque$ مغناطيسياً سوف يؤثر على الشكل الدائري ويجعله يتحرك حركة دورانية حول محوره، ويمكننا التعبير عن ذلك على النحو الآتي:

$$\text{حقلقة في مجال مغناطيسي } current \rightarrow torque \quad (1-1)$$

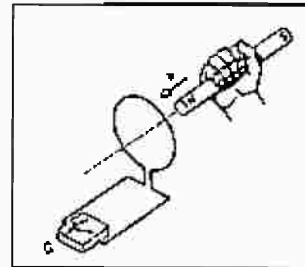
وتعد المعادلة البسيطة (11-1) هي الأساس في صناعة المولدات الكهربائية $electric generators$ ، ويمكننا أن نعكس هذه المعادلة عندما نتمكن من تأمين العزم اللازم لدوران الملف (وهو مجموعة من الحلقات) داخل المجال المغناطيسي، لنحصل بعد ذلك على التيار الكهربائي، وببساطة أكثر يمكننا التعبير عن ذلك على النحو الآتي:

$$\text{حقلقة في مجال مغناطيسي } torque \rightarrow current \quad (1-2)$$

كما تعد المعادلة (11-2) هي التعبير الحقيقي عن عمل المولدات الكهربائية، والقانون الذي تعتمد عليه عملية الحصول على تيار كهربائي حتي هو ما نسميه قانون فراداي للحث الكهرومغناطيسي $Faraday's law of induction$. ومن خلال الملاحظة البسيطة لكلا المعادلتين (11-1) و(11-2) نجد أن الثمائل والتناظر قائم بين الظاهرتين المذكورتين.

إن ملاحظة الشكل (11-1) تؤكد على أن كلاً من اتجاه حركة خطوط المجال المغناطيسي قريباً أو بعيداً عن الملف، وكذلك وضع القطب المغناطيسي شمالاً أو جنوباً تؤثر على مقدار واتجاه التيار الحثي المار في الملف وكذلك اتجاهه، وهذا ما يمكننا أن نتأكد منه تقنياً بمراقبة حركة مؤشر الجلفانومتر. من جهة أخرى يمكننا أن نقوم بهذه التجربة بتثبيت المغناطيس وتحريك الملف نحوه في الاتجاهين قريباً وبعيداً عنه لنحصل على تيار حتي أيضاً، وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها في المرة الأولى.

يتحرك مؤشر الجلفانومتر
عندما يتحرك المغناطيس مع
بقاء الحلقة الدائرية ثابتة،
وهذا يشير إلى مرور تيار
كهربائي لحظي في الحلقة



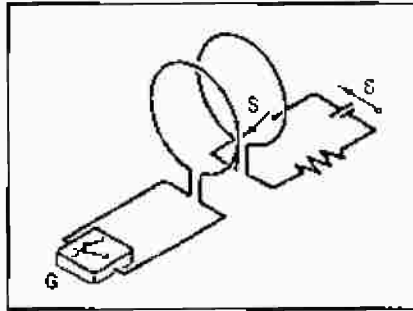
الشكل (11-1)

11-2 القوة الكهربائية الحثية وقانون فارادي Faraday's Law of Induction and the

:Induced emf

بيناً في مقدمة هذا الفصل أن تحريك قضيب مغناطيسي قريباً من حلقة ناقلة دائرية موصولة على التوالي مع جلفانومتر (G) يؤدي إلى تحريك مؤشر الجلفانومتر منحرفاً باتجاه معين، ولو حركنا المغناطيس بالاتجاه العاكس للمرة الأولى، لوجدنا أن انحراف الجلفانومتر يكون في الاتجاه العاكس لانحرافه في المرة الأولى أيضاً. ويمكننا تكرار ملاحظة ما حدث في المرة الأولى عندما نثبت القضيب المغناطيسي ونحرك الملف الدائري مع الجلفانومتر نحوه. إذن في النتيجة لا فرق بين أن نحرك الملف باتجاه القضيب المغناطيسي أو القضيب المغناطيسي باتجاه الملف.

إن النتائج التجريبية التي حصلنا عليها في المرة الأولى* والتي بيناها من خلال الشكل (11-1)، يمكننا الحصول عليها مرة أخرى وذلك عند تحريك ملف باتجاه ملف آخر بالقرب منه يحمل تياراً كهربائياً ثابتاً، وهذا هو الأساس المبدئي لعمل المحولات الكهربائية، انظر الشكل (2-1)، ويتم ملاحظة الانحراف في مؤشر الجلفانومتر عند غلق الدائرة بواسطة المفتاح (S) وذلك بسبب مرور التيار الحثي الناشئ في الدائرة. ويمكننا عملياً أن نحصل على الظاهرة نفسها عندما نحرك الملف الموصول بالدائرة مع بقاء الملف الموصول بالجلفانومتر ثابتاً.



الشكل (11-2)

ينحرف مؤشر الجلفانومتر فور إغلاق الدائرة بواسطة المفتاح (S) بسبب التيار الحثي، ونلاحظ في هذه الحالة أن كلا الملفين أو الحلقتين تبقى ثابتة.

إن المجال المغناطيسي الحثي الذي يمر خلال سطح الملف الموصول بالجلفانومتر يزداد من الصفر إلى أن يصل قيمته العظمى، أو يهبط من هذه القيمة العظمى إلى الصفر، ولهذا نجد أن المجال المغناطيسي الحثي في حال تغير مستمر.

ومما يجدر ذكره هنا أن كلا التجريبتين السابقتين تدل على أن التغير الحاصل في الفيض المغناطيسي $magnetic\ flux$ ، وهو التعبير المناسب عن العلاقة بين خطوط المجال المغناطيسي والمساحة التي يمر خلالها في دائرة كهربائية لسبب أو لآخر، يسبب نشوء قوة دافعة كهربائية حثية

* ننصح بإجراء هذه التجربة البسيطة خلال وقت المحاضرة.

electromotive force واختصاراً (*emf*) تكون باتجاه معين ومحدد إذا كان الفيض المغناطيسي في حالة زيادة وبتجاه معاكس إذا كان في حالة نقصان. إن مقدار القوة الدافعة الكهربائية وكذلك التيار المار في الجلفانومتر يعتمد على سرعة حدوث الزيادة أو النقصان في الفيض المغناطيسي. ولزيادة من البيان الرياضي، نفترض الآن وجود سطح محدد المعالم، يمكن أن يكون مستوياً أو غير مستوٍ ولكنه معروف بحدوده الخارجية المعروفة بواسطة مسار مغلق ناقل، ويمكننا التعبير عن عدد الخطوط المغناطيسية التي تمر خلال ذلك السطح الذي سبق تعريفه بواسطة الفيض المغناطيسي، وسوف نرمز له رياضياً (ϕ_B) بالرمز اليوناني على النحو الآتي:

$$\Phi_B = \int B \cdot dA \quad \text{تعريف الفيض المغناطيسي} \quad (11-3)$$

حيث تعتبر (dA) عنصر تفاضلي صغير من المساحة السطحية، ومن الواضح أن عملية التكامل يجب أن تكون على السطح بكامله، وهنا لا بد من الإشارة إلى أن مركبة المجال المغناطيسي العمودية على المساحة هي المسؤولة عن تحديد مقدار الفيض المغناطيسي، ذلك أن:

$$\vec{B} \cdot d\vec{A} = |\vec{B}| |dA| \cos(\theta)$$

إن المقدار $|\vec{B}| \cos(\theta)$ نعبّر عنه عادة بالرمز ($\vec{B}_n$) أي المركبة العمودية، وهي حالة خاصة يكون فيها المجال المغناطيسي عمودياً على المساحة (A)، وتأخذ المعادلة (11-3) الشكل الآتي:

$$\Phi_B = BA \quad (\vec{B} \perp \text{المساحة } A, \vec{B} \text{ منتظم}) \quad (11-4)$$

أي أن المجال المغناطيسي عمودياً على المساحة، ومقدار جيب التمام يساوي إلى الواحد. إن عملية الضرب بالمعامل ($\cos \theta$) تتم عندما لا يكون ($\vec{B}$) عمودياً على المساحة (A). والآن يمكننا أن نستنتج من المعادلة (11-4) أن وحدة قياس الفيض المغناطيسي هي:

$$1 \text{ weber} = \Phi = 1 T \cdot 1 m^2 = 1 Wb \quad (11-5)$$

إن القوة الدافعة الكهربائية الحثية (*emf*) في حلقة موصولة هي عبارة عن النسبة السالبة لتغير الفيض للمغناطيسي (ϕ_B) خلال تلك الحلقة بالنسبة للزمن، ونعبّر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad \text{تعريف قانون فراادي} \quad (11-6)$$

ومن الملاحظ في هذه العلاقة أن الفيض المغناطيسي (Φ_B) يقاس بالويبر (Wb) والزمن (t) يقاس بالثواني، أما القوة الدافعة الكهربائية الحثية ($\mathcal{E}$) فتقاس بوحدة قياس الجهد نفسها، أي الفولت إن الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه القوة الدافعة الكهربائية الحثية يكون باتجاه معاكس للتغير الذي أدى إلى نشوئها، وهذا هو محتوى قانون لنز *Lenz's Law*.

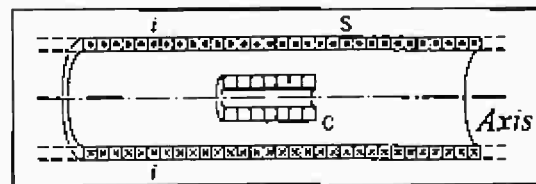
وفي الحالة العامة إذا تغير الفيض المغناطيسي خلال ملف يحتوي على عدد (N) من اللفات فإن القوة الدافعة الكهربائية الحثية تظهر في كل لفة، وتضاف الواحدة إلى الأخرى تماماً كما يحدث عند إضافة عدد (N) من البطاريات على التوالي إلى بعضها البعض، وهكذا إذا كان الملف متقن الصنع ومتلاصق اللفات فإن القوة الكهربائية الحثية هي:

$$\xi = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{ملف من } N \text{ لفة} \quad (11-7)$$

مثال (11-1): Example

ملف (C) يبلغ قطره (2.1 cm) وعدد لفاته (150) لفة، موضوع داخل ملف حلزوني قطره (3.2 cm) وعدد لفاته (220) لفة، انظر الشكل (11-3)، وعندما يتغير التيار في الملف الحلزوني (S) تمر قوة دافعة كهربائية في الملف (C). أوجد مقدار هذه القوة إذا كان التيار الحثي يزداد من الصفر إلى (1.5 A) خلال زمن قدره (25 ms)

الحل Solution:



الشكل (11-3)، المثال (11-1)

$$\xi = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\vec{B} = \mu_0 i n$$

$$= (4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m / A})(1.5 \text{ A})(220 \text{ Turns / cm})(100 \text{ cm / m})$$

$$= 4.15 \times 10^{-2} \text{ T}$$

$$A_c = \frac{1}{4} \pi d^2 = \left(\frac{1}{4} \right) \left(\frac{22}{7} \right) (2.1 \times 10^{-2})^2 = 3.46 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Phi_B = (4.15 \times 10^{-2} \text{ T})(3.4 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 1.44 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

ولكن الفيض المغناطيسي يتغير مقداره عندما ينعكس اتجاه التيار وهكذا يتغير الفيض بالنسبة للملف (C) بمقدار ($2 \times 14.4 \times 10^{-6} \text{ Wb}$) ويحدث هذا في زمن قدره ($50 \times 10^{-3} \text{ s}$).

$$\xi = \frac{Nd\Phi_B}{dt} = \frac{(130 \text{ turns})(28.8 \times 10^{-6} \text{ Wb})}{50 \times 10^{-3} \text{ s}}$$

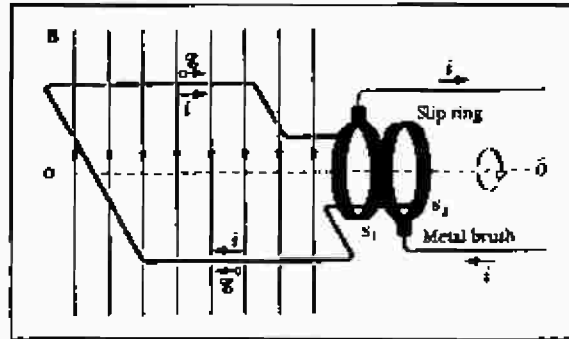
$$= 7.5 \times 10^{-2} \text{ V} = 75 \text{ mV}$$

11-3 القوة الدافعة الكهربائية الحثية في ملف دائري : *The Induced emf in a rotating coil*

إذا تأملنا الشكل (11-4) نلاحظ أن ملفاً ناقلاً يدور في مجال مغناطيسي منتظم مقداره $(\vec{B})$ ، حول معى ثابت (oo') حيث تتولد قوة دافعة كهربائية يتم نقلها عن طريق حلقتي الانزلاق (s_1) و (s_2) إلى دائرة كهربائية خارجية. والآن لو افترضنا أن السرعة الزاوية لدوران الملف مقدارها (ω) ، نجد أن الفيض المغناطيسي خلال الملف يكون على النحو الآتي:

$$\Phi_B = BA \cos \theta$$

$$\theta = \omega t$$



الشكل (11-4) يبين المبدأ الأساسي لتولد التيار المتناوب

(حلقة تموري في مجال مغناطيسي منتظم، الحلقات المتحركة مثبتة حول محور الدوران وكل واحدة منها تم ربطه بنهاية طرف من أطراف الحلقة، وتتصل كل حلقة بفرشاة معدنية لغرض الاتصال ببالى أطراف الدائرة) أما للقوة الدافعة الكهربائية (ξ) فهي:

$$\begin{aligned} \xi &= - \frac{d\Phi_B}{dt} \\ &= -BA \sin(\omega t) \cdot \omega \\ \xi &= -BA\omega \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (11-8)$$

ولكن إذا تأملنا المقدار $(BA\omega)$ نجد أنه يمثل القيمة العظمى للقوة الدافعة الكهربائية الحثية وذلك عندما يكون مقدار الزاوية $(\pi/2)$ حيث يكون الملف في وضع مواز للمجال المغناطيسي، وهكذا نجد أن جيب الزاوية يساوي إلى:

$$\begin{aligned} \sin(\pi/2) &= 1 \\ \xi &= \xi_0 \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (11-9)$$

وبعد أن تصل القوة الدافعة الكهربائية الحثية إلى أعلى قيمة لها عندما تكون $(\omega t = \theta = \pi/2)$ تهبط إلى أقل قيمة لها عندما يكون الملف عمودياً على المجال، تأمل الشكل (11-7) حيث يبين أن كلاً من القوة الدافعة الكهربائية والتيار الحثيان هما دالتان للزمن. يمكننا التأكد من مرور التيار وذلك عند توصيل مقاومة بين حلقتي الانزلاق (s_1) و (s_2) ، تأمل الشكل (11-4).

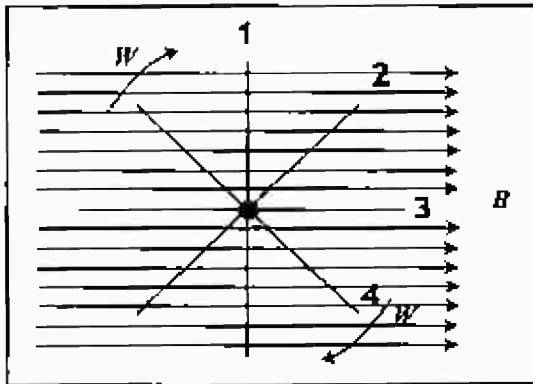
وفي المولدات التجارية يدعى الجزء الدوار فيها المتحرض *armature* ويتكوّن من مجموعة كبيرة من الملفات الملفوفة على قلب حديدي *iron core* لفرض زيادة الفيض المغناطيسي بسبب نقاذية الحديد العالية. ومن الممكن استخدام مغناط ثابتة لهذا الغرض.

إن الشكل (11-5) يوضح المبدلة المكونة من نصفي حلقة، وذلك لفرض استخدامها للحصول على تيار ثابت الاتجاه، حيث تلامس نهايتا الملف نصفي الحلقة *split ring commutator*، حيث تنزلق النهاية العليا للملف على النصف العلوي وتنزلق النهاية السفلى على النصف السفلي.

ومن الممكن الحصول على قوة دافعة كهربائية ثابتة القيمة تقريباً وذلك باستخدام عدة ملفات متصلة مع بعضها البعض على التسلسل وذلك لتجميع التأثير الكلي. ولبيان هذا الجانب كتطبيقي تأمل الشكل (11-6)، أما النتيجة التي يمكننا الحصول عليها باستخدام عدد من الملفات فإننا نستطيع أن نفهمها من متابعة الشكل (11-7).

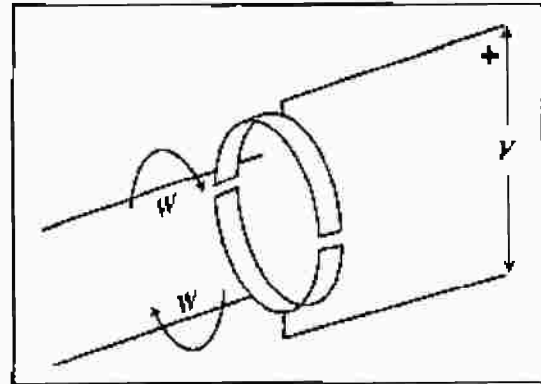
إن الشكل (11-6) يوضح أن كلاً من الملفات الأربعة الموضحة ينتج قوة دافعة كهربائية تختلف في الطور عن بعضها البعض وهذا ما هو مبين في المنحنى السفلي من الشكل (11-7).

أما المنحنى العلوي فيوضح المحصلة الناتجة عن الملفات الأربعة. ومن الممكن تقنياً تحسين النتيجة بزيادة عدد الملفات.



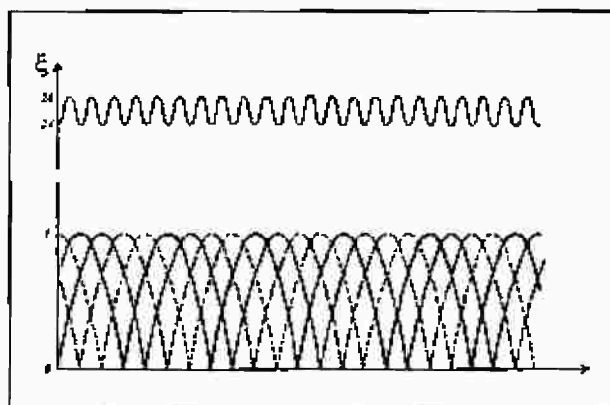
الشكل (11-6)

ترتيب خاص لأربع ملفات بهدف توليد قوة دافعة كهربائية ثابتة القيمة إلى حد ما أثناء دورانها في مجال مغناطيسي منتظم



الشكل (11-5)

يبين المبدلة المكونة من نصفي حلقة



الشكل (11-7)

يبين أن القوة الدافعة الكهربائية الحثية في كل من الملفات المبينة في الشكل (11-6) دالة للزمن، كما بينت محصلة التأثير الكلي للملفات الأربعة

مثال (11-2): Example

ملف مسطح مكون من خمسمئة لفة، مساحته (50 cm^2) ، يدور حول قطره، في مجال مغناطيسي منتظم شدته (0.14 Wb.m^{-2}) بحيث يكون محور الدوران عمودياً على المجال المغناطيسي، وتبلغ قيمة السرعة الزاوية للدوران (150 rad s^{-1}) بينما تبلغ مقاومة الملف (5Ω) ، والمقاومة الخارجية المتصلة بحلقتي الانزلاق تساوي (10Ω) . أوجد حسابياً مقدار القيمة العظمى للتيار الكهربائي المار في الدائرة.

الحل Solution:

إن قيمة التيار العظمى يمكن معرفتها إذا عرفنا مقدار القوة الدافعة الكهربائية الحثية العظمى، أي أن:

$$I_{\max} = \frac{\xi_{\max}}{R}$$

حيث (R) تمثل المقاومة الخارجية في الدائرة:

$$\xi_{\max} = \bar{B} An\omega \sin(\omega t)$$

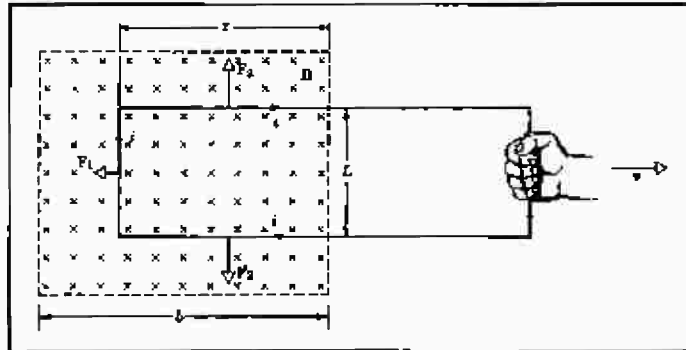
عندما:

$$\omega t = \frac{\pi}{2}, \xi_{\max} = \bar{B} An\omega$$

$$I_{\max} = \frac{0.14 \text{ Wb.m}^{-2} \times 50 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 500 \times 150 : 2\pi \text{ s}^{-1}}{15} = 11 \text{ A}$$

11-4 الحث المغناطيسي في دائرة موصلة *Induced in a closed conducting loop*

عندما تتعرض حلقة ناقلة مغلقة للشد، وهي واقعة تحت تأثير مجال مغناطيسي وتتحرك بسرعة ثابتة (v)، هذا يعني أن قوة ثابتة يجب أن تؤثر على الحلقة أو المسار المغلق تساوي مقدار القوة التي يؤثر بها المجال المغناطيسي عليها، أو أكبر منها ويتجاه معاكس لها، انظر الشكل 11-8، وذلك كي نستطيع تحريك هذه الحلقة.



الشكل (11-8)

يبين حلقة مغلقة واقعة تحت تأثير مجال مغناطيسي منتظم (B)

إن الهدف من دراسة هذه الفقرة هو إيجاد الطاقة اللحظية (P) بدلالة كل من المجال المغناطيسي (B) والتيار المار في المسار المغلق (i) والمسافة (L)، والتي نعرفها رياضياً بالعلاقة:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{Fdx}{dt} = Fv \quad (11-10)$$

$$P = Fv$$

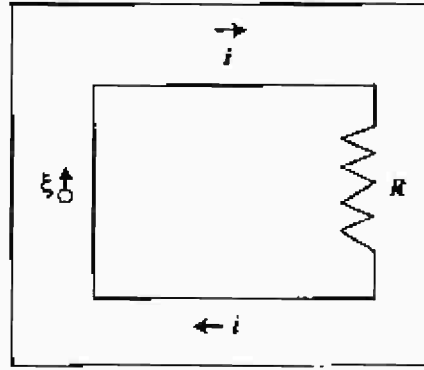
وبهدف تحقيق هذه الغاية يمكننا أولاً إيجاد الفيض المغناطيسي الناتج عن حركة المسار المغلق داخل المجال المغناطيسي وذلك على النحو الآتي:

$$\Phi = BLx = BA$$

حيث إن (x) تمثل طول المسار المغلق داخل المجال المغناطيسي، ومن الواضح أن الاستمرار بعملية الشد يؤدي إلى نقصان الطول (x) المعرض لتأثير المجال المغناطيسي، وبالتالي إلى نقصان الفيض المغناطيسي ونشوء قوة دافعة كهربائية حثية (emf)، أي أن:

$$\xi = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}(BLx) = BL \frac{dx}{dt} = BLv \quad (11-11)$$

أما الدائرة الكهربائية الأساسية التي يمكن استخدامها لتمثيل ما حصل داخل المسار المغلق فهي الدائرة الموضحة في الشكل (11-9).



الشكل (11-9)

وبهدف تحديد التيار الكهربائي فإننا لا نستطيع استخدام قانون الدائرة الكهربائية المتعارف عليه ذلك أننا لا نستطيع أن نعرف الجهد لقوة كهربائية حثية، وبهدف الوصول إلى تحديد التيار نستطيع أن نستخدم ما يعرف بطريقة الطاقة *energy method*، ذلك أن القوة الدافعة الكهربائية هي الطاقة لوحدة الشحنة أي أنها الطاقة المنقولة إلى الشحنة المتحركة لاستمرار مرور التيار الكهربائي، أما الكمية (iR) فهي الطاقة لوحدة الشحنة والتي تظهر كطاقة حرارية داخل الدائرة، ووفقاً لقانون حفظ الطاقة، إذن:

$$\begin{aligned}\xi &= iR \\ i &= \frac{\xi}{R}\end{aligned}\quad (11-12)$$

وبتعويض قيمة القوة الدافعة الكهربائية (ξ) من المعادلة (11-9) نجد أن:

$$i = \frac{BLv}{R}\quad (11-13)$$

وبالمودة مرة أخرى إلى الشكل (11-9) وبملاحظة القوى (F_3, F_2, F_1) فإننا نستطيع حسابها من القانون المعروف التالي:

$$F_B = i\vec{L} \times \vec{B}\quad (11-14)$$

حيث إن:

($\vec{F}_B$) : هي القوة المغناطيسية المؤثرة على السلك.

(i) : شدة التيار الكهربائي الحثي.

(L) : طول السلك.

(B) : شدة المجال المغناطيسي.

(θ) : مقدار الزاوية بين المتجهين ($\vec{B}$) و ($\vec{L}$).

ومن خلال الشكل ذاته نجد أن الزاوية بين كل من القطعة التي تؤثر عليها القوة (F_2) وكذلك القطعة التي تؤثر عليها القوة (F_3) أن الزاوية بين ($\vec{L}$) و ($\vec{B}$) في كلا الحالتين تساوي إلى الصفر، أي أن:

$$F_2 = F_3 = 0$$

يبقى أخيراً القطعة التي تؤثر عليها القوة (F_1) والتي تساوي إلى:

$$F_1 = F = i\vec{L} \times \vec{B} = iLB \sin 90 = iLB \quad (11-15)$$

من المعادلتين (11-15) و (11-13) نجد أن:

$$F = \frac{B^2 L^2 v}{R} \quad (11-16)$$

أما الطاقة اللحظية أو معدل الشغل المنجز في هذه الحالة، فيمكننا الحصول عليه من المعادلتين (11-16) و (11-10).

$$P = Fv = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad \text{نسبة الشغل المنجز} \quad (11-17)$$

أما الطاقة الحرارية الناشئة عن تحريك هذا الموصل المغلق داخل منطقة تأثير المجال المغناطيسي المنتظم، فسنبينها وفقاً لمفهوم قانون جول في التسخين حيث تمثل القدرة هنا معدل الطاقة الحرارية، وذلك على النحو الآتي:

$$P = i^2 R \quad (11-18)$$

حيث إن:

(i): هو مقدار التيار الحثي المار خلال المسار الموصل.

(R): هي مقاومة الموصل.

وبتعويض قيمة (i) من المعادلة (11-13) نجد أن:

$$P = \left(\frac{BLv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad \text{معدل الطاقة الحرارية} \quad (11-19)$$

مثال (11-3): Example

في الشكل (11-9) افترض أن الدائرة المغلقة *closed loop* هي عبارة عن ملف مرصوص بشدة مكون من (85) لفة، ومصنوع من معدن النحاس، يبلغ طول الملف ($L=13 \text{ cm}$) ومقدار المجال

المغناطيسي ($B=1.5T$) ومقدار المقاومة ($R=6.2\Omega$) ، أما مقدار السرعة ($v = 18 \text{ cm/s}$). أوجد حسابياً كلاً من

1- مقدار القوة الدافعة الكهربائية الحثية (emf) في الملف.

2- مقدار التيار الكهربائي الحثي في الملف (i).

3- ما هي القوة التي يجب أن نؤثر بها على الملف لسحبه؟

4- ما هي نسبة الشغل المطلوب بذله ، لسحب الملف؟

الحل Solution:

1- إن القوة الدافعة الكهربائية الحثية التي تظهر في اللفة الواحدة هي:

$$\xi = BLv$$

وهكذا فإن القوة الدافعة في الملف بأكمله تساوي:

$$\xi = BLvN$$

$$\begin{aligned}\xi &= (1.5T)(0.13m)(0.18 \text{ m/s})(85 \text{ turns}) \\ &= 2.98V\end{aligned}$$

-2

$$i = \frac{\xi}{R} = \frac{2.98V}{6.2\Omega} = 0.48 \text{ A}$$

-3

$$\begin{aligned}F &= iLBN \\ &= (0.48 \text{ A})(0.13m)(1.5T)(85 \text{ turns}) \\ &= 8 \text{ N}\end{aligned}$$

-4

$$\begin{aligned}P &= \frac{dW}{dt} = Fv \\ &= (8.0 \text{ N})(0.18 \text{ m/s}) \\ &= 1.7 \text{ W}\end{aligned}$$

11-5 القوة الدافعة الكهربائية الحثية (emf) والمجال الكهربائي الحثي emf and the

Inducted Electric fields

إن القوة الدافعة الكهربائية الحثية (emf) حقيقة موجودة حتى إذا كان المسار المغلق الذي يتغير خلاله الفيض المغناطيسي ليس ناقلاً مادياً ملموساً ، أي أنه من الممكن أن يكون في بعض الحالات عبارة عن خط خيالي يمكن تصويره وفقاً للحالة التي ندرسها ، وهكذا فإن الفيض المغناطيسي

يعمل على إيجاد مجال كهربائي ($\vec{E}$) بطريقة الحث في كل نقطة من نقاط ذلك المسار المغلق (التخيلي) وتكون العلاقة بين كل من (emf) و ($\vec{E}$) على النحو الآتي:

$$\xi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (11-20)$$

وواضح من هذه المعادلة أن التكامل يجب أن يتم على خط سير مغلق *closed loop*، ومساحة محددة كما هو مبين في الطرف الأيمن للمعادلة (11-20)، ومن المعادلتين (11-6) و (11-20) نجد أن:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{قانون فراداي} \quad (11-21)$$

إن أهمية قانون فراداي هذا، والموضح في المعادلة (11-21) تكمن في أن الفيض المغناطيسي المتغير يُحدث عن طريق الحث مجالاً كهربائياً حثياً مقداره ($\vec{E}$) *induced electric field*.

مثال (11-4): Example

ملف حلزوني قطره (12.2 cm)، يمر خلاله تيار كهربائي (i) يؤدي إلى توليد مجال مغناطيسي منتظم مقداره (30 mT)، فإذا تناقص المجال المغناطيسي بداخل ينسبة (6.5 mT/s). أوجد حثايد:

1- مقدار المجال الكهربائي الحثي على بعد (2.2 cm) من محور الملف.

2- مقدار المجال الكهربائي الحثي على بعد (8.2 cm) من محور الملف.

الحل Solution:

1- باستخدام قانون فراداي في الحث الكهرومغناطيسي نجد أن:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

حيث إن (Φ_B) تمثل الفيض المغناطيسي والذي يمكن حسابه على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} \Phi_B &= BA = B(\pi r^2) = (30 \times 10^{-3} \text{ T})(3.14)(2.2 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \\ &= 4.56 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

المسار المغلق في قانون فراداي، هنا هو عبارة عن دائرة نصف قطرها (2.2 cm)، إذن:

$$\oint ds = 2\pi r = 2 \times (3.14) \times 2.2 \times 10^{-2} = 0.138 \text{ m}$$

ولكن المجال المغناطيسي يتغير على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_B}{dt} &= - \frac{d}{dt}(B\pi r^2) = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \\ \frac{dB}{dt} &= 6.5 \text{ T/s} \end{aligned}$$

حيث:

$$\begin{aligned} E(2\pi r) &= (\pi r^2) \frac{dB}{dt} \\ E &= \frac{I}{2} \left(\frac{dB}{dt} \right) r \\ &= \frac{I}{2} (6.5 \times 10^2 \text{ T/s}) (0.022 \text{ m}) \\ &= (7.15 \times 10^{-5} \text{ V/m}) \end{aligned}$$

2- نلاحظ في هذه الحالة أن المجال الكهربائي الحثي خارج الملف، وهذا يعني أن المسار المغلق

له قطر أكبر من قطر الملف إذن:

$$\begin{aligned} E(2\pi r) &= -(\pi r^2) \frac{dB}{dt} \\ E &= \frac{I}{2} \left(\frac{dB}{dt} \right) \frac{R^2}{r} \\ &= \frac{I}{2} (6.5 \times 10^{-3} \text{ T/s}) \frac{(0.06 \text{ m})^2}{0.082 \text{ m}} \\ &= 1.43 \times 10^{-4} \text{ V/m} \end{aligned}$$

حيث إن:

(R) نصف قطر الملف.

(r) نصف قطر المسار المغلق.

مسائل عامة محلولة

solved problems

11-1 هوائي على شكل إطار دائري مغلق، مساحته الداخلية (A) ومقاومته (R)، تم تثبيته بشكل عمودي على مجال مغناطيسي منتظم مقداره (B). إذا أنقصنا المجال المغناطيسي وبشكل خطي إلى الصفر وذلك خلال زمن مقداره (Δt). اشتق العلاقة الرياضية التي توضح كمية الطاقة الحرارية الكلية المفقودة خلال هذه العملية.

الحل:

إنَّ المقدار الكلي للطاقة الحرارية المفقودة في هذه العملية تساوي مقدار الطاقة لحرارية الكلية المكتسبة خلالها، أي أن:

$$E_{thermal} = P_{thermal} \Delta t = i^2 R \Delta t$$

ولكننا نعلم أن التيار المار خلال الحلقة الدائرية المغلقة هو عبارة عن:

$$i = \frac{\xi}{R}$$

$$E_{thermal} = \frac{\xi^2}{R^2} R \Delta t$$

ولكن القوة الدافعة الكهربائية المحتثة تساوي إلى:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$P_{thermal} \Delta t = \frac{l}{R} \left(-\frac{d\Phi_B}{dt} \right)^2 \Delta t$$

وبما أن نقصان المجال المغناطيسي حدث بشكل خطي، إذن:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{A\Delta B}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned} P_{thermal} &= \frac{l}{R} \left(-A \frac{\Delta B}{\Delta t} \right)^2 \Delta t \\ &= \frac{A^2 \Delta B^2}{R \Delta t} \end{aligned}$$

$$\Phi_B = AB$$

حيث إن:

$$\Delta\Phi_B = A \Delta B$$

بما أنَّ المجال المغناطيسي (B) منتظم فإن $\Delta B = B$ إذا:

$$P_{thermal} \Delta t = \frac{AB^2}{R \Delta t}$$

11-2 إذ كان التيار الكهربائي المار في ملف حلزوني، أنظر الشكل (11-10)، يتغير وفقاً للعلاقة الرياضية:

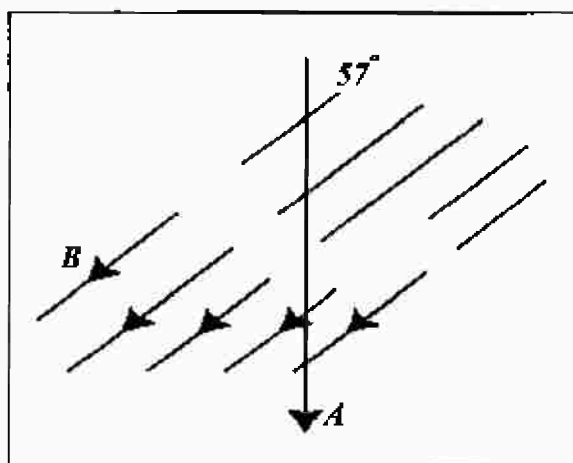
$$i = 3t + t^2$$

حيث يقاس التيار (i) بالأمبير، ويقاس الزمن (t) بالثواني.

1- ارسم الخط البياني الذي يمثل كيفية تغير القوة الدافعة الكهربائية (ξ) مع الزمن في هذا الملف من ($t = 0$) إلى ($t = 4$).

2- إذا كانت مقاومة الملف تساوي (0.15Ω)، أوجد حسابياً مقدار التيار الكهربائي المار خلاله عند الزمن ($t = 2$)، إذا علمت أنَّ قطر الملف يساوي ($d = 2.1 \times 10^{-2} m$)، وعدد اللفات لوحدة الطول (2.2 turns/m)، أما عدد اللفات الكلي فهو (130)

الحل:



الشكل (11-10)، المسألة (11-2)

من المعلوم لدينا أنَّ القوة الدافعة الكهربائية الحثية خلال الملف (ξ) هي:

$$\xi = N \frac{d\Phi_B}{dt} = N \frac{d(BA)}{dt}$$

ونكن مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف (B) هو:

$$B = \mu_0 n i$$

حيث إن:

(μ_0) هو ثابت النفاذية.

(n) عدد اللفات لوحدة الطول.

(i) التيار المار خلال الملف.

إذن من جديد:

$$\xi = N A \mu_0 n \frac{di}{dt}$$

وبما أن مساحة اللفة الواحدة هي:

$$A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

حيث إن (d) هو قطر اللفة الواحدة، إذن:

$$\xi = \left[N \mu_0 n \pi \frac{d^2}{4} \right] \frac{di}{dt}$$

وبما أن التيار هو عبارة عن تابع للزمن:

$$i = 3t + t^2$$

$$\frac{di}{dt} = 3 + 2t$$

$$\xi = \left[N \mu_0 n \pi \frac{d^2}{4} \right] \frac{3+2t}{4}$$

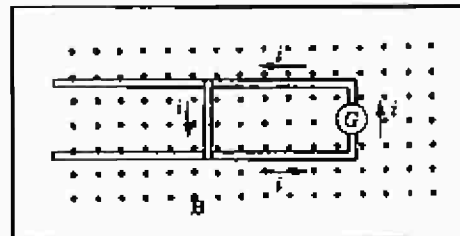
ولرسم الخط البياني، لوحظ أن المقدار $\left[N \mu_0 n \pi \frac{d^2}{4} \right]$ هو مقدار ثابت.

لنعوض الآن عن قيمة الزمن بالمقدار $(t = 0)$:

$$\xi = \text{const.} \frac{3+2t}{4} = \text{const.} (0.75)$$

أما عند الزمن $(t = 4 \text{ s})$:

$$\xi = \text{const.} \frac{3+8}{4} = \frac{11}{4} = 2.75$$



الشكل (II-11)، المسألة (II-2)

ومن الواضح أن الثابت هنا ($const. = N \mu_0 n \pi d^2$) يساوي ميل هذا الخط المستقيم.

2- إن مقدار التيار المار عند الزمن ($t = 2 \text{ s}$) هو:

$$\begin{aligned} i &= \frac{\xi_{t=2s}}{R} \\ &= [N \mu_0 n \pi d^2] \frac{3 + 2t}{4R} \\ &= \frac{\pi (130) (1.26 \times 10^{-6} \text{ Tm/A}) (2.2 \text{ turns/m}) (7 \text{ A/s}) (2.1 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{4(0.15 \Omega)} \\ &= 5.8 \times 10^{-2} \text{ A} \end{aligned}$$

11-3 سلك على شكل حلقة دائرية قطرها (10 cm) وضعت في مجال مغناطيسي منتظم مقداره ($B = 0.5 \text{ T}$) بحيث يصنع محورها زاوية مقدارها (30°) مع اتجاه المجال المغناطيسي. بدأت الآن الحلقة الدائرية تدور بشكل مخروطي بحيث يبقى محورها يصنع ذات الزاوية مع اتجاه المجال أي (30°) وذلك بنسبة دوران ثابتة مقدارها (100 rev/min).

أوجد القوة الدافعة الكهربية الحثية التي ستظهر في الحلقة نتيجة لذلك.

الحل:

إن الفيض المغناطيسي في هذه الحالة هو:

$$\begin{aligned} \Phi_B &= AB \\ &= \left(\pi \frac{d^2}{4} \right) (B) \\ &= 3.14 \frac{(10 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{4} (0.5 \text{ T}) \\ &= 3.93 \text{ T.m}^2 \end{aligned}$$

وما أن هذا الفيض يبقى ثابتاً وذلك لثبات الحلقة خلال الدوران نظراً لبقاء الزاوية (30°) فإن التغير في الفيض يساوي صفراً، أي أن:

$$\xi = - \frac{d\Phi_B}{dt} = 0$$

11-4 قضيب معدني يتحرك بسرعة ثابتة على طول سكة مكونة من قضيبين معدنيين متوازيين، انظر الشكل (11-11) بحيث يتصل طرفا القضيبين من جهة اليمين بقطعة معدنية، وتقع المجموعة كلها تحت تأثير مجال مغناطيسي منتظم يتجه خارجاً من وجه الورقة.

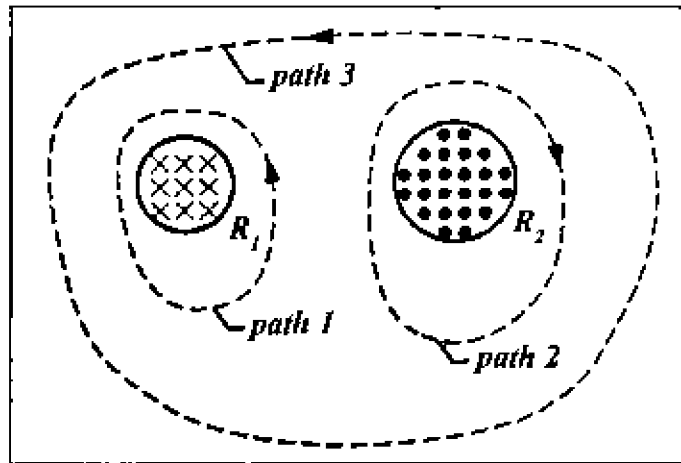
أوجد حسابياً:

1- القوة الدافعة الكهربائية الحثية (ξ) المتولدة، إذا علمت أن المسافة ($\mathcal{L} = 25 \text{ cm}$) وأن السرعة ($v = 55 \text{ cm/s}$)، كما أن المجال المغناطيسي يساوي إلى ($B = 0.35 \text{ T}$).

2- التيار المار خلال القضيب المتحرك، إذا علمت أن مقاومته تساوي (18Ω) وأن مقاومة السكة المعدنية مهملة.

الحل:

1- انظر الشكل (11-12).



الشكل (11-12)، المسألة (11-4)

بفرض أن القضيب المتحرك على مسافة (x) من الطرف الأيمن للسكة، تكبر لقوة الدافعة الكهربائية الحثية وكما هو معلوم على النحو الآتي:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

ولكن الفيض المغناطيسي هو عبارة عن:

$$\Phi_B = AB = (Lx)B$$

$$\xi = -\frac{d}{dt}(LxB)$$

ولكن كلا من (L) و (B) ثابتان، إذن:

$$\xi = BL\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

وواضح أن المقدار $\left(\frac{dx}{dt}\right)$ هو عبارة عن السرعة، أي أن:

$$\begin{aligned}\xi &= BLv \\ &= (0.35 T)(0.25 m)(0.55 m/s) \\ &= 4.81 \times 10^{-2} V\end{aligned}$$

2- باستخدام قانون الدائرة الكهربائية البسيطة (قانون أوم) نجد أن:

$$\begin{aligned}i &= \frac{\xi}{R} = \frac{4.81 \times 10^{-2} V}{18 \Omega} \\ &= 2.67 \times 10^{-3} A\end{aligned}$$

11-5 في المسألة السابقة (11-4)، افترض أن طول القضيب المتحرك ($L = 10 \text{ cm}$) وأن السكة ذات القضيبين المتوازيين عديمة الاحتكاك بينما تبلغ السرعة ($v = 5 \text{ m/s}$)، ومقدار المجال المغناطيسي ($B = 1.2 \text{ T}$).

أوجد حسابياً كلاً من:

1- القوة الدافعة الكهربائية الحثية في القضيب.

2- التيار الكهربائي المار في الحلقة الموصلة، إذا كانت مقاومة القضيب (0.4Ω)، ومقاومة السلك مهمة.

3- النسبة التي تتولد بها الطاقة الحرارية في القضيب المعدني.

4- مقدار القوة الخارجية التي يجب أن تؤثر على القضيب المعدني حتى يستمر في حركته.

5- مقدار الشغل المطبق على القضيب بفعل القوة الخارجية.

6- قارن إجابة الفرع (5) بإجابة الفرع (3).

الحل:

1- تماماً كما فعلنا في حل المسألة (11-4) نجد أن:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

حيث إن: ($\Phi_B = AB$)، ولكن ($A = Lx$)، أي أن:

$$\begin{aligned}\Phi_B &= Lx B \\ \xi &= \frac{d\Phi_B}{dt} = BL \left(\frac{dx}{dt} \right) = BLv \\ &= (1.2 T)(0.1 m)(5 m/s) = 0.6 V\end{aligned}$$

-2

$$i = \frac{\xi}{R} = \frac{0.6V}{0.4\Omega} = 1.5A$$

ومن الجدير بالذكر هنا أنَّ هذا التيار ينشأ عنه مجال مغناطيسي اتجاهه داخل الورقة في المنطقة المحددة بالقضيب المتحرك.

-3

$$P = \frac{\xi^2}{R} = \frac{(0.6V)^2}{(0.4\Omega)} = 0.9W$$

4- بما أنَّ سرعة القضيب المتحرك ثابتة، إذًا القوة المحصلة المراد تطبيقها تساوي الصفر. أي أنَّ القوة الخارجية المطلوبة يجب أن تساوي بالمقدار وتعاكس بالاتجاه القوة الناشئة بفعل المجال المغناطيسي، وهي:

$$\begin{aligned} F_B &= iLB \\ &= (1.5A)(0.1m)(1.2T) \\ &= 0.18N \end{aligned}$$

وبتطبيق قانون اليد اليمنى نجد أنَّ اتجاه القوة الخارجية يجب أن يكون نحو اليسار.

5- إذا تحرك القضيب مسافة متناهية الصغر (dx) فإن الشغل المنجز بواسطة القوة الخارجية هو:

$$dW = F dx$$

أما نسبة الشغل المطبق فهو:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= F \frac{dx}{dt} = Fv = (0.18N)(5m/s) \\ &= 0.9W \end{aligned}$$

6- وبمقارنة التنتيجتين (3) و(5) نجد أنَّ الشغل المبذول يساوي الطاقة الحرارية المتولد ، وهذا معناه أن الطاقة التي يعطيها المرثر الخارجي تتحول إلى طاقة حرارية بالكامل.

11-6 مجال مغناطيسي منتظم (B) يؤثر عمودياً على حلقة دائرية مغلقة يحتويها مستوى اهتزازي، يبلغ نصف قطر هذه الحلقة إذا علمت أنَّ المجال المغناطيسي يتغير مع الزمن وفقاً لمعادلة الآتية:

$$B = B_0 e^{-t/\tau}$$

حيث إنَّ B_0 كلاً من (B_0) و(τ) مقادير ثابتة.

أوجد القوة الدافعة الكهربائية الحثية في هذه الحلقة كتابع للزمن.

الحل:

من المعلوم لدينا ووفقاً لقانون فراداي للحث الكهرومغناطيسي أن القوة الدافعة الكهربائية الحثية (ξ) تساوي إلى:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

حيث إن (Φ_B) هو الفيض المغناطيسي ويساوي إلى:

$$\Phi_B = AB \pi r^2 B$$

لاحظ، أن المقدار (πr^2) يساوي مساحة السطح الواقع تحت تأثير المجال المغناطيسي. من المعادلة نجد أن:

$$\begin{aligned} B &= B_0 e^{-t/\tau} \\ \xi &= \pi r^2 \frac{d}{dt} (B_0 e^{-t/\tau}) \\ &= \pi r^2 \frac{B_0}{\tau} (e^{-t/\tau}) \\ &= \frac{\pi r^2}{\tau} B \end{aligned}$$

حيث عوضنا المقدار:

$$B = B_0 e^{-t/\tau}$$

11-7 مولّد كهربائي يبلغ عدد لفاته ملفه (100 turns) مصنوع من سلك على شكل هندسي مستطيل، طول أضلاعه $(50\text{cm} \times 30\text{cm})$ ، موضوع في مجال مغناطيسي منتظم وبشكل محكم، مقداره (3.5 T) .

أوجد أقصى مقدار للقوة الدافعة الكهربائية الحثية (ξ) الناتجة عن دوران الملف بسرعة دائرية مقدارها (1000 rev/min) حول محور عمودي على المجال (B) .

الحل:

من المعلوم لدينا أن القوة الدافعة الكهربائية الحثية وكتابع للزمن نعبر عنها بواسطة قانون فراداي:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

أما الفيض المغناطيسي في هذه المسألة فيمكننا إيجادها من المعادلة المعروفة:

$$\Phi_B = N (\vec{B} \cdot \vec{A})$$

حيث إن $(\vec{B})$ متجه المجال وهو عمودي على محور دوران الملف، أما $(\vec{A})$ فهو متجه المساحة، إذن:

$$\Phi_B = NB A \cos(\theta)$$

حيث إن (θ) هي الزاوية بين المتجهين، وفي حالة الحركة الدائرية نجد أن:

$$\theta = \omega t = 2\pi f t$$

وهكذا نجد أن:

$$\Phi_B = NB A \cos(2\pi f t + \Phi_0)$$

حيث إن (Φ_0) هو فرق الطور.

وعليه نجد أن:

$$\begin{aligned} \xi &= -BA \frac{d}{dt} \cos(2\pi f t + \Phi_0) \\ &= -BA(2\pi f) \sin(2\pi f t + \Phi_0) \end{aligned}$$

ولكننا نعلم أن المقدار:

$$2\pi f = \omega = 2\pi \left(\frac{1000}{60 s} \right)$$

حيث إن (ω) هو التردد الزاوي أو السرعة الزاوية للملف الدائري، أما المساحة التي تنور داخل المجال المغناطيسي فهي:

$$A = (0.5 m \times 0.3 m) = 0.15 m^2$$

أما عدد اللفات:

$$N = 100 \text{ turns}$$

وعلى ذلك تكون القيمة العظمى للقوة الدافعة الكهربائية الحثية وعند $(\Phi_0 = \pi/2)$:

$$\xi_m = NB A \omega \sin(2\pi f t + \pi/2)$$

ولكن:

$$\sin(2\pi f t + \pi/2)$$

$$= \sin(\pi/2) = 1$$

$$\xi_m = N B A \omega$$

$$= (100)(3.5 T)(0.15 m^2) \left(2\pi \frac{1000}{60 s} \right) = 5.5 \times 10^4 V$$

11-8 ملف حلزوني طويل قطره (0.12 m)، ينشأ عن مرور تيار مقداره (i) خلال لفاته مجال مغناطيسي منتظم مقداره (30 mT) داخل الملف، وعندما تقوم بإنقاص مقدار التيار ينخفض المجال المغناطيسي بنسبة (6.5 m T/s).

أوجد مقدار المجال الكهربائي الحثي عند النقطتين الآتيتين:

1- 2.2 cm عن محور الملف.

2- 2.8 cm عن محور الملف.

قرن بين مقداري المجالين الكهربائيين في (1) و(2).

الحل:

1- من قانون فراڊاي نجد أن:

$$\oint E \cdot ds = E \oint ds = E(2\pi r) = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

حيث إن التكامل حول سطح منلق هنا هو عبارة عن التكامل حول حلقة دائرية نصف قطرها (r) وعلى ذلك يكون:

$$\oint ds = 2\pi r$$

ومن الواضح أن الزاوية بين هذا المسار والمجال الكهربائي هي صفر.

أي أن $\cos \theta = 1$. أما الفيض المغناطيسي فهو:

$$\Phi_B = AB = (\pi r^2) B$$

$$E = \frac{\pi r^2}{2\pi r} \frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{0.022 m}{2} (6.5 \times 10^{-3} T/s)$$

$$= 7.15 \times 10^{-5} V/m$$

-2

$$E_2 = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$

حيث إن (R) هو نصف قطر المساحة التي يؤثر عليها المجال المغناطيسي في الحالة الثانية وهي بطبيعة الحال أكبر من المساحة الأولى.

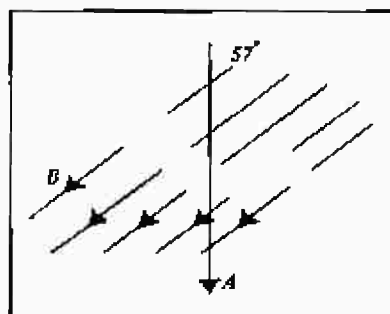
$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{(0.06 \text{ m})^2}{2(0.082 \text{ m})} (6.5 \times 10^{-3} \text{ T/s}) \\ &= 1.43 \times 10^{-4} \text{ V/m} \end{aligned}$$

3- بمقارنة النتيجةين (1) و (2) نجد أن المجال الكهربائي (E_2) هو أكبر من المجال (E_1) وذلك عندما ابتعدنا عن محور الملف.

مسائل وتمارين الفصل الحادي عشر

Chapter Eleven Exercises & Problems

- 11-1 في موقع محدد في النصف الشمالي من الكرة الأرضية تبلغ قيمة المجال المغناطيسي للأرض $(42 \mu T)$ وتشير نقطة تحديد الموقع إلى الأسفل بزاوية $(\theta = 57^\circ)$ ، انظر الشكل (11-10). أوجد الفيض المغناطيسي خلال سطح أفقي ومقدار مساحته $(2.5 m^2)$.



الشكل (11-10)

- 11-2 حلقة صغيرة مساحتها (A) موجودة داخل ملف حلزوني ولهما المحور نفسه على طول مركز الملف، فإذا عدد لفاته (n) لكل وحدة طول، ويمر خلاله تيار كهربائي وفقاً للمعادلة:

$$i = i_0 \sin(\omega t)$$

أوجد القوة الدافعة الكهربائية الحثية في الحلقة الصغيرة.

- 11-3 هوائي تلفزيون UHF على شكل دائري قطره $(11 cm)$ ، فإن كان المجال المغناطيسي لإشارة التلفزيون عمودي على مستوى المسار المغلق، وإذا كانت نسبة تغير المجال المغناطيسي المنتظم في لحظة زمنية هي $(0.16 T/s)$ ، أوجد القوة الكهربائية الدافعة الحثية للهوائي.

- 11-4 مجال مغناطيسي منتظم عمودي على مستوى حلقة دائرية ذات قطر مقداره $(10 cm)$ مصنوعة من سلك من النحاس قطره $(2.5 mm)$. أوجد حسابياً:

1- مقدار مقاومة السلك إذا علمت أن المقاومة النوعية للنحاس $(1.68 \times 10^{-8} \Omega m)$.

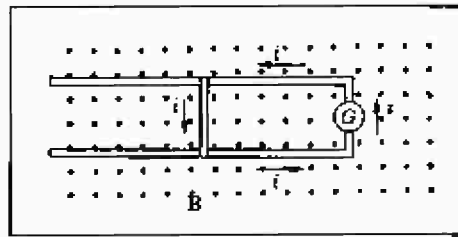
2- في أي نسبة يجب أن يتغير المجال المغناطيسي بالنسبة للزمن كي نحصل على تيار حثي مقداره $(10 A)$.

- 11-5 ملف حلزوني طويل نصف قطره $(25 mm)$ ، يبلغ عدد لفاته $(100 turns/cm)$ وضعنا حوله حلقة واحدة نصف قطرها $(5.0 cm)$ حيث إن لها المركز نفسه، وقد لوحظ أن التيار المار في الملف

الحلزونى انخفض من $(1 A)$ إلى $(0.5 A)$ ونسبة ثابتة خلال زمن قدره $(10 ms)$.
أوجد حسابياً مقدار القوة الدافعة الكهربائية الحثية في الحلقة.

11-6 ملف دائري حلقي *toroid* مساحة مقطعه $(5 cm^2)$ ونصف قطره الداخلي $(15 cm)$ ، يبلغ عدد لفاته $(500 turns)$.
أوجد حسابياً مقدار الفيض المغناطيسي خلال مساحة المقطع المذكورة إذا كان مقدار تيار المار $(0.8 A)$.

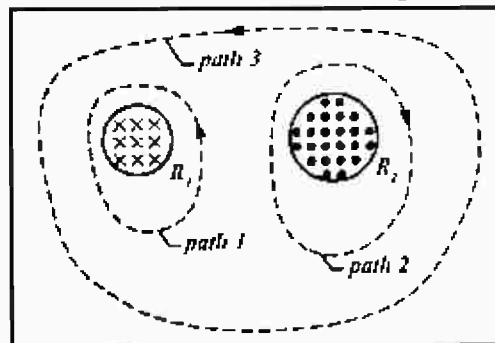
11-7 قضيب معدني ناقل كتلته (m) وطوله (L) ينزلق بدون احتكاك على سكتين أفقيتين، انظر الشكل (11-11) ويغطي كل منطقة الحركة مجال مغناطيسي عمودي، إذا كان الولد (G) يولد تياراً ثابتاً قدره (i) لكي يسلك القضيب المسار الموضح في الشكل المذكور.
أوجد سرعة القضيب كتابع للزمن، إذا كان قد بدأ حركته من السكون عندما $(t = 0)$.



الشكل (11-11)، المسألة (11-7)

11-8 في الشكل (11-12) تظهر منطقتان دائريتان (R_1) و (R_2) أنصاف أقطارهما $(r_1 = 20 cm)$ و $(r_2 = 30 cm)$ على التوالي، في المنطقة (R_1) يؤثر مجال مغناطيسي منتظم $(B_1 = 50 mT)$ واتجاهه إلى داخل الصفحة، بينما يؤثر مجال مغناطيسي منتظم في المنطقة (R_2) مقداره $(B_2 = 75 mT)$ واتجاهه كذلك إلى خارج الصفحة. إذا علمت أن كلا المجالين $(\vec{B}_1)$ و $(\vec{B}_2)$ يتناقصان بنسبة $(8.5 mT/s)$.

أوجد مقدار التكامل $(\oint \vec{E} \cdot d\vec{s})$ لكل من المسارات المتقطعة الثلاثة في الشكل.



الشكل (11-12)، المسألة (11-8)

الخلاصة

Summary

- إنَّ حركة المجال المغناطيسي عند سلك موصل يمر به تيار كهربائي، أو حركة السلك الموصل في منطقة المجال المغناطيسي، تولد تياراً كهربائياً لحظياً، يمكننا أن نثبت من وجوده باستخدام الجفانومتر، ويسمى هذا التيار تياراً حثياً.
- إنَّ معدل التغير في الفيض المغناطيسي بالنسبة للزمن $(d\Phi_B / dt)$ يساوي القوة الدافعة الكهربائية الحثية $(\mathcal{E})$ ، وتعتمد $(\mathcal{E})$ على معدل التغير للفيض المغناطيسي ولا تعتمد على نوع وشكل الموصل الكهربائي، وبتعبير رياضي:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{قانون فرادي})$$

- إنَّ الإشارة السالبة في قانون فرادي للحث الكهرومغناطيسي تشير إلى أن اتجاه التيار الحثي يكون بعكس اتجاه حركة المجال أو الفيض المغناطيسي، وهذا هو مضمون قانون العالم لنز.
- أما إذا كان الملف يتكون من عدد (N) من اللفات فإن الصيغة الرياضية لقانون فرادي تأخذ التعبير الآتي:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

- إنَّ القوة الدافعة الكهربائية الحثية في ملف دائر داخل مجال مغناطيسي منتظم تساوي رياضياً:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t)$$

حيث إنَّ (ω) تمثل السرعة الزاوية لدوران الملف.

- إن الطاقة اللحظية (P) الناشئة عن حركة دائرة موصلة مغلقة داخل مجال مغناطيسي (B) منتظم تساوي:

$$P = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

وهي تعبر عن نسبة الشغل المنجز خلال الحركة بسرعة ثابتة (v) ، (L) طول السلك، (R) مقدار مقاومته.

- إنَّ الفيض المغناطيسي المتغير ينشأ عنه مجال كهربائي حثي، وذلك في مسار مغلق، وفقاً لقانون فاراداي في الحث الكهرومغناطيسي.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

أشباه الموصلات Semiconductors

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يميّز خصائص أشباه الموصلات عن خصائص الأصناف الأخرى للمواد الموجودة في الطبيعة.
- أن يصنّف المواد من حيث سلوكها الكهربائي مستفيداً من المفهوم المبسط لنظرية أشْرطة الطاقة.
- أن يشرح المعنى الصحيح لشبه الموصل النقي، وكيفية استخدامه لصناعة البلورات من النوع الموجب والبلورات من النوع السالب، ودور عملية التطعيم في ذلك.
- أن يوضح السبب في اختيار شوائب التطعيم ثلاثية أو خماسية التكافؤ، ولماذا لا تكون غير ذلك؟
- أن يميّز حاملات التيار في كلا النوعين من البلورات: النوع الموجب والنوع السالب.
- أن يُعرّف "الثنائي البلوري" ويدرس خواص الفولتية والتيار له، ويقرر أنّ العلاقة بين الفولتية والتيار ليست علاقة خطية، كما هو الحال في المقاومة الكهربائية.
- أن يستوعب مفهوم "المقاومة الحرارية" في الثنائي البلوري.
- أن يضبط الاستخدامات التطبيقية لأنواع الثنائي البلوري من خلال اطلاعه على وظائف وخصائص عدد منها.

أشباه الموصلات

Semiconductors

12-1 المقدمة Introduction:

كما قد بينا في الفصل السادس من هذا الكتاب أن المواد الصلبة تصنف إلى ثلاثة أقسام من حيث توافقيتها للكهرباء، وذلك بعد اختبارها وإجراء التجارب العملية عليها، وهذه الأصناف الثلاثة هي:

1- المواد العازلة للكهرباء *insulators*.

2- المواد الناقلة للكهرباء *conductors*.

3- المواد شبه الناقلة* للكهرباء *semiconductors*.

إن عدد "الإلكترونات الحرة" في الموصلات الجيدة يبلغ نحو $(10^{28} \text{ electron} / \text{m}^3)$ ، بينما يبلغ في المواد لعازلة نحو $(10^7 \text{ electron} / \text{m}^3)$ ، أما في أشباه الموصلات فيتراوح بين هذين العددين.

إن أشباه الموصلات *semiconductors* هي موضوع الوحدة الدراسية التي بين أيدينا، ولعل أكثر هذه المواد شهوعاً الجيرمانيوم *germanium* واختصاراً يرمز له بالرمز *(Ge)* والسيليكون *silicon* ويرمز له بالرمز *(Si)*، وسنتناول ترتيبها البلوري وعدد الإلكترونات التكافئية لذراتها، وطريقة تحضير البلورات الموجبة والبلورات السالبة صناعياً منها، كما سنتعرف على وصلة $(p-n)$ المصنوعة من هذه المواد، وخصائص الفولتية والتيار لها، ونقارن ذلك بخصائص الفولتية والتيار للمواد الناقلة للكهرباء.

وعلم دراسة أشباه الموصلات هو جزء من علم فيزياء الحالة الصلبة *solid state physics*، ذلك لأن التوصيل الكهربائي يحدث في الحالة الصلبة للمادة، وهذا يهدف تمييزها عن الحالات الأخرى كالسائلة والغازية، أو الفراغية، كما يحدث في الصمامات الإلكترونية *electronic valves* على سبيل الإيضاح.

12-2 أشرطة الطاقة في المواد الصلبة *Energy Bands in A solid*

إن مستويات الطاقة في المواد الصلبة تصل إلى عدد (N) مستوى وهي من رتبة عدد أفوكادرو نفسها، وتكون هذه المستويات ما يسمى بحزم أو شرائط الطاقة *energy bands*، ومن هذه الشرائط شريطان يحددان الخواص الإلكترونية للمادة، حيث إن شريط التكافؤ *valence band*، يعود إلى المستويات العالية لطاقة الإلكترونات التي تحوم في المدارات الخارجية للذرة. أما شريط التوصيل

* أصبح من المألوف استخدام كلا التسميتين أشباه الموصلات، أو أشباه نواقل وهي موافقة للتسمية الإنكليزية *semiconductors*.

conduction band فهو ذو مستويات طاقة أعلى من مستويات طاقة شريط التكافؤ. ويفصل بين الشريطين ما يسمى بالشريط المحظور *forbidden band-gap* وهو يؤدي دوراً كبيراً في مسألة التمييز بين الأصناف الثلاثة للعواد الصلبة. ومن المناسب ذكره هنا أن شريطي التكافؤ والتوصيل مُشتركان بين كافة ذرات المادة، وهذان الشريطان متداخلان في المواد الناقلة مما يتيح للإلكترونات حرية التحرك، وهذا ما يفسر ظاهرة مرور التيار الكهربائي خلالها بيسر وسهولة.

إنّ الإلكترونات التكافئية في المواد شبه الموصلة تحتاج إلى اكتساب طاقة خارجية كي تنقل من شريط التكافؤ إلى شريط التوصيل، ومن الممكن أن تكون هذه الطاقة ضوئية أو حرارية، وعلى سبيل المثال فإنّ درجة حرارة الغرفة كافية لتحفيز الإلكترونات التكافئية كي تمكّنها من عبور الشريط المحظور، وتعرّف الإلكترونات هنا بالإلكترونات المحفزة حرارياً *thermally excited electrons*.

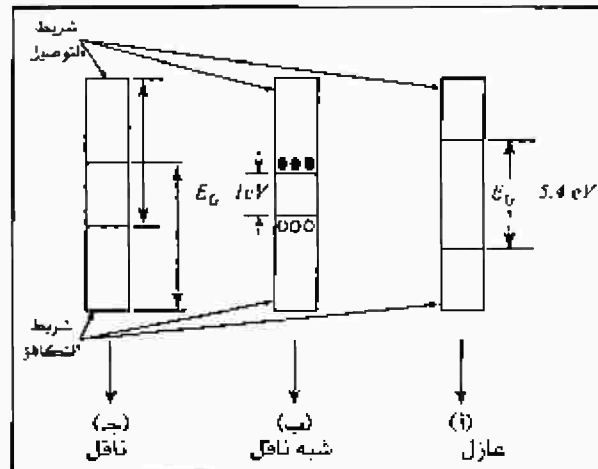
وبصفة عامة فإن التوصيل الحراري في المواد الصلبة يعتمد على ثلاثة عوامل:

1- كثافة الإلكترونات، أي عددها في وحدة الحجم *electron density*.

2- توفر مصدر للطاقة *source of energy*.

3- وجود مستويات طاقة في شريط التوصيل لاستقبال الإلكترونات المُحفزة.

ويهدف التمييز بين الأصناف الثلاثة للمواد الصلبة من خلال أشربة طاقاتها، تأمل الشكل (12-1).



الشكل (12-1)

يوضح مواضع أشربة الطاقة الثلاثة في كل من المواد العازلة، وشبه الناقلة، والناقلة

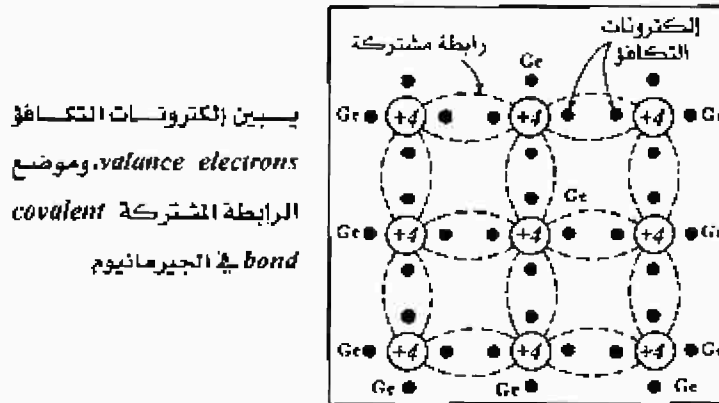
إن هذا المخطط يمكّننا من التمييز بين الأصناف الثلاثة، حيث تكون طاقة الشريط المحظور (E_g) في المواد العازلة بحدود (5.4 eV)، انظر الشكل (12-1 أ)، مما يستدعي امتلاك أي إلكترون لمثل هذه الطاقة كي يتمكن من عبورها. ولهذا يبقى شريط التوصيل في المواد العازلة فارغاً، وهذا ما يفسر عدم توصيلها للكهرباء.

أما مقدار (E_G) في أشباه الموصلات فيساوي على وجه التقريب (1 eV) وهذا ما يفسر عبور بعض الإلكترونات إلى شريط التوصيل في حالة توفر الطاقة الخارجية اللازمة لذلك. أما في حالة الموصلات فإن شريطي التكافؤ والتوصيل متداخلان، انظر الشكل (12-1 ج)، وهذا ما يفسر الاستجابة الفورية للتوصيل الكهربائي في هذا التصنيف من المواد الصلبة.

ومن المناسب تأكيد هنا أن عدد الإلكترونات التي تعبر الشريط المحظور في أشباه الموصلات يزداد ازدياداً طردياً مع ازدياد درجة الحرارة، وهذه ميزة هامة من مميزات أشباه الموصلات، وسنبين هذا الأمر عند دراستنا لخصائص التيار الكهربائي المار في الثنائي شبه الموصل.

12-3 شبه الموصل النقي *Intrinsic Semiconductor*:

يعتبر كل من السليكون *silicon* الجيرمانيوم *germanium* من أهم أشباه الموصلات التي تُستعمل في الأغراض الإلكترونية التطبيقية والصناعية، وكلاهما يقع ضمن المجموعة الرابعة (*group IV A*) في الجدول الدوري، أي أنها رباعية التكافؤ، ويمتلك السليكون أربعة عشر إلكترونًا، بينما يمتلك الجيرمانيوم اثنين وثلاثين إلكترونًا. وتتصف ذرات كل منهما بالقدرة على الاتحاد فيما بينها عن طريق ترابط إلكترونات التكافؤ للذرات المتجاورة وتكوين ما يسمى بالرابطة المشتركة *covalent bond*، أما التركيب العام لكل منهما فهو تركيب بلوري هندسي دقيق متساوي البعد طولاً وعرضاً وارتفاعاً *uniform crystalline structure*، والقطعة أو اللبنة الواحدة تسمى بلورة *crystal*، تأمل الشكل (12-2).

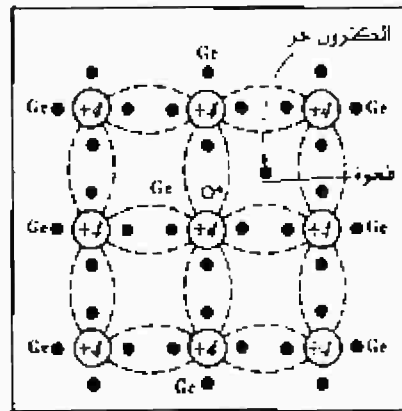


الشكل (12-2)

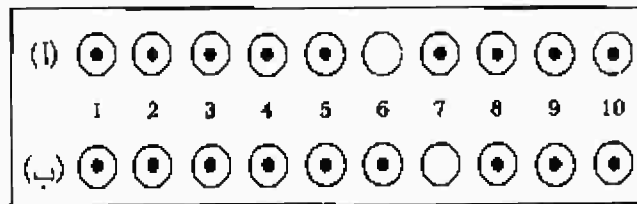
إن السلوك الكهربائي لكل من السليكون الجيرمانيوم في ظل الظروف الاعتيادية يشابه سلوك المواد العازلة. أما إذا تعرضت بلوراهما لتأثيرات خارجية كالتأثيرات الضوئية أو الحرارية مثلاً فإن ذلك يؤدي إلى إضعاف الروابط المشتركة للإلكترونات التكافئية، وتكفي درجة حرارة

الغرفة لحصول مثل هذا التأثير لعنصر الجيرمانيوم، حيث إن مقدار طاقة الشرط لمحظور forbidden energy gap ($E_g = 0.72 \text{ eV}$) بينما تساوي في السليكون ($E_g = 1.1 \text{ eV}$).

إن الدائرة الصغيرة الفارغة المبينة في الشكل (12-3) تمثل الفراغ الذي تركه غياب الإلكترون المحفّز، هذا الفراغ يسمى بالفجوة hole وهو ذو طبيعة كهربائية موجبة، أما أهميته فتتمثل في كونه ناقلاً للتيار الكهربائي، حيث تتكرر إمكانية حدوثه وملؤه بصفة دائمة من قبل الإلكترونات التكافئية، تأمل الشكل (12-4).



الشكل (12-3)



الشكل (12-4) يبين كيفية انتقال الفجوة hole كحامل للتيار

وعند تطبيق فرق جهد على أشباه الموصلات تكون الإلكترونات منساقّة نحو النهاية الموجبة للبطارية، بينما تنساق الثقوب نحو النهاية السالبة لها، ويكون التيار محصلة لمجموع التيارين الناتجين بسبب حركة كل من الإلكترونات والثقوب، وذلك لكون التيارين يسريان في الاتجاه نفسه، ويمكن التعبير عن كثافة الشحنات النقية (intrinsic density) والتي يُرمز لها بالرمز n_i على أنها المتوسط الهندسي لكثافة الإلكترونات (n) والفجوات (p) أي أن:

$$np = n_i^2 \quad (12-1)$$

وعندما يؤثر مجال كهربائي مقداره $(\vec{E})$ على شبه الموصل فإن كثافة التيار^(*) الناتج عن حركة الإلكترونات هي:

♦ سبق لنا تعريف كثافة التيار الكهربائي في الوحدة السابعة من هذا الكتاب.

$$J = ne\mu \bar{E} \quad (12-2)$$

أما كثافة التيار الناتج عن حركة الثقوب فهي:

$$J_p = pe\mu_p \bar{E} \quad (12-3)$$

حيث تعبر (μ_n) عن تحركية الإلكترون *electron mobility*، بينما تعبر (μ_p) عن تحركية الثقوب *hole mobility*، وهكذا يمكننا أن نعبر عن كثافة التيار الكلي بالعلاقة الرياضية:

$$J = J_n + J_p = (n\mu_n + p\mu_p)e\bar{E} \quad (12-4)$$

وأم الناقلية *conductivity*، فنربط بكثافة التيار بالعلاقة الرياضية:

$$J = \sigma \bar{E} \quad (12-5)$$

$$\sigma = (n\mu_n + p\mu_p)e \quad \text{علاقة الناقلية بكثافة التيار} \quad (12-6)$$

وإذا كان شبه الموصل نقياً فإن:

$$n = P = n_i$$

$$\sigma = (\mu_n + \mu_p)n_i e$$

وتتغير (n_i) تبعاً لتغير درجة الحرارة وفقاً لعلاقة تناسب الآتية:

$$n_i^2 \propto T^3 e^{-E_G/kT} \quad (12-7)$$

حيث إن (E_G) طاقة الفجوة المحظورة عند درجة حرارة الصفر المطلق.

وفي حالة الجيرمانيوم تتغير كثافة الناقلات وفقاً للعلاقة الرياضية الآتية:

$$n_i^2 = 3.1 \times 10^{32} T^3 e^{-9101/T} \quad (12-8)$$

أما في حالة السليكون:

$$n_i^2 = 1.5 \times 10^{33} T^3 e^{-14028/T} \quad (12-9)$$

لن تركيز كثافة الإلكترونات في شريط التوصيل يتغير مع تغير درجة الحرارة وفقاً للمعادلة:

$$n = N_C e^{-(E_C - E_F)/kT} \quad \text{كثافة الإلكترونات في شريط التوصيل} \quad (12-10)$$

أما تركيز كثافة الفجوات فيتغير وفقاً للمعادلة:

$$p = N_V e^{-(E_F - E_V)/kT} \quad \text{كثافة الفجوات} \quad (12-11)$$

حيث تمثل (N_C) الكثافة الفعالة لمستويات الطاقة في شريط التوصيل، أما (N_V) فتمثل

الكثافة الفعالة لمستويات الطاقة في شريط التكافؤ، (E_C) طاقة الإلكترونات في شريط

التوصيل، أما (E_F) فهي طاقة مستوى فيرمي *Fermi energy level*.

ولفرض المقارنة العامة بين كلٍّ من الجيرمانيوم والسيليكون تأمل بعناية الجدول (12-1).

الخاصية property	الجيرمانيوم germanium	السليكون silicon
الكثافة (g / cm ³)	5.32	2.33
التفافية النسبية ϵ_r	16	12
عدد الذرات في (cm ³)	4.4×10^{22}	5.00×10^{22}
E_{GO}	0.785 eV	1.21 eV
E_G عند (300°K)	0.72 eV	1.10 eV
n_i عند (300°K)	$2.5 \times 10^{13} / \text{cm}^3$	$1.50 \times 10^{10} / \text{cm}^3$
المقاومة النوعية (300°K)	45 $\Omega \cdot \text{cm}$	230 $\text{k}\Omega \cdot \text{cm}$
μ_n	3800 cm ² / V.s	1300 cm ² / V.s
$D_n = \mu_n V_T$	99 cm ² / s	34 cm ² / s
μ_p	1800 cm ² / V.s	500 cm ² / V.s
$D_p = \mu_p V_T$	47 cm ² / s	13 cm ² / s
العدد الذري	32	14
الوزن الذري	72.6	28.1

الجدول (12-1) يبين الخصائص العامة لكل من الجيرمانيوم والسيليكون،

وهما من أكثر المواد شبه الناقلة استخداماً

وفي حالة شبه الموصل النقي فإن $(n = n_i = p)$ وهذا يؤدي إلى الآتي:

$$N_C e^{-(E_i - E_F) / kT} = N_V e^{-(E_F - E_i) / kT}$$

أي أن طاقة مستوى فيرمي هي:

$$E_F = \left(\frac{E_C + E_V}{2} \right) kT \ln \left(\frac{N_C}{N_V} \right) \quad (12-12)$$

وعندما تتساوى كل من N_C و N_V فإن هذا يؤدي إلى:

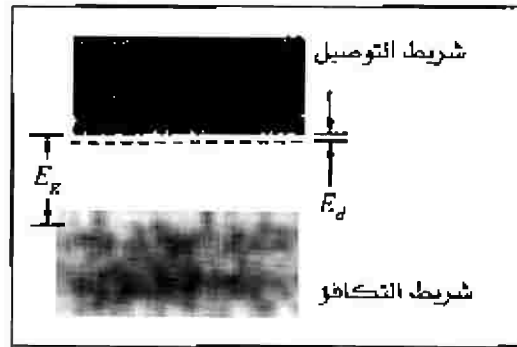
$$E_F = \frac{E_C + E_V}{2} \quad (12-13)$$

أي أن مستوى فيرمي يقع في منتصف الفجوة المحظورة.

12-4 بلورة شبه الموصل من النوع السالب n - Type Semi Conductor :

يمكننا عملياً الحصول على هذا النوع من البلورات وذلك عند تطعيم الجيرمانيوم أو السليكون بذرات عنصر خماسي التكافؤ، أي أنه يمتلك خمسة إلكترونات تكافئية، وتقع مثل هذه العناصر (وفسفور، زرنيخ، أنثيمون، ...) في المجموعة الخامسة في الجدول الدوري إذ تتحد أربعة إلكترونات بروابط تساهمية مع الإلكترونات التكافئية الأربعة لكل من السليكون أو الجيرمانيوم ويبقى الإلكترون الخامس زائداً حيث أن مقداراً صغيراً من الطاقة يكفي لانتقاله إلى حزمة التوصيل، وينشأ نتيجة لذلك مستوى طاقة جديد، قريب جداً من مستوى طاقة التوصيل في شبه الموصل، انظر الشكل (12-5)، يسمى بالمستوى المانح $donor level$ ، وينشأ نتيجة لتجمع هذه الإلكترونات مجال كهربائي (E_d) يؤثر على خصائص البلورة الإلكترونية، انظر موقع المجال الكهربائي في الشكل (12-5).

إن مقدار الطاقة الفاصلة للمستوى المانح عن حزمة التوصيل في الجيرمانيوم تساوي (0.01 eV) ، أما في السليكون فتبلغ (0.04 eV) ، ومن المناسب ذكره هنا، أن التيار الناتج في هذا النوع من البلورات يكون بسبب حركة الإلكترونات، ولذا سُميت (البلورة من النوع السالب)، وتكون الإلكترونات في هذه الحالة هي غالبية حاملات التيار.



الشكل (12-5) بلورة من النوع السالب، ونرى المستوى المانح للطاقة،

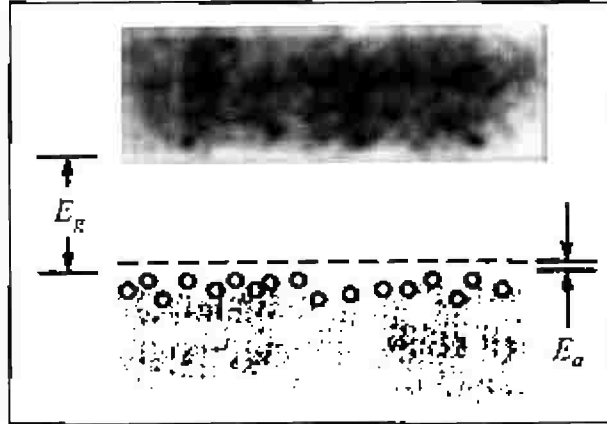
والذي نمثله النقاط السوداء وهو ما تشكله غالبية حاملات التيار (الإلكترونات)،

بينما نرى النقاط المفرغة، وهي تمثل حاملات التيار الأقلية (الضجوات)

12-5 بلورة شبه الموصل من النوع الموجب p - Type Semi Conductor :

يمكننا عملياً الحصول على هذا النوع من البلورات عند تطعيم الجيرمانيوم أو السليكون بعناصر من المجموعة الثالثة، أي ثلاثية التكافؤ (الألمنيوم، البورون، الأنديوم، ...) إذ تقوم الإلكترونات التكافئية الثلاثة بالارتباط بروابط مشتركة مع ثلاثة إلكترونات من الإلكترونات التكافئية الأربعة لكل من الجيرمانيوم أو السليكون تاركة تقوياً شاعرة، حيث تكون هذه

الثقوب جاهزة لاستقبال الإلكترونات التكافئية من ذرات شبه الموصل المجاورة لها تاركة ثقوباً جديدة في البلورة، لنحصل بعد ذلك على حركة عشوائية للثقوب، وبتطبيق مجال كهربائي ذي مقدار مناسب على البلورة تحدث حركة دائبة للثقوب، ينشأ عنها مستوى طاقة جديد، هو المستوى القابل للشحنات *acceptor level*، تأمل الشكل (12-6)، وبما أن الثقوب هي المسؤولة عن حركة التيار لذا سُميت هذه البلورات (بالبلورات من النوع الموجب).



الشكل (12-6) بلورة من النوع الموجب، وترى المستوى القابل للطاقة، والذي تمثله النقاط المفرغة وهو غالبية حاملات التيار في حزمة التكافؤ. بينما ترى النقاط السوداء (الإلكترونات) تمثل حاملات التيار الأقلية

إن مقدار الطاقة الفاصلة للمستوى القابل في الجيرمانيوم المطعم الأنديموم يبلغ حوالي (0.01 eV) أما في السليكون المطعم الأنديموم فيبلغ حوالي (0.16 eV) ، ومن الممكن تسمية المستوى القابل (بالمستوى الأخذ) زيادة في الإيضاح.

مثال (12-1): Example

قطعة من الجيرمانيوم ذات مقطع مربع طول ضلعه (1 cm) ، تم تسليط جهد قدره (1.5 V) عبر سمكها البالغ (0.25 mm) .

أوجد حسابياً مقدار التيار المار في القطعة علماً أن:

عدد الإلكترونات الحرة في المتر المكعب يساوي $(2 \times 10^{14} \text{ m}^{-3})$ ، وتحركية الإلكترونات $(\mu_n = 0.36 \text{ m}^2 / \text{V} \cdot \text{s})$ ، أما تحركية الثقوب $(\mu_p = 0.17 \text{ m}^2 / \text{V} \cdot \text{s})$.

الحل Solution:

بتطبيق المعادلة (9-5) نجد أن:

$$J = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{V}{d} = \frac{1.5V}{0.25 \times 10^{-3}} = 6 \times 10^3 V/m$$

$$\begin{aligned} \sigma &= (\mu_n + \mu_p) n_e \\ &= (0.36 + 0.17) \times 2 \times 10^{19} \times 1.6 \times 10^{-19} \\ &= 1.696 (\Omega \cdot m)^{-1} \end{aligned}$$

$$J = 10176 A/m^2$$

$$A = 1.0cm \times 1.0cm = 10^{-4} m^2$$

$$\therefore I = AJ = 1.0176 A$$

مثال (12-2): Example

تم تقطيع قطعة من الجيرمانيوم (*Ge*) في درجة حرارة الغرفة بشوائب موجبة *donors* بنسبة $(1 : 10^8)$.

أوجد حسابياً مقدار المقاومة النوعية للجيرمانيوم (ρ) إذا علمت أن تركيزية الثقوب $(\mu_p = 1800 cm^2 / V.s)$ وتركيزية الإلكترونات $(\mu_n = 3800 cm^2 / V.s)$.

الحل Solution:

نحن نعلم من الوحدة السابقة في هذا الكتاب أن العلاقة الرياضية بين كل من المقاومة النوعية (ρ) والناقلية (σ) هي:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

إلا أن الناقلية هي:

$$\sigma = (n\mu_n + p\mu_p) e$$

إذاً. نحتاج لمعرفة مقدار كل من (p) (n)، وهذا يحتاج بطبيعة الحال إلى معرفة كل من الكثافة والوزن الذري للجيرمانيوم، وبالرجوع إلى الجدول (12-1) نجد أن:

كثافة الجيرمانيوم تساوي $(5.32 gm / cm^3)$ ، ووزنه الذري يساوي (72.6).

من المعلوم لدينا أن العلاقة الرياضية بين عدد الناقلات لوحدة الحجم (n) وعدد أفوكادرو (N_A) وكثافة المادة (d) ووزنها الذري (A) هي:

$$\frac{n}{N_A} = \frac{d}{A}$$

♦ لاحظ أننا استخدمنا الحرف (d) هنا للتعبير عن الكثافة، وذلك لأننا استخدمنا (ρ) للتعبير عن المقاومة النوعية.

وهكذا:

$$n_{Ge} = 6.02 \times 10^{23} \frac{\text{atoms}}{\text{mole}} \times \frac{1 \text{ mole}}{72.6 \text{ gram}} \times 5.32 \frac{\text{gram}}{\text{cm}^3}$$

$$= 4.41 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

كما أن:

$$N_D = \frac{1}{10^8} \times 4.41 \times 10^{22} = 4.41 \times 10^{14} \text{ atom / cm}^3$$

$$n \cong N_D$$

ولكن بالنسبة الجيرمانيوم:

$$n_i = 2.5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

$$\therefore \rho = \frac{(2.5 \times 10^{13})^2}{4.41 \times 10^{14}} = 1.42 \times 10^{12} \left(\frac{\text{mole}}{\text{cm}^3} \right)$$

وبما أن $n \ll p$ نجد أن الناقلية:

$$\sigma \cong n \mu_n e$$

$$= 4.41 \times 10^{14} \times 3800 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$= 0.268 (\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$$

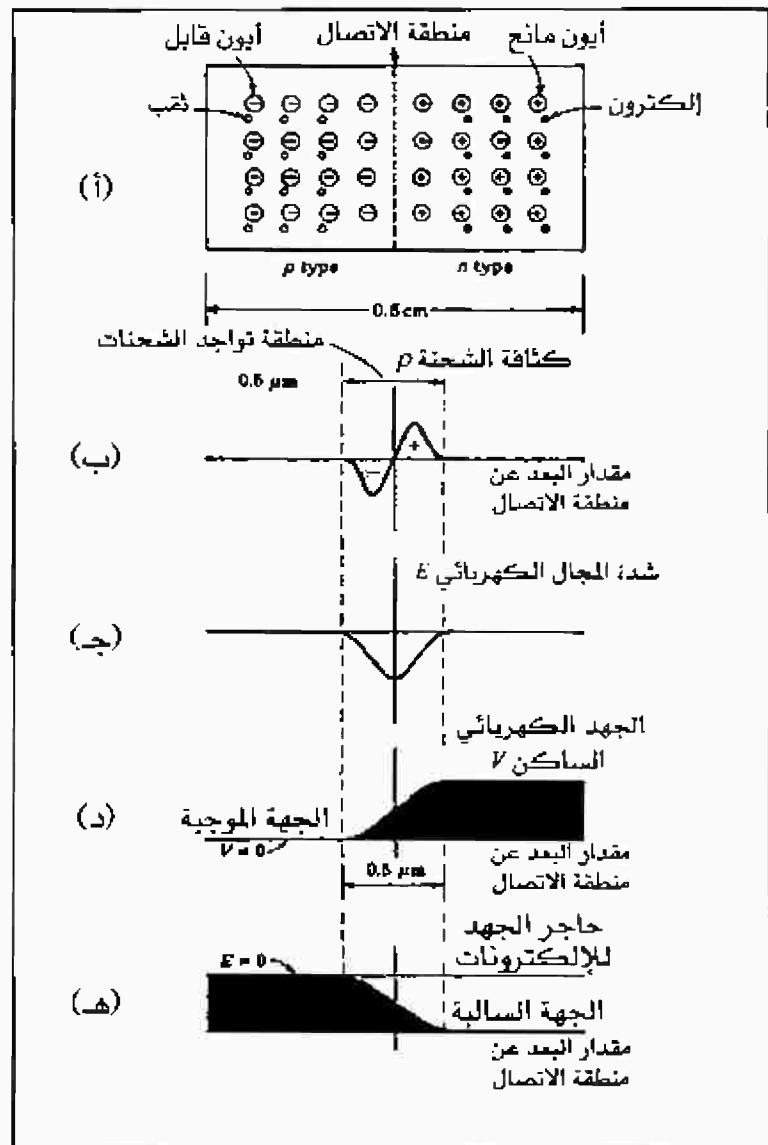
$$\rho = \frac{1}{\sigma} = 3.72 \Omega \cdot \text{cm}$$

12-6 المقاومة الحرارية Thermistor :

إن تغير التوصيل الكهربائي في أشباه الموصلات بتغير درجات الحرارة من الممكن استثماره علمياً وذلك لصناعة مقاومات متغيرة بتغير درجات الحرارة، وهي ما نسميها "المقاومة الحرارية" *Thermistor*، وهذه التسمية مشتقة من المسمى الإنكليزي *thermal resistor*، وأما تركيبها، فتتكون من قطعة من شبه موصل نقي، يتصل بطرفيها سلكان للتوصيل الكهربائي. وفي المقاومة الحرارية من غير المفيد استخدام الجيرمانيوم أو السليكون، ولكننا، نلجأ إلى استخدام الأكاسيد المعدنية، كأكسيد الحديد Fe_2O_3 وأكسيد النيكل NiO وأكسيد المنجنيز Mn_2O_3 ، إذ أن هذه الأكاسيد تمتلك معاملًا حراريًا سالبًا *negative temperature coefficient (NTC)*، وذلك تتميزها عن المقاومات الحرارية ذات المعامل الحراري الموجب *positive temperature coefficient (PTC)*. إن السبب في استخدام هذه الأكاسيد، هو أن مقاومتها تتناقص كلما زادت درجات الحرارة، ومعدل توصيلها الحراري أكبر من معامل التوصيل الحراري للمعادن. أما في درجة حرارة الغرفة فإن مقدار معامل التوصيل الحراري لهذه المواد يساوي تقريباً (-0.04 W/m.k) ، أي أن زيادة درجة الحرارة من $(0 - 200^\circ \text{C})$

($^{\circ}\text{C}$) يؤدي إلى تقليل المقاومة حوالي (500) مرة، بينما لا تزداد المقاومة في المعادن في مجال تغيرات درجات الحرارة نفسه إلى أكثر من ضعف مقدارها عند درجة حرارة الغرفة. وتستعمل المقاومة الحرارية على نطاق واسع في الدوائر الإلكترونية لتنظيم عملها ضمن مجال تغير درجات الحرارة المتوقع، كما تُستخدم للتحكم الحراري في الأجهزة الخاصة بالقياسات الحرارية، إذ أنها تستخدم للكشف عن تغيرات في درجات الحرارة يقل مقدارها أحياناً عن ($5 \times 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}$)، كما أنها تستخدم في قياس القدرة في أجهزة الموجات المايكروية *microwave* وتسمى في هذه الحالة *bolometer*.

12-7 وصلة (p-n) Junction (p-n)



الشكل (7-12: أ، ب، ج، د، هـ)
 يبين مخططاً توصلة $(p-n)$ ،
 يشمل على كثافة الشحنة، شدة
 المجال الكهربائي، حاجر الطاقة
 الكامنة، المنحنى (د) يتناسب مع
 الطاقة الكامنة للفجوات، (هـ)
 يتناسب مع الطاقة الكامنة
 للإلكترونات

• وصلة $(p \rightarrow q)$ هي ما نطلق عليه في اللغة العربية "الثاني شبه الموصول".

تأمل الشكل (12-7) حيث ترى مقطعاً عرضياً لوصلة بلورتين $(p-n)$ ، طُعمت اليمنى بشوائب مانحة $positive\ type\ crystal$ ، وطُعمت اليسرى بشوائب قابلة $negative\ type\ crystal$ ، كما أنك ترى الحد الواصل بينهما. ولو تعمقت أكثر فأكثر في الشكل تجد أننا أشرنا إلى الأيونات المانحة بدوائر تحتوي علامة $\oplus$ ، بينما أشرنا إلى الأيونات القابلة بدوائر تحتوي بداخلها علامة $\ominus$ ، وهذا يُفسر المعنى الصحيح للمانح والقابل وذلك بتبرع المانح بالإلكترون واستقبال القابل لهذا الإلكترون.

والسؤال الآن: ما الذي يحدث في وصلة $(p-n)$ بعد ذلك؟

لتبسيط الإجابة عن هذا السؤال، لاحظ بدايةً أن عدد الأيونات الموجبة في الجهة اليمنى (البلورة السالبة) يساوي عدد الإلكترونات التي أطلقتها، ومعنى هذا كهربائياً أن الشحنة الكهربائية في البداية تكون متعادلة في البلورة الواحدة، ويحصل مثل ذلك في الجهة اليسرى (البلورة الموجبة) وذلك أن عدد الثقوب والأيونات السالبة متعادل أيضاً. وبسبب الطبيعة الكهربائية للبلورتين نجد أن كثافة الثقوب في الجهة اليسرى أكبر مما عليه في الجهة اليمنى، مما يؤدي إلى انتشار $diffusion$ بعض الإلكترونات إلى الجهة اليسرى، وبعض الثقوب إلى الجهة اليمنى عبر منطقة الوصلة، وهكذا بعد أن تكتمل العملية، نجد أن مجالاً كهربائياً (E) قد نشأ في منطقة الوصلة يزداد مقداره إلى الحد الذي يمنع انتشار أي من الشحنات الأخرى نحو الطرفين، تسبب هذه العملية في نشوء منطقة جديدة عند حدود الوصلة $(p-n)$ الداخلية، تكون خالية من كل من الإلكترونات والثقوب، نطلق عليها منطقة الاستنزاف $depletion\ region$ ، ويتراوح سمك هذه المنطقة من $(1\ \mu m)$ إلى بضع ميكرومترات.

ولمتابعة هذه العملية في منطقة الوصلة $(p-n)$ تأمل الشكل (12-7 ب) وكذلك الشكل (12-7 ج) لترى كيف تتغير شدة المجال الكهربائي عند منطقة الوصلة، وهذا ما يفسر وجود جهد كهربائي يحول دون مرور ثقوب أخرى، لاحظ الشكل (12-7 د)، كما تلاحظ وجود جهد آخر يحول دون مرور إلكترونات أخرى، لاحظ الشكل (12-7 هـ)، يسمى هذا الجهد بالجهد الحاجز $barrier\ potential$. ومن الواضح أن هذا الجهد يشابه منحدرًا مائلاً نحو الأسفل يصمم تسلفه $potential\ hill$ باتجاهين متعاكسين أحدهما يعيق مرور الثقوب والآخر يعيق مرور الإلكترونات، أما مقداره العددي فيساوي بضعة أعشار من الفولت. إن هذا التفسير الإلكتروني لما حدث في منطقة الوصلة يعتبر أساساً هاماً لدراسة خصائص الفولتية والتيار في دائرة الثنائي البلوري، وهذا ما سوف نراه في الفقرة القادمة.

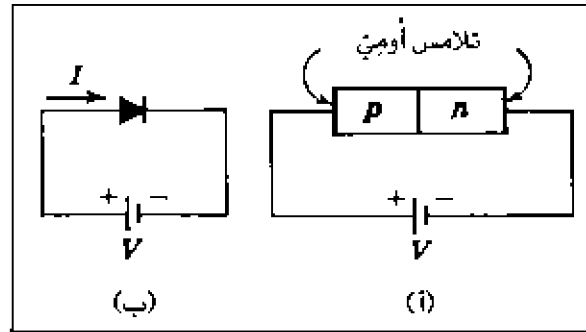
12-8 خواص الثنائي البلوري $Crystal\ Diode\ Characteristics$:

من خلال دراستنا في الفقرة (12-7) تبين لنا أن وصلة $(p-n)$ هي عبارة عن (الثنائي البلوري)، ذلك أنه يتكون من بلورتين اثنتين الأولى من النوع (p) والثانية من النوع (n) . والثنائي البلوري يُعتبر

أحد أهم مكونات الدوائر الإلكترونية، وأهميته تتمثل في كونه لا يسمح بمرور التيار الكهربائي إلا في اتجاه واحد، ومن الناحية العملية يمكننا أن نستخدم الثنائي البلوري بطريقتين يعتمد كل منهما على كيفية توصيل فرق الجهد المطلوب لتشغيل الثنائي البلوري بكلا بلورتيه.

12-8-1 الاستخدام الأول (الانحياز الأمامي) *Forward Bias* :

ويحدث ذلك عند ربط القطب الموجب للبطارية بالبلورة الموجبة، وربط قطبها السالب بالبلورة السالبة، انظر الشكل (12-8). إن أهمية هذا الاستخدام تتمثل في خفض مقاومة الثنائي، من خلال تخفيض مقدار الجهد الحاجز على حساب تضائل منطقة الاستنزاف مما يؤدي إلى تسهيل مرور حاملات التيار الأغلبية *majority carriers* حيث تعبر الإلكترونات نحو القطب الموجب للبطارية، كما تعبر الثقوب نحو القطب السالب لها وهذا ما يفسر مرور التيار الكهربائي، ويقال حينئذ بأن الثنائي منحاز انحيازاً أمامياً *forward bias*، وتأخذ مقاومة الثنائي هذه التسمية إذ يطلق عليها مقاومة أمامية *forward resistance*، ومن الملاحظ أن لفرق الجهد المطبق من خلال البطارية تأثيراً مباشراً على انحياز الثنائي، إذ يُعتبر انحيازه مثالياً عندما تقترب مقاومته من الصفر، وذلك ما يحدث عندما يتساوى فرق جهد البطارية مع فرق الجهد الحاجز، ولقياس قيمة التيار المار، لا بد من توصيل مقاومة على التوالي مع الثنائي البلوري.



الشكل (12-9) يبين ثنائي $(p-n)$ منحاز انحياز أمامي

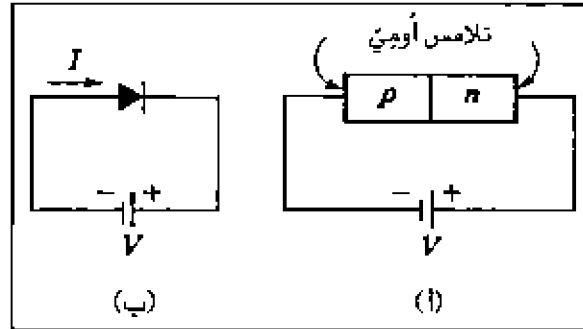
كما يوضح الرمز المعتمد للثنائي في الدوائر الإلكترونية

12-8-2 الاستخدام الثاني (الانحياز العكسي) *Reverse Bias* :

ويحدث ذلك عند ربط القطب السالب للبطارية بالبلورة الموجبة، وربط قطبها الموجب بالبلورة السالبة انظر الشكل (12-9).

إن أهمية هذا الاستخدام تتمثل في زيادة مقاومة الثنائي البلوري، من خلال زيادة مقدار الجهد الحاجز على حساب اتساع منطقة الاستنزاف مما يؤدي إلى صعوبة مرور ناقلات التيار، إذ أن الثقوب -وهي انغالبية- تتجذب نحو قطب البطارية السالب والإلكترونات تتجذب -وهي الأقلية- نحو القطب

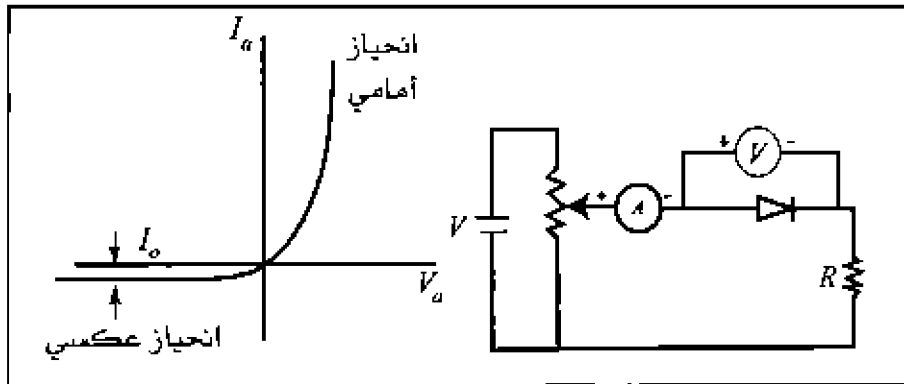
الموجب، وهذا يؤدي إلى ابتعاد كلا النوعين من ناقلات التيار عن منطقة الوصل، حتى يكاد التيار المار يكون صفراً، وتسمى المقاومة عادةً بنوع الانحياز، فهي في هذه الحالة "مقاومة عكسية" *reverse resistance* ويصل مقدارها إلى ما لا نهاية عندما يكون الثنائي مثالياً.



الشكل (12-9) يبين ثنائي $(p-n)$ منحازاً عكسياً،

كما يوضح الرمز المعتمد للثنائي في الدوائر الإلكترونية

ويهدف تقريب عمليتي الانحياز الأمامي والعكسي للثنائي البلوري، تأمل الشكل (12-10). ففي الشكل تجد الدائرة التي يمكننا استخدامها عملياً لدراسة خصائص الثنائي البلوري من خلال معرفة مقداري كل من فرق الجهد بين طرفيه (V_a) والتيار المار خلاله (I_a) وذلك بتغيير فرق الجهد بصورة تدرجية (V) ، كما تلاحظ خصائص الانحياز الأمامي $(I_a)(V_a)$ في الربع الأول، وخصائص الانحياز العكسي $(-V_a, -I_a)$ في الربع الثالث، حيث تلاحظ ضائقة مقدار التيار المار.



الشكل (12-10) دائرة الثنائي البلوري -- خواص الفولتية - التيار $(I-V)$ للثنائي البلوري

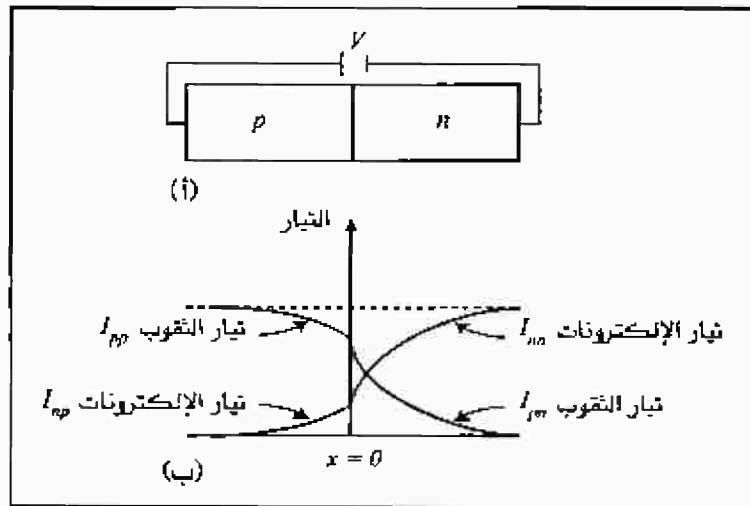
وقبل أن نبين الخواص الفعلية للثنائي البلوري، تلك التي تظهر عند وجوده في دائرة إلكترونية، لابد لنا من أن نحدد مختلف مركبات التيار التي تساهم في مرور التيار الكلي. ولهذا الغرض تأمل الشكل (12-11).

يبين الشكل (12-11) ثنائياً بلورياً منحازاً أمامياً، وهذا واضح من خلال طريقة التوصيل مع مصدر فرق الجهد (V) ، وفي هذه الحالة مثلما مر معنا في الاستخدام الأول للثنائي

البلوري: سوف تتساق الإلكترونات -وهي الحاملات الأغلبية للتيار- نحو الجهة الموجبة لتصبح حاملات أقلية للتيار تنتشر مبتعدة عن منطقة الوصلة ويتضاءل تركيزها في هذه المنطقة نتيجة لالتحامها مع الثقوب، وهذا ما يمثله في الشكل (12-11) التيار (I_{nn}) في الجهة السالبة، بينما يمثله التيار (I_{pp}) في الجهة الموجبة منه.

ولكن لا بد أن نتذكر بأن التيار الناتج من حركة الإلكترونات يزاحمه تيار آخر ناتج عن حركة الثقوب -وهي التي تمثل الحاملات الغالبة- في الجهة الموجبة والتي سوف تتحرك إلى الجهة السالبة وتبدو كحاملات أقلية للتيار تلتحم مع الإلكترونات السالبة أثناء عملية انتشارها، ويمثل التيار (I_{pp}) تيار الانسياب الناتج عن الثقوب في الجهة الموجبة، بينما يمثل التيار (I_{nn}) تيار الانتشار الناتج في الجهة السالبة، ومن الجدير بالذكر أن سلوك كل من الثقوب والإلكترونات لا يختلف، بينما يختلف منسوب التطعيم في البلورتين، وهذا ما بيناه في الفقرتين (12-4) و(12-5)، وعليه فإن كلا من (I_{pp}) و (I_{nn}) ليسا متساويين، أي أن:

$$I_{nn} \neq I_{pp} \quad (12-14)$$



الشكل (12-11) مركبات التيار في الشنائي البلوري

والتيار الكلي الموضح في الشكل (12-11 ب)، هو عبارة عن مجموع تيار الانتشار الناتج عن الحاملات الأقلية والتيار الناتج عن الحاملات الأغلبية، وحيثما كان موقع النقطة (x) فإن التيار الكلي لماز يعبر عنه بالمعادلتين:

$$I = I_{pp} + I_{nn} \quad (12-15)$$

$$I = I_{nn} + I_{pp} \quad (12-16)$$

وما توضحه هاتان المعادلتان أن التيار الذي يدخل الجهة الموجبة ناتج عن حركة الثقوب، والتيار الذي يخرج من الجهة السالبة ناتج عن حركة الإلكترونات، ويعرف التيار (I) الكلي في هذه الحالة

بالتيار ذي القطبين *bipolar current*. وأما بالنسبة للانحياز العكسي وهو ما أوردناه في الاستخدام الثاني للثنائي البلوري فإن التيار الكلي يشبه تماماً حالة الانحياز الأمامي، إلا أن الفرق الجوهري هو أن مركبات التيار تتحرك باتجاه معاكس، كما أن مقدار أي من تلك المركبات أقل بكثير مما هو عليه في الانحياز الأمامي.

ولمعرفة التيار الذي يمر عبر الثنائي البلوري عندما يخضع لتأثير فرق جهد *potential difference* مقداره (V) ، لا بد من تحديد نوعية المادة شبه الموصلة *semiconductor* المستخدمة في صناعة الثنائي، ومعرفة تيار التشبع العكسي، وهو التيار الصغير الذي يمر عند إعادة الالتحام بين التقوب والإلكترونات، ونرمز له بالرمز I_0 وهو لا يتأثر بفرق الجهد (V) ولكن لدرجة انحراف تأثير مباشر على مقداره، حيث يزداد مقداره بازدياد درجة الحرارة ويرافق ذلك نقصان ملحوظ في مقدار مقاومة الثنائي البلوري.

ويمكننا التعبير رياضياً عن التيار المار خلال الثنائي البلوري بالمعادلة:

$$I = I_0 \left[\exp\left(\frac{V}{\eta V_T}\right) - 1 \right] \quad (12-17)$$

حيث إن:

(V_T) : الفولت المكافئ للحرارة *volt equivalent of temp* ويساوي $(V) = 0.026$ في درجة حرارة الغرفة.

(V) : فرق الجهد المسلط بين طرفي الثنائي البلوري.

(η) : معامل عددي، يساوي (1) في الجيرمانيوم، و (2) في السليكون، وعلى سبيل المثال عندما يكون الثنائي مصنوعاً من الجيرمانيوم وفي حالة انحياز أمامي، ويكون فرق الجهد $(V > 0.1 \text{ volt})$ فإن المعادلة (12-17) في درجة حرارة الغرفة^(*) تأخذ الشكل:

$$I = I_0 [\exp(39 V)] \quad (12-18)$$

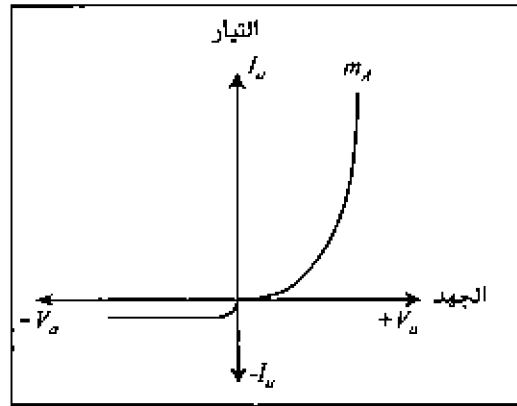
ونجد أن المقدار (I) الذي ظهر في المعادلة (12-17) قد اختفى وذلك أن المقدار $[\exp(39 V)]$ سوف يكون كبيراً جداً قياساً بالمقدار (I) . أما عندما يكون الثنائي البلوري منحازاً انحيازاً عكسياً وتحت تأثير فرق جهد يزيد مقداره عن (V_T) فإن المعادلة (12-17) تأخذ الشكل:

$$I \approx -I_0 \quad (12-19)$$

* بحوض عن $\eta = 1$ وعن $(V_T = 0.026)$ في المعادلة (12-17) كي نتأكد أنك ستحصل على المعادلة (12-18).

ويمكن ملاحظة ضالة مقدار التيار المار في الاتجاه العكسي بالنسبة لمقداره خلال مرحلة الانحياز الأمامي من خلال ملاحظة وتأمل الشكل (12-12).

ولكل من أشباه الموصلات المعروفة على نطاق واسع - وهما الجيرمانيوم (Ge) والسيليكون (Si) - استخداماتها المعتمدة على الخواص الذاتية لكل منهما، ففي الجيرمانيوم يكون جهد القطع $cut\ in\ voltage$ في درجة حرارة الغرفة ($0.2\ volt$)، أي أن التيار لا يمر عبر الثنائي المصنوع من مادة الجيرمانيوم إلا بعد أن يزيد مقدار الجهد المسلط عليه عن هذا المقدار، بينما يساوي جهد القطع في حالة السيليكون ($0.6\ volt$)، وهذا يشير إلى أن جهد القطع يزيد بحوالي ($0.4\ volt$) عنه في الجيرمانيوم، ولا بد من أخذها بعين الاعتبار عند الاستخدامات العملية، أما سبب هذا الفرق فيعود إلى الفرق في تيار التشبع العكسي (I_s)، فعلى سبيل الإيضاح يقاس هذا التيار بوحدات المايكرو أمبير في حالة الجيرمانيوم، بينما يقاس بالنانو أمبير في حالة السيليكون.



الشكل (12-12)

مقارنة مقدارتي التيار في الاتجاهين الأمامي والعكسي للثنائي البلوري

إن الحديث عن التيار المار عبر الثنائي البلوري يؤكد ضرورة الانتباه إلى درجة الحرارة، ذلك أن لها تأثيراً واضحاً على خواص الثنائي البلوري ($I-V$ characteristics)، وهي من المساوئ المصاحبة لاستخدام مثل هذه الثنائيات، ولذا لابد من الحفاظ على درجة الحرارة ثابتة في المحيط الذي تعمل به هذه الثنائيات بهدف الحفاظ على وظائفها المطلوبة. إن السبب في ذلك يعود إلى التغيرات الواضحة في مقدار تيار التشبع العكسي، ففي الجيرمانيوم تسبب كل ثمان درجات مئوية مضاعفة لمقدار التيار (I_s) أما في السيليكون فإن هذا التيار يتضاعف لكل خمس درجات مئوية، وعادة يستخدم السيليكون في درجات الحرارة العالية وذلك لصغر مقدار تيار التشبع العكسي (I_s). وليست الزيادة تقتصر على تيار التشبع العكسي أثناء ارتفاع درجات الحرارة، بل التيار الأمامي أيضاً يعاني من الزيادة، إلا أن نسبتها تقل كثيراً عن النسبة في زيادة تيار التشبع العكسي.

وبصفة عامة يمكن إعادة صياغة المعادلة (12-17) على الشكل الآتي:

$$I \cong I_0 \left[\exp\left(\frac{V}{\eta V_T}\right) \right] \quad (12-20)$$

وذلك لمعرفة الزفافة اللف تسببها زفافة درجة الحرارة فف كل من ففار الفشفف العكسفة و لففار الأمامف؁ فلو عففرفنا أن فرق الففء (V) ففقى فافباف فلال فففر درجة الحرارة؁ فسطففع ففءاف الفشففة الأولى؁ للمعافلة (12-20) بالنسبة لدرجة الحرارة (T) وفعد أن نعوض عن (V_T) بما فساوفا (kT) وذلك على الففو الآفؑ

$$\frac{dI}{dI} = \frac{dI_0}{dT} \left[\exp\left(\frac{V}{\eta kT}\right) \right] - \frac{VI_0}{\eta kT} \left[\exp\left(\frac{V}{\eta kT}\right) \right] \quad (12-21)$$

إن الارتفاع الفاصل فف درجة الحرارة فؤف فف زفافة ملحوظة فف الففار الفار عفر الففئف فلفورف؁ كما فؤف فف فففر الففء عفر فرفف الففئف؁ ولدراسة هذا الفففر فقوم بففففف مقدار لففار فف الففءاف الأمامف؁ فم ففسب المقدار الففاضلف (dV / dT)؁ الفف فففر عن فففر الففء عفر الففئف بففففر درجة الحرارة؁ وعلى سبفل المثال عندما فكون ففء الففف فف الففرمانفوم (0.2 volt) فف فف هذا الفففر فساوفؑ

$$\frac{dV}{dT} = -2.1 \text{ mV} / ^\circ \text{C}$$

ففما عند ففء الففف (6-volt.0) فف السلففكون ففؑ

$$\frac{dV}{dT} = -2.3 \text{ mV} / ^\circ \text{C}$$

وعلى ففء العموم ونظراف فكون النسفففف قرففففف من بعضهما البعض؁ ففان المقدار المعتمد عملاف فف الاسفءافاماف العملية للفرانزسفر *transistor* - هو الفلافف الفلفورف المعروف والفائف الاسفءعمال - هو ($0.25 \text{ mV}/^\circ\text{C}$) والفشارة السالفة فعنف انخفاض مقدار الففء بازففاء درجة الحرارة.

أما الفانب الففففف فف هذه الدراسة فهو مقاومة الففئف الفلفورف؁ وهنا لابد لنا من أن فعفر فف فف مقاومة الففئف المسفقرة *static resistance*؁ وهي النسبة فف فرق الففء الفار عفر الففئف والففار الفار فف (قانون أوم)؁ ونصفها ففافاف بالعلاقة المعروفةؑ

$$R = \frac{V}{I} \quad (12-22)$$

إن مقاومة الففئف الفلفورف المسفقرة ففففر من نقفة إلى أفرى نظراف لففففر كل من الفولفف والففار الفار فلاله؁ أما المقاومة الأفرى؁ فهي المقاومة الفركفة *dynamic resistance* ونعبر عنها ففافاف بالعلاقة الآفةؑ

$$\boxed{r = \frac{dV}{dI}} \quad \text{المقاومة الحركية} \quad (12-23)$$

إن هذه المقاومة يمكن تحديدها عند أي نقطة على الخط البياني لخصائص الفولتية والتيار للشئتي $characteristics (I_o - V_o)$ ذلك بحساب مقلوب الميل $slope$ عند تلك النقطة.

وفي حالة الانحياز الأمامي للشئتي يمكننا حسابها من العلاقة الرياضية:

$$\begin{aligned} I &\cong I_o e^{39V} \\ \frac{I}{r} &= \frac{dI}{dV} = (I_o e^{39V}) (39) \\ &= 139I \\ \therefore r &= \frac{1}{39I} \end{aligned}$$

أما إذا اعتمدنا التيار وفقاً للعلاقة:

$$I \cong I_o e^{\left(\frac{V}{\eta V_T}\right)}$$

فإن المقاومة الحركية تكون على الشكل الآتي:

$$\begin{aligned} \frac{I}{r} &= \frac{dI}{dV} = \left(I_o e^{\left(\frac{V}{\eta V_T}\right)} \right) \left(\frac{1}{\eta V_T} \right) \\ &= I \left(\frac{1}{\eta V_T} \right) \\ r &= \frac{\eta V_T}{I} = \frac{0.026}{I} \Omega \end{aligned}$$

وهنا عندما تكون $(\eta=1)$ في حالة الجيرمانيوم، أما في حالة السليكون فإن $(\eta \cong 2)$ فتصبح

مقاومة الشئتي الحركية على النحو الآتي:

$$r = \frac{0.052}{I} \Omega$$

وفي الأغراض التطبيقية يتم اعتماد خواص الشئتي البلوري في الاتجاه الأمامي بسبب التشابه الكبير مع خواص الشئتي المثالي والذي يقوم بالتوصيل تماماً عندما ينحاز انحيازاً أمامياً، ومعنى ذلك أن الفولتية تكون مساوية للصفر مهما كان مقدار التيار الأمامي، كما أن الشئتي يكون عازلاً تماماً في الاتجاه العكسي، بمعنى أن التيار المتأخر يبقى مساوياً للصفر مهما كان مقدار الفولتية، وهذا غير ممكن عملياً ولذا أطلقت عليه هذه التسمية (الشئتي البلوري المثالي).

ومن المعارف الأولية للطالب أن يكون مطلعاً على مفهوم الفولت المكافئ للحرارة **volt**

equivalent of temperature وذلك كي يسهل عليه استيعاب مفهوم الجهد الحاجز في الثنائي البلوري وإجراء العمليات الحسابية الخاصة به. إنَّ هذا المفهوم الهام قدَّم له العالم أينشتاين في معادلاته المعروفة التي تربط بين كلٍّ من ثابت الانتشار سواءً للثقوب أو الإلكترونات وثابت الحركة لهما، وهما مفهومان ليسا مستقلين عن بعضهما البعض في عملية الانتشار، وذلك بالصيغة الرياضية الآتية:

$$\begin{aligned}\frac{D_p}{\mu_p} &= \frac{D_n}{\mu_n} = V_T \\ V_T &= \frac{\bar{k} T}{e} = \frac{1.6 \times 10^{-19} k T}{e} \\ &= \frac{(1.6 \times 10^{-19} C)(8.620 \times 10^{-5} eV / K)}{(1.6 \times 10^{-19} C)} \\ &= \frac{T}{11600}\end{aligned}$$

فبند درجة حرارة الغرفة مثلاً ($T = 300 K$) نجد أنَّ:

$$V_T = \frac{300}{11600} = 0.26$$

وكما لاحظنا فإنَّ أهميته تظهر جليةً في حساب كلٍّ من تيار الانحياز الأمامي والانحياز العكسي في الثنائي البلوري، كما تظهر أهميتها مرةً أخرى عند حساب مقدار الجهد الحاجز في الثنائي البلوري أيضاً، ومن المفيد أن يتعلم الطالب استخدام الصيغة الرياضية المعتمدة لذلك، إنَّ الصيغة الرياضية التي يمكننا استخدامها لحساب مقدار الجهد الحاجز هي:

$$V_o = V_T \ln \frac{n_n}{n_p} \quad (12-24)$$

حيث إن:

(N_p) تساوي عدد الفجوات الموجبة عند التوازن الحراري.

(N_n) تساوي عدد الإلكترونات عند التوازن الحراري أيضاً.

12-9 أنواع الثنائيات البلورية واستخداماتها العملية *Crystal Diodes and Their Applications*

Applications

إنَّ خواص الثنائي البلوري التي تشير بشكل واضح إلى أنَّ العلاقة بين كلٍّ من الفولتية المسلطة عليه والتيار المار خلاله، ليست خطية، وهذه الخاصية جعلته متعدد الاستخدامات العميقة، مثل:

❖ لقد خصصنا هذه الفقرة لغرض الاطلاع فقط، حيث يمكن التعرف على الاستخدامات التطبيقية لعدد من الثنائيات البلورية.

مقوم الفولتية *voltage rectifier* ومحدد الفولتية *voltage clipper*، ومضاعف الفولتية *voltage doubled*، ومنظم الفولتية *voltage regulator*، كما هو الحال في ثنائي زينر *Zener diode*، وغير ذلك الكثير، وسنتناول في هذه الفقرة أهم أنواع الثنائيات البلورية واستخداماتها العملية.

12-9-1 ثنائي زينر *Zener Diode*

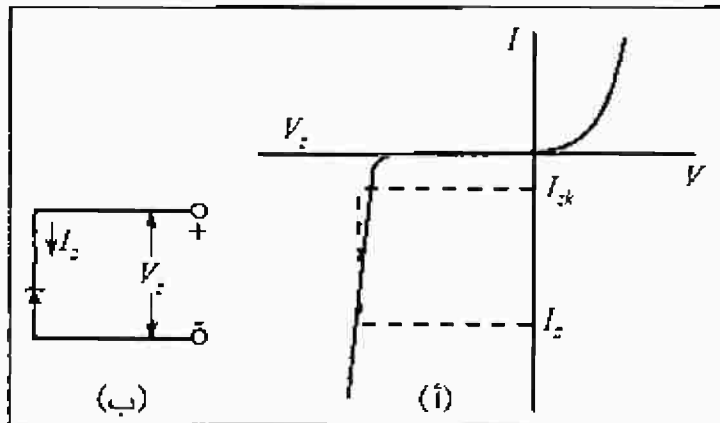
ويهدف التعرف على هذا الثنائي تأمل الشكل (12-13) الذي يبين خصائص $(I-V)$ لثنائي زينر في الاتجاهين الأمامي والعكسي.

ببساطة شديدة نلاحظ أن هذه الخصائص في الاتجاه الأمامي لا تختلف عن خصائص الثنائيات البلورية الأخرى، كما نلاحظ أن زيادة تيار الثنائي في منطقة الانهيار *depletion area* تكون كبيرة جداً مقابل أية زيادة قليلة في الفولتية السالبة، وهذا يشير بوضوح إلى أن مقاومة الثنائي صغيرة جداً:

$$R_z = \frac{\Delta V}{\Delta I} \quad (12-25)$$

لقد وجد عملياً أن مقدار هذه المقاومة (R_z) يتراوح بين $(2 - 50 \Omega)$ ، كما يمكننا عملياً إيجاد جهد زينر *Zener voltage* وذلك بتحديد نصف القيمة لأعلى تيار يتحمله الثنائي، وهي عادة تتراوح بين $(2-200 \text{ volt})$ ، تبعاً لمقدار تركيز الشوائب في المواد شبه الموصلة المستخدمة في صناعته. وجهد زينر من الأرقام التي يجب معرفتها، كما أن معرفة مقدار القدرة *power* التي يستطيع الثنائي تحملها هي الأخرى مهمة جداً، وعادة يتراوح مقدارها بين $(200 \text{ m watt} - 50 \text{ watt})$ ، وهكذا من الممكن حساب مقدار أعلى تيار يتحمله الثنائي من المعادلة:

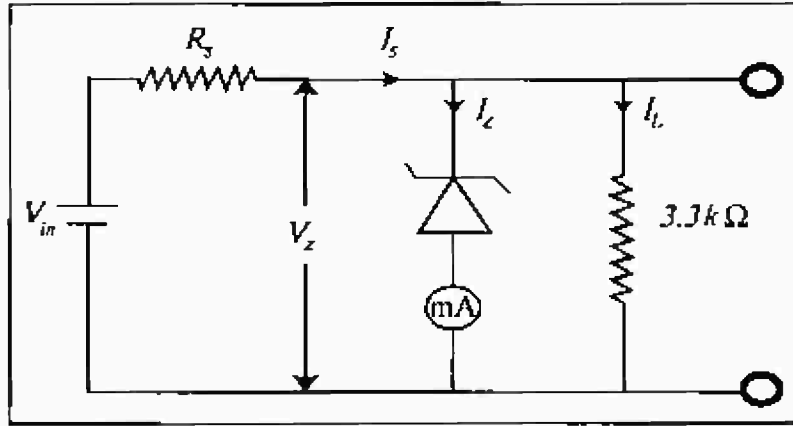
$$I_m = \frac{P_m}{V_z} \quad (12-26)$$



الشكل (12-13) يبين خصائص التيار والجهد في منطقة الانهيار لثنائي زينر،

كما يبين الرمز المعتمد لثنائي زينر في الدوائر الإلكترونية

ومن أهم الاستخدامات العملية لثنائي زينر، استخدامه كمنظم للفرولتية *voltage regulator*، وذلك بربطه على التوازي *in parallel* مع مقاومة الحمل *load*، حيث تساوي الفولتية بين طرفيه مقدار الفولتية المارة عبر الثنائي، تأمل الشكل (12-14) حيث يبين دائرة بسيطة تم استخدام ثنائي زينر فيها كمنظم للفرولتية.



الشكل (12-14) ثنائي زينر كمنظم للفرولتية

تلاحظ في هذه الدائرة وجود المقاومة (R_S) والتي تعمل على حماية الثنائي من التلف، وذلك في الحيلولة دون السماح للفرولتية الداخلة بتجاوز مقدار جهد زينر (V_Z)، ويمكننا حساب مقدارها عددياً من المعادلة:

$$R_S = \frac{V_{in} - V_Z}{I_Z + I_L} \quad (12-27)$$

حيث إن:

(V_{in}): هي الفولتية الداخلة من المصدر *input voltage*.

(V_Z): هي فولتية زينر *Zener voltage*.

(I_Z): التيار الداخل إلى الثنائي *Zener current*.

(I_L): التيار الداخل إلى الحمل *load current*.

12-9-2 الثنائي ذو المكثف المتغير *Varicap Diode*:

إن الحاجة الماسة عملياً إلى توليف دوائر الرنين *tuning of resonance circuits* ذات التردد العالي بطريقة كهربائية، من الممكن تليبيتها عن طريق هذا النوع من الثنائيات ذات السعة المتغيرة *Varicap diode*، وتؤدي مهمتها هذه من خلال التحكم بمقدار الفولتية في الاتجاه العكسي، وذلك بعد معرفة مقدار السعة الكهربائية للثنائي قبل تطبيق هذا الجهد، ولقد وُجد عملياً وبصورة تقريبية أن:

$$C = \frac{C_o}{fV} \quad (12-28)$$

حيث إن:

(C_o): هي سعة الثنائي قبل تسليط الفولتية.

(C): هي سعة الثنائي بعد تسليط الفولتية.

(V): الفولتية في الاتجاه العكسي.

وتؤدي الشحنات المتمركزة على الجهتين السالبة والموجبة وعلى طول الطبقة المتأينة للجهد الحاجز *barrier potential*، عمل المكثف ذي اللوحين المتوازيين، وهي تكافئ تماماً من الناحية العملية وظيفة المكثف ذي اللوحين المتوازيين في الدوائر الإلكترونية.

ومن الممكن عملياً تغيير سعة هذا المكثف عن طريق التحكم بالجهد العكسي بين واحد إلى بضع عشرات من البيكو فاراد، ويطلق عليه البعض اسم مكثف الانتقال *transition capacitor* والانتقال هنا بمعنى الانتقال من البلورات الموجبة *p-type* إلى البلورات السالبة *n-type* للثنائي.

أما في الانحياز الأمامي فيسمى هذا المكثف - مكثف الانتشار - أو الخزن *storage capacitor* ويصل مقدار سعته إلى بضع مئات من البيكو فاراد، ويعبر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$C_D = \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (12-29)$$

ويتم توصيله عادة على التوازي مع المقاومة الأمامية الصغيرة للثنائي البلوري. ومن الجدير بالذكر أن استعمال هذا النوع من المكثفات البلورية يتم استبعاده تماماً في التطبيقات التي تتضمن الكشف أو التقويم *detection and rectification*، وخاصة في الدوائر المنطقية *logic circuits*.

12-9-3 الثنائي الضوئي *Photo Diode*:

يُعتبر استخدام الثنائي الضوئي أحد الاستعمالات المباشرة للاستفادة من الطاقة الضوئية باعتبار أن الضوء هو: أشعة كهرومغناطيسية *photo electromagnetic wave* تحمل طاقتها الفوتونات إلى إلكترونات حزمة التكافؤ *electrons of valance band* لتزيد من طاقتها ثم ترتقي بها إلى حزمة التوصيل. وبهذا يمكن الاعتماد على استخدام الضوء بهدف السيطرة على ناقلية *conductivity* المواد شبه الموصلة، وذلك باعتماد الثنائي الضوئي *photo diode* وهذا هو سبب التسمية.

وهناك نوعان من الثنائيات الضوئية:

12-9-3-1 ثنائي التوصيل الضوئي *Photoconductive Diode*:

إن من أهم الصفات التي يتمتع بها هذا النوع من الثنائيات، هي صغر حجمه وشدة حساسيته الضوئية، إضافة إلى كثرة استعمالاته في التطبيقات العملية، وتذكر منها تحويل رموز الصاقات المثقوبة *punch reach power* في الحاسبات الإلكترونية *electronic calculators* إلى إشارات كهربائية *electrical signals*، ويستخدم كذلك في كاشفات الضوء *light detectors*. وكذلك في تحويل إشارات الصوت *audio signals* في الأفلام السينمائية إلى إشارات كهربائية لغرض تكبيرها إلى نطاق ترددي يمكن سماعه.

أما التفسير العلمي لما يحدث داخل ثنائي التوصيل الضوئي فيعتمد أساساً على توصي الثنائي في الاتجاه العكسي *reverse biased* من خلال التحكم بمقدار تيار التشبع العكسي، وذلك بالاستناد إلى الحقيقة التجريبية التي تفيد بأن التيار الكهربائي الناشئ عن الإضاءة يتناسب طردياً مع شدة الإضاءة على وجه التقريب، حيث يؤخذ بعين الاعتبار في هذه الحالة التيار المنبعث بسبب زيادة درجة الحرارة، وهو ما يسمى بتيار الظلام *dark current*.

12-9-3-2 ثنائي الخلية الضوئية *Photovoltaic Diode*:

إن من أهم مميزات هذا النوع من الثنائيات هو استخدامها في تحويل الضوء إلى طاقة كهربائية عن طريق استخدام ما يسمى بالخلايا الشمسية *solar cells*، إذ يعتمد عليها كثيراً في الأقمار الصناعية لذات الغرض حيث يتم توصيلها على نوعين:

1- على التوالي *in series* وذلك لزيادة جهدها الكهربائي.

2- على التوازي *in parallel* وذلك لزيادة قدرتها الكهربائية.

أما التفسير العلمي لما يحدث داخل ثنائي الخلية الضوئية فيعتمد على توليد قوة دافعة كهربائية عند تعريضه للضوء. والمسألة يتم تحديدها على أساس حساب ارتفاع الجهد الحاجز *barrier potential* قبل تعرض الثنائي للضوء، ثم دراسة تأثير القوة الدافعة الكهربائية على الحد من ارتفاع الجهد وبالتالي تمرير تيار كهربائي عن طريق توليد حاملات إضافية، كما أن المجال الكهربائي المتولد يزيد من انتقال الحاملات الأقلية في اتجاه المنحدر للجهد الحاجز مما يؤدي إلى زيادتها.

إن مقدار الزيادة في القوة الدافعة الكهربائية *electromotive force* يعادل مقدار لنقصان الحاصل في الجهد الحاجز، وتصل هذه القيمة في السليكون إلى (0.5-volt) وفي الجيرمانيم إلى (0.1 volt).

12-9-4 الثنائي باعث الضوء Light Emitting Diode

إذا كانت الخلية الضوئية في الثنائي المسمى "ثنائي الخلية الضوئية" سابق الذكر يقوم بتحويل الضوء إلى طاقة كهربائية، فإن الحالة في الثنائي باعث الضوء تكون على العكس تماماً، إذ أن الثنائي باعث الضوء يقوم بتحويل الطاقة الكهربائية "الإشعاعات الكهرومغناطيسية المنبعثة عند استرخاء الإلكترونات من طاقة أعلى إلى طاقة أقل"، إلى ضوء. وتحدث هذه الظاهرة عندما يكون الثنائي متحيزاً انحيازاً أمامياً *forward biased*، والأساس العلمي لذلك أن الطاقة التي تكتسبها كل من حاملات الشحنة (الإلكترونات والفجوات) في كلا النوعين من البلورات (*P-type*) و (*N-type*) تعود إلى تحريرها عند عبورها لمستويات طاقة مختلفة أثناء حركتها، وتكون هذه الطاقة على شكل طاقة حرارية في ثنائيات الجيرمانيوم والسيليكون بينما تكون على شكل ضوء في ثنائيات زرنيخ الغاليوم *gallium arsenide*. أما تردد *frequency* الضوء المنبعث من الثنائي، فيساوي:

$$f = \frac{E_g}{h} \quad \text{تردد الثنائي باعث الضوء} \quad (12-30)$$

حيث إن:

(E_g) : هي طاقة الفجوة *energy gap* بين شريطي التكافؤ والتوصيل، (h) ثابت بلانك *Plank's constant* ويساوي:

$$6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$4.14 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$$

كما يمكن معرفة الطول الموجي للضوء المنبعث باستخدام المعادلة المعروفة:

$$c = \lambda f$$

حيث:

(λ): هي الطول الموجي *wave length*.

(f): التردد *frequency*.

(c): سرعة الضوء ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$) *light speed*.

وهكذا:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (12-31)$$

وفي حالة استخدام وحدة الإلكترون فولت *electron volt* لقياس الطاقة (E_g) فإن الطول

الموجي (λ) يقاس بالميكرون *micrometer*، ويمكننا أن نعبر عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\lambda = \frac{1.24}{E_{ev}} \quad \text{الطول الموجي للثنائي باعث الضوء} \quad (12-32)$$

ومن المناسب ذكره هنا أن هذا النوع من الثنائيات يسميه البعض: ثنائي مصباح الحالة الصلبة *solid state lamp*، كما أن الأحرف الثلاثة الأولى الكبيرة من التعبير الإنكليزي *light emitting diode* أي (LED) هي الاختصار الشائع والمعروف لهذا النوع من الثنائيات. إن لون الضوء المنبعث من الثنائي يختلف حسب المادة المستعملة لصناعة الوصلة (p-n)، ولبيان ذلك تأمل الجدول (12-2).

المادة المستعملة في صناعة الثنائي باعث الضوء	اللون الناتج color
1 - زرنيخ الغاليوم GaAs	إشعاع ضوئي غير مرئي، دون الحمراء infrared
2 - زرنيخيد فوسفيد الغاليوم GaAsP	اللون الأحمر أو البرتقالي red or orange color
3 - فوسفيد الغاليوم GaP	اللون الأصفر أو الأخضر yellow or green color

الجدول (12-2)

وتعتبر الثنائيات المصنوعة من فوسفيد الغاليوم هي الأكثر شيوعاً، وذلك لمناسبة اللون الأخضر ذي الطول الموجي (5500 Å) وملائمته لإحساس العين البشرية.

والثنائيات المستخدمة في الحاسبات الإلكترونية لإظهار الرقم هي عبارة عن سبع قطع تمثل كل رقم من الأرقام seven segment display بناءً على مقدار التيار الكهربائي. كما يمكن استعمال مجموعة من الثنائيات على شكل مصفوفة matrix وذلك عندما تكون الحاجة قائمة لإظهار الأرقام والحروف والإشارات والرموز المتداولة، كما هو الحال في بعض أنواع الحاسبات الصغيرة.

إن خواص هذه الثنائيات تشابه خواص الثنائي الاعتيادي، إلا أن فرق الجهد في انحيازها الأمامي يزيد عن واحد فولت.

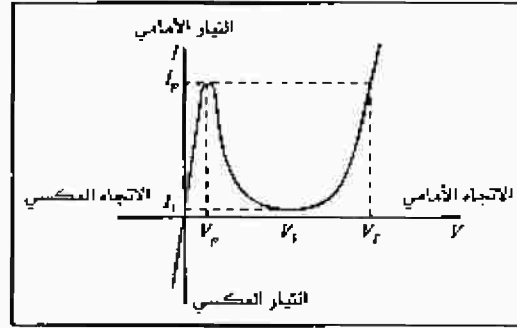
12-9-5 الثنائي النفقي أو ثنائي إيزاكي Tunnel Diode or Esaki Diode :

يعود اكتشاف هذا النوع من الثنائيات إلى العام الميلادي 1957 على يد العالم Ezaki، ن الدور الأساسي لهذا النوع من الثنائيات يمكن الحصول عليه عندما يكون الثنائي منحازاً انحيازاً أمامياً، ويهدف توضيح عمله بشكل مبسط تأمل الشكل (12-15).

إن مقداراً صغيراً من الفولتية في الاتجاه الأمامي كأن يكون (0.1-volt) أو (0.2 volt) كافي تماماً لإلغاء تأثير زينر، حيث يبدأ التيار بعد الانحياز الأمامي بالنقصان بعد فرق جهد مقداره (P₀). وهنا تتجلى أهمية هذا الثنائي عملياً حيث يزداد فرق الجهد كما تلاحظ من الشكل (12-15) من المقدار

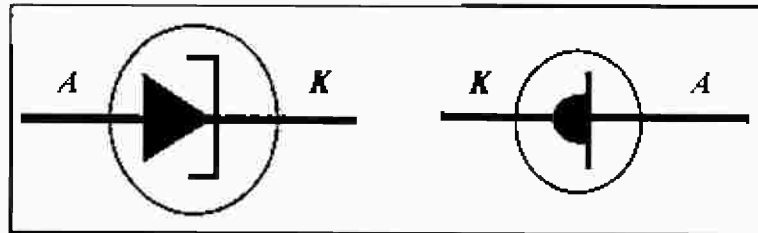
(V_p) إلى المقدار (V_r) ، ويرافق ذلك نقصان في مقدار التيار من المقدار (I_p) إلى المقدار (I_r) ، وبملاحظة الشكل تجد أن ميل الخط البياني في هذه المنطقة أصبح سالباً وهذا يفسر وجود مقاومة حركية سالبة *negative dynamic resistance* في هذه المرحلة ، وتكمن أهميتها في توليد الترددات العالية وتكبيرها *generation and amplification of high frequencies* وهذه هي أهم الاستخدامات التطبيقية لشثاني إيزاكي ، ومن المفيد أن نذكر هنا أن النظرية الكلاسيكية غير مناسبة لتفسير كل ما يجري في هذا النوع من الشثانيات إذ يعتمد الميكانيك الكمي *quantum mechanics* لتفسير آلية عمل الشثاني.

ولعله من المفيد أن نذكر هنا أن الفرق الرئيس بين الشثانيات البلورية العادية وهذا الشثاني هو الفارق الكبير في نسبة التطعيم فهي من رتبة (10^5) في الشثانيات العادية بينما تكون (10^3) في شثاني إيزاكي ، وهذا يؤدي إلى تقليص سماكة منطقة الاستنزاف لتصل إلى ($0.01 \mu m$) بدلاً من حوالي ($5.0 \mu m$) في الشثانيات الاعتيادية.



الشكل (12-15) خصائص الفولتية - التيار الشثاني بلوري نقطي (شثاني إيزاكي)
(I-V) characteristics (p-n) Ezaki diode

ويُمثل شثاني إيزاكي برسم خاص في الدوائر الإلكترونية لتمييزه عن الشثانيات الأخرى ، انظر الشكل (12-16).



الشكل (12-16) رمزان لشثاني إيزاكي في الدوائر الإلكترونية

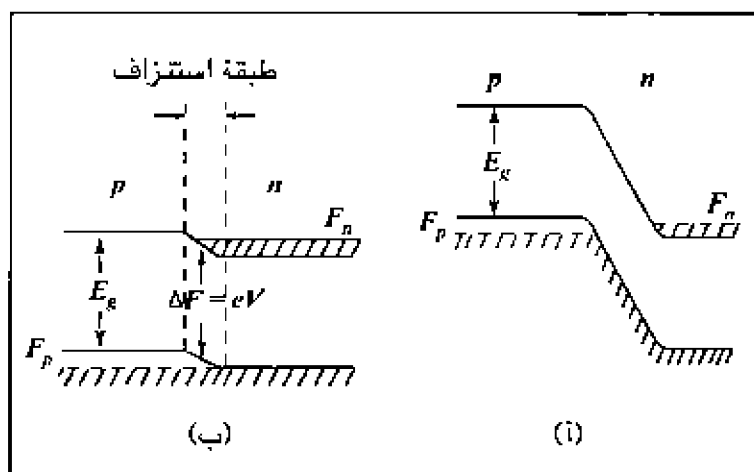
12-9-6 شثاني الليزر Laser Diode:

يتم تحضير الشثاني الليزري* عادة بمواصفات تناسب استخدامه في التطبيقات العملية ، وعادة ما

* يعتبر هذا النوع من أشعة الليزر ضمن أنواع ليزرات الحالة الصلبة.

ما يكون على شكل وصلة ($p-n$ Junction)، حيث تكون المنطقتان من النوع (p) و (n) ذات انحلال عال $high\ degeneracy$ ، ويتم ذلك بزيادة تركيز التطعيم لكل من المستويات المانحة $donor\ levels$ والقابلة $acceptor\ levels$ لتصل إلى أكثر من $(10^{18} atom / cm^3)$ لضمان حصول حالة انقلاب التعداد في منطقة الاتصال (ليزر الاتصال) $junction\ laser$.

ولفرض توضيح فكرة عمل ثنائي الليزر سنأخذ الثنائي المصنوع من زرنيخ الغاليوم ($GaAs$) لكلا النوعين من البلورات (p) و (n) حيث يتم وصلهما لتشكيل منطقة اتصال متجانس $homojunction$ ، وليبيان عمل الثنائي المصنوع بهذه الطريقة تأمل الشكل 12-17 أ، ب).



الشكل (12-17 أ، ب) الأساس العملي - ليزر شبه موصل - تفرض الاتصال؛

(أ) لا يوجد التحيز، (ب) التحيز أمامي.

إن كثافة نسبة التطعيم تجعل مستوى فيرمي في البلورة الموجبة (F_p) يقع ضمن شريط التكافؤ $valence\ band$ ، كما تجعل مستوى فيرمي للبلورة السالبة (F_n) يقع ضمن شريط التوصيل $conduction\ band$ ، ومن الملاحظ وقوع مستويي فيرمي على الخط نفسه، دون تمليط أي فرق جهد خارجي، أي أن لهما المقدار نفسه من الطاقة، ولكن عند تطبيق فرق جهد (V) فإن المستويين ينفصلان عن بعضهما بطاقة مقدارها:

$$\Delta F = eV \quad (12-33)$$

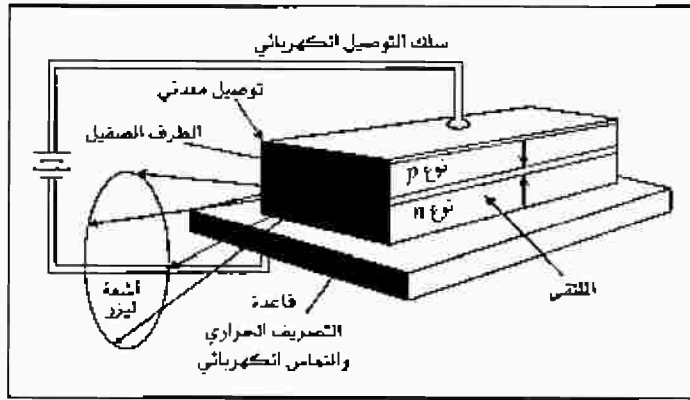
ولبيان مواقع مستويات الطاقة عندما يكون الثنائي الليزري منحازاً انحيازاً أمامياً، «نظر الشكل (12-17 ب)، وواضح أن الانقلاب في التعداد سابق الذكر قد حصل في منطقة الاستنزاف $depletion\ layer$ للوصلة ($p-n$)، وحقيقة ما جرى هو حقن الإلكترونات في طبقة الاستنزاف من حزمة التوصيل للبلورة السالبة، وحقن الفجوات من حزمة التكافؤ للبلورة الموجبة.

بملاحظة الشكل (12-17 ب) مرة أخرى نجد أن:

$$\Delta E \cong E_g \quad (12-34)$$

حيث إن (E_g) هي طاقة الشريط المحظور *forbidden gab energy*، كما يمكن استخدام المعادلة (12-33) لحساب فرق الجهد المطلوب لتفعيل ثنائي الليزر، آخذين بالاعتبار حقيقة العلاقة الرياضية (12-32).

وفي حالة الليزر المصنوع من مادة زرنيخ الغاليوم $(GaAs)$ فإن $(V = 1.5 \text{ volt})$ ، ولكي تكون هذه المسألة أكثر وضوحاً انظر الشكل (12-18) حيث تجد الرسم التخطيطي لثنائي ليزري، ونلاحظ في الشكل (12-18) أن ليزر أشباه الموصلات يتركب من طبقتين من أشباه الموصلات هما $(P\text{-type})$ و $(N\text{-type})$ ويفصل هذين النوعين من أشباه الموصلات طبقة من أشباه موصلات متشابهة وذلك لتشكيل وصلة موجب / سالب $(P/N \text{ junction})$. ثم يتم تطبيق انحياز أمامي، حيث تولد الفوتونات الضوئية نتيجة لتراكب الثقوب مع الإلكترونات في وصلة (P/N) النشطة.



الشكل (12-18) رسم تخطيطي لليزر (الثنائي البلوري)

واليك مجموعة من الأمثلة على بعض أنظمة مركبات ليزر أشباه الموصلات وأطوالها الموجية، وذلك بحسب طريقة إثارة الليزر، فيمكننا مثلاً استخدام الحزم الإلكترونية، أو استخدام الضخ البصري لهذا الغرض، إضافة إلى إمكانية استخدام مواد شبه موصلة أخرى مثل: $(ZnO=330 \text{ nm})$ ، $(CdS=495 \text{ nm})$ ، $(PbS=427 \text{ nm})$ ، $(PbSe=800 \text{ nm})$ ، $(PbTe=650 \text{ nm})$ ، كل ذلك يمكننا من الحصول على مدى للطول الموجي التشغيلي لليزر أشباه الموصلات ممتداً من $(300-30,000 \text{ nm})$.

النظام المستخدم	الطول الموجي بالنانومتر $(\lambda \text{ nm})$
$AlGaAs$ زرنيخيد الغاليوم ألمنيوم	650-900
$GaAs$ زرنيخيد الغاليوم	840
InP فوسفيد الإنديوم	910
$GaSb$ أنتيمون الغاليوم	1530

مسائل عامة محلولة

Solved problems

12-1 ثنائي مصنوع من مادة الجيرمانيوم *germanium diode*، تبلغ مقاومته النوعية *resistivity* بعدما يكون منحازاً انحيازاً أمامياً (2 2 $\Omega \cdot \text{cm}$) وفي حالة الانحياز العكسي (1 1 $\Omega \cdot \text{cm}$).

أوجد مقدار الجهد الحاجز *potential barrier*.

الحل:

إن الصيغة الرياضية التي يمكننا اعتمادها لإيجاد مقدار الجهد الحاجز في الثنائي البوري هي:

$$V_n = V_T \ln \frac{n_n}{n_p}$$

حيث إن:

(n_p) تساوي عدد الفجوات في البلورة الموجبة، وتساوي (p) عند التوازن الحراري.

(n_n) تساوي عدد الإلكترونات في البلورة السالبة، وتساوي (n) عند التوازن لحراري أيضاً.

إن الصيغة الرياضية لمعادلة الناقلية (σ) هي:

$$\sigma = (n\mu_n + p\mu_p)e$$

وفي البلورة من النوع الموجب فإن: $P = N_D$ ، كما أن: $\sigma = p\mu_p e$

وفي البلورة من النوع السالب فإن: $n = N_A$ ، كما أن: $\sigma = n\mu_n e$

ومن المعروف لدينا أن العلاقة الرياضية بين المقاومة النوعية والناقلية هي:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

$$N_D = \frac{I}{eN_A \mu_p} = \frac{I}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(1800 \text{ cm}^2 / \text{V.s})(2 \Omega \text{cm})} \\ = 1.736 \times 10^{16} / \text{cm}^3$$

$$N_A = \frac{I}{eN_n \mu_n} = \frac{I}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(3800 \text{ cm}^2 / \text{V.s})(1 \Omega \text{cm})} \\ = 1.645 \times 10^{16} / \text{cm}^3$$

والجيرمانيوم فإن (n_i) هي:

$$n_i = 2.5 \times 10^{13} / \text{cm}^3$$

كما أن:

$$\begin{aligned} V_T &= \frac{T}{11600} \\ &= \frac{300}{11600} = 0.0259 \end{aligned}$$

نلاحظ أن:

$$\begin{aligned} N_D &= n_n \\ N_A &= \frac{n_i^2}{n_p} \\ n_p &= \frac{n_i^2}{N_A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_a &= V_T \ln \frac{n_n}{n_p} \\ &= V_T \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} \\ &= 0.0259 \ln \frac{(1.736 \times 10^{15} / \text{cm}^3)(1.645 \times 10^{15} / \text{cm}^3)}{(2.5 \times 10^{13} / \text{cm}^3)^2} \\ &= 0.1218 \text{ eV} \end{aligned}$$

12-2 ثنائي بلوري مصنوع من مادة الجيرمانيوم، يبلغ مقدار تيار تشبعه العكسي $(25 \mu\text{A})$ ، تم وصله بفرق جهد مقداره (0.18 V) .

أوجد المقاومة الحركية للثنائي عند درجة الحرارة (100°C) في الحالتين:

1- لثنائي منحاز انحيازاً أمامياً.

2- لثنائي منحاز انحيازاً عكسياً.

الحل:

تيار التشبع العكسي: $(I_o = 25 \times 10^{-6} \text{ A})$

فرق الجهد بين طرفي الثنائي البلوري: $(V = 0.18 \text{ volt})$

درجة الحرارة:

$$(T = 100^{\circ}\text{C})$$

أوجد المقاومة الحركية في الاتجاهين الأمامي والعكسي.

I - عندما يكون الثنائي منحازاً انحيازاً أمامياً:

$$I = I_0 e^{V / \eta V_T}$$

والعلاقة بين درجة الحرارة وكما نعلمها تساوي:

$$V_T = \frac{T}{11600}$$

على أن تكون (T) درجة الحرارة مقاسة بالكلفن وحدة قياس درجة الحرارة في النظام الدولي للقياس (SI).

$$T = 100^{\circ}\text{C} + 273 = 373 \text{ K}$$

$$V_T = \frac{373}{11600} = 0.0322 \text{ V}$$

ومعلوم لدينا أن $(\eta = 1)$ في حالة الجيرمانيوم:

$$I = (25 \times 10^{-6} \text{ A}) e^{(0.16 \text{ V} / 0.0322 \text{ V})}$$

$$= 6.7 \times 10^{-3} \text{ A} = 6.7 \text{ mA}$$

$$r = \frac{\eta V_T}{I} = \frac{(1)(0.0322 \text{ V})}{(6.7 \times 10^{-3} \text{ A})} = 4.8 \Omega$$

2- عندما يكون الثنائي منحازاً انحيازاً عكسياً:

$$I = -I_0 = -25 \times 10^{-6} \text{ A}$$

أما المقاومة:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\eta V_T}{I} \\ &= \frac{(1)(0.0322 \text{ V})}{(-25 \times 10^{-6} \text{ A})} = 128.8 \Omega \end{aligned}$$

هذا يعني أن الإشارة السالبة في المقاومة ترافق الانحياز العكسي الثنائي البلوري.

مسائل وتمارين الفصل الثاني عشر

Chapter Twelve Exercises & Problems

- 12-1 ناقل معدني يحتوي السنتمتر المكعب الواحد منه (10^{23}) إلكترونات حراً *free electrons*، وتبلغ مقاومته النوعية *resistivity* ($5 \times 10^{-3} \Omega.cm$). أوجد مقدار تحركية إلكتروناته الحرة *electron mobility*.
- 12-2 شريحة من السليكون الموجب *P-type silicon wafer*، مقاومته النوعية *resistivity* تساوي ($100 \Omega.cm$)، وتبلغ تحركية الإلكترونات فيها ($0.12 m^2 V^{-1} s^{-1}$) وهي تساوي ثلاثة أضعاف تحركية الثقوب.
- أوجد منسوب التطعيم *acceptor level* (E_A) لشريحة السليكون.
- 12-3 نريد تحفيز الإلكترونات في مادة السليكون عند درجة حرارة الغرفة ($20^\circ C$)، وذلك باستخدام موجة ضوئية.
- أوجد أقصى طول لهذه الموجة يمكن استخدامه لهذا الغرض.
- 12-4 تتأثر إلكترونات التوصيل في مادة الجيرمانيوم *germanium* بدرجات الحرارة.
- أوجد عددها عند درجتَي الحرارة ($20^\circ C$) و ($40^\circ C$) ثم قارن بينهما.
- 12-5 قطعة نقية من مادة الجيرمانيوم طولها ($1cm$) وعرضها ($2mm$) وسماكتها ($1mm$) وتبلغ مقاومتها الطولية عند درجة الحرارة ($20^\circ C$)، (2160Ω).
- أوجد عدد الإلكترونات الموجودة في حزمة التوصيل لهذه القطعة.
- 12-6 تبلغ كثافة معدن التنكستن *density* ($18.89 cm^{-3}$)، إذا كان عدد الإلكترونات الحرة في كل ذرة من ذراته هو اثنان فقط. الكثافة الكتلية للتفستين تساوي ($18.89 g/cm^3$)، وكتلته المولية ($183.85 g/mol$)، عدد أفوكادرو يساوي ($6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$)، ثابت بلانك يساوي ($4.14 \times 10^{-15} eV.s$).
- أوجد مقدار طاقة منسوب فيرمي للتكستن.
- 12-7 يبلغ تيار التشبع العكسي في ثنائي بلوري مصنوع من الجيرمانيوم ($8.9 \mu A$). حيث يساوي الثابت ($\eta = 1$).
- أوجد مقدار التيار الأمامي لقيم فرق الجهد الآتية: ($0.1 V$)، ($0.3 V$)، ($0.4 V$). وذلك عند درجة الحرارة $100^\circ C$. ثم قارن بينها مفسراً ماذا نتج عن زيادة فرق الجهد.

مسائل اختيارية

Optional Problems

12-1 إذا كانت احتمالية إيجاد إلكترون يحمل مقدراً من الطاقة قدره (0.3 eV) فوق منسوب طاقة فيرمي *Fermi energy level* هي (1%).

أوجد درجة الحرارة المناسبة لذلك.

12-2 شائيان بلوريان مصنوعان من السليكون تم وصل طرفيهما الموجبين ببعضهما، وتم وصل الطرفين السالبين ببطارية تعطي فرقاً في الجهد مقداره ($5V$).

أوجد فرق الجهد خلال كل من الشائيين عند درجة الحرارة ($20C^\circ$)، علماً بأن تأثير زينر *Zener effect* يظهر عند فرق الجهد أكبر من ($5V$).

ملاحظة: عوض عن ($\eta=2$) للسليكون وكذلك عن ($V_T=0.026V$).

الخلاصة

Summary

سنركز في تلخيص هذه الوحدة على أهم الأفكار والمسميات والتعريفات الجديدة التي مرت على الطالب في دراسته الماضية، أو التي تمر عليه للمرة الأولى.

- **المواد الناقلة conductor:** هي المواد التي تسمح للشحنات الكهربائية بالمرور خلالها بسهولة كبيرة، وسبب ذلك امتلاكها لعدد هائل من الإلكترونات أو الأيونات الحرة، وهذا ما يجعل مقاومتها صغيرة نسبياً، وناقليتها كبيرة.
- **المواد شبه الموصلة semi conductor:** هي المواد التي لا تسمح للشحنات الكهربائية بالمرور إلا تحت ظروف معينة كدرجة الحرارة أو نسبة الشوائب المضافة إليها. وهي موجودة في الطبيعة، وتقع ناقليتها الكهربائية بين ناقلية المواد الناقلة والمواد العازلة، وتتميز بامتلاكها معامل حراري سالب للمقاومة (NTC). ومن أشهرها الجيرمانيوم والسليكون.
- **البليورة من النوع الموجب p-type:** مادة شبه موصلة يتم تطعيمها بعنصر ثلاثي التكافؤ مما يؤدي إلى إحداث نقص في عدد الإلكترونات وزيادة في عدد الفجوات، إذ تكون الفجوات الموجبة هي غالبية حاملات التيار، وهذا هو سبب التسمية.
- **البليورة من النوع السالب n-type:** مادة شبه موصلة يتم تطعيمها بعنصر خماسي التكافؤ مما يؤدي إلى إحداث زيادة في عدد الإلكترونات ونقصان في عدد الفجوات، إذ تكون الإلكترونات هي غالبية حاملات التيار، وهذا هو سبب التسمية.
- **الشوائب impurities:** هي المواد التي تستعمل لفرض تطعيم المواد شبه الموصلة النقية، ويشترط أن يكون تكافؤها ثلاثياً أو خماسياً عند إضافتها إلى المواد شبه الموصلة رباعية التكافؤ، ويتم ذلك في صناعة دقيقة للغاية، وأهم النتائج لعملية التطعيم:
 - 1- تحقيق فائض في عدد الإلكترونات أو الفجوات.
 - 2- تغيير ناقلية المادة شبه الموصلة النقية.
- **الإلكترونات الحرة free electrons:** هي الإلكترونات التي لا تكون مرتبطة بذرة معينة أو جزيء معين ارتباطاً دائماً، ويمكنها أن تتحرك بحرية تحت تأثير أي مقدار للمجال الكهربائي. وهي موجودة بوفرة شديدة في المواد الناقلة.

- **الفجوات holes:** هي عبارة عن مواقع النقص الحاصل في إلكترونات روابط ذرات العناصر ذات التكافؤ الرباعي كالجيرمانيوم مثلاً، وذلك عند تطعيمه بشوائب ذراتها ثلاثية حيث تظهر الصفة الكهربائية الموجبة للذرات المطعمة، وتمثل هذه الفجوات غالبية حاملات التيار بسبب عدم ارتباطها مع ذرات أخرى وتكون حرة الحركة.
- **الانبعاث الحراري للإلكترونات thermo ionic emission:** هي عملية تحرر الإلكترونات من المواد الصلبة بسبب ارتفاع درجة حرارتها، تؤدي إلى إكساب الإلكترون طاقة إضافية تمكنه من التغلب على قوة جذب ذرات السطح المجاورة لها.
- **الانبعاث الكهروضوئي للإلكترونات photoelectric emission:** هي عملية تحرر الإلكترونات من المواد عند سقوط إشعاعات كهرومغناطيسية بترددات معينة عليها.
- **الانحياز الأمامي forward bias:** هو عملية مرور التيار الكهربائي في الجزء الموجب من متعنى خواص الفولتية والتيار للشئائي البلوري، وذلك عند تسليط الجهد الكهربائي في اتجاه الأقل للشئائي.
- **الانحياز العكسي reverse bias:** هو عملية عدم مرور التيار الكهربائي في الجزء السالب من متعنى خواص الفولتية والتيار للشئائي البلوري، وذلك عند تسليط الجهد الكهربائي في اتجاه المقاومة الأكبر للشئائي.
- **الترانزستور transistor:** ويسميه البعض الترانزستور ثنائي الوصلة، وذلك لوجود منطقتي اتصال بين الأنواع المختلفة للبلورات المصنوعة من المواد شبه الموصلة، فقد تكون على شكل $(n-p-n)$ ، أي وصلتان ثنائيتان من النوع $(n-p)$ ، أو $(p-n-p)$ ، أي وصلتان ثنائيتان من النوع $(p-n)$ ، باعتبار أن البلورة الواقعة في الوسط في كلا الحالتين بلورة مشتركة، وتسمى أقطاب التوصيل الثلاثة (باعث، قاعدة، مجمع) حسب طريقة توصيل الترانزستور في الدائرة الإلكترونية.
- **عدد أفوكادرو Avogadro's number:** وهو عدد الجزيئات لعنصر أو مركب في مول واحد عنه، وقد سبق لنا أن عرفنا المول في الوحدة الأولى من هذا الكتاب، ويعتبر عدد أفوكادرو من الثوابت المتداولة كثيراً، ويساوي عدداً $(6.02 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3})$.

الخصائص الميكانيكية للمادة *Mechanical Properties of Matter*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يفسر الفروق الأساسية في الخصائص الميكانيكية للمادة في حالاتها الثلاثة.
- أن يعرف الفرق بين مفهومي الكثافة والكثافة النسبية، ولماذا تم اعتماد كثافة الماء لهذا الغرض، وعند أية ظروف.
- أن يتمكن من فهم العلاقة بين الكتلة ومقدار تسارع الجاذبية الأرضية واثـر ذلك على الوزن.
- أن يفسر مرونة الأجسام في أوضاعها المختلفة، تبعاً للكيفية التي يتعرض الجسم فيها للقوة، وتبعاً لشكل الجسم.
- أن يربط بين مفهوم المرونة وكل من مفهومي الإجهاد والانفعال.
- أن يعرف كيفية استخدام قاعدة أرخميدس لدراسة طفو الأجسام.
- أن يفسر قاعدة باسكال وأهميتها في علم الهيدروليكا.
- أن يفسر ظاهرة الشد السطحي من خلال التوتر السطحي والطاقة السطحية، كما يتمكن من تفسير هذه الظاهرة في الأنابيب الشعرية.
- أن يميز مفهوم الانتشار في حالات المادة الثلاثة، ويفهم قانوني غراهم وفك في هذه الخاصية.
- أن يفهم الفرق بين طريقتي العالمين بوازيل وستوك في تحديد معامل لزوجة المائع.
- أن يعرف أهمية ما توصل إليه العالم برنولي في دراسة الحالة الحركية للموائع.

الخصائص الميكانيكية للمادة*

Mechanical Properties of Matter

13-1 المقدمة *Introduction*

لعله من المناسب تماماً ونحن نضع مقدمة لهذا الفصل أن نوضح ما المقصود بالخصائص الميكانيكية للمادة، وقبل نبين هذه الخصائص لا بد من التأكيد على أن المادة بصفة العموم توجد فيه حالات ثلاثة:

1- الحالة الجامدة *solid state matter*.

2- الحالة السائلة *liquid state matter*.

3- الحالة الغازية *gaseous state matter*.

أما المقصود بالخصائص فهو التعرف على مميزاتها الخاصة عندما توجد منفردة، ومميزاتها عندما تتعرض لتأثير عوامل خارجية عليها، أو تأثيرها على المواد الأخرى، ومثال ذلك: الكثافة *density*، الوزن النوعي *specific weight*، تأثير القوى عليها *force action*، الضغط وتأثيراته على المادة *pressure effects*، اللزوجة *viscosity*، وانسيابيتها *continuity*، إلى ما هنالك من الخصائص الأخرى التي تمكّننا من التعرف على المادة وكيفية التعامل معها.

إن المادة إذا كانت في حالتها الغازية فإن جزيئاتها *molecules* تكون على وجه التقريب بعيدة عن بعضها البعض، ويمكن لهذه الجزيئات أن تتجول في الوعاء الذي يحتويها متصادمة فيما بينها *collisions* دون أن تلتصق مع بعضها البعض، إلا أن تصادم هذه الجزيئات مع جدار الوعاء *container* يؤدي إلى وقوعها تحت تأثير الضغط الذي ينعكس بشكل مباشر على طاقتها الحركية، وفي حالة الغازات الخفيفة جداً فإن طاقة الجزيئات الحركية *kinetic energy* تكون عالية جداً، وهذا ما يفسر إشتالها التام لكل حجم الوعاء الذي تتواجد فيه.

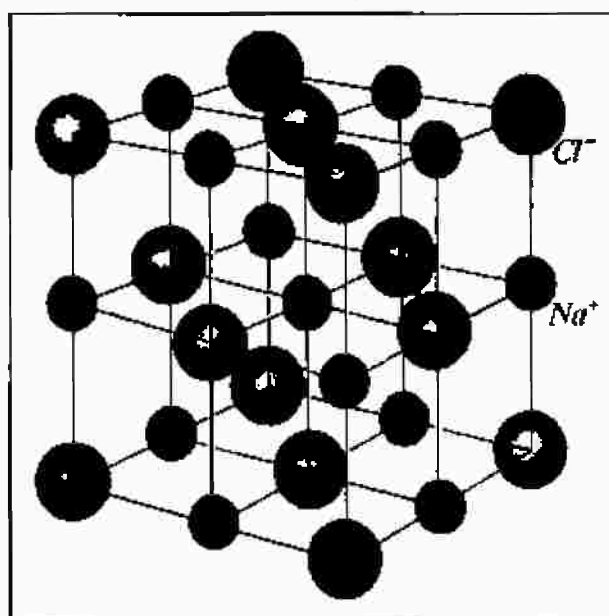
أما في السوائل، فإن جزيئات المادة تبقى في حركة مستمرة، إلا أن طاقتها الحركية ليست كافية للتغلب على قوى جذب الجزيئات الأخرى المجاورة لها *intermolecular attraction forces* ومن الممكن أن يتغلب أي جزيء من السائل على هذه القوى عندما تزداد طاقته الحركية بالقدر الكافي، كما يحدث في حالة تبخر الجزيئات من سطح المادة *surface vaporization*.

* نظراً لطول هذا الفصل ولكثرة الأمثلة المحلولة والمسائل والتمارين المخصصة في نهايته، فقد تجاوزنا عن وضع المسائل العامة المحلولة ولأسئلة الاختيارية.

إنَّ الخاصية التي تجمع بين الغازات والسوائل، هي سهولة الانسياب *fluidity*، وهذا ما يدعونا إلى أن نطلق عليهما معاً مصطلح الموائع *fluids*.

أما في الحالة الثالثة وهي حالة الجوامد، فإن الجزيئات تكون مثبتة في مكانها نتيجة للقوى الكبيرة المؤثرة فيما بينها، وهذا ما يجعل عملية انزلاق الجزيئات فوق بعضها البعض عملاً في غاية الصعوبة، وبصفة العموم فإن الخط الفاصل بين كل من السوائل والجوامد ليس حاداً، وعمل مادة الزجاج تعتبر مثالاً جيداً على بيان ذلك.

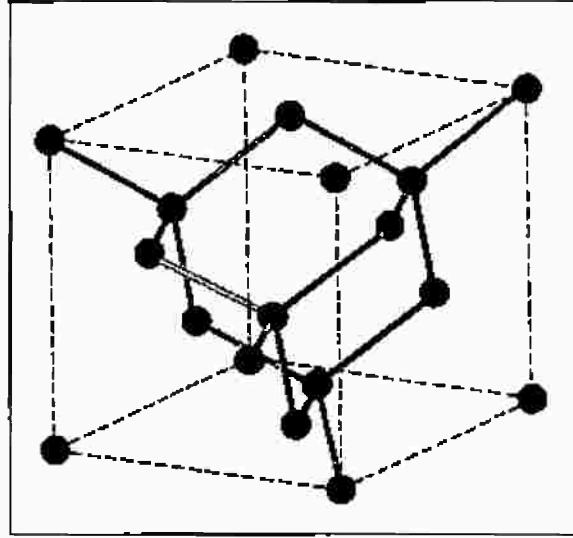
أما فيما يتعلق الجوامد البلورية والزجاجية، فإن الجوامد البلورية تتكون من مجموعة من البلورات المفردة، والبلورة هي عبارة عن مجموعة من الذرات أو الجزيئات يحتل كل جزيء فيها موضعاً محدداً بدقة عالية في نمط محدد بالنسبة لجيرانه، ويتكرر هذا النمط مرات ومرات في كل مكان في البلورة، ولتأخذ مثالاً على ذلك بلورة كالكوريد الصوديوم (ملح الطعام) *sodium chloride*، انظر الشكل (13-1)، كما أن حجر الماس (بلورة الكربون) *diamond* هو من الأمثلة الأخرى الشائعة عن البنية البلورية للمادة، انظر الشكل (13-2).



الشكل (13-1)

التركيب البلوري لكالكوريد الصوديوم ويظهر عليه مواقع كل من ذرات الصوديوم وذرات الكلور

أما في حالة السوائل عالية اللزوجة، والتي تأخذ شكلاً صلباً لهذا السبب فإن جزيئاتها لا تكون أكثر ترتيباً منها في السائل المنصهر، وتكون الجزيئات مثبتة في مكانها ولكنها ليست مرتبة في نمط معين، وهو ما نطلق عليه الجوامد الزجاجية (الدائن بصفة عامة هي زجاج غير بلوري) ومن أمثلتها الشائعة البولييثين *polyethylene*، الزجاج *glass*، والشمع *paraphine*.



الشكل (13-2)

التركيب البلوري لحجر الماس

13-2 الكثافة Density:

الكثافة أو الكثافة الكتلية هي من أهم الخصائص الميكانيكية للمادة في حالاتها الثلاث، وفي التعريف فإن الكثافة هي كتلة وحدة الحجم. يستعمل الحرف الإغريقي (ρ) للتعبير عنها، والشكل الرياضي للتعبير عن الكثافة هو:

$$density(\rho) = \frac{mass \text{ (الكتلة)}}{Volume \text{ (الحجم)}}$$

$$\rho = \frac{m(k.g)}{V(m^3)} \quad (13-1)$$

وتعتمد كثافة المادة على مجموع كتل الجزيئات المكونة لها، وكذلك على المسافة الفاصلة فيما بينها، حيث تكون المسافة صغيرة جداً في الكثافات العالية للمادة، كما أنها تكون كبيرة جداً في الكثافات المنخفضة للمادة.

وكمثال على ذلك دعنا نقارن بين كثافتي النحاس والألومنيوم:

العنصر	الكثافة	العدد الكتلي
النحاس	$\rho = 8.92 \frac{grams}{cm^3}$	63
الألومنيوم	$\rho = 2.7 \frac{grams}{cm^3}$	27

نستطيع ملاحظة مدى تأثير الزيادة في العدد الكتلي على كثافة العنصر، والعدد الكتلي هو عبارة عن مجموع عدد البروتونات والنيوترونات في نواة العنصر. كما يمكننا الاستنتاج بأن المسافة بين ذرات النحاس هي أقل مما عليه فيما بين ذرات الألمنيوم، وهذا ما يفسر السبب في اختلاف الخصائص الفيزيائية للعناصر كالمرونة مثلاً.

وقياساً على ما تقدم ذكره من تأثير المسافات الفاصلة بين جزيئات المادة أو ذراتها على خاصية الكثافة، فإن كثافة السوائل تكون أقل من كثافة المعادن وكثافة الغازات أقل من كثافة السوائل.

وبفرض دراسة تأثير درجة الحرارة على كثافة المادة، نشير هنا إلى أن الارتفاع في درجات الحرارة، عموماً وفي حالات المادة المختلفة يؤدي إلى زيادة متوسط الطاقة الحركية للجزيئات بسبب ازدياد متوسط مربع سرعتها، وهي ذات طبيعة انتقالية في الغازات، انتقالية واهتزازية في لسوائل، بينما تكون اهتزازية في المواد الصلبة، وهذا ما يفسر ازدياد الحجم بازدياد درجة الحرارة مع ملاحظة بقاء الكتلة ثابتة، كما يؤدي إلى زيادة المقام في المعادلة (13-1) وبالتالي إلى نقصان مقدار الكثافة، إلا أن الماء يشذ عن هذه القاعدة حيث يقل حجم الماء بين درجتَي الحرارة ($4\text{ }^{\circ}\text{C}$ - $0\text{ }^{\circ}\text{C}$) مما يؤدي إلى ازدياد كثافة الماء. كما أن للضغط تأثيراً مباشراً على كثافة المادة وهذا ما ينجلي بوضوح في حالة وجود غاز في مكبس *gas cylinder*، حيث يمكن التحكم بحجمه على حسب كثافته. والجدول (13-1) يوضح مقدار الكثافة لمجموعة من المواد في حالات المادة الثلاث مقاسة بوحدة $(\text{gram}/\text{cm}^3)$.

المادة	الكثافة (Density) (gram/cm^3)	substance
الهواء	1.293×10^{-3}	air
ثاني أكسيد الكربون	1.997×10^{-3}	carbon die oxide
الهيدروجين	1.090×10^{-3}	hydrogen
الهيليوم	1.178×10^{-3}	helium
النيتروجين	1.251×10^{-3}	nitrogen
الأوكسجين	1.429×10^{-3}	oxygen
البنزين $0\text{ }^{\circ}\text{C}$	0.90	benzene
الكحول الأيثيل $20\text{ }^{\circ}\text{C}$	0.79	ethyl alcohol
الكازولين $0\text{ }^{\circ}\text{C}$	0.69	Gasoline
الماء $4\text{ }^{\circ}\text{C}$	1.000	water at $4\text{ }^{\circ}\text{C}$
الماء $20\text{ }^{\circ}\text{C}$	0.998	water at $28\text{ }^{\circ}\text{C}$

المادة	الكثافة (Density) (gram/cm^3)	substance
الزئبق 20°C	13.6	mercury at 20°C
الدم 37°C	104	blood at 37°C
الألمنيوم	2.7	aluminum
النحاس	8.92	copper
الزجاج	2.4-2.8	glass
الذهب	0.917	gold
الجليد	0	ice
الحديد	7.9	iron
الرصاص	11.34	lead
الفضة	10.5	silver
التنجست	19.3	tungsten
اليورانيوم	18.7	uranium
البلاتين	21.5	platinum

الجدول (13-1)

إن كثافة الغازات في هذا الجدول قد تم قياسها تحت ظروف قياسية من ضغط ودرجة حرارة (76 سم زئبقي ودرجة صفر سليزيوس)

13-3 الكثافة النسبية (الوزن النوعي) : *Relative Density or Specific Weight*

الكثافة النسبية هي عبارة عن النسبة بين كثافة المادة في الهواء وكثافة الماء، وعادةً يتم قياس هذه النسب عند درجة الحرارة ($T = 3.8^\circ \text{C}$) وهي درجة الحرارة التي تكون عندها كثافة الماء (1000 kg/m^3) وهنا لا بد من التأكيد على أن مفهوم النسبة يؤدي إلى سهولة الاستنتاج بأن هذه الكمية الفيزيائية بلا وحدة قياس، أي هي مجرد رقم عددي إن الماء يعتبر مادة المعايرة لكل من الجوامد والسوائل، لذا لا بد من التأكيد على ذلك باستمرار، وسنشير إلى الكثافة النسبية بالرمز (Pr).

مثال (13-1) : Example

أوجد كلاً من الكثافة والكثافة النسبية للغازولين *gasoline* إذا علمت أن حجم كتلة من الغاز ولبن مقدارها (5gm) يساوي (75cm^3).

الحل Solution:

حسب تعريف الكثافة:

$$\rho = \frac{m(\text{gram})}{V(\text{cm}^3)}$$

$$= \frac{51 \times 10^{-3} \text{ kg}}{75 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 680 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$\text{relative density (الكثافة النسبية)} = \frac{\text{density of gasoline (كثافة الكازولين)}}{\text{density of water (كثافة الماء)}}$$

$$= \frac{680 \text{ kg.m}^{-3}}{1000 \text{ kg.m}^{-3}} = 0.68$$

مثال (13-2): Example

كمية من الزئبق كتلتها (300gm).

أوجد الحجم الذي تشغله هذه الكمية، إذا علمت أن الكثافة النسبية للزئبق تساوي (13.6).

الحل Solution:

$$\frac{\text{كثافة الزئبق}}{\text{كثافة الماء}} = \text{الكثافة النسبية}$$

$$13.6 = \frac{\rho}{1000 \text{ kg.m}^{-3}}$$

كثافة الزئبق إذن تساوي:

$$\rho = 13600 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$\rho = \frac{m(\text{kg})}{V(\text{m}^3)}$$

$$13600 = \frac{0.3(\text{kg})}{V(\text{m}^3)}$$

$$\therefore V = \frac{0.3}{13600} = 2.21 \times 10^{-5} \text{ m}^{-3}$$

$$= 22.1 \text{ cm}^3$$

مثال (13-3): Example

إذا كانت كثافة عنصر البوتاسيوم (ρ) potassium تساوي (0.86 g.cm^{-3})، ووزنه الجزيئي

الغرامي يساوي (39g).

أوجد حسابياً مقدار قطر أيون البوتاسيوم بفرض أن الأيون يكون على شكل كرة نصف

قطرها (r).

الحل Solution:

إنَّ حجم المول الواحد يساوي (V_0) ، ومن الممكن إيجاد حسابياً من المعادلة:

$$\rho = \frac{m}{V_0}$$

$$V_0 = \frac{m}{\rho} = \frac{39 \text{ g}}{0.86 \text{ g.cm}^{-3}} = 45.4 \text{ cm}^3$$

ولكننا نعلم أن المول الواحد يحتوي على عدد أفوكادرو من الجزيئات، وهكذا فإن حجم

الجزيء الواحد من البوتاسيوم:

$$V = \frac{45.4 \text{ cm}^3}{6.02 \times 10^{23}} = 7.57 \times 10^{-23} \text{ cm}^3$$

من المعلوم أنَّ حجم الكرة يساوي إلى:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

حيث إن (r) يساوي إلى نصف القطر، (V) حجم الجزيئة الواحدة، وهكذا:

$$7.57 \times 10^{-23} \text{ cm}^3 = \frac{4}{3} \times \pi (r^3)$$

$$r = 2.1 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

وهكذا نجد أنَّ القطر *diameter* يساوي إلى:

$$D = 2r$$

$$= 2 \times 2.1 \times 10^{-8} = 4.2 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

تمرين (13-1) exercise:

أعد حل المثال (13-3) وذلك لحساب قطر أيون معدن الذهب، إذا علمت أن كثافة الذهب (ρ)

تساوي (19.3 g.cm^{-3}) ، ووزنه الجزيئي الفرامي يساوي (197 g) . قارن بين قطر أيون الذهب وقطر أيون

البوتاسيوم لتبين تأثيرهما على كثافتي العنصرين.

مثال (13-4) Example:

قصرة من الزئبق *mercury* قطرها (1 mm) ، إذا علمت أنَّ الوزن الجزيئي للكيلو غرام الواحد من

الزئبق يساوي $(202 \text{ k.g. K mol}^{-1})$ ، بينما كثافته تساوي $(13600 \text{ k.g.m}^{-3})$. المول الواحد يحتوي على

$(6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})$ عدد من الذرات.

أوجد عدد ذرات الزئبق في هذه القطرة.

الحل Solution:

نحن نعلم أن الكثافة تساوي:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}}$$

ومعلوم لدينا أن حجم القطرة يساوي إلى حجم الكرة، ويمكن حسابه على النحو الآتي:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

حيث إن:

(r) هو نصف القطر ويساوي:

$$\begin{aligned} r &= \frac{D}{2} = \frac{1 \text{ mm}}{2} = 0.5 \text{ mm} \\ &= 5 \times 10^{-4} \text{ m} \\ V &= \frac{4}{3} \times \pi \times (5 \times 10^{-4} \text{ m})^3 \\ &= 5.24 \times 10^{-10} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

أما الكتلة (m) لقطرة الزيت فيمكن إيجادها على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} M &= \rho V = 13600 \text{ (kg.m}^{-3}\text{)} \times 5.24 \times 10^{-10} \text{ (m}^3\text{)} \\ &= 7.1 \times 10^{-6} \text{ kg} \end{aligned}$$

هذه هي كتلة القطرة، بينما كتلة الذرة الواحدة يمكن حسابها على النحو الآتي:

المول الواحد يحتوي على $(6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})$ عدد من الذرات، بينما يحتوي الكيلو مول على $(6.02 \times 10^{26} \text{ mol}^{-1})$ ، إذن:

$$\begin{aligned} \frac{M}{N_A} &= \frac{\text{كتلة الكيلو مول}}{\text{عدد الذرات في الكيلو مول}} \\ &= \frac{202 \text{ (kg.Kmol}^{-1}\text{)}}{6.02 \times 10^{26} \text{ (Kmol}^{-1}\text{)}} = 3.36 \times 10^{-25} \text{ kg} \end{aligned}$$

إذن يمكن الآن حساب عدد ذرات الزيت على النحو الآتي:

$$\frac{\text{كتلة قطرة الزيت}}{\text{كتلة الذرة الواحدة}} = \frac{7.1 \times 10^{-6} \text{ kg}}{3.36 \times 10^{-25} \text{ kg}} = 2.1 \times 10^{19}$$

13-4 الوزن *Weight*:

وزن الجسم *body weight* في أي نقطة في الفضاء هو عبارة عن محصلة قوى الجذب المسلطة عليه من باقي الأجسام الأخرى الموجودة في الكون. ومفهوم الجاذبية هو حقيقة عامة تقسّر على أساس أن جميع الأجسام الموجودة في الكون تجذب بعضها بعضاً، ويمكن إيجاد قوة الجذب هذه باستخدام قانون نيوتن للجذب العام والمعروف بصيغته الرياضية الآتية:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (13-2)$$

حيث إن:

(F): هي قوة الجذب *gravitational force*.

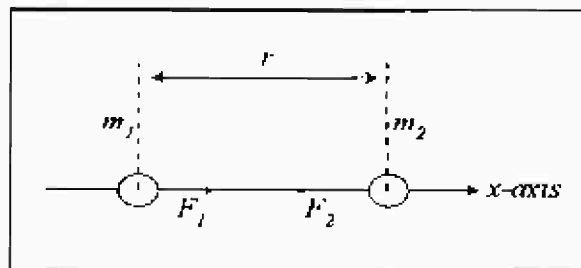
(m_1): هي كتلة الجسم الأول مقاسة بالكيلوغرام.

(m_2): هي كتلة الجسم الثاني مقاسة بالكيلوغرام.

(r): المسافة الفاصلة بين الجسمين مقاسة بالأمتر.

(G): ثابت الجذب العام ويساوي عددياً ($6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2.\text{kg}^{-2}$).

ومن الواضح أن هذا القانون يمكننا من تحديد قوة الجذب بين جسمين ولكنه لا يعطي تفسيراً لمعنى الحاذبية، ولا بد من التأكيد هنا بأن كلا الجسمين ذي الكتلتين (m_1, m_2) يؤثران على بعضهما البعض في ذات الوقت بقوتين تضعان على خط العمل نفسه، على سبيل المثال (x -axis)، متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه، بمحصلة تساوي الصفر، وهذا ما يفسر استقرار كل منهما في موضعه، انظر الشكل (13-3).



الشكل (13-3)

إن قوة التجاذب الناشئة بين الجسمين المقصودين بالدراسة حقيقة لا يمكن تجاهلها أو منعها حتى في حالة وجود أجسام أخرى، وضالة المقدار (G) هي السبب في تجاهل قوى التجاذب بين الأجسام ذات الكتل الصغيرة، ولكنها على العكس من ذلك عندما تكون مقادير الكتل كبيرة،

فعلى سبيل المثال القوة الجاذبة بين الشمس والأرض، أو الأرض والقمر يمكن معرفتها من خلال معرفة كتلة كل منهما وكذلك المسافة الفاصلة بينهما.

والسؤال الآن هو: كيف يمكن التعبير عن وزن جسم ما على سطح الأرض باستخدام قانون الجذب العام لنيوتن؟

ليبان ذلك:

افرض أن قوة جذب الأرض المسلطة على هذا الجسم هي قوة وزنه ولتكن (W) ، وكتلته هي (m) ، أما كتلة الأرض فهي (M) ، كما أن المسافة بين مركز الأرض ومركز الجسم هي $(R + h)$ ، حيث (R) هي نصف قطر الأرض، (h) هي ارتفاع الجسم، وهكذا نجد أن القوة (الوزن) تساوي:

$$F = W = G \frac{m M}{(R + h)^2} \quad (13-3)$$

إن المقدار (h) يمثل بعد أو ارتفاع الجسم عن سطح الأرض، وهو موجود في المقام مما يؤكد أن وزن الجسم يقل تدريجياً كلما ارتفعنا عن سطح الأرض، ومن الممكن أن يعمل تماماً إذا أصبح ارتفاعه كبيراً جداً عن سطح الأرض.

إن تسارع الجاذبية الأرضية في نقطة ما *gravitational acceleration*، هي قوة الجذب المؤثرة على وحدة الكتلة:

$$\text{تسارع الجاذبية الأرضية} = \frac{\text{قوة الجذب}}{\text{وحدة الكتلة}}$$

$$g = \frac{W(\text{Newton})}{m(\text{kg})} \quad (13-4)$$

حيث إن:

(g) : هي تسارع الجاذبية الأرضية، وتقاس بوحدات (kg ms^{-2})

(W) : قوة وزن الجسم، وتقاس بالنيوتن.

(m) : كتلة الجسم، وتقاس بالكيلوغرام.

وفي حالة إهمال كتلة الجسم مقارنة لكتلة الكرة الأرضية ويمكننا إعادة التعبير عن شدة الجاذبية الأرضية بالمعادلة:

$$g = G \frac{M}{(R + h)^2} \quad (13-5)$$

ومن الواضح في المعادلة (13-5) أن شدة الجاذبية (g) تتناقص تدريجياً كلما زادت قيمة (h) المعبرة عن الارتفاع عن سطح الأرض، والجدول (13-2) يوضح ذلك الأمر عند مجموعة من الارتفاعات المقاسة لارتفاعاً عن سطح الأرض.

height h (m)	gravitational acc g (kg.m/s ²)
0	9.806
1000	9.803
4000	9.794
8000	9.782
16000	9.757
32000	9.708
100000	9.598

الجدول (13-2)

يبين تغير تسارع الجاذبية الأرضية مع الارتفاع عن سطح الأرض

هكذا ومع اضطراد التقدم العلمي أمكن عملياً من خلال رحلات الفضاء التأكد من المناطق التي ينعدم فيها تسارع الجاذبية الأرضية (g)، وبالتالي ينعدم فيها الوزن، وليس الكتلة ولا بد من التأكيد هنا مجدداً على أهمية التفريق بين الوزن والكتلة ولعل المعادلة (13-4) توضح ذلك.

مثال (13-5): Example

كرتان كتلة كل منهما ($m_1=m_2=100\text{kg}$)، تم تعليقهما بحيث إن المسافة الفاصلة بين مركزي كتلتيهما (1m).

أوجد مقدار قوة جذب كل من الكرتين على الأخرى، ثابت الجذب العام يساوي إلى ($G=6.673 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 \text{ kg}^{-2}$).

الحل Solution:

$$F = -\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\therefore F = 6.673 \times 10^{-11} (\text{N.m}^2 \text{ kg}^{-2}) \frac{100(\text{kg}) 100(\text{kg})}{(1\text{m})^2}$$

$$= 6.673 \times 10^{-7} \text{ N}$$

وهذا ما يؤكد مجدداً أن قوى الجذب بين الأجسام تكون في مثل هذه الحالات صغيرة جداً، لكن هذا لا ينفي وجودها.

ملاحظة: هذه الظاهرة الطبيعية هي منشأ اكتشاف وجود الجاذبية الأرضية التي دونها نيوتن سنة 1687م عندما لفت انتباهه سقوط ثمرة التفاح تلقائياً دون أن تمتد إليها يد في حديقة منزله.

مثال (13-6): Example

استخدم قانون الجذب العام للعالم نيوتن وذلك لتحديد كتلة الأرض، ثم أوجد معدل كثافة الأرض إذا علمت أن:

$$g = 9.8 \text{ (m/s}^2\text{)} \text{ تسارع الجاذبية:}$$

$$R = 6.37 \times 10^6 \text{ (m)} \text{ نصف قطر الأرض:}$$

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ (N m}^2 \text{ kg}^{-2}\text{)} \text{ ثابت الجذب العام:}$$

الحل Solution:

إن وزن جسم "ما" على سطح الأرض يساوي:

$$W = mg$$

$$W = G \frac{m M}{R^2}$$

حيث إن:

(m): كتلة الجسم مقاسة بالكيلوغرام.

(g): تسارع الجاذبية الأرضية.

(M): كتلة الأرض مقاسة بالكيلوغرام.

(R): نصف قطر الأرض مقاساً بالمتر.

$$mg = G \frac{m M}{R^2}$$

$$\therefore M = \frac{g R^2}{G}$$

$$M = \frac{9.8 \text{ (m/s}^2\text{)} (6.37 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}\text{)}} \\ = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

أما كثافة الأرض فيمكن حسابها من المعادلة المعروفة الآتية، باعتبار أن الأرض كروية

الشكل:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

حيث إن:

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi R^3 \\ &= \left(\frac{4}{3} \right) \pi (6.37 \times 10^6 \text{ m})^3 \\ &= 1.083 \times 10^{21} \text{ m}^3 \\ \therefore \rho &= \frac{5.97 \times 10^{24} \text{ (kg)}}{1.083 \times 10^{21} \text{ m}^3} \\ &= 5.514 \times 10^3 \text{ (kg.m}^{-3}\text{)} \end{aligned}$$

ومن المعلوم أن كثافة قشرة الأرض تساوي $(\text{kg.m}^{-3}) 2.7 \times 10^3$ وهذا يؤكد أن باطن الأرض يحتوي على مواد كثافتها أعلى من متوسط الكثافة $(\text{kg.m}^{-3}) 5.514 \times 10^3$.
ومن المناسب هنا وبعد أن بينّا علاقة الوزن بالكتلة، وكذلك بعد أن عرفنا الوزن النوعي، أن ندرج بعض المعادلات الأخرى المساوية للمعادلة المعروفة عن الكثافة النسبية.

$$\begin{aligned} \rho_r &= \frac{\text{density of matter}}{\text{density of water}} = \frac{\text{كثافة المادة}}{\text{كثافة الماء}} \\ &= \frac{\text{mass of matter}}{\text{equivalent mass of water}} = \frac{\text{كثافة المادة}}{\text{كتلة حجم من الماء مساو لحجم المادة}} \\ &= \frac{\text{weight of matter}}{\text{equivalent mass of water}} = \frac{\text{وزن المادة}}{\text{وزن حجم من الماء مساو لحجم المادة}} \end{aligned}$$

ويمكن استنتاج المعادلة التالية فيما إذا اعتبرنا أن الكثافة النسبية للماء تساوي $(\rho_r = 1)$ ، فإن كثافة أي من المواد تساوي:

$$\text{كثافة المادة} = \text{الكثافة النسبية للمادة} \times 1000$$

$$\text{Density of matter} = \text{relative density of matter} \times 1000$$

13-5 المرونة Elasticity:

عندما تؤثر قوة مفردة *single force* أو مجموعة من القوى على جسم ثابت فإن ذلك يؤدي على وجه العموم إلى تغيير في أبعاد الجسم أو في شكله، ما دام هذا التأثير مستمراً، فإذا زال التأثير عاد الجسم واسترجع شكله الابتدائي قبل تأثير القوى عليه، ويقال في هذه الحالة: إن الجسم تام المرونة، أما إذا لم يتمكن من الرجوع إلى شكله الابتدائي فيقال عنه عديم المرونة، وبناء على ذلك يمكننا أن نعرف المرونة بشكل أكثر إيجازاً على النحو الآتي:

«هي الخاصية التي يستطيع الجسم بواسطتها استعادة شكله أو حجمه الأصلي بعدما اعتراه من تشويه بفضل القوة الخارجية ، وذلك بعد زوال السبب الذي أدى إلى تشويه الجسم».

ويعبر عن ذلك رياضياً بالمعادلة:

$$F = \text{con.} \Delta L \quad (13-6)$$

حيث إن:

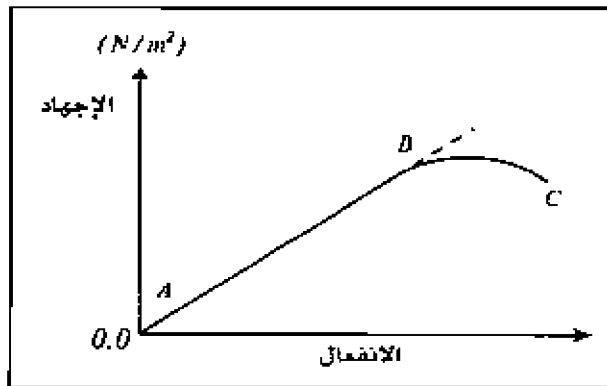
(F): هي القوة أو محصلة القوى المؤثرة ، ويطلق عليها اسم قوة الإرجاع.

$L_2 - L_1 = \Delta L$: الفرق الحاصل في الطول.

وهذا ما نعبّر عنه بقانون هوك *Hook's law*.

13-5-1 قانون هوك *Hook's Law*:

إن المادة التي تعرضت لتأثير قوة التشويه ولم تفقد مرونتها بعد ، تبقى النسبة بين الإجهاد *stress* ، والانفعال *strain* الذي تتعرض له تساوي مقداراً ثابتاً وتسمى هذه النسبة معامل المرونة *modulus of elasticity* لمادة الجسم ، وتستطيع القول بإمكانية تطبيق قانون هوك ، انظر الشكل (13-4).



الشكل (13-4)

يبقى قانون هوك صحيحاً بين النقطتين (A) و (B) ، أما إذا تجاوزنا ذلك فإن الجسم يصل إلى مرحلة فقدان المرونة ولا يمكن تطبيق قانون هوك عليه عملياً.

والآن سوف نوضح ما هو المقصود بكل من الإجهاد والانفعال.

13-5-2 الإجهاد *Stress*:

يعرّف الإجهاد بأنه القوة *force* (F) المؤثرة على وحدة المساحة *unit area* (A) ، ويعبر عنه رياضياً

على الشكل التالي:

$$\text{الإجهاد} = \frac{\text{القوة}}{\text{وحدة المساحة}}$$

$$\text{stress} = \frac{\text{force (Newton)}}{\text{unit area (m}^2\text{)}} = \frac{F(N)}{A(m^2)} \quad (13-7)$$

وواضح من هذه الصيغة الرياضية بأن وحدة قياس الإجهاد هي $(N.m^2)$ وهي تساوي واحد باسكال $Pascal$ وكما هو معروف فإن الباسكال هو الوحدة الدولية التي يقاس بها الضغط. ويمكن أن يكون الإجهاد طولياً، وهي الحالة التي ينتج عنها زيادة في الطول $longitudinal stress$ ، كما يمكن أن يكون الإجهاد حجمياً $volume stress$ وهي الحالة التي ينتج عنها زيادة في الحجم، كما يمكن أن يكون إجهاداً قصياً $body stress$ وهي الحالة التي ينتج عنها تغييراً في شكل الجسم دون حجمه.

13-5-3 الانفعال $Strain$:

يُعرف الانفعال $strain$ بأنه التشوه الحقيقي في الجسم الناتج عن تأثير قوة خارجية تحدث تشوهاً في شكله الهندسي، ويمكن أن يكون انفعالاً طولياً $longitudinal strain$ ، وفي هذه الحالة ينتج تشوهاً في الطول ويعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$\text{الانفعال الطولي} = \frac{\text{التغير في الطول}}{\text{الطول الابتدائي}}$$

$$\text{long.strain} = \frac{\text{change in length}}{\text{original length}} = \frac{\Delta L(m)}{L_i(m)} \quad (13-8)$$

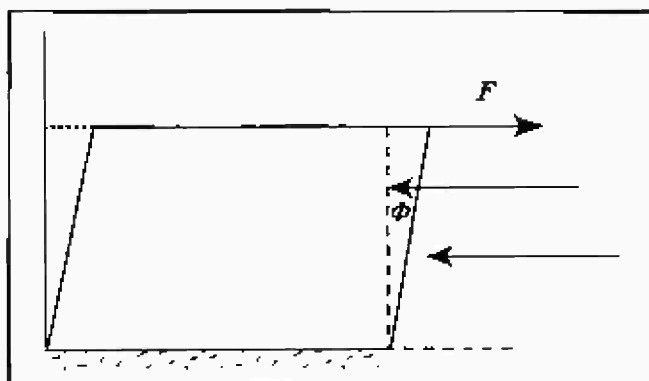
ومن الواضح من العلاقة الرياضية (13-8) أنه ليس له وحدة قياس $unit less$ ، كما يمكن أن يكون الانفعال حجمياً $volume strain$ ، وفي هذه الحالة ينتج تشوهاً في الحجم ويعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$\text{الانفعال الحجمي} = \frac{\text{التغير في الحجم}}{\text{الحجم الابتدائي}}$$

$$\text{Volume strain} = \frac{\text{change in Volume}}{\text{original Volume}} = \frac{\Delta V(m)}{V_i(m)} \quad (13-9)$$

ومن الواضح من العلاقة الرياضية (13-9) أنه ليس له وحدة قياس $unit less$ ، كما يمكن أن يكون الانفعال قصياً $body strain$ ، وفي هذه الحالة يكون التشوه في الشكل دون الحجم، ويقاس عادة هذا النوع من الانفعال بالزاوية (ϕ) ، انظر الشكل 13-5، وبما أن الزاوية (ϕ) في هذه الحالة تكون صغيرة جداً فإن:

$$\tan \phi = \phi \quad (13-10)$$



الشكل (13-5)

يبين التشوه الحاصل في شكل الجسم

وتبعاً لنوع كل من الإجهاد والانفعال (طولياً، حجمياً، قصياً) ينتج لدينا معامل مرونة مع الحالة المعنية، ففي الحالة الطولية لدينا معامل يونج *modulus of elasticity or Young modulus* (Y)، والذي يعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$\frac{\text{الإجهاد}}{\text{الانفعال الطولي}} = \text{معامل يونج} \quad (13-11)$$

$$Y = \frac{(F / A)}{(\Delta L / L)}$$

وفي الحالة الحجمية يرمز له بالرمز (B) ويعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$\frac{\text{الإجهاد}}{\text{الانفعال الحجمي}} = \text{معامل المرونة الحجمي} \quad (13-12)$$

$$B = \frac{(F / A)}{(\Delta V / V)}$$

أما في الحالة القصية فيعبر عنه بالرمز (N) ورياضياً بالعلاقة:

$$\frac{\text{الإجهاد}}{\text{زاوية الانفعال}} = \text{معامل المرونة القصي} \quad (13-13)$$

$$N = \frac{(F / A)}{\phi}$$

مثال (13-7): Example

قضيب معدني مرن طوله ($4m$) ومساحة مقطعه ($1.5cm^2$) مثبت من طرفه العلوي يستطيل مسافة مقدارها ($7 \times 10^{-2} cm$) بفعل تأثير ثقل كتلته ($330 kg$) يتدلى من طرف القضيب الحر. أوجد حسابياً مقدار كل من الانفعال والإجهاد، ثم احسب معامل يونج لهذا المعدن.

الحل Solution:

$$Y = \frac{\text{الإجهاد}}{\text{الانفعال}}$$

$$\begin{aligned} \text{stress} &= \frac{F}{A} \\ &= \frac{(330 \text{ kg})(9.8 \text{ m.s}^{-2})}{(1.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2)} = 2.16 \times 10^7 \text{ Pa} \end{aligned}$$

الانفعال:

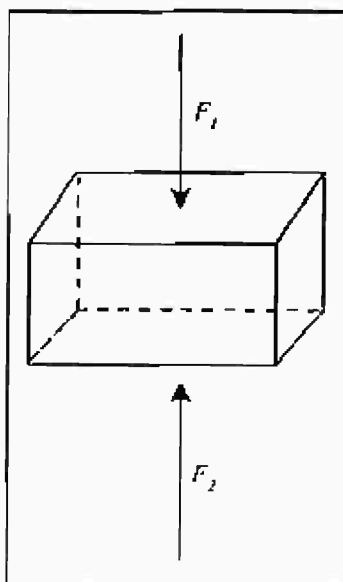
$$\begin{aligned} \text{strain} &= \frac{\Delta L}{L} \\ &= \frac{(7 \times 10^{-4} \text{ m})}{(4 \text{ m})} \\ &= 1.75 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$Y = \frac{2.16 \times 10^7 \text{ Pa}}{1.75 \times 10^{-4}} = 1.23 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

مثال (13-8) Example:

قوتان متوازيتان ومتضادتان مقدار كل منهما $(5 \times 10^4 \text{ N})$ تؤثران بشكل متناسب على وجهي مكعب من الصلب طول ضلعه (30 cm) ، انظر الشكل (13-6).

أوجد مقدار زاوية القص (ϕ) النسبية، إذا كان مقدار معامل يونغ القصي (N) تساوي $(8.3 \times 10^{10} \text{ Pa})$.



الشكل (13-6)، المثال (13-8)

الحل Solution:

زاوية القص النسبية هنا هي التي تحدثها القوة الأولى بالنسبة للقوة الثانية، ويمكن حساب مقدارها من العلاقة الرياضية:

$$N = \frac{(FN / Am^2)}{\phi}$$

$$\therefore \phi = \frac{(5 \times 10^3 N) / (90 \times 10^{-4} m^2)}{(8.3 \times 10^{10} Pa)}$$

$$= 6.69 \times 10^{-6}$$

وهي صغيرة جداً، لاحظ أن المساحة ($A = 90 \times 10^{-4} m^2$)

مثال (13-8): Example

إذا علمت أن معامل يونج للنحاس ($Y = 1.1 \times 10^{11} Pa$).

أوجد حسابياً مقدار استطالة سلك من النحاس مثبت من طرفه العلوي، طوله ($4m$)، وتصف قطره ($2mm$) التي تنتج عن تأثير كتلة مقدارها ($5kg$) معلقة في طرفه الحر.

الحل Solution:

$$Y = 1.1 \times 10^{11} Pa = \frac{(5 kg)(9.8 m.s^{-2}) / \pi (2 \times 10^{-3} m)^2}{\Delta L / (4 m)}$$

$$\Delta L = \frac{1225 \times 10^4 \times 4}{1.1 \times 10^{11}} = 4.45 \times 10^{-3} m$$

مثال (13-10): Example

أثرت قوة مقدارها ($4 \times 10^4 N$) على سلك مثبت من طرفه العلوي، مصنوع من مادة معدنية، قطره ($4 mm$) وطوله الابتدائي ($4 m$) فأحدثت فيه استطالة مقدارها ($5 \times 10^{-3} m$).

أوجد حسابياً مقادير كلاً من: الإجهاد، والانفعال، ومعامل يونج.

الحل Solution:

$$\text{الإجهاد} = stress = \frac{F}{A} = \frac{4 \times 10^4 N}{(2 \times 10^{-3})^2 \pi}$$

$$\begin{aligned}
 \text{الانفعال} = \text{strain} &= \frac{\Delta L}{l} \\
 &= \frac{5 \times 10^{-3} \text{ m}}{4 \text{ m}} = 1.25 \times 10^{-3} \\
 Y = \frac{\text{stress}}{\text{strain}} &= \frac{3.2 \times 10^9 \text{ Pa}}{1.25 \times 10^{-3}} \\
 &= 2.5 \times 10^{12} \text{ Pa}
 \end{aligned}$$

مثال (13-11): Example

سلك مصنوع من النحاس نصف قطره $(2.5 \times 10^{-3} \text{ m})$ ، استطال بمقدار (30%) من طوله الأصلي بفعل قوة خارجية. كم هو مقدار القوة التي أحدثت هذه الاستطالة، يبلغ معامل يونج $(9 \times 10^{10} \text{ Pa})$.

الحل: Solution

$$\begin{aligned}
 \Delta L &= 0.3 L, A = \pi r^2 = 1.96 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \\
 Y = (9 \times 10^{10} \text{ Pa}) &= \frac{F(N) / A(\text{m}^2)}{\Delta L / L} \\
 &= \frac{F(N)}{A(\text{m}^2)} \frac{L}{\Delta L} \\
 &= \frac{F(N)}{1.96 \times 10^{-5} \text{ m}^2} \frac{L}{0.3 L} \\
 \therefore F(N) &= 9 \times 10^{10} (\text{Pa}) 1.96 \times 10^{-5} (\text{m}^2) 0.3 \\
 &= 5.3 \times 10^5 \text{ N}
 \end{aligned}$$

مثال (13-12): Example

أثر ضغط مقداره $(1.4 \times 10^6 \text{ Pa})$ على حجم من الزئبق مقداره $(1600 \times 10^{-6} \text{ m}^3)$. أوجد حسابياً مقدار النقص في حجم الزئبق إذا كان معامل يونج له يساوي $(2.8 \times 10^{10} \text{ Pa})$.

الحل: Solution

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{F(N) / A(\text{cm}^2)}{\Delta V(\text{m}^3) / V(\text{m}^3)} \\
 B &= \frac{F}{A} \frac{V}{\Delta V} \\
 \Delta V &= \frac{FV}{BA} = \frac{VP}{B}
 \end{aligned}$$

ذلك أن:

$$\begin{aligned} \text{الضغط } presser &= \frac{F}{A} = P \\ \therefore \Delta V &= \frac{(1600 \times 10^{-6} \text{ m}^3)(1.4 \times 10^6 \text{ Pa})}{(2.8 \times 10^{10} \text{ Pa})} \\ &= 8 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 8 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

بعد أن استعرضنا أهم الخصائص التي تتصف بها الحالة الصلبة للمادة سوف نبدأ الآن بدراسة الخصائص للحالة التي تجمع بين كل من السوائل والغازات وهي ما نطلق عليه الموائع *fluids*، وسوف نبدأ بدراسة الخصائص الميكانيكية للموائع الساكنة، ثم نفرد فقرات خاصة بالخصائص الميكانيكية للموائع المتحركة.

13-6 الخصائص الميكانيكية للموائع الساكنة *Mechanical properties of static fluids*:

سيما وأن هناك فروقاً مميزة في السلوك بين السوائل والغازات، على الرغم من تصنيفهما معاً ضمن قائمة الموائع، إلا أننا سنفرد لكل منهما معالجة منفصلة لبعض الخصائص الميكانيكية كلما اقتضى الأمر.

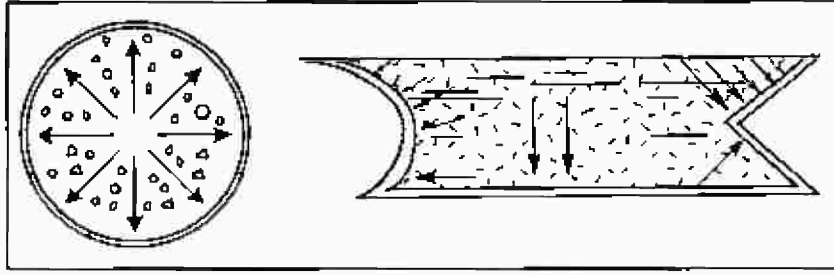
13-6-1 ضغط المائع *Fluid Pressure*:

إن ضغط المائع سواء كان سائلاً أم غازياً، هو عبارة عن القوة العمودية *perpendicular force* التي يؤثر بها المائع على وحدة المساحة *unit area*، ويعبر عنه رياضياً على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} \text{pressure} &= \frac{\text{perpendicular force}}{\text{unit area}} \\ P &= \frac{F}{A} = \frac{\text{القوة العمودية}}{\text{وحدة المساحة}} = \text{الضغط} \end{aligned}$$

ومن الجدير بالذكر في هذا المقام أن ضغط المائع لا يمكن تحديده ما لم نحدد اتجاه السطح الذي يؤثر عليه المائع، وعلى هذا الأساس يعد الضغط كمية عددية، وليس كمية متجهة، انظر الشكل (13-7).

إن أيّاً من السوائل يتكون من مجموعة هائلة من الجزيئات تتجاذب فيما بينها بصيغة متبادلة، كما أن جزيئات السائل يمكنها أن تنزلق فوق بعضها البعض، ولهذا يأخذ السائل شكل الوعاء الذي يحتويه. كما أن السائل بالكيفية ينجذب نحو مركز الأرض وفقاً لمفهوم قانون نيوتن العام للجاذب.

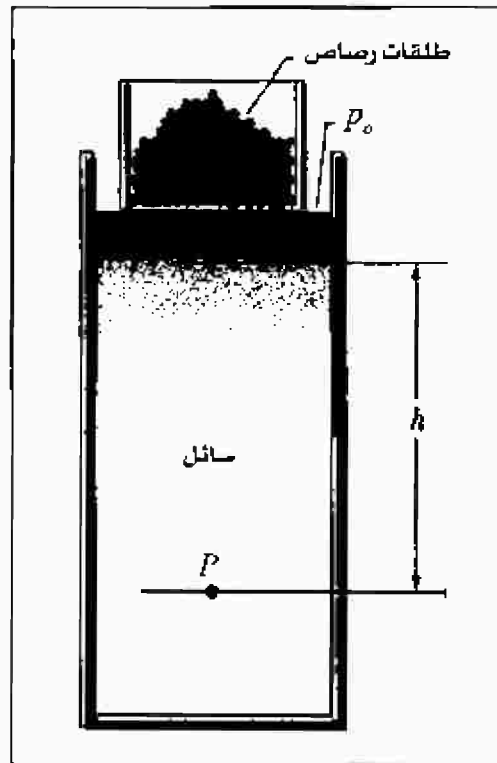


الشكل (13-7)

يبين أن ضغط المائع ينتج عنه قوة عمودية على السطح الملامس،
ولهذا فإن الضغط كمية عددية وليس كمية متجهة

ومن هنا نستطيع القول بأن طبقات السائل العليا تسلط قوة على الطبقات التي تليها باتجاه الأسفل وصولاً إلى قعر الإناء، كما أن سهولة انزلاق جزيئاته فوق بعضها البعض يؤدي إلى تسليط قوة على حدران الوعاء، وقوة أخرى نحو الأعلى.

ولغرض حساب مقدار الضغط عند أي نقطة داخل السائل، بدايةً، انظر الشكل (13-8).



الشكل (13-8)

يبين الضغط الواقع على أي نقطة داخل السائل
وذلك بافتراض أن السائل غير قابل للانضغاط

إن القوة المؤثرة على المساحة (A): هي عبارة عن وزن عمود السائل ذي الارتفاع (h)، وعلى اعتبار أن السائل غير قابل للانضغاط فإن كثافته (ρ) تبقى ثابتة وهكذا نجد:

$$\vec{F} = (\rho A) D = \rho g h A \quad (13-14)$$

حيث إن: (D) هي كثافة الوزن للمائع وتساوي إلى (ρg).

ويقسمة طرفي المعادلة (13-14) على المساحة (A) نجد أن:

$$P_h = \frac{\vec{F}}{A} = \rho g h$$

$$P_h = \rho g h \quad (13-15)$$

ومن المناسب إضافة الضغط الجوي إلى المعادل وذلك لحساب مقدار الضغط الذي يتعرض له الإناء المفتوح، وعليه يكون الضغط الكلي على النحو الآتي:

$$P = P_0 + P_h$$

حيث إن: (P_0) هو الضغط الجوي، ويمكن إعادة صياغة المعادلة على النحو الآتي:

$$P = P_0 + \rho g h \quad (13-16)$$

والضغط يقاس بوحدة الباسكال، واختصاراً (Pa) وهو عبارة عن وحدة قياس القوة الدولية مقسومة على وحدة المساحة الدولية.

مثال (13-13): Example

عمود من الماء ارتفاعه (300 cm).

أوجد حسابياً مقدار الضغط الذي يحدثه هذا العمود على قعر الإناء، كثافة الماء تساوي (1000 kg/m^3).

الحل Solution:

$$P_h = \rho g h$$

$$h = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$P_h = (1000 \text{ kg.m}^{-3}) (9.8 \text{ m.s}^{-2} (3 \text{ m}))$$

$$= 29400 \text{ Pa}$$

$$P = P_h + P_0 = 29400 \text{ (Pa)} + 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$= 130.7 \times 10^3 \text{ Pa}$$

13-6-2 ضغط الغاز Gas Pressure :

كنا قد تبينا بأن ضغط السائل ينشأ عن تأثير وزنه على سطح محدد، إلا أن المسألة هنا مختلفة تماماً، فضغط الغاز سببه التصادم المتكرر *frequent collisions* لجزيئات الغاز مع سطح الوعاء الذي يحتويه، إذ تنعكس كل جزيئة بعد التصادم وقد عانت من تغير في عزمها الذي يمكن التعبير عنه من خلال قانون نيوتن الثاني في الحركة على النحو الآتي:

$$\frac{d}{dt}(P) = \bar{F} \quad (13-17)$$

حيث يمثل المقدار $[d(P)/dt]$ معدل التغير الزمني للعزم، ومن الواضح أن هذا التغير في العزم تنشأ عنه قوة مقدارها (F) . وإذا ما تمكنا من التعرف على القوة الكلية الناشئة عن مجموع الجزيئات المكونة للغاز فإننا نكون قد توصلنا إلى تحديد لمفهوم الضغط الذي يسببه الغاز. إن الدراسة التحليلية لهذه المسألة أوضحت أن مقدار الضغط تتعين بالصيغة الرياضية الآتية:

$$P = \frac{1}{3} m n \bar{v}^2 \quad (13-18)$$

حيث إن:

(P) ضغط الغاز.

(n) : عدد جزيئات الغاز لوحدة الحجم $= \frac{N}{V}$ ، حيث (N) العدد الكلي لجزيئات الغاز في الحجم (V) ، و (m) : كتلة الجزيء الواحد، و $(\bar{v}^2)$: مربع السرعة المتوسطة لجزيئات الغاز.

وإذا ما أمعنا النظر في الطرف الأيمن للمعادلة (13-18) نجد أن المقدار $(1/2 m n \bar{v}^2)$ هو عبارة عن متوسط الطاقة الحركية لجزيئات الغاز وهو يعتمد على درجة الحرارة (T) وفقاً للصيغة الرياضية الآتية:

$$\frac{1}{2} m n \bar{v}^2 = \frac{3}{2} K T \quad (13-19)$$

حيث (K) هو ثابت بولتزمان *Boltzman's constant*، ويساوي إلى $(1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K})$.

ومن المعادلتين (13-18) و (13-19) نجد أن:

$$P = \frac{1}{3} m n \bar{v}^2 = \left(\frac{2}{3} n \right) \left(\frac{1}{2} m \bar{v}^2 \right)$$

$$P = \left(\frac{2}{3} n \right) \left(\frac{3}{2} K T \right)$$

$$P = n K T$$

وإذا ما عوضنا عن $(n = N/V)$ نجد أن:

$$P = \frac{N}{V} K T$$

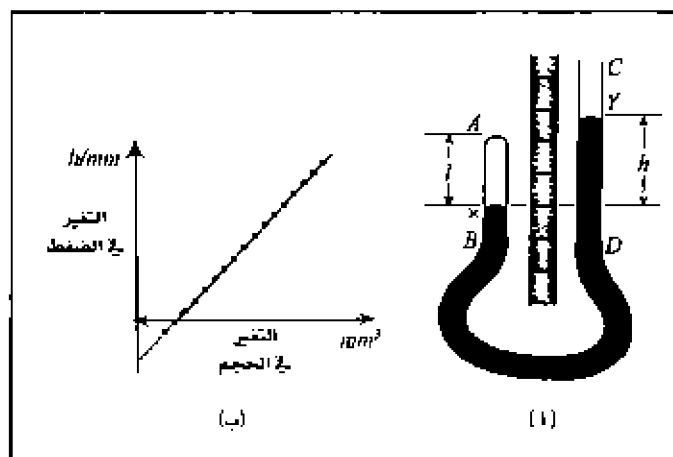
$$P V = N K T \quad (13-20)$$

والمعادلة (13-20) هي ما يسمى بالقانون العام للغازات، وهي على درجة عالية من الأهمية في دراسة سلوك الغازات، وإذا ما اعتبرنا درجة حرارة الغاز (T) ثابتة فإن المعادلة (13-20) تأخذ الصيغة الرياضية:

$$P V = \text{constant} \quad (13-21)$$

$$\text{Constant} = N K T$$

والمعادلة (13-20) هي الشهيرة باسم مكتشفها روبرت بويل سنة 1662م، وهي تحمل اسمه وتُعرف بقانون بويل *Boyle's law*. ولعل الإجابة عن سبب كبر حجم البالون كلما ارتفع عالياً تُفسّر على هذا الأساس، ذلك أن الضغط يتناسب تناسباً عكسياً مع الحجم، ولتوضيح ذلك تبين الشكل (13-9 أ، ب).



الشكل (13-9 أ، ب)

يبين كيف يتناسب ضغط الغاز تناسباً عكسياً مع حجمه
الغاز هنا هو عبارة عن الهواء المحصور في المنطقة (AX)

وإذا ما اقترب الغاز من درجة الإسالة فإن سلوكه يتغير ولا ينطبق عليه قانون بويل، ما الغاز الذي يمكن أن ينطبق عليه قانون بويل تحت جميع الظروف من ضغط ودرجة حرارة فيسمى الغاز المثالي *ideal gas*. وهذا نادر الوجود لصعوبة الشروط المطلوبة.

والآن لو قسمنا الطرف الأيمن للمعادلة (13-20) بعدد أفوكادرو *Avogadro's number* والذي يساوي:

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

نجد أن:

$$PV = \frac{N}{N_A} N_A K T$$

حيث إن:

(N/N_A) : تمثل عدد المولات (n) .

$(N_A K T)$: يمثل الثابت العام للغازات *gas constant* حيث إن:

$$R = N_A K = 8.314 \text{ J / K mol}$$

ومكذا يمكننا أن نعبر مرة أخرى عن القانون العام للغازات بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$P V = n R T \quad (13-22)$$

وهذه المعادلة كما أسلفنا هي معادلة الغاز المثالي، وهو الغاز الذي يكون حجم جزيئاته مهملًا، كما يشترط أن تكون القوى المتبادلة بين جزيئاته غير موجودة، إلا في حالة التصادم. وهذا ما حدا بكثير من العلماء إلى اعتماد حالة الغاز الحقيقي، والعمل على إيجاد القانون الخاص به، ومن أشهر هؤلاء فاندير والز *Vander Waals*.

13-6-3 معادلة فان دير والز *Vander Waal's Equation*:

إن الفروق الجوهرية بين الغاز الحقيقي والغاز المثالي تتمثل في أن جزيئاته تمتلك حجماً فعلياً، كما أن جزيئاته تمتلك قوى تجاذب فيما بينها *attraction forces*، وهذا يفضي إلى أن الغاز يمكن تسهيله عند ضغط ودرجة حرارة مناسبة مما يؤكد على أن الحجم الفعلي للغاز هو عبارة عن مجموع أحجام جزيئاته، وأن القوى بين هذه الجزيئات ليست مجالاً للإهمال على أي حال من الأحوال، أما معادلة فاندير والز فهي:

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = n R T \quad (13-23)$$

حيث إن:

(a/V^2) : مقدار التصحيح في ضغط الغاز الناتج عن التأثير المتبادل بين جزيئات الغاز.

(a) مقدار ثابت يعتمد على طبيعة الغاز.

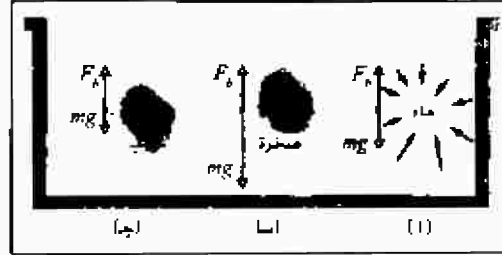
(b) مقدار التصحيح في حجم الحيز الذي يشغله الغاز، وهو ناتج عن الحجم الفعلي لجزيئات

الغاز نفسه. وقد وجد عملياً أن مقدار (b) يساوي أربع أضعاف الحجم الكلي للجزيئات في المول الواحد، أي أربع أضعاف عدد أفوكادرو.

وما تسفر عنه معادلة فاندير والز أن الضغط الذي يسلطه الغاز الحقيقي هو أقل من الضغط الذي يسلطه الغاز المثالي، وذلك بسبب قوى الجذب المسلطة على الجزيئات القريبة من جدران الوعاء باتجاه الداخل.

4-6-13 قاعدة أرخميدس Archimedes's Principle

انظر الشكل (10-13).



الشكل (10-13)

يبين القوى التي تضر قاعدة أرخميدس

نجد في هذا الشكل أن الجسم المغمور بالماء يقف على مسافة معينة من قاع الوعاء الذي يحتوي كلاً من الماء والجسم، وهذا ما يشير إلى أن الجسم المغمور فقد شيئاً من وزنه، وهذا ما يجعلنا نبحث عن السبب الذي يؤدي إلى وجود قوة متجهة من الأسفل نحو الأعلى، يسلطها السائل (الغاز) على الأجسام الطافية أو المغمورة فيه، تسمى هذه القوة *buoyant force* وهي تساوي وزن الماء الذي أزاحه الجسم، وهذا ما نعبر عنه رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$F_b = \rho_f V g \quad (13-24)$$

حيث إن:

(F_b): هي قوة الطفو وتقاس بالنيوتن.

(ρ_f): كثافة السائل وتقاس بالكيلوغرام لكل متر مكعب.

(V): حجم السائل المزاح ويقاس بالمتر مكعب.

(g): تسارع الجاذبية الأرضية ويقاس بالمتر لكل ثانية تربيع.

ومن الممكن إثبات ذلك على النحو الآتي:

تأمل من جديد الشكل (10-13)، ولاحظ أن قوة الدفع نحو الأسفل والتي تؤثر على انوجه العلوي للجسم المغمور هي عبارة عن:

$$F_{\downarrow} = P_1 A = \rho_f g h A \quad (13-25)$$

كما أن قوة الدفع نحو الأعلى هي عبارة عن:

$$F_f = P_2 A = \rho_f g (h + L) A \quad (13-26)$$

لاحظ أيضاً أن محصلة هاتين القوتين هي:

$$F_b = F_f - F_L = \rho_f g V \quad (13-27)$$

وهي تمثل قوة الطفو، وهذه المعادلة هي التعبير الرياضي عن قاعدة أرخميدس، وتبقى صحيحة سواء بالنسبة للسوائل أو الغازات. وهنا لا بد من التأكيد على مسألتين غاية في الأهمية ونحن نناقش قاعدة أرخميدس وهما:

1- يخضع الجسم المغمور في المائع إلى قوتين، قوة وزنه (W)، ويكون اتجاهها عمودياً نحو الأسفل.

2- يخضع الجسم المغمور إلى تأثير قوة الطفو (F_b) وتكون عمودية واتجاهها نحو الأعلى، ويعتمد وضع الجسم في المائع على محصلة هاتين القوتين، فإن كانت المحصلة:

$$W > F_b \quad 1- \text{يفطس الجسم في المائع.}$$

$$W < F_b \quad 2- \text{يطفو الجسم على سطح المائع.}$$

$$W = F_b \quad 3- \text{يتعلق الجسم في المائع في حالة توازن.}$$

أما عن وزن المائع الذي يزيحه الجسم المغمور، فيمكننا إيجاد من المعادلة البسيطة الآتية:

$$\text{وزن المائع المزاح} = \text{وزن الجسم في الهواء} - \text{وزن الجسم في المائع}$$

أما إذا كان الجسم مغموراً بشكل جزئي فإن:

$$\text{وزن المائع المزاح} = \text{وزن الجسم الطافي في الهواء}$$

مثال (13-14): Example

إذا كان وزن التاج المصنوع من مادة معدنية كتلتها (3kg) وهو مغمور في الماء يساوي ($W' = 26\text{ N}$) .

أوجد حسابياً كثافة المادة التي صنع منها التاج.

الحل Solution:

الوزن الحقيقي للتاج:

$$W = mg = (3\text{ kg}) (9.8\text{ m/s}^2) = 29.4\text{ N}$$

قوة الطفو:

$$F_b = W - W' = \rho_f g V$$

حيث إن (V) هي حجم الجسم وتساوي حجم الماء المزاح. ولكن وزن الجسم يساوي إلى:

$$W = \rho g V$$

حيث إن (ρ) هي كثافة المادة التي صنع منها التاج:

$$\therefore \frac{W}{F_b} = \frac{\rho g V}{\rho_f g V} = \frac{\rho}{\rho_f}$$

$$F_b = W \left(\frac{\rho_f}{\rho} \right)$$

$$W \left(\frac{\rho_f}{\rho} \right) = W - W'$$

$$\rho = \rho_f \left(\frac{W}{W - W'} \right)$$

$$= \frac{(10^{-3} \text{ kg.m}^{-3})(29.4 \text{ N})}{3.4 \text{ N}}$$

$$\rho = 8.6 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$$

وهي مقاربة جداً لكثافة النحاس.

مثال (13-15): Example

جسم صلب يبلغ مقدار حجمه (300 m^3) مغمور في سائل كثافته تساوي (1600 kg.m^{-3}).

أوجد حسابياً مقدار قوة الطفو المؤثرة على هذا الجسم.

الحل Solution:

قوة الطفو:

$$F_b = W - W' = \rho_f g V$$

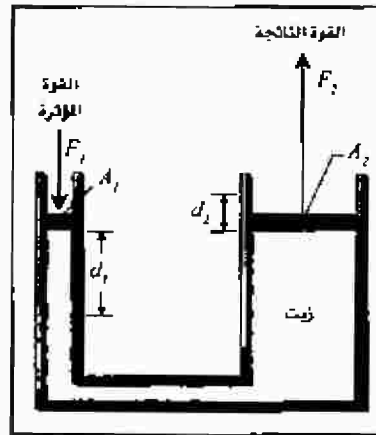
$$= (1600 \text{ kg.m}^{-3})(9.8 \text{ m.s}^{-2})(300 \text{ m}^3)$$

$$= 47.1 \times 10^5 \text{ N}$$

13-6-5 قاعدة باسكال Pascal's Principle:

إذا سلطنا ضغطاً خارجياً على أي جزء من مائع في مكان محصور وساكن، فإن هذا الضغط سيؤثر على جميع أجزاء المائع بشكل متساوٍ. هذا هو مضمون قاعدة العالم الفرنسي بلسكال *Pascal's principle* والذي وضعه نتيجة لتجاربه العلمية في هذا المجال، وهو مبدأ قديم: ذلك أن

باسكال عاش في الفترة ما بين 1623-1662م. وهنا لا بد من الإشارة إلى أن مفهوم هذه القاعدة يعني أن ضغطاً آخر سيؤثر على دراستنا للحالة التي تنطبق عليها هذه القاعدة خلاف الضغط الجوي الذي يقع تحت تأثيره كل ما هو موجود ضمن الغلاف الجوي، ولا بد من التأكيد على أهمية هذه القاعدة في تصميم الكثير من الأجهزة التي تعتمد في عملها على ضغط الزيت أو ضغط الماء كالرافعات الزيتية والمطارق والعجلات والفرامل. وتجدر الإشارة هنا إلى أن المائع المستخدم لهذا الغرض لا بد أن يستوفي مجموعة من الشروط الذاتية والصحية المحددة، كالثبات والتبخر وعدم كونه آكلًا *corrosional* للوعاء الذي يحتويه وليس ساماً أو سريع الاشتعال وليبيان الاستخدام العملي لهذه القاعدة تأمل الشكل (13-11).



الشكل (13-11) يبين مبدأ قاعدة باسكال

من خلال القوة المؤثرة (F_1) على المساحة (A_1)، وانتقال تأثير ذلك على المساحة (A_2)

تجد في هذا الشكل مكبسين *two pistons* مساحة الأول (A_1) والقوة المؤثرة عليه (F_1)، أما مساحة الثاني فهي (A_2) والقوة الناتجة المؤثرة عليه نحو الأعلى (F_2).

إن قاعدة باسكال تقتضي الآتي:

$$P_1 = P_2 = P = \frac{F_1}{A_1} \quad (13-27)$$

أي أن الضغط متساوٍ في جميع المواقع ويمكن استخدام هذا المبدأ عملياً للحصول على القوة (F_2)، والتي تساوي:

$$\frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1}$$

$$F_2 = \left(\frac{A_2}{A_1} \right) F_1 \quad (13-28)$$

أي أنه بالإمكان استخدام قوة صغيرة (F_1) للحصول على قوة كبيرة (F_2) تتناسب طردياً مع مساحة المكبس الكبير والقوة الصغيرة، وعكسياً مع مساحة المكبس الصغير. وهكذا يمكننا زيادة القوة الرافعة من خلال التحكم بالنسبة (A_2/A_1)، وتحتاج الرافعات التي تؤدي عملاً كبيراً إلى كميات كبيرة من المائع المستخدم لهذا الغرض.

إن مبدأ باسكال يستخدم على نطاق واسع في ما يسمى بعلم الهيدروليك، والرافعات الهيدروليكية *hydraulic lever*، والذي يعتمد أساساً على تكبير القوة الأولية (F_1) إلى القوة الثانية (F_2).

مثال (13-16): Example

في الشكل (13-11) يبلغ مقدار القوة المؤثرة على المكبس الصغير (F_1) (200 N)، تؤثر على مساحة مقدارها (A_1) (0.25 m^2)، أوجد المساحة المطلوبة في المكبس الكبير كي نحصل على قوة (F_2) تساوي (1000 N).

الحل Solution:

$$\begin{aligned}\frac{F_1}{A_1} &= \frac{F_2}{A_2} \\ F_1 A_2 &= F_2 A_1 \\ A_2 &= \frac{F_2 A_1}{F_1} \\ &= \frac{(1000\text{ N})(0.25\text{ m}^2)}{200} \\ &= \frac{250}{200} = 1.25\text{ m}^2\end{aligned}$$

7-13 الشد السطحي Surface Tension:

تتشترك جميع الموائع بخاصية قابلية مساحتها السطحية للانكماش، وهذا الانكماش يؤدي إلى تفسير الزيادة في سطح المائع بسبب صعود جزيئات إضافية من داخل المائع إلى السطح بسبب امتلاكها للطاقة اللازمة لذلك، إن ميل كمية الزيت المنسكبة على الطاولة أو الأرض مثلاً إلى الانكماش واضح جداً من خلال تكوين كرات صغيرة تتدحرج بسهولة على سطح الطاولة أو سطح الأرض، كما أن انكماش قطرات الماء حول بقايا المواد الدهنية في الأطباق غير النظيفة، ومشاهدات أخرى كثيرة كلها تفسر على أساس هذه الظاهرة، ظاهرة الشد السطحي *surface tension*.

ويمكن تفسير ما يحدث على ضوء النظرية الجزيئية للسوائل *fluids molecular theory* والتي تقتضي الانتباه إلى حقيقتين أساسيتين وفق هذه النظرية، وهما:

1- وجود قوى التماسك الجزيئية بين جزيئات المائع الواحد *cohesive forces*.

2- وجود قوى التلاصق عند السطح بين جزيئات المائع والجدار الداخلي للوعاء الذي يحتويه *adhesive forces*.

ومن الجدير بالذكر أن ظاهرة الشد السطحي تحدث عند السطح العلوي للسائل وكذلك السطوح الملامسة للوعاء الذي يحتويه، وتستثني من ذلك الجزيئات الموجودة داخل السائل، وذلك لأنها تكون خاضعة لتأثير قوى الجزيئات الأخرى المحيطة بها من جميع الجهات مما يؤدي إلى أن تكون محصلة تأثيرها على الجزيئات الداخلية مساوية للصفر.

أما بالنسبة للجزيئات الأخرى الموجودة عند السطح فإنها تخضع لتأثير قوى الجزيئات الواقعة تحتها وتعمل باتجاه الأسفل، حيث تؤدي محصلة هذه القوى إلى تحريك الجزيئات أو شدّها نحو الأسفل إلى داخل السائل وهذا ما يفسر القابلية الدائمة لسطح السائل إلى الانكماش.

ولتسهيل وتقريب هذا المفهوم دعنا نعتبر أن سطح السائل مكون من عدد كبير جداً من الخطوط المستقيمة أو الأشكال الأخرى من الخطوط التي يحددها شكل السائل، وعلى أساس هذا الاعتبار يمكننا أن نقدم تعريفاً لمعنى التوتر السطحي.

• تعريف التوتر السطحي (*definition of surface tension (TS)*):

هو القوة (F) التي تؤثر على وحدة الأطوال (l) من خط مرسوم على سطح السائل، حيث يكون اتجاه القوة عمودياً على ذلك الخط ومماساً للسطح، وعلى هذا الأساس يمكننا أن نعبّر عن ذلك بالعلاقة الرياضية:

$$T_s = \frac{F \text{ (Newton)}}{l \text{ (meter)}} \quad (13-29)$$

ويمكننا أن نتعرف على وحدة قياس التوتر السطحي (T_s) بالتعويض في المعادلة السابقة (13-29) كل كمية بوحدات قياسها:

$$\frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{m} = kg \cdot s^{-2}$$

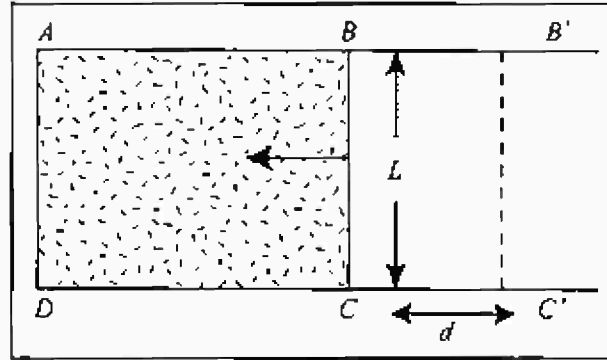
أي أن الوحدة هي $\{T^2\} \{M\}$ وفقاً لنظرية الأبعاد.

ومن الممكن عملياً تعيين مقدار التوتر السطحي حسب طبيعة الحالة الفيزيائية.

والسؤال الآن هو ما هي علاقة التوتر السطحي (TS) بالطاقة السطحية الناشئة على سطح سائل؟ هذا ما سوف نجيب عنه في الفقرة التالية.

13-7-1 الطاقة السطحية (ES) Surface Energy:

لتبسيط استيعاب هذه المسألة، انظر الشكل (13-12).



الشكل (13-12)

يوضح هذا الشكل غشاء من مائع داخل المحيط ($ABCD$)، حيث إن الضلع (BC) قابل تحركة داخل الضلعين المتوازيين (AB) و(DC).

افترض أن TS هو مقدار التوتر السطحي للسائل فإن هذا يفضي إلى أن القوة المؤثرة على الضلع (BC) هي:

$$F = 2 TS l \quad (13-30)$$

حيث إن (l) هو طول السلك (BC)، وسبب وجود العدد (2) في الطرف الأيمن من المعادلة هو وجود سطعين للسائل وهذا ما أدى إلى مضاعفة مقدار القوة.

افترض الآن أن السلك (l) تحرك إزاحة مقدارها (d) حيث أصبح عند الموقع الجديد ($B'C'$)، في هذه الحالة يكون الشغل المبذول عبارة عن:

$$W = F d = 2 TS l d$$

وبملاحظة أن المقدار ($2 l d$) هو عبارة عن الزيادة التي حصلت في مساحة الغشاء نجد أن:

$$W = TS A$$

$$A = 2 l d$$

ومن هنا نستطيع أن نعرف الطاقة السطحية (ES) على النحو الآتي: «هي عبارة عن الشغل المبذول لزيادة سطح السائل بمقدار وحدة المساحة»، ويعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$E_s = \frac{W (\text{Joule})}{A (m^2)} \quad (13-31)$$

أما وحدة قياس الطاقة السطحية فتساوي إلى:

$$E_s = \frac{kg \, m^2 \, s^{-2}}{m^2} = kg \, s^{-2}$$

أي أن تمثيل وحدة قياس (E_s) في نظرية الأبعاد هي $[M] [T^2]$.

وهذا ما يؤكد أن كمية الطاقة السطحية (E_s) تساوي كمية الشد السطحي (T_s) وذلك عند

ثبوت درجة الحرارة.

مثال (13-17) Example

سلك أفقي دائري الشكل قطره ($8cm$) غُمرَ في عينة من زيت خام، فإذا كانت القوة المضافة

نتيجة التوتر السطحي والتلازمة لشد السلك الدائري خارج السائل تساوي ($92 \times 10^{-4} N$).

أوجد حسابياً مقدار التوتر السطحي لهذا السائل.

الحل Solution:

$$T_s = \frac{F}{l}$$

حيث (l) يساوي إلى محيط الدائرة وهو:

$$l = \pi D = \pi (8 \times 10^{-2} m) \\ = 251 \times 10^{-3} m$$

$$T_s = \frac{(92 \times 10^{-4} N)}{2 (251 \times 10^{-3} m)} = 183 \times 10^{-4} Nm^{-1}$$

حاول أن تتعرف على سبب ضرب المقام بالعدد (2) عند التعويض لإيجاد مقدار (T_s).

مثال (13-18) Example

قطعة من أنبوبة زجاجية قطرها الخارجي ($4cm$)، وقطرها الداخلي ($3.5cm$) تستقر رأسياً

بحيث أن أحد طرفيها منغمس في الماء.

أوجد مقدار قوة الشد نحو الداخل المؤثرة على الأنبوبة والناشئة عن التوتر السطحي، إذا علمت

أن التوتر السطحي للماء يساوي ($74 \times 10^{-3} Nm^{-1}$).

الحل Solution:

$$T_s = \frac{F}{l}$$

$$F = T_s l$$

الطول الكلي للتلامس:

$$\begin{aligned} l &= (4 \times 10^{-2} + 3.5 \times 10^{-3}) \pi \\ &= 235.6 \times 10^{-3} \text{ m} \\ T_s &= 74 \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1} \\ F &= 74 \times 10^{-3} (\text{N.m}^{-1}) (235.6 \times 10^{-3} \text{ m}) \\ &= 174.4 \times 10^{-4} \text{ N} \end{aligned}$$

مثال (13-19): Example

فقاعة من الصابون قطرها (2cm)، يبلغ مقدار التوتر السطحي لحلول الصابون (25 dyne.cm^{-1}). أوجد مقدار الشغل المبذول ضد قوى التوتر السطحي لتكوين هذه الفقاعة.

الحل Solution:

$$\begin{aligned} W &= T_s A \\ A &= 2 \times 4 \pi r^2 \\ &= 2 \times \pi (1 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \\ &= 2.52 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ T_s &= 25 \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1} \\ W &= 25 \times 10^{-3} (\text{N.m}^{-1}) 2.52 \times 10^{-3} (\text{m}^2) \\ &= 6.3 \times 10^{-5} \text{ Joule} \end{aligned}$$

ملاحظة: $N = 105 \text{ dyne}$

ومكذلك فإن (25 dyne.m^{-1}) يساوي ($25 \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$).

13-7-2 الضغط الناشئ عن التوتر السطحي Surface Tension Pressure:

إن وجود التوتر السطحي يسبب زيادة في مقدار الضغط داخل قطره من سائل أو فقاعة من غاز، عن مقدار الضغط خارج هذه الأجسام، ويعبر عن ذلك الضغط *surface tension pressure* بقانونين الآتيين وفقاً لكل حالة:

1- إذا كانت القطرة على شكل كرة *spherical drop* فإن زيادة الضغط داخلها يساوي:

$$P_T = \frac{2T_s}{r} \quad (13-32)$$

حيث إن:

(PT): الزيادة الحاصلة في الضغط داخل القطرة الكروية.

(T_s): التوتر السطحي للقطرة الكروية.

(r): نصف قطر القطرة الكروية.

2- إذا كانت الفقاعة على شكل كرة معتلة بالفاز *spherical shell* فإن زيادة الضغط داخلها

يساوي:

$$P_r = \frac{4T_s}{r} \quad (13-33)$$

حيث إن:

(P_r): الزيادة الحاصلة في الضغط داخل الفقاعة الكروية.

(T_s): التوتر السطحي للفقاعة الكروية.

(r): نصف قطر الفقاعة الكروية.

مثال (13-20): Example

فقاعة من الصابون مقدار نصف قطرها الدائري يساوي (3cm)، ومقدار توترها السطحي

يساوي ($0.10^{-1} \text{ Nm}^{-1}$).

أوجد حسابياً مقدار الزيادة في الضغط داخل الفقاعة.

الحل Solution:

$$P_r = \frac{4T_s}{r}$$

$$T_s = 0.105 (\text{N.m}^{-1})$$

$$r = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$P_r = \frac{4(0.105 \text{ N.m}^{-1})}{(3 \times 10^{-2} \text{ m})}$$

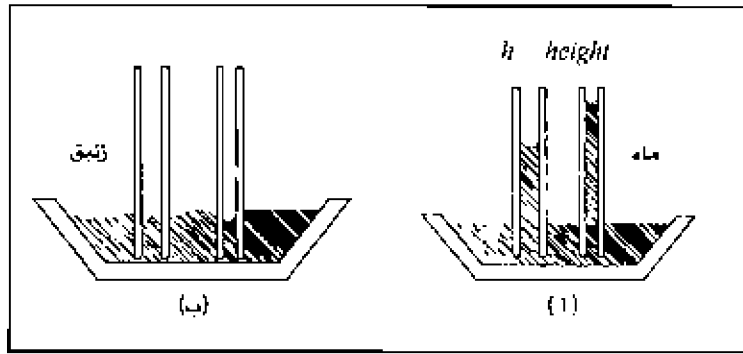
$$= 14 (\text{N.m}^{-2}) = 14 (\text{Pa})$$

ملاحظة: $1 (\text{N.m}^{-2}) = 1 (\text{pascal})$

13-7-3 التوتر السطحي للأنابيب الشعرية Capillary Tubes Surface Tension:

تأمل الشكل (13-13)، تلاحظ وعاء من الماء وآخر من الزئبق يحتوي كل منهما على أنبوتين

شعيرتين أنصاف أقطارهما صغيرة جداً، بحيث نعتبرهما أنبوتين شعيرتين.



الشكل (13-13)

الجزء الأول من الشكل (13-13) وهو الجزء (أ) يوضح أن الماء سوف يرتفع بعد قليل خلال الأنابيب الشعرية، ومن الجدير بالذكر أن مقدار هذا الارتفاع يتناسب عكسياً مع نصف قطر الأنبوبة الشعرية، وهذا واضح تماماً من خلال الشكل المذكور.

أما الجزء الثاني من الشكل (13-13) وهو الجزء (ب) فيوضح أن الزئبق قد انخفض داخل الأنابيب الشعرية، ومن الواضح أيضاً أن مقدار هذا الانخفاض يتناسب عكسياً مع أنصاف أقطار الأنابيب الشعرية.

إذن كيف يمكن أن نفسر هاتين الملاحظتين؟

إن النظرية الجزيئية التي سبق ذكرها في الفقرة (7-13) من هذا الفصل هي التي يمكن اعتماد مفهومها لتفسير كلا الظاهرتين، نعلم هنا ارتفاع الماء وانخفاض الزئبق داخل الأنابيب الشعرية. ففي حالة الماء تغلبت قوى تلاحق الماء مع الزجاج على قوى التماسك بين جزيئات الماء ذاته، بينما حصل العكس تماماً في حالة الزئبق وهذا ما يشير بوضوح إلى ارتفاع مقدار قوى التماسك بين جزيئات الزئبق.

والآن هل سيستمر ارتفاع الماء داخل الأنبوبة الشعرية أم لا؟

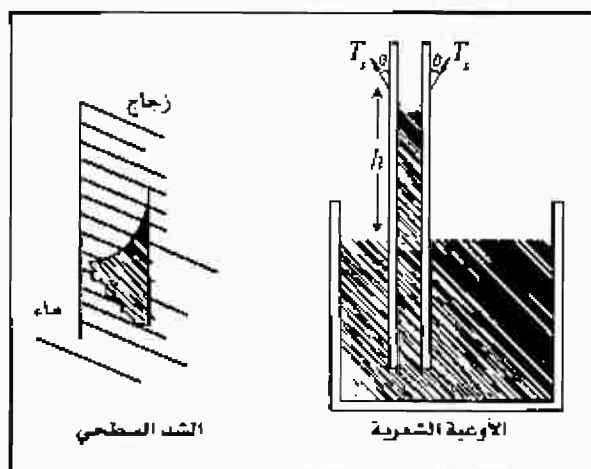
إجابة هذا السؤال تكمن في النقطة التي تصل فيها القوتان الناتجة عن الشد السطحي وقوة وزن عمود الماء داخل الأنبوبة الشعرية، إلى حالة الاتزان. وبفرض أن الماء قد ارتفع في الأنبوبة الشعرية مقدراً يمكن قياسه (h)، عندها نشاهد أن سطح الماء يكون مقعراً داخل الأنبوبة الشعرية وهذا ما يجعلنا نمثل الشد السطحي (TS) على شكل خط مماس لهذا التقعر، انظر الشكل (13-14).

تأمل الشكل (13-14).

(TS): تمثل الشد السطحي.

(θ): الزاوية التي يصنعها الشد السطحي مع جدار الأنبوبة الشعرية الخارجي.

(h): مقدار ارتفاع الماء داخل الأنبوبة الشعرية.



الشكل (13-14)

إن المركبة العمودية للقوة المؤثرة على وحدة طول الغشاء المائي الملاصق لجدران الأنبوبة هي عبارة عن:

$$\vec{F} = T_s \cos(\theta) (2\pi r) \quad (13-34)$$

حيث إن: ($2\pi r$) محيط سطح الماء الملاصق للأنبوبة.

إن قوة وزن الماء داخل الأنبوبة الشعرية تساوي:

$$\vec{W} = mg \quad (13-35)$$

حيث إن:

(m): كتلة الماء المرتفع.

(g) هي تعجيل الجاذبية الأرضية.

من المعلوم من تعريفنا للكثافة أن:

$$m = \rho V$$

حيث (ρ) هي كثافة الماء و(V) هي حجم الماء الذي يمكن إيجاده من خلال إيجاد حجم

الأسطوانة الدائرية ذات نصف القطر (r) والارتفاع (h).

وهكذا:

$$V = \pi r^2 h$$

$$m = \rho \pi r^2 h$$

$$(13-36)$$

من المعادلتين (13-35) و (13-36) نجد أن:

$$\vec{W} = \rho \pi r^2 h g \quad (13-37)$$

وفي حالة توازن القوتين نجد أن:

$$\vec{W} = \vec{F}$$

من المعادلتين (13-34) و (13-37) نجد أن:

$$\rho \pi r^2 h g = T_s \cos(\theta) 2 \pi r$$

$$T_s = \frac{1}{2 \cos(\theta)} r h \rho g \quad (13-38)$$

وعندما يكون الماء نقياً فإن $(\theta = 0)$ أي أن:

$$\cos(\theta) = 1$$

وتؤول المعادلة (13-38) إلى الشكل:

$$T_s = \left(\frac{1}{2} \right) \rho g h r \quad (13-39)$$

وذلك على افتراض أن سطح الماء يكون مستوياً، وحقيقة الأمر أن سطح الماء لا يكون كذلك، بل يكون مقعراً، والشكل العام للمعادلة (13-39) وهو:

$$T_s = \left(\frac{1}{2} \right) \rho g r \left(h + \frac{1}{3} r \right) \quad (13-40)$$

ومن الجدير بالذكر هنا أن الزاوية (θ) في حالة الزئبق أو السوائل التي لا تبلل الزجاج تكون أكبر من (90°) ، وهذا ما يفسر تحذب السائل داخل الأنبوبة الشعرية، انظر الشكل (13-13).

إن هذه الخاصية تتطوي على قدر كبير من حكمة وعلم الله سبحانه وتعالى، فبفصل هذه الخاصية تتغذى باقي أجزاء النبات عن طريق الجذور وهي صورة تعكس دقة صنعة المولى جلّ وعلا، كما أن ارتفاع المياه الجوفية خلال مسامات التربة يُفسّر على هذا الأساس، وهذا ما يمكن اعتماده إلى حدود معينة ارتفاع الأشجار، إلا أن الأشجار الشاهقة يُفسّر ارتفاع الماء خلالها على أساس الضغط السالب الناتج من قوى التماسك بين جزيئات الماء.

وأخيراً لا بد من الإشارة إلى أن الشد السطحي (T_s) لأي مائع يتغير وفقاً لتغير درجة الحرارة، وليبيان ذلك انظر الجدول (13-3).

السائل fluid	درجة الحرارة $T_s (0\text{ }^{\circ}\text{C})$	درجة الحرارة $T_s (20\text{ }^{\circ}\text{C})$	درجة الحرارة $T_s (50\text{ }^{\circ}\text{C})$
الماء	75.6	72.7	67.9
الكحول	24	22.3	19.8
البنزين	31.5	28.9	25
الأسيتون	26.3	23.6	19.9
الزئبق	508	480	445

الجدول (13-3)

(TS) unit is (dyne.cm-1)

مثال (13-21): Example

أنبوب شعري مصنوع من الزجاجي مقدار نصف قطره الداخلي ($2 \times 10^{-3} \text{ m}$) مثبت بشكل عمودي في وعاء زئبقي. أوجد حسابياً مقدار انخفاض الزئبق خلال هذه الأنبوية الشعرية إذا كان الشد السطحي يساوي ($49 \times 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$)، ومقدار الكثافة النسبية للزئبق (13.6)، بينما تبلغ زاوية التلامس (135°).

الحل: Solution

$$\begin{aligned}
 T_s &= \frac{l}{2 \cos(\theta)} \rho g r h \\
 \theta &= 135^{\circ} \Rightarrow \cos(\theta) = -0.707 \\
 \rho_r &= 13.6 = \frac{\rho}{1000} \\
 \rho &= (13.6)(1000) = 13600 \text{ kg.m}^{-3} \\
 r &= 2 \times 10^{-3} \text{ m} \\
 \therefore h &= \frac{T_s (2 \cos(\theta))}{\rho g r} \\
 &= \frac{49 \times 10^{-2} (\text{N.m}^{-1})^2 (-0.707)}{13600 (\text{kg.m}^{-3}) (9.8 \text{ m.s}^{-2}) 2 \times 10^{-3} \text{ m}} \\
 h &= -2.6 \times 10^{-3} \text{ m} \\
 h &= -2.6 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

مثال (13-22): Example

أنبوبية شعرية مقدار نصف قطرها الداخلي ($25 \times 10^{-3} \text{ m}$) غمرت في وعاء من الماء مقدار توتره السطحي ($72 \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$). أوجد حسابياً مقدار ارتفاع الماء في الأنبوية الشعرية.

الحل Solution:

من المثال (13-21) السابق رأينا أن الارتفاع أو الانخفاض (h) يمكن التعبير عنه بالمعادلة

$$h = \frac{2T_s \cos(\theta)}{\rho g r}$$

$$T_s = 72 \times 10^{-3} (N.m^{-1})$$

$$\theta = 0 \Rightarrow \cos(\theta) = 1$$

$$r = 25 \times 10^{-3} (m)$$

$$\rho = 1000 (kg.m^{-3})$$

$$g = 9.8 \times m.s^{-2}$$

$$h = \frac{2 \times (72 \times 10^{-3} N.m^{-1})(1)}{(1000 kg.m^{-3})(9.8 m.s^{-2})(25 \times 10^{-3} m)}$$

$$= 0.0587 m$$

$$h = 5.87 cm$$

والآن، إذا استمرينا في إنزال الأنبوبة الشعرية داخل الماء حتى لا يبقى منها سوى $(10.9 cm)$ ، ما الذي نتوقع حدوثه؟

من خلال المعلومات التي توفرت لدينا نجد أن الجزء الظاهر من الأنبوبة الشعرية فوق سطح الماء يجب أن يكون أكثر من $(5.87 cm)$ ، وقد يتبادر إلى الذهن أن الارتفاع $(1 cm)$ سوف يؤدي إلى خروج الماء من الأنبوبة الشعرية وعودته إلى الوعاء الأصلي، وأن هناك احتمالية لتكرار واستمرار هذه العملية، ولكن ذلك مناقض لإحدى أهم النظريات في الفيزياء، وهي نظرية حفظ الطاقة، إذ أن هذه العملية تستوجب بذل شغل خارجي عليها وهذا ما هو غير متوفر في هذه الحالة. إلا أن تفسير وقوف الماء عند حدود الأنبوبة الشعرية يُفسَّر على أساس ارتفاع مقدار زاوية التلامس، ففي هذه الحالة على سبيل المثال وباستخدام العلاقة الرياضية (13-38) نجد أن مقدار الزاوية المصاحب لارتفاع قدره $(1 cm)$ يساوي $(\theta = 82.2^\circ)$ ، وعندها تكون المركبة العمودية للشد السطحي صغيرة كافية لمعادلة وزن عمود الماء داخل الأنبوبة الشعرية.

$$\cos(\theta) = \frac{h \rho g r}{2T_s} = 0.17$$

$$\theta = \cos^{-1}(0.17) = 82.3^\circ$$

مثال (13-23) Example:

تعتبر الشجرة مجموعة من الأنابيب الشعرية يبلغ متوسط نصف قطر الواحد منها $(2.5 \times 10^{-5} m)$.

أوجد حسابياً أقصى ارتفاع يمكن أن تصله عصارة المادة الغذائية للنبات عند درجة الحرارة (50°C) ، حيث تقترب في طبيعتها من طبيعة الماء عند درجة الحرارة هذه، علماً بأن مقدار الشد السطحي الموافق لهذه الحالة هو $(67.9 \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1})$.

الحل Solution:

$$h = \frac{2T_s \cos(\theta)}{\rho g r}$$

$$T_s = 67.9 \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$$

$$\theta = 0 \Rightarrow \cos(0) = 1$$

$$\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$$

$$r = 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} h &= \frac{2 \times (67.9 \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}) (1)}{(10^3 \text{ kg.m}^{-3}) (9.8 \text{ m.s}^{-2}) (2.5 \times 10^{-3} \text{ m})} \\ &= 0.554 \text{ m} \\ &= 55.4 \text{ cm} \end{aligned}$$

وهنا ما يؤكد عدم المقدرة العلمية على اعتماد التفسير العملي للخاصية الشعرية كأساس لصعود المواد الغذائية من الجذر إلى باقي أجزاء النبات، ومرة أخرى نؤكد على الضغط السالب لجزيئات الماء ومدى فاعليته في تغذية النباتات ذات الارتفاع العالي، إذ أنه هو الذي يتسبب في صعود الغذاء إلى ارتفاعات عالية في الأشجار إذ أن كثيراً من الأشجار يزيد ارتفاعها عن هذا المقدار البسيط.

13-8 الانتشار Diffusion:

إن ظاهرة الانتشار تحظى بأهمية بالغة في حالات المادة الثلاثة، إلا أن أهميتها تتجلى بشكل أكبر في الحالة الغازية لأنها ظاهرة ذاتية سريعة الآلية، فانتشار غاز الأمونيا *ammonia gas* في درجة حرارة الغرفة بسرعة تقارب (500 m.s^{-1}) ، أو انتشار قاتل الحشرات *insect killer spray* داخل الغرفة أو انتشار رائحة العطر *perfume* على الرغم من سكون الهواء، كل ذلك نتائج ملموسة دالة على وجود هذه الظاهرة وسرعة حدوثها، أما في السوائل فهي أقل سرعة وأبطأ آلية كانتشار قطرة من الحبر في وعاء مليء بالماء النقي الساكن حيث يمكن ملاحظة الانتشار التدريجي للحبر داخل وعاء الماء. أما في المواد الصلبة فإن العملية تستغرق وقتاً طويلاً وذلك لأن معدل الانتشار يكون بطيئاً للغاية، فقد يستغرق ذلك عدداً من السنوات، ويعتبر التشوه الحاصل لإحدى عجائب الدنيا السبع، قصر تاج محل في الهند والمصنوع من مادة الرخام *marbel* شاهداً ملموساً على الانتشار لغازات مختلفة كأول أكسيد الكربون *carbon mono oxide* وغيرها في المواد الصلبة.

وقد حظيت هذه الظاهرة باهتمام كثير من العلماء، منهم العالم غراهام *Graham* (1857م)، الذي قدم فيما بعد قانونه المعروف لانتشار الغازات، والذي ينص:

«إن معدل انتشار غاز ما يتناسب تناسباً عكسياً مع الجذر التربيعي لكثافته».

إذا ما أخذنا غازين أحدهما كثافته (ρ_1) والآخر (ρ_2) فإن العلاقة الرياضية التي تربط بين انتشاريهما وفقاً لقانون غراهام هي:

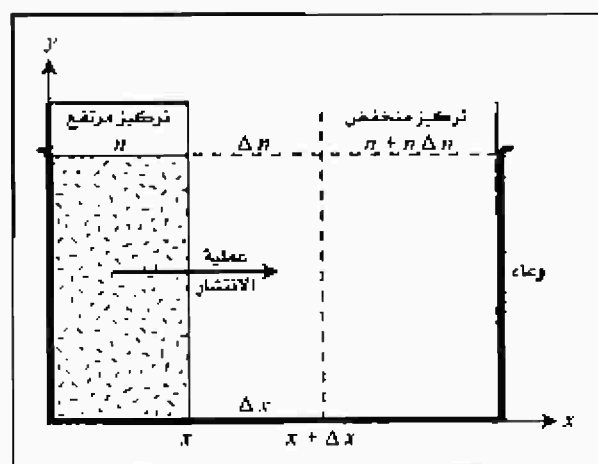
$$\frac{d_2}{d_1} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (13-41)$$

حيث إن: (d_1, d_2) هما معدل الانتشار للغازين الأول والثاني على التوالي.

إلا أن قانون غراهام هذا لا يساعد على استيعاب آلية الانتشار في السوائل، ولكن غراهام نفسه سجل استنتاجاته في دراسات أجراها حول هذه المسألة. أشار إلى أن معدل الانتشار يعتمد على طبيعة الملح المذاب *soluble salt* على الرغم من تساوي تراكيزها *concentrations*، كما أن هناك علاقة بين الانتشار والتراكيز للأملاح، وعلاقة ذلك بدرجة الحرارة، حيث وجد أن معدل الانتشار يزداد بازدياد درجة الحرارة.

أما العالم *Fick* فقد توصل في عام 1855م إلى وضع قانونه المعروف باسمه والذي يوضح فيه معدل الانتشار في كل من المواد السائلة والصلبة.

إن معدل انتشار المادة المذابة *soluble* خلال وحدة المساحة في أي اتجاه في المذيب *solvent* يتناسب طردياً مع انحدار تركيز المذاب في ذلك الاتجاه، ولتوضيح ذلك تأمل الشكل الآتي.



الشكل (13-15)

انتشار المذاب خلال المذيب

حيث إن:

(n): هو تركيز المذاب عند النقطة (x).

(A): المساحة التي قطعها الجزيئات بين الموقعين (x) و($x + \Delta x$).

(Δt): الزمن اللازم لذلك.

(Δm): كتلة المذاب التي قطعت المساحة (A).

والآن نجد أن:

($\Delta m / \Delta t$): تمثل معدل انتشار المذاب خلال المساحة (A).

($\Delta n / \Delta x$): تمثل انحدار التركيز مع المسافة في ذات الاتجاه.

إذن:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} \propto -A \frac{\Delta n}{\Delta x}$$

وبإدخال ثابت التناسب:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -D A \frac{\Delta n}{\Delta x} \quad (13-42)$$

وهي المعادلة التي تبين الصيغة الرياضية لقانون فـك.

لاحظ أن (D) هو عبارة عن ثابت الانتشار، وأن الإشارة السالبة في قانون فـك تعني أن حركة المذاب يعكس اتجاه زيادة التركيز.

إن الحالة التي تكون فيها جزيئات المذاب على شكل كرات ذوات أنصاف أقطار متساوية (r) وتتحرك في سائل ذي لزوجة (η) ودرجة حرارة (T) فإن معامل الانتشار (D) يُعبّر عنه بالمعادلة الرياضية الآتية:

$$D = \frac{K T}{6 \pi \eta r} \quad (13-43)$$

حيث إن (K): هو ثابت بولتزمان سابق الذكر، والمعادلة (13-43) تحمل اسم العالم أينشتاين *Einstein*، والجديد فيها أن حجم جزيئات السائل يلعب دوراً هاماً في عملية الانتشار، وهي لا تنطبق على الغازات، ولكن باستخدام قانون *Fick* فإن معامل انتشار الغاز يعبر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v} \quad (13-44)$$

حيث إن:

(λ): تمثل متوسط المسار *mean free path*.

($\bar{v}$): جذر مربع السرعة المتوسطة لجزيئات الغاز *average velocity square root*.

ومن المعلوم أن النظرية الحركية للغازات تمكنتنا من التعبير عن لزوجة الغاز بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \lambda \bar{v} \quad (13-45)$$

حيث إن:

(ρ): هي عبارة عن كثافة الغاز وهي عبارة عن حاصل ضرب.

(m): كتلة الجزيء الواحد بعدد الجزيئات في وحدة الحجم (n).

أي أن ($\rho = mn$).

ومن خلال المادلتين (13-44) و (13-45) نجد أن:

$$L = \frac{\eta}{\rho} \quad (13-46)$$

9-13 الخصائص الميكانيكية للموائع المتحركة *Mechanical Properties of Dynamic Fluids*:

إن الحالة المتحركة للموائع *dynamic fluids* تُظهر خصائص مختلفة عن تلك التي يَبْنَاهَا في حالة الموائع الساكنة *static fluids*، وهذه الخصائص على درجة كبيرة من الأهمية، ولعل خاصية اللزوجة *viscosity* تأتي في مقدمتها، وهي المسؤولة عن مقاومة حركة المائع، ومن الفوارق الجوهرية بين الحالتين الساكنة والمتحركة للموائع، تلك التي تؤكد بأن ضغط المائع الساكن يبقى ثابتاً، أما ضغط المائع المتحرك فهو ليس كذلك.

إن حركة المائع تعود إلى وجود قوة غير متوازنة *unbalanced force* تؤثر عليه وتندفع إلى الحركة، وتكون هذه الحركة معرضة إلى تأثير مجموعة من العوامل. ولدراسة الحالة المتحركة للموائع فإنه لا بد من التأكيد على أنها غير قابلة للانضغاط *incompressible* في دراستنا هذه، وسنقدم المفاهيم الأساسية المتعلقة بحركتها.

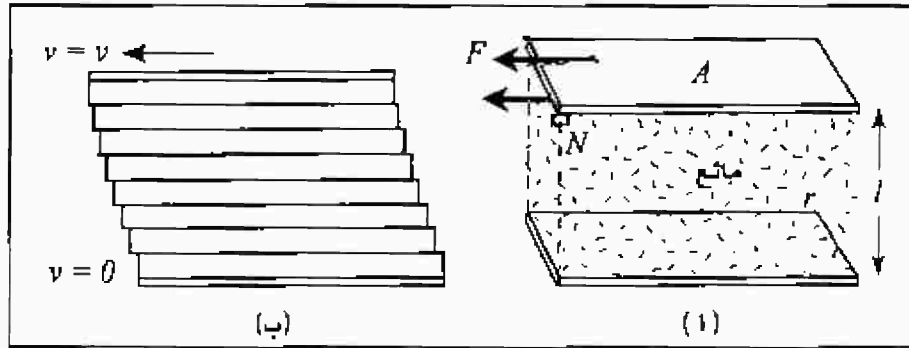
إن خاصية اللزوجة يتم التعبير عنها بمعامل اللزوجة، ويمكننا عملياً قياس معامل لزوجة المائع بطرق عديدة أشهرها طريقة بوازيل *Poiseuille's method* وطريقة ستوك *Stoke's method*، وسنناقش هاتين الطريقتين، كلاً على حدة.

13-2-1 طريقة بوازيل *Poiseuille's Method*:

لقد تمكن العالم الفرنسي بوازيل *Poiseuille* في عام 1840م من تقديم طريقة محددة لحساب معامل لزوجة سائل، وذلك من خلال قياس معدل التدفق *flow rate* للسائل المطلوب معرفة معامل لزوجته، ومعدل التدفق هو عبارة عن حجم المائع الذي ينساب خلال مجراه.

وستقدم لمفهوم اللزوجة قبل أن نتناول طريقة بوازيل لقياسها.

تعتبر لزوجة المائع *viscosity* مقياساً لمدى مقاومة المائع للانسياب، وتنشأ هذه المقاومة بسبب قوى الاحتكاك بين طبقات السائل في اتجاه معاكس لاتجاه حركته، إذ تعمل الموائع على مقاومة القوة التي تؤدي على تحريك طبقة من طبقات المائع فوق طبقة أخرى، وذلك بافتراض أن المائع مكون من مجموعة من الطبقات موضوعة الواحدة فوق الأخرى كما افترض ذلك نيوتن، وتظهر هذه المقاومة فقط عند وجود حركة قاصصة (مماسية) *tangential* ناتجة عن قوة مؤثرة، وعندما تزول هذه القوة يتوقف المائع عن السريان وتبقى جزيئاته في المكان الذي وصلت إليه دون وجود أية إمكانية للعودة إلى وضعه الأصلي، انظر الشكل (13-16).



الشكل (13-16)

(أ) يمثل بداية تأثير القوة على الطبقة العلوية للمائع

(ب) انزلاق الطبقة العلوية يتبعها انزلاق باقي طبقات المائع

إن المعادلة الرياضية التي يمكن استخدامها لفرض حساب اللزوجة هي:

$$\eta = \left(\frac{F}{A} \right) \left(\frac{L}{v} \right) \quad (13-47)$$

حيث إن:

(η): تمثل معامل اللزوجة وتقاس بوحدة البواز *poise*.

(F): القوة المؤثرة على طبقة المائع، وتقاس بالنيوتن.

(A): المساحة السطحية لطبقة المائع، وتقاس بالمتر المربع.

(v): سرعة طبقة المائع، وتقاس بالمتر لكل ثانية.

إن البواز *poise* هو وحدة قياس معامل اللزوجة في النظام الدولي (*SI*) وهي النيوتن ثانية لكل متر مربع.

$$SI \text{ viscosity unit} = N.s.m^{-2} = 10 P$$

$$10 P = 1000 cP$$

حيث تشير (P) اختصاراً إلى البواز، وحدة قياس معامل اللزوجة *poise*، أما (cP) فتشير إلى وحدة أخرى أصغر من البواز بمئة مرة وهي السنتي بواز *centipoise*، أي أن:

$$1 P = 100 cP$$

إذا كان المائع يسري خلال الماسورة *pipe* بسرعة (v) في فترة زمنية (t) من منطقة الضغط العالي إلى منطقة الضغط عند فوهة الماسورة معلومة الطول ونصف القطر، ضمن هذه المواصفات وجد بوازيل أن معدل انسياب المائع خلال الماسورة يمكن التعبير عنه رياضياً على النحو الآتي:

$$Q = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8 \eta L} \quad (13-48)$$

وتسمى هذه الصيغة بقانون بوازيل *Poiseuille's law*.

حيث إن:

(Q): الحجم الذي ينساب من الأنبوبة في الثانية الواحدة، (معدل انسياب المائع).

(P_1): الضغط العالي *high pressure*.

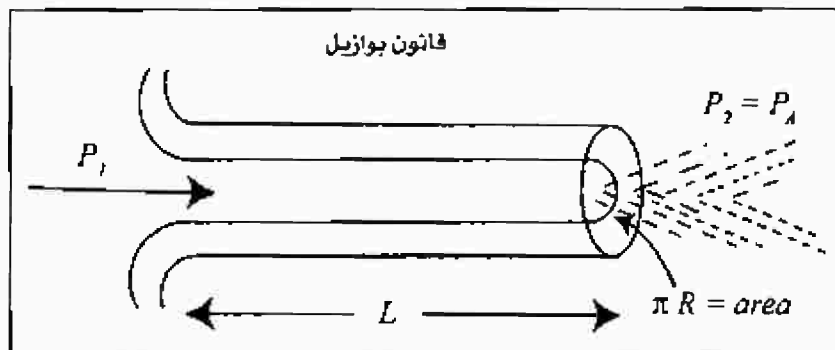
(P_2): الضغط عند فوهة الماسورة، وهو بطبيعة الحال أقل من الضغط (P_1) *low pressure*.

(η): معامل لزوجة المائع *viscosity coefficient*.

(L): طول الماسورة *the pipe length*.

(R): نصف قطر الماسورة *radius*.

انظر الشكل (13-17).



الشكل (13-17)

توضيح معاملات معادلة بوازيل، الموضحة في المعادلة (13-48)

Poiseuille's law

وكان بوازيل قد وضع مجموعة من الشروط لاستخدام معادلته هذه، ونذكرها فيما يلي:

1- يجب أن يكون جريان المائع انسيابياً *steady flow*.

2- يجب أن يتدفق المائع بانتظام *regular flow*.

3- طبقة السائل الملاصقة لجدار الأنبوبة يجب أن تكون ساكنة *static layer*.

4- يبقى ضغط المائع ثابتاً خلال أي مقطع من مقاطع سريانه، كما أن حركة المائع تبقى طولية *not lateral flow*.

ومن الممكن تحقيق كل هذه المواصفات، وذلك إذا كانت الأنبوبة شعيرية *capillarity type*،

ومنتظمة المقطع، وأفقية الانسياب *horizontal*.

مثان (13-24): *Example*

إذا علمت أن مقدار لزوجة الماء (0.81 cP) عند درجة الحرارة (30°C).

أوجد حسابياً كمية الماء التي تتساب في الثانية الواحدة (Q) خلال أنبوبة شعيرية طولها (20cm)

ونصف قطرها (0.15cm) إذا كان فرق الضغط عبر الأنبوبة ($P_1 - P_2 = 3 \text{ mm Hg}$).

الحل *Solution*:

$$L = 0.2 \text{ m}$$

$$R = 0.15 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\eta = 0.801 \text{ cP} = 0.801 \times 10^{-3} \text{ N sec m}^{-2}$$

$$(P_1 - P_2) = 3 \text{ mm Hg} = \left(\frac{3}{76} \right) (1.01 \times 10^5 \text{ N.m}^{-2})$$

$$Q = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8 \eta L}$$

$$= \frac{(3.14)(0.15 \times 10^{-2} \text{ m}) \left(\frac{3}{76} \right) (1.01 \times 10^5 \text{ N.m}^{-2})}{(8)(0.2 \text{ m})(0.801 \times 10^{-4} \text{ N.m}^{-2})}$$

$$= 5 \times 10^5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} = 50 \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$$

13-9-2 طريقة ستوك *Stoke's Method*:

لقد تمكن العالم البريطاني ستوك *Stoke* في منتصف القرن التاسع عشر من قياس معامل لزوجة المائع، وذلك بترك كرة معدنية نصف قطرها (r) تسقط سقوطاً حراً لتسير خلاله. وبيّن أن المقاومة الاحتكاكية من قبل المائع لحركة الكرة المعدنية تنشأ بسبب القوة:

$$F = 6 \pi r \eta v \quad (13-49)$$

حيث إن: (v) هي السرعة النهائية للكرة المعدنية الساقطة في المائع.

ولكي نتوصل إلى الصيغة الرياضية المعبرة عن معامل لزوجة السائل، لا بد أن نجد القوى التي تؤثر على الكرة خلال حركتها داخل المائع.

إن الكرة خلال حركتها داخل المائع تتعرض لتأثير ثلاثة قوى، هي:

1- قوة وزنها يكون اتجاهها نحو الأسفل (W) *weight* وتساوي إلى:

$$W = \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \right) g \quad (13-50)$$

2- قوة الطفو نحو الأعلى *buoyancy force*، وهي تساوي وفقاً لقاعدة أرخميدس وزن المائع المزاح، أي:

$$F_b = \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \sigma \right) g \quad (13-51)$$

حيث إن: (σ) تعبر عن كثافة السائل.

3- قوة احتكاك الكرة المعدنية مع السائل، وهي نحو الأعلى، أما مقدارها فتتمثله المعادلة (13-49).

إن المقدار (v) يعبر عن السرعة التي نكتسبها الكرة بعد أن يصبح مجموع القوى المؤثرة عليها مساوياً إلى الصفر عندئذ تصبح (v) سرعة منتظمة، أي أن:

$$(W - F_b) = F$$

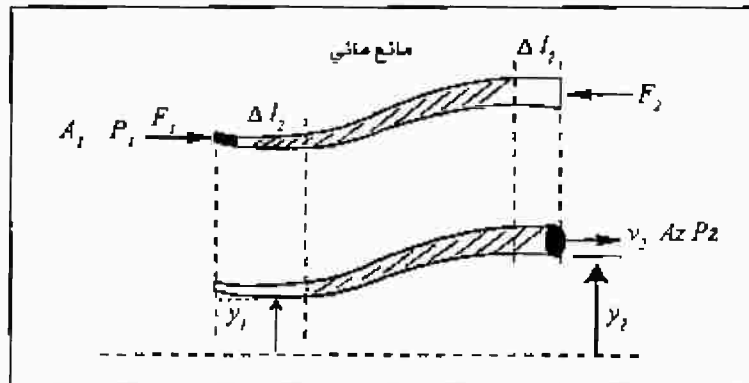
وبتعويض هذه القوى من المعادلات (13-49)، (13-50)، و(13-51) نجد أن:

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g - \frac{4}{3} \pi r^3 \sigma g &= 6 \pi \eta r v \\ \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho - \sigma) &= 6 \pi \eta r v \\ \eta &= \frac{2}{9} \frac{g r^2}{v} (\rho - \sigma) \end{aligned} \quad (13-52)$$

ولا بد من مراعاة عامل العمق المناسب لحساب السرعة (v)، وهذه هي إحدى التجارب التي يتم إنجازها عادة في المراحل الأولى الجامعية، وذلك باعتماد طريقة مناسبة لقياس السرعة (v) التي تبدأ بها الكرات الساقطة حركتها بها بعد أن تصل حالة الاتزان، وذلك من خلال إيجاد علاقة بين كل من المسافة التي تقطعها الكرة داخل المائع والزمن اللازم لذلك، ونفرض الدقة نعتمد إلى رسم خط بياني لتعجيل هذه العلاقة ثم إيجاد السرعة (v) وتعويض مقدارها في المعادلة (13-52)، كما يمكن إجراء ذات التجربة لمجموعة من الكرات بعد قياس أنصاف أقطارها، ورسم العلاقة بين السرعة ومربع نصف القطر.

13-9-3 معادلة برنولي Bernoulli's Equation

لقد وضع العالم السويسري دانيال برنولي في عام 1788م، هذه المعادلة بعد أن قام باشتقاقها، وأكد فيها أن ضغط المائع يتغير بتغير سرعته، وافترض أن كثافة المائع تبقى ثابتة وهذا يتفق مع كون المائع غير قابل للانضغاط، كما أن هذه المعادلة تحقق قانون حفظ الطاقة، الذي ينص أن مجموع الضغط والطاقة الحركية والطاقة الكامنة لوحدة الحجم يبقى ثابتاً في أي نقطتين على امتداد مسار المائع الانسيابي المثالي، ولتوضيح ذلك انظر الشكل (13-18).



الشكل (13-18)

يبين أن الشغل المنجز بواسطة القوى المضاغطة يساوي التغير في الطاقة خلال المنطقة المظلمة

إن حفظ كمية الطاقة يؤدي إلى:

$$\Delta P.E = \Delta mg(y_2 - y_1) \quad (\text{التغيير في الطاقة الكامنة})$$

$$\Delta K.E = \frac{1}{2} \Delta m(v_2^2 - v_1^2) \quad (\text{التغيير في الطاقة الحركية})$$

$$W = \Delta P.E + \Delta K.E \quad (\text{الشغل})$$

حيث إن: (v_1, A_1, P_1) تمثل الضغط ومساحة المقطع وسرعة المائع عند النقطة الأولى، بينما تمثل (v_2, A_2, P_2) هذه المقادير عند النقطة الثانية كما أن ارتفاع المساحة (A_1) عن المستوى الأفقي هو (y_1) وارتفاع المساحة (A_2) عن ذات المستوى الأفقي هو (y_2) ، وتكون معادلة برنولي على هذا الأسس وبعد التعويض عن كثافة المائع $(\rho \Delta m / \Delta V)$ نجد أن:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

وبشكل عام يمكن صياغتها على النحو الآتي:

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = a \quad \text{مقدار ثابت} \quad (13-53)$$

وهي الصيغة العامة لمعادلة برنولي لمائع في الحالة الحركية، ومن الممكن استخدامها لإيجاد ضغط المائع الساكن عند نقطة مجهولة، وذلك بالتعويض في المعادلة (13-53) عن $(v_1 = v_2)$ لنحصل على:

$$P_2 = P_1 + \rho g (y_1 - y_2) \quad (13-54)$$

أما إذا كان المقدار $(y_1 - y_2)$ مساوياً للصفر، وهذا يعني أن السائل لا يعاني من أي ارتفاع. فإن المعادلة تؤول إلى الشكل الآتي:

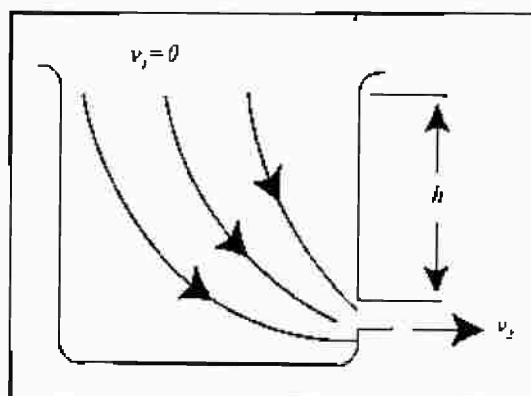
$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (13-55)$$

والتي تفسر على أن الزيادة في سرعة جزيئات المائع على طول خط مستقيم تؤدي إلى نقصان في ضغط المائع، والعكس صحيح.

مثال (13-25): Example

يتسرب الماء من فتحة صغيرة في أسفل خزان ماء كبير، انظر الشكل (13-19)، إذا كانت الفتحة تقع على عمق (h) .

أوجد حسابياً سرعة تسرب الماء.



الشكل (13-19)، المثال (13-25)

يتسرب الماء من فتحة الخزان، كما لو كان يسقط من ارتفاع (h)

الحل Solution:

بما أن الخزان كبير جداً، فإن السرعة الابتدائية على سطح الخزان سوف تكون مساوية للصفر، والضغط عند السطح وعند الفتحة التي يتسرب منها الماء هو عبارة عن الضغط الجوي وهكذا نجد أن معادلة برنولي تأخذ الشكل الآتي:

$$P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1$$

$$P_1 = P_2 = P$$

$$h_2 = h$$

$$h_1 = 0$$

$$v_1 = 0$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2} \right) \rho v_2^2 = \rho g h$$

$$v_2 = \sqrt{2 g h}$$

مسائل وتمارين الفصل الثالث عشر

Chapter Thirteen Exercises & Problems

- 13-1 كتلة من الكحول الإيثيلي مقدارها $(19 \times 10^2 \text{ kg})$ إذا علمت أن حجمها يساوي $(24 \times 10^5 \text{ m}^3)$.
أوجد حسابياً مقدار كل من:
(أ) الكثافة.
(ب) الكثافة النسبية للكحول الإيثيلي.
- 13-2 إذا علمت أن الكثافة النسبية لرابع كلوريد الكريون تساوي (1.6) .
أوجد حسابياً حجم كتلة منه يبلغ مقدارها (20 kg) .
- 13-3 إذا علمت أن الكثافة النسبية للألمنيوم تساوي (2.7) .
أوجد حسابياً كتلة قطعة من الألمنيوم حجمها (1.5 m^3) .
- 13-4 إذا علمت أن كتلة ذرة الهيدروجين تساوي $(1.66 \times 10^{-21} \text{ kg})$.
أوجد حسابياً عدد ذرات الهيدروجين في كتلة منه مقدارها $(2 \times 10^{-3} \text{ kg})$.
- 13-5 كرتين من النحاس كتلتيهما (20 kg) و (30 kg) على التوالي، تفصل بين مركزيهما مسافة مقدارها (2 m) .
أوجد حسابياً مقدار قوة التجاذب بين الكرتين.
- 13-6 نعتبر الأرض على وجه التقريب كروية، نصف قطرها $(6.4 \times 10^6 \text{ m})$.
أوجد حسابياً مقدار كتلة الأرض إذا علمت أن مقدار التعجيل الأرضي يساوي (9.8 m.s^{-2}) .
- 13-7 استخدم النتيجة التي حصلت عليها في المسألة (13-6) عن مقدار كتلة الأرض، وذلك لحساب قوة التجاذب بين الأرض والقمر إذا علمت أن مقدار كتلة القمر تساوي $(7.35 \times 10^{22} \text{ kg})$ ، ومقدار المسافة الفاصلة بينهما يساوي $(3.84 \times 10^8 \text{ m})$.
- 13-8 إذا علمت أن كتلة (1000 cm^3) من الحليب العادي تساوي (1.032 kg) ، وتبلغ نسبة الزمن فيه (4%) من حجمه الكلي.
أوجد حسابياً مقدار كثافة الحليب الخالي من الدهون إذا علمت أن كثافة المتر المكعب منه تساوي (865 kg.m^{-3}) .

13-9 قضيب من الحديد الصلب طوله يساوي $(2m)$ مثبت من نهايته العليا بشكل عمودي، ومعلق في نهايته السفلى قدره $(1000N)$.

أوجد حسابياً مقدار استطالة القضيب، إذا علمت أن نصف قطره يساوي $(2.5 \times 10^{-3} m)$ ، ومعامل يونج للحديد الصلب يساوي $(2.2 \times 10^{11} N.m^{-2})$.

13-10 قضيب من الحديد على شكل أسطوانة دائرية نصف قطرها $(3 \times 10^{-3} m)$ ، مثبت من نهايته العليا، ومعلق في نهايته السفلى ثقل قدره $(3000N)$ أدى إلى إحداث استطالة مقدارها $(0.5mm)$. أوجد حسابياً مقدار معامل يونج لهذا النوع من الحديد، إذا كان الطول الأصلي للقضيب يساوي $(3m)$.

13-11 قضيب معدني مرّن طوله يساوي $(8m)$ ، ومقدار نصف قطره يساوي $(2 \times 10^{-3} mm)$ مثبت من نهايته العليا، ومعلق في نهايته السفلى ثقل كتلته تساوي $(250kg)$ ، أحدث في القضيب استطالة مقدارها $(5mm)$.

أوجد حسابياً مقدار كل من:

(أ) الإجهاد.

(ب) الاتّصال.

(ج) معامل يونج للمرونة.

13-12 إذا كان الارتفاع العمودي لجسم إنسان يساوي $(80 \times 10^{-2} m)$.

أوجد حسابياً مقدار الضغط اللازم كي يرتفع الدم من القلب إلى أعلى نقطة في الرأس، علماً بأن كثافة الدم تساوي $(1.2 \times 10^3 kg.m^{-3})$ ، اعتبر قوة الاحتكاك مهملة.

13-13 حوض من الماء على شكل أسطوانتي دائري، ارتفاعه يساوي $(5m)$ ، ونصف قطر قاعدته يساوي $(1.5 m)$.

أوجد حسابياً مقدار كل من:

(أ) الضغط المؤثر على قعر الإناء.

(ب) الضغط عند نقطة تبعد مسافة $(3 m)$ عن سطح الخزان السفلي.

(ج) القوة الكلية المؤثرة على قعر الخزان.

(د) القوة المؤثرة عند نقطة تبعد $(3 m)$ عن سطح الخزان السفلي.

13-14 خزان على شكل متوازي أضلاع، قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها يساوي $(2m)$ ، يحتوي

على كمية من الزئبق ارتفاعها عن سطح الخزان السفلي يساوي $(50 \times 10^{-2} m)$ ، تليها كمية من الماء ارتفاعها عن سطح الزئبق العلوي يساوي $(80 \times 10^{-2} m)$.

أوجد حسابياً مقدار القوة المؤثرة على السطح السفلي للخزان.

13-15 وعاء مكعب الشكل طول ضلعه يساوي $(40 \times 10^{-2} m)$ ، يحتوي على غاز محصور بداخله يبلغ مقدار ضغطه (6 atm) .

أوجد حسابياً محصلة القوة المؤثرة على جدار الوعاء، إذا علمت أن الضغط الخارجي يساوي (1 atm) .
ملاحظة: $(1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2)$.

13-16 من المعروف أن عدد أفوكادرو يساوي $(NA = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})$.

أوجد حسابياً مقدار كل من:

(أ) عدد الجزيئات الموجودة في (5 mol) من غاز الهيدروجين.

(ب) كتلة (1 mol) من غاز الهيدروجين.

13-17 جدار مقدار مساحته (10 m^2) يخضع لتأثير ضغطين جانبيين، مقدار الأول منهما يساوي (2 atm) ومقدار الثاني يساوي (3 atm) .

أوجد حسابياً مقدار القوة المؤثرة على هذا الجدار.

13-18 فقاعة من الهواء صعدت من قعر بحيرة إلى سطحها فازداد حجمها بمقدار ثماني مرات

أوجد حسابياً عمق البحيرة إذا كان مقدار الضغط الجوي يساوي (76.4 mm Hg) ، علماً بأن درجة حرارة الهواء داخل الفقاعة بقيت ثابتة.

13-19 إذا علمت أن كثافة ماء البحر عند السطح تساوي $(1.02 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3})$.

أوجد حسابياً مقدار كثافة ماء البحر عند القعر إذا كان مقدار الضغط يساوي (10^8 N/m^2) .

13-20 جسم مقدار وزنه في الهواء يساوي (20 N) ، ومقدار وزنه في الماء يساوي (15 N) ، أما مقدار وزنه في السائل فيساوي (1200 N) .

أوجد حسابياً مقدار كل من:

(أ) كثافة الجسم.

(ب) كثافة السائل.

13-21 كرة مصنوعة من مادة الحديد مقدار كتلتها (4 kg) ، ومقدار كثافة الحديد تساوي

$(7.79 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3})$ ، معلقة بسلك ومغمورة في سائل مقدار كثافته $(9.8 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3})$.

أوجد حسابياً مقدار قوة الشد في السلك.

13-22 رجل سباح يعم في الماء بحيث يمكننا أن نعتبر جسمه مغموراً بشكل كامل.

أوجد حسابياً حجم هذا السباح إذا علمت أن وزنه يساوي (700 N) .

13-23 عتبة أسطوانية الشكل، تطفو عمودياً على سطح وعاء من الماء، مقدار قطرها يساوي $(16 \times 10^{-2} m)$ ومقدار ارتفاعها $(30 \times 10^{-2} m)$ ، وضعنا في داخلها وزن مقداره $(4N)$.

ما الذي نتوقع حدوثه الآن؟ هل سيزداد الجزء المغمور من العتبة داخل الماء أم سيقبل؟ أوجد حسابياً مقدار ذلك.

13-24 رجل مقدار وزنه في الماء يساوي $(60N)$ ، يطفو في الماء على قطعة من الجليد. أوجد حسابياً كلاً من كتلة وحجم قطعة الجليد.

13-25 سلك على شكل دائري مصنوع من مادة البلاتين طول محيطه يساوي $(16 \times 10^{-2} m)$ غُمر في وعاء من الكحول بشكل أفقي.

أوجد حسابياً مقدار التوتر السطحي (TS) للكحول، إذا كانت القوة الإضافية الناشئة عن التوتر السطحي اللازمة لشد السلك خارج السائل تساوي $(7.72 \times 10^{-3} N)$.

13-26 يطلع مقدار التوتر السطحي لمحلول من الصابون $(32 \times 10^{-3} N.m^{-1})$.

أوجد حسابياً مقدار الشغل اللازم بذله لتكوين فقاعة كروية الشكل من هذا المحلول قطرها $(30 \times 10^{-2} m)$.

ملاحظة: مساحة الكرة تساوي $(4\pi r^2)$.

13-27 قضيب مصنوع من الزجاج مستقر بشكل عمودي على سطح وعاء من الماء.

أوجد حسابياً مقدار الشد الناتج عن التوتر السطحي المؤثر على قضيب الزجاج، إذا علمت أن نصف قطره يساوي $(2 \times 10^{-2} m)$ ، وأن مقدار التوتر السطحي للماء يساوي $(7.5 \times 10^{-4} N.m^{-1})$.

13-28 أنبوبة زجاجية شعيرية، غُمر أحد طرفيها عمودياً في وعاء من الماء عند درجة حرارة الغرفة.

أوجد حسابياً مقدار ارتفاع الماء خلال الأنبوبة الشعيرية إذا علمت أن نصف القطر الداخلي لها يساوي $(12 \times 10^{-3} m)$ ، وأن الشد السطحي للماء هو $(72 \times 10^{-3} N.m^{-1})$.

ملاحظة: درجة حرارة الغرفة تساوي $(20^\circ C)$.

13-29 إذا كان مقدار الشد السطحي للبنزين يساوي $(289 \times 10^{-4} N.m^{-1})$.

أوجد حسابياً قطر الأنبوبة الشعيرية التي يرتفع خلالها البنزين مسافة مقدارها $(40 \times 10^{-2} m)$ ، وذلك في درجة حرارة الغرفة، إذا كان مقدار زاوية التماس:

أ) يساوي صفر.

ب) يساوي (5°) .

13-30 إذا علمت أن كثافة غاز النيتروجين عند الشروط القياسية من ضغط درجة حرار. تساوي (1.25 kg.m^{-3}) .

أوجد متوسط مربع سرعة جزيئات غاز النيتروجين.

ملاحظة: عند الشروط القياسية يكون مقدار الضغط $(1.05 \times 10^5 \text{ N.m}^{-2})$ ومقدار درجة الحرارة (20°C) .

13-31 إذا علمت أن مقدار متوسط طول المسار الحر لجزيئات غاز النيتروجين عند الشروط القياسية $(8 \times 10^{-3} \text{ m})$ ، وعدد جزيئاته عند هذه الظروف يساوي $(2.4 \times 10^{25} \text{ mol.m}^{-3})$.

أوجد حسابياً مقدار قطر جزيء النيتروجين.

13-32 أوجد حسابياً مقدار السرعة النهائية لذرة من التراب مقدار نصف قطرها يساوي (10^{-5} m) ، ومقدار كثافتها يساوي $(2 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3})$ وذلك في الهواء عند درجة الحرارة (20°C) .

13-33 نصف القطر الداخلي لشريان أحد الكلاب يساوي $(4 \times 10^{-3} \text{ m})$ ، حيث يتدفق الدم خلال هذا الشريان بمعدل $(10^{-6} \text{ m}^3.\text{s}^{-1})$.

أوجد حسابياً مقدار كل من:

(أ) متوسط سرعة الدم وكذلك أقصى سرعة للدم خلال هذا الشريان.

(ب) تغير الضغط خلال مسافة (0.1 m) على طول هذا الشريان.

13-34 خلال أنبوب نقل النفط الخام ذي مساحة المقطع الثابتة والمسار الأفقي ينخفض الضغط بمقدار (5 N.m^{-2}) بين نقطتين فيه، مقدار المسافة بينهما (1000 m) .

أوجد حسابياً مقدار الفقدان في الطاقة للمتر المكعب الواحد من النفط خلال المتر الواحد من المسافة.

13-35 يتساب الهواء فوق جناح الطائرة ذي المساحة (A) بسرعة (v_1) ويتساب تحت الجناح بسرعة (v_2) .

أثبت رياضياً أن المقدار (L) لقوة الدفع المسلطة على الجناح إلى الأعلى تساوي:

$$L = \frac{1}{2} \rho A (v_1^2 - v_2^2)$$

حيث (ρ) هي كثافة الهواء.

الغلاصة

Summary

- توجد المادة بصفة عامة على ثلاث حالات هي: الجامدة والسائلة والغازية، ومن الأهمية بمكان أن يتم التعرف على خصائص المادة الميكانيكية في أي من الحالات الثلاث قبل استخدامها في المجالات التطبيقية المختلفة، مثل: الكثافة، الوزن النوعي، تأثير القوى الخارجية عليها، تأثير الضغط، لزوجة المادة، مرونة المادة، انسيابيتها، إلى ما هنالك من خصائص أخرى.
- **كثافة المادة:** هي كتلة وحدة الحجم وتقاس في النظام الدولي بوحدة الكيلو غرام لكل متر مكعب، وذلك عند درجة حرارة ثابتة، حيث تؤثر درجة الحرارة على كثافة المادة، ولا بد من أن نتذكر الحالة الخاصة للماء بين درجتي الحرارة ($0-4^{\circ}\text{C}$).
- **الكثافة النسبية:** هي النسبة بين كثافة المادة في الهواء وكثافة الماء عند درجة الحرارة (3.8°C).
- **الوزن:** إن وزن الجسم في أي نقطة في الفضاء هو محصلة قوى الجذب المسلطة عليه من باقي الأجسام الأخرى الموجودة في هذا الفضاء.
- **المرونة:** هي نزوع المادة للرجوع إلى حالتها الأولية عندما تزول القوة التي تؤثر فيها.
- **الإجهاد:** وهو كمية فيزيائية قياسية ناتج عن تأثير المركبة العمودية للقوة الخارجية على المساحة التي تؤثر فيها ويقاس بنفس وحدات الضغط (الباسكال)، ويكون الإجهاد طولياً أو قصياً (القوة موازية لسطح الجسم)، أو حجمياً.
- **الانفعال:** وهو كمية فيزيائية قياسية بدون وحدة، ناتج عن قسمة التغير الحادث في الأطوال أو الحجم على الطول أو الحجم الأولي قبل تأثير القوة، ويكون مثل الإجهاد أيضاً، طولياً أو قصياً أو حجمياً.
- **معامل يونغ:** وهو تعبير عن مقدرة الجسم على مقاومة أو معاوقة التغير في الطول عند تأثير إجهاد طولي عليه، سواء كان على شكل شد أو ضغط، ويقاس بوحدة الباسكال أيضاً في النظام الدولي للقياس.
- **ضغط المائع:** القوة العمودية التي يؤثر المائع بها على وحدة المساحة، يضاف إلى ذلك مقدار الضغط الجوي.

- ضغط الغاز: إن ضغط الغاز المثالي يمكننا أن نعبر عنه بواسطة قانون بويل، أما ضغط الغاز الحقيقي فإننا نحتاج إلى تطبيق معادلة فاندرويلز لتحديدته ومعرفة العوامل الإضافية المؤثرة عليه.
- قاعدة أرخميدس: عندما يتم غمر الجسم جزئياً أو كلياً في المائع، فإن الجسم يتعرض لقوة دفع من الأسفل إلى الأعلى تساوي وزن السائل المزاح، ويطلق على الفرق بين وزن الجسم وهذه القوة، قوة الطفو.
- قاعدة باسكال: الضغط المؤثر على سائل محصور ينقله السائل دون تغيير إلى جميع أجزائه الأخرى وإلى جدران الوعاء الذي يحتويه، ويستخدم هذا المبدأ في علم الهيدروليك.
- قاعدة برنولي: يتناسب ضغط المائع المتحرك تناسباً طردياً مع سرعته.
- التوتر السطحي: نزوع السائل إلى الانكماش إلى أقل مساحة ممكنة بسبب قوى التماسك بين جزيئات سطح السائل، والتي تبقى محصلتها جذباً نحو الداخل، وهذا ما يفسر ظهور سطح السائل على شكل غشاء.
- معامل التوتر السطحي: هو الشغل اللازم بذله لزيادة مساحة سطح السائل بمقدار وحدة المساحة.
- الخاصية الشعرية: ارتفاع أو انخفاض السوائل في الأنابيب ذات الأقطار الصغيرة جداً قياساً إلى أبعاد الوعاء الذي يحتويها، إلى مستوى أعلى أو أقل من مستوى سطح السائل تبعاً لمجوعة قوتي التلاصق والتماسك.

البصريات الهندسية *Geometrical Optics*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يعرف ما هو المقصود بالبصريات الهندسية.
- أن يقرر بأن للضوء طبيعة موجية وأخرى كمية.
- أن يفسر عمليتي الانعكاس والانكسار من السطوح المستوية.
- أن يفسر المعنى الصحيح لقانون العالم سنل.
- أن يعرف العلاقة العلمية بين زاوية بريسثر وصناعة النظارات الشمسية.
- أن يخبر الفرق بين مختلف أنواع المرايا.
- أن يصف العدسات الرقيقة من خلال تحديد العلاقة بين ثوابتها.
- أن يعرف المعنى الصحيح لقوة العدسة، ويتعرف على مقياس قوة العدسة.
- أن يشتق المعادلة الرياضية المعروفة باسم معادلة صانعي العدسات.

البصريات الهندسية

Geometrical Optics

14-1 المقدمة Introduction:

قبل البدء بإعطاء فكرة محددة وتعريف مبسط عن البصريات الهندسية، لابد من التأكيد على أن كل الخصائص المعروفة للضوء قد تم تحديدها بدلالة تجارب مخبرية سمت بها إلى مرحلة اليقين، مثل انتشار الضوء بخطوط مستقيمة وانعكاسه عن السطوح الناعمة الصقيلة، وانكساره عند السطوح الفاصلة بين وسطين مختلفين كالهواء والزجاج، تداخل الضوء، قياس سرعة الضوء، تحليل الضوء باستخدام المنشور الزجاجي، استقطاب الضوء، إلى ما هنالك من حقائق أخرى.

كما لابد من التأكيد أيضاً أن الضوء هو سيل من الجسيمات تتبع من المصادر الضوئية وتسير بعد انبعاثها بخطوط مستقيمة.

وتقتضي الضرورة هنا وجوب بيان مسألتين على درجة كبيرة من الأهمية، تتعلق بالإجابة عن السؤال الجوهري هنا وهو: هل يمتلك الضوء طبيعة موجية أم طبيعة كمية؟

وحقيقة الأمر أن للضوء طبيعة موجية وأخرى كمية تظهر كل منهما أثناء التجارب العملية، أي أن الضوء يمتلك هاتين الطبيعتين معاً، وسنبين ما هو المقصود بكل منهما:

1- النظرية الضوئية *light wave theory*: لقد فسرت هذه النظرية كثيراً من الظواهر الهامة كالحييد *diffraction* والتداخل *interference*، وفي مثل هذه الظروف يظهر الضوء على شكل موجات *light waves*.

2- النظرية الكمية *light quantum theory*: لقد فسرت هذه النظرية كثيراً من الظواهر ذات الأهمية لتي لا تقل أهمية عن الظواهر التي فسرتها النظرية الضوئية، مثل انبعاث الضوء من الذرات *photoemission*، والظاهرة الكهروضوئية *photoelectric* والتي يتم فيها انبعاث الإلكترونات من سطح موصل عندما تسقط عليه أشعة ضوئية، على أساس أن الضوء ينبعث من المصدر على شكل دفعات من الطاقة سميت بالكم *quanta* أو الفوتونات *photons*.

ولعل التناقض بين النظريتين واضح تماماً، ولكنهما ضروريتان في الوقت ذاته لوصف الضوء وصفاً كاملاً وصحيحاً.

بعد هذا الإيضاح سنقدم مفهوماً مبسطاً عن البصريات الهندسية، إن الطول الموجي للصوت هو أكبر بكثير من الطول الموجي للضوء، ولعل استماعك للصوت القادم من المذياع مثلاً لا يشترط

رؤيتك له، بل تستطيع سماع الصوت حتى لو كان هناك حاجز بينك وبينه، إلا أن عينك لا بـ أن تقع عليه كي تتمكن من رؤيته. فالطول الموجي للصوت من رتبة ($\lambda = 1 \text{ meter}$) بينما الطول الموجي للضوء المرئي هو ($5 \times 10^{-7} \text{ nm}$).

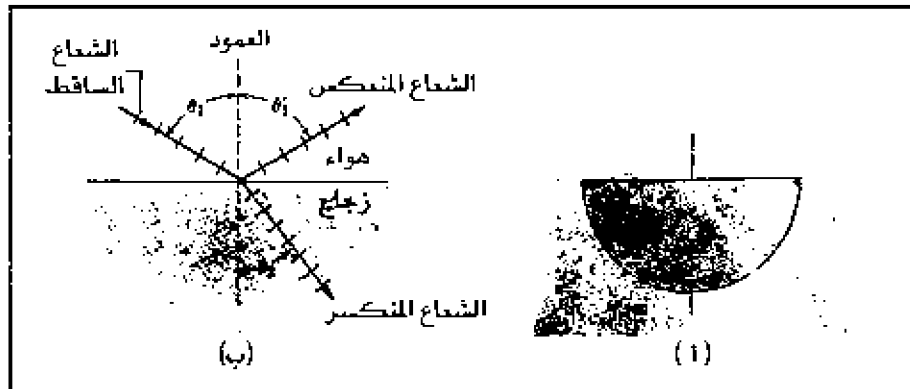
إن الأسطح الصقيلة الناعمة كالمرايا والعدسات تمتلك مساحات بطبيعتها الهندسية أكبر بكثير من أبعاد الطول الموجي، ولهذا يمكننا أن نصف انتشار الضوء بدلالة الخطوط المستقيمة. إن هذه العملية وما يرافقها من قوانين مطلوبة لضبطها، هو ما نطلق عليه «البصريات الهندسية» *geometrical optics*.

14-2 الانعكاس والانكسار من السطح المستوي *Reflecion and Refraction from a plane Surfaces*

قبل أن نتناول هاتين المسألتين الهامتين في علم البصريات الهندسية، سنعمد إلى تصنيف المواد من حيث نفاذيتها للأشعة الضوئية.

إن الصنف الأول هو الذي يشتمل على مجموعة المواد التي تصنع منها الأجسام المعتمة وهي التي لا ينفذ الشعاع الضوئي خلالها، كقطعة من الحديد أو الخشب. أما الصنف الثاني فيشتمل على مجموعة المواد التي تصنع منها الأجسام نصف الشفافة *semitransparent* وهي التي ينفذ الضوء خلالها جزئياً بنسبة أو أخرى، وأخيراً المواد التي تصنع منها الأجسام الشفافة *transparent* وهي التي ينفذ معظم الشعاع الضوئي خلالها، مثل الزجاج العادي *glass* والهواء. وسوف نعتمد مفهوم الشعاع الضوئي *light ray*، وهو خط هندسي وهمي يعتبر عملياً أضيق حزمة ضوئية يمكن الحصول عليها في دراستنا هذه.

ولدراسة كل من ظاهرتي الانعكاس والانكسار، بدايةً تأمل الشكل (14-1).



الشكل (14-1) أ، ب)

يبين الشعاع المنعكس والشعاع المنكسر عن الشعاع الساقط على السطح الزجاجي المستوي

نرى بوضوح في الشكل (14-1 أ، ب) حزمة ضوئية ساقطة من الوسط الأول وهو الهواء، على سطح ثانٍ (الوسط الثاني) وهو الزجاج، وهو كما يظهر على الشكل ذو سطح مستوٍ.

إنَّ جزءاً من الحزمة الضوئية الساقطة *incident ray* سوف ينعكس *reflected* بواسطة السطح الزجاجي وهو ما نسميه الحزمة المنعكسة *reflected ray* بالاتجاه البعيد عن السطح الزجاجي، أما الجزء المتبقي من الحزمة الضوئية فسينكسر *refracted* أيضاً عند السطح الزجاجي ولكن مخترباً إلىاه *refracted ray*، ما لم يكن الشعاع الساقط عمودياً فإن الشعاع سوف يغير اتجاهه كلياً وينعكس مبتعداً عن السطح الزجاجي منطبقاً على اتجاه سقوطه الأصلي ويقال عن الشعاع في هذه الحالة شعاعاً منثياً *bent ray*.

وقبيل أن نقدم الصيغة الرياضية لقانوني الانعكاس والانكسار، لعلنا من المناسب أن نعرّف بإيجاز أوليات تلك القوانين والمفاهيم الفيزيائية البصرية الواردة فيهما.

14-2-1 زاوية السقوط *Angle of Incidence*:

وهي الزاوية المحصورة بين الشعاع الساقط والعمود المقام على السطح *the normal* عند نقطة تلاقيهما على سطح العاكس، انظر الشكل (14-1 ب) حيث تمثل الزاوية (θ_i) زاوية السقوط.

14-2-2 زاوية الانعكاس *Angle of Reflection*:

وهي الزاوية المحصورة بين الشعاع المنعكس والعمود المقام على السطح عند نقطة تلاقيهما على سطح العاكس، انظر الشكل (14-1 ب) حيث تمثل الزاوية (θ) زاوية الانعكاس.

14-2-3 زاوية الانكسار *Angle of Refraction*:

وهي الزاوية المحصورة بين الشعاع المنكسر وامتداد العمود المقام على السطح داخل جسم السطح العاكس حيث تحدث ظاهرة الانكسار، انظر الشكل (14-1 ب) حيث تمثل الزاوية (θ_r) زاوية الانكسار.

14-2-4 مستوى السقوط *Plane of Incidence*:

هو المستوى الذي يحتوي على كل من الشعاع الساقط والعمود المقام على السطح، وهو عبارة عن مستوى الصفحة في الشكل (14-1).

ومن الجدير بالذكر هنا أن الشعاع الساقط والشعاع المنكسر والعمود المقام على السطح تقع جميعها في مستوى واحد عمودي على السطح العاكس، وهو ما يصنفه بعض الدارسين على أنه قانون الانعكاس الأول، وهذا ما سوف لن نفعله في هذا الكتاب.

14-2-5 قانون الانعكاس Law of Reflection :

كل من الشعاع الساقط والشعاع المنكسر يقعان في مستوي واحد ويصنعان زاويتين متساويتين مع العمود المقام على السطح.

$$\theta_i = \theta_r \quad (14-1)$$

14-2-6 قانون الانكسار Law of Refraction :

كل من الشعاع الساقط والشعاع المنكسر يقعان في مستوي واحد ويصنعان زاويتين مختلفتين (θ_i) ، (θ_r) ، ترتبطان بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_r) \quad (14-2)$$

حيث إن (n) تمثل ثابت معامل الانكسار للوسط الأول، *the index of refraction*، وهو عديم الوحدة لأنه عبارة عن النسبة بين سرعة الضوء في الفراغ وسرعة الضوء في الوسط، ويعرف بصفة عامة على النحو الآتي:

$$n = \frac{\text{سرعة الضوء في الفراغ (m/s)}}{\text{سرعة الضوء في الوسط (m/s)}}$$

ويمكن التعبير عن ذلك بالعلاقة:

$$n = \frac{c}{v} \quad (14-3)$$

حيث إن (c) هي سرعة الضوء في الفراغ وتساوي $(3 \times 10^8 \text{ m/s})$ ، وتكون سرعة الضوء ثابتة تقريباً في الفراغ على اختلاف أطوال موجاته، بينما تختلف سرعة الضوء في الأوساط الشفافة الأخرى كالزجاج أو الماء. ويمكن اعتبار سرعة الضوء في الفراغ مساوية لسرعته في الهواء، وذلك لأن الفرق بينهما ضئيل جداً. وسرعة الضوء في الفراغ كما رأينا كبيرة جداً، والبعض بحث لديه إشكال بين سرعة الضوء *speed of light* وسرعة الصوت *speed of sound*، إلا أن الفرق بينهما هائل للغاية ذلك أن سرعة الصوت في الهواء عند درجة الصفر المئوي تساوي (331 m/s) والدليل لطبيعي على ذلك هو أننا نرى البرق قبل سماع صوت الرعد على الرغم من أنهما يحدثان في ذات اللحظة، ولكل من العلماء غاليليو *Galileo* ورومر *Rohmer*، ومايكلسون *Michelson* محاولاتهم المثمرة في تحديد هذا الثابت الطبيعي الهام (سرعة الضوء)، إلا أن الطريقة الفضائية هي الطريقة التي أعطت أفضل النتائج، وتتلخص هذه الطريقة بمرآة تم تثبيتها على سطح القمر بواسطة رواد الفضاء، تتكون هذه المرآة من مجموعة من الأسطح العاكسة للأشعة، ثم بعد ذلك إرسال أشعة ليزر *laser beam* ذات طول موجي قصير *short wave length* من على سطح الأرض باتجاه تلك المرآة والتي تقوم

بدورها يعكسه إلى الأرض. وبحساب الزمن الذي يستغرقه الشعاع من لحظة مفارته للمصدر الضوئي لحين أول وصوله إلى الأرض مرة أخرى منعكساً من على سطح القمر، يتم حساب سرعته من القانون العام والمعروف:

$$c = \frac{s}{t} \quad (14-4)$$

حيث إن (s) تساوي المسافة التي قطعها الضوء، وهي ضعف المسافة بين الأرض والقمر. أي أن ($s = 2d$) حيث (d) هي المسافة بين الأرض والقمر، وعلى سبيل المثال عند استخدام أشعة ليزر لهذا الغرض، استغرقت زمناً قدره ($t = 2.56 \text{ s}$)، فما هي سرعة الضوء؟

$$\begin{aligned} c &= \frac{s}{t} = \frac{2d}{t} \\ &= \frac{2 \times 3.84 \times 10^8 \text{ m}}{2.56 \text{ s}} \\ &= 3 \times 10^8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

ويختلف معامل الانكسار من وسط لآخر، وذلك لأن المعادلة سابقة الذكر (14-3) سوف يتغير مقدار المقام فيها كلما تغير الوسط، والجدول (14-1) يعطي مقادير عددية لبعض معاملات الانكسار.

ومن الجدير بالذكر هنا أن المعادلة (14-2) التي تعبر عن قانون الانكسار تحمل اسم العالم سنل *Snell's Law*.

إن معامل الانكسار يعتمد على الطول الموجي للضوء المستخدم داخل الوسط، باستثناء الفراغ، حيث يعتبر ثابتاً في هذه الحالة، ولتوضيح ذلك انظر الشكل (14-2).

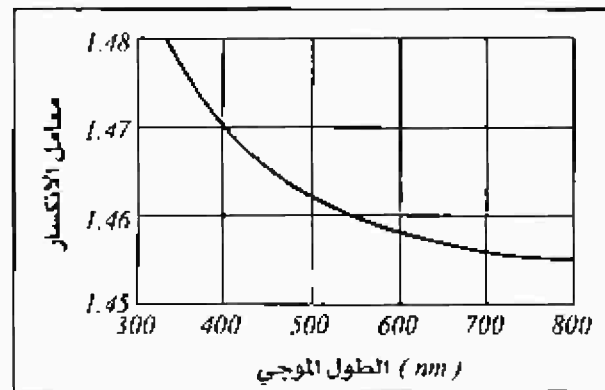
معامل الانكسار <i>Index</i>	الوسط <i>Medium</i>	معامل الانكسار <i>Index</i>	الوسط <i>Medium</i>
1.52	زجاج نقي	exactly 1	الفراغ
1.54	كلوريد الصوديوم	1.00029	الهواء (stp)*
1.55	بولسترين	1.33	الماء (20°C)
1.63	ثاني كبريت الكبريت	13.6	الأسيتون
1.65	زجاج صواني جيد	1.36	الكحول الإيثيلي

♦ STP تعني عند درجة الحرارة (0°C)، والضغط (1 atm) وهو الظروف القياسية.

معامل الانكسار Index	الوسط Medium	معامل الانكسار Index	الوسط Medium
1.77	ياقوت أزرق	1.38	محلول السكر (30%)
1.89	زجاج صواني عالي الجودة	1.46	الماء المصفى
2.42	الألماس	1.49	محلول السكر (80%)

الجدول (14-1)

هذه المقادير لمعامل الانكسار جرى حسابها باستخدام ضوء الصوديوم الأصفر عند الطول الموجي (589 nm)

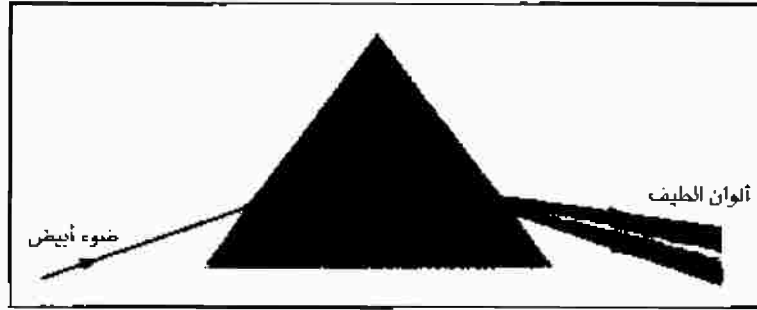


الشكل (14-2)

يبين كيف يكون معامل الانكسار تابعاً للطول الموجي

من خلال الشكل (14-2) نجد أن مقدار معامل الانكسار يتغير بتغير الطول الموجي. فهو ذو مقادير كبيرة عند الأطوال الموجية القصيرة، بينما يقل مقداره عند الأطوال الموجية الكبيرة، والشكل يبيّن كيف يتغير معامل الانكسار لمادة المايكا *quartz*.

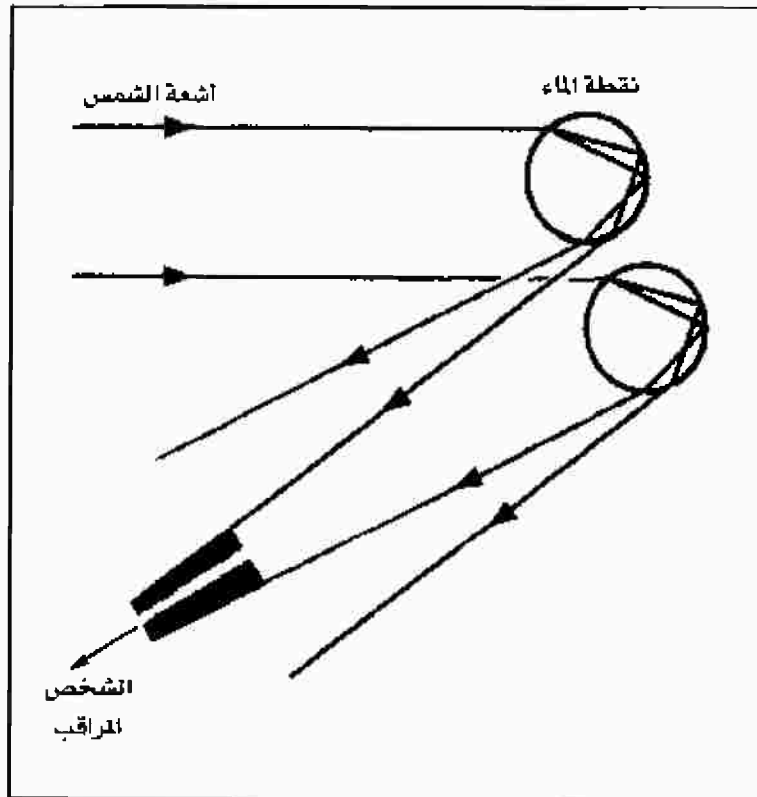
ولابد من التأكيد على أن الشعاع الضوئي المستخدم في الشكل (14-2) أحادي الطول الموجي *monochromatic*، وذلك لأن معامل الانكسار يعتمد على الطول الموجي للأشعة الضوئية، وهذا ما يؤكد على أن الضوء المركب من عدة أطوال موجية *chromatic* يمتلك أكثر من سرعة واحدة داخل وسط ما، أي أن الضوء في هذه الحالة سوف ينكسر بزوايا متعددة تساوي عدد الأطوال الموجية التي تكون الموجة الساقطة. وهذا ما يسمى التشتت اللوني *chromatic dispersion*، ذلك أن لكل لون طول موجي مميز خاص به، وهذا تماماً ما يحدث عند سقوط الضوء الأبيض على وجه المنشور الزجاجي *prism*، انظر الشكل (14-3).



الشكل (14-3)

يبين كيف يتحلل الضوء الأبيض إلى مكوناته من الألوان الستة عندما ينكسر في المرة الأولى، ثم يزداد التحلل عندما تنكسر الألوان الستة مبعثرة عن الوجه الآخر.

كما أن هذه الظاهرة يمكن رؤيتها عندما تشرق الشمس في يوم ماطر، وتسمى قوس قزح *rainbow*، وذلك عند انكسار الأشعة الشمسية داخل وخارج عن قطرات ماء المطر، انظر الشكل (14-4).



الشكل (14-4)

يبين ظاهرة قوس قزح

إن ظاهرة انتشار الضوء هذه والمسماة قوس قزح تحدث انقساماً لونياً، حيث ترى اللون الأحمر في الأعلى واللون الأزرق في الأسفل بينهما باقي الألوان، كل حسب طوله الموجي، ولو تأملت نقطة مقابلة تماماً للشمس تجد أن الأشعة المنتشرة تضع زاوية مقدارها (42°) مع هذه النقطة.

مثال (14-1): Example

سقطت حزمة ضوئية على مستوٍ صقيل لوجه المايكا حيث كانت تصنع زاوية مقدارها (31.25°) مع العمود المقام على سطح المستوي، فإذا علمت أن هذه الحزمة تتكون من طولين موجيين، الأول (404.7nm) ومعامل انكساره في المايكا يساوي (1.4697) والثاني (508.6nm) ومعامل انكساره في المايكا يساوي (1.4619) .

أوجد حسابياً مقدار الزاوية بين الشعاعين المنكسرين، إذا علمت أن معامل الانكسار للهواء يساوي (1.0003) .

الحل Solution:

باستخدام قانون الانكسار:

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

(n_1) : معامل الانكسار للهواء.

(n_2) : معامل الانكسار للمايكا.

من الواضح أن لكل من الموجتين معامل انكسار مختلف عن الآخر، إذن لا بد من إيجاد زاوية الانكسار لكل منهما، ومن ثم إيجاد الفرق بين الزاويتين:

الطول الأول:

$$1.0003 \sin(31.25^\circ) = 1.4697 \sin(\theta_{21})$$

$$\theta_{21} = \sin^{-1} \left[\left(\frac{1.0003}{1.4697} \right) \sin 31.25 \right]$$

$$= 20.676$$

الطول الثاني:

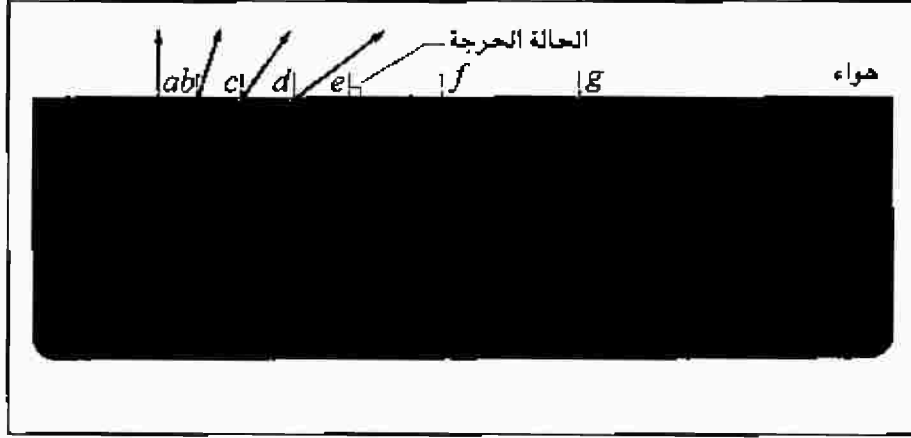
$$1.0003 \sin(31.25^\circ) = 1.4697 \sin(\theta_{22})$$

$$\theta_{22} = \sin^{-1} \left[\left(\frac{1.0003}{1.4697} \right) \sin 31.25 \right]$$

$$\theta_{22} = 20.791^\circ$$

$$\Delta\theta = \theta_{22} - \theta_{21} = 20.791^\circ - 20.676^\circ = 0.115^\circ$$

14-3 الانعكاس الكلي الداخلي Total Internal Reflection :



الشكل (14-5)

يبين الانعكاس الكلي الداخلي للأشعة الضوئية المنبعثة من المصدر (s)

بهدف التوصل إلى استيعاب مفهوم الانعكاس الكلي تأمل بدقة ملاحظتك الشكل (14-5)، ستجد أن مجموعة من الإشعاعات الضوئية *light rays* منبعثة من المصدر الضوئي *source* (s) داخل الزجاج حيث تصل جميعها السطح الفاصل بين حدود المادة الزجاجية والهواء.

من الواضح أن الشعاع (a) واتساقط عمودياً على السطح الفاصل سوف ينعكس جزء بسيط منه إلى داخل الزجاج أما الباقي فسوف يتابع سيره دون أي تغيير في الاتجاه.

أما لأشعة الضوئية (b, c, d, e) التي لها زوايا سقوط أكبر من زاوية سقوط الشعاع (a)، فمن الواضح أن جزءاً منها سوف ينعكس إلى الداخل والجزء الآخر سوف يتكسر إلى الخارج، وتزداد نسبة الكمية المنعكسة كلما زادت زاوية السقوط، وبعبارة أخرى: كلما زادت زاوية السقوط تزداد زاوية الانكسار حتى تصل إلى المقدار ($\theta_c = 90^\circ$) عند الشعاع الساقط (e)، والتي تشير إلى أن الشعاع المنكسر منطبق تماماً على السطح الفاصل بين الوسطين الزجاج والهواء. وزاوية السقوط في هذه الحالة تسمى زاوية السقوط الحرجة *critical angle* والتي يرمز لها (θ_c)، انظر الشكل (14-5)، بحيث إذا زادت زاوية الشعاع الساقط عن (θ_c) فإن الأشعة الساقطة تنعكس بكاملها دون أن ينكسر عنها شيء وهذه الظاهرة هي ظاهرة الانعكاس الكلي الداخلي *total internal reflection*، ويمكن حساب مقدار الزاوية (θ_c) بتطبيق قانون الانكسار وذلك على النحو الآتي:

$$\theta_c = 90^\circ \Rightarrow \sin 90^\circ = 1$$

$$\therefore \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1} \quad (14-5)$$

وبملاحظة المعادلة (14-5)، وحيث إن أكبر مقدار لجيب الزاوية هو الواحد، نجد أن معامل الانكسار (n_2) لا يمكن أن تكون أكبر من معامل الانكسار (n_1)، وهذا يجعلنا نستنتج أن هذه الظاهرة، ظاهرة الانعكاس الكلي لا تحدث إلا إذا كان المصدر الضوئي يقع في الوسط ذي معامل الانكسار الأعلى.

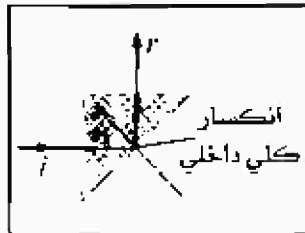
ومن التطبيقات المفيدة للانعكاس الكلي الداخلي، استخدام حزمتين من الألياف البصرية *optical fibers* وإدخالها من قم المريض إلى معدته لفرض التأكد من وجود القرحة المعدية *ulcer* حيث يتم إدخال الضوء عن طريق إحدى الحزمتين للألياف البصرية، وبوجود ظاهرة الانعكاس الكلي مهما تحدثت أو تقعرت الألياف فإنها سوف تنقل الضوء إلى داخل المعدة، ثم تقوم الحزمة الناقية بنقل الصورة من المعدة حيث يتم رصدها وتحويلها إلى صورة مكبرة باستخدام شاشة خاصة يراها الطبيب بوضوح كامل.

إن السراب الصحراوي *mirage* هو الآخر ظاهرة طبيعية تُفسر على أساس الانعكاس الداخلي الكلي وذلك لارتفاع مقدار معامل انكسار الوسط الذي تسري خلاله الأشعة الشمسية في المناطق البعيدة عن الرؤيا، بسبب ارتفاع درجات الحرارة صيفاً.

مثال (14-2) Example:

في الشكل (14-6) منشور زجاجي على شكل مثلث في الهواء، حيث يسقط الشعاع (1) عمودياً على الوجه الموضوح في الشكل، ثم ينعكس كلياً عند الوسط الفاصل (زجاج - هواء) (*glass - air interface*)، فإذا كان مقدار الزاوية ($\theta_1 = 45^\circ$).

أوجد حسابياً مقدار معامل الانعكاس للزجاج.



الشكل (14-6)، المثال (14-2)

الحل Solution:

لسهولة الحل افترض أن معامل انكسار الهواء يساوي واحداً:

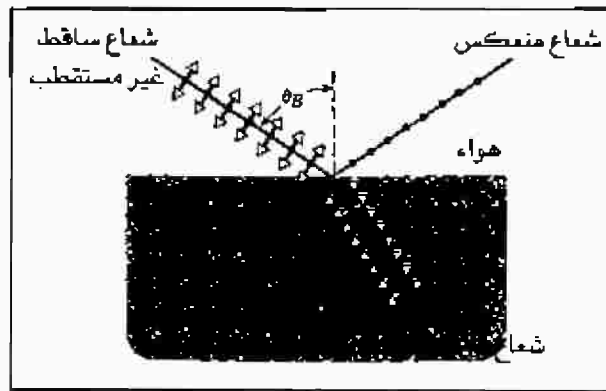
$$\therefore \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} \frac{1}{n}$$

وبما أن الانعكاس الداخلي الكامل هو الظاهرة الضوئية هنا ، لذا فإن الزاوية الحرجة سوف تكون أقل من زاوية السقوط (θ_c).

$$\begin{aligned} \therefore \sin^{-1} \frac{1}{n} &< 45^\circ \\ \frac{1}{n} &< \sin 45^\circ \\ n &> \frac{1}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{0.707} = 1.4 \\ n &> 1.4 \end{aligned}$$

وهكذا فإن معامل الانكسار للزجاج المستعمل يجب أن يكون أكبر من (1.4) حتى نحصل على ظاهرة الانعكاس الكلي الداخلي.

14-4 استقطاب الضوء بواسطة الانعكاس : Polarization of Light by Reflection



الشكل (14-7)

يبين استقطاب الضوء بواسطة الانعكاس

تأمل بدقة الشكل (14-7) ، إن الشعاع الساقط عبارة عن شعاع ضوئي غير مُستقطب، إن متجهات المجال الكهربائي في الحزمة الضوئية يمكن تحليلها إلى مركبات عمودية على مستوى سقوط الحزمة ومركبات موازية لهذا المستوى (أي واقعة فيه) *electric field vectors*، الموازية والتي تمثلها القطع الصغيرة برأسي سهمين نحو اليمين واليسار والعمودية والتي تمثلها النقاط المستديرة. إذن هذه الأشعة الساقطة وبزاوية مقدارها (θ_B) وكما هو واضح في الشكل (14-7)، وتسمى زاوية بريوستر *Brewster angle*، وذلك نسبة للعالم بريوستر *Brewster*، وهي الزاوية التي إذا سقط بها شعاع ضوئي على سطح عازل *dielectric* فإن المركبة الاتجاهية الموازية للمجال الكهربائي للأشعة المنعكسة تساوي صفراً. وهذا يعني بالضرورة أن الشعاع المنعكس من على سطح هذه المادة في هذه الحالة يكون مُستقطباً بالكلية، حيث يكون مستوى تذبذبه عمودياً على مستوى الأشعة الساقطة، كما نلاحظ أن الشعاع المنعكس أيضاً يصنع الزاوية نفسها مع العمود المقام على سطح

المادة المستخدمة، بينما ينكسر الشعاع داخل المادة بزاوية انكسار مقدارها (θ_r) . إن كلاً من الشعاعين المنعكس والمنكسر يصنعان زاوية مقدارها (90°) فيما بينهما، أي أنهما عموديان على بعضهما البعض، وبملاحظة الشكل (14-7) نجد أن:

$$\theta_B - \theta_r = 90^\circ \quad (14-6)$$

ويتطبيق قانون الانكسار على هذه الحالة نجد أن:

$$n_1 \sin(\theta_B) = n_2 \sin(\theta_r)$$

ولكن المعادلة (14-6) تفيد أن:

$$\theta_r = 90^\circ - \theta_B$$

$$\therefore n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin (90^\circ - \theta_B)$$

ومن المعلوم أن:

$$\sin(90^\circ - \theta_B) = \cos \theta_B$$

$$\therefore n_1 \sin \theta_B = n_2 \cos \theta_B$$

$$\tan(\theta_B) = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\theta_B = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1} \quad (14-7)$$

والمعادلة الرياضية (14-7) تستخدم لحساب زاوية بريوستر، وإذا كان الوسط الذي تمر خلاله الأشعة الضوئية الساقطة هو الهواء فإن المعادلة (14-7) تزول إلى الشكل الآتي:

$$\theta_B = \tan^{-1} n \quad (14-8)$$

حيث إن (n) معامل انكسار الوسط وتساوي (n) ، أما (n_1) فتساوي الواحد والزاوية (θ_B) ، وهي الزاوية التي تصنع على أساسها عدسات النظارات الشمسية، والتي تؤدي إلى انكسار الأشعة الضوئية الساقطة على العين وتقيها من المركبة الأفقية، وبغية الحصول على ذلك يتم تثبيت العدسات في النظارات الشمسية بحيث يكون محور استقطابها عمودياً.

مثال (14-3): Example

استخدمت قطعة من الزجاج مقدار معامل انكسارها يساوي $(n=1.57)$ ، وذلك لاستقطاب الضوء في الهواء.

١- أوجد حسابياً مقدار زاوية الاستقطاب الكامل للضوء المنكسر.

٢- ما هو مقدار زاوية الانعكاس المقابلة لذلك؟ أوجد مقدارها حسابياً.

الحل Solution:

-1

$$\theta_B = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1}$$

ولكن الزجاج موجود في الهواء، إذن:

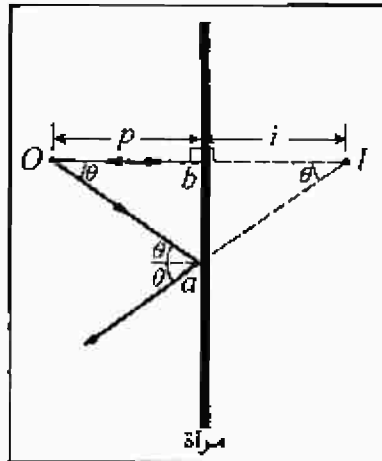
$$\begin{aligned} n_2 &= n, n_1 = 1 \\ \therefore \theta_B &= \tan^{-1} n = \tan^{-1} (1.57) \\ &= 57.5^\circ \end{aligned}$$

-2

$$\begin{aligned} \theta_B + \theta_r &= 90^\circ \\ \theta_r &= 90^\circ - \theta_B = 90^\circ - 57.5^\circ \\ \theta_r &= 32.5^\circ \end{aligned}$$

14-5 المرايا المستوية Plane Mirrors:

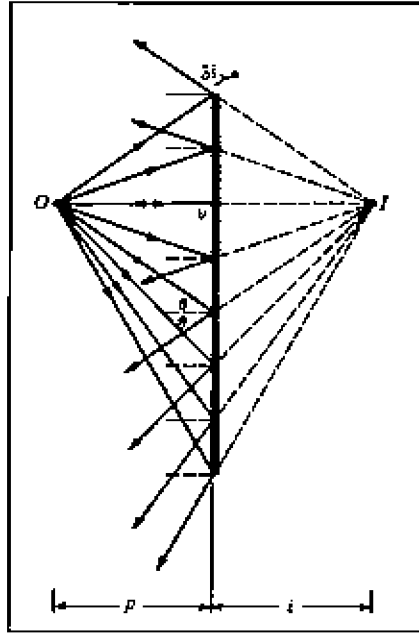
تأمل الشكل (14-8)، إن النقطة (O) تمثل نقطة مضيئة تعتبر مصدراً للضوء، والتي نطلق عليها الاسم المتعارف عليه في عالم البصريات، الجسم *object*، وهو موضوع أمام المرآة وعلى مسافة عمودية عنها مقدارها (P). إن الضوء الصادر من الجسم المضيء، (O) يرسل أشعة مركز انطلاقتها هو الجسم ذاته، وهي تمثل هنا الأشعة الساقطة *incident rays* تنعكس وفقاً لقانون الانعكاس الذي مرّ ذكره سبباً والأشعة المنعكسة *reflected rays* هي ذات اتجاه مخالف للأشعة الساقطة، وإذا ما مددنا الأشعة المنعكسة على امتدادها نجد أنها سوف تتلاقى جميعها في نقطة خلف المرآة وعلى مسافة مقدارها (i) عمودية أيضاً على سطح المرآة، ويبدو لك الضوء وكأنه صادر من النقطة (I) والتي هي تلميحاً صورة النقطة (O) في المرآة، والصورة هنا هي صورة خيالية *virtual image*.



الشكل (14-8)

ويبين صورة الجسم (O) في المرآة المستوية، وهي ما يمثلها الموقع المشار إليه بالحرف (I)

انظر الآن إلى الشكل الآخر (14-9)



الشكل (14-9)

في الشكل (14-8) اخترنا شعاعين ساقطين على وجه المرآة الأمامي، الأول عمودي عليها والآخر يقع على موقع آخر حيث يمثل الحالة الأخرى العامة والتي نقول عنها اختيار عشوائي *arbitrary*، النقطتان (a, b) تمثلان نقطتي التلاقي لهذين الشعاعين على وجه المرآة، حيث نحصل على المثلث القائم (O, b, a) ، وبلاحظ من الشكل أن زاوية السقوط *angle of incidence* هي (θ) ، كما نحصل في الجهة المقابلة، وهي الجهة الخيالية على المثلث القائم الآخر (I, b, a) ، ونرى أن المثلثين لهما الضلع المشترك $\overline{ab}$ وثلاث زوايا معروفة ومتساوية، وهذا ما يؤدي إلى:

$$Ib = Ob \quad (14-9)$$

وهما الضلعان الأفقيان.

ومن الواضح أن المعادلة (14-9) تشير إلى تساوي المسافتين بين كل من المرآة والجسم والمرآة والصورة، وبما أن الصورة هي خيالية، فقد جرت العادة على إعطائها الإشارة السالبة، أي أن:

$$i = -p \quad (14-10)$$

وهي معادلة المرآة المستوية *plane mirror*.

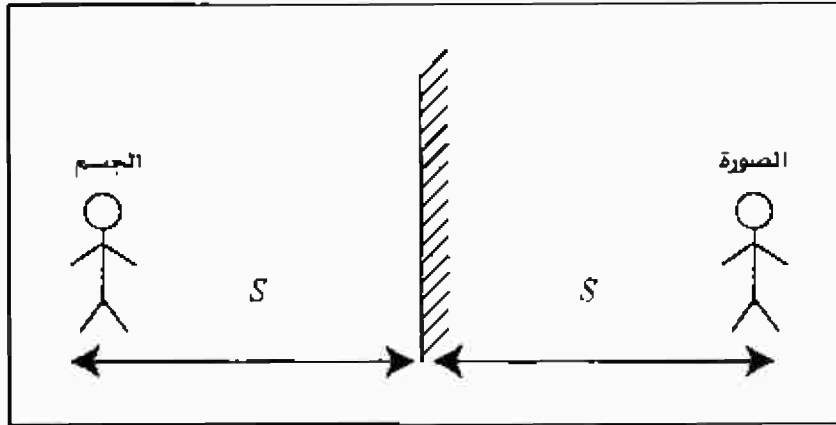
مثال (14-4): Example

إذا كنت تتحرك بشكل مباشر باتجاه مرآة مستوية بسرعة (v) فبأي سرعة سوف تتحرك صورتك في الحالات الآتية؟

1- سرعة الصورة بالنسبة لك.

2- سرعة الصورة بالنسبة للمرآة، انظر الشكل (14-10).

الحل Solution:



الشكل (14-10)، المثال (14-4)

الإزاحة الفاصلة بين الجسم والمرآة هي (S)، والإزاحة الفاصلة بين الجسم والصورة سوف تكون

(2S) وعليه:

--1

$$= v_i = \frac{d}{dt}(2S) = 2v$$

سرعة الصورة بالنسبة للجسم.

--2

$$= v = \frac{d}{dt}(S) = v$$

سرعة الصورة بالنسبة للمرآة.

إذن تتحرك الصورة بالنسبة للجسم بسرعة تساوي ضعف سرعة الصورة بالنسبة للمرآة.

14-6 المرايا الكروية Spherical Mirrors:

سميت بالمرايا الكروية لأنها في حقيقة الأمر هي جزء من كرة كاملة، وهي إما أن تكون

مقعرة *convex*، أو تكون محدبة *concave*، انظر الشكل (14-11 أ، ب، ج).

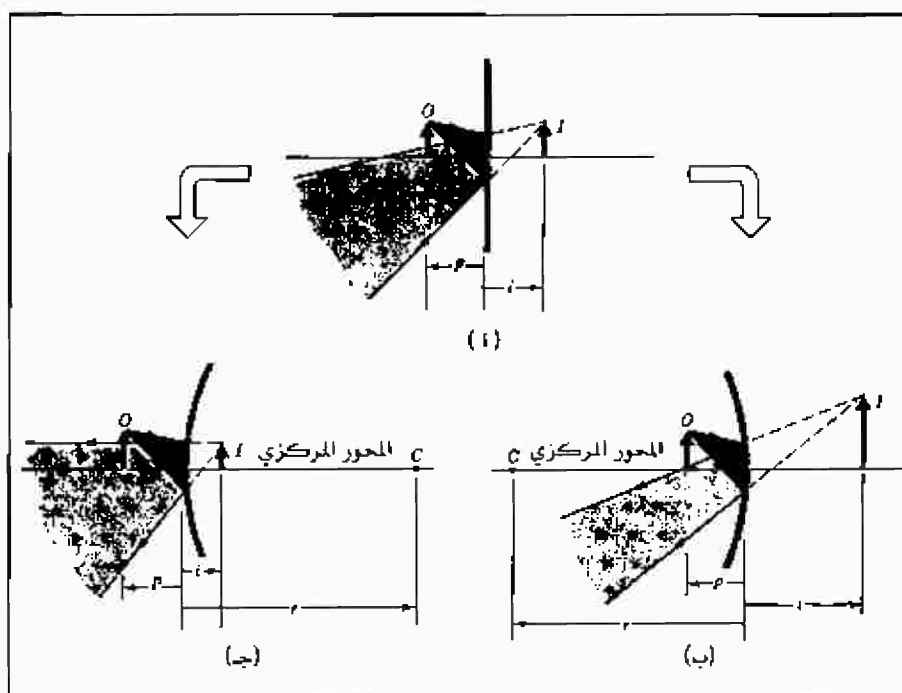
في الشكل (14-11 أ) يشكل الجسم (O) صورة خيالية (I) وهي كما تلاحظ عبارة عن الحالة

التي ناقشناها في الفقرة (14-5)، ولقد تعمدنا ذكرها وذلك بهدف المقارنة.

أما الشكل (14-11 ب) فهو عبارة عن مرآة محدبة *convex mirror* ونلاحظ فيها أن الصورة قد

ازداد طولها وكذلك بعدها عن المرآة، وأخيراً الشكل (14-11 ج) عبارة عن مرآة مقعرة

convex mirror، ونستطيع أن نميز ببساطة هنا بأن الصورة قد قلّ طولها وازداد قربها من المرآة.



الشكل (14-11) أ، ب، ج

يبين الفروق الأساسية بين المرايا المستوية والمرايا الكروية

كما نلاحظ في الشكل (14-11) مواقع كل من الصورة *image* والجسم *object*، والمحور المركزي *central axis* وكذلك موقع نصف قطر التقعر وكذلك التقعر، حيث:

p	الموقع الهندسي للجسم
i	الموقع الهندسي للصورة
r	نصف قطر التقعر أو التقعر
c	مركز الكرة، حيث إن المرآة هي جزء من كرة مركزها

دعنا الآن نحرك الجسم (O) في الشكل (14-11) ب) نحو اليسار وعلى طول المحور المركزي الذي يمر من مركز التقعر *center of curvature*، وكذلك من مركز المرآة (c)، وهكذا تصل الأشعة إلى المرآة بشكل متوازي مع المحور المركزي، كما نلاحظ أن مجمل الأشعة المنعكسة من المرآة سوف تلتقي مارة من النقطة المشتركة (F) قبل أن تشكل الصورة النقطية للجسم (O) *poise*، وحقيقة الأمر فإن المرآة سوف تُحدث صورة نقطية لأي جسم آخر عند النقطة (F) والتي تسمى البؤرة *focus* أو نقطة البؤرة *focal point* للمرآة، كما أن المسافة الفاصلة بينهما وبين المرآة تسمى البعد البؤري *focal length* والذي نرسم له عادة بالرمز (f) وهو كما يلاحظ من الشكل (14-12) يقع في الجزء الحقيقي *real side*، أما بالنسبة للمرآة المحدبة فإن كلاً من البؤرة والبعد البؤري يقعان في الجزء الخيالي *virtual side*.

وفي كلا النوعين من المرايا الكروية، فإن نصف قطر التكور والبعد البؤري يرتبطان بالعلاقة الآتية:

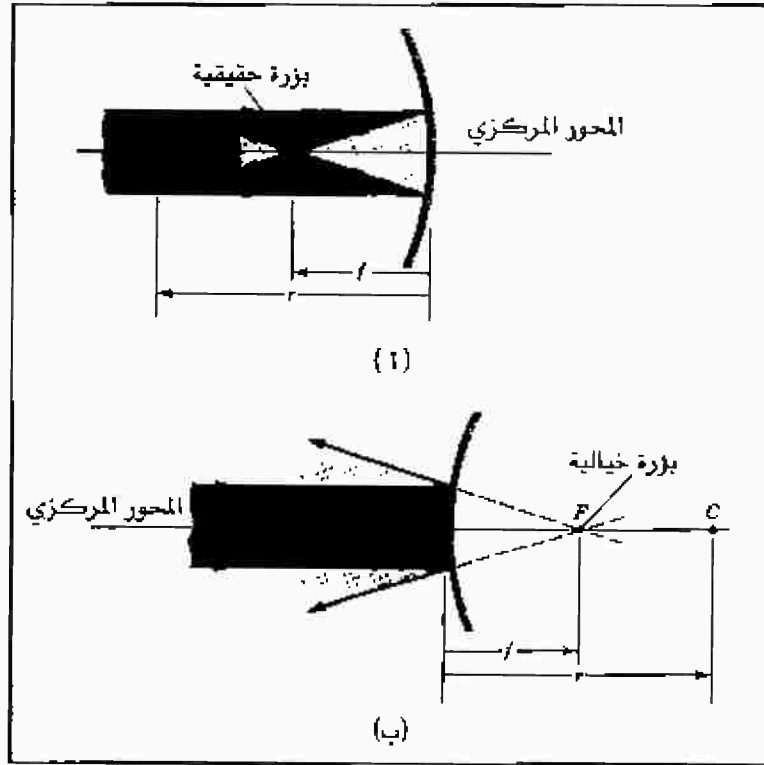
$$f = \frac{1}{2}r \quad (14-11)$$

كما أن كلاً من بعد الجسم (P) وبعد الصورة (i) والبعد البؤري (f) عمومًا ترتبط بالعلاقة المعروفة:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \quad (14-12)$$

والجمع بين (14-11) و(14-12) يؤدي إلى العلاقة:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r} \quad (14-13)$$



الشكل (14-12)

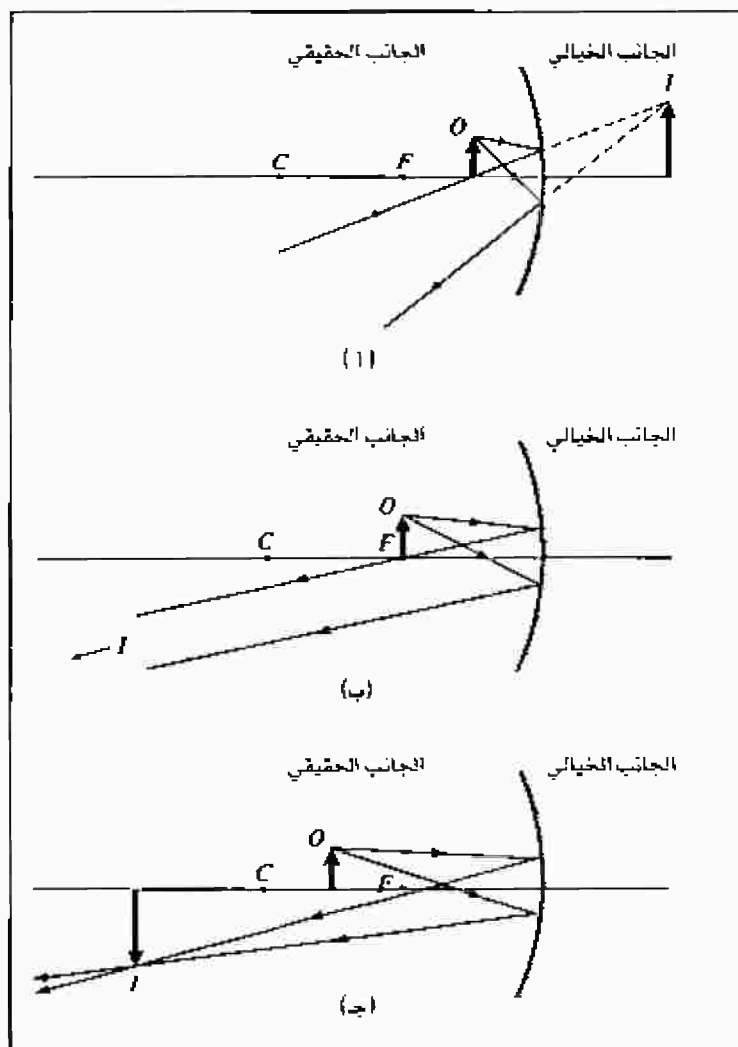
بقي أن نُميز بين الحالات المتوقعة لوضع الجسم بالنسبة للبؤرة $focus$ لمراة مقعرة، لتسهيل هذه

المسألة انظر الشكل (14-13 أ، ب، ج)

في الشكل (14-13 ج) نجد أن الجسم يقع داخل البؤرة (F) وفي هذه الحالة تكون الصورة في

الجانب الخيالي وهي بوضع صحيح، أما الشكل (14-13 ب) فيبين أن الجسم واقع تماماً على نقطة

البؤرة (F) وفيه نجد أن الصورة يمكن أن تكون في الـ (ما لا نهاية). أما الشكل (14-13 ج) ففيه يقع الجسم بين البؤرة (F) ومركز التكور (C) ونجد أن الصورة حقيقية مقبولة ومكبرة.



الشكل (14-13) أ، ب، ج

يبين أثر تغيير موقع الجسم على صورته بالنسبة للبؤرة (F)

إننا نستطيع معرفة التكبير الجانبي في كل الأحوال عند معرفة طول أو ارتفاع الجسم والصورة العموديين على المحور المركزي *perpendicular height* حيث نعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$|m| = \frac{h'}{h} \quad (14-14)$$

(h'): يعبر عن الارتفاع العمودي للصورة.

(h): يعبر عن الارتفاع العمودي للجسم.

(m) تعبر عن مقدار التكبير الجانبي *lateral magnification*، وأخذت القيمة المطلقة له ذلك أن (h) و (h') لا بد من التمييز بين موقعيهما، حيث يعطى الموقع الحقيقي إشارة (+)، والموقع الخيالي إشارة (-). ومن الممكن التعبير رياضياً عن التكبير الجانبي (m) بالعلاقة:

$$m = -\frac{i}{p} \quad (14-15)$$

وأما بالنسبة للمرآة المستوية *plane mirror* فإن مقدار التكبير الجانبي ($m = +1$)، ذلك أن ($i = -p$). ومن الجدير بالذكر أن العلاقات الرياضية من (14-15) - (14-11) صحيحة لكل أنواع المرايا، لكن لا بد من الانتباه إلى إشارة كل من المقادير (r, f, i, p) حيث:

1- تكون إشارتها موجبة إذا كانت في الجزء الحقيقي وغير مقلوبة.

2- تكون إشارتها سالبة إذا كانت في الجزء الخيالي ومقلوبة.

مثال (14-5): Example

مرآة مقعرة *convex mirror* مقدار نصف قطر تقعرها يساوي (22 cm).

1- أين تقع الصورة لجسم موجود على مسافة (140 cm) أمام المرآة.

2- وجد حسابياً مقدار التكبير الجانبي (m).

الحل Solution:

1- نظر الشكل (14-11 ج) يقع مركز التقعر لهذه المرآة في الجانب الخيالي *v-side*، وعليه

فإن قيمة (r) تكون سالبة.

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} + \frac{1}{i} &= -\frac{1}{r} \\ \frac{1}{+14} + \frac{1}{i} &= \frac{2}{-22 \text{ cm}} \\ i &= -6.2 \text{ cm} \end{aligned}$$

أي أن الصورة تقع خلف المرآة.

-2

$$\begin{aligned} m &= -\frac{i}{p} = -\frac{-6.2 \text{ cm}}{+14 \text{ cm}} = 0.44 \\ |m| &< 1 \end{aligned}$$

هذا يعني أن حجم الصورة أصغر من حجم الجسم.

14-7 العدسات الرقيقة *Thin Lenses* :

العدسات الرقيقة هي عبارة عن جسم شفاف ذو سطحين يقوم كل منهما بكسر الأشعة الضوئية *refracting surfaces*، ولهما المحور المركزي نفسه، أي أنه مشترك لكلا العدستين نقطة عندما تسقط الأشعة الضوئية على الوجه الأمامي للعدسة الرقيقة، فإنها تنتقل من الوسط الأول (الهواء) إلى الوسط الثاني (الزجاج، أو الجسم الشفاف) ثم تنكسر مرة أخرى من الوسط الثاني إلى الوسط الأول، وهنا لا بد من التأكيد على ضرورة التمييز بين حالتين مختلفتين، وهما :

الحالة الأولى : عندما يكون الشعاع الضوئي ساقطاً على العدسة بشكل يوازي المحور الرئيسي لها، فإن العدسة تعمل على جمع الأشعة أو لمّها وتسمى في هذه الحالة "العدسة اللامة" *converging lens*، أما إذا لم تكن الأشعة موازية للمحور الرئيسي فإن العدسة تعمل على تفريق الأشعة أو تشتيتها وتسمى في هذه الحالة "العدسة المفرقة" *diverging lens*.

وتعد العدسة الكروية أفضل طريقة وأبسط حالة للتعبير عن العدسة الشفافة، ذلك أن العدسة الرقيقة هي عبارة عن جزعين مقتطعين من شكلين كرويين أحدهما مقعر والآخر محدب بحيث يكون سمك العدسة صغيراً إذا ما قورن بثوابت العدسة المعروفة، وهي بعد الجسم (P) وبعد الصورة (i) وأنصاف أقطار التكور (r_1) للوجه المقابل للأشعة الساقطة *incident ray* و (r_2) للوجه الآخر.

وإذا انطبق هذا الوصف على العدسة الرقيقة، فإن المعادلة التي تحدد طبيعة العلاقة بين ثوابتها هي معادلة المرايا الكروية نفسها (14-12) *spherical mirrors*، أي :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \quad (14-16)$$

والتي نعبّر عن بعدها البؤري بالمعادلة :

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (14-17)$$

حيث إن :

(f) : البعد البؤري *focal length*.

(n) : معامل انكسار الوسط الشفاف *refraction index*.

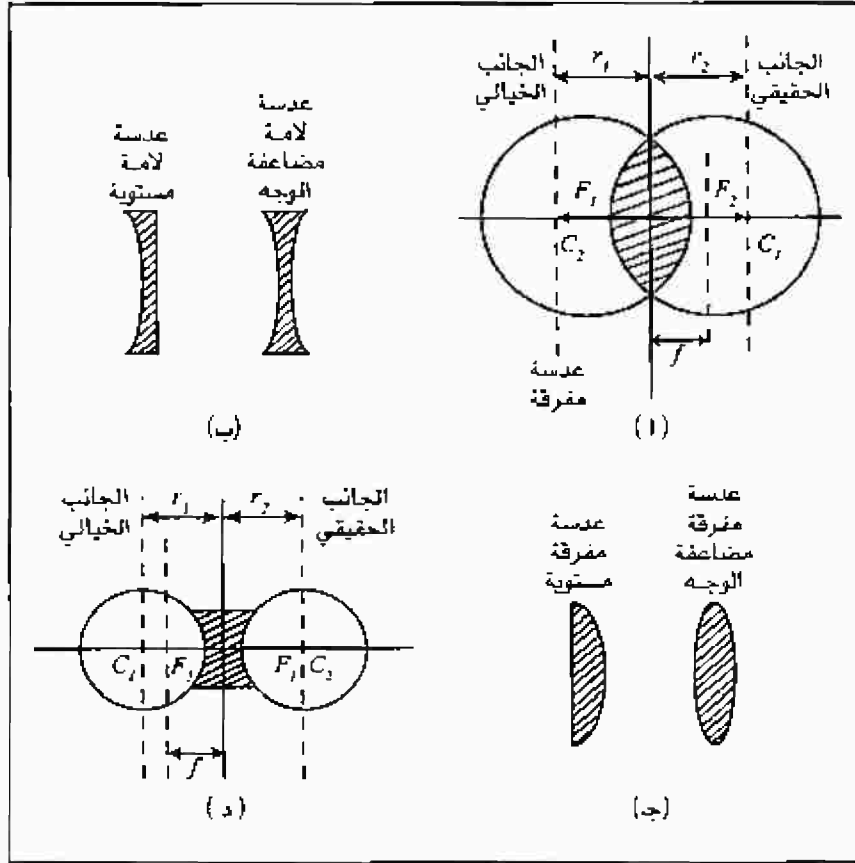
(r_1) : نصف قطر تكور الوجه المتلقي للأشعة *radius of curvature one*.

(r_2) : نصف قطر تكور الوجه الآخر *radius of curvature two*.

وتسمى المعادلة (14-17) بمعادلة صانعي العدسات *lens maker's equation*، وإذا كانت العدسة في وسط آخر غير الفراغ حيث يكون معامل الانكسار لا يساوي الواحد فإن المعادلة (14-17) تأخذ الصيغة التالية:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{\text{lens}}}{n_{\text{medium}}} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (14-18)$$

ولمزيد من الإيضاح حول أنواع العدسات تأمل الشكل (14-14).

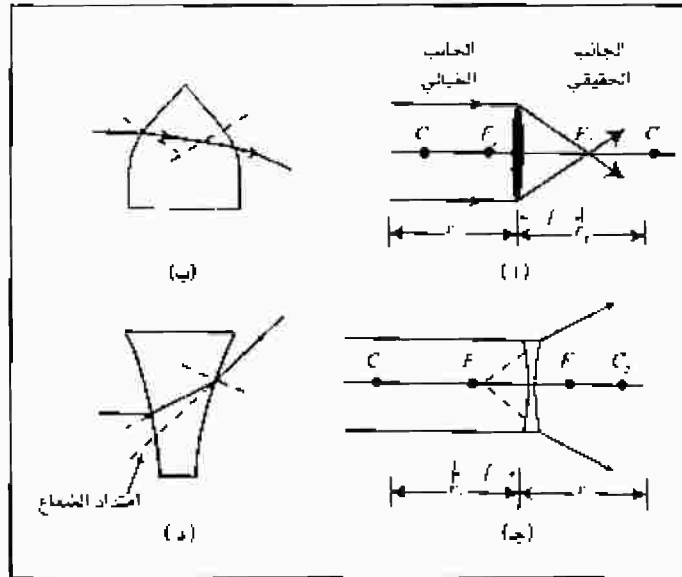


الشكل (14-14) أ، ب، ج، د

يبين أنواع العدسات المختلفة

الشكل (14-14) ب) يوضح ما الذي يحصل داخل العدسة اللامة، الموضحة في الشكل (14-14) أ)، بينما الشكل في جزئه (14-14) د) يوضح ما الذي يحصل داخل العدسة المفارقة، الموضحة في الشكل (14-14) ج).

ولتوضيح عمليتي الانكسار في كلا النوعين من العدسات، العدسة اللامة والعدسة المفارقة، انظر الشكل (14-15) أ، ب، ج، د).

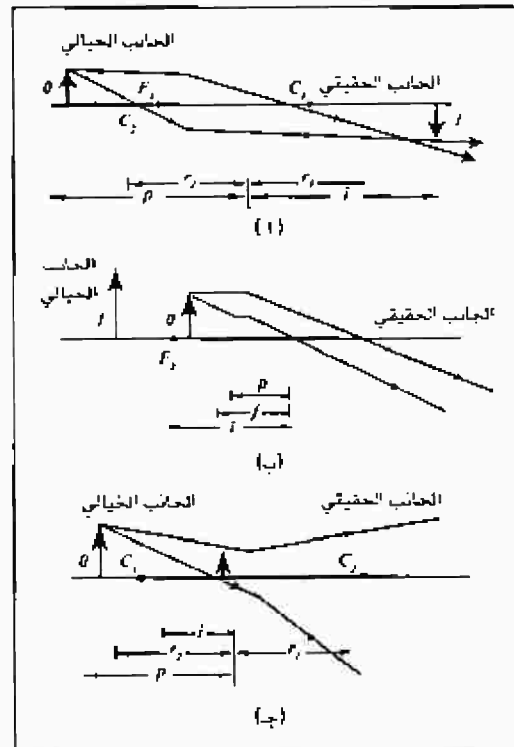


الشكل (14-15) أ، ب، ج، د

يبين العدسة اللامة (المجموعة) والعدسة المفرقة

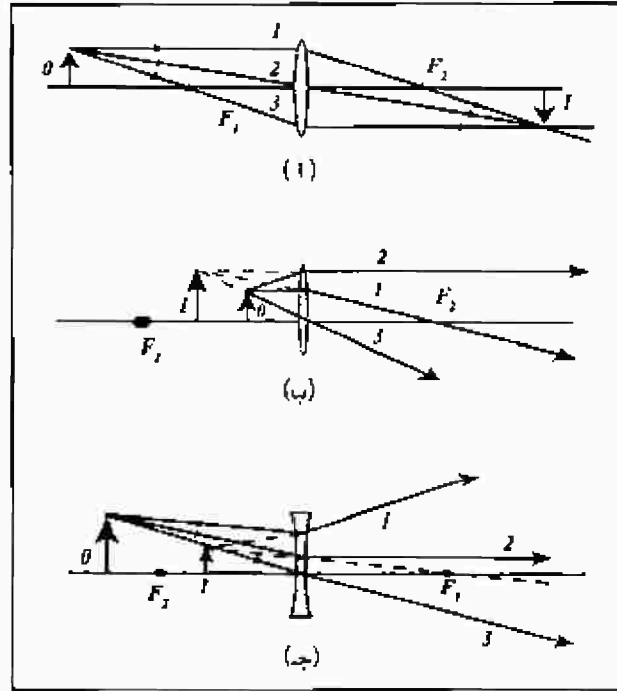
أما الآن فلا بد لنا من إثارة سؤال هام، وهو ما الذي يحصل للأجسام إذا ما وضعت أمام هذين النوعين من العدسات، العدسة اللامة، والعدسة المفرقة؟

وللإجابة عن هذا السؤال، تأمل الشكل (14-16) أ، ب، ج



الشكل (14-16) أ، ب، ج

في الشكل (14-16 أ) نجد أن الجسم يقع خارج النقطة البؤرية (F_1) للعدسة اللامة، أما الصورة فتراها قد تكونت في الجزء الحقيقي وهي في وضع مقلوب *inverted image*، أما الشكل (14-16 ب) فيوضح أن الجسم داخل النقطة البؤرية (F_1) والصورة في هذه الحالة تكونت في الجزء الخيالي بوضع صحيح *up right virtual image*، أما الشكل (14-16 ج) فيوضح أن الجسم واقع أمام العدسة المفرقة والصورة واقعة في الجزء الخيالي *up right virtual image*، والوضع لا يختلف سواء كان الجسم داخل النقطة البؤرية أو خارجها، ذلك أن العدسة المفرقة تعطي دائماً صورة خيالية، والشكل (14-17 أ، ب، ج) يوضح مواقع الأشعة الضوئية، قبل وبعد مرورها بالعدسات.



الشكل (14-17 أ، ب، ج)

ثلاث حالات خاصة، لتحديد موقع الصورة المتكونة بواسطة العدسة الرقيقة

مثال (14-6): Example

في الشكل (14-16 أ) أنصاف أقطار التحدب للعدسة تساوي إلى (42cm)، أي أنهما متساويان، وهي مصنوعة من الزجاج، حيث يساوي معامل الانكسار ($n=1.65$).
أوجد حسابياً مقدار البعد البؤري للعدسة (f).

الحل Solution:

تمن في الشكل المذكور جيداً نجد أن (C_1) تقع في الجزء الحقيقي *r-side* والذي يؤدي إلى أن:

$$r_1 = + 42 \text{ cm}$$

أما (C) فتقع في الجزء الخيالي *v-side* والذي يؤدي إلى أن:

$$\begin{aligned} r_2 &= -42 \text{ cm} \\ \therefore \frac{1}{f} &= (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ &= (1.65-1) \left(\frac{1}{+42 \text{ cm}} - \frac{1}{-42 \text{ cm}} \right) \\ \Rightarrow f &= +32 \text{ cm} \end{aligned}$$

مثال (14-7): Example

في الشكل (14-16 ج) أوجد البعد البؤري للعدسة المفرقة، مستخدماً المعلومات الواردة في المثال

(14-6) نفسها.

الحل Solution:

$$\begin{aligned} r_1 &= -42.5 \text{ cm} \\ r_2 &= +42.5 \text{ cm} \\ \therefore \frac{1}{f} &= (1.65-1) \left(\frac{1}{-42.5 \text{ cm}} - \frac{1}{42.5 \text{ cm}} \right) \\ f &= -\frac{i}{p} \end{aligned}$$

والتكبير الذي تحدته العدسات يخضع للقانون السابق نفسه، ذلك الذي تحدته المرايا والذي

سبق ذكره بالمعادلة (14-14) من هذا الفصل، أي أن:

$$m = -\frac{i}{p} \quad (14-19)$$

وهو كذلك تكبير يعتمد في مفهومه على البعد الهندسي الذي تطلق عليه تسمية الطول، حيث (i) هو المقدار الذي يمثل طول الصورة، والمقدار الآخر (P) يمثل طول الجسم، ويطلق البعض عليه ارتفاعاً بدلاً من تسميته بالطول، ومن الممكن التعبير عن المعادلة (14-19) دون أن نعطي أهمية للإشارة، ذلك أن المقدار (m) هو بطبيعته مقدار عددي، وتعرّف قوة أي عدسة بالمقدار (f^{-1})، أي مقلوب البعد البؤري لها مقاساً بالأمتار، ووحدة قياسه هي الدايوبتر *dioptr*، والمعادلة الآتية توضح ذلك:

$$p = -\frac{1}{f(\text{meter})} \quad (14-20)$$

حيث إن:

(p) تمثل قوة العدسة.

(f): البعد البؤري لها.

مثال (14-8): Example

أوجد قوة عدسة مفرقة *diverging lens*، إذا علمت أن بعدها البؤري ($f=20\text{ cm}$).

الحل Solution:

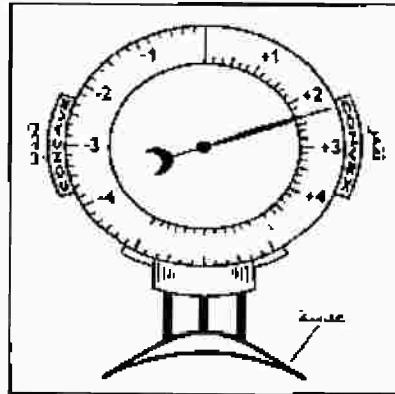
$$p = -\frac{1}{f(\text{meter})} = \frac{1}{-20 \times 10^{-2}} = -5D$$

وتلاحظ أن البعد البؤري للعدسة المفرقة سالب، وذلك لأنه يقع في الجانب الخيالي، أما الحرف (D) فهو ما يرمز إلى *dioptr* وحدة قياس قوة العدسة. ولإيجاد القوة الكلية لمجموعة من العدسات الرقيقة انقرية من بعضها البعض وذلك لتقييم أثرها المشترك، نقوم بعملية جمع لقواها المفردة، فمثلاً لو كان لدينا عدستان قوة الأولى (p_1) وقوة الثانية (p_2) فإن القوة الكلية:

$$p = p_1 + p_2 \quad (14-21)$$

ويجري من الناحية العملية قياس قوة العدسة بجهاز يسمى مقياس قوة العدسة *lens power meter*، انظر الشكل (14-18).

تتمن في الشكل (14-18)، هذا الجهاز يتكون من ثلاثة أرجل حيث الرجل الوسطية تتصل بلولب متصل بمؤشر يتحرك على تدريج معين لقياس التحدب السطحي للعدسة، وبذلك يمكن حساب قوتها، وتجد أيضاً الجزء الأيمن مخصصاً للعدسات المقعرة، أما الجزء الأيسر فهو مخصص للعدسات المحدبة.



الشكل (14-18)

يبين مقياس قوة العدسات سواء المقعرة أو المحدبة

مثال (14-9): Example

عدسة لامة بعدها البؤري ($f=15\text{ cm}$)، تم وضع جسم على بعد (25 cm) منها.

أوجد حسابياً موقع الصورة. وكذلك قوة تكبير العدسة.

الحل Solution:

$$p = 25 \text{ cm}$$

وذلك لأن العدسة لامة $f = +15 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{f} &= \frac{1}{p} + \frac{1}{i} \\ \frac{1}{i} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{1}{15} - \frac{1}{25} \\ \frac{1}{i} &= \frac{25 - 15}{375} = \frac{10}{375}\end{aligned}$$

موقع الصورة

$$\therefore i = \frac{375}{10} = 37.5 \text{ cm}$$

تكبير العدسة

$$m = \frac{i}{p} = \frac{37.5}{25} = 1.5$$

مثال (14-10) Example:

أعد حل المثال (14-10) باستخدام عدسة مفرقة.

الحل Solution:

$$p = 25 \text{ cm}$$

وذلك لأن العدسة مفرقة $f = -15 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{f} &= \frac{1}{p} + \frac{1}{i} \\ \frac{1}{i} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{1}{-15} - \frac{1}{25} \\ &= \frac{25 - (-15)}{-375} = \frac{40}{-375}\end{aligned}$$

موقع الصورة:

$$\therefore i = \frac{-375}{40} = -9.375 \text{ cm}$$

تكبير العدسة:

$$m = \frac{9.375}{25} = 0.375$$

14-7-1 البعد البؤري لعدستين رقيقتين متلامستين : Focal Length of two thin Contact Lenses

انظر الشكل (14-19).

من خلال تأملك لهذا الشكل تجد أن هناك عدستين رقيقتين متلامستين (A)، (B)، البعد البؤري للأولى (f_1)، وللثانية (f_2).

إن الأشعة الصادرة من الجسم عند النقطة (O) والواقعة على المحور المركزي تنكسر بسبب مرورها بالعدسة (A) مكونة الصورة (I') في حالة عدم وجود العدسة الثانية (B)، وهكذا نجد أن:

$$i = +y, \quad P = +x$$

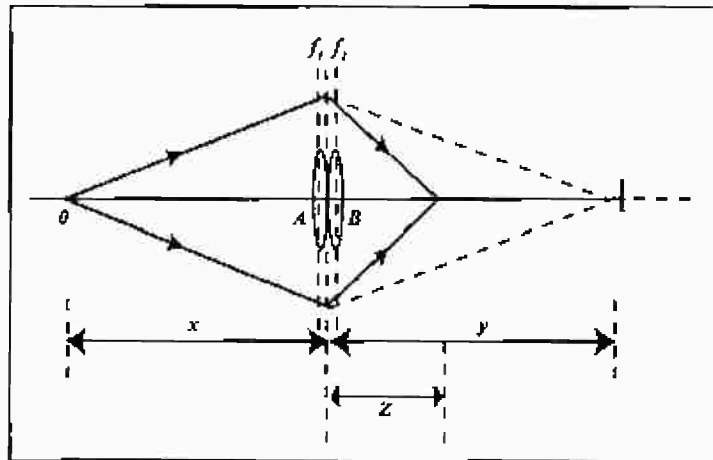
وباستخدام القانون العام للعدسات:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{i}$$

نجد أن:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x}$$

(14-22)



الشكل (14-19)

والآن الصورة (I') المتكونة بواسطة العدسة (A) ستكون جسماً خيالياً بالنسبة للعدسة (B) والتي بدورها ستكون صورة حقيقية للجسم الموجود في (O) عند النقطة (i) بحيث:

$$i = z, \quad P = -y$$

ومن جديد:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{z} + \frac{1}{-y}$$

(14-23)

وبجمع المعادلتين (14-22) و (14-23) نجد أن:

$$\begin{aligned}\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} &= \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{z} + \frac{1}{-y} \\ \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} &= \frac{1}{x} + \frac{1}{z}\end{aligned}\quad (14-24)$$

وهكذا فإن (i) هي صورة حقيقية للجسم الموجود عند (O) بعدها عن مركز العدستين (z = i) أما بعد الجسم (p = x).

إذا يتضح بعد ذلك أن البعد البؤري للمجموعة:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z} \quad (14-25)$$

قارن الآن بين المعادلتين (14-24) و (14-25) ، نجد أن:

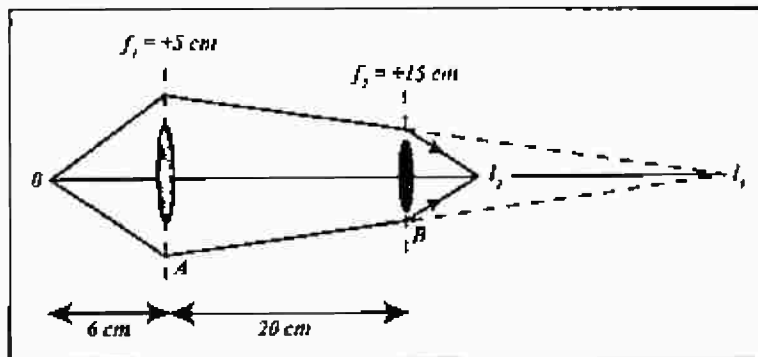
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (14-26)$$

أي أن مقلوب البعد البؤري لمجموعة عدسات رقيقة متلامسة (f) يساوي مجموع مقلوب الأبعاد البؤرية للعدسات المكوّنة للمجموعة ((f₁ ، f₂).

مثال (14-11) Example:

عدستان لامتان، البعد البؤري للأولى (f₁ = 5 cm) ، والبعد البؤري للثانية (f₂ = 15 cm) تفصلهما عن بعضهما البعض مسافة مقدارها (20 cm) تقمان على المحور المركزي، وُضع جسم على بعد (p = 6 cm) عن العدسة الأولى بحيث يكون الجسم أمامها مباشرة، انظر الشكل (14-20).

أوجد موقع الصورة النهائية، وكذلك صفاتها وقوة تكبير المجموعة.



الشكل (14-20)

الحل Solution:

$$P_1 = +6 \text{ cm} , \quad f_1 = +5 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{i_1}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{i_1} &= \frac{1}{f_1} - \frac{1}{P_1} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{6-5}{30} = \frac{1}{30} \end{aligned}$$

صورة حقيقية:

$$\therefore i_1 = 30 \text{ cm}$$

وبما أن (i_1) هي صورة حقيقية، فإن الأشعة المتجمعة فيها تسقط على العدسة الثانية (B) وهي

جسم للعدسة الثانية:

$$\therefore P_2 = -(30 - 20) = -10 \text{ cm}$$

$$f_2 = 15 \text{ cm}$$

ومن جديد:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{P_2} + \frac{1}{i_2}$$

$$\frac{1}{i_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{P_2} = \frac{1}{15} - \frac{1}{-10}$$

$$\frac{1}{i_2} = \frac{10+15}{150} = \frac{25}{150} = \frac{5}{30}$$

$$\therefore i_2 = \frac{30}{5} = +6 \text{ cm}$$

قوة تكبير العدسة الأولى (m_1) تساوي:

$$m_1 = \frac{i_1}{P_1} = \frac{30}{6} = 5$$

قوة تكبير العدسة الثانية (m_2) تساوي:

$$m_2 = \frac{i_2}{P_2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

أما القوة التكبيرية للمجموعة:

$$M = m_1 \times m_2$$

أي أن الصورة ثلاثة أضعاف كبر الجسم:

$$= 5 \times 0.6 = 3$$

ومن خلال ما تقدم نجد أن القوة التكبيرية الجانبية *latral magnification* لعدستين هي حاصل

ضرب القوة التكبيرية المفردة لكل منهما، أي أن:

$$M = m_1 \times m_2$$

(14-27)

حيث (M) هي القوة التكبيرية للمجموعة.

مسائل عامة محلولة

solved problems

14-1 عدسة مفرقة *diverging lens* يبلغ بعدها البؤري $f = 30 \text{ cm}$ ، وضع جسم على يسارها وعلى مسافة تساوي (20 cm) .

أوجد بعد الصورة، ثم حدد موقع الصورة ومواصفاتها مستخدماً طريقة الرسم.

الحل:

البعد البؤري للعدسة المفرقة (مقعرة) يساوي $f = -30 \text{ cm}$ بعد الجسم عن العدسة يساوي $(p = 20 \text{ cm})$.

من المعادلة العامة للعدسات:

$$\begin{aligned}\frac{1}{f} &= \frac{1}{p} + \frac{1}{i} \\ \frac{1}{i} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \\ &= \frac{p - f}{p f} \\ \therefore i &= \frac{p f}{p - f} \\ &= \frac{(20 \text{ cm})(-30 \text{ cm})}{(20 \text{ cm}) - (-30 \text{ cm})} \\ &= \frac{-600 \text{ cm}^2}{50 \text{ cm}} = -12.5 \text{ cm}\end{aligned}$$

ملاحظة: يمكننا الآن رسم العدسة على المحور البصري المركزي، وتحديد موقع كل من الصورة والجسم بيسر وسهولة.

14-2 كاميرا سينمائية بعدسة واحدة، يبلغ بعدها البؤري $f = 75 \text{ mm}$ ، استخدمت لتصوير رجل يبلغ طوله (180 cm) ، ويقف على مسافة (27 cm) بعيداً عن الكاميرا.

أوجد حسابياً مقدار طول صورة هذا الرجل على فيلم الكاميرا.

الحل:

البعد البؤري: $(f = 75 \text{ mm})$

طول الرجل يساوي: $(h_p = 180 \text{ cm})$

بعد الرجل عن العدسة: $(p = 27 \times 10^2 \text{ m})$

طول هذا الرجل: 9

من المعلوم لدينا أن معامل التكبير الطولي للعدسة:

$$m = \frac{h_i}{h_p} = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

ولكن معامل التكبير من جهة أخرى يساوي:

$$m = \frac{i}{p}$$

ومن المعادلة العامة للعدسات:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

$$i = \frac{pf}{p-f}$$

$$h' = mh$$

$$= \left(\frac{i}{p} \right) h$$

$$= \frac{(7.5 \text{ cm})(180 \text{ cm})}{(27 \times 10^2 \text{ cm} - 7.5 \text{ cm})}$$

أي أن طول الرجل على فيلم الكاميرا سوف يكون (0.5 cm) .

14-3 إن الصيغة الرياضية لمعادلة العدسات الرقيقة والتي يطلق عليها *Gaussian form* هي:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

إلا أن هناك صيغة أخرى للعدسة نفسها تسمى *Newtonian form* والتي تعتبر المسافة بين الجسم

والبعد البؤري الأول للعدسة (x) ، والمسافة بين الصورة والبعد البؤري الثاني للعدسة (x') .

أثبت أن:

$$x x' = f^2$$

ملاحظة: خذ:

$$i = f + x' \quad , \quad p = f + x$$

الحل:

من المعادلة العامة للعدسات الرقيقة، والتي ألفنا استخدامها، نستطيع وكما لاحظنا في

المسائل السابقة أن نحدد موقع الصورة على النحو الآتي:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

$$i = \frac{pf}{p-f}$$

وكما هو واضح من نص المسألة فإن:

$$P = f + x$$

حيث إن: (x) هي المسافة بين الجسم والبعد البؤري للعدسة، وهي موجبة إذا كان الجسم يقع بعد البعد البؤري (f) وسالبة إذا كان يقع قبل البعد البؤري على المحور البصري للعدسة.

$$i = \frac{f(f+x)}{f+x-f} = \frac{f(f+x)}{x}$$

كما هو واضح أيضاً من نص المسألة فإن:

$$i = f + x'$$

وهو أيضاً سالب أو موجب حسب موقعه من البعد البؤري للعدسة.

$$x' = i - f$$

$$= \frac{f(f+x)}{x} - f = \frac{f^2}{x}$$

أو بشكل آخر:

$$x'x = f^2$$

14-4 جسم ارتفاعه (4 cm) ، استخدمت عدسة مفرقة يبلغ بعدها البؤري $(f=25 \text{ cm})$ لتكوين صورة

لهذا الجسم الموجود على مسافة (50 cm) عنها. حدد موقع وحجم الصورة.

الحل:

ارتفاع الجسم يساوي: $(h_p=4 \text{ cm})$

نوع العدسة هو عدسة مقعرة بعدها البؤري: $(f=-25 \text{ cm})$

بعد الجسم عن العدسة يساوي: $(p=50 \text{ cm})$

أيضاً نعلم بداية إلى تحديد موقع الصورة، وكما تعودنا من المعادلة العامة للعدسات:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

$$\therefore i = \frac{pf}{p-f}$$

وكما نؤكد دائماً بأن البعد البؤري للعدسة المفرقة يكون سالباً، إذن:

$$i = \frac{(50 \text{ cm})(-25 \text{ cm})}{(50 \text{ cm}) - (-25 \text{ cm})} = \frac{-1250 \text{ cm}^2}{75 \text{ cm}} \\ = -16.66 \text{ cm}$$

هذا هو موقع الجسم، أما حجم الصورة، فتعني نعلم أن معامل التكبير:

$$m = \frac{-i}{p} = \frac{+16.66 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = +0.333 = 0.333$$

كما نعلم أن معامل التكبير يساوي من ناحية أخرى:

$$m = \frac{h'}{h} \Rightarrow 0.333 = \frac{h'}{4 \text{ cm}}$$

هذا هو حجم الصورة:

$$h' = 1.3 \text{ cm}$$

5-14 عدسة مفرقة يبلغ بعدها البؤري $(f=30 \text{ cm})$ ، استخدمت لرصد صورة لجسم يبعد عنها مسافة (15 cm) .

أوجد حسابياً مقدار كل من:

أ) بعد الصورة المتكونة.

ب) ارتفاع الصورة، ثم قارنه مع ارتفاع الجسم.

الحل:

البعد البؤري للعدسة المفرقة: $(f=30 \text{ cm})$

بعد الجسم عن العدسة يساوي: $(p=15 \text{ cm})$

بعد الصورة المتكونة يساوي: $(I=?)$

-I

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

$$i = \frac{pf}{p-f}$$

ولكن البعد البؤري هو مقدار سالب وذلك لأن العدسة مفرقة.

$$i = \frac{(30 \text{ cm})(-15 \text{ cm})}{(15 \text{ cm}) - (-30 \text{ cm})} \\ = \frac{-450 \text{ cm}^2}{45 \text{ cm}} = -10 \text{ cm}$$

2- أما معامل التكبير فهو كما تعودنا على حسابه:

$$m = \frac{-i}{p} = \frac{+10 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = 0.333$$

وهي ذات النسبة التي يكبر بها أو يصغر طول الجسم ذلك أننا نعلم بأن:

$$m = \frac{-i}{p} = \frac{h'}{h}$$

14-6 ثلاث عدسات أبعادها البؤرية على التوالي:

$$f_1 = 25 \text{ cm} \quad f_2 = 30 \text{ cm} \quad f_3 = 50 \text{ cm}$$

وضعت بجانب بعضها البعض دون أي فراغ فيما بينها.

أوجد القوة المؤثرة لمجموعة العدسات الثلاثة.

الحل:

البعد البؤري للعدسة الأولى يساوي: $(f_1 = 25 \text{ cm})$

البعد البؤري للعدسة الثانية يساوي: $(f_2 = 30 \text{ cm})$

البعد البؤري للعدسة الثالثة يساوي: $(f_3 = 50 \text{ cm})$

القوة المؤثرة لمجموع العدسات الثلاثة تساوي:

إن القوة الكلية المؤثرة لهذه المجموعة هي عبارة عن مجموع القوى المؤثرة للعدسات الثلاث أي أن:

$$p = p_1 + p_2 + p_3$$

مقاسة بوحدة (m^{-1}) أو ما نسميه دايوبتر.

ومن الواضح أن العدسات الثلاثة هي من النوع المحدب، ذلك أن أبعادها البؤرية موجبة. ونحن

نعلم أن القوة المؤثرة للعدسة تعرف رياضياً بالشكل:

$$p = \frac{-1}{f}$$

$$p = -\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3}\right)$$

ولكن:

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} = \frac{1}{25 \times 10^{-2}} + \frac{1}{30 \times 10^{-2}} + \frac{1}{50 \times 10^{-2}}$$

دايوبتر:

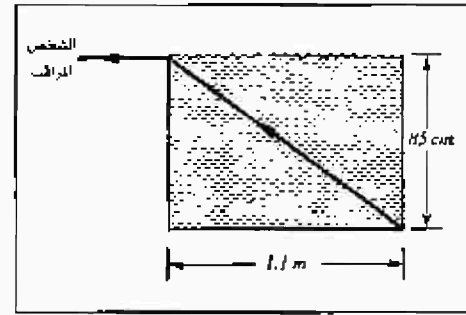
$$p = -(4 + 3.33 + 2) m^{-1} = -9.33 m^{-1}$$

مسائل وتمارين الفصل الرابع عشر

Chapter Fourteen Exercises & Problems

14-1 سقط شعاع ضوئي من الفراغ على لوح من الزجاج بزاوية مقدارها ($\theta_1 = 32^\circ$) مع العمود المقام على سطح اللوح الزجاجي عند نقطة التقاء الشعاع مع اللوح، ثم انكسر إلى داخل الزجاج وبزاوية مع العمود مقدارها ($\theta_2 = 21^\circ$) ($\theta_2 = 21^\circ$). أوجد حسابياً معامل انكسار الزجاج، اعتبر معامل انكسار الفراغ يساوي الواحد.

14-2 انظر الشكل (14-21).

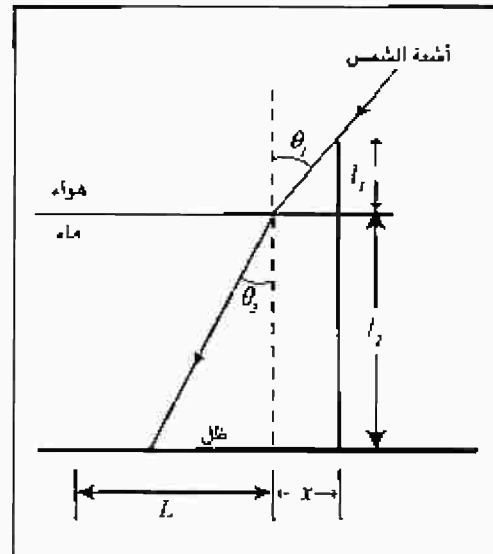


الشكل (14-21)، المسألة (14-2)

تأمل هذا الشكل حيث تجد أن أبعاده هي أبعاد مستطيل يوضحها الشكل في الطول والعرض، وهو عبارة عن خزان تم ملؤه بسائل غير معروف، وكما تلاحظ فقد قام شخص ما بإلقاء نظرة من على الزاوية العليا اليسرى بحيث يتقاطع الخط البصري له مع نقطة الزاوية السفلى اليمنى عند النقطة (E).

أوجد حسابياً معامل انكسار هذا السائل. وهل تستطيع معرفة اسم السائل؟

14-3 انظر الشكل (14-22).



الشكل (14-22)، المسألة (14-3)

عمود دائري المقطع يبلغ طوله المقمور في الماء ($l_1 = 2m$)، وطوله الممتد في الهواء ($l_2 = 50cm$)، ويقف عمودياً تماماً على قاع المسبح بينما تسقط أشعة الشمس بزاوية مقدارها (55°) مع الأفق (سطح الماء).

أوجد طول ظل العمود على سطح المسبح السفلي.

ملاحظة: اعتبر معامل انكسار الهواء (n_1)، ومعامل انكسار الماء (n_2).

14-4 يسقط شعاع ضوئي على السطح الفاصل بين الماء والزجاج بزاوية $(\theta_i = 30^\circ)$.

ما هي الزاوية التي يتخذ منها الضوء إلى الزجاج؟ أوجد مقدارها حسابياً.

ملاحظة: (n) للماء تساوي (1.33) ، (n_r) للزجاج تساوي (1.5) .

14-5 إذا علمت أن مقدار معامل انكسار الماء للون الأحمر يساوي (1.33) وللون البنفسجي يساوي (1.342) .

أوجد زاوية الانكسار لكل من اللونين، وذلك إذا سقطت أشعة كلا اللونين على سطح الماء بزاوية مقدارها $(\theta_i = 70^\circ)$.

14-6 مرآة مقعرة *convex mirror* يبلغ نصف قطر تكورها $(r=40\text{cm})$ استُخدمت لعكس شعاع ضوئي صادر من شمعة موجودة على المحور المركزي للمرآة وعلى مسافة (35cm) أمامها. حدد موقع الصورة وحجمها.

14-7 مرآة محدبة *concave mirror* يبلغ نصف قطر تكورها $(r=50\text{cm})$ ، استُخدمت لعكس شعاع ضوئي صادر من جسم موجود على المحور المركزي وعلى مسافة (35cm) أمام المرآة. حدد موقع الصورة وحجمها.

14-8 جسم موضوع على مسافة (30cm) من مرآة مقعرة، نصف قطر تكورها $(r=40\text{cm})$.

(أ) حدد موقع الصورة، ثم أوجد مقدار تكبيرها الجانبي *lateral magnification*.

(ب) أعد حل هذه المسألة وذلك إذا استبدلنا العدسة المقعرة بعدسة محدبة لها نصف قطر التكور نفسه.

14-9 استخدمت مرآة يدوية أمام وجهك وعلى بعد (25cm) ، فرأيت صورتك في المرآة مكبرة بمقدار (2) مرة.

أوجد حسابياً مقدار نصف قطر تكور المرآة، ثم حدد فيما إذا كانت المرآة محدبة أم مقعرة.

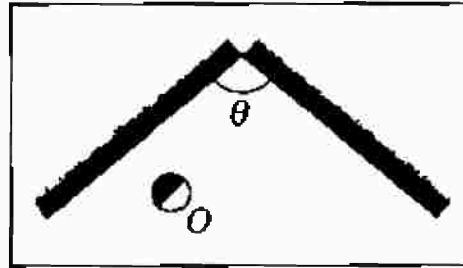
14-10 مرآتان مقعرتان نصف قطر تكور الأولى $(r_1=15\text{cm})$ ، ونصف قطر تكور الثانية $(r_2=12\text{cm})$ ، تفصلهما عن بعضهما مسافة مقدارها (40cm) ، وضع مصدر ضوئي بين المرأتين وعلى مسافة (10cm) من المرآة الأولى بحيث تقع المجموعة كلها على المحور المركزي.

(أ) أوجد موقع الصورة المتكونة في المرآة الأولى.

(ب) أوجد موقع الصورة المتكونة في المرآة الثانية.

14-11 انظر الشكل (14-23)، ترى أنه عبارة عن مسقط علوي لمرآتين مستويتين عموديتين على بعضهما البعض، تم وضع جسم عند النقطة (O) بينهما بزاوية مقدارها $\theta = 90^\circ$. إذا نظرت في المرآتين في آن معاً، فكم صورة سوف ترى للجسم (O) وأين تكون هذه الصور؟

ملاحظة: حاول أن تجري هذه التجربة البسيطة بنفسك.



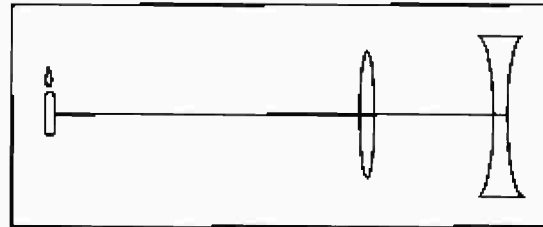
الشكل (14-23)، المسألة (14-11)

14-12 مرآة مقعرة مقدار نصف قطر تكورها $(r=35\text{cm})$ ، تم تثبيتها بحيث تبدو صورة الوجه صحيحة ومكبرة بمقدار (2.5) مرة. كم تبعد المرآة عن الوجه؟ أوجد ذلك حسابياً.

14-13 تم استخدام عدسة لامة *converging lens* لتكبير صورة بمقدار ثلاث مرات. حدد موقع العدسة إذا كان بعدها البؤري *focal length* يساوي (30cm) .

14-14 انظر الشكل (14-24).

ترى في الشكل عدستين إحداهما لامة *converging lens*، والأخرى مفرقة *diverging lens*، البعد البؤري للأولى $(f_1=40\text{cm})$ وللثانية $(f_2=40\text{cm})$ ، تفصلهما مسافة (20cm) ، وضع مصدر ضوئي على بعد (30cm) من العدسة الأولى، والمجموعة كلها واقعة على المحور المركزي.



الشكل (14-24)، المسألة (14-14)

- 1- أوجد موقع صورة المصدر الضوئي المتكونة بوساطة العدسة الأولى.
- 2- أوجد موقع الصورة بالنسبة للعدسة الثانية، علماً بأن صورة العدسة الأولى ستكون جسماً للعدسة الثانية.

الخلاصة

Summary

- إن الضوء يمكن وصفه بدقة عالية على أساس اعتباره موجة كهرومغناطيسية حيث أن سرعته وباقي خصائصه الأخرى يمكن تعريفها بواسطة معادلات العالم ماكسويل.

- إن المقصود بالبصريات الهندسية هو المعالجة التقريبية لموجات الضوء التي يمكن تمثيلها بتنعاع على شكل خط مستقيم ما لم يعترض طريق سيره جسم تساوي أبعاده الطول الموجي لهذا الشعاع.

- عندما ينتقل الشعاع الضوئي من وسط لآخر فإنه يخضع للانعكاس والانكسار في آن معاً، بحيث إن زاوية الانعكاس تساوي زاوية السقوط، أما زاوية الانكسار فتربط بزاوية السقوط بالعلاقة:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

- إذا انتقل الشعاع الضوئي من وسط ذي معامل انكسار أعلى من الوسط الثاني فإنه يخضع لانعكاس كلي داخلي عندها يسمى بالزاوية الحرجة، حيث نعبر عن هذه الزاوية بالعلاقة:

$$\theta_2 = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1}$$

- يحدث استقطاب الشعاع الضوئي عند زاوية برونستر والتي نعبر عنها بالعلاقة:

$$\theta^2 = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1}$$

- إن العلاقة الرياضية بين الجسم المضيء والصورة المشكلة بعد مروره بأي من الأجسام الآتية، وإعادة تشكيله من جديد حسب الآتي:

$$1 - \text{المرايا الكروية: } \frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$$

$$2 - \text{المراة المستوية: } p = -i$$

$$3 - \text{سطح عاكس كروي: (سطح واحد) } \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

$$4 - \text{عدسة رقيقة: } \frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

- إن التكبير الطولي بواسطة المرايا المستوية والعدسات الرقيقة نعبر عنه بالعلاقة:

$$m = -\frac{i}{p} \quad (\text{قوة العدسة})$$

كما نعبر عن التكبير بواسطة مجموعة من المرايا أو العدسات بالعلاقة:

$$M = m_1 m_2 \quad (\text{قوة عدة عدسات})$$

الفيزياء الحديثة

Modern Physics

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يتمكن من معرفة الفوتونات وأهميتها في الفيزياء الحديثة.
- أن يفسر كلاً من الظاهرة الكهروضوئية وظاهرة كومبتون بناءً على خصائص الكميات الفيزيائية للفوتونات كالطاقة والعزم الحظي.
- أن يفسر العلاقة بين قياس توزيع طاقة الفجوات المشعة وتكمم الطاقة.
- أن يعرف أهمية نظرية العالم يور في الانتقال من الميكانيك الكلاسيكي إلى الميكانيك الكمي.
- أن يعرف بأن تكمم الطاقة قاد إلى معرفة تكمم العزم الزاوي للإلكترون في مداره.
- أن يفسر ارتباط تغير طاقة النرة بالعدد الكمي.

الفيزياء الحديثة

Modern Physics

15-1 المقدمة Introduction:

إن المعلومات الأكيدة التي درسناها عن الضوء لغاية الآن تشير إلى أنه عبارة عن موجات كهرومغناطيسية *electro-magnetic waves*، وهذا ما تؤكد التجارب العملية لمجموعة الظواهر المعروفة عنه. كالتداخل *interference*، والحيود *diffraction*، والانكسار *refraction*، والانعكاس *reflection*، ويمكننا أن نفسر جميع هذه الظواهر على أساس معادلات ماكسويل *Maxwell's equations* المعروفة. إذ أن هذه المعادلات مبنية على أساس الخاصية الموجية للضوء *wave property*

إلا أن هناك ظواهر أخرى تؤكد على أن الضوء هو عبارة عن سيل من الجسيمات *stream of particles* يمتلك كل منها طاقته *specified energy* وعزمه الخاص به *momentum*. إن هذه النظرة الثنائية للضوء *wave-particle duality*، إضافة إلى المفهوم المبني على نظرية النسبية الخاصة به *special relativity theory*، تشكل الأساس المتين للفيزياء الحديثة *modern physics*، وسنعطي أمثلة تجريبية على ذلك من خلال فقرات هذا الفصل، بعد أن نقدم لذلك بمشروع أو اقتراح أينشتاين *Einstein proposal* الخاص بالضوء.

15-2 مشروع أينشتاين Einstein Proposal:

نقد قدم الفيزيائي الشهير أينشتاين مشروعه الرائد حول سلوك الضوء الذي يظهر كطاقة تمتلكها حزم متقطعة *discret bundels*، أطلق عليها كمّات الضوء *light quanta*، وذلك في العام 1905م، حيث أمكن إزالة العقبة التي كانت تعترض التفسير العلمي للظاهرة العملية - الكهروضوئية - وذلك باستخدامه فكرة عالم الفيزياء النظرية الألماني المعروف ماكس بلانك *Max Plank*، والتي عرضها قبل ذلك بخمس سنوات.

إن مشروع أينشتاين حول تفسير الضوء الكمي هذا، دفعه إلى التقرير بأن كمّات الضوء أو ما نسميه الآن الفوتونات *photons* يمتلك الواحد منها طاقة تساوي:

$$E = hf \quad (15-1)$$

حيث إن:

(f): هو عبارة عن تردد الموجة الضوئية.

(h): هو ثابت بلانك المعروف، والذي يساوي إلى:

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s} \quad (15-2)$$

$$h = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$$

كما أن الفوتون الواحد لا يمتلك هذه الطاقة فحسب وإنما يمتلك عزمًا خطيًا *linear momentum*، يمكن إيجاده باستخدام العلاقة المعروفة التي تربط وفق مفهوم النظرية النسبية *relativistic relationship* بين عزم الجسيم وطاقته الكلية كالإلكترون مثلاً، ولكن باستبدال كتلة الإلكترون بكتلة الفوتون المساوية للصفر، والعلاقة هي:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad (15-3)$$

حيث إن (c) هي سرعة الضوء، وهي السرعة التي يتحرك بها الفوتون، وبناء على ما تقدم فإن المعادلة (15-3) تتحول إلى الشكل الآتي:

$$E^2 = (pc)^2$$

$$E = pc$$

إلا أننا نعلم بأن سرعة الضوء ترتبط بكل من طوله الموجي وتردده بالعلاقة الشهيرة ($c = \lambda f$)، إذن من خلال هذا وباستخدام المعادلة (15-1) نجد أن:

$$hf = p \lambda$$

أي أن:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (15-4)$$

وهذه المعادلة تعبر عن العزم الخطي للفوتون، حيث إن (λ) تمثل الطول الموجي، والجدير بالملاحظة هنا، وبعد أن نتأمل جيداً كلا من المعادلتين (15-1) و(15-4) نجد أن طاقة الفوتون تتناسب مع تردده، وأن عزم الفوتون يتناسب مع طوله الموجي، وفي كلا الحالتين نجد أن ثابت التناسب هو ثابت بلانك *Plank's constant*.

إن هذا المشروع العظيم لأينشتين يمكننا الآن من التعبير عن الطيف الكهرومغناطيسي بجميع مكوناته بدلالة طاقة الفوتون أو عزمه إذا شئنا، في الوقت نفسه الذي نعبر فيه عن كل ذلك بدلالة الطول الموجي أو التردد أو بهذه الكميات الفيزيائية جميعها معاً. وبهدف إيضاح ذلك تأمل جيداً الجدول (15-1) حيث تجد أن عموده الرابع يعطيك مقادير الطاقة لأشهر مناطق الطيف الكهرومغناطيسي، كما يمكنك من ناحية أخرى إيجاد العزم باستخدام المعادلة (15-4).

وهكذا نتبين القيمة العلمية للإنجاز الذي حققه بلانك ثم أكمل مسيرته أينشتين.

مناطق الطيف الكهرومغناطيسي <i>Region of the Electromagnetic</i>	الطول الموجي <i>Wavelength</i>	التردد <i>Frequency (Hz)</i>	طاقة الفوتون <i>Photon Energy</i>
أشعة غاما	50 fm	6×10^{21}	25 MeV
أشعة X	50 pm	6×10^{18}	25 keV
فوق البنفسجية	100 nm	3×10^{15}	12 eV
المرئية	550 nm	5×10^{14}	2 eV
تحت الحمراء	10 μm	3×10^{13}	120 meV
الميكروية	1 cm	3×10^{10}	120 μeV
الراديوية	1 km	3×10^5	1.2 neV

الجدول (15-1)

يبين الأطوال الموجية والترددات

وكذلك طاقة فوتونات أشهر مناطق الطيف الكهرومغناطيسي *electromagnetic spectrum*

مثال (15-1): Example

إذا علمت أن المصدر الضوئي للصوديوم *sodium vapor lamp* يصدر موجات ضوئية فعالة بطول يساوي $(\lambda = 589 \text{ nm})$.

أوجد حسابياً مقدار طاقة الفوتونات الموافقة للموجة الضوئية للصوديوم مقاسة بالإلكترون فولت.

الحل Solution:

$$\begin{aligned}
 E &= hf = h \left(\frac{c}{\lambda} \right) \\
 &= (4.14 \times 10^{-15} \text{ eV s}) \frac{(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(589 \times 10^{-9} \text{ m})} \\
 &= 2.11 \text{ eV}
 \end{aligned}$$

مثال (15-2): Example

خلال عملية التحلل الإشعاعي *radioactive decay* لنواة عنصر مشع، تنبعث عنها أشعة غاما

Gamma ray تحمل فوتوناتها طاقة مقدارها (1.35 MeV) .

أوجد حسابياً مقدار كل من:

1- الطول الموجي الموافق لهذه الفوتونات؟

2- العزم *momentum* الذي تمتلكه هذه الفوتونات؟

الحل Solution:

-1

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{c}{f} = \frac{hc}{hf} = \frac{hc}{E} \\ &= \frac{(4.14 \times 10^{-15} \text{ eV.s})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1.35 \times 10^6 \text{ eV})} \\ &= 9.2 \times 10^{-13} \text{ m} = 920 \text{ fm}\end{aligned}$$

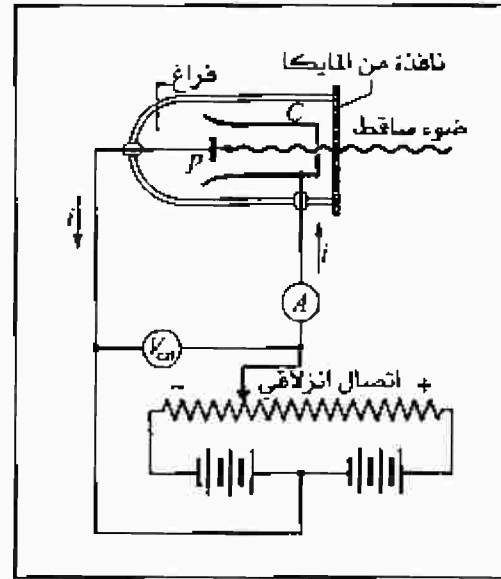
-2

$$\begin{aligned}p &= \frac{h}{\lambda} = \frac{hf}{\lambda f} = \frac{E}{c} \\ E &= (1.35 \text{ MeV}) = 1.35 \times 10^6 \text{ eV} \\ &= \frac{(1.35 \times 10^6 \text{ eV})}{(1 \text{ eV})} \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ J}) \\ &= 2.16 \times 10^{-13} \text{ J} \\ p &= \frac{(2.16 \times 10^{-13} \text{ J})}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 7.2 \times 10^{-22} \left(\frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \right)\end{aligned}$$

15-3 التأثير (الظاهرة) الكهروضوئي The Photoelectric Effect:

تعتبر هذه الظاهرة بتفسيرها العلمي الصحيح، هي خير مثال على ما قدمه أينشتاين بتقريره أن الضوء قوامه مجموعة هائلة من الفوتونات، ذلك أن هذا الأثر يستحيل استيعابه ما لم نستخدم تفسير أينشتاين لطبيعة الموجة الضوئية، في منطقتي كل من الأشعة المرئية *visible* والأشعة فوق البنفسجية *ultraviolet* باعتبارهما منطقتي حدوث هذه الظاهرة الهامة.

إن سقوط الأشعة الضوئية على سطح معدني نظيف وصقيل في شروط صحيحة تُسفر عن تحرير إلكترونات من سطح هذا المعدن، وهذا الذي يمكن إدراك أثره وتفسير معناه بناءً على ما قدمه أينشتاين. ولعل فتح عملية الأبواب الأوتوماتيكي أو إغلاقها، وعمل منبهات الدوائر السرية *security alarm systems* من الأمثلة الشائعة التي يمكن تفسيرها على أساس التأثير الكهروضوئي *photo electric effect*. ولا بد من التأكيد هنا بأن الظاهرة في خلاصتها هي عبارة عن تصادم بين الفوتونات الضوئية والإلكترونات المعدن المخصص لاستقبالها، انظر الشكل (15-1).



الشكل (15-1)

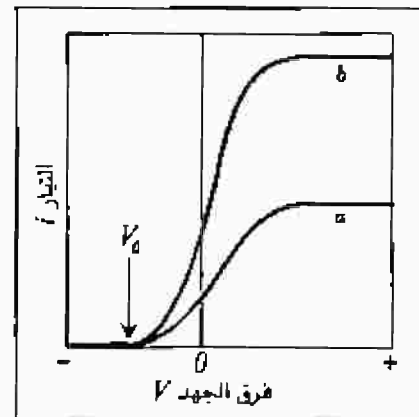
هذه الأجهزة تستخدم لدراسة الظاهرة الكهروضوئية، ويظهر فيها الشعاع الضوئي الساقط على اللوح (P)، ثم تأتي مرحلة تجميع الإلكترونات الضوئية على الكاس (C) ثم بعد ذلك على جهاز قياس التيار (A)

إن الشعاع الضوئي ذا التردد (f) يضئ القطعة المعدنية (P) متسبباً في انبعاث الإلكترونات المحفزة ضوئياً والتي تتجه إلى كاس مجمع الإلكترونات (C) حيث يوجد فرق جهد مناسب بينهما مقداره (V) يسحب هذه الإلكترونات *photoelectrons* ثم تمر عبر مقياس التيار (A)، إن فرق الجهد الكلي (V) نعبّر عنه بالمعادلة:

$$V = V_{ext} + V_{cpd} \quad (15-5)$$

حيث إن (V_{ext}) تمثل قراءة الفولتميتر المبين في الشكل (15-1)، بينما يمثل (V_{cpd}) فرق جهد الاتصال بين اللوحة (P) ومجمع الإلكترونات (C) باعتبارهما مصنوعان من مادتين مختلفتين *contact potential difference*.

إن المعلومات الأساسية في دراسة هذه الظاهرة والتي نحصل عليها من خلال هذه التجربة، بينها الشكل (15-2).



الشكل (15-2)

يوضح المعلومات الأساسية المأخوذة من أجهزة القياس الموضحة في الشكل (15-1) ويظهر في الشكل (15-2) التيار الناتج عن الإلكترونات الضوئية (i) كتابع للجهد (V)، وذلك لشعاعين ضوئيين بشدتي (ضوء) مختلفة ولكن بالطول الموجي نفسه.

إن الجهد المبين في هذا الشكل (V_0) هو عبارة عن جهد الإيقاف *stopping potential*، وهو عبارة عن فرق الجهد اللازم لإيقاف الإلكترونات الضوئية السريعة مما يجعل التيار الكهروضوئي

مساوياً للصفر عند هذه القيمة، ويمكننا إيجاد مقدار الطاقة الحركية للإلكترونات ذات الطاقة العالية وفق المعادلة:

$$K_m = eV_0 \quad (15-6)$$

وكما يلاحظ من الشكل (15-2) فإن الطاقة الحركية لا تعتمد على شدة إشعاع الشعاع الضوئي الساقط، بل تعتمد على جهد الإيقاف، وهناك دراسات كثيرة تبين علاقة جهد الإيقاف (V_0) بتردد الشعاع الساقط في مناطق مختلفة للطيف الكهروضوئي.

لقد وضع أينشتاين مبدأ حفظ الطاقة للظاهرة الكهروضوئية *principle of conservation of energy* على النحو الآتي:

$$hf = \phi + K_m \quad (15-7)$$

حيث أصبح واضحاً أن المقدار (hf) هو عبارة عن طاقة الفوتون، (ϕ) هو عبارة عن دالة الشغل *work function* للمعدن المستخدم لصناعة الصفيحة (P)، ومن الواضح أن:

$$K_m = hf - \phi \quad (15-8)$$

(K_m): عبارة عن الطاقة الحركية القصوى التي من الممكن للإلكترونات المنبعثة أن تمتلكها.

والسؤال الآن: ما هي علاقة جهد الإيقاف (V_0) بالطول الموجي أو بتردد الأشعة الضوئية الساقطة على اللوح المعدني؟

إن الإجابة عن هذا السؤال يمكن استنتاجها فيما إذا جمعنا بين مكونات المعادلتين (15-8) و (15-6) على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} K_m &= V_0 e \\ (hf - \phi) &= V_0 e \\ \left(\frac{h}{e} \right) f - \left(\frac{\phi}{e} \right) &= V_0 \end{aligned}$$

أي أن العلاقة بين (V_0) والتردد (f) هي من النوع الخطي *linear relationship* ويمكننا إيجاد ثابت التناسب (h) في كلا المعادلتين (15-1) و (15-2) على النحو الآتي:

$$h = \frac{\Delta V_0}{\Delta f} = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

ومن الواضح أن التغير في جهد الإيقاف (ΔV_0) يساوي دائماً التغير في تردد الموجه الضوئية الساقطة مضروباً في مقدار ثابت بلانك (h).

مثال (15-3): Example

لوح من معدن البوتاسيوم، يبعد مسافة $(r=3.5m)$ عن مصدر ضوئي قدرته $(p=1.5W)$ أوجد حسابياً مقدار الوقت الذي يحتاجه اللوح المعدني لكي يكتسب مقدار من الطاقة يساوي $(1.8eV)$ ، وذلك كي تنبعث منه الإلكترونات الضوئية، بافتراض أن الإلكترون يحصل على طاقته أثناء عملية استقبال الأشعة الضوئية في مساحة دائرية من اللوح نصف قطرها $(5.3 \times 10^{-11} m)$.

الحل Solution:

المساحة الدائرية من اللوح المعدني المستقبلية للإشعاع الضوئي هي:

$$A = 3.14 (5.3 \times 10^{-11} m)^2 = 8.8 \times 10^{-21} m^2$$

أما شدة الإشعاع الضوئي فهي:

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{1.5W}{4\pi (3.5m)^2} \\ = 9.7 \times 10^{-3} W / m^2$$

أما نسبة تقاطع الطاقة مع المساحة المحددة على سطح الصفيحة فهي:

$$R = IA = (9.7 \times 10^{-3} W / m^2) (8.8 \times 10^{-21} m^2) \\ = 8.5 \times 10^{-23} W$$

حيث (A) تساوي مساحة الدائرة من لوح معدن البوتاسيوم.

أما الوقت المطلوب فهو:

$$t = \left(\frac{1.8eV}{8.5 \times 10^{-23} Js} \right) \left(\frac{1.6 \times 10^{-19} J}{1eV} \right) \left(\frac{1min}{60s} \right) \\ = 56 min$$

مثال (15-4): Example

في المثال السابق (15-3) افترض أن الطول الموجي للمصدر الضوئي يساوي $(589nm)$ ، والمساحة المتأثرة بالإشعاع الضوئي تساوي $(1cm^2)$.

أوجد حسابياً نسبة عدد الفوتونات التي تصطدم مع الصفيحة المعدنية.

الحل Solution:

من المثال السابق:

$$I = (9.7 \times 10^{-3} W / m^2) \left(\frac{1eV}{1.6 \times 10^{-19} J} \right) \\ = 6.1 \times 10^{16} eV / m^2 s$$

إن طاقة الفوتون الواحد في هذه الحالة تساوي إلى:

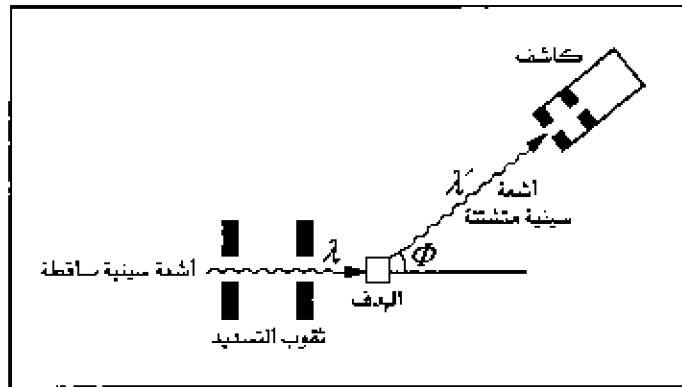
$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = 2.11 \text{ eV}$$

وبناءً على ذلك نجد أن نسبة الفوتونات التي تصطدم بالصفحة المعدنية تساوي:

$$R = (6.1 \times 10^{16} \text{ eV} / \text{m}^2 \text{ s}) \left(\frac{1 \text{ photon}}{2.11 \text{ eV}} \right) (10^{-4} \text{ m}^2) \\ = 2.9 \times 10^{12} \text{ photons} / \text{s}$$

15-4 تأثير (ظاهرة) كومبتون *The Compton Effect*:

هذه هي الظاهرة الأخرى تمثل نموذجاً ومثالاً عمليين على نجاح النظرية الكمية للضوء التي وضعها أينشتاين *the quantum theory of light*، إن أهمية هذه التجربة الفريدة تكمن في أنها قدمت دليلاً عملياً على حقيقة وجود الفوتونات التي تعبّر عن الضوء، وذلك من خلال تقديم البرهان الأكيد على وجود كل من طاقة *energy* وعزم *momentum* الفوتون، كما أنه يشمل منطقة الأشعة السينية *x-ray* إضافة إلى منطقتي الظاهرة الكهروضوئية، المنطقة المرئية، والمنطقة فوق البنفسجية ولمعرفة المزيد حول هذه الظاهرة الهامة، انظر الشكل (15-3).



الشكل (15-3)

الترتيب الذي استخدمه كومبتون، حيث قام بقياس كل من شدة وطول الأشعة المنتشرة عن الهدف (T)

إن الشكل (15-3) يوضح الترتيب الذي وضعه كومبتون في العام 1923م *Arther Compton*، أشعة سينية (x) بطول موجي يساوي (λ) تسقط على الهدف (T)، لقد قام كومبتون بقياس شدة الأشعة المنتشرة *scattered x-ray* بعد اصطدام الأشعة السينية بالهدف، وذلك كتابع للطول الموجي في اتجاهات مختارة ومتعددة، وعلى الرغم من أن الأشعة الساقطة على الهدف تملك طولاً موجياً واحداً، إلا أن الأشعة المنتشرة تملك طولين موجيين، أحدهما يتوافق مع الأشعة الساقطة (λ) والآخر مع الطول (λ') بحيث يكون أكبر من الطول الموجي (λ) بمقدار (Δλ)، والتي تسمى

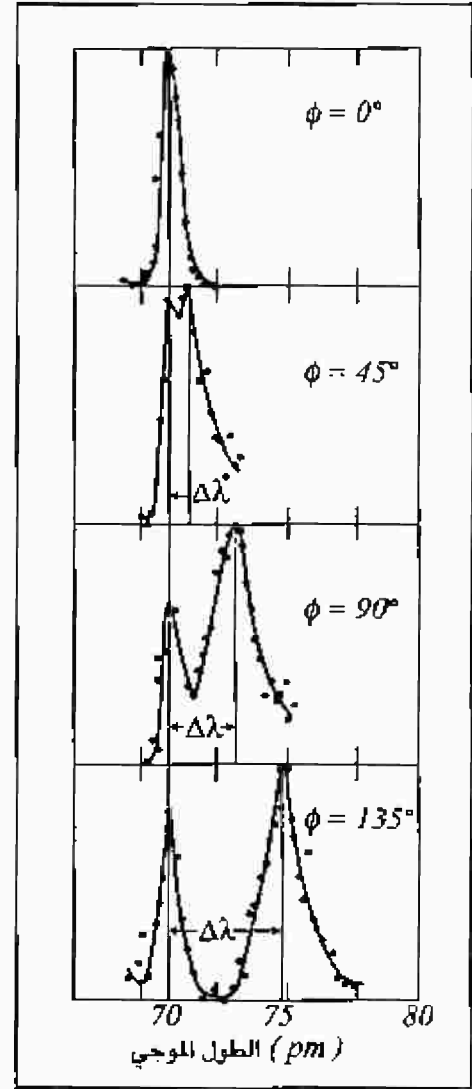
تحول كومبتون *Compton shift* وهذا التحول يتغير بتغير زاوية سقوط الأشعة (x) على الهدف (T)، انظر الشكل (4-15).

إن قمة موجة التشتت (λ) المبينة في الشكل (4-15) لا يمكن تفسير معناها إذا اعتبرنا أن موجة الأشعة السينية الساقطة على الهدف هي مجرد موجة وفق النموذج السائد *wave model* قبل أن يقدم أينشتاين فرضيته حول الموجة الضوئية الكمومية، حيث يقتضي هذا الفهم أن الإلكترونات التي تهتز في الهدف (T) سوف تكتسب تردد الموجة الساقطة (ϕ) نفسها، إن هذه الاهتزازات *oscillations* المنبعثة تشبه تماماً ما تحدثه الشحنات الكهربائية المهتزة حول محور الإرسال في مولد الموجات الكهرومغناطيسية حيث تتبع متباعدة عنه بنفس تردد هذه الشحنات المهتزة حول محوره.

وعلى هذا الأساس فإن الحزمة المتشتتة يجب أن يكون لها ذات التردد (ϕ) وذات الطول الموجي (λ)، تماماً كالحزمة الضوئية الساقطة.

ولكن هذا ما لا يحدث في ظاهرة كومبتون، حيث أثبت كومبتون أن الأشعة الساقطة بفوتوناتها ذات الطاقة ($E=h\nu$) وعزمها ($p=h/\lambda$) تصطدم بالإلكترونات الحرة للهدف فيحصل كما يحصل تماماً في لعبة البلياردو *billiard ball-like collisions*، حيث إن الفوتون الذي يخضع للتصادم يتشتت بطاقة (E') مقدارها أقل من مقدار طاقته قبل التصادم، وعلى هذا يكون مقدار تردده أيضاً (ν') أقل مما هو عليه قبل التصادم، ولكن مقدار طول الموجة الجديد (λ') أكبر من مقدار طول الموجة قبل التصادم بينما يحصل الإلكترون المشارك في عملية التصادم على جزء من طاقة الفوتون.

ولعرفة المزيد عن طاقة الإلكترون بعد التصادم لا بد من تطبيق مبدأ حفظ الطاقة عليه، وهذا



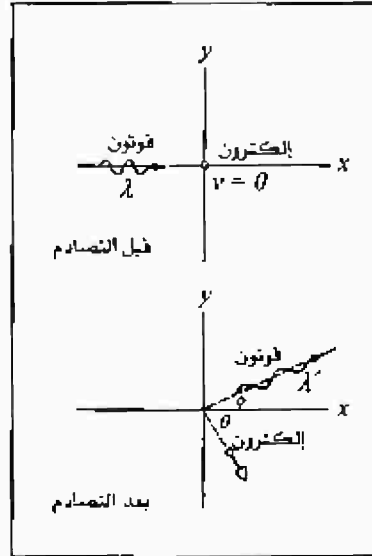
الشكل (4-15)

يبين اختلاف تحول كومبتون ($\Delta \lambda$) بتغير زاوية قياس التشتت (ϕ) scattering angle لأربع زوايا مختلفة (0°, 45°, 90°, 135°) ويلاحظ أن المقدار ($\Delta \lambda$) يزداد بازدياد زاوية التشتت (ϕ)

عليه قبل التصادم، ولكن مقدار طول الموجة الجديد (λ') أكبر من مقدار طول الموجة قبل التصادم بينما يحصل الإلكترون المشارك في عملية التصادم على جزء من طاقة الفوتون.

ولعرفة المزيد عن طاقة الإلكترون بعد التصادم لا بد من تطبيق مبدأ حفظ الطاقة عليه، وهذا

ما لا يمكن بطبيعة الحال في هذا المقام ما لم نضع حقيقة ما حدث في هذه التصادمات النظرية النسبية، ذلك أن الإلكترونات المشتتة يمتلك سرعة مساوية لسرعة الضوء، ولتوضيح ذلك انظر الشكل (5-15).



الشكل (5-15) تشتت كومبتون

إن تطبيق مبدأ حفظ الطاقة على ظاهرة كومبتون بالنسبة للإلكترون المشارك في عملية التصادم تفسر استناداً على مفهوم النظرية النسبية على النحو الآتي:

$$E = M c^2 + K^2 \quad \text{الطاقة الكلية:}$$

$$E = h f \quad \text{طاقة الفوتون:}$$

$$E' = h f' \quad \text{طاقة الفوتون المشتت:}$$

$$K^2 = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - m c^2 \quad \text{طاقة الإلكترون الحركية بعد التصادم:}$$

إذن الطاقة الكلية بعد التشتت هي عبارة عن مجموع طاقة الفوتون المشتت زائد الطاقة الحركية للإلكترون بعد التصادم *recoiling electron*.

$$h f = h f' + m c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

وبما أن:

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad , \quad f' = \frac{c}{\lambda'}$$

إذن:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + mc \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2}} - 1 \right) \quad (15-9)$$

إنَّ المعادلة (15-9) هي معادلة حفظ الطاقة في ظاهرة كومبتون، والسؤال المطروح الآن ماذا بشأن مبدأ حفظ العزم قبل وبعد التصادم *conservation of momentum* ؟

إن عزم الفوتون الخطي قبل التصادم يساوي إلى $(p = h/\lambda)$ ، أما عزم الإلكترون بعد التصادم وفقاً للنظرية النسبية فيساوي إلى:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2}} \quad (15-10)$$

نحن نعلم أن العزم هي كميات متجهة، ولهذا فإننا نستطيع إيجاد محصلة متجهات العزم من خلال الشكل (15-5) بعد التصادم، لنحصل على ما يلي:

المركبات السينية *x componets*

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \phi + p \cos \theta \quad (15-11)$$

المركبات الصادية *y-compnent*

$$0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \phi - p \sin \theta \quad (15-12)$$

ومن الواضح أنَّ كلا من الزاويتين (ϕ, θ) يمكن قياسهما تجريبياً بعد ذلك من السهل إيجاد انحراف كومبتون (λ, λ') وذلك على النحو الآتي:

1- بضرب المعادلتين (15-11) و (15-12) بالثابت (c) وهو عبارة عن سرعة الضوء، ثم نعيد كتابتهما مرتبةً على النحو الآتي:

$$pc \cos \theta = hf - hf' \cos \phi$$

$$pc \sin \theta = hf' \sin \phi$$

2- ثم نربع طرفي هاتين المعادلتين ونجمعهما على النحو الآتي:

$$p^2 c^2 = (hf)^2 - 2(hf)(hf') \cos \theta + (hf')^2 \quad (15-13)$$

ومن المعلوم لدينا أن:

$$E = mc^2 + K$$

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

نجد أن:

$$(K + mc^2)^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$$

$$p^2 c^2 = K^2 + 2mc^2 K$$

$$K = hf - hf'$$

إذن:

$$p^2 c^2 = (hf)^2 - 2(hf)(hf')(1 - \cos \phi) \quad (15-14)$$

نموض الآن المعادلة (15-14) في المعادلة (15-13) لنحصل على:

$$2mc^2(hf - hf') = 2(hf)(hf')(1 - \cos \phi)$$

وباستخدام الطول الموجي بدلاً من التردد، ذلك أن $\lambda = c/f$ و $\lambda' = c/f'$ نجد أن:

$$\frac{mc}{h} \left(\frac{f}{c} - \frac{f'}{c} \right) = \frac{f}{c} - \frac{f'}{c} (1 - \cos \phi) \quad (15-15)$$

$$\frac{mc}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{(1 - \cos \phi)}{\lambda \lambda'}$$

$$\frac{mc}{h} \left(\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda \lambda'} \right) = \frac{(1 - \cos \phi)}{\lambda \lambda'}$$

وأخيراً:

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi) \quad (15-16)$$

وهي المعادلة التي تعبر عن انحراف كومبتون ($\Delta \lambda$) بدلالة المقدار $(\cos \phi)$ جيب تمام زاوية تشتت الفوتون وكل من (h, m, c) هي عبارة عن ثوابت، سرعة الضوء، كتلة الإلكترون، ثابت بلانك، أي أن معرفة الزاوية (ϕ) تكفي لمعرفة تأثير كومبتون.

ويمكننا الاستغناء عنها في حالة الإلكترون بالمقدار:

$$\frac{h}{mc} = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m} = 2.43 \text{ pm}$$

إنَّ للقدار (2.43 pm) يسمى الطول الموجي لكومبتون *Compton wave length* ومن هنا يتبيَّن لنا أهمية هذه الظاهرة العلمية، حيث قدمت تفسيراً صحيحاً لفرضية العالم أينشتين حول الموجة الضوئية، إضافة إلى أنها مسؤولة عن ظاهرة ما يسمى بالنبضات الكهرومغناطيسية الناتجة عن الانفجارات الحرارية النووية في طبقات الغلاف الجوي العليا، وذلك بسبب أشعة غاما γ -ray وأشعة إكس x -ray المتولدة من هذه التفاعلات.

إنَّ النبضات الكهرومغناطيسية آتية الذكر تؤدي إلى إتلاف الدوائر الكهربائية في حال وصولها إلى سطح الأرض، لذا يتم التحسب مسبقاً لمثل هذه الإشعاعات.

مثان (15-5): Example

تنتشت أشعة إكس x -ray من عنصر الكربون بطول مقداره ($\lambda = 22 \text{ pm}$)، حيث تبلغ طاقة الفوتون (56 KeV)، وذلك بزاوية قدرها ($\phi = 85^\circ$) بالنسبة للشعاع الساقط.

أوجد حسابياً مقدار كل:

1- انحراف كومبتون ($\Delta \lambda$).

2- مقدار الطاقة الذي ستفقد الفوتونات؟

الحل Solution:

1- من المعلوم لدينا أنَّ انحراف كومبتون يساوي إلى:

$$\begin{aligned} \Delta \lambda &= \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi) \\ &= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}) (1 - \cos 85^\circ)}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}) (3 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 2.21 \times 10^{-12} \text{ m} = 2.21 \text{ pm} \end{aligned}$$

ويمكن استخدام الطول الموجي لكومبتون والبالغ ($2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$) لإيجاد انحراف

كومبتون في هذه المسألة وذلك على النحو الآتي:

$$\Delta \lambda = (2.43 \times 10^{-12} \text{ m}) (1 - 0.037) = 2.21 \text{ pm}$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها في الخطوة الأولى.

2- الجزء المفقود من الطاقة هو عبارة عن:

$$\begin{aligned}
 \frac{E - E'}{E} &= \frac{hf - hf'}{hf} = \frac{(c/\lambda) - (c/\lambda')}{(c/\lambda)} \\
 &= \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} \\
 \frac{2.21 \text{ Pm}}{22 \text{ Pm} + 2.21 \text{ Pm}} &= 0.091 = 9.1\%
 \end{aligned}$$

ملاحظة: $(\lambda' - \lambda = \Delta\lambda \Rightarrow \lambda' = \lambda + \Delta\lambda)$

15-5 ثابت بلانك *Plank's Constant*:

إن النظرية الكلاسيكية التي فسرت الدالة الرياضية للتوزيع الإشعاعي المعروفة $S(\lambda)$ للأشعة الحرارية الصادرة عن الفجوات المشعة *cavity radiation* والمعروفة بالصيغة الرياضية المسماة بالقانون الكلاسيكي للإشعاع والتي نعبر عنها بالمعادلة الآتية:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c k T}{\lambda^4} \quad (15-17)$$

لم تتفق مع القياسات العملية التي كانت متحققة بهذا الخصوص، إلى أن تمكن العالم بلانك *Plank* في العام 1900م من وضع القانون الخاص بهذه العملية، والذي كان متفقاً تماماً مع جميع القياسات العملية، وعند جميع الأطول الموجية والمعروفة بالمعادلة الرياضية الآتية:

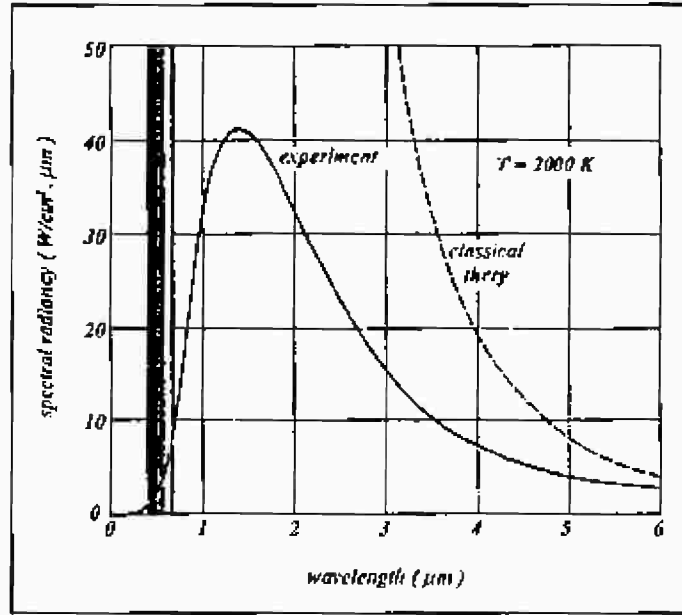
$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{(hc/\lambda kT)} - 1} \quad (15-18)$$

إن العالم بلانك توصل إلى تحديد مقدار الثابت (h) ، وذلك من خلال استخدام المعادلة (15-18)، والتي يطلق عليها قانون بلانك للإشعاع. إن الثابت (h) يحمل اسم العالم بلانك منذ ذلك الحين والذي سبق وأن قدمنا مقداره العددي في هذا الفصل، في المعادلة (15-2).

إن الكمية الفيزيائية $S(\lambda)$ تمثل الإشعاع الطيفي عند مقادير معينة للطول الموجي وتقاس بوحدات $(\text{Watt} / \text{cm}^2 \cdot \mu\text{m})$ ، أما (c) فهي سرعة الضوء، و (k) هو ثابت بولتزمان المعروف *Boltzman constant*.

$$\begin{aligned}
 k &= 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K} \\
 k &= 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}
 \end{aligned} \quad (15-19)$$

ولبيان الفروق الجوهرية بين ما قدمه بلانك، والنظرية الكلاسيكية لتوزيع شدة الإشعاع كتابع للطول الموجي تأمل الشكل (15-6).



الشكل (15-6)

الخط المتصل يبين النتائج التي تطابق ما قدمه بلانك المعادلة (15-18)، أما الخط المتقطع فهو يوافق النظرية الكلاسيكية في هذا الخصوص المعادلة (15-17).

15-6 مبدأ التوافق *The Correspondance Principle* :

إن المعادلات الرياضية المستخدمة في الميكانيكا النسبية *relativistic mechanics* وكذلك المعادلات الرياضية في فيزياء الكم *quantum physics*، تعود مرة أخرى إلى الحالة الكلاسيكية *familiar classical laws* عندما تكون الشروط التجريبية مهيأة لذلك، كما أن انخفاض مقدار سرعة الجسيمات المتحركة مقارنةً بسرعة الضوء هو الآخر من الشروط المطلوب توافرها كي نتاح الفرصة لاستخدام الميكانيك الكلاسيكي، وكمثال على ذلك سوف نناقش الشرط الذي يجيب تحقيقه كي تعود المعادلة (15-18) التي تمثل قانون الإشعاع لبلانك *Plank's radiation law* إلى قانون الإشعاع الكلاسيكي الموضح في المعادلة (15-17).

من المعروف أن المعادلة (15-17) ممكنة الاستخدام عند الأطوال الموجية الكبيرة جداً، لنعوض الآن عن هذه الكمية بالمقدار $(\lambda = \infty)$ في المعادلة (15-18)، ولتبسيط مناقشة المسألة افترض أن:

$$x = \left(\frac{hc}{\lambda k T} \right)$$

وعليه تصبح المعادلة (15-18) على النحو الآتي:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^x - 1}$$

إن الحالة ($x \rightarrow 0$) توافق الحالة ($\lambda \rightarrow \infty$)، وعليه نجد أن:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$$

$$= 1 + x$$

وهكذا يصبح مقام الجزء الثاني على الطرف الأيمن:

$$ex - 1 = 1 + x - 1 = x$$

وبالتعويض في المعادلة (15-18) نحصل على الآتي:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^3 h}{\lambda^5} \left(\frac{1}{x} \right)$$

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^3 h}{\lambda^5} \frac{\lambda kT}{hc}$$

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c kT}{\lambda^4}$$

والتي بطبيعة الحال هي ذات المعادلة (15-17).

وهكذا نجد أن مبدأ التوافق ساري المفعول إذا ما تحقق الشرط المطلوب في هذا المثال وهو أن يكون الطول الموجي كبيراً جداً.

15-7 نظرية بور Bohr's Theory :

في العام 1913م، أي بعد أن قدّم الفيزيائي البريطاني رذرفورد Ernest Rutherford الفكرة الرائدة بأن هناك نواة *nucleus* في وسط الذرة، قدم العالم الكبير بور Niels Bohr نموذجاً لذرة الهيدروجين باعتبارها أبسط أنواع الذرات وذلك لاحتوائها على بروتون واحد *proton* وإلكترون واحد *electron* وأكد بنسبة عالية من الدقة بأن ذرة الهيدروجين تمتلك خطوطاً خاصة لطيفها *spectral lines*، كما تمكن من إيجاد أطوال موجات هذا الطيف بدقة وصلت إلى (0.02%). وتعتبر نظرية بور حول الذرة هي الخطوة الأساس حول المفهوم العام للنظرية الكمية *quantum theory*. وقد استهل العالم بور التصريح بذلك عندما أكد بأن الفيزياء الكلاسيكية قد اقتربت من نهايتها، كما وضع بور فرضيتين مهمتين هما:

1- وجود ذرة الهيدروجين *hydrogen atom* في أي من مجموعة مستويات الطاقة المتدرجة الثابتة *discrete set of stationary states* العائدة لها دون أن يصدر عنها أي إشعاع، وهذا هو بداب الخروج على النظرية الكلاسيكية.

2- فرضية التردد *the frequency postulate* وفيها افترض بور بأن ذرة الهيدروجين تستطيع أن تصدر أو تمتص إشعاعاً فقط عندما تنتقل الذرة من مدار ثابت إلى آخر، والطاقة الصادرة أو الممتصة عن طريق الفوتون تساوي إلى الفرق في الطاقة بين هذين المستويين الثابتين، وفيد فرضيته بهذا الشرط.

$$h f = E_i - E_f \quad (15-19)$$

وهذه المعادلة هي ما يعرف بشرط بور للتردد *Bohr frequency condition* والسؤال الآن هو: أين تكمن أهمية نظرية بور؟ إن أهمية هذه النظرية تكمن في أنها فسرت التركيب الذري للعناصر، ولبيان ذلك، سوف نتفحص الحركة الموجية للإلكترون في مداره حول نواة ذرة الهيدروجين.

إن طول موجة ديبرولي *De Broglie wave length* للإلكترون في ذرة الهيدروجين يساوي:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

إن لكل من مجموعة مستويات متقطعة فإن ذرة الهيدروجين من الممكن أن توجد في أي من المستويات المتقطعة للطاقة دون أن يصدر عنها أية إشعاع.

حيث تمثل (v) سرعة الإلكترون في مداره، والتي يمكن إيجادها ببساطة شديدة من خلال معرفة القوة الطاردة المركزية *centripetal force*.

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

والقوة الإلكتروستاتيكية *electro static force* بين كل من البروتون والإلكترون في ذرة الهيدروجين تساوي إلى:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

وهما قوتان متساويتان عند مدار الإلكترون، ذي نصف القطر (r)، إذن:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

أي أن طول موجة ديبرولي تساوي:

$$\lambda = \frac{h}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 m r}{m}} \quad (15-20)$$

وبالتعويض عن نصف مدار الإلكترون بالمقدار $(5.3 \times 10^{-11} m)$ نجد أن طول موجة الإلكترون هي:

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} Js}{1.6 \times 10^{-19} C} \left(\frac{4\pi \times 8.85 \times 10^{-12} (F/m) \times 5.3 \times 10^{-11} m}{9.1 \times 10^{-31} kg} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 33 \times 10^{-11} m$$

والمقدار $(33 \times 10^{-11} m)$ مساوٍ تماماً لمحيط مدار الإلكترون، وعلى هذا فإن محيط مدار الإلكترون في ذرة الهيدروجين يمثل موجة كاملة منغلقة على نفسها.

إن شرط الحصول على مدار مستقر هو:

$$n\lambda = 2\pi r_n, n = 1, 2, 3, \dots \quad (15-21)$$

حيث إن (r_n) تمثل نصف قطر المدار الذي يحوي على عدد (n) من الموجات، ويدعى العدد (n) بالعدد الكمي *quantum number* للمدار، ومن المعادلتين (15-20) و(15-21) نجد أن:

$$\frac{nh}{e} = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r_n}{m}} = 2\pi r_n$$

ومن خلال هذه المعادلة نستطيع أن نعرف مقادير أنصاف أقطار المدارات المستقرة للإلكترون، وذلك كالآتي:

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2 \epsilon_0^2}{\pi m e^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (15-22)$$

أما أدنى مدار فيدعى بنصف قطر بور *Bohr radius* لذرة الهيدروجين ويرمز له بالرمز (a_0) حيث إن:

$$a_0 = r_1 = 5.3 \times 10^{-11} m$$

أما أنصاف الأقطار والأخرى فتتغير بتغير العدد (n) :

$$r_n = n^2 a_0$$

لقد وجد بور أن طاقات المستويات الثابتة لذرة الهيدروجين يمكننا أن نعبر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$E = \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15-23)$$

إن أدنى مستوى للطاقة يسمى بالمستوى الأرضي أو الحالة الأرضية *ground state* للذرة، ونرمز

له (E_1) ، تليها المستويات العليا $(E_2, E_3, \dots)$ ، ويساوي مقداره:

$$E_1 = -13.6 eV$$

وذلك بعد التعويض عن (n) بالعدد واحد ويمكن على أساس هذا المقدار لطاقة الحالة الأرضية

للذرة تعميم المعادلة (15-22) وتبسيطها إلى الشكل:

$$E = \frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15-24)$$

أما شرط بور للتردد فيمكن إعادة التعبير عنه رياضياً، بعد أن توصلنا إلى معرفة طاقة المستوى الذي توجد فيه الذرة على النحو الآتي:

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{u^2} \right) \quad (15-25)$$

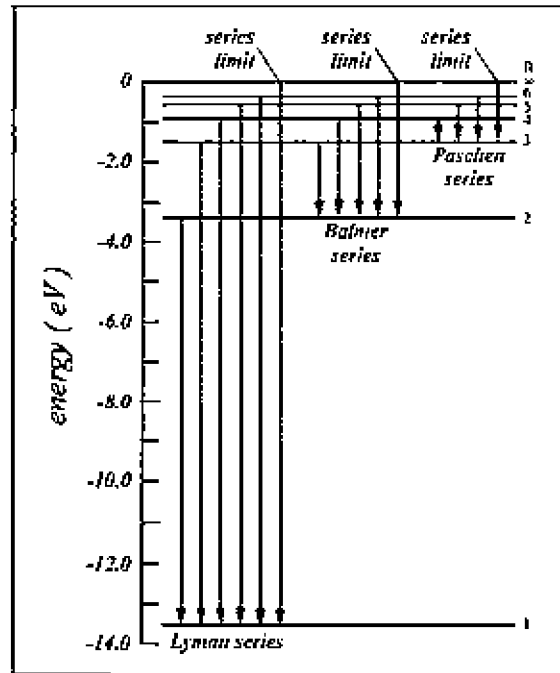
حيث إن (u) هي العدد الكمي لمستوى الطاقة الأعلى *upper state* و (l) هي العدد الكمي لمستوى الطاقة الأسفل *lower state* والشكل (15-7) يبين بعض مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين والانتقال من مستوى إلى آخر.

أما طول موجة الانتقال *transition wave length* (λ) فيعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{u^2} \right) \quad (15-26)$$

حيث إن (R) هو ثابت العالم ريدبيرج *Rydberg constant* ويساوي مقداره:

$$R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$



الشكل (15-7)

بعض من مستويات الطاقة ومستويات الطاقة الانتقال في نموذج بور لذرة الهيدروجين

مثال (15-6): Example

انظر الشكل (15-6)، ثم أوجد حسابياً مقدار أقل مستوى لطاقة الفوتون في سلسلة بالمر

Balmer sense.

الحل Solution:

إن أقل انتقال بين مستوى وآخر في سلسلة بالمر يحدث بين العددين الكميين $(l=2)$ ، $(n=3)$ ، إذن:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ &= 0.01097 \text{ nm}^{-1} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \\ &= 1.524 \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1} \\ \lambda &= 656.3 \text{ nm} \\ E = hf &= \frac{hc}{\lambda} = \frac{4.14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{656.3 \times 10^{-9} \text{ m}} \\ E &= 1.89 \text{ eV}\end{aligned}$$

مثال (15-7): Example

أوجد حسابياً مقدار الطول الموجي عند نهاية سلسلة بالمر.

الحل Solution:

$$\begin{aligned}l &= 2 \\ n &\rightarrow \infty \\ \frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ &= (0.01097 \text{ nm}^{-1}) \left(\frac{1}{2^2} \right) \\ &= 2.743 \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}\end{aligned}$$

$$\lambda = 364.6 \text{ nm}$$

مسائل عامة محلولة

solved problems

15-1 يبلغ الطول الموجي لفوتونات أشعة إكس الساقطة على إلكترون بزاوية $(\Phi=180^\circ)$ ، $(\lambda=0.01\text{nm})$

أوجد حسابياً مقدار كل من:

1- التغير الحاصل في الطول الموجي للفوتون (λ) .

2- التغير الحاصل في طاقة الفوتون.

3- الطاقة الحركية المكتسبة للإلكترون.

الحل:

الطول الموجي لأشعة (x) يساوي: $(\lambda=0.01\text{nm})$

زواية سقوط الأشعة: $(\Phi=180^\circ)$

1- التغير الحاصل في الطول الموجي: $\Delta\lambda=?$

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \left(\frac{h}{mc} \right) (1 - \cos \Phi) \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{(9.1 \times 10^{-31}) (3 \times 10^8 \text{ m/s})} (1 - (-1)) \\ &= 4.85 \times 10^{-12} \text{ m} \\ &= 4.85 \text{ pm} = 4.85 \times 10^{-3} \text{ nm}\end{aligned}$$

-2

$$\begin{aligned}\Delta E &= hc \left[\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda} \right] \\ &= hc [\lambda' - \lambda]^{-1} \\ &= (1240 \text{ eV.s}) [(0.01 \text{ nm} + 4.85 \times 10^{-3} \text{ nm})]^{-1} - [0.01 \text{ nm}]^{-1} \\ &= -40 \times 10^3 \text{ eV} = -41 \text{ KeV}\end{aligned}$$

3- مقدار الطاقة الحركية التي اكتسبها الإلكترون هو:

$$\begin{aligned}\Delta K &= -E = -(-40 \times 10^3 \text{ KeV}) \\ &= +40 \times 10^3 \text{ KeV}\end{aligned}$$

15-2 أوجد حسابياً أقصى مقدار لانحراف الطول الموجي الناتج عن تأثير كومبتون Compton

collision عند حدوث التصادم بين الفوتون والبروتون الحر.

الحل:

المطلوب تحديد مقدار (λ_{max}) بعد حدوث التصادم بين الفوتون والبروتون الحر.
باستخدام المعادلة الرياضية لتأثير كومبتون:

$$\Delta\lambda_{max} = \frac{h}{m_p c} (1 - \cos \Phi)$$

نلاحظ هنا أننا استبدلنا كتلة الإلكترون بكتلة البروتون (mp) وهكذا فإن أقصى طول انحراف في الطول الموجي يحصل عندما يكون مقدار الزاوية $(\Phi=180^\circ)$.

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_{max} &= \frac{h}{m_p c} \quad (2) \\ &= \frac{2h}{m_p c} \\ &= \frac{2(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})}{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 2.647 \times 10^{-13} \text{ m} \\ &= 2.647 \text{ fm} \end{aligned}$$

15-3 تعتبر عين الإنسان أكثر إحساساً للون الأصفر المخضر yellowgreen بطوله الموجي $(\lambda=550\text{nm})$.

أوجد حسابياً مقدار درجة حرارة الفجوة المشعة cavity radiation التي يصدر عنها هذا الإشعاع الضوئي.

الحل:

إنّ الطول الموجي للون الأصفر يساوي إلى $(\lambda=550\text{nm})$ وتساوي $(550 \times 10^{-3} \mu\text{m})$ ، ودرجة الحرارة الفجوة المشعة مجهولة.

إن العلاقة الرياضية التي تربط بين درجة الحرارة والطول الموجي عندما يكون في حدوده القصوى، وهي:

$$\begin{aligned} \lambda_{max} T &= 2898 \mu\text{m.K} \\ T &= \frac{2898 \mu\text{m.K}}{550 \times 10^{-3} \mu\text{m}} \\ &= 5270 \text{ K} \end{aligned}$$

وهكذا يمكننا معرفة درجات الحرارة لباقي الألوان، من خلال معرفتنا لأقصى طول موجي (λ_{max}) .

15-4 إذا كانت الذرة تمتص فوتون بتردد $(6.2 \times 10^{14} \text{ Hz})$.

أوجد حسابياً مقدار الزيادة في طاقة الذرة بسبب امتصاصها لهذا الفوتون.

الحل:

إن مقدار تردد الفوتون يساوي إلى $(\Delta f = 6.2 \times 10^{14} \text{ Hz})$ وهو يمثل مقدار التغير في التردد، والمطلوب هو إيجاد مقدار الزيادة في طاقة الذرة.

نحن نعلم أن العلاقة الرياضية التي تعبر عن مقدار الزيادة في الطاقة، هي:

$$\begin{aligned}\Delta E &= h \Delta f \\ &= (4.14 \times 10^{-15} \text{ eV})(6.2 \times 10^{14} \text{ Hz}) \\ &= 2.57 \text{ eV}\end{aligned}$$

15-5 إذا كانت الذرة التي تمتص فوتوناً بطول موجي $(\lambda_1 = 375 \text{ nm})$ ، وتشع في الوقت ذاته فوتوناً

آخر بطول موجي مقداره $(\lambda_2 = 580 \text{ nm})$.

أوجد حسابياً مقدار صافي الطاقة الذي امتصته الذرة.

الحل:

الطول الموجي للفوتون الذي يتم امتصاصه: $(\lambda_1 = 375 \text{ nm})$

الطول الموجي للفوتون الذي تشعه الذرة: $(\lambda_2 = 580 \text{ nm})$

يمكننا حساب مقدار صافي الطاقة الذي امتصته الذرة من العلاقة الرياضية المعروفة:

$$\begin{aligned}\Delta E &= hc \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \\ &= 1240 \text{ eV} \left(\frac{1}{375 \text{ nm}} - \frac{1}{580 \text{ nm}} \right) \\ &= 1.169 \text{ eV}\end{aligned}$$

15-6 تنتقل ذرة الهيدروجين من المستوى $(n=3)$ إلى المستوى $(n=1)$.

أوجد حسابياً مقدار كل من:

1- طاقة الفوتون الناتج من هذا الانتقال.

2- العزم، والطول الموجي لهذا الفوتون.

الحل:

تنتقل الذرة من: $(n=3)$ إلى $(n=1)$.

1- طاقة الفوتون الناتج عن هذا:

$$\begin{aligned}E &= E_i - E_f = \frac{(-13.6 \text{ eV})}{(3)^2} - \frac{(-13.6 \text{ eV})}{(1)^2} \\ &= 12.1 \text{ eV}\end{aligned}$$

ذلك أننا نعلم بأن طاقة الإلكترون في ذرة الهيدروجين وفقاً لحسابات العالم بير هي:

$$E = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

2- عزم الإلكترون هو:

$$\begin{aligned} p &= \frac{E}{c} \\ &= \frac{(12.1 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ eV/J})}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} \\ &= 6.45 \times 10^{-29} \text{ kg.m/s} \end{aligned}$$

أما الطول الموجي لهذا الفوتون فهو:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1240 (\text{eV.nm})}{12.1 (\text{eV})} \\ &= 102 \text{ nm} \end{aligned}$$

15-6 يبلغ الطول الموجي لأحد خطوط طيف إكس الصادرة عن الذهب ($\lambda = 18.5 \text{ pm}$)، وتبلغ

طاقة الفوتونات الصادرة عن عملية انتقال ذرة الذهب بين مستويين ثابتين للطاقة، مقدار طاقة

المستوى العلوي يساوي (-13.7 eV) .

أوجد حسابياً مقدار طاقة المستوى السفلي في عملية الانتقال.

الحل:

الطول الموجي: ($\lambda = 18.5 \text{ pm}$) ويساوي إلى $(18.5 \times 10^{-3} \text{ nm})$.

طاقة الفوتونات: $E_i = -13.7 \text{ eV}$

المطلوب إيجاد: E_f

نحن نعلم بأن فرق الطاقة في عملية الانتقال (ΔE) هو عبارة عن:

$$\Delta E = E_i - E_f = hf$$

$$E_f = E_i - hf$$

$$= (-13.7 \text{ eV})$$

$$= (-13.7 \text{ eV}) - \frac{1240 (\text{eV.nm})}{18.5 \times 10^{-3} (\text{nm})}$$

$$= (-13.7 \text{ eV}) - (6.7 \times 10^4 \text{ eV})$$

$$= -80.7 \times 10^3 \text{ eV} = -80.7 \times 10^3 \text{ keV}$$

مسائل وتمارين الفصل الخامس عشر

Chapter Fifteen Exercises & Problems

15-1 تعتبر المعادلة ($E = hf$) هي معادلة طاقة الفوتون *energy of photon*، بين أن طاقة الفوتون مقاسة بالإلكترون فولت (eV) بالنسبة للطول الموجي (λ) مقاساً بالنانومتر (nm) يمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية:

$$E = \frac{1240}{\lambda}$$

15-2 إذا كان الضوء ذو اللون البرتقالي *orange color* الصادر من مصادر إنارة الطرقات السريعة، يصدر بطول موجي ($\lambda = 589nm$).

أوجد طاقة الفوتون الواحد الصادر من هذا المصدر.

15-3 إذا كان الطول الموجي لأشعة إكس *x-ray* ($\lambda = 35Pm$) أوجد:

أ) طاقة الفوتونات (E).

ب) تردد الأشعة (f).

ج) عزم الأشعة (P).

15-4 في الظروف النموذجية تستطيع عين الإنسان أن ترى الأحداث التي حولها بطول موجي ($\lambda = 550nm$)، إذا كانت الفوتونات الساقطة على العين بنسبة (100) فوتون لكل ثانية. أوجد القدرة الموافقة لذلك.

15-5 تصدر الفوتونات الكهروضوئية من مادة معينة بدالة شغل *work-function* مقداره (3.2 eV)، وبتردد قدره ($3 \times 10^{15} Hz$).

أوجد أقصى قيمة للطاقة الحركية لهذه الفوتونات.

15-6 أوجد السرعة القصوى للفوتونات الإلكترونية *photoelectrons* التي تشع من مادة التنتستين *tungsticn*، عندما يسقط عليه إشعاع ضوئي تبلغ طاقة فوتوناته ($5.8eV$)، إذا علمت أن دالة الشغل للتنتستين تساوي ($4.5eV$).

15-7 إذا كانت دالة الشغل لمعدن هي ($1.8eV$).

أوجد جهد الإيقاف *stopping potential* لضوء يبلغ طوله الموجي ($\lambda = 400nm$)، ثم أوجد أقصى سرعة للفوتونات الإلكترونية الصادرة في هذه الحالة.

15-8 تبلغ قيمة جهد الإيقاف للفوتونات الإلكترونية *photoelectrons* الصادرة من سطح معدني مضاء بضوء طوله الموجي $(\lambda=491nm)$ ، $(0.71V)$ ، عندما تتغير الموجة الساقطة إلى طول موجي جديد (λ) يصبح جهد الإيقاف $(1.43V)$.

(أ) أوجد قيمة الطول الموجي الجديد (λ) .

(ب) أوجد دالة الشغل للسطح المعدني.

15-9 يبلغ الطول الموجي لفوتونات أشعة إكس الساقطة على إلكترون بزاوية $(\phi=180^\circ)$. أوجد :

(أ) التغير الحاصل في الطول الموجي للفوتون $(\Delta\lambda)$.

(ب) التغير الحاصل في طاقة الفوتون.

(ت) الطاقة الحركية المضافة للإلكترون.

15-10 أوجد أقصى قيمة لانحراف الطول الموجي الناتج عن تأثير كومبتون *Compton collision* بين الفوتون والبروتون الحر.

15-11 تعتبر عين الإنسان أكثر إحساساً للون الأصفر المخضر *yellowgreen* بطوله الموجي $(\lambda=550nm)$.

أوجد مقدار درجة حرارة الفجوة المشعة *cavity radiation* كي تصدر هذا الإشعاع الصوتي.

15-12 إذا كانت الذرة تمتص فوتون بتردد $(6.2 \times 10^{14}Hz)$.

أوجد مقدار الزيادة في طاقة الذرة.

15-13 إذا كانت الذرة التي تمتص فوتوناً بطول موجي $(\lambda_1=375nm)$ ، وفي ذات الوقت تشع فوتوناً آخر بطول موجي $(\lambda_2=580nm)$.

أوجد حاصل الطاقة الصافي الذي امتصته الذرة.

15-14 تنتقل ذرة الهيدروجين من المستوى $(n-3)$ إلى المستوى $(n=1)$.

أوجد :

(أ) طاقة الفوتون المرافق لهذا الانتقال.

(ب) العزم، والطول الموجي لهذا الفوتون.

15-15 يبلغ الطول الموجي لأحد خطوط الطيف لأشعة إكس الصادرة من الذهب $(\lambda=185pm)$ ،

وتبلغ طاقة الفوتونات المرافقة لعملية انتقال ذرة الذهب بين مستويين ثابتين للطاقة العلوي

يساوي $(-13.7KeV)$. أوجد طاقة المستوى السفلي في عملية الانتقال.

الخلاصة

Summary

- إن أينشتاين توصل في العام 1905م إلى أن الضوء مكون من حزم مركزة من الطاقة، والتي نطلق عليها اليوم اسم الفوتونات، ولكل فوتون طاقة (E) وعزم حتمي (P) نعبّر عنهما رياضياً على النحو الآتي:

$$E = h f \quad , \quad P = h / \lambda$$

- إن ظاهرة الكهروضوئية تحدث عندما تتحرر الإلكترونات من سطح المعدن بعد امتصاصها للطاقة من الإشعاع الضوئي الساقط عليه، ونعبّر عنه رياضياً على النحو الآتي:

$$h f = \Phi + K_m$$

- إن ظاهرة كومبتون تحدث عندما تشتت الأشعة السينية من المكرون حر، وتخضع هذه الأشعة لزيادة في الطول الموجي مقداره يساوي إلى:

$$\Delta \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \Phi)$$

ونصل إلى هذه المعادلة باستخدامنا لمبدأ حفظ كمية الطاقة والعزم الحتمي.

- إن قياس توزيع الطاقة باستخدام الطول الموجي، وذلك للإشعاعات الصادرة عن التجاويف المارة قادت إلى فكرة تككم الطاقة، وتقديم الإنجاز العلمي في استخدام ثابت العالم بلانك إلى حيز التطبيق.
- إن نظرية العالم بور قدمت الخطوة الصحيحة الأولى لفتح الباب أمام ميكانيكا الكم، كما أسهمت دراسته الخاصة حول ذرة الهيدروجين إلى تقديم المعادلات الرياضية، وذلك على النحو الآتي:

$$h f_{ij} = E_i - E_f \quad (\text{شرط التردد لبور})$$

$$L = n \frac{h}{2\pi} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

وهذه المعادلة تؤكد على حقيقة تككم العزم الزاوي أيضاً للإلكترون في مداره.

$$E = - \left(\frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \right) \frac{1}{n^2} = - \frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots,$$

حيث إن (n) هي العدد الكمي.

$$\frac{I}{\lambda} = R \left(\frac{I}{\ell^2} - \frac{I}{u^2} \right)$$

حيث إن u العدد الكمي لمستوى الطاقة الأعلى، و ℓ العدد الكمي لمستوى الطاقة الأدنى،
 R هو ثابت ريديرج.

الملاحق *Appendices*

الملاحق (أ) : الثوابت الفيزيائية *Physical Constants*

الملاحق (ب) :

- الإشارات الرياضية *Mathematical Signs*
- حساب قوى الأساس 10 *Arithmetic Power of 10*
- الجبر *Algebra*
- المثلثات *Trigonometry*

الملاحق (ج) : الجدول الدوري للعناصر *Periodic Table of Elements*

الملاحق (أ) Appendix

الثوابت الفيزيائية Physical Constants

المقدار	الرمز	الثابت
-273.15°C	0 K	درجة حرارة الصفر المطلق absolute zero temperature
9.801 m/s^2	g	ثابت تسارع الجاذبية الأرضية عند مستوى سطح البحر لمدينة واشنطن acceleration due to gravity at sea level (Washington d. c.)
$6.022 \times 10^{23}\text{ particles/mole}$	N_0	عدد أفوغادرو Avogadro's number
$-1.6022 \times 10^{-19}\text{ C}$	e	شحنة الإلكترون charge of an electron
$8.988 \times 10^9\text{ N.m}^2/\text{kg}^2$	K	ثابت كولوم constant in Coulomb's
$6.673 \times 10^{-11}\text{ N.m}^2/\text{kg}^2$	G	ثابت الجذب العام gravitational constant
$9.109 \times 10^{-31}\text{ kg}$	m_e	كتلة الإلكترون mass of an electron
$1.673 \times 10^{-27}\text{ kg}$	m_p	كتلة البروتون mass of a proton
$6.626 \times 10^{-34}\text{ J/Hz}$ $4.136 \times 10^{-15}\text{ eV.s}$	h	ثابت بلانك Planck's constant
$2.99792458 \times 10^8\text{ m/s (exact)}$	c	سرعة الضوء speed of light in a vacuum
$1.67492 \times 10^{-27}\text{ kg}$	m_n	كتلة النيوترون mass of neutron
$8.85 \times 10^{-12}\text{ F/m}$	ϵ_0	معامل سماحية الفراغ permittivity of space
$4\pi \times 10^{-7}\text{ T.m/A}$	μ_0	معامل نفاذية الفراغ permeability constant

عوامل تحويل Conversion Factors :

$1.661 \times 10^{-27}\text{ kg} = 931.5\text{ MeV}/c^2$	-	1 وحدة الكتلة الذرية atomic mass unit
$1.602 \times 10^{-19}\text{ J}$	=	1 إلكترون فولت electronvolt
1 N.m	-	1 جول Joule
1 V.C	=	1 جول Joule
$6.242 \times 10^{18} \times (\text{elementary charge units})$	=	1 كولوم coulomb

الملحق (ب) Appendix

الإشارات الرياضية : Mathematical Signs

=	يساوي	>	أكبر من	<	أصغر من أو يساوي
≠	لا يساوي	≥	أكبر من أو يساوي	≤	أصغر بكثير من
≈	يساوي تقريباً	>>	أكبر بكثير من	≈	متناسب مع
≡	متطابق مع؛ يعرف بأنه	<	أصغر من		

حساب قوى الأساس 10 : Arithmetic Power of 10

$$10^a 10^b = 10^{a+b}$$

$$10^a / 10^b = 10^{a-b}$$

$$(10^a)^b = 10^{ab}$$

الجبر : Algebra

• الكسور : Fractions

$$a \left(\frac{b}{c} \right) = \frac{ab}{c}$$

$$\left(\frac{b}{c} \right) \frac{d}{d} = \frac{bd}{cd}$$

$$\left(\frac{a}{b} \right) \left(\frac{c}{d} \right) = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{\left(\frac{a}{b} \right)}{\left(\frac{c}{d} \right)} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

• جذور المعادلة التربيعية:

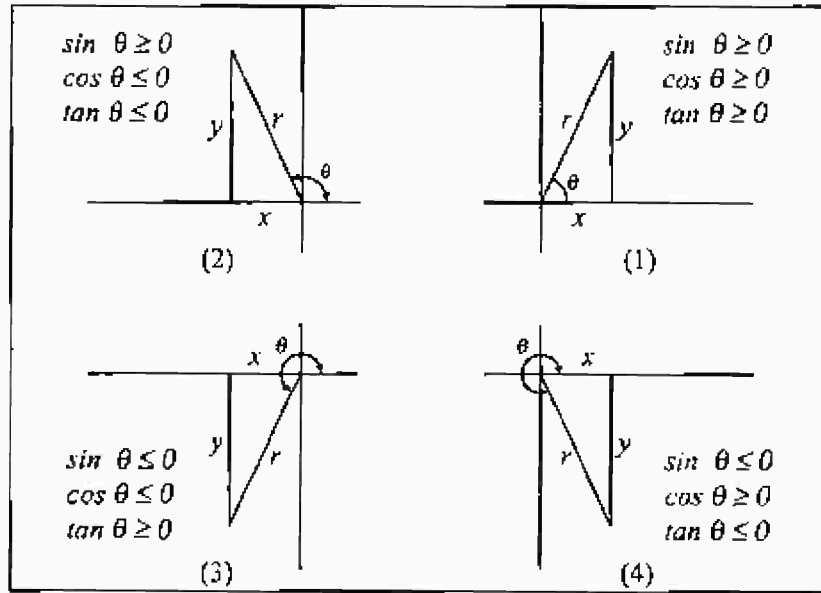
$$. x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{فإن} \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{إذا كانت}$$

$$. x = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \gamma} \quad \text{فإن} \quad x^2 + 2\beta x + \gamma = 0 \quad \text{وإذا كانت}$$

المثلثات Trigonometry :

• تعريف الدوال المثلثية Definitions of trigonometric Functions :

الدوال العكسية inverse functions : إذا كانت (جا θ) $u = \sin \theta$ فإن (قو جا u) $\theta = \arcsin u$ ، وتكتب أحياناً (جا θ) $\theta = \sin^{-1} u$. ويرمز بالمثل إلى الدوال العكسية الأخرى : $\arccos u$ ، $\arctan u$ ، وهلم جراً .



$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{x}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{r}{y}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{r}{x}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{x}{y}$$

• خواص بسيطة Simple Properties :

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\sin\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm \cos \theta$$

$$\sin(\theta \pm \pi) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp \sin \theta$$

$$\cos(\theta \pm \pi) = -\cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\tan\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan \theta} = -\cot \theta$$

$$\tan(\theta \pm \pi) = \tan \theta$$

• خواص مثلث *Properties of a triangle*:

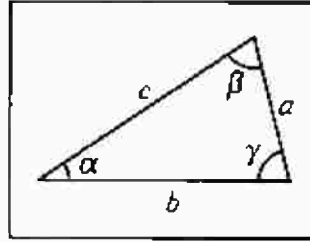
$$\alpha + \beta + \gamma = \pi$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos \beta$$

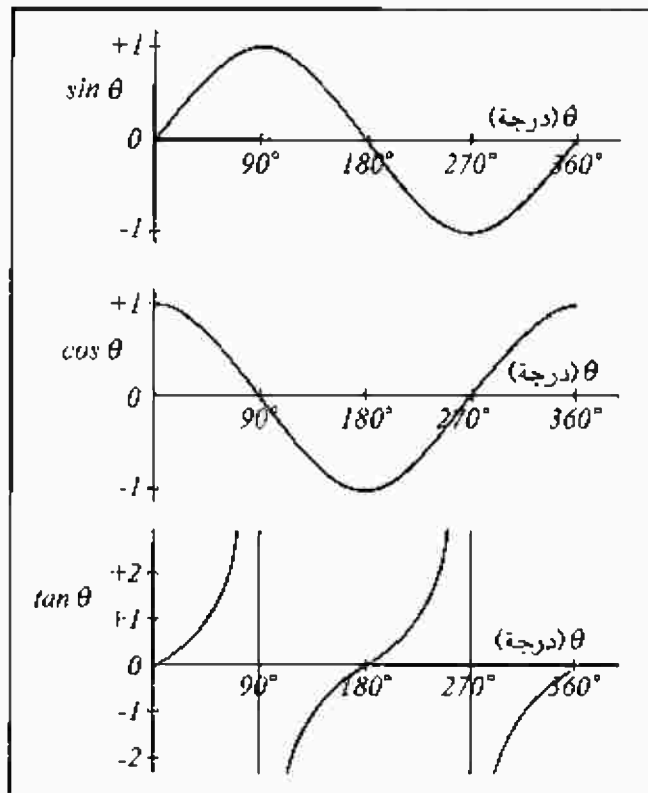
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$



لمثلث قائم $\left(\gamma = \frac{\pi}{2} \right)$: $a^2 + b^2 = c^2$

• الدوال المثلثية *Trigonometric functions*:



وقد أصبح من السهل على الطالب حساب هذه النسب المثلثية باستخدام الحاسبة اليدوية

البسيطة.

وترتبط النسب المثلثية بالربع الثاني بالعلاقات الآتية:

$$\sin (\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\cos (\pi - \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan (\pi - \theta) = -\tan \theta$$

أما بالنسبة للربع الثالث فترتبط بالعلاقات الآتية :

$$\sin (\pi + \theta) = -\sin \theta$$

$$\cos (\pi + \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan (\pi + \theta) = \tan \theta$$

وأخيراً في الربع الرابع فإنها ترتبط بالعلاقات الآتية :

$$\sin (-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos (-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan (-\theta) = -\tan \theta$$

هذا ، وتُعرّف دوالٌ مثلثية أخرى بالعلاقات الآتية :

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

الملاحق (ج) Appendix
الجدول الدوري للعناصر
Periodic Table Of Elements

الملاحق (ج) Appendix									
الجدول الدوري للعناصر Periodic Table Of Elements									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
هيدروجين Hydrogen 1 1.008	هيليوم Helium 2 4.003								
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ليثيوم Lithium 3 6.94	بريليوم Beryllium 4 9.01	بورون Boron 5 10.8	كربون Carbon 6 12.01	نيتروجين Nitrogen 7 14.01	أكسجين Oxygen 8 16.0	فلور Fluorine 9 19.0	نئون Neon 10 20.18	صوديوم Sodium 11 22.99	مغنيسيوم Magnesium 12 24.3
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
كاليوم Potassium 19 39.1	كاليسيوم Calcium 20 40.1	سكانديوم Scandium 21 44.9	تيتانيوم Titanium 22 47.9	فاناديوم Vanadium 23 50.9	كروم Chromium 24 52.0	منجنيز Manganese 25 54.9	حديد Iron 26 55.8	كوبالت Cobalt 27 58.9	نكل Nickel 28 58.7
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
روبيديوم Rubidium 37 85.5	سترونشيوم Strontium 38 87.6	يوتربيوم Yttrium 39 88.9	زركونيوم Zirconium 40 91.2	نيوبيوم Niobium 41 92.9	موليبدنوم Molybdenum 42 95.91	تكنيتيوم Technetium 43 (98)	رuthenium Ruthenium 44 101.1	روديوم Rhodium 45 106.2	بلاديوم Palladium 46 106.4
55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
سيزيوم Cesium 55 132.9	باريوم Barium 56 137	لانثانيوم Lanthanum 57 138.9	سيريوم Cerium 58 140.1	بريتانيوم Praseodymium 59 140.9	نيوديميوم Neodymium 60 144.2	پروميثيوم Promethium 61 (145)	سماريوم Samarium 62 150.4	يوروبيوم Europium 63 152.0	جادولينيوم Gadolinium 64 157.3
87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
فرانسيوم Francium 87 223	راديوم Radium 88 226	أكتينيوم Actinium 89 227	تورانيوم Thorium 90 (232)	بروتكتينيوم Protactinium 91 (231)	يورانيوم Uranium 92 238.0	نبتونيوم Neptunium 93 237	بلوتونيوم Plutonium 94 (244)	أميريكيوم Americium 95 (243)	كيريوم Curium 96 (247)
103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
بوريليوم Bohrium 103 262	هاسيوم Hassium 104 (261)	ميتريوم Meitnerium 105 (262)	داتونيوم Darmstadtium 106 (261)	روغينيوم Roentgenium 107 (261)	كوبيرنيوم Copernicium 108 (265)	نيفاديوم Nihonium 109 (264)	فلويفميوم Flerovium 110 (262)	موترونيوم Moscovium 111 (268)	ليثغريوم Livermorium 112 (269)
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
أستاتين Astatine 121 210	بولونيوم Polonium 122 210	أستاتين Astatine 123 210	تلوريوم Tellurium 124 208	يود Iodine 125 216.9	خيمياء Xenon 126 131.3	باراديوم Barium 127 137.3	برومين Bromine 128 79.9	كبريت Sulfur 129 32.1	كلور Chlorine 130 35.5
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
فرانسيوم Francium 151 223	راديوم Radium 152 226	أكتينيوم Actinium 153 227	تورانيوم Thorium 154 (232)	بروتكتينيوم Protactinium 155 (231)	يورانيوم Uranium 156 238.0	نبتونيوم Neptunium 157 237	بلوتونيوم Plutonium 158 (244)	أميريكيوم Americium 159 (243)	كيريوم Curium 160 (247)

المراجع

المراجع العربية *The Arabic References*:

- 1- "أساسيات الفيزياء"
دار ماجروهيل، ف. بوش، 1977م.
- 2- الفيزياء الكلاسيكية والحديثة
كنيث وفورد، ج1-2-3، المطبعة الوطنية، عمان - الأردن، 1981م.
- 3- "أسس الهندسة الإلكترونية"
جامعة الموصل - د. عادل خضر حسين، 1981م.
- 4- "مبدئ الفيزياء"
للكتليات والمعاهد التربوية والهندسية، ج1-2، دار الراتب، 1991م.
- 5- "الليزرات"
جامعة الموصل، فاروق عبودي قصير، 1984م.
- 6- "دراسات في تاريخ العلوم عند العرب"
جامعة الموصل، حكمت نجيب عبدا لرحمن، 1977م.
- 7- "تطبيقات عملية في الإلكترونيات والكهرباء"
جامعة الموصل - كرجية، الراوي، عبدا لحميد، 1985م.
- 8- "المعجم الموحد"
للمصطلحات العلمية في مراحل التعليم العام - معجم مصطلحات الفيزياء، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، المملكة العربية السعودية، وزارة المعارف، 1983م.
- 9- "معجم المصطلحات العلمية والفنية والهندسية"
أحمد شفيق الخطيب، مؤسسة جواد للطباعة، بيروت - لبنان، 1982م.

المراجع الإنكليزية The English References :

- 1- "Fundamentals of physics"
Halliday, Resnick, Walker. Fourth Edition John Wiley & sons. 2011
- 2- "College Physics"
Francis Weston Sears. Addison – Wesley. 1984.
- 3- "Electric Devices and Circuits"
Millman & Halkias. Mc Graw – Hill. 1967.
- 4- "Electronics"
Millman & Seely. Mc Graw – Hill. 1951.
- 5- "Menill Physics Principles and Problems"
Third Edition, Mc Graw–Hill, 1995.
- 6- "Electronic Devices and Circuits"
Millman & Halkias, Mc Graw–Hill, 1997.