

## الباب الثاني

العمليات الهندسية المساعدة

*Geometric Constructions*



## تمهيد

تعد الرسومات الهندسية وفقاً لمبادئ وقواعد وأساليب متفق عليها دولياً، حيث تنقل الأشكال والأجزاء المختلفة والمعلومات اللازمة عن الآلات والمعدات وغيرها، كما تعمل أيضاً على نقل ما يحتاجه السوق من خلال الرسومات الهندسية لتطبيق ما هو موجود بهذه الرسومات على مواد التصنيع للحصول على الإنتاج المطلوب.

وتعتبر العمليات الهندسية المساعدة هامة وضرورية للطلاب والرسام، حيث توفر الوقت والجهد كما تساعد في الحصول على رسومات دقيقة.

يتناول هذا الباب شرحاً تفصيلياً للعمليات الهندسية المساعدة والمستخدم في إعداد الرسومات الهندسية المختلفة، وذلك من خلال العمليات التي تتم على الخطوط المستقيمة والزوايا والمثلثات.

ويتعرض للعمليات الهندسية التي تتم على المضلعات والدوائر والأقواس وغيرها، كما يتعرض في نهاية الباب إلى الجانب التطبيقي من خلال التمارين المختلفة.



## تعريف هندسية

### Engineering Definitions

تعتبر التعاريف الهندسية بمثابة المبادئ الأساسية للطرق العملية التي توصل إلى رسم الأشكال الهندسية المختلفة بدقة تامة، لذلك فهي هامة وضرورية.. ومن ثم فإنه يجب التعرف عليها، ويمكن تلخيصها في الآتي:

#### 1- النقطة: *Point*

النقطة الهندسية لها وضع مجرد من الطول والعرض والارتفاع، أي لا يوجد لها أبعاد ولكن يمكن تخيلها وتعيينها على الرسم من خلال تقابل خطين أو قوسين مثلا، وكلما كانت النقطة دقيقة كانت أقرب إلى النقطة الهندسية الصحيحة. فإذا عينا نقطة على الورق بقلم الرصاص فلا يمكن اعتبارها نقطة هندسية بالمعنى الصحيح، وهي كلما صغرت كانت أقرب إلى الدلالة إلى النقطة الهندسية.

#### 2- الخط: *Line*

هو الأثر الحادث عن تحرك النقطة الهندسية على الورق، وله طول وليس له عرض.

#### أنواع الخطوط، *Types of Lines*

توجد أنواع مختلفة للخطوط كما هو موضح بشكل 1-2 كالآتي:



1- الخط المستقيم: Straight Line

هو الأثر الحادث عن تحرك نقطة في اتجاه واحد لا يتغير، ويكون أقرب بعد بين نقطتين مثل الخط AB.

2- الخط المنحني: Curve Line

هو الأثر الحادث عن تحرك نقطة في اتجاه يتغير على الدوام مثل الخط CD.

3- الخط المتقاطع: Intersection Line

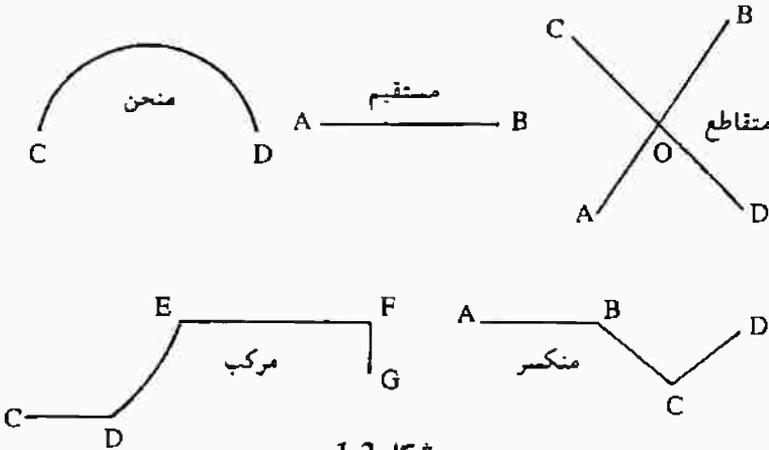
ناشئ عن تقاطع الخطين AB مع CD وتلاقيهما في نقطة مثل O ويحدث عن تقاطعهما أربع زوايا.

4- الخط المنكسر: Fractured Line

هو الأثر الحادث عن تحرك نقطة في اتجاهات متعددة ويتكون من مجموعة خطوط مستقيمة مثل (AB CD).

5- الخط المركب: Assembled Line

هو الحدث الناتج عن تجميع خطوط مستقيمة وأخرى منحنية مثل الخط (CDEFG).



شكل 1-2

أنواع الخطوط

## أوضاع الخطوط المستقيمة:

تميز الخطوط المستقيمة من خلال أوضاعها المختلفة وعلاقتها مع بعضها البعض كما هو موضح بشكل 2-2 كالآتي:

### 1- الخط الأفقي: Horizontal Line

هو ما كان موازياً لسطح الماء الساكن مثل الخط AB.

### 2- الخط الرأسى: Vertical Line

هو ما كان موازياً لاتجاه خيط الشاغل المستخدم في البناء مثل الخط (S1 - S2).

### 3- الخط المائل: Oblique Line

هو خط ليس أفقياً ولا رأسياً، بل هو منحرف على المستوى الأفقي، ومنحرف أيضاً على المستوى الرأسى مثل الخط (E1, E2).

### 4- الخطان المتقابلان: Opposites Lines

هما الخطان المتقابلان في نقطة مثل الخطين (AB , CD) المتلاقيين في نقطة C.

### 5- الخطان المتقاطعان: Crisscross Lines

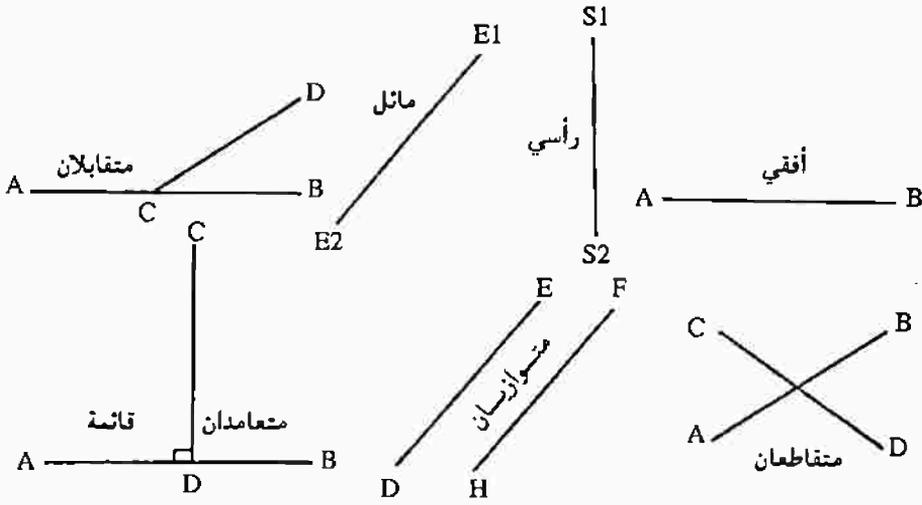
هما خطان مثل (AB , CD) متقاطعان في نقطة M، وينتج عن تقاطعهما أربع زوايا.

### 6- الخطان المتوازيان: Parallels Lines

هما الخطان اللذان لا يتقابلان مع بعضهما مهما امتدا مثل الخطان (DE , FH).

### 7- الخطان المتعامدان: Perpendicular Lines

هما كالخطين AB , CD اللذين يحصران بينهما زاوية قائمة.



شكل 2-2

أوضاع الخطوط المستقيمة

العمليات الهندسية على الخط المستقيم

*Geometrical Construction on Line*

يجرى على الخط المستقيم العديد من العمليات الهندسية مثل تنصيفه، أو إقامة عمود أو إسقاط عمود من نقطة معلومة عليه أو خارجه عنه، كما يقسم الخط المستقيم إلى أعداد متساوية من الأقسام، ويرسم المستقيم ليازلي مستقيماً آخر من نقطة معلومة خارجه عنه ... وغيرها من العمليات الأخرى.

فيما يلي عرض لجميع العمليات الهندسية التي تجرى على الخط المستقيم.

**تنصيف المستقيم: Bisecting A Line**

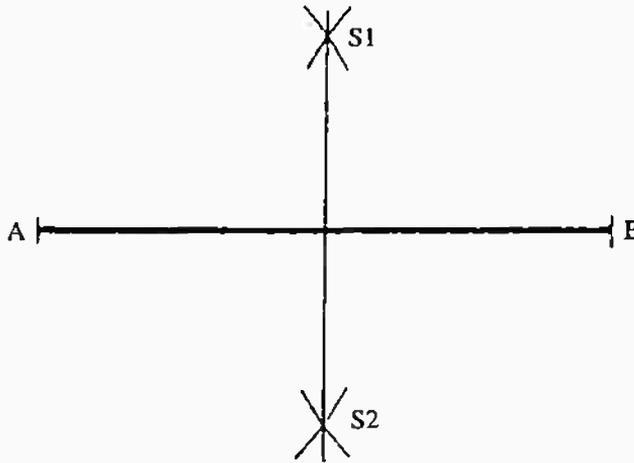
يمكن تنصيف الخط المستقيم المعلوم طوله AB بطريقتين هما:

### الطريقة الأولى:

يوضح شكل 3-2 الطريقة الأولى لتنصيف المستقيم المعلوم طوله AB.

خطوات العمل:

- 1- فتح الفرجار بأي قياس، بحيث يكون أكبر من نصف طول المستقيم AB.
- 2- ارتكاز الفرجار على النقطة A وارسم قوسين على جانبي الخط المستقيم AB.
- 3- ارتكاز الفرجار على النقطة B وارسم قوسين على جانبي الخط المستقيم AB لتقاطع الأقواس في نقطتين S1 , S2.
- 4- وصل النقطتين S1 , S2 بالقوسين المتقاطعين للحصول على تنصيف المستقيم.



شكل 3-2

الطريقة الأولى لتنصيف المستقيم المعلوم طوله

### الطريقة الثانية:

شكل 4-2 يوضح الطريقة الثانية لتنصيف المستقيم المعلوم طوله AB.

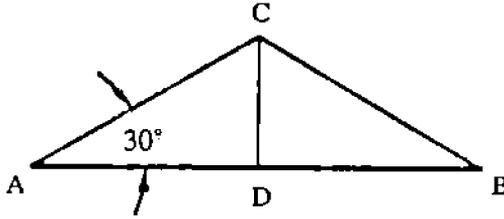
خطوات العمل كالآتي:

الاباب الثاني

1- اركز على الخط المستقيم AB باستخدام مسطرة عادية أو مسطرة حرف T وارسم من النقطة A مستقيماً بزاوية  $30^\circ$  بالاستعانة بمثلث  $30^\circ - 90^\circ$ .

2- اعكس وضع المثلث  $30^\circ - 90^\circ$  وارسم مستقيماً آخر بزاوية مماثلة  $30^\circ$  ليتقاطع المستقيمان في النقطة C، حيث ينتج مثلث متساوي الساقين فيه  $AC = BC$ .

3- اسقط عموداً من النقطة C على المستقيم AB للحصول على تنصيف المستقيم.



شكل 4-2

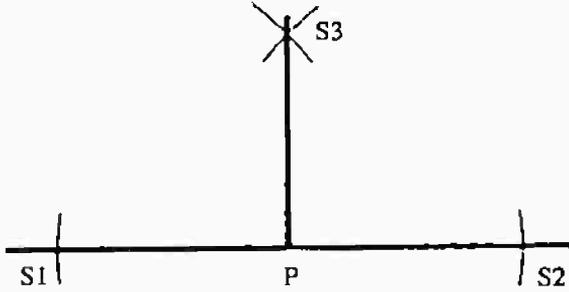
#### الطريقة الثانية لتنصيف مستقيم معلوم الطول

إقامة عمود على مستقيم من نقطة معلومة عليه:

شكل 5-2 يوضح طريقة إقامة عمود على مستقيم من نقطة معلومة عليه. خطوات العمل كالآتي:

- 1- ارسم خطاً مستقيماً أفقياً.
- 2- اركز بالفرجار في وسط الخط المستقيم المرسوم تقريباً في نقطة P وارسم بنصف قطر مناسب قوسين ليقطعا المستقيم في نقطتين  $S_1$  ,  $S_2$ .
- 3- افتح الفرجار بفتحة أكبر من نصف المستقيم المرسوم، واركز على النقطتين  $S_1$  ,  $S_2$  وارسم قوسين يتقاطعان في نقطة  $S_3$ .
- 4- صل النقطة  $S_3$  مع النقطة P للحصول على العمود المطلوب.

58



شكل 5-2

إقامة عمود على مستقيم من نقطة معلومة عليه

إقامة عمود على مستقيم من نقطة معلومة خارجه عنه؛

شكل 6-2 يوضح طريقة إقامة عمود على مستقيم من نقطة معلومة خارجه عنه. خطوات

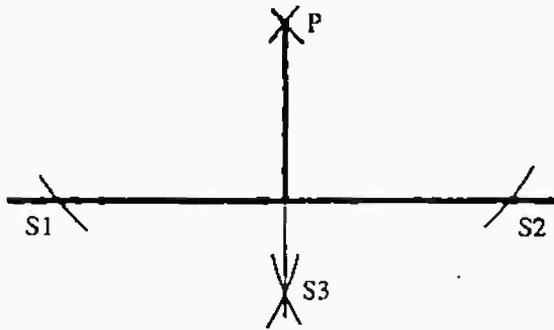
العمل كالآتي:

1- ارسم خطاً مستقيماً أفقياً.

2- اركز بالفرجار على النقطة الخارجة عن المستقيم P وارسم قوسين يقطعان الخط المستقيم في نقطتين S1 , S2.

3- افتح الفرجار فتحة أكبر من نصف المستقيم المرسوم، واركز على النقطتين S1 , S2 وارسم قوسين يتقاطعان في نقطة S3.

4- صل النقطة P مع النقطة S3 للحصول على العمود المطلوب.



شكل 6-2

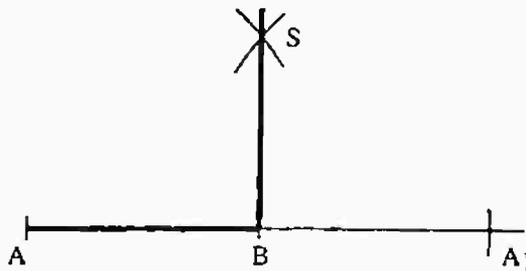
إقامة عمود على مستقيم من نقطة معلومة خارجه عنه

إقامة عمود على مستقيم من نقطة معلومة عند نهايته:

شكل 7-2 يوضح طريقة إقامة عمود على مستقيم من نقطة معلومة عند نهايته. خطوات

العمل كالآتي:

- 1- مد المستقيم AB عبر النقطة B.
- 2- ارسم من النقطة B قوساً بنصف قطر يساوي AB ليقطع امتداد المستقيم AB في النقطة A1.
- 3- بنصف قطر أكبر من AB اركز في النقطتين A , A1 وارسم قوسين يتقاطعان في النقطة S.
- 4- صل نقطة التقاطع S مع النقطة B للحصول على العمود المطلوب.



شكل 7-2

إقامة عمود على مستقيم من نقطة معلومة عند نهايته

تقسيم مستقيم معلوم إلى أي عدد من الأقسام المتساوية؛

شكل 8-2 يوضح طريقة تقسيم مستقيم معلوم إلى أي عدد من الأقسام المتساوية.  
خطوات العمل كالآتي:

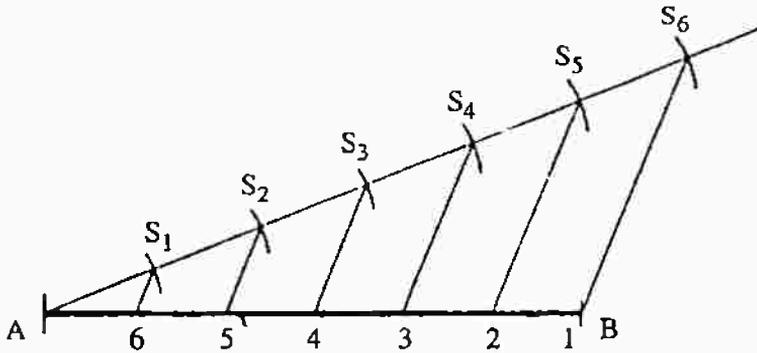
1- ارسم من النقطة A مستقيماً يصنع من الخط AB زاوية حادة مناسبة.

2- افتح الفرجار بالبعد المطلوب، واركنز على النقطة A وارسم قوساً على الخط المائل المرسوم ليقطع الخط في النقطة S1.

3- اركنز بالفرجار بنفس الفتحة في النقطة S1 وارسم قوساً على الخط المائل المرسوم ليقطع الخط في النقطة S2..... وهكذا ارسم أقواساً على الخط المائل المرسوم بعدد الأقسام المتساوية المطلوبة.

4- صل النقطة B بالنقطة S6 (آخر نقطة تقاطع القوس مع الخط المائل).

5- ارسم من نقطة التقسيم خطوطاً متوازية للخط S6 - B للحصول على التقسيم المطلوب.



شكل 8-2

تقسيم مستقيم معلوم إلى أي عدد من الأقسام المتساوية

تقسيم مستقيم معلوم إلى عدد من الأقسام بنسب معلومة:

شكل 2-9 يوضح طريقة تقسيم مستقيم معلوم إلى عدد من الأقسام بنسب معلومة، وليكن تقسيم المستقيم بنسبة 3 : 2 : 1.

ونفترض أن أطوال هذه النسبة هي أطوال وحدات طولية.. أي وحدة طولية واحدة، ووحدتين، وثلاث وحدات على التوالي.

∴ الطول الكلي لهذه الوحدات = 6 وحدات طولية.

خطوات العمل كالتالي:

1- ارسم من النقطة A مستقيماً يصنع مع الخط AB زاوية حادة مناسبة.

2- افتح الفرجار ببعده طول وحدة واحدة، واركنز على النقطة A وارسم قوساً على الخط المائل المرسوم ليقطع الخط في النقطة S1.

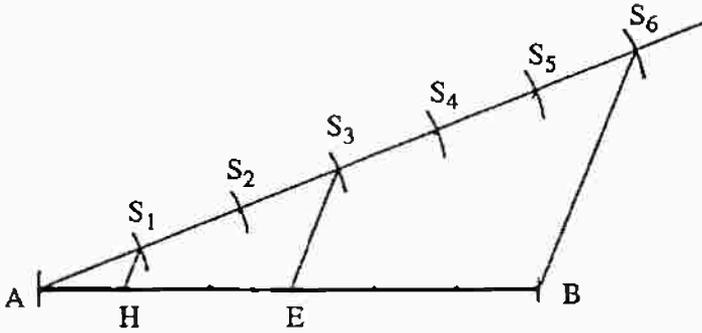
3- اركنز بالفرجار بنفس الفتحة في النقطة S1 وارسم قوساً على الخط المائل المرسوم ليقطع الخط في النقطة S2، ثم اركنز على النقطة S2 وارسم قوساً على الخط المائل المرسوم ليقطع الخط في النقطة S3.... وهكذا ارسم أقواساً على الخط المائل المرسوم لعدد 6 أقسام متساوية.

4- صل النقطة B بالنقطة S6 (آخر نقطة تقاطع القوس مع الخط المائل).

5- ارسم خطاً من النقطة S3 يوازي الخط B - S6 ليقطع الخط AB في النقطة E.

6- ارسم خطاً من النقطة S1 يوازي الخطين B - S6, E - S3 ليقطع الخط AB في النقطة H.

بذلك يتم تقسيم المستقيم المعلوم إلى أقسام بالنسب المتساوية المطلوبة.



شكل 9-2

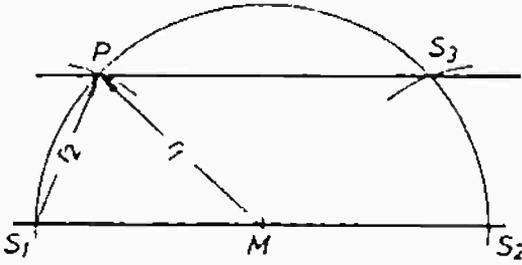
تقسيم مستقيم معلوم إلى عدد من الأقسام بنسب معلومة

رسم مستقيم يوازي مستقيماً آخر من نقطة معلومة خارجة عنه:

شكل 10-2 يوضح طريقة رسم مستقيم يوازي مستقيماً آخر من نقطة معلومة خارجة عنه.

خطوات العمل كالآتي:

- 1- اختر نقطة على المستقيم تكون بمثابة مركز الدائرة، ولتكن النقطة  $M$ .
- 2- افتح الفرجار فتحة تساوي البعد بين النقطة  $M$  والنقطة المعلومة  $P$ ، واركن على النقطة  $M$  وارسم قوساً بنصف قطر  $MP$  ليقطع الخط المستقيم في النقطتين  $S_1$  ,  $S_2$ .
- 3- افتح الفرجار فتحة تساوي البعد بين النقطة  $P$  -  $S_1$ ، واركن في النقطة  $S_2$  وارسم قوساً ليتقاطع مع القوس الأول في نقطة  $S_3$ .
- 4- صل نقطة التقاطع  $S_3$  بالنقطة  $P$  للحصول على المستقيم المتوازي المطلوب، وهو المستقيم  $P - S_3$  الموازي للمستقيم  $S_1$  ,  $S_2$ .

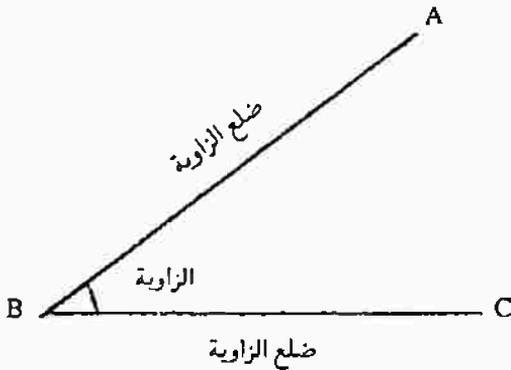


شكل 10-2

رسم مستقيم يوازي مستقيماً آخر من نقطة معلومة خارجة عنه

## الزوايا Angles

الزوايا هي عبارة عن الانفراج المحصور بين ضلعين متلاقين، وكل خط يسمى ضلع زاوية، ونقطة تقابل الضلعين تسمى رأس الزاوية Vertex وتقرأ الزاوية بثلاثة حروف بشرط أن يكون حرف الرأس في الوسط مثل الزاوية ABC الموضحة بشكل 11-2، وقد تقرأ الزاوية بحرف رأسها فقط، حيث يقال الزاوية B، وتقاس الزاوية في الوسم الهندسي بالدرجات.



شكل 11-2

قراءة الزاوية بالحروف ABC أو بالحرف B



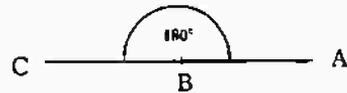
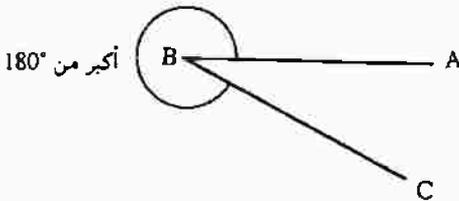
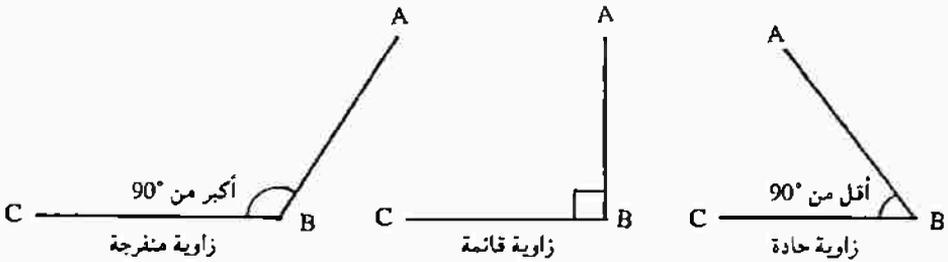
ويمكن تصور مقدار الدرجة الواحدة عند تقسيم محيط أبة دائرة إلى  $360^\circ$  قسمًا متساويًا، ورسم خطوط من مركز الدائرة إلى هذه الأقسام للحصول على  $360^\circ$  زاوية متساوية. مقدار كل منها درجة واحدة.

ترسم الزوايا عادة عن طريق استعمال المنقلة أو باستعمال المسطرة والمثلثين.

## أنواع الزوايا: Types of Angles

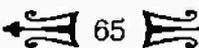
تنقسم الزوايا إلى خمسة أنواع بالنسبة إلى عدد الدرجات التي تحتويها كما هو موضح بشكل 12-2 وهي كالآتي:

- 1- الزاوية القائمة Right Angle وهي التي تساوي  $90^\circ$ .
- 2- الزاوية الحادة Acute Angle وهي التي تكون أقل من  $90^\circ$ .
- 3- الزاوية المنفرجة Obtuse Angle وهي التي تكون أكبر من  $90^\circ$  وأقل من  $180^\circ$ .
- 4- الزاوية المستقيمة Straight Angle وهي التي تساوي  $180^\circ$ .
- 5- الزاوية المنعكسة Reflected Angle وهي التي تكون أكبر من  $180^\circ$  وأقل من  $360^\circ$ .



شكل 12-2

أنواع الزوايا



## العمليات الهندسية على الزوايا Geometrical Construction on Angles

يجرى على الزوايا المختلفة العديد من العمليات الهندسية مثل تنصيف الزاوية - تقسيم الزاوية إلى عدد من الأقسام المتساوية - رسم زاوية تساوي زاوية أخرى - تنصيف زاوية تنحصر بين مستقيمين غير متقاطعين ..... وغيرها من العمليات الأخرى.

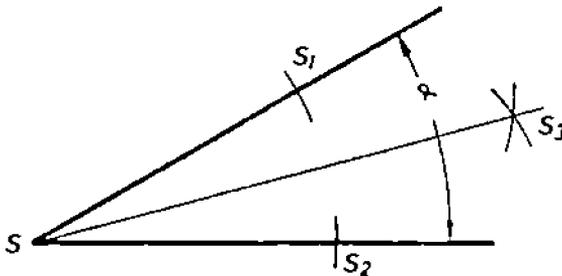
فيما يلي عرض لأكثر العمليات الهندسية على الزوايا.

### تنصيف زاوية: Bisecting an Angle

المطلوب تنصيف الزاوية المعلومه S الموضحة بشكل 2-13.

خطوات العمل:

- 1- افتح الفرجار بفتحة مناسبة واركز على نقطة رأس الزاوية S وارسم قوسين ليقطعا ضلعي الزاوية في النقطتين S<sub>1</sub> , S<sub>2</sub>.
- 2- افتح الفرجار بفتحة مناسبة واركز على النقطتين S<sub>1</sub> , S<sub>2</sub> وارسم قوسين يتقاطعان في النقطة S<sub>3</sub>.
- 3- صل مستقيماً بين النقطتين S , S<sub>3</sub> للحصول على التنصيف المطلوب للزاوية.



شكل 2-13  
تنصيف الزاوية

### تقسيم الزاوية القائمة إلى ثلاثة أقسام متساوية؛

المطلوب تقسيم الزاوية القائمة ABC الموضحة بشكل 14-2 إلى ثلاثة أقسام متساوية.

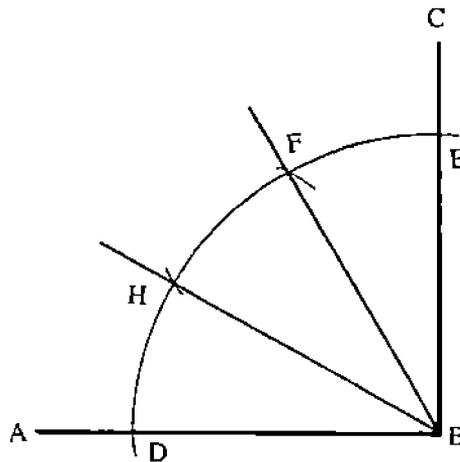
خطوات العمل:

1- أرسم الزاوية القائمة ABC.

2- افتح الفرجار بفتحة مناسبة واركنز على نقطة رأس الزاوية B وارسم قوساً يقطع الضلع BA في النقطة D، والضلع BC في النقطة E.

3- اركنز بالفرجار بنفس الفتحة على النقطتين D , E وارسم قوسين يقطعان القوس المرسوم في النقطتين F , H.

4- صل مستقيماً بين النقطتين BF، ومستقيماً آخر بين النقطتين BH للحصول على التقسيم المطلوب للزاوية.



شكل 14-2

تقسيم زاوية قائمة إلى ثلاثة أقسام متساوية

رسم زاوية تساوي زاوية أخرى معلومة:

المطلوب رسم زاوية تساوي الزاوية المعلومة ABC الموضحة بشكل 15-2 (أ).

خطوات العمل:

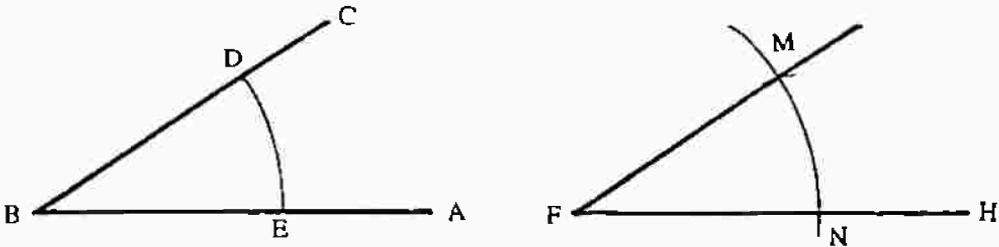
يمكن رسم زاوية تساوي الزاوية المعلومة ABC كما هو موضح بشكل 15-2 (ب) باتباع تسلسل خطوات العمل التالية:

1- افتح الفرجار بفتحة مناسبة واركنز على نقطة رأس الزاوية B وارسم قوساً يقطع ضلعي الزاوية BC , BA في النقطتين D , E .

2- ارسم المستقيم FH ، واركنز بالفرجار على النقطة F بنفس الفتحة السابقة وارسم قوساً يقطع FH في النقطة N .

3- اركنز بالفرجار على النقطة N بفتحة مقدارها ED وارسم قوساً يقطع القوس المرسوم في M .

4- صل النقطتين FM للحصول على الزاوية MFN المماوية للزاوية ABC .



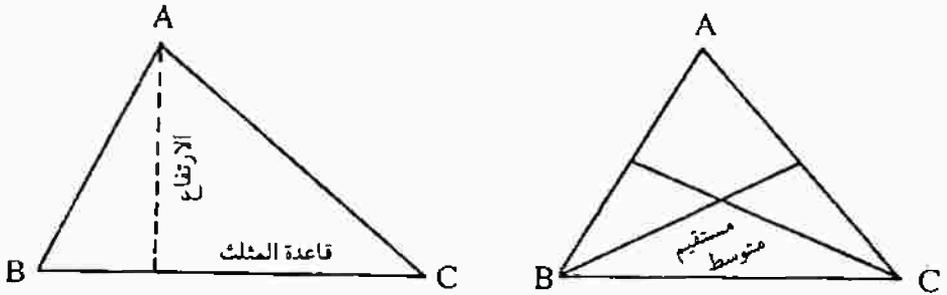
شكل 15-2

رسم زاوية تساوي زاوية أخرى معلومة

## المثلثات Triangles

تحتوي المثلثات على أسطح ذات ثلاثة مستقيبات متقاطعة، تسمى هذه المستقيبات بأضلاع المثلث.

المستقيم الواصل من رأس المثلث إلى منتصف قاعدته يسمى بالمستقيم، والعمود الساقط من رأس المثلث إلى قاعدته يسمى بارتفاع المثلث شكل 16-2.



شكل 16-2

وصف أضلاع المثلث

### أنواع المثلثات؛ Types of Triangles

مجموع زوايا أي مثلث  $180^\circ$ . ويمكن تقسيم المثلثات من حيث زواياها، أو من حيث أشكال أضلاعها كما هو موضح بشكل 17-2 إلى الآتي:

أنواع المثلثات من حيث زواياها:

تنقسم المثلثات من حيث زواياها إلى الأنواع الثلاثة التالية:

1- مثلث قائم الزاوية Right Angled Triangle.

2- مثلث متساوي الزوايا Equal angles triangle.

3- مثلث مختلف الزوايا Different angles triangle.

أنواع المثلثات من حيث أضلاعها:

تنقسم المثلثات من حيث شكل أضلاعها إلى الأنواع الثلاثة التالية:

1- مثلث متساوي الأضلاع Equilateral Triangles

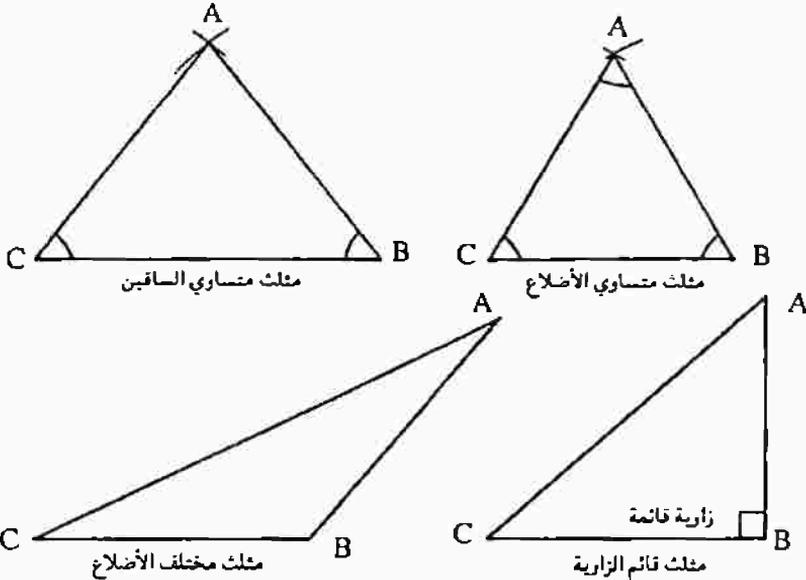
هو مثلث متساوي الزوايا أيضاً، قيمة كل زاوية  $60^\circ$ .

2- مثلث متساوي الساقين Isosceles Triangles

هو مثلث يتساوى فيه زاويتا القاعدة المجاورتان للضلعين المتساويين.

3- مثلث مختلف الأضلاع Scaline Triangles

هو المثلث الذي تختلف أضلاعه في الطول، كما يختلف مقدار زواياه أيضاً.



شكل 17-2

أنواع المثلثات

## العمليات الهندسية على المثلث

### Geometrical Construction on Triangle

يجري على المثلثات المختلفة الأشكال العديد من العمليات الهندسية، مثل رسم المثلث بمعلومية أضلاعه - رسم مثلث متساوي الأضلاع بمعلومية طول ضلعه - رسم مثلث متساوي الأضلاع بمعلومية ارتفاعه - رسم مثلث متساوي الساقين بمعلومية قاعدته وطول ضلعه - رسم مثلث مختلف الأضلاع بمعلومية أضلاعه الثلاثة . . . . . وغيرها من العمليات الأخرى.

فيما يلي عرض لأكثر العمليات الهندسية على المثلثات.

رسم مثلث مختلف الأضلاع بمعلومية أضلاعه الثلاثة؛

المطلوب رسم مثلث مختلف الأضلاع بمعلومية أطوال أضلاعه الثلاثة.

خطوات العمل،

يمكن رسم مثلث مختلف الأضلاع بمعلومية أطوال أضلاعه الثلاثة كما هو موضح بشكل

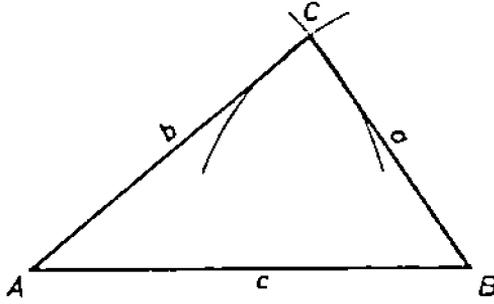
2-18 باتباع خطوات العمل التالية:

1- ارسم الضلع C (نهاياته A , B) بالقياس المحدد.

2- ارسم من النقطة A قوساً نصف قطره يساوي طول الضلع b.

3- ارسم من النقطة B قوساً نصف قطره يساوي طول الضلع a ليتقاطع القوسان في النقطة c.

4- صل نقطة تقاطع القوسين C مع كل من النقطتين A , B للحصول على المثلث المطلوب.



شكل 2-18

رسم مثلث بمعلومية أضلاعه الثلاثة

رسم مثلث متساوي الأضلاع بمعلومية طول ضلعه؛

المطلوب رسم مثلث متساوي الأضلاع بمعلومية طول ضلعه.

خطوات العمل؛

يمكن رسم مثلث متساوي الأضلاع بمعلومية طول ضلعه كما هو موضح بشكل 2-19

(أ) باتباع خطوات العمل التالية:

1- ارسم الضلع AB بالقياس المحدد.

2- افتح الفرجار بفتحة تساوي طول الضلع AB، ثم اركز في كل من النقطتين A , B وارسم

قوسين يتقاطعان في النقطة C.

3- صل نقطة تقاطع القوسين C مع كل من النقطتين A , B للحصول على المثلث المتساوي

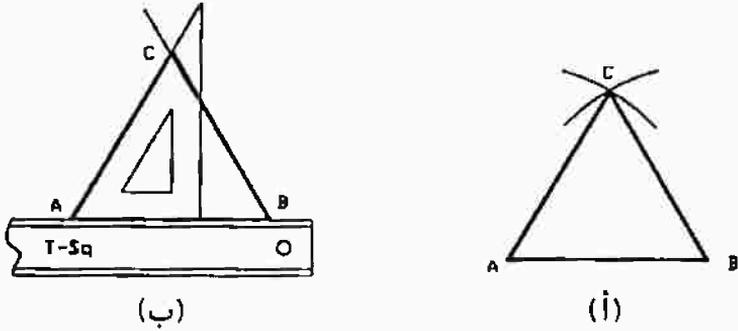
الأضلاع المطلوب.

كما يمكن رسم المثلث المتساوي الأضلاع بمعلومية ضلعه كما هو موضح بشكل 2-19

(ب) باستخدام مثلث (30° - 90°) باتباع الخطوات التالية:

1- اسند المثلث ( $30^\circ - 90^\circ$ ) إلى المسطرة بحيث ينطبق ضلعه الأصغر على المستقيم AB، وارسم من النقطة A المستقيم AC.

2- اعكس وضع المثلث وارسم بنفس الطريقة المستقيم AC. للحصول على المثلث المتساوي الأضلاع.



شكل 2-19

رسم مثلث متساوي الأضلاع بمعلومية طول ضلعه

(أ) رسم مثلث متساوي الأضلاع باستعمال الفرجار.

(ب) رسم مثلث متساوي الأضلاع باستعمال مثلث ( $30^\circ - 90^\circ$ ).

رسم مثلث متساوي الأضلاع بمعلومية ارتفاعه:

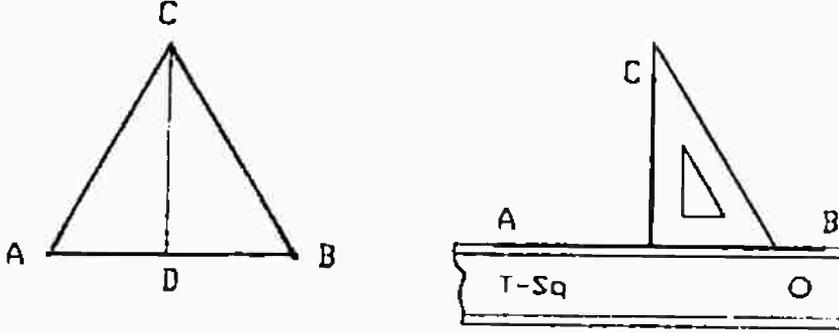
المطلوب رسم مثلث متساوي الأضلاع إذا علم أن طول ارتفاعه 50mm.

خطوات العمل:

يمكن رسم المثلث المتساوي الأضلاع الذي طول ارتفاعه 50mm كما هو موضح بشكل 20-2 باتباع خطوات العمل التالية:

1- ارسم المستقيم الأفقي AB بأي طول، ثم ارسم من منتصفه تقريباً مستقيماً عمودياً وليكن CD.

2- بالاستعانة بالمثلث ( $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ) ارسم من النقطة C مستقيمين أحدهما على اليمين والآخر على اليسار بزوايا مقدارها  $30^\circ$  ليقطعا المستقيم الأفقي في النقطتين A , B للحصول على المثلث المتساوي الأضلاع المطلوب بمعلومية ارتفاعه.



شكل 2-20

رسم مثلث متساوي الأضلاع بمعلومية ارتفاعه

رسم مثلث قائم الزاوية بمعلومية وتر واحد أضلاعه:

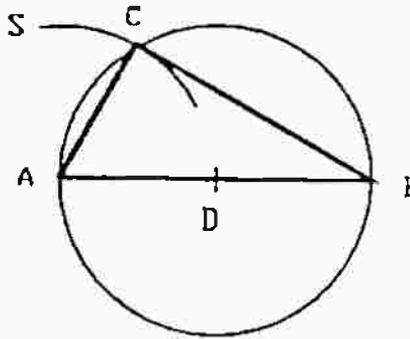
المطلوب رسم مثلث قائم الزاوية بمعلومية طول وتره وأحد أضلاعه.

خطوات العمل:

يمكن رسم المثلث القائم الزاوية بمعلومية وتره وأحد أضلاعه كما هو موضح بشكل

2-21 باتباع خطوات العمل التالية:

- 1- ارسم الوتر AB ونصفه في النقطة D.
- 2- افتح الفرجار بمقدار نصف طول الوتر AB، واركن في النقطة D وارسم دائرة.
- 3- افتح الفرجار حسب طول الضلع المعلوم AC وارسم قوساً يقطع الدائرة في نقطة C.
- 4- صل النقطة C بالنقطتين A , B للحصول على المثلث المطلوب.



شكل 2-21

رسم مثلث قائم الزاوية بمعلومية وتر وضع

## المضلعات

### Polygons

المضلعات هي أشكال هندسية مستوية، تتكون من ثلاثة أضلاع أو أكثر كما هو موضح بشكل 2-22 مثل المثلث - المربع - المستطيل - المعين - متوازي الأضلاع - الخمس - المدس - المثلثن . . . . . وغيرها من المضلعات المتعددة.



متوازي أضلاع

(RHOMBOID)



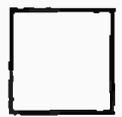
معين

(RHOMBUS)



مستطيل

(RECTANGLE)



مربع

(SQUARE)

شكل 2-22

أشكال المضلعات

## العمليات الهندسية على المضلعات الرباعية

### Geometrical Construction on Polygons

يجري رسم أشكال المضلعات الرباعية بطرق مختلفة مثل رسم المربع بمعلومية طول ضلعه - رسم المربع بمعلومية قطره - رسم المربع بمعلومية دائرته المماسية - رسم مستطيل بمعلومية طوله وعرضه - رسم المستطيل بمعلومية طوله وقطره - رسم المعين بمعلومية طول ضلعه - رسم المعين بمعلومية قطره الأكبر وضلعه - رسم متوازي الأضلاع بمعلومية ضلعين وزاوية محصورة - رسم متوازي الأضلاع بمعلومية قطره وطول كل من ضلعيه - رسم شبه المنحرف بمعلومية قاعدته الكبرى.

فيما يلي عرض جميع العمليات الهندسية على المضلعات الرباعية.

**رسم مربع بمعلومية طول ضلعه:**

المطلوب رسم المربع ABCD بمعلومية طول الضلع AB.

**خطوات العمل:**

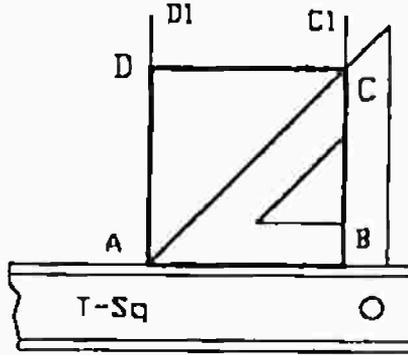
يمكن رسم المربع ABCD بمعلومية طول الضلع AB كما هو موضح بشكل 2-23 باتباع الخطوات التالية:

1- ارسم الضلع الأفقي AB حسب الطول المطلوب.

2- بالاستعانة بإحدى المثلثات  $45^\circ$  أو  $30^\circ$  ارسم العمودين على النقطتين A , B.

3- افتح الفرجار بفتحة تساوي طول الضلع AB ثم اركز على النقطة A وارسم قوساً يتقاطع مع العمود المرسوم على A في النقطة D

4- ارسم من النقطة D خطاً أفقياً DC يوازي الضلع AB ليقطع العمود المرسوم على B في نقطة C للحصول على المربع المطلوب.



شكل 2-23

طريقة رسم المربع بمعلومية طول ضلعه

رسم مربع بمعلومية قطره:

المطلوب رسم مربع بمعلومية قطره.

خطوات العمل:

يمكن رسم المربع بمعلومية قطره بطريقتين هما:

الطريقة الأولى:

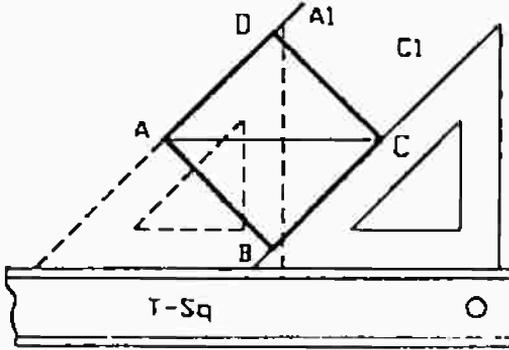
يتم رسم المربع ABCD بمعلومية قطره AC كما هو موضح بشكل 2-24 باتباع الخطوات

التالية:

1- ارسم خطاً أفقياً ليمثل القطر AC بالطول المحدد.

2- بالاستعانة بالمسطرة والمثلث  $45^\circ - 90^\circ$ ، ارسم من النقطتين A , C خطين متوازيين.

3- اعكس وضع المثلث  $90^\circ - 45^\circ$  وارسم من النقطتين C , A خطين متوازيين آخرين ليقتعا الخطين السابقين في النقطتين B , D للحصول على المربع المطلوب.



شكل 2-24

الطريقة الأولى لرسم مربع بمعلومية قطره

الطريقة الثانية:

يمكن رسم المربع ABCD بمعلومية قطره AC كما هو موضح بشكل 2-25 باتباع

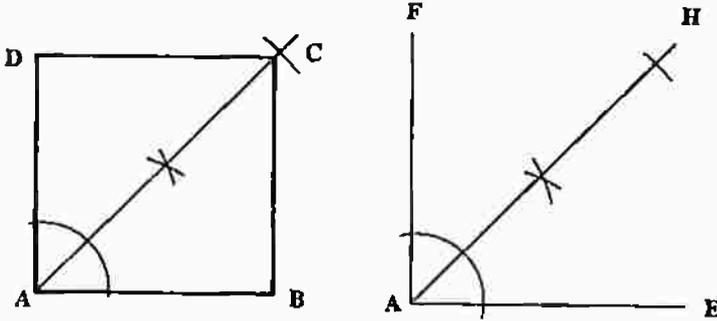
الخطوات التالية:

1- ارسم من النقطة A الضلعين المتعامدين AF , AE بأي طول.

2- ارسم المستقيم AH لينصف الزاوية القائمة A.

3- اركز بالفرجار على النقطة A وافتح تساوي طول القطر ، ارسم قوساً ليقطع المستقيم المرسوم AH في النقطة C.

4- ارسم من النقطة C مستقيمين يوازيان ضلعي الزاوية القائمة A ليتقاطعا مع الضلعين AF , AE في النقطتين B , D للحصول على المربع المطلوب.



شكل 25-2

الطريقة الثانية لرسم مربع بمعلومية قطره

رسم مربع بمعلومية دائرته المماسه:

المطلوب رسم مربع بمعلومية دائرته المماسه.

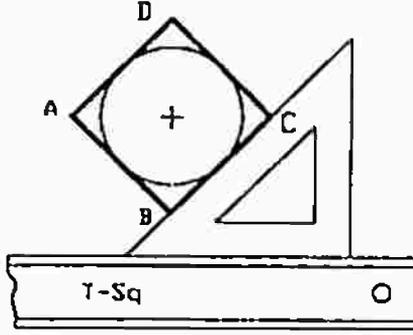
خطوات العمل:

الدائرة المماسه هي التي ترسم داخل المربع مماسه لأضلاعه. قطر هذه الدائرة تساوي طول ضلع المربع.

يمكن رسم المربع ABCD من خلال الدائرة المماسه المعلوم قطرها كما هو موضح بشكل 26-2 باتباع الخطوات التاليه:

1- ارسم الدائرة المعلوم قطرها AC.

2- بالاستعانة بالمسطرة والمثلث  $90^\circ - 45^\circ$  ارسم أربعة أضلاع مماسه للدائرة، ومن الطبيعي تعامد الأضلاع فيما بينها للحصول على المربع ABCD المطلوب.



شكل 26-2

رسم مربع بمعلومية دائرة مماسه

رسم مربع بمعلومية دائرة رؤوسه:

المطلوب رسم مربع بمعلومية دائرة رؤوسه.

خطوات العمل:

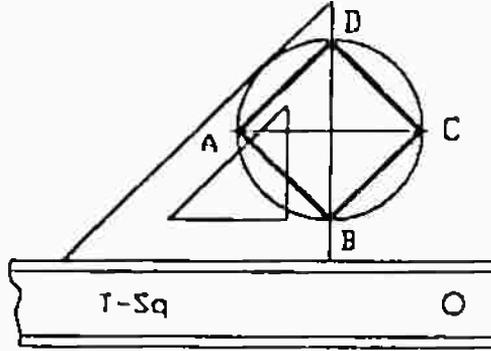
دائرة رؤوس المربع هي التي ترسم خارجة وتمر برؤوسه الأربعة، ويكون قطر الدائرة مساوياً قطر المربع.

ويمكن رسم المربع ABCD من خلال رسم دائرة رؤوسه كما هو موضح بشكل 27-2  
باتباع خطوات العمل التالية:

1- رسم الدائرة المعلوم قطرها.

2- بالاستعانة بالمسطرة والمثلث  $90^\circ - 45^\circ$  ارسم من مركز الدائرة قطرين متعامدين ليقطعا محيط الدائرة في النقط A , B , C , D.

3- صل مستقيمت (أضلاع) بين النقط A , B , C , D للحصول على المربع المطلوب.



شكل 27-2

رسم مربع بمعلومية دائرة مماسه

رسم المستطيل بمعلومية طوله وعرضه:

المطلوب رسم المستطيل بمعلومية طوله وعرضه.

خطوات العمل:

يمكن رسم المستطيل ABCD بمعلومية طوله وعرضه كما هو موضح بشكل 28-2 باتباع

الخطوات التالية:

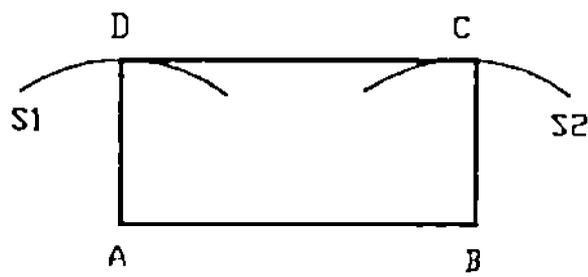
1- ارسم المستقيم الأفقي AB بطول ضلع المستطيل المعلوم.

2- اركز على كل من النقطتين A , B وارسم عمودين.

3- افتح الفرجار بفتحة تساوي عرض المستطيل واركز على النقطتين A , B وارسم قوسين

يقطعان العمودين في النقطتين C , D.

4- صل النقطتين C , D للحصول على المستطيل المطلوب.



شكل 2-28

رسم المستطيل بمعلومية طوله وعرضه

رسم معين بمعلومية طول ضلعه وإحدى زواياه:

المطلوب رسم معين بمعلومية طول ضلعه وزاوية الحادة.

خطوات العمل:

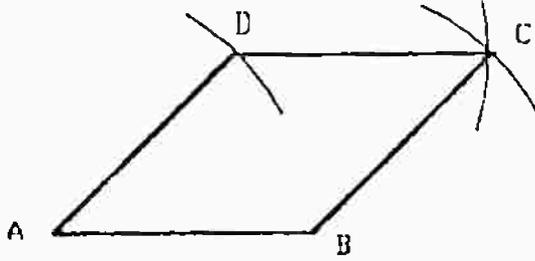
يمكن رسم المعين ABCD بمعلومية طول ضلعه وإحدى زواياه كما هو موضح بشكل 29-2 باتباع الخطوات التالية:

1- ارسم الزاوية الحادة A المعلوم عدد درجاتها.

2- افتح الفرجار بطول ضلع المعين واركنز على النقطة A وارسم قوسين ليتقاطعا ضلعي الزاوية في النقطتين B , D.

3- اركنز بنفس فتحة الفرجار على النقطتين B , D وارسم قوسين آخرين ليتقاطعا مع بعضهما البعض في النقطة C.

4- صل مستقيمين من النقطتين B , D إلى النقطة C للحصول على المعين المطلوب.



شكل 2-29

رسم معين بمعلومية طول ضلعه واحدى زواياه

## العمليات الهندسية على المضلعات المنتظمة المتعددة

### *Geometrical Construction on multi sided Planes*

المضلع المنتظم هو سطح محدد بعدة مستقيمت متساوية وزواياه متساوية أيضاً. يمر برؤوس المضلع المنتظم دائرة، ويعتبر مركز الدائرة هو نفس مركز المضلع المنتظم. يسمى المضلع المنتظم بعدد أضلاعه، فعلى سبيل المثال يقال مخمس منتظم إذا كان عدد أضلاعه 5 أضلاع، كما يقال المسدس والمسيب، والمثمن، والمتسع، والمعشر، وذو الأحد عشر ضلعاً..... إلخ.

يمكن رسم المضلعات المنتظمة السابق ذكرها بإحدى الطرق التالية:

أولاً: رسم مضلع داخل دائرة بمعلومية طول ضلعه وعدد أضلاعه (جميع المضلعات يمكن رسمها بداخل دوائر تمر برؤوسها)، وتسمى هذه الدوائر بدوائر رؤوس المضلعات، كما يمكن رسم الدوائر لتمس أضلاع المضلع من الداخل.

ويمكن حساب نصف قطر الدائرة R التي تمر برؤوس أي مضلع بدلالة عدد الأضلاع N

وطول ضلعه X من العلاقة التالية:

$$R = \frac{X}{2 \sin (180^\circ / N)} \dots\dots (1)$$

حيث R .... نصف قطر الدائرة.

N .... عدد أضلاع المضلع المنتظم.

X .... طول ضلع المضلع المنتظم.

مثال 1:

يراد رسم مسدس منتظم الأضلاع داخل دائرة تمر برؤوسه علمًا بأن طول ضلعه 50mm. أوجد نصف قطر الدائرة

$$\begin{aligned} R &= \frac{X}{2 \sin (180^\circ / N)} = \frac{50}{2 \sin (180 / 6)} = \frac{50}{2 \sin 30} \\ &= \frac{50}{2 * 0.5} = 50\text{mm} \end{aligned}$$

مثال 2:

يراد رسم مخمس منتظم الأضلاع داخل دائرة تمر برؤوسه علمًا بأن طول ضلعه 55mm. أوجد نصف قطر الدائرة؟

الحل:

$$\begin{aligned} R &= \frac{X}{2 \sin (180^\circ / N)} = \frac{55}{2 \sin (180 / 5)} = \frac{55}{2 \sin 36} \\ &= 46.8\text{mm} \end{aligned}$$

ثانياً: رسم أي مضلع بمعلومية طول ضلعه وزاوية رؤوسه

يمكن رسم أي مضلع منتظم بمعلومية طول ضلعه وزاوية رؤوسه، حيث يتم حساب قيمة زاوية رأس المضلع من العلاقة التالية:

$$\theta = \frac{N - 2}{N} * 180^\circ \dots\dots\dots (2)$$

حيث  $\theta$  .... زاوية رأس المضلع.  
 $N$  .... عدد أضلاع المضلع المنتظم.

وعلى ذلك تكون زاوية زوايا رؤوس المضلعات المنتظمة كالاتي:

زوايا رؤوس المضلع المثلث المتساوي الأضلاع =  $60^\circ$

زوايا رؤوس المضلع المربع =  $90^\circ$

زوايا رؤوس المضلع المستطيل =  $90^\circ$

زوايا رؤوس المضلع الخمس =  $108^\circ$

زوايا رؤوس المضلع السدس =  $120^\circ$

زوايا رؤوس المضلع المثلث =  $135^\circ$

زوايا رؤوس المضلع المتسع =  $140^\circ$

زوايا رؤوس المضلع الاثني عشر ضلعاً =  $150^\circ$

.... وهكذا يمكن الحصول على زوايا أي مضلع منتظم.

مثال 1:

يراد رسم مضلع مكون من 9 أضلاع باستخدام منقلة علمياً بأن طول ضلعه 40mm. أوجد

قيمة زاوية رؤوس المضلع؟

الحل:

$$\theta = \frac{N - 2}{N} * 180^\circ$$

$$= \frac{9 - 2}{9} * 180^\circ = \frac{7}{9} * 180 = 140^\circ$$

مثال 2:

يراد رسم مضلع منتظم مكون من 16 ضلعاً باستخدام منقلة، علماً بأن طول ضلعه 42mm. أوجد قيمة زاوية رأس المضلع؟

$$\theta = \frac{N - 2}{N} * 180^\circ$$

$$= \frac{16 - 2}{16} * 180^\circ = \frac{14}{16} * 180 = 157.5^\circ$$

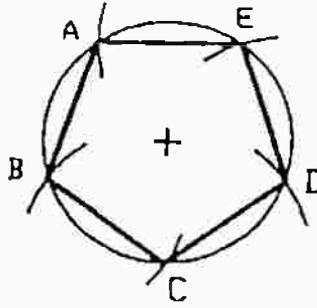
رسم مخمس منتظم بمعلومية طول ضلعه بتقسيم دائرة؛

المطلوب رسم مخمس منتظم بمعلومية طول ضلعه داخل دائرة تمر برؤوسه.

خطوات العمل:

يمكن رسم المخمس المنتظم بمعلومية طول ضلعه داخل دائرة تمر برؤوسه كما هو موضح بشكل 2-30 باتباع الخطوات التالية:

- 1- يتم حساب نصف قطر دائرة رؤوس المضلع من خلال المعادلة (1) ، وترسم الدائرة.
- 2- افتح الفرجار بطول الضلع وارسم أقواساً لتقسيم محيط الدائرة إلى خمسة أقسام متساوية.
- 3- صل نقاط التقسيم للحصول على المخمس المطلوب.



شكل 2-30

رسم مخمس بمعلومية طول ضلعه داخل دائرة تمر بمرؤوسه

رسم مخمس منتظم بمعلومية طول ضلعه وزاوية رأسه:

المطلوب رسم المضلع الخمس المنتظم بمعلومية طول ضلعه وزاوية رأسه.

خطوات العمل:

يمكن رسم المخمس المنتظم بمعلومية طول ضلعه بالاستعانة بمنقلة، لتحديد زاوية رأس المضلع (الزاوية المحصورة بين ضلعين) كما هو موضح بشكل 2-31 باتباع خطوات العمل التالية:

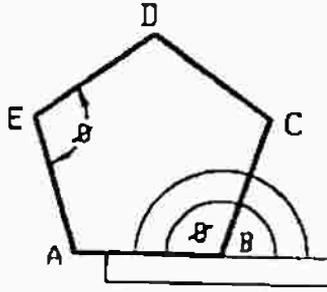
1- ارسم الضلع AB المعلوم طوله.

2- يتم حساب قيمة زاوية رأس المضلع ( $\phi$ ) الزاوية المحصورة بين ضلعين من خلال المعادلة 2.

3- اركز بالمنقلة على النقطة B وحدد نقطة الزاوية ( $\phi$ )، ثم ارسم ضلعاً للحصول على الزاوية ABC.

4- حدد على ضلع الزاوية النقطة C بحيث يكون  $AB = BC$ .

5- كرر الخطوة السابقة باستخدام المنقلة متنقلاً كل مرة إلى نقطة أخرى حتى يكتمل المخمس المطلوب.



شكل 2-31

رسم مخمس منتظم بمعلومية طول ضلعه وزاوية رأسه

رسم مسدس منتظم بمعلومية طول ضلعه بتقسيم دائرة:

المطلوب رسم مسدس منتظم بمعلومية طول ضلعه داخل دائرة تمر برؤوسه.

خطوات العمل:

من خواص المسدس المنتظم هو تساوي طول ضلعه مع نصف قطر الدائرة التي تمر برؤوس المسدس. ويمكن رسم المسدس المنتظم بمعلومية طول ضلعه داخل دائرة تمر برؤوسه بطريقتين هما كالآتي:

الطريقة الأولى:

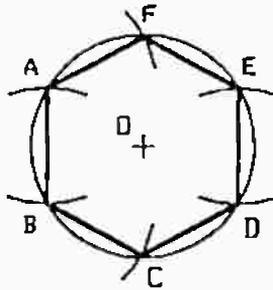
يمكن رسم المسدس بمعلومية طول ضلعه داخل دائرة تمر برؤوسه كما هو موضح بشكل

2-32 باتباع الخطوات التالية:

1- افتح الفرجار بطول ضلع المسدس، وارسم الدائرة.

2- بنفس فتحة الفرجار يتم تقسيم محيط الدائرة إلى ستة أقسام متساوية برسم ستة أقواس تتقاطع مع الدائرة في النقاط (A , B , C , D , E , F).

3- صل نقاط التقسيم للحصول على المسدس المطلوب.



شكل 2-32

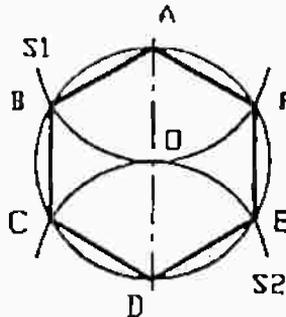
الطريقة الأولى لرسم مسدس منتظم بمعلومية طول ضلعه داخل دائرة تمر برؤوسه

الطريقة الثانية،

يمكن رسم المسدس بمعلومية طول ضلعه داخل دائرة تمر برؤوسه كما هو موضح بشكل

2-33 باتباع خطوات العمل التالية:

- 1- افتح الفرجار بطول ضلع المسدس، وارسم الدائرة.
- 2- بالاستعانة بالمسطرة والمثلث، ارسم خطاً عمودياً يمر بمركز الدائرة ويقطعها في النقطتين A , D .
- 3- بنفس فتحة الفرجار، اركز في النقطة A وارسم قوساً يقطع الدائرة في النقطتين B , F .
- 4- بنفس فتحة الفرجار، اركز في النقطة D وارسم قوساً يقطع الدائرة في النقطتين C , E .
- 5- صل النقط (A , B , C , D , E , F) للحصول على المسدس المطلوب.



شكل 2-33

الطريقة الثانية لرسم مسدس بمعلومية طول ضلعه داخل دائرة تمر برؤوسه

الباب الثاني

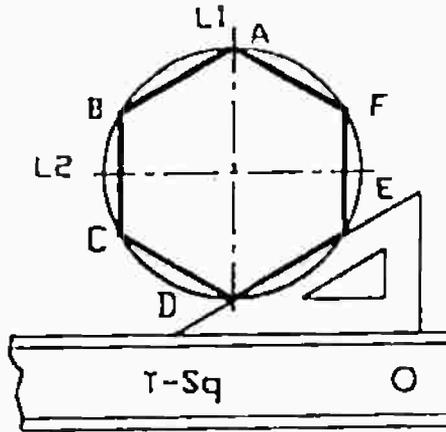
رسم مسدس بمعلومية دائرة مماسه:

المطلوب رسم مسدس منتظم الأضلاع داخل دائرة قطرها معلوم، بحيث تتلامس رؤوس المسدس مع محيط الدائرة.

خطوات العمل:

يمكن رسم المسدس المنتظم الأضلاع داخل دائرة قطرها معلوم كما هو موضح بشكل 34-2 باتباع خطوات العمل التالية:

- 1- ارسم الدائرة المعلوم قطرها.
- 2- ارسم خطين يمران بالمركز ويقطعان محيط الدائرة، أحدهما عمودي L1 والآخر أفقي L2.
- 3- استعن بنقاط تقاطع المحورين مع محيط الدائرة وارسم بالمسطرة حرف T والمثلث  $90^\circ$ ،  $30^\circ$  ستة أضلاع متتالية للدائرة للحصول على المسدس المطلوب.



شكل 34-2

رسم مسدس بمعلومية دائرة مماسه

90

رسم مسدس بمعلومية ضلعه وزاويته:

المطلوب رسم مسدس بمعلومية طول ضلعه وزواياه المحصورة بين الأضلاع مستعيناً بالمنقلة.

خطوات العمل:

يمكن رسم المسدس المنتظم الأضلاع بمعلومية طول ضلعه وزواياه المحصورة بين الأضلاع كما هو موضح بشكل 2-35 باتباع الخطوات التالية:

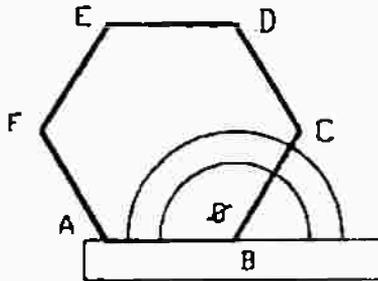
1- ارسم ضلع المسدس المعلوم طوله.

2- الزاوية المحصورة بين ضلعي المسدس تساوي  $120^\circ$ ، وإن لم تكن الزاوية معلومة، فإنه يمكن حسابها من خلال تطبيق المعادلة (2).

3- بالاستعانة بالمنقلة، اركز على النقطة B وحدد نقطة الزاوية  $(\phi)$  ثم ارسم ضلعاً للحصول على الزاوية ABC.

4- حدد على ضلع الزاوية النقطة C بحيث يكون  $AB = BC$ .

5- كرر الخطوة السابقة باستخدام المنقلة متنقلاً كل مرة إلى نقطة أخرى حتى يكتمل المسدس المطلوب.



شكل 2-35

رسم مسدس بمعلومية ضلعه وزاويته المحصورة

رسم مئمن منتظم بتقسيم دائرة رؤوسه:

المطلوب رسم مضلع مئمن منتظم الأضلاع بمعلومية طول ضلعه وقطر دائرة رؤوسه.

خطوات العمل:

يمكن رسم المئمن المنتظم الأضلاع بمعلومية طول ضلعه وقطر دائرة رؤوسه بتقسيم الدائرة، ويتم ذلك بإحدى طريقتين هما:

الطريقة الأولى:

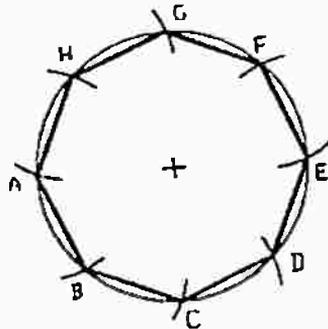
يتم رسم المئمن الأضلاع بتقسيم دائرة رؤوسه كما هو موضح بشكل 2-36 باتباع خطوات

العمل التالية:

1- ارسم دائرة المضلع.

2- افتح الفرجار بطول ضلع المئمن، واركز على أية نقطة بمحيط الدائرة، وقسم الدائرة إلى ثمانية أقسام متساوية.

3- صل نقط التقسيم (A - B - C - D - E - F - G - H) للحصول على المئمن المطلوب.



شكل 2-36

الطريقة الأولى لرسم مئمن بتقسيم دائرة رؤوسه

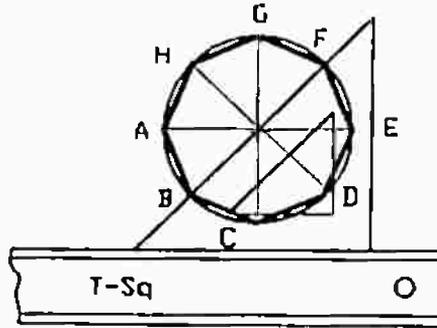
الطريقة الثانية:

يمكن رسم المثلث المنتظم بتقسيم دائرة رؤوسه كما هو موضح بشكل 37-2 باتباع الخطوات التالية:

1- ارسم دائرة المضلع.

2- بالاستعانة بمسطرة حرف T ومثلث  $90^\circ - 45^\circ$  يمكن تقسيم الدائرة إلى ثمانية أقسام من خلال رسم خطوط تمر بمركز الدائرة وتقطع محيطها في النقاط (A - B - C - D - E - F - G - H).

3- صل نقط التقسيم للحصول على المثلث المطلوب.



شكل 37-2

الطريقة الثانية لرسم مثلث منتظم بتقسيم دائرة رؤوسه

الطريقة العامة لرسم أي مضلع منتظم بمعلومية ضلعه:

المطلوب رسم عدة مضلعات منتظمة بمعلومية أحد أضلاعها.

خطوات العمل:

يمكن رسم أي مضلع منتظم بمعلومية طول أحد أضلاعه كما هو موضح بشكل 38-2

باتباع الخطوات التالية:

1- ارسم الضلع AB المعلوم طوله، ثم أقم عموداً في منتصفه يقطعه في النقطة S.

2- أقم عموداً من النقطة B يساوي طول الضلع AB.

3- افتح الفرجار بفتحة تساوي الضلع AB، واركن في النقطة B وارسم قوساً يقطع العمود المقام من B في النقطة F، ويقطع العمود المقام من النقطة S في نقطة يرمز لها دائماً برقم 6.

4- صل AF بمستقيم يقطع العمود المقام من S في نقطة يرمز لها دائماً برقم 4.

5- نصف البعد 6 - 4 في نقطة يرمز لها دائماً برقم 5.

6- اركن بالفرجار بالبعد بين 6 - 5، وارسم أقواساً متتالية على نفس العمود بالأرقام 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 .... وهكذا، حيث تكون هذه النقط هي مراكز المضلعات.

هذا يعني أن النقطة 5 هي مركز الخمس، والنقطة 6 هي مركز المسدس، والنقطة 7 هي مركز المسيع، والنقطة 8 هي مركز المثلث والنقطة 9 هي مركز المتسع .... وهكذا.

وعلى سبيل المثال عند رسم الخمس المنتظم يتبع الخطوات التالية:

(أ) اركن بالفرجار على النقطة 5 وافتح تساوي من النقطة 5 إلى النقطة B ارسم دائرة.

(ب) افتح الفرجار بفتحة تساوي طول الضلع AB، واركن في النقطة B وارسم قوساً يقطع الدائرة في النقطة C.

(ج) اركن بالفرجار بنفس الفتحة في النقطة C وارسم قوساً يقطع الدائرة في النقطة D.

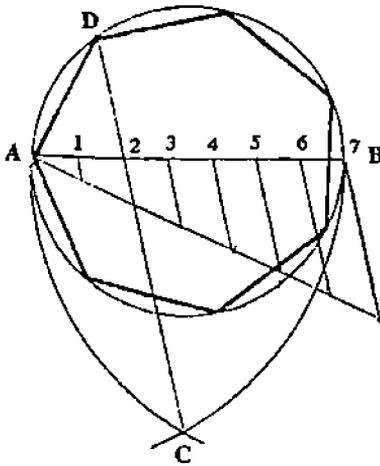
(د) اركن بالفرجار بنفس الفتحة في النقطة D وارسم قوساً يقطع الدائرة في النقطة E.

(هـ) صل نقط التقسيم (A - B - C - D - E) للحصول على الخمس المنتظم.



يمكن رسم أي مضلع، وليكن مضلعاً مسبجاً داخل دائرة معلوم قطرها كما هو موضح بشكل 2-39 باتباع الخطوات التالية:

- 1- ارسم الدائرة المعلوم قطرها.
- 2- ارسم قطر الدائرة AB وقسمه إلى عدد من الأقسام المتساوية بحيث يساوي عدد أضلاع المضلع المنتظم المطلوب رسمه، ثم ضع أرقاماً على التقسيم.
- 3- اركز بالفرجار على كل من النقطتين B , A بفتحة تساوي قطر الدائرة وارسم قوسين يتقاطعان في C.
- 4- صل مستقيماً من النقطة C إلى النقطة 2 دائماً عند رسم أي مضلع، ومد هذا المستقيم ليقطع محيط الدائرة في النقطة D.
- 5- صل AD للحصول على أحد أضلاع المضلع المطلوب.
- 6- افتح الفرجار بالبعد AD واركز على النقطة D وارسم قوساً يقطع محيط الدائرة، ثم ارسم أقواساً متتالية بنفس الفتحة لتقطع محيط الدائرة في نقطة، ثم صل هذه النقط للحصول على المسبج المنتظم.



ملاحظة:

صل C بالنقطة 2 دائماً عند رسم أي مضلع منتظم داخل دائرة معلومة.

شكل 2-39

الطريقة العامة لرسم أي مضلع منتظم داخل دائرة معلومة

## طريقة رسم أي مضلع منتظم إنشائياً:

المطلوب رسم مضلع منتظم، وليكن مسبقاً منتظماً.

### خطوات العمل:

يمكن رسم أي مضلع منتظم، وليكن مسبقاً منتظماً، طول ضلعه معلوم كما هو موضح بشكل 2-40 باتباع الخطوات التالية:

1- ارسم أحد الأضلاع وليكن (AB)، ثم افتح الفرجار بطوله، واركز في النقطة A وارسم نصف دائرة حول النقطة A.

2- قسم نصف الدائرة إلى عدد المضلع المراد رسمه، وليكن سبعة أقسام متساوية، وحددها بالأرقام (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6).

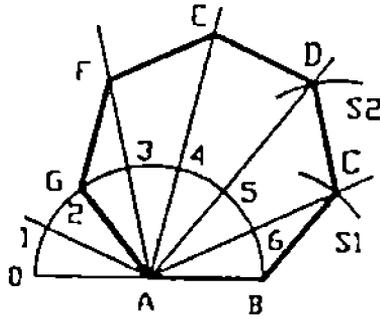
3- ارسم من النقطة A مستقيمت تمر بنقاط التقسيم كلها ماعدا النقطتين (0, 1) ومدّها جميعها.

4- افتح الفرجار بطول AB وارسم من النقطة B قوساً يقطع (A - 6) في النقطة C، وهي أحد رؤوس المضلع المطلوب.

5- اركز بالفرجار بنفس الفتحة السابقة في النقطة C وارسم قوساً يقطع (A - 5) في النقطة D، وهي أيضاً أحد رؤوس المضلع.

6- عين بنفس الطريقة النقط (D, E, F)، ولاحظ أن النقطة 2 هي النقطة G في المضلع.

7- صل النقط GA, FG, EF, DE, CD, BC للمضلع المنتظم المطلوب.



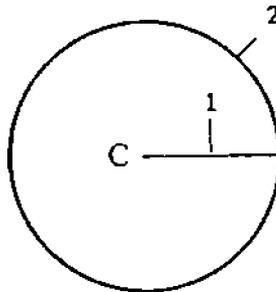
شكل 2-40

طريقة رسم أي مضلع منتظم إنشائياً

## الدائرة

## Circle

الدائرة الموضحة بشكل 2-41 هي مستوي محاط بخط منحن مغلق ناتج عن تحرك نقطة على بعد ثابت من نقطة أخرى هي مركز الدائرة. وهذا البعد الثابت يسمى نصف القطر، ويسمى الخط المنحني المغلق بمحيط الدائرة.



شكل 2-41

الدائرة

1- نصف القطر.

2- المحيط.

## تعريف هندسية: Engineering Definitions

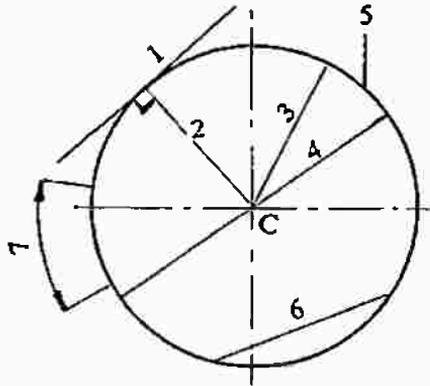
قبل البدء في عرض طرق رسم العمليات الهندسية التي تجرى على الدائرة، فإنه يجب إلقاء الضوء على تسمية الخطوط المرسومة بداخلها أو خارجها، وأيضاً الدوائر التي تتصل بها والأسطح التي تحتويها .... إلخ وشكل 2-42 يوضح الآتي:

القطر: هو المستقيم المار بمركز الدائرة والذي ينتهي طرفاه على محيطها.

القوس: هو جزء من محيط دائرة .

الوتر: هو المستقيم الواصل بين نهايتي قوس ولا يمر بمركز الدائرة.

المماس: هو المستقيم الذي يلامس محيط الدائرة في نقطة واحدة تسمى نقطة التماس، ويكون عمودياً على نصف قطر الدائرة المار بها نقطة التماس.



شكل 2-42

### تعريفات للخطوط والنقط المرسومة على الدائرة

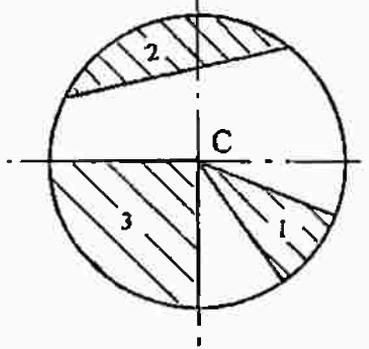
- |                    |            |
|--------------------|------------|
| 1- مماس.           | 5- المحيط. |
| 2- عمودي.          | 6- وتر.    |
| 3- نصف القطر .. R. | 7- قوس.    |
| 4- قطر .. D.       |            |

ويوضح شكل 43-2 الآتي:

القطعة الدائرية: هي جزء من سطح الدائرة محصورة بين قوس ووتر.

القطاع الدائري: هو جزء من سطح الدائرة محصور بين قوس ووتر، يكون موضعه بين نصفي قطرين.

الزاوية المركزية: هي الانفراج المحصور بين نصفي قطرين في دائرة واحدة.



شكل 43-2

### القطع الدائرية والزاوية المركزية

1- القطعة الدائرية.

2- القطاع الدائري.

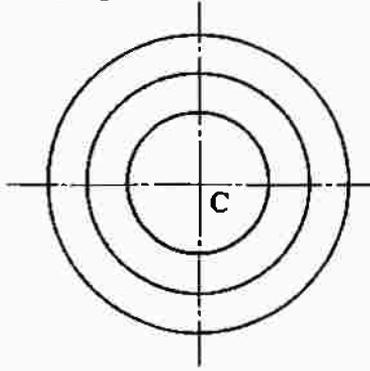
3- ربع دائرة.

الزاوية المحيطية: هي التي رأسها على المحيط سواء كان ضلعها يقطعان محيط الدائرة، أو كان أحدهما يقطع المحيط والضلع الآخر مماساً له.

الزاوية الخارجية: هي التي رأسها خارج عن محيط الدائرة.

الزاوية الداخلية: هي التي رأسها بين المركز والمحيط.

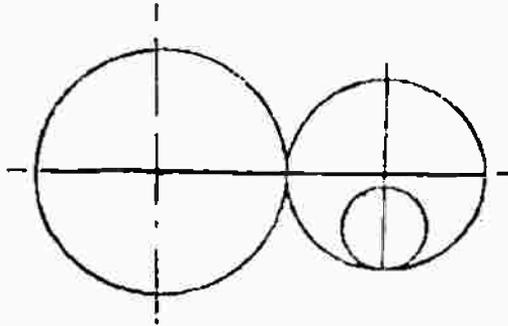
الدوائر المركزية: هي التي تشترك في المركز وتختلف أنصاف أقطارها، وتسمى بالدائرة ذات المركز العام، أو بالدوائر المتمركزة كما هو موضح بشكل 44-2.



شكل 2-44

الدوائر المركزية (الدوائر ذات المركز العام)

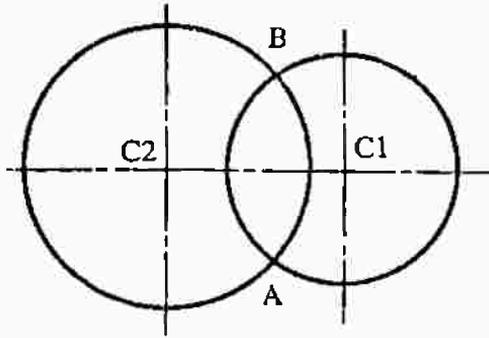
الدائرتان المتماستان، هما اللتان اشترك محيطهما في نقطة واحدة سواء كانت من الخارج أو من الداخل، كما هو موضح بشكل 2-45، ويلاحظ أن نقطة التماس في كل منهما على مستقيم واحد ماراً بالمركزين.



شكل 2-45

الدائرتان المتماستان

الدائرتان المتقاطعتان: هما اللتان اشترك محيطهما في نقطتين كما هو موضح بشكل 2-46، ويلاحظ أن يكون المستقيم الواصل بين نقطتي التقاطع والمستقيم الواصل بين المركزين متعامدين.



شكل 2-46

الدائرتان المتقاطعتان

## العمليات الهندسية على الدوائر

### Construction on Circles

تجرى على الدوائر العديد من العمليات الهندسية مثل تقسيم دائرة إلى ثلاثة أقسام متساوية - تقسيم الدائرة إلى أربعة أقسام متساوية - تقسيم الدائرة إلى خمسة أقسام متساوية - تقسيم الدائرة إلى ستة أقسام متساوية - تقسيم الدائرة إلى سبعة أقسام متساوية - تقسيم الدائرة إلى ثمانية أقسام متساوية - تقسيم الدائرة إلى أي عدد من الأقسام المتساوية.

كما تجرى على الدوائر العديد من العمليات الأخرى مثل: رسم دائرة تمس دائرة أخرى عند نقطة معلومة من الداخل - رسم دائرة تمس دائرة أخرى عند نقطة معلومة من الخارج - رسم مماس لدائرتين من الخارج - رسم مماس لدائرتين من الداخل - رسم قوس ينصف قطر معلوم بمس دائرتين من الداخل - رسم قوس ينصف قطر معلوم بمس دائرتين من الخارج - رسم قوس ينصف قطر معلوم بمس دائرتين إحداهما من الداخل والأخرى من الخارج .... وغيرها من العمليات.

وفيما يلي عرض لجميع العمليات الهندسية التي تجرى على الدوائر.

### تقسيم دائرة إلى ثلاثة أقسام متساوية، Three equal parts

المطلوب تقسيم دائرة إلى ثلاثة أقسام متساوية.

خطوات العمل:

يمكن تقسيم الدائرة إلى ثلاثة أقسام متساوية بطريقتين هما:

الطريقة الأولى:

يتم تقسيم الدائرة إلى ثلاثة أقسام متساوية كما هو موضح بشكل 2-47 (أ) باتباع خطوات العمل التالية:

1- ارسم الدائرة.

2- ارسم المحورين المتعامدين (القطرين) AB , CD.

3- افتح الفرجار بطول نصف القطر، واركز على النقطة A وارسم قوساً يقطع محيط الدائرة في النقطتين E , F.

4- النقط E, B, F تمثل نقط تقسيم الدائرة إلى ثلاثة أقسام متساوية.

الطريقة الثانية:

يتم تقسيم الدائرة إلى ثلاثة أقسام متساوية كما هو موضح بشكل 2-47 (ب) باستخدام المسطرة حرف T والمثلث  $30^\circ - 90^\circ$ .

خطوات العمل:

1- ارسم الدائرة.

2- ارسم المحورين المتعامدين (القطرين المتعامدين) AB, CD.

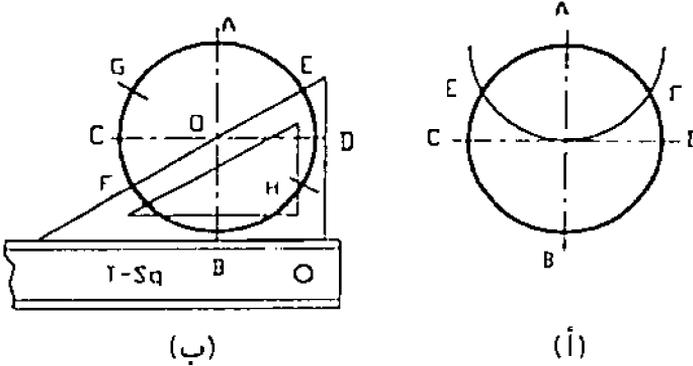
3- بالاستعانة بالمسطرة حرف T والمثلث ( $30^\circ - 90^\circ$ )، ارسم محوراً آخر يقطع محيط الدائرة في النقطتين E, F.

4- اعكس وضع المثلث وارسم محوراً آخر يقطع الدائرة في النقطتين G, H.

5- النقط G, B, F تمثل تقسيم الدائرة إلى ثلاثة أقسام متساوية.

ملاحظة:

تستعمل هذه الطريقة عند تقسيم الدائرة إلى ستة أقسام متساوية، حيث تمثل النقط (A, G, F, B, H, E) تقسيم الدائرة إلى ستة أقسام متساوية.



شكل 2-47

الطريقة الثانية لتقسيم الدائرة إلى ثلاثة أقسام متساوية

(أ) الطريقة الأولى لتقسيم الدائرة إلى ثلاثة أقسام متساوية.

(ب) الطريقة الثانية لتقسيم الدائرة إلى ثلاثة أقسام متساوية.

تقسيم دائرة إلى أربعة أقسام متساوية: Four equal parts

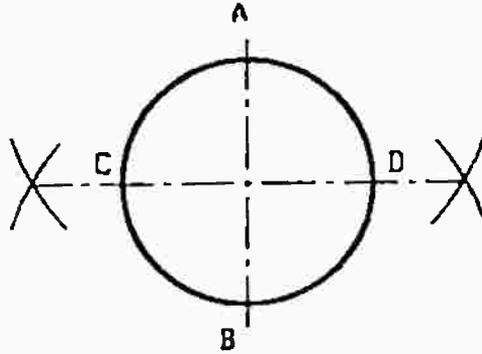
المطلوب تقسيم دائرة إلى أربعة أقسام متساوية.

### خطوات العمل:

يمكن تقسيم الدائرة إلى أربعة أقسام متساوية بطريقتين هما:

#### الطريقة الأولى:

- 1- ارسم الدائرة، ثم ارسم محورين متعامدين (قطرين متعامدين) AB, CD.
- 2- النقط (A, B, C, D) تمثل تقسيم الدائرة إلى أربعة أقسام متساوية.



شكل 2-48

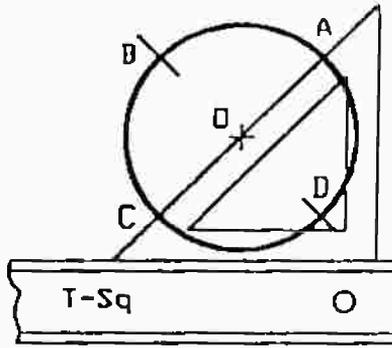
#### تقسيم الدائرة إلى أربعة أقسام متساوية

#### الطريقة الثانية:

يتم تقسيم الدائرة إلى أربعة أقسام متساوية كما هو موضح بشكل 2-49 بالخطوات

التالية:

- 1- ارسم الدائرة، وبلاستعانة بالمسطرة حرف T والمثلث  $(90^\circ - 45^\circ)$ ، ارسم على وتر المثلث قطراً آخر يقطع محيط الدائرة في النقطتين BD.
- 2- اعكس وضع المثلث وارسم على وتره قطراً آخر يقطع محيط الدائرة في النقطتين BD.
- 3- النقط A, B, C, D تمثل نقط تقسيم الدائرة إلى أربعة أقسام متساوية.



شكل 2-49

الطريقة الثانية لتقسيم الدائرة إلى أربعة أقسام متساوية.

تقسيم دائرة إلى خمسة أقسام متساوية:

المطلوب تقسيم دائرة إلى خمسة أقسام متساوية.

خطوات العمل:

يمكن تقسيم الدائرة إلى خمسة أقسام متساوية كما هو موضح بشكل 2-50 باتباع الآتي:

1- ارسم الدائرة، ثم ارسم محورين متعامدين (القطرين) AB, CD.

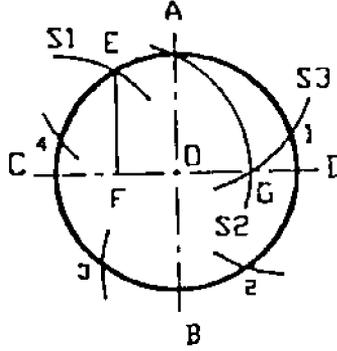
2- افتح الفرجار بفتحة تساوي نصف قطر الدائرة، واركز في النقطة C وارسم القوس S1 ليقطع محيط الدائرة في النقطة E.

3- اسقط من النقطة E عموداً على قطر الدائرة CD ليقطعه في النقطة F.

4- افتح الفرجار بطول AF، واركز في النقطة F، وارسم القوس S2 ليقطع قطر الدائرة CD في النقطة G.

5- افتح الفرجار بطول AG واركز في النقطة A وارسم القوس S3 ليمر من النقطة G ويقطع محيط الدائرة في النقطة I.

6- افتح الفرجار بفتحة تساوي 1 - A ، وقسم محيط الدائرة بالأقسام (A - 1, 1 - 2, 2 - 3, 3 - 4, 4 - A) للحصول على تقسيم الدائرة إلى أقسام متساوية.



شكل 2-50

تقسيم دائرة إلى خمسة أقسام متساوية

تقسيم دائرة إلى ستة أقسام متساوية:

المطلوب تقسيم دائرة إلى ستة أقسام متساوية.

خطوات العمل:

يمكن تقسيم الدائرة إلى ستة أقسام متساوية بطريقتين هما:

الطريقة الأولى:

سبق توضيحها بشكل 2-48.

الطريقة الثانية:

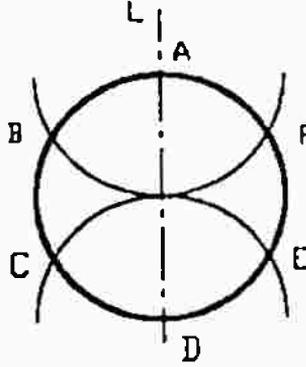
يتم تقسيم الدائرة إلى ستة أقسام متساوية كما هو موضح بشكل 2-51 باتباع الآتي:

1- ارسم دائرة، ثم ارسم قطر الدائرة AD.



2- افتح الفرجار بفتحة تساوي نصف قطر الدائرة، واركز في النقطتين A, D وارسم قوسين يقطعان محيط الدائرة في النقط (B, F, C, E).

3- النقط (A, B, C, D, E, F) تمثل تقسيم الدائرة إلى ستة أقسام متساوية.



شكل 2-51

تقسيم دائرة إلى ستة أقسام متساوية

تقسيم دائرة إلى سبعة أقسام متساوية:

المطلوب تقسيم دائرة إلى سبعة أقسام متساوية.

خطوات العمل:

يمكن تقسيم الدائرة إلى سبعة أقسام متساوية كما هو موضح بشكل 2-52 باتباع الخطوات التالية:

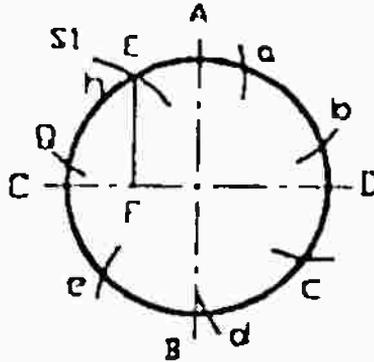
1- ارسم الدائرة، ثم ارسم محوري الدائرة المتعامدين (قطرين متعامدين AB, CD).

2- افتح الفرجار بفتحة تساوي نصف قطر الدائرة، واركز في النقطة C وارسم القوس S1 ليقطع محيط الدائرة في النقطة h.

3- اسقط من النقطة E عموداً على القطر CD ليقطعه في النقطة F.



4- افتح الفرجار بفتحة تساوي (E - F) واركنز في النقطة E وارسم أقواساً متتالية على محيط الدائرة (a, b, c, d, e, g) للحصول على تقسيم الدائرة إلى سبعة أقسام متساوية هي Ea, ab, bc, cd, de, eg, ge.



شكل 52-2

تقسيم الدائرة إلى سبعة أقسام متساوية

تقسيم دائرة إلى ثمانية أقسام متساوية:

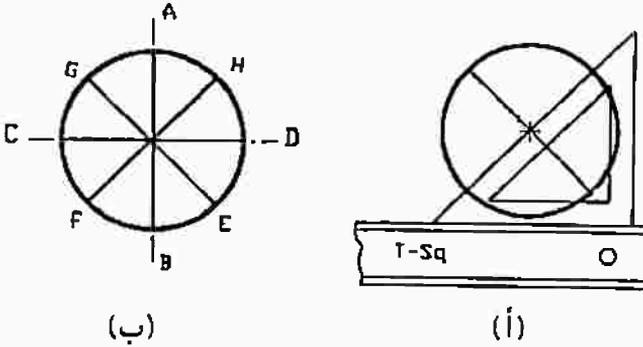
مطلوب تقسيم الدائرة إلى ثمانية أقسام متساوية.

خطوات العمل:

يمكن تقسيم الدائرة إلى ثمانية أقسام متساوية كما هو موضح بشكل 53-2 باتباع الآتي:

1- ارسم الدائرة، وبلاستعانة بمسطرة حرف T ومثلث ( $45^\circ - 90^\circ$ ) ارسم محوري الدائرة المتعامدين (قطرين متعامدين AB, CD) كما هو موضح بشكل 53-2 (أ).

2- ارسم محورين آخرين ليقطعا محيط الدائرة في النقط (E, F, G, H)، للحصول على تقسيم الدائرة إلى ثمانية أقسام متساوية هي (AE, EC, CF, FB, BG, GD, DH, HA) كما هو موضح بشكل 53-2 (ب).



شكل 53-2

### تقسيم الدائرة إلى ثمانية أقسام متساوية

تقسيم دائرة إلى أي عدد من الأقسام؛

مطلوب تقسيم دائرة إلى عدد من الأقسام المتساوية، وليكن ستة عشر قسماً.

خطوات العمل؛

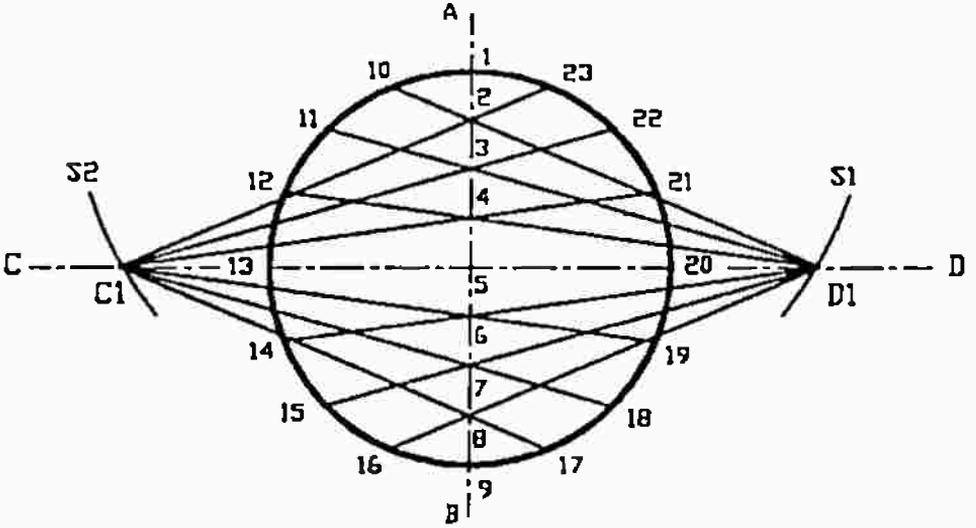
يمكن تقسيم الدائرة إلى ستة عشر قسماً كما هو موضح بشكل 54-2 باتباع الآتي:

1- ارسم الدائرة، ثم ارسم محوري الدائرة المتعامدين (قطرين متعامدين AB, CD) ليقطعا محيط الدائرة في النقط (1, 9, 13, 20).

2- افتح الفرجار بفتحة تساوي طول قطر الدائرة، واركز في النقطة 1 وارسم قوسين S1, S2 ليقطعا امتداد CD في (C1, D1).

3- قسم الطول (9 - 1) إلى نصف عدد التقسيم المطلوب.. أي إلى 8 أقسام محددة بالنقط (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

4- صل (C1, D1) إلى نقط التقسيم بمستقيمات ومدّها لتقطع محيط الدائرة في النقط 23, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 9, 17, 18, 19, 20, 21, 22, للحصول على تقسيم محيط الدائرة إلى ستة عشر قسماً متساوياً.



شكل 2-54

تقسيم دائرة إلى ستة عشر قسماً متساوياً

رسم دائرة تمس دائرة أخرى عند نقطة معلومة من الداخل:

المطلوب رسم الدائرة N بنصف قطر معلوم، تمس الدائرة M عند النقطة A من الداخل.

خطوات العمل:

يمكن رسم الدائرة N بنصف قطر معلوم لتمس الدائرة M عند النقطة A من الداخل كما

هو موضح بشكل 2-55 باتباع الآتي:

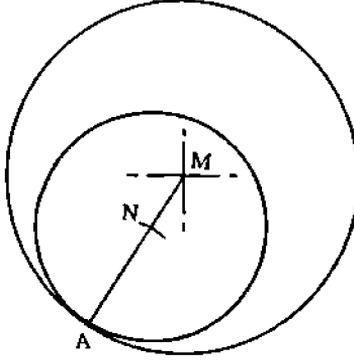
1- ارسم الدائرة المعلوم M وحدد النقطة A على محيطها.

2- صل AM.

3- اركز في النقطة A ويفتحة تساوي نصف قطر الدائرة، اقطع AM في النقطة N، لتكون هي

مركز الدائرة المطلوبة.

4- بنفس الفتحة السابقة اركز في النقطة N وارسم دائرة للحصول على دائرة تمس دائرة أخرى معلومة من الداخل.



شكل 2-55

رسم دائرة تمس دائرة أخرى عند نقطة معلومة من الداخل

رسم دائرة تمس دائرة أخرى عند نقطة معلومة من الخارج،

المطلوب رسم الدائرة N بنفس قطر معلوم، تمس الدائرة M عند نقطة A من الخارج.

خطوات العمل:

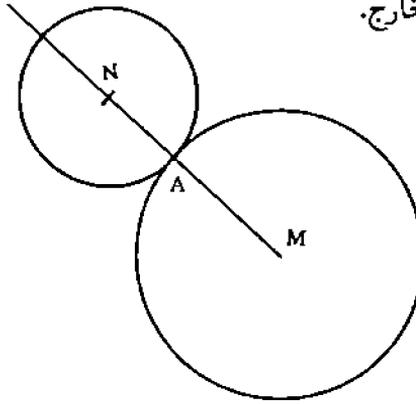
يمكن رسم الدائرة N بنصف قطر معلوم لتمس الدائرة M عند النقطة A على محيطها من الخارج كما هو موضح بشكل 2-56 باتباع الآتي:

1- ارسم الدائرة المعلومة M وحدد النقطة A على محيطها.

2- صل AM ومدّه على استقامته.

3- اركز في النقطة A وفتحة تساوي نصف قطر الدائرة الأخرى N اقطع امتداد AM في النقطة N لتكون هي مركز الدائرة المطلوبة.

4- بنفس الفتحة السابقة اركز في النقطة N وارسم دائرة للحصول على دائرة تمس دائرة أخرى عند نقطة معلومة من الخارج.



شكل 2-56

رسم دائرة تمس دائرة أخرى عند نقطة معلومة من الخارج

رسم قوس بنصف قطر معلوم يمس ضلعي زاوية قائمة،

المطلوب رسم قوس بنصف قطر معلوم يمس ضلعي زاوية قائمة.

خطوات العمل،

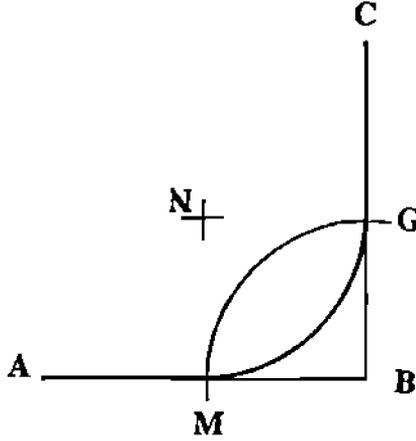
يمكن رسم قوس بنصف قطر معلوم R يمس ضلعي الزاوية القائمة ABC كما هو موضح بشكل 2-57 باتباع الآتي:

1- ارسم الزاوية القائمة ABC.

2- اركز بالفرجار على النقطة B بفتحة تساوي نصف قطر القوس وارسم قوساً يقطع ضلعي الزاوية في النقطتين M, G.

3- بنفس فتحة الفرجار السابقة، اركز في كل من (G, M) وارسم قوسين يتقاطعان في نقطة N لتكون هي مركز القوس المطلوب.

4- بنفس فتحة الفرجار اركز في النقطة N وارسم القوس المطلوب الذي يمس ضلعي الزاوية القائمة.



شكل 2-57

رسم قوس بنصف قطر معلوم يمس ضلعي زاوية قائمة

رسم دائرة بنصف قطر معلوم يمس ضلعي زاوية معلومة،

المطلوب رسم دائرة بنصف قطر معلوم تمس ضلعي زاوية معلومة.

خطوات العمل،

يمكن رسم دائرة بنصف قطر معلوم R تمس ضلعي زاوية معلومة ABC كما هو موضح

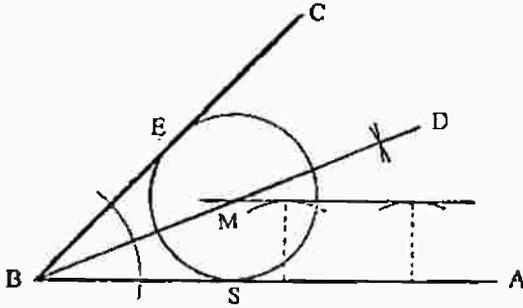
بشكل 2-58 باتباع الآتي:

1- ارسم الزاوية ABC.

2- نصف الزاوية ABC بالضلع BD، ثم ارسم مستقيماً يوازي الضلع AB ويقطع المستقيم

BD في النقطة M.

3- ارکز بالفرجار على النقطة M بفتحة تساوي طول نصف قطر الدائرة R، وارسم الدائرة المطلوبة لتمس ضلعي الزاوية في النقطتين S, E.



شكل 58-2

رسم دائرة بنصف قطر معلوم تمس

ضلعي زاوية معلومة

رسم مماس لدائرة من نقطة خارجية: A Tangent From A Point

المطلوب رسم مماس لدائرة من نقطة خارجية.

خطوات العمل:

يمكن رسم مماس لدائرة من نقطة خارجية بطريقتين هما:

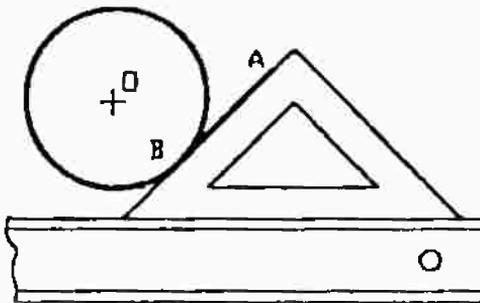
الطريقة الأولى:

يتم رسم مماس الدائرة من نقطة خارجية كما هو موضح بشكل 59-2 باتباع الآتي:

1- باستخدام مسطرة ومثلث، وليكن مثلث  $(90^\circ - 45^\circ)$ . حرك المثلث حتى يمس طرفه النقطة

B بالدائرة والنقطة الخارجية A.

2- ارسم المماس المطلوب AB.



شكل 59-2

الطريقة الأولى لرسم مماس لدائرة

من نقطة خارجية

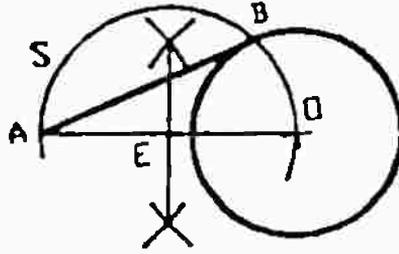
يمكن رسم مماس لدائرة من النقطة الخارجية A كما هو موضح بشكل 2-60 باتباع الآتي:

1- صل النقطة A بالمركز O.

2- نصف المستقيم AO في نقطة E.

3- اركز بالفرجار في النقطة E بفتحة تساوي AE وارسم القوس S الذي يمر من النقطة A ويقطع محيط الدائرة في نقطة التماس المطلوبة B.

4- صل النقطتين A, B للحصول على المماس AB المطلوب.



شكل 2-60

الطريقة الثانية لرسم مماس لدائرة من نقطة خارجية

رسم مماسين متقاطعين لدائرتين: Crossed tangents to two circles

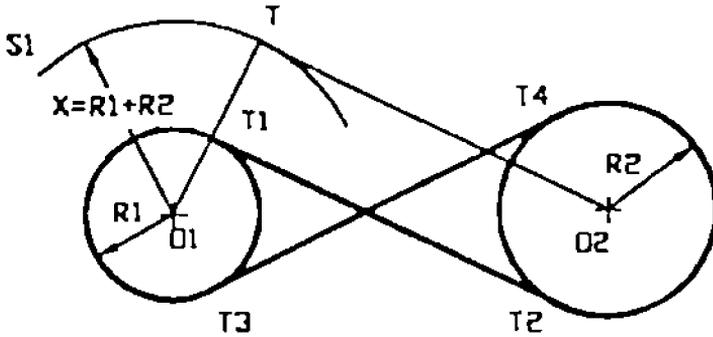
مطلوب رسم مماسين متقاطعين لدائرتين.

خطوات العمل:

يمكن رسم مماسين متقاطعين للدائرتين  $O_1, O_2$ ، نصفاً قطريهما  $R_1, R_2$  كما هو

موضح بشكل 2-61 باتباع الآتي:

- 1- افتح الفرجار بطول  $(X = R1 + R2)$  وارسم من  $O1$  قوساً  $S1$ .
- 2- ارسم من  $O2$  مستقيماً يمس القوس  $S1$  في النقطة  $T$ .
- 3- صل من النقطة  $T$  إلى  $O1$  بمستقيم يقطع الدائرة في  $T1$  .. وهي نقطة تماس الدائرة الأولى.
- 4- ارسم المستقيم  $(T1 - T2)$  يوازي  $(T - O2)$  يمس الدائرة  $O2$  في النقطة  $T2$ .
- 5- ارسم المستقيم  $(T3 - T4)$  بنفس الخطوات السابقة للحصول على المماسين المطلوبين.



شكل 2-61

رسم مماسين متقاطعين لدائرتين

رسم مماسين مفتوحين لدائرتين، Open Tangents to Two Circles

مطلوب رسم مماسين مفتوحين (غير متقاطعين) لدائرتين.

خطوات العمل:

يمكن رسم مماسين مفتوحين (غير متقاطعين) للدائرتين  $(O1, O2)$  نصفاً قطريهما  $(R1, R2)$  كما هو موضح بشكل 2-62 باتباع الآتي:

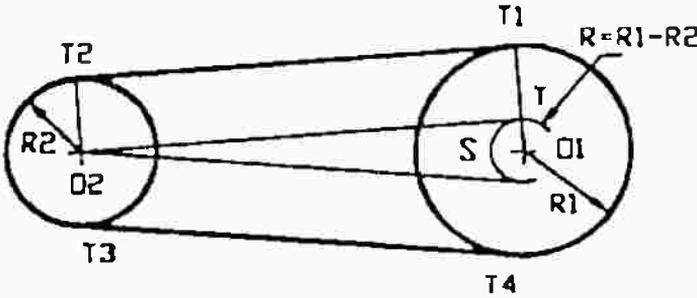
- 1- افتح الفرجار بطول  $(X = R1 + R2)$  واركنز على النقطة  $O1$  وارسم القوس  $S$ .
- 2- ارسم من  $O2$  المستقيم  $(T-O2)$  يمس القوس  $S$  في النقطة  $T$ .

~~~~~  الباب الثاني  ~~~~~

3- صل النقطتين (T, O1) بمستقيم ومدّه ليقطع محيط الدائرة الأولى في النقطة T1 .. وهي نقطة التماس عليها.

4- ارسم من O2 المستقيم (O2 - T2) يوازي (O1 - T1) ويقطع محيط الدائرة الثانية في النقطة T2 .. وهي نقطة التماس عليها.

5- صل النقطتين (T1, T2) لرسم المماس الأول (T1 - T2)، وكرر الخطوات السابقة لرسم المماس الثاني (T3 - T4) للحصول على المماسين المفتوحين المطلوبين.



شكل 2-62

رسم مماسين مفتوحين لدائرتين

الطريقة العامة لرسم مماسين متقاطعين أو مفتوحين لدائرتين:

تستخدم هذه الطريقة في رسم المماسين المتقاطعين أو المفتوحين لدائرتين، ولنفرض أن الدائرتين (O1, O2) غير متقاطعتين.

يمكن رسم مستقيمين متقاطعين، وآخرين غير متقاطعين يمس كل منهما الدائرتين معاً كما هو موضح بشكل 2-63 باتباع الآتي:

خطوات العمل:

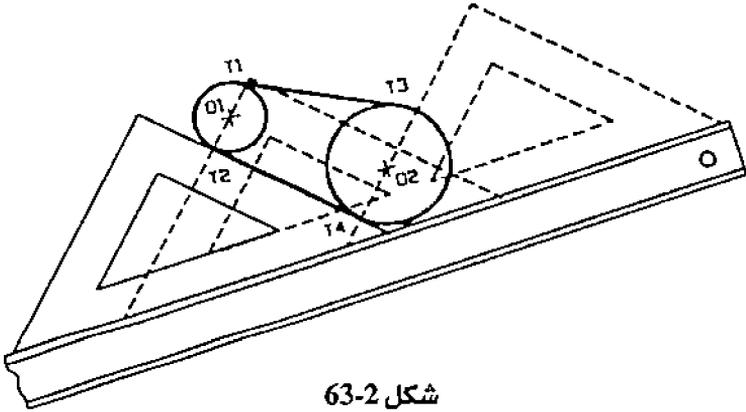
1- ثبت المسطرة ومثلثاً بحيث ينطبق وتره على طرفها العامل، وحركهما مع بعضهما البعض ليمس أحد ضلعي المثلث الدائرتين معاً.

~~~~~  118  ~~~~~

2- ثبت المسطرة وازلق المثلث على طرفها ليمر ضلعه الثاني بمركز أحد الدائرتين  $O_1$  مثلا ويقطع محيط الدائرة في  $T_1$  .. وهي إحدى نقاط تماس الدائرة الأولى في الحالة (أ)، أو النقطتين  $(T_1, T_2)$  في الحالة (ب).

3- أعد زلق المثلث ليمر بنفس ضلعه بالمركز  $O_2$  ويقطع محيط الدائرة في النقطة  $T_4$  .. وهي إحدى نقاط تماس الدائرة الثانية في الحالة (أ)، أو النقطتين  $(T_3, T_4)$  في الحالة (ب).

4- صل  $(T_2, T_1)$  لرسم المماس الأول  $(T_1 - T_4)$  .. في الحالة (أ) وارسم  $(T_2 - T_3)$  بنفس الخطوات السابقة. صل  $(T_1, T_3)$ ، وصل  $(T_4, T_2)$  في الحالة (ب) .. للحصول على المماسين المتقاطعين أو المماسين المفتوحين المطلوبين.



شكل 2-63

الطريقة العامة لرسم مماسين متقاطعين أو مفتوحين لدائرتين

رسم قوس بنصف قطر معلوم يمس دائرتين من الداخل:

المعطيات:

الدائرتان المعلومتان  $(M_1, M_2)$ ، نصف قطرهما  $(R_1, R_2)$ ، البعد بين مركزيهما  $L$ .

المطلوب: رسم قوس بنصف قطر معلوم  $R_3$  يمس دائرتين من الداخل.

خطوات العمل:

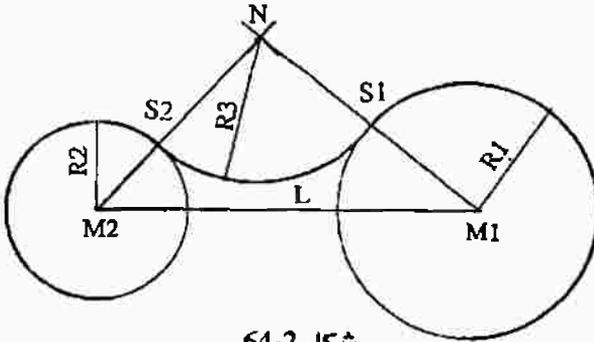
يمكن رسم قوس بنصف قطر معلوم  $R3$  يمس دائرتين  $(M1, M2)$  من الداخل كما هو موضح بشكل 64-2 باتباع الآتي:

1- ارسم الدائرتين  $(M1, M2)$ .

2- اركز بالفرجار في  $M1$  وافتحة تساوي  $(R1 + R3)$  ارسم قوساً، ثم اركز بالفرجار في  $M2$  وافتحة تساوي  $R2 + R3$  وارسم قوساً يقطع القوس السابق في نقطة  $N$  .. لتكون هي مركز القوس المطلوب رسمه.

3- ارسم من النقطة  $N$  المستقيمين  $(N - M1)$ ،  $(N - M2)$  ليقطعا محيط الدائرتين في النقطتين  $(S1, S2)$  .. وهما بداية ونهاية القوس المطلوب رسمه.

4- اركز بالفرجار في النقطة  $N$  وافتحة تساوي  $R3$  ارسم القوس المطلوب.



شكل 64-2

رسم قوس بنصف قطر معلوم يمس دائرتين من الداخل

رسم قوس بنصف قطر معلوم يمس دائرتين إحداهما من الداخل والأخرى من الخارج:

المعطيات:

دائرتان معلومتان  $(M1, M2)$ ، البعد بين مركزيهما  $L$ .

المطلوب:

رسم قوس بنصف قطر معلوم  $R3$  يمس إحدى الدائرتين من الداخل ويمس الدائرة الأخرى من الخارج.

خطوات العمل:

يمكن رسم قوس بنصف قطر معلوم  $R3$  يمس الدائرة  $M1$  من الخارج والدائرة  $M2$  من الداخل كما هو موضح بشكل 65-2 باتباع الآتي:

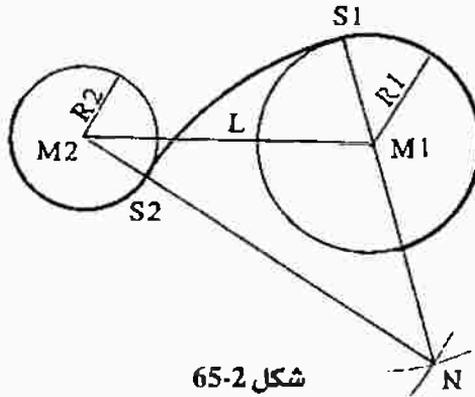
1- ارسم الدائرتين  $(M1, M2)$ .

2- اركز بالفرجار بفتحة تساوي  $(R1 - R3)$  في  $M1$  وارسم قوساً.

3- اركز بالفرجار بفتحة تساوي  $(R2 + R3)$  وارسم قوساً آخر يقطع القوس الأول في نقطة  $N$  لتكون هي مركز القوس المطلوب.

4- ارسم من النقطة  $N$  المستقيمين  $(N - M2, N - M1)$  ليقطع محيط الدائرة في النقطتين  $S1, S2$  .. وهما بداية ونهاية القوس المطلوب رسمه.

5- اركز بالفرجار في النقطة  $N$  وبتفتحة تساوي  $R3$  وارسم القوس المماس المطلوب.



شكل 65-2

رسم قوس بنصف قطر معلوم يمس دائرتين إحداهما من الداخل والأخرى من الخارج

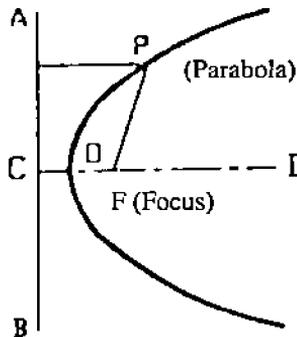
## القطاعات المخروطية

### Conic Sestions

هي عبارة عن منحنيات ذات أشكال مختلفة ناتجة عن قطع مخروط دائري قائم بمستويات قطع منحرفة (تميل) على محور التناظر بزوايا مختلفة. واعتماداً على قيم زوايا القطع تحدث القطاعات.

والمنحنى الناتج عن قطع مخروط كما هو موضح بشكل 2-66 الذي ترسمه نقطة  $P$ ، تسير هذه النقطة بحيث يكون بعدها عن نقطة ثابتة  $F$  مساوياً بعدها عن المستقيم المعلوم  $AB$ . وإذا فرض أن  $F$  نقطة ثابتة،  $AB$  مستقيم ثابت، وتركت نقطة مثل  $P$  في مستوى يحتوي نقطة  $F$  والمستقيم  $CM$  بشرط أن تكون النسبة  $PF$  دائماً ثابتة، فالمنحنى المرسوم الناتج عن تحرك نقطة  $P$  يسمى قطاعاً مخروطاً مكافئاً  $Parabola$ .

والنقطة الثابتة  $F$  تسمى بؤرة المنحنى  $Focus$ ، والمستقيم الثابت  $AB$  يسمى دليلاً  $Directrix$ ، والخط المستقيم المار بالبؤرة والعمودي على الدليل يسمى محور المنحنى، ونقطة تقابل المحور بالمنحنى تعرف برأس المنحنى  $O$ ، والنسبة الثابتة  $PF$  تسمى بالاختلاف المركزي.

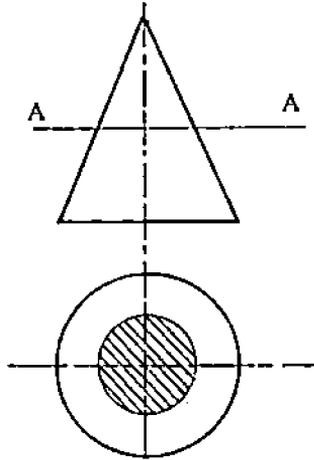


شكل 2-66

عناصر قطع المخروط

### القطع الدائري، Circular Section

المخروط القائم الموضوع على قاعدته على المستوى الأفقي الموضح بشكل 2-67 و قطع بمستوى AA عمودي على المستوى الرأسي وموازٍ للمستوى الأفقي. شكل القطاع الناتج في هذه الحالة عبارة عن دائرة.



شكل 2-67

القطع الدائري

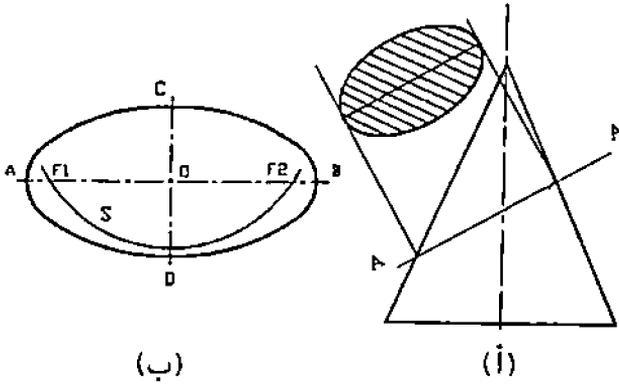
### القطع الناقص، Ellipse

هو ناتج عن قطع مخروط قائم موضوع على قاعدته على مستوى أفقي، كما هو موضح بشكل 2-68 (أ) حيث قطع المخروط القائم بمستوى منحرف (يميل) على محوره بزاوية أكبر من زاوية مولده.

المخروط الناقص له محوران متعامدان كما هو موضح بشكل 2-68 (ب). المحور الصغير CD والمحور الكبير AB، وله بؤرتان هما  $F_1, F_2$  تقعان على المحور الكبير ويتم تحديدهما كما يلي:

1- افتح الفرجار بفتحة تساوي نصف طول  $AB$ .

2- اركز بالفرجار على إحدى نقطتي المحور الصغير  $C$  أو  $D$  ولتكن النقطة  $C$ ، وارسم قوساً يقطع المحور الكبير  $AB$  في نقطتين  $F_1, F_2$  .. وهما البؤرتان.



شكل 2-68

القطع الناقص

(أ) القطع الناقص.

(ب) القطع الناقص والمحوران والبؤرتان.

رسم قطع ناقص بطريقة الخيط؛

المطلوب رسم القطع الناقص بطريقة الخيط بمعلومية المحورين الأكبر والأصغر.

خطوات العمل:

يمكن رسم القطع الناقص بطريقة الخيط بمعلومية المحورين الأكبر والأصغر  $AB, CD$

كما هو موضح بشكل 2-69 باتباع الآتي:

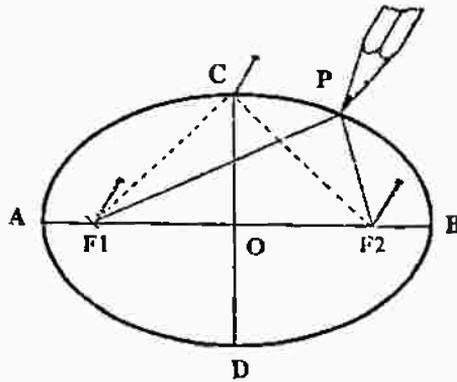
1- ارسم المحورين المعلومين (AB, CD)، ثم عين البؤرتين (F1, F2)، ثم ثبت دبوساً في كل من النقط (F1, F2, C) ولف حول الدبابيس الثلاثة خيطاً، ثم اعقد طرفه بحيث يكون الخيط مشدوداً حول الدبابيس الثلاثة.

2- انزع الدبوس المثبت على النقطة C، وضع مكانه سن قلم رصاص.

3- حرك سن القلم الرصاص P في حركة مستديرة بحيث يظل الخيط مشدوداً في أثناء الحركة. عند إتمام الدورة تجد أن سن القلم قد رسم القطع الناقص المطلوب.

ملاحظة:

تستخدم هذه الطريقة عند تخطيط الحداثق، حيث توضع أوتاد خشبية في الأرض بدلا من الدبابيس، ويشد حولها حبل رفيع بدلا من الخيط.



شكل 2-69

رسم قطع ناقص بطريقة الخيط

رسم قطع ناقص باستعمال شريحة ورقية:

المطلوب رسم القطع الناقص باستعمال (شريحة ورقية بمعلومية المحورين الأكبر

والأصغر.

خطوات العمل:

يمكن رسم القطع الناقص باستعمال شريحة ورقية بمعلومية المحورين الأكبر والأصغر (AB, CD) كما هو موضح بشكل 70-2 باتباع الآتي:

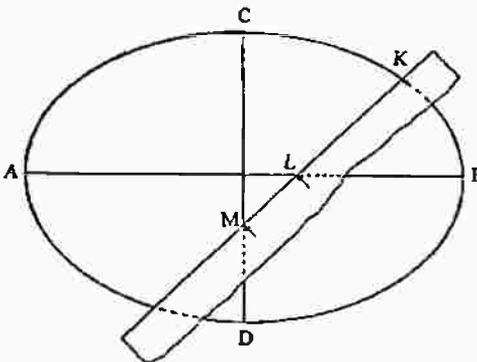
1- ارسم المحورين الأكبر والأصغر (AB, CD) المعلومين.

2- استخدم شريطاً ورقياً بحافة مستقيمة وعين عليه نقطة مثل K، ثم قس من K طولاً يساوي نصف المحور الأكبر AB وليكن (K - M)، وكذلك حدد على نفس الحافة الورقية من K طولاً يساوي نصف المحور الأصغر CD وليكن (K - L).

3- حرك الشريط الورقي بحيث تظل نقطة M على المحور الأصغر ونقطة L على المحور الأكبر لتتبع نقطة K على ورقة الرسم .. هي إحدى النقط الواقعة على منحنى القطع الناقص المطلوب.

4- حرك الشريط الورقي إلى وضع آخر بحيث تظل النقطة M على المحور الأصغر، والنقطة L على المحور الأكبر لتتبع نقط أخرى للنقطة K.

5- صل النقط التي تم تحديدها ببعضها على الترتيب للحصول على منحنى القطع الناقص المطلوب.



شكل 70-2

رسم القطع الناقص باستعمال شريحة ورقية

## رسم قطع ناقص باستعمال الفرجار:

المطلوب رسم القطع الناقص باستعمال فرجار بمعلومية القطرين الأكبر والأصغر.

### خطوات العمل:

يمكن رسم القطع الناقص باستعمال فرجار بمعلومية القطرين الأكبر والأصغر (AB, CD) كما هو موضح بشكل 2-71 باتباع الآتي:

1- ارسم المحورين الأكبر والأصغر (AB, CD) المعلومين المتعامدين والمتقاطعين في نقطة O.

2- ارسم على المحور الأكبر AB مثلثاً متساوي الأضلاع (OFE) طول ضلعه يساوي نصف الفرق بين القطرين من نقطة O، واسقط عموداً من النقطة E ليقابل OF في نقطة N.

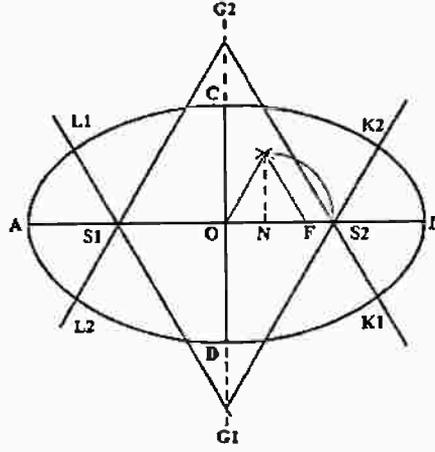
3- افتح الفرجار بفتحة تساوي EN واركنز في النقطة N وارسم القوس من النقطة E ليقطع المحور الأكبر AB في نقطة S.

4- افتح الفرجار بفتحة تساوي (O - S2) واركنز في النقطة O وارسم قوساً ليقطع AO في نقطة S1.

5- ارسم المثلث المتساوي الأضلاع (S1 - G2 - S2) طول ضلعه يساوي (S1 - S2) وارسم مثلثاً آخر (S1 - G1 - S2).

6- افتح الفرجار بفتحة تساوي (G2 - D) واركنز في النقطة D وارسم قوساً يقطع امتداد (S1 - G2, G2 - S2) في النقطتين (L2, K2).

7- افتح الفرجار بفتحة تساوي S2 - B واركنز في النقطة S2 وارسم قوساً ليصل بالنقطتين (K1, K2). وكرر نفس العملية في الجهة الأخرى للحصول على القطع الناقص المطلوب.



شكل 2-71

رسم القطع الناقص باستخدام فرجار

رسم قطع ناقص بطريقة الأقواس المتقاطعة:

المطلوب رسم القطع الناقص بطريقة الأقواس المتقاطعة بمعلومية المحورين الأكبر والأصغر.

خطوات العمل:

يمكن رسم القطع الناقص بطريقة الأقواس المتقاطعة بمعلومية المحورين الأكبر والأصغر

(AB, CD) كما هو موضح بشكل 2-72 باتباع الآتي:

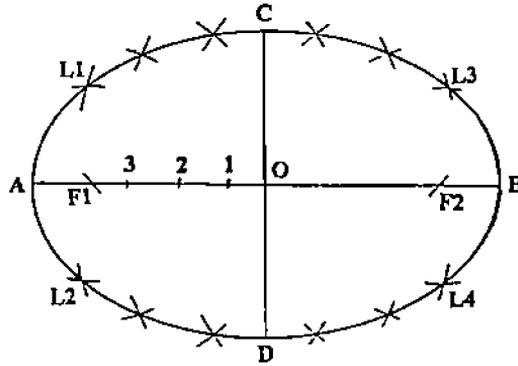
1- ارسم المحورين المعلومين (AB, CD) وعين البؤرتين (F1, F2).

2- قسم نصف المحور الأكبر (O - F1) أقسام غير متساوية بادئاً من النقطة O متجهاً نحو F1، واجعل أطوالها تتناقص كلما اقتربت من F1، ورقم نقاط التقسيم بالأرقام (1, 2, 3).

3- افتح الفرجار بفتحة تساوي (A - 3) واركنز في F1 وارسم قوسين على جانبي المحور AB.

4- افتح الفرجار بفتحة تساوي (3 - B) واركز في F2 وارسم قوسين على جانبي المحور AB يقطعان القوسين السابقين في نقطتي (L1, L2).

5- حدد بنفس الخطوات عدة نقاط، ثم صل بعضها ببعض، للحصول على القطع الناقص المطلوب.



شكل 2-72

رسم القطع الناقص بطريقة الأقواس

رسم قطع ناقص بطريقة الدائرتين،

المطلوب رسم قطع ناقص بطريقة الدائرتين.

خطوات العمل،

يمكن رسم القطع الناقص بطريقة دائرتين بعدة طرق، يكتبني عرض ثلاث طرق منها، وهي

كالآتي:

الطريقة الأولى،

يمكن رسم القطع الناقص بطريقة الدائرتين بمعلومية طول المحورين الكبير والصغير

(AB, CD) كما هو موضح بشكل 2-73 باتباع الآتي:

الباب الثاني

1- افتح الفرجار بفتحة تساوي نصف طول المحور الصغير (CD)، واركز في النقطة O وارسم الدائرة M1.

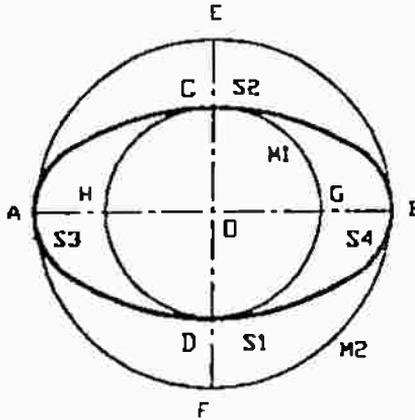
2- افتح الفرجار بفتحة أخرى تساوي نصف طول المحور الكبير (AB) واركز على نفس المركز O وارسم الدائرة M2.

3- حدد نقط تقاطع الدائرتين مع المحورين ومدّها، وهي على المحور الصغير (E, C, D, F)، ومع المحور الكبير (A, H, G, B).

4- النقط (E, H, F, G) تعتبر هي مراكز أقواس القطع الناقص.

5- افتح الفرجار بفتحة تساوي البعد (ED) واركز في النقطتين (E, F) وارسم القوسين (S1, S2).

6- افتح الفرجار بفتحة تساوي البعد (AH) واركز في النقطتين (G, H) وارسم القوسين (S3, S4) للحصول على القطع الناقص المطلوب.



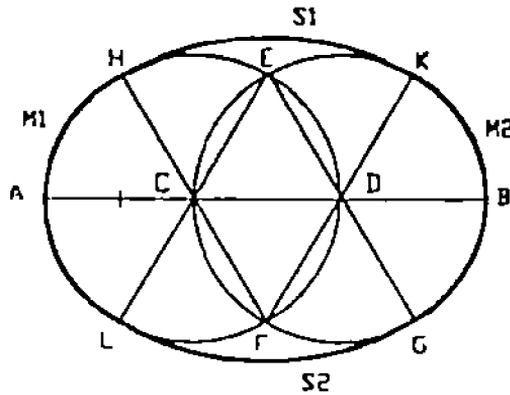
شكل 2-73

الطريقة الأولى لرسم القطع الناقص بطريقة دائرتين بمعلومية المحورين الكبير والصغير

الطريقة الثانية:

يمكن رسم القطع الناقص بطريقة الدائرتين بمعلومية المحور الكبير (AB) كما هو موضح بشكل 74-2 باتباع الآتي:

- 1- قسم المحور الكبير (AB) المعلوم طوله إلى ثلاثة أقسام متساوية للحصول على نقطتين على المحور هما (C, D).
- 2- افتح الفرجار بفتحة تساوي طول أحد الأقسام وليكن AC، واركن في كل من النقطتين (C, D) وارسم الدائرتين (M1, M2) ليتقاطعا في النقطتين (E, F).
- 3- صل من نقطة E مستقيمين إلى (C, D) ومدّهما ليقطعا الدائرتين في النقطتين (G, L).
- 4- صل أيضاً من نقطة F مستقيمين إلى (C, D) ومدّهما ليقطعا الدائرتين في النقطتين (H, K).
- 5- افتح الفرجار بفتحة تساوي (EL) علماً بأن (EL = EG = FH = FK)، واركن في كل من النقطتين (E, F) وارسم القوسين (S1, S2) للحصول على القطع الناقص المطلوب.



شكل 74-2

الطريقة الثانية لرسم القطع الناقص بطريقة الدائرتين بمعلومية المحور الكبير

الطريقة الثالثة:

يمكن رسم القطع الناقص بطريقة الدائرتين بمعلومية المحور الكبير (AB) كما هو موضح  
بشكل 75-2 باتباع الآتي:

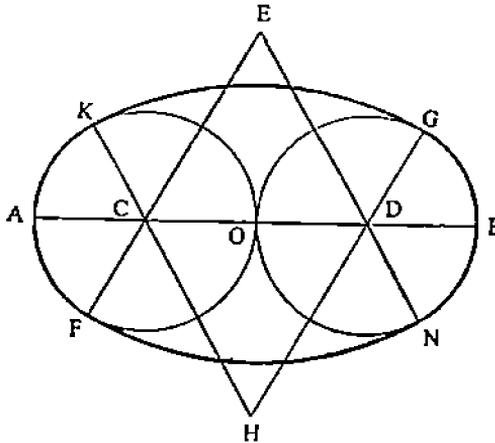
1- قسم المحور الكبير (AB) المعلوم طوله إلى أربعة أقسام متساوية للحصول على ثلاث نقط  
على المحور، هي (C, O, D).

2- افتح الفرجار بفتحة تساوي (AC) واركن في كل من النقطتين (C, D) وارسم دائرتين.

3- انشئ مثلثاً متساوي الأضلاع (C D E) ومد الضلع (ED) إلى أن تقابل الدائرة الأولى في  
نقطة N، ثم مد الضلع (EC) إلى أن يقابل الدائرة الثانية في النقطة F.

4- افتح الفرجار بفتحة تساوي (EN) واركن في النقطة E وارسم قوساً يمس الدائرتين في  
النقطتين (N, F).

5- انشئ مثلثاً متساوي الأضلاع أيضاً (C D H) وبنفس الطريقة السابقة ارسم القوس (KG)  
ليمس الدائرتين للحصول على قطع ناقص تقريبي.



شكل 75-2

الطريقة الثالثة لرسم قطع ناقص بطريقة الدائرتين بمعلومية المحور الكبير

### رسم قطع ناقص بطريقة الأشعة:

المطلوب رسم القطع الناقص بطريقة الأشعة بمعلومية المحورين الأكبر والأصغر.

#### خطوات العمل:

يمكن رسم القطع الناقص بطريقة الأشعة بمعلومية المحورين الأكبر والأصغر (AB, CD) كما هو موضح بشكل 2-76 باتباع الآتي:

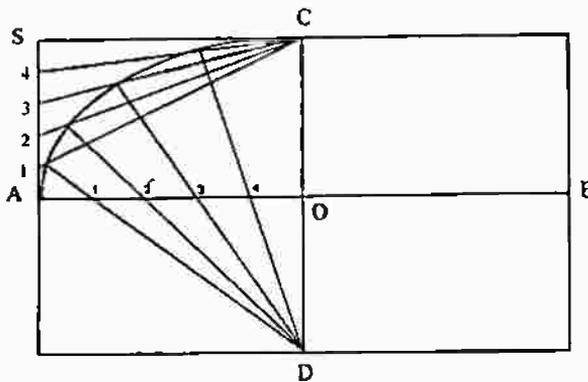
1- ارسم المحورين الأكبر والأصغر (AB, CD) المعلومين المتعامدين والمتقاطعين في نقطة O.

2- أقم من نقطة A عموداً على المحور الأكبر، ومن نقطة C أقم عموداً على المحور الأصغر ليتقابل العمودان في نقطة S. وبذلك يكون (A O C S) مستطيلاً.

3- قسم الضلع AO إلى عدد من الأقسام المتساوية وليكن خمسة أقسام متساوية بالأرقام 1، 2، 3، 4، ثم قسم الضلع AS إلى خمسة أقسام بالأرقام 1، 2، 3، 4.

4- من النقطة C ارسم أشعة إلى نقط التقسيم AS، ومن النقطة D ارسم أشعة إلى نقط التقسيم AO، لتتقاطع خطوط الأشعة في مجموعة نقط.

5- صل نقط خطوط الأشعة المتقاطعة مع بعضها على التوليد بمنحنى للحصول على ربع منحنى القطع الناقص.



6- كرر العملية السابقة في الثلاثة أجزاء الباقية للحصول على القطع الناقص المطلوب.

شكل 2-76

رسم القطع الناقص بطريقة الأشعة

رسم قطع ناقص بداخل معين معلوم:

المطلوب رسم قطع ناقص داخل معين معلوم.

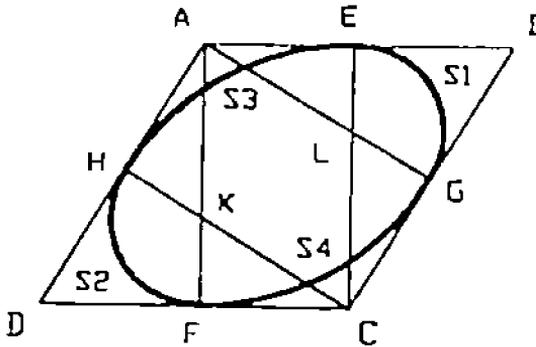
خطوات العمل:

يمكن رسم قطع ناقص بداخل المعين المعلوم ABCD ليمس أضلاعه الأربعة كما هو موضح بشكل 77-2 باتباع الآتي:

1- ارسم أربعة أعمدة من النقطتين (A, C) على الأضلاع المقابلة للحصول على الأضلاع (AF ⊥ DC) و (AG ⊥ BC) و (CE ⊥ AB) و (CH ⊥ AD) وحدد نقط تقاطع الأعمدة (K, L).

2- افتح الفرجار بفتحة تساوي (LG) واركن في كل من النقطتين (L, K) وارسم القوسين (S1, S2).

3- افتح الفرجار بفتحة تساوي (AG) واركن في كل من النقطتين (A, C) وارسم القوسين (S3, S4) للحصول على القطع الناقص المطلوب.

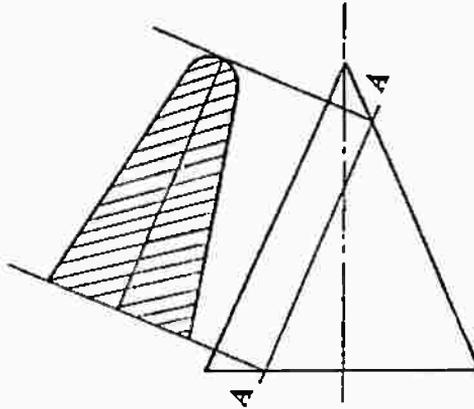


شكل 77-2

رسم قطع ناقص داخل معين معلوم

### القطع المكافئ: Parabola

القطع المكافئ الموضح بشكل 78-2 هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في مستوى يشتمل على نقطة معلومة ومستقيم معلوم، بحيث يكون بعدها عن النقطة المعلومة مساوياً على الدوام لبعدها العمودي على المستقيم المعلوم، والمنحنى الناتج عن قطع مخروطي بمستوى منحرف (مائل) على المستوى الرأسي.



شكل 78-2

### القطع المكافئ

#### رسم قطع مكافئ بطريقة المماسات

المطلوب رسم قطع مكافئ، طول محوره 8cm وطول قاعدته 6cm بطريقة المماسات.

#### خطوات العمل:

يمكن رسم القطع المكافئ بطريقة المماسات كما هو موضح بشكل 79-2 باتباع الآتي:

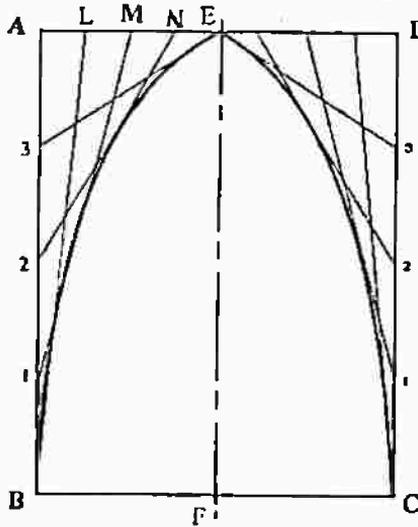
1- ارسم المستطيل (ABCD) بحيث يكون طوله (AB) 8cm، وعرضه (BC) 6cm.

2- نصف المستطيل بالمستقيم (EF) ليكون محور القطع المكافئ.

3- قسم الضلع (AB) إلى عدد من الأقسام المتساوية وليكن أربعة أقسام ورقمها بالأرقام (1، 2، 3)، ثم قسم (AE) بنفس عدد الأقسام السابقة .. أي أربعة أقسام متساوية للحصول على النقط (L, M, N).

4- صل النقطة L مع B، وصل النقطة M مع 1، وصل النقطة N مع 2، وصل E بالنقطة 3.

5- كرر نفس العملية في الجهة الأخرى للمستطيل، ثم ارسم منحنى لكل المستقيمت المرسومة للحصول على القطع المكافئ المطلوب.



شكل 2-79

رسم القطع المكافئ بطريقة المماسات

رسم قطع مكافئ بطريقة الأشعة:

المطلوب رسم قطع مكافئ، طول محوره 8cm وطول قاعدته 6cm وذلك بطريقة الأشعة.

خطوات العمل:

يمكن رسم القطع المكافئ بطريقة الأشعة كما هو موضح بشكل 2-80 باتباع الآتي:

1- ارسم المستطيل (ABCD) بحيث يكون طوله 8cm (AB) وعرضه 6cm (BC).

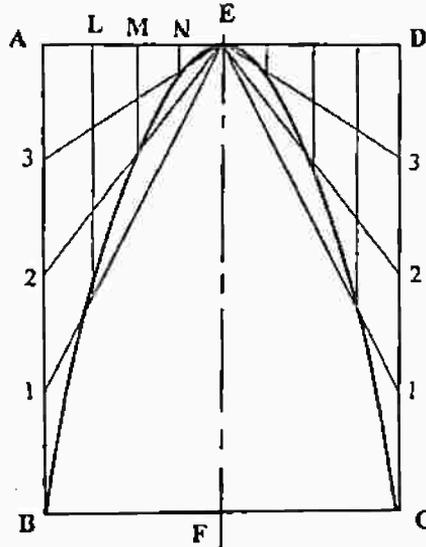
2- نصف المستطيل بالمستقيم (EF) ليكون محور القطع المكافئ.

3- قسم الضلع (AB) إلى أي عدد من الأقسام المتساوية وليكن أربعة أقسام ورقمها بالأرقام (1، 2، 3) ثم قسم (AE) بنفس عدد الأقسام السابقة .. أي بأربعة أقسام متساوية للحصول على النقط (L, M, N).

4- ارسم من نقط التقسيم (L, M, N) مستقيمت موازي (EF).

5- صل مستقيمت من E إلى نقط التقسيم (1، 2، 3) لتتقاطع مع الخطوط الموازية للمحور في نقط.

6- كرر نفس العملية في الجهة الأخرى للمستطيل، ثم ارسم منحنى على النقط المتقاطعة للحصول على القطع المكافئ المطلوب.



شكل 2-80

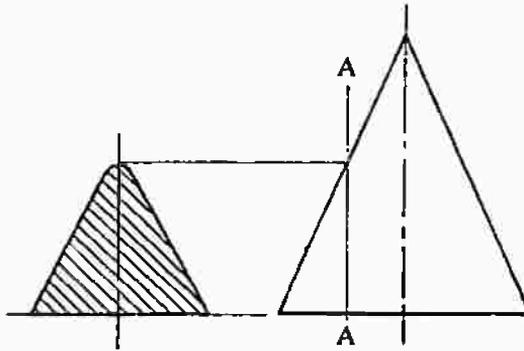
رسم القطع المكافئ بطريقة الأشعة

## القطع الزائد، Hyperbola

القطع الزائد هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في مستوى يشتمل على نقطة معلومة تسمى البؤرة، ومستقيم معلوم يسمى الدليل، ويكون تحركها بكيفية بحيث تكون نسبة بعدها من البؤرة إلى بعدها العمودي من الدليل دائماً ثابتة وأكبر من الواحد.

المحور الواصل بين رأس القطع الزائد يسمى المحور القاطع، والمستقيم العمودي على المحور القاطع من منتصف المسافة بين الرأسين يسمى المحور المرافق، والنقطة الواقعة في منتصف المسافة بين البؤرتين هي مركز القطع الزائد.

ينتج القطع الزائد الموضح بشكل 81-2 من قطع مخروط دائري قائم بمستوى يميل على محوره بزاوية أصغر من زاوية مولده.



شكل 81-2

### القطع الزائد

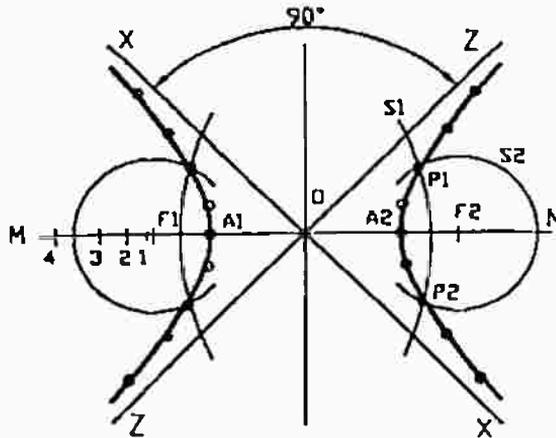
رسم القطع الزائد:

المطلوب رسم قطع زائد المسافة بين بؤرتي القطع المزدوج  $(F1, F2)$ ،  $(A1, A2)$ .

خطوات العمل:

يمكن رسم القطع الزائد كما هو موضح بشكل 82-2 باتباع الآتي:

- 1- ارسم المستقيم MN يمر بالنقط (F1, F2)، (A1, A2).
- 2- نصف المسافة (A1, A2) في نقطة O.
- 3- ارسم المستقيمين المتعامدين (ZOZ, XOX) اللذين يميلان على المستقيم MN بزاوية  $45^\circ$ .
- 4- حدد النقط 1, 2, 3, 4 يسار (F1) بحيث تتزايد المسافة قليلا بين كل نقطة والنقطة التي تليها.
- 5- افتح الفرجار بفتحة تساوي (A2 - 3) واركز في F1 وارسم القوس S1.
- 6- افتح الفرجار بفتحة تساوي (A1 - 3) واركز في F2 وارسم القوس S2 ليقصع القوس S1 في (P1, P2) من نقط القطع من الجهة اليمنى.
- 7- كرر الخطوتين 4, 5 بأخذ نقطة ثانية وثالثة .... إلخ، علماً بأنه كلما ازدادت عدد النقط ازدادت دقة القطع الناتج.
- 8- صل النقط الناتجة ببعضها للحصول على القطع الزائد من الجهة اليمنى .. ثم ارسم القطع الأيسر بنفس الطريقة للحصول على القطع الزائد المطلوب.



شكل 2-82

رسم القطع الزائد

رسم قطع زائد بمعلومية المحور القاطع والبؤرتين:

المطلوب رسم قطع زائد بمعلومية المحور القاطع والبؤرتين.

خطوات العمل:

يمكن رسم القطع الزائد بمعلومية المحور القاطع والبؤرتين كما هو موضح بشكل 2-83  
باتباع الآتي:

1- ارسم المحور القاطع (AB) ومدّه على استقامته من كلا الجانبين بحيث يمر بالبؤرتين (F2)  
(F1).

2- عين أية نقطة مثل النقطة 1 على امتداد المحور القاطع، ثم افتح الفرجار بفتحة تساوي  
(1 - B) واركنز في البؤرة (F1) وارسم قوسين أحدهما أعلى المحور القاطع والآخر أسفله.

3- اركنز بنفس فتحة الفرجار على البؤرة الثانية (F2) وارسم قوسين مماثلين.

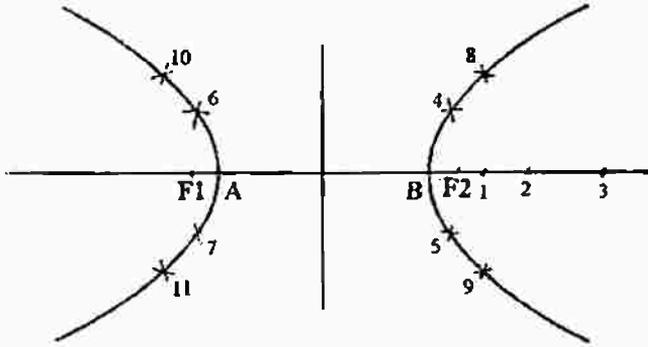
4- افتح الفرجار بفتحة تساوي (1 - A) واركنز في البؤرة (F1) وارسم قوسين يقطعان القوسين  
المرسومين بالمركز (F2) للحصول على النقطتين المتماثلتين المرقمين بالأرقام (4، 5)،  
وبنفس فتحة الفرجار اركنز في البؤرة (F2) واقطع القوسين المرسومين بالمركز (F1) للحصول  
على النقطتين المتماثلتين المرقمتين بالرقمين (6، 7).

فالنقط الأربع المرقمة بالأرقام (4، 5، 6، 7) هي من نقط منحنى القطع الزائد.

5- خذ نقطة على امتداد المحور القاطع مثل النقطة 2، وبنفس الطريقة تحصل على مجموعة  
نقط أخرى ترقم بالأرقام (8، 9، 10، 11). تقع كل نقطتين على أحد فروع القطع  
الزائد ... وهكذا إلى أن تحصل على عدة نقط. تصل كل مجموعة منها بعضها ببعض  
للحصول على أحد فرعي القطع الزائد.

ملاحظة:

عند اختيار النقط (1, 2, 3, ..... ) يجب أن تكون على يمين البؤرة (F2) أو على يسار البؤرة (F1)، ويلاحظ أن طريقة رسم القطع الزائد مماثلة لطريقة رسم القطع الناقص الموضحة بشكل 2-70، والفرق بينهما هو تعيين مواضع النقط (1, 2, 3, ..... )، ففي القطع الناقص تحدد هذه النقط بين البؤرتين، أما في القطع الزائد فإنها تحدد خارج البؤرتين.



شكل 2-83

رسم القطع الزائد بمعلومية المحور القاطع والبؤرتين

رسم قطع زائد بمعلومية المحور القاطع ونقطة على المنحنى:

المطلوب رسم قطع زائد بمعلومية المحور القاطع (AB) ونقطة معلومة C على المنحنى.

خطوات العمل:

يمكن رسم القطع الزائد بمعلومية المحور القاطع (AB) ونقطة معلومة C على المنحنى

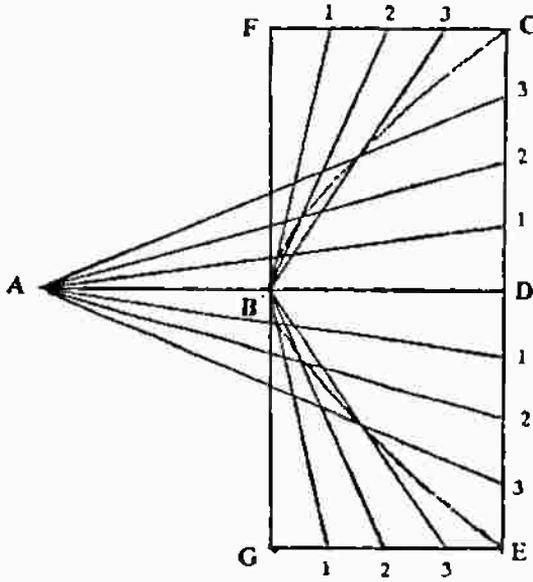
كما هو موضح بشكل 2-84 باتباع الآتي:

1- ارسم المحور القاطع (AB) ومدّه على استقامته ثم اسقط عليه من النقطة المعلومة (C) عموداً يقطعه في (D) ومدّه على استقامته إلى (E) بحيث يكون (ED = CD).

2- ارسم المستطيل الذي بعدها (BD, CE) وليكن المستطيل (CFGE).

3- قسم (FC, GE, ED, CD) إلى عدد واحد من الأقسام المتساوية، فمثلا كل منها يقسم إلى أربعة أقسام متساوية يرمز لها بالأرقام (1, 2, 3).

4- ارسم من النقطة (A) أشعة إلى نقط التقسيم على (CE)، وارسم من النقطة (B) أشعة أخرى إلى نقط التقسيم على (GE, FC)، بحيث تكون نقطة تقاطع كل شعاع مع نظيرتها، (نقطة على منحنى القطع الزائد). صل بين نقط التقاطع على الترتيب للحصول على المنحنى المطلوب.



شكل 2-84

رسم قطع زائد بمعلومية المحور القاطع ونقطة على المنحنى