

الأنحدار

- التنبؤ والأرتباط
- منحنيات الأنحدار
- العلاقة والعليقة
- تحليل الأنحدار المتعدد
- طرق الضبط الأحصائي

الانحدار

Regression

مقدمة :

موضوع الانحدار يعتبر من الموضوعات الاحصائية التي تتناول احدي المشكلات الهامة وهي مشكلة التنبؤ. فالباحث النفسى كثيرا ما يهتم بالتنبؤ باستخدام متغير آخر أو أكثر ويسمى المتغير المتنبىء بالمتغير المستقبل. والمتغير المتنبى به بالمتغير التابع. ويمكن ان ننظر إلى مشكلات التنبؤ وبالتالي فان الانحدار الحظى البسيط يمكن ان ننظر إليه من خلال وجهتين :

الأولى :

عندما يستخدم الباحث متغيرات مستقلة يمكن ان يتحكم فيها بمعنى ان يكون له سيطرة على أحداث تغيرات مقصوده. وعندئذ يمكنه قياس المتغير المتنبى به وهو المتغير التابع الذى يكون نتيجة للمتغير المستقبل. وكلما زادت القيمة المطلقة لمعامل الارتباط بين لمتغيرين، كلما أمكن التنبؤ بأحد المتغيرين باستخدام المتغير الآخر بدرجة أكبر من الدقة.

الثانية :

عندما يحاول الباحث التنبؤ بالأداء المستقبلى بمعلومية أداء انفرادى الذاتى حيث يريد الباحث ان يتوصل إلى بعض من المؤشرات الصادقة التى تفيد فى التنبؤ بأداء الفرد المستقبلى. وهذا لا يعنى بالضرورة ان هذه المؤشرات تسبب الاداء المستقبلى .

التنبؤ والارتباط :

إلقاء الضوء على العلاقة بين مفهومي التنبؤ والارتباط يمكن عرض المقال الآتى : نفترض أننا نود التنبؤ بدرجة طأب فى اختبار آخر العام فى أحد المواد الدراسية. فإذا كانت المعلومات الوحيدة المتاحة لدينا هى متوسط درجات فصله فى هذا الاختبار. وعليه يمكن إيجاد معامل الارتباط بين المتغير المستقل والمتغير التابع (Kerlinger, Pedhyer, 1973)

معنى الارتباط :

الارتباط فى معناه العلمى الدقيق هو التغير الاقترانى، أو بمعنى آخر هو النزعة إلى اقتران التعير فى ظاهرة بالتغير فى ظاهرة أخرى ولنضرب لذلك مثل تغير طول عمود من الحديد تبعاً لتغير درجات الحرارة التى يتعرض لها فكلما زادت الحرارة زاد تبعاً لذلك الضول، وكلما نقصت الحرارة نقص تبعاً لذلك الطول، أى أن تغير الطول يقترن بتغير الحرارة. ولنضرب لذلك أيضاً مثل نقصان حجم قطعة من الثلج تبعاً لزيادة درجات الحرارة، فكلما زادت حرارة نقص حجم الثلج أى أن تغير حجم الثلج يقترن بتغير الحرارة.

ويقاس هذا التغير الاقترانى بمعاملات الارتباط. ويلخص هذا الارتباط البيانات العددية لأى ظاهرتين فى معامل واحد كما كانت مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت تلخص البيانات العددية للظواهر الاحصائية المفردة وهكذا تهدف معاملات الارتباط إلى قياس الاقتران القائم بين أى ظاهرتين قياساً علمياً احصائياً دقيقاً.

وتعتمد الاختبارات النفسية الحديثة اعتماداً كبيراً على معاملات الارتباط. ولهذه المعاملات أهميتها القوص فى الصياغة العلمية الدقيقة لأسئلة الاختبارات والتحليل الاحصائى لأجاباتها والتجانس الداخلى لها، والقياس العنسمى لمدى اتصالها باختبارها العام الذى يشتمل عليها ويحتويها، وفى قياس ثبات وصدق نتائج الاختبارات، وفى التحليل العاملى لقدراتها العامة رابطة مختلفة (البهى السيد، ١٩٧٩).

طرق حساب الارتباط :

تعتمد الطرق الاحصائية لحساب معاملات ارتباط درجات المقاييس المتتابعة بدرجات المقاييس الأخرى المتتابعة على مدة تلازم الدرجات المعيارية لأى مقياس من هذه المقاييس بالدرجات المعيارية التى تقابلها فى المقياس الآخر. وسوف نعرض لبعض الطرق المستخدمة لحساب معامل الارتباط.

١ - حساب الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية :

يتلخص الأساس الاحصائى للارتباط فى مقارنة مدى مصاحبة تغير درجات المقياس الأول بتغير درجات المقياس الثانى وبما أن الدرجات الأصلية فى صورتها الخام لا تصلح للمقارنة إلا إذا اشتركت فى بدء واحد

للتدرج وإلا إذا كانت وحداتها متساوية لذلك تعتمد فكرة مقارنة التغير
الاقتتراني للدرجات على مقارنة الدرجات المعيارية في كلا المقياسين لأن
متوسطها يساوى صفر وانحرافها المعياري يساوى واحد صحيحا. أى أنها
جميعا تشترك في بدء التدرج أو صفر المقياس، وفي وحدات المقياس.
هذا وتعتمد الوسيلة الرياضية لمعرفة معامل الارتباط على حساب متوسط
حاصل ضرب الدرجات المعيارية أى أن :

$$\text{معامل الارتباط} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة}}{\text{عدد الأفراد}}$$

$$r = \frac{\text{مجموع (ذ ص } \times \text{ ذ ص)}}{n}$$

حيث يدل الرمز r على معامل الارتباط

ويدل الرمز $ذ ص$ على أية درجة معيارية من درجات المقياس الأول $س$.

ويدل الرمز $ذ ص$ على درجة المقياس الثاني $ص$ المعيارية التى تقابل الدرجة
المعيارية $ذ ص$.

ويدل الرمز n على عدد الأفراد الذين حصلوا على تلك الدرجات.

والجدول التالى يوضح فكرة هذه المعادلة

الأفراد	الاختبار الأول س	انحرافات الدرجات ح س	الدرجات المعيارية ذ ص	درجة الاختيار الثاني ص	انحرافات الدرجات ح ص	الدرجات المعيارية ذ ص	ذ ص $\times$ ذ ص
١	٢	٣ -	١٣٢ -	٥	٣ -	١١٥ -	١٥١٨
٢	٣	٢ -	٨٨ -	٧	١ -	٣٨ -	٣٣٤٤
٣	٥	صفر	صفر	٦	٢ -	٧٧ -	صفر
٤	٧	٢ +	٨٨ +	١٠	٢ +	٧٧ +	٦٧٧٦
٥	٨	٣ +	١٣٢ +	١٢	٤ +	١٥٣	٢٠١٩٦
$n = ٥$ مجموع $س = ٢٥$ $م = ٥$ $ع س = ٢٢٨$		$س ص = ٤٠$ $م = ٨$ $ع ص = ٢٦١$		مجموع (ذ ص $\times$ ذ ص) ٤٥٤٩٦			

$$\text{معامل الارتباط} = \frac{40496}{5} = 8099.2$$

وبالرغم من أن هذه الطريقة توضح الأساس الإحصائي لفكرة معامل الارتباط إلا أنها لا تصلح بصورتها الراهنة لحساب ذلك المعامل لكثرة العمليات الحسابية التي تتطلبها، وخاصة إذا زاد عدد الدرجات إلى الحد الذي يعوق سرعة حساب معامل الارتباط.

تمارين

أحسب معامل باستخدام الدرجات المعيارية :

السؤال الأول	السؤال الثاني
س	ص
١٠	٥٢
٨	٤١
٦	٣٩
٤	٤٤
٢	٤٢
	٥٠
	٢٩
	٤٥
	٣٤
	٤٦

٢ - معامل ارتباط الرتب :

يهدف هذا الارتباط أى قياس التغير الاقترانى القائم بين ترتيب الأفراد بالنسبة لصفة معينة، وترتيبهم بالنسبة لصفة أخرى. وتعتمد الطريقة الاحصائية لحساب هذا الارتباط على مربعات الفروق بين رتب كلا المقياسين وخير ما تصلح له هذه الطريقة هو حساب الارتباط لعينة من الأفراد لا يزيد عددها على ٥٠ فردا وعندما يزيد عدد الأفراد عن هذا الحد فان العمليات الحسابية تصبح شاقة عسيرة وخاصة عندما تتداخل الرتب فى كسور مختلفة.

والمثال التالى يوضح طريقة حساب هذا الارتباط :

الدرجة س	الترتيب س	الدرجة ص	الترتيب ص	الفروق	مربع الفرق
١٣	١	١٩	٢	١ -	١
١١	٢	٢٢	١	١	١
١٩	٣	١٠	٥	٢ -	٤
٧	٤	١٦	٣	١	١
٥	٥	١٣	٤	١	١
٣	٦	٤	٧	١ -	١
١	٧	٧	٦	١	١
مجموع = ٢١					

جدول (٣) يبين حساب معامل ارتباط الرتب

وتتلخص أهم العمليات الاحصائية لحساب معامل ارتباط الرتب فى الخطوات التالية :

- ١ - ترصد درجات وترتيبها للأفراد فى الاختبار الأول كما يدل على ذلك العمود الأول والثانى فى الجدول (٣).
- ٢ - ترصد درجات وترتيبها للأفراد فى الاختبار الثانى كما يدل على ذلك العمود الثالث والرابع فى الجدول (٣).
- ٣ - يحسب فرق الترتيب فى الاختبارين وذلك بطرح ترتيب كل فرد فى

الاختبار الثانى من ترتيبه فى الاختبار الأول ويرصد فى الجدول (٣) فى الخانة رقم ٥.

٤ - تربع هذه الفروق وترصد قيمتها العددية فى العمود الرابع ق ٢ ثم تجمع هذه المربعات كما هو مبين فى نهاية هذا العمود، أى أن مج ق ٢ = ١٠.

٥ - يحسب ارتباط الرتب بمعادلة سيرمان التالية :

$$r_n = \frac{6 \text{ مج ق } 2}{n(n-1)} - 1$$

حيث ان r_n معامل ارتباط الرتب

مج ق ٢ مجموع مربعات فروق الرتب
ن عدد الأفراد

$$r_n = \frac{10 \times 6}{(1-49)7} - 1 = \left(\frac{60}{336} \right) - 1$$

$$r_n = 0.82$$

مثال آخر :

س	الترتيب	ص	الترتيب	ق	ق ٢
١	٥	٨	٢	٣	٩
٢	٤	٦	٣	١	١
٣	٣	٤	٤	١ -	١
٤	٢	١٠	١	١	١
٥	١	٢	٥	٤ -	١٦

مج ق

$$28=2$$

$$r_n = \frac{28 \times 6}{(1-25)5} - 1 = \frac{168}{120} - 1$$

$$r_n = 1.40 - 1 = 0.40$$

تصارين

أحسب معامل ارتباط الرتب من الدرجات التالية :

التمرين (١)		التمرين (٢)		التمرين (٣)	
ص	س	ص	س	ص	س
١٠	١٢	٣٥	١٧	٢١	٩
٩	١١	٣٢	٩	١٩	١٠
٨	١١	٢٩	١٢	١٦	٨
٨	١١	٢٩	١٢	١٤	٧
٧	١٠	٢٧	٢	١٣	١٥
٦	٩	٢٤	٨	١٠	١٦
		٢٢	١١	٩	١٧
		٢١	١٢	٧	٥
		١٨	١٠	٦	٢٠
		١٣	٤	٢	٢١
				١	١٩

حساب معامل الارتباط من الدرجات الخام :

تهدف الطريقة العامة لحساب معاملات ارتباط الدرجات الخام إلى الاستغناء عن حساب الدرجات المعيارية، والانحرافات المعيارية، والانحرافات. وتعتمد مباشرة في حسابها لمعامل الارتباط على الدرجات الخام ومربعات هذه الدرجات

والمعادلة التالية توضح فكرة هذه الطريقة

$$r = \frac{\sum (س \times ص) - \frac{(\sum س)^2}{n} - \frac{(\sum ص)^2}{n}}{\sqrt{[\sum س^2 - \frac{(\sum س)^2}{n}][\sum ص^2 - \frac{(\sum ص)^2}{n}]}}$$

حيث يدل الرمز مجـ س ص على مجموع حاصل ضرب الدرجات المتقابلة في الاختبارين.

ويدل الرمز مجـ س × مجـ ص على حاصل ضرب مجموعها درجات الاختبار الأول س في مجموعها درجات الاختبار الثاني ص.

ويدل الرمز مجـ س ^٢ على مجموع مربعات درجات الاختبار الأول س.

ويدل الرمز (مجـ س) ^٢ على مربع مجموع درجات الاختبار الأول س.

ويدل الرمز مجـ ص ^٢ على مجموع مربعات درجات الاختبار الثاني ص.

ويدل الرمز (مجـ ص) ^٢ على مجموع درجات الاختبار الثاني ص.

والجدول التالي يوضح طريقة حساب معامل الارتباط بالطريقة العامة للدرجات الخام.

الأفراد	درجات الاختبار الأول س	درجات الاختبار الثاني ص	س ^٢	ص ^٢	س × ص
أ	٢	٥	٤	٢٥	١٠ = ٢ × ٥
ب	٣	٧	٩	٤٩	٢١ = ٣ × ٧
ج	٥	٦	٢٥	٣٦	٣٠ = ٥ × ٦
د	٧	١٠	٤٩	١٠٠	٧٠ = ٧ × ١٠
هـ	٨	١٢	٦٤	١٤٤	٩٦ = ٨ × ١٢
ن = ٥	مجـ س = ٢٥ (مجـ س) ^٢ = ٦٢٥	مجـ ص = ٤٠ (مجـ ص) ^٢ = ١٦٠٠	مجـ س ^٢ = ١٥١	مجـ ص ^٢ = ٣٥٤	مجـ س × ص = ٢٢٧

جدول (٤) حساب معامل ارتباط الدرجات الخام بالطريقة العامة
وعندما تعرض هذه القيم العددية في معادلة ارتباط الدرجات نرى أن :

$$r = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\sqrt{((\text{ن مجـ س})^2 - \text{مجـ س}^2)((\text{ن مجـ ص})^2 - \text{مجـ ص}^2)}}$$

$$= \frac{40 \times 25 - 227 \times 5}{\sqrt{1600 - 354 \times 5} \quad 625 - 151 \times 5}$$

$$\frac{1000 - 11354}{170 \times 130} =$$

$$r = 0.91$$

الانحدار والارتباط :

١ - العلاقات والارتباطات :

الارتباط هو علاقة إقتران غالبا ما ينشأ بين متغيرين أو أكثر. ومعامل الارتباط ما هو إلى مؤشر يعطى دلالة عن قوة هذا الارتباط أما بالايجاب أو النكلب وبالتالي فان معامل ارتباط بيرسون (ر) يأخذ أكثر من شكل منها :

$$\begin{aligned} \frac{\text{مـجـ ج } ١ \text{ ح } ٢}{\text{مـجـ ج } ١ \text{ ح } ٢} &= r_{12} \\ \frac{\text{مـجـ ذ } ١ \text{ ذ } ٢}{n} &= r_{12} \\ \frac{\text{مـجـ ح } ١ \text{ ح } ٢}{\text{ن ع } ١ \text{ ع } ٢} &= r_{12} \end{aligned}$$

(١)

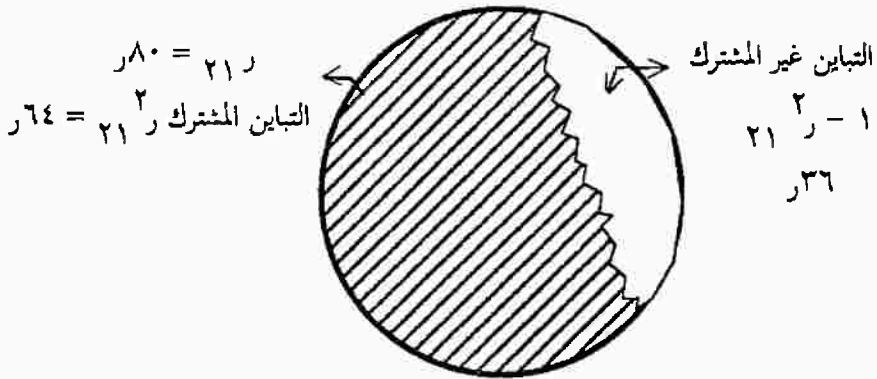
$$\begin{aligned} \frac{\text{مـجـ س ص} - \text{مـجـ س مجـ ص}}{\sqrt{[n \text{ مجـ س}^2 - (\text{س})^2][n \text{ مجـ ص}^2 - (\text{مجـ ص})^2]}} &= r_{12} \\ \frac{\text{ع } ٢١}{\text{ع } ٢ \text{ ع } ١} &= r_{12} \end{aligned}$$

(٢) ..

حيث ان : ح ١ ، ح ٢ انحرافات درجات المجموعة (١) ، المجموعة (٢)
 ذ ١ ، ذ ٢ الدرجة المعيارية للمجموعة (١) ، المجموعة (٢)
 ع ١ ، ع ٢ الانحراف المعياري للمجموعة (١) ، (٢)
 ع ٢١ التباين للمجموعة (١١) ، المجموعة (٢)
 ن عدد أفراد العينة

٢ - الارتباط والتباين المشترك Common Variance

يعد التباين المشترك عن مقدار التباين الذى يشارك فيه المتغير (١) مع المتغير (٢). وبالتالي فإن التباين هو مربع معامل الارتباط. وهذا موضح فى الشكل (١)



شكل (١) قيم معامل الارتباط والتباين المشترك وغير المشترك

من الشكل (١) يتضح ان قيمة التباين المشترك = ٠.٦٤ وهذا يعنى ان المتغير (١) والمتغير (٢) يشتركان بمقدار ٦٤٪ من التباين بينما كانت قيمة التباين غير المشترك = ٠.٣٦.

الإنحدار البسيط :

يعبر الانحدار البسيط عن انحدار المتغير المستقل (س) على المتغير التابع (ص) وغالبا ما تكون المعادلة تأخذ هذا الشكل :

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب س} \quad \text{..... (٣)}$$

حيث ان ص = المتغير التابع

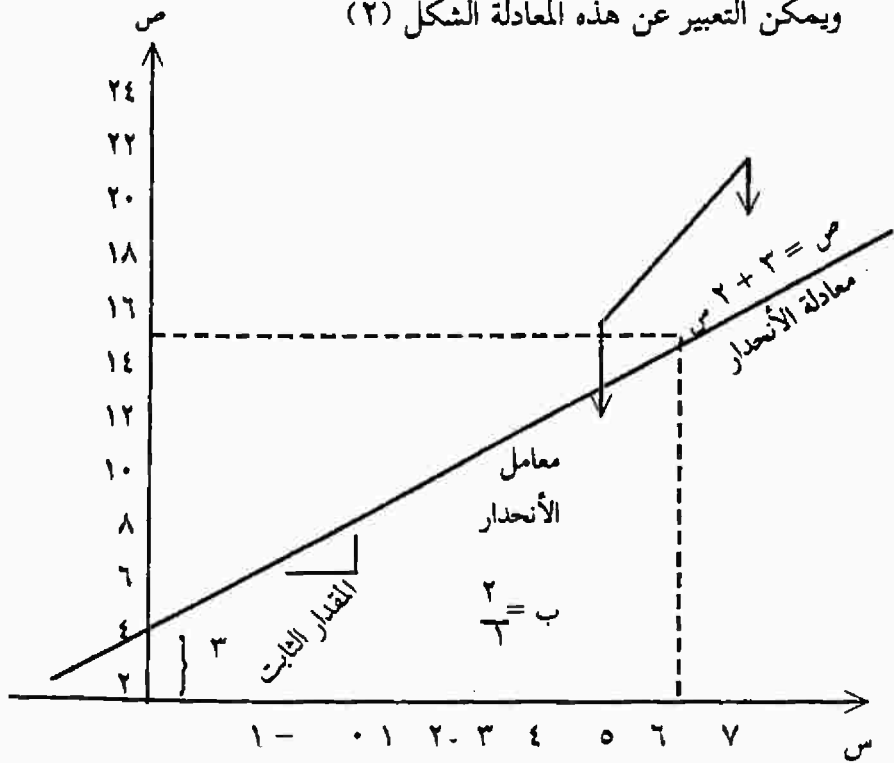
أ = المقدار الثابت

ب = معامل انحدار س على ص

س = المتغير المستقل

المقدار أ = $\oplus$ + ، $\ominus$ - ، صفر ،

ويمكن التعبير عن هذه المعادلة الشكل (٢)



شكل (٢) معامل الانحدار والمقدار الثابت
ومعادلة الانحدار

٣ - منحنيات الانحدار :

ليس من الضروري ان تكون معادلة الانحدار تأخذ صورة الخط المستقيم
ففى أحيان كثيرة نجد أن معادلة الانحدار تكون غير خطية وتأخذ صورة
المعادلات التالية

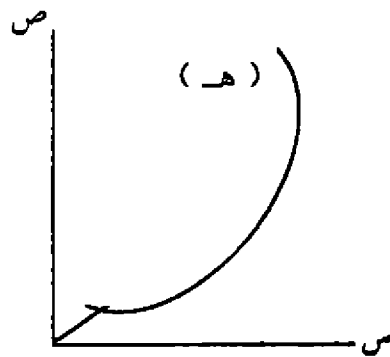
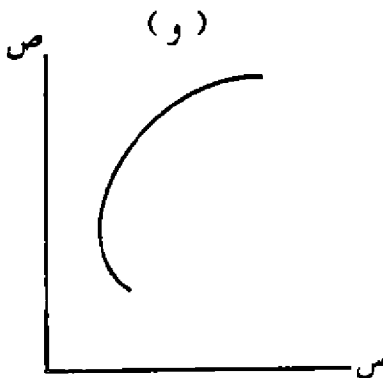
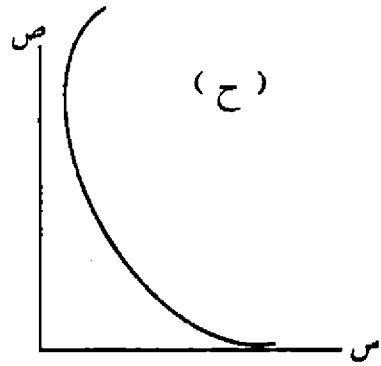
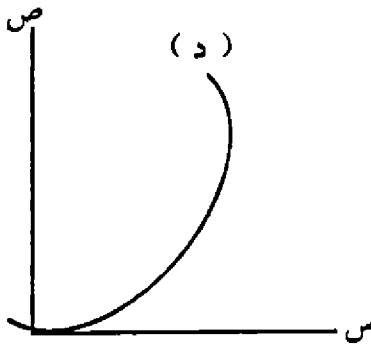
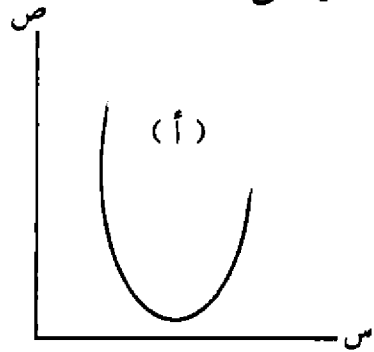
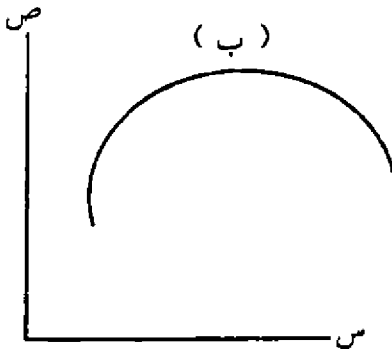
$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب} - \text{س}^2 \quad \text{..... (٤)}$$

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب} + \text{س}^2 \quad \text{..... (٥)}$$

$$\text{ص} = \text{أ} - \text{ب} - \text{هـ} \quad \text{..... (٦)}$$

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب} - \text{هـ} (1 + \text{س}) \quad \text{..... (٧)}$$

وبالتالى فان أشكال المنحنيات تأخذ الأشكال التالية :



شكل (٣) بعض منحنيات الانحدار

٤ - خطوات حساب قيم الانحدار :

أ - لحساب قيم الانحدار سوف نعرض المثال التالي :

نفترض ان لدينا ١٠ طلاب في المرحلة الثانوية ونود معرفة هل توجد علاقة بين القراءة والاستعداد اللغوي والتحصيل الدراسي . وكانت هذه درجات هؤلاء الطلاب موضحة في الجدول التالي :

جدول (١٠)

يتم درجات الطلاب على اختبار القراءة والاستعداد اللغوي والتحصيل الدراسي

(١) ص	(٢) س١	(٣) س٢	(٤) س١ص	(٥) س٢ص	(٦) ص١س٢	(٧) س١٢	(٨) س٢٢	(٩) ص٢
٢٠	٣٠٥	٣٥	٦١٠٠	٧٠٠	١٠٦٧٥	٩٣٠٢٥	١٢٢٥	٤٠
١٥	١٣٠	٩٨	١٩٥٠	١٤٧٠	١٢٧٤٠	١٦٩٠٠	٩٦٠٤	٢٢٥
١٧	١٨٩	٨٣	٣٢١٣	١٤١١	١٥٦٨٧	٣٥٧٢١	٦٨٨٩	٢٨٩
٩	١٧٥	٧٦	١٥٧٥	٦٨٤	١٣٣٠٠	٣٠٦٢٥	٥٧٧٦	٨١
١٦	١٠١	٩٣	١٦١٦	١٤٨٨	٩٣٩٣	١٠٢٠١	٨٦٤٩	٢٥٦
٢٧	٢٦٩	٧٧	٧٢٦٣	٢٠٧٩	٢٠٧١٣	٧٢٣٦١	٥٩٣٦	٧٢٩
٣٥	٤٢١	٤٤	١٤٧٣٥	١٥٤٠	١٨٥٢٤	١٧٧٢٤١	١٩٣٦	١٢٢٥
٧	١٩٥	٥٧	١٣٦٥	٣٩٩	١١١٥	٣٨٠٢٥	٣٢٤٩	٤٩
٢٢	٢٨٢	٣١	٦٢٠٤	٦٨٢	٨٧٤٣	٧٨٥٢٤	٩٦١	٤٨٤
٢٣	٢٠٣	٩٢	٤٦٦٩	٢١١٦	١٨٦٧٦	٤١٢٠٩	٨٤٦٤	٥٢٩
١٩١	٢٢٧٠	٦٨٦	٤٨٦٩٠	١٢٥٦٩	١٣٨٥٦٥	٥٩٤٨٣٢	٥٢٦٨٢	٤٢٦٧

مجمد ص = ١٩١	مجمد س١ = ٢٢٧٠	مجمد س٢ = ٦٨٦
ص - = ١٩١	س١ = ٢٢٧	س٢ = ٦٨٦
مجمد ص س١ = ١٩١	مجمد ص س٢ = ١٢٥٦٩	مجمد س١ س٢ = ١٣٩٥٦٥
مجمد س١ = ٥٩٤٨٣٢	مجمد س٢ = ٥٢٦٨٢	مجمد ص = ٤٢٦٧

ب - حساب قيمة الثابت (أ) ومعامل الانحدار (ب) كما يلي :

حساب الثابت (أ) من المعادلة (٣)

$$أ = ص - ب١ س١ - ب٢ س٢ \quad (٣) \dots\dots\dots$$

حساب قيم الانحدار ب١ ، ب٢ من المعادلتين (٤ ، ٥)

$$ب١ = \frac{(مج س٢) (مج س١ ص) - (مج س١ ص) (مج س٢ ص)}{(مج س١ ص) (مج س٢ ص) - (مج س١ ص) (مج س٢ ص)} \quad (٤) \dots$$

$$ب٢ = \frac{(مج ح س١) (مج س٢ ص) - (مج ح س١ ص) (مج س٢ ص)}{(مج ح س١ ص) (مج س٢ ص) - (مج ح س١ ص) (مج س٢ ص)} \quad (٥) \dots\dots$$

ولمعرفة تحديد القيم في المعادلات السابقة فانه تحسب من المعادلات السابقة وتكون المعادلة الجديدة هي :

$$مج ح ص = مج ص - \frac{(مج ص) (مج س٢ ص)}{ن} ، مج ح س١ = مج س١ - \frac{(مج س١ ص) (مج س٢ ص)}{ن}$$

$$مج ح س٢ ص = مج س٢ ص - \frac{(مج س٢ ص) (مج س٢ ص)}{ن} \quad (٦) \dots\dots$$

$$مج ح س١ ص = مج س١ ص - \frac{(مج س١ ص) (مج س٢ ص)}{ن}$$

$$\sqrt{\frac{مج ح ص}{١ - ن}} = ع١ ص ، \sqrt{\frac{مج ح س١ ص}{١ - ن}} = ع٢ س١ ، \sqrt{\frac{مج ح س١ ص}{١ - ن}} = ع٣ س٢$$

وبالتعويض في المعادلات (٧) يمكن حساب يتم أ ، في ١ ، ب ٢

معامل ارتباط الانحدار المتعدد

وتحدد قيمة R^2 من المعادلة التالية

$$\text{معامل ارتباط الانحدار} = \frac{\text{مجموع مربعات الانحدار}}{\text{مجموع مربعات الدرجة الكلية}}$$

(٧)

$$R^2 = \frac{\text{م م الانحدار}}{\text{م م الكلية}}$$

ويتضح من المعادلة (٧) ان معامل الانحدار تتراوح قيمة من الصفر حتى ١+. ويتضح قيمة معامل ارتباط الانحدار في أنها تحدد مدى مشاركة المتغير المستقل مع المتغير التابع. وبالتالي فانه يستخدم اختبار (ف) لتحديد هل توجد دلالة احصائية للمتغير المستقل وهذا يتضح من المعادلة (٨)

(٨)

$$F = \frac{R^2 / ك}{(R^2 - ١) / (ن - ك - ١)}$$

حيث ان :

R^2 = مربع معامل ارتباط الانحدار

ك = عدد متغيرات الدراسة

ن = حجم العينة الكلية

الخطا المعياري للانحدار :

يتحدد هذا الخطا من المعادلة (٩)

(٩)

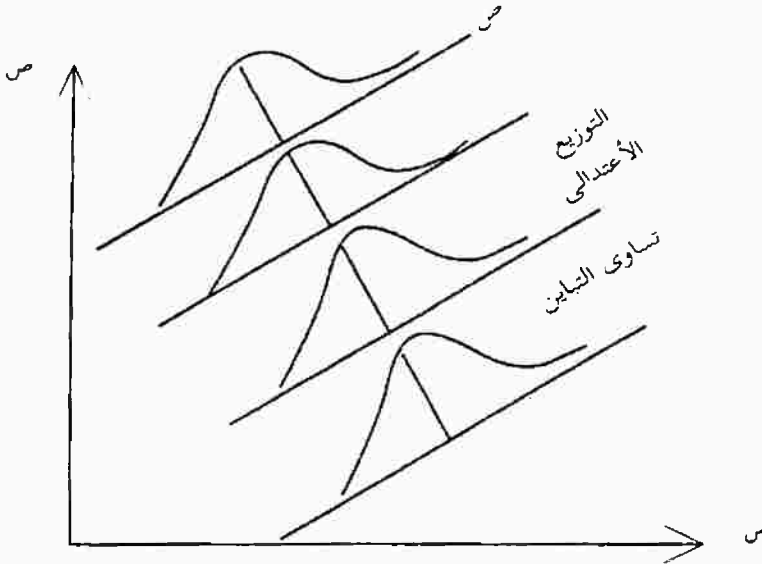
$$\text{الخطا المعياري للانحدار} = \sqrt{\frac{\text{م م الانحدار}}{ن - ك - ١}}$$

الشروط التى يجب توافرها عند استخدام الانحدار.

يوجد شرطين يجب أن يتوفرأ عند استخدام الانحدار هما :

الشرط الأول : يجب أن تكون قيم درجات المتغير التابع تأخذ شكل التوزيع الاعتدالى على كل متغير مستقل.

الشرط الثانى : يجب ان يكون التباين للمتغير التابع على المتغيرات المستقلة متساوى فيما بين هذه المتغيرات. ويتضح من الشكل (٤) كيفية انحدار المتغيرات المستقلة على المتغير التابع



شكل (٤)

توزيع المتغيرات المستقلة على المتغير التابع

الافتراضات التى يجب ان تتحقق عن استخدام معامل الارتباط :

توجد مجموعة من الافتراضات التى يقوم على أساسها معامل ارتباط بيرسون يجب ان يتحقق منها الباحث فى المتغيرات التى يود دراسة العلاقة بينها. الفترى.

١ - متغيرات الدراسة المستقلة والتابعة يجب ان تكون تقاسة على المستوى الفترى.

٢ - متغيرات الدراسة يجب أن تكون مأخوذة من العينة الأصلية وموزعة توزيعاً اعتدالياً.

٣ - متغيرات الدراسة يجب ان تكون مستقلة بعضها عن البعض

٤ - ان تكون العلاقة بين المتغيرين علاقة خطية. وللتحقق من هذه العلاقة فأننا نستخدم ما يسمى بنسبة الارتباط.

يمكننا نوجد نسبة الارتباط (r^2) من القانون التالى :

مقدار النقص فى خطأ التخمين الخطأ الاصلى	$= (r^2) = \text{مربع نسبة الارتباط}$
--	---------------------------------------

..... (١٠)

$$(r^2) = 1 - \frac{\sum E_m^2}{\sum E_v^2}$$

حيث ان $\sum E_v^2$ = التباين الوزنى لمتغيرى الدراسة

$\sum E_v^2$ = التباين للمتغير (ص)

نفترض ان لدينا البيانات التالية :

مجموعتين من الذكور والاناث (ك) = ٢

التكرار (ت_١) للذكور = ١٠

التكرار (ت_٢) للاناث = ٣٠

التباين $\sum E_v^2$ للذكور = ١٢

التباين $\sum E_v^2$ للاناث = ٨٤

$$r^2 = \frac{(12)(10) + (84)(30)}{30 + 10} = \text{التباين الوزنى } \sum E_v^2$$

التباين الدرجات الكلية (ع^٢ م) = ٩٠٦

$$\frac{٩٠٦}{٩٠٦} - ١ = (٢m) \text{ مربع نسبة الارتباط}$$

$$٠.٣١ = ٢m$$

بمقارنة نسبة الارتباط بمربع معامل الارتباط فإذا كان الفرق صفراً أو قريباً من الصفر (ص س^٢ - ص^٢ م) . فهذا يعنى ان العلاقة خطية، أما إذا كان الفرق أكبر من الصفر فهذا يعنى أن العلاقة ليست خطية.

تفسير معامل الارتباط :

يتضح مما سبق أن معامل الارتباط بين متغيرين هو قيمة مجردة تعبر عن العلاقة القائمة بين المتغيرين بحيث تنحصر بين + ١ ، - ١ . ويعبر عادة عن قيمة معامل الارتباط بكسر عشري. فمعامل الارتباط هو قيمة تدل على التقارير أو التباين المتلازم بين المتغيرين، ولا يشير إلى مقدار المتغيرين.

ومن الطرق المفيدة في تفسير القيم المختلفة لمعامل الارتباط (ر) هو تربيع هذه القيم أى الحصول على قيمة (ر^٢) والمقدار (ر^٢) هو النسبة بين التباين الكلى لأحد المتغيرين والجزء من هذا التباين الذى يمكن التنبؤ به باستخدام المتغير الثانى. أى أن ر^٢ هى الجزء من التباين فى أحد المتغيرين الذى يمكن أن نتنبأ به باستخدام المتغير الثانى. فإذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين هو ٠.٧٠٧ مثلاً، فإن ر^٢ = (٠.٧٠٧)^٢ = ٠.٥٠ تقريباً

وعند ر = ٠.٥٠ فإن ر = ٠.٢٥ .

ولذا فانه يمكن اعتبارا ان معامل الارتباط ٠.٧٠٧ ضعف معامل الارتباط

٠.٥٠ . حيث ان نسبة ر^٢ فى الحالتين هى ١:٢ تقريباً

وإذا افترضنا ان معامل الارتباط بين درجات الطلاب فى اختبار للذكاء واختبار فى التحصيل هو ٠.٥٠ فهنا يمكن ان نستنتج ان (٠.٥٠)^٢ أى ٠.٢٥ من تباين درجات اختبار التحصيل إنما ترجع إلى اختلاف الطلاب فى الذكاء كما يقاس باختبار الذكاء. ويسمى أحياناً المقدار بـ ر^٢ بمعامل

التحديد أو التباين للمشارك بين المتغيرين . لانه قيمته تعبر عن ذلك الجزء المشترك من التباين فى أحد المتغيرين الذى يمكن تحديده أو التنبؤ به باستخدام المتغير الأمر . فإذا كان معامل الارتباط $r = ٨٠$ فان $r = ٦٤$. وهذا يعنى ان تباينا مشتركا بين المتغيرين نسبته ٦٤% وإذا كانت $r = -١$ فان $r = ٢ = ١+$ ويكون هناك تباينا مشترك بين المتغيرين نسبته ١٠٠% ، وإذا كانت $r =$ صفر فان $r = ٢ =$ صفر ولا يكون هناك تباين مشترك بين المتغيرين .

ويسمى المقدار $(١-٢)$ بمعامل الاغتراب أو عدم التحديد لان قيمته تعبر عن الجزء من التباين فى أحد المتغيرة الذى لا نستطيع التنبؤ به أو تحديده باستخدام امتغير الآخر .

ونظرا لأن قيمة r تختلف عن قيمة r ، فانه يجب على الباحث ان يحتاط عند تفسير قيمة معامل الارتباط بين متغيرين . والجدول التالى يوضح قيمة معامل الارتباط ومربع الارتباط ، ومعامل الاغتراب (البهى السيد ، ١٩٧٩) .

جدول رقم (١١)
قيم معامل الارتباط والأغتراب

معامل الارتباط (ر)	الجزء من التباين المشترك (٢ر)	معامل الاغتراب (١-٢ر)
صفر	صفر	-١ر
١٠ر	٠١ر	٩٩ر
٢٠ر	٠٤ر	٩٦ر
٣٠ر	٠٩ر	٩١ر
٤٠ر	١٦ر	٨٤ر
٥٠ر	٢٥ر	٧٥ر
٦٠ر	٣٦ر	٦٤ر
٧٠ر	٤٩ر	٥١ر
٨٠ر	٦٤ر	٣٦ر
٩٠ر	٨١ر	١٩ر
١٠٠ر	١٠٠ر	صفر

ومن الجدول السابق يتضح أن الباحث يحتاج إلى معامل ارتباط مقداره أكبر من ٧٠ لكي يعتبر أن نصف التباين في المتغير ص يقرن بالتباين في المتغير س.

معامل ارتباط فأى (٥)

يعتبر معامل ارتباط فأى من المعاملات التي تدرس العلاقة بين متغيرين على المستوى الأسمى مثل دراسة العلاقة بين استجابة الفرد أما بنعم أولا على إحدى مفردات الاختبار أما صواب أو خطأ مثلاً. لتوضيح ذلك لنفترض أن لدينا

٢٠٠ من الطلاب اعطوا استجابات ضواب على مفردات الاختبار، ونود أن نعرف هل توجد علاقة ارتباطية بين المفردة الأولى والثانية. حيث نفترض أن استجابات الطلاب موزعه كالآتي :

(ص)

استجابة المفردة الثابتة

		صفر	استجابة المفردة (س) الأولى
	ب	أ	
	٦٠	٤٠	
	١٠٠		
صفر	د	ح	
	٢٠	٨٠	
	١٠٠		
		١٢٠	
		٨٠	٢٠٠

$$\frac{\text{ب ح} - \text{أ د}}{(\text{أ} + \text{ح}) (\text{ب} + \text{د}) (\text{أ} + \text{ب}) (\text{ح} + \text{د})} =$$

ويمكن تطبيق هذه المعادلة نجد أن

$$٠.٤١ = \frac{(٢٠) (٤٠) - (٨٠) (٦٠)}{(١٠٠) (١٠٠) (٨٠) (١٢٠)}$$

وتعتمد معامل ارتباط على اختلاف التكرارات الهامشية أى $\text{أ} + \text{ب}$ ، $\text{أ} + \text{ح}$ ، $\text{ب} + \text{د}$ ، $\text{ح} + \text{د}$. فكلما زاد مقدار هذا الاختلاف قلت القيمة القصوى لمعامل ارتباط . وهذا موضح كما

(جـ)		(ب)		(أ)	
صفر ١		صفر ١		صفر ١	
٥٠	٥٠	٥٠	٥٠	٥٠	٥٠
٥٠	٢٥	٥٠	٥٠	٥٠	٥٠
٧٥	٢٥	٥٠	٥٠	٥٠	٥٠
٠.٥٨ = ٥		١ - = ٥		١ + = ٥	

(هـ)		(د)	
صفر ١		صفر ١	
٥٠	٤٥	٥٠	٥٠
٥٠	٣٠	٥٠	٤٠
٧٥	٢٥	٩٠	١٠
٠.٣٥ = ٥		٠.٣٣ = ٥	

العلاقة والعلية :

من الاخطاء الشائعة التى يمكن ان يقع فيها الباحث عند تفسيره لمعامل الارتباط، اعتبارا ان معامل الارتباط المرتفع دليل على علاقة سببية أو عليه أو علاقة أثر ونتيجة.

فمعرفة مقدار واتجاه العلاقة بين متغيرين ليست كافية لاقتراح نوع من العلية المباشرة على هذه العلاقة. إذ ان هذا يتطلب دراسات تجريبية على المتغيرات - ولكن توجد حالات يحاول فيها الباحث استخدام معامل الارتباط بين متغيرين لاقتراح ان هناك تأثير سببيا أو تأثيره له اتجاه معين. والمثال الشائع هو العلاقة بين تدخين السجائر والاصابة بسرطان الرئة.

فقد استنتج الباحثون ان التدخين يسبب سرطان الرئة بدلا من استنتاجهم ان أحد احتمال الاصابة بسرطان الرئة يسبب زيادة التدخين. ولكن من الممكن ان يكون هناك عوامل أخرى مثل الوراثة. ولكي يعزل العلماء أثر هذه العوامل حاولوا التأثير المعمل على مجموعة من الفئران بغرض تكوين خلايا سرطانية عندهم، واستطاعوا بذلك أن يؤكدوا للمتشككين أن العلاقة بين التدخين وسرطانة الرئة هي علاقة سببية وليست علاقة ناتجة عن عامل ثالث غير معلوم. وفي ضوء ذلك يمكن استخدام طريقة تحليل المشارات لدراسة هذا النوع من العلاقات.

تحليل المشارات :

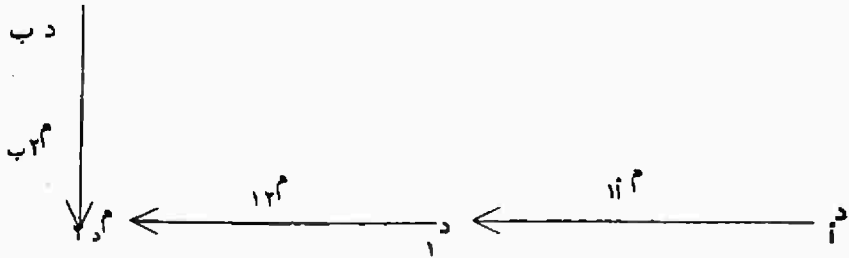
يستخدم تحليل المشارات فى دراسة العلاقات السببية أو العلية. وبالتالي هذا يتطلب افتراض بعض النماذج التفسيرية التى توضح تأثير المتغيرات التى تشتمل عليها الظاهرة موضع الدراسة.

الشروط التى يجب أن تتحقق عند استخدام تحليل المشارات :

الشرط الأول : هو أنه يجب أن يكون هناك تغاير أو تباين متلازم بين المتغيرين.

الشرط الثاني : يتطلب وجود ترتيب زمني بينهما. وهذين الشرطين يسهل التحقق منهما. إذ يتمكن عادة قياس التغيرات وملاحظة التسلسل الزمني بين المتغيرين.

الشرط الثالث : يؤكد أنه لكي نوجد علاقة سببية بين المتغيرين يجب ألا يتعدم التباين المتلازم بينهما إذا استبعدت الآثار الناتجة بين المتغيرات الدخيلة. دراسة نموذج المسارات الذي يتحمل على متغيرين أبسط نماذج العلاقات السببية التي تنطبق عليها طرق تحليل المسارات. ويشتمل هذا النموذج على متغير خارجي د_١، ومتغير داخلي د_٢، ومتغير البواقي د_٣، ويمكن تمثيل هذا النموذج بالشكل لتخطيطي التالي :



شكل تخطيطي لنموذج مسارات يشتمل على متغيرين

ويمكن التعبير عن نموذج المسارات الذي يشتمل على متغيرين المبين بالشكل السابق بالمعادلتين التكوينيتين الاتيتين :

$D_1 = 11^2 D_2 + 12^2 D_3 + 13^2 D_4$
--

(١١)

ونظرا لان د_١ تعتبر كتغيرا خارجيا فان م_{١١} = ١. أي أن التباين الكلي من المتغير د_١ ناتج عن متغيرات غير مقاسا والتالي فان نموذج المسار يكون كالآتي :

(١٢)

$$٢د = ١٢م + ١د + ٢ب$$

(١٣)

$$١٢ر = ١٢م$$

(١٤)

$$٢٢ر = ١٢م + ٢م$$

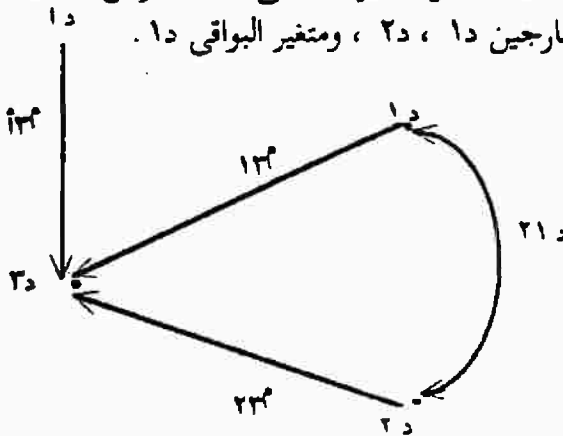
(١٥)

$$\sqrt{١٢ر} = \sqrt{١٢م} = ٢م$$

نماذج المسارات متعددة المتغيرات :

يواجه الباحث نماذج المسارات متعددة المتغيرات في كثير من المواقف البحثية أو الفعلية. ونقصد بالنماذج متعددة المتغيرات تلك التي تشمل على ثلاث متغيرات أو أكثر.

نفترض ان الباحث اراد اجراء تحليل المسارات للنموذج المبين بالشكل التخطيطي الذي يشمل على ثلاث متغيرات ١د ، ٢د ، ٣د في صورة درجات معيارية حيث ٣ هو المتغير الداخلى الذى افترض الباحث أنه يعتمد على المتغيرين الخارجيين ١د ، ٢د ، ومتغير البواقي ١د.



شكل تخطيطى لنموذج المسارات
الذى يشمل على ثلاث متغيرات

من الشكل التالى يتضح أن ٢١ ر هو معامل الارتباط بين المتغيرين ١ د ، ٢ د . ١٣ م ، ١٣ م ، هما معامل المسار

والمعادلات التالية توضح نموذج المسارات

$$١ د = ٢١ ر + ١٣ م$$

$$٢ د = ٢١ ر + ٢٣ م$$

$$٣ د = ١٣ م + ٢ د + ١٣ م$$

وبالتعويض فى قيمة ٣ د

$$٢١ ر + ٢١ ر + ٢٣ م + ١٣ م = ٣ د$$

مثال رقمى :

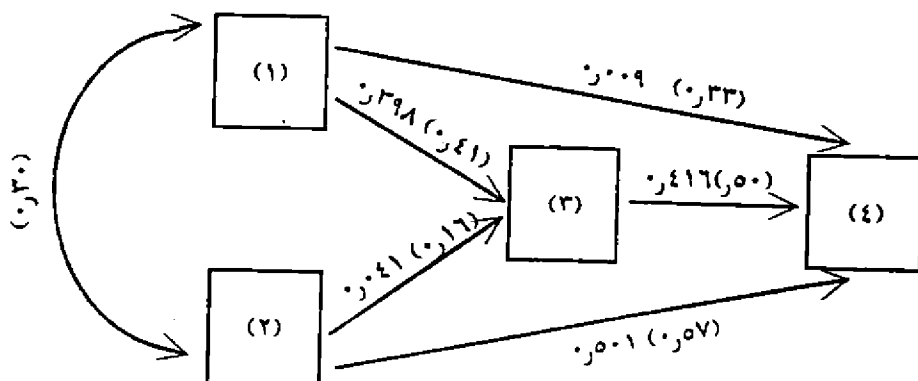
فى دراسة تجريبية لدراسة العلاقة بين العوامل التى يمكن تؤثر على درجة الطالب فى نهاية العام الدراسى حيث ان العوامل هى درجة الذكاء ، المستوى الاجتماعى ، التحصيل الدراسى الشهرى و رصدت النتائج فى الجدول التالى :

جدول رقم (٣)

معاملات الارتباطات بين متغيرات الدراسة

٤	٣	٢	١	
٣٣٠ ر	٤١٠ ر	٣٠٠ ر	١ - ر	المستوى الاجتماعى
٥٧٠ ر	١٦٠ ر	١ - ر		درجة الذكاء
٥٠٠ ر	١ - ر			التحصيل الدراسى الشهرى
١ - ر				الدرجة فى نهاية العام

ويمكن وضع رسم تخطيطي وحساب معاملات المسار



حيث ان قيمة بين القوسين (ر) هي معاملات الارتباط كذلك القيم الأخرى هي معاملات المسارات.

ويمكن حساب معاملات المسار كما يلي:

المتغير رقم (٣) يتأثر بالمتغيرات (١)، (٢)، وبالتالي

$$\text{فان } ١٣ = ٢٣ \text{ أ } ١٠.٢٣٣$$

المتغير (٤) يتأثر بالمتغيرات (١)، (٢)، (٣) وبالتالي أ $١٤ = ٣٢.١٤٣$

وبالرجوع إلى معاملات الارتباط الجزئي يمكن تصفية قيمة معاملات الارتباط. ولتعيين قسم معاملات الارتباط فانه يجب تصفية المعادلات الآلة

وهي كما يلي :

$$٤١ =$$

$$١٣ \text{ أ } ١٣ \text{ P} = ٣١ \text{ ر}$$

$$١٢٣ = (٣٠) (٤١) =$$

$$٢١ \text{ ر} = ١٣ \text{ P} = ٣٢ \text{ ر}$$

$$(٤١) (٤٢) + (٣٠) (٥٠٣) = ٣١ \text{ ر} \text{ P} + ٢١ \text{ ر} \text{ P} = ٤١ \text{ ر}$$

$$٣٢٣ =$$

$$(٤١) + (٤٠٢) + (٥٠٣) \text{ P} + ٢١ \text{ ر} \text{ P} + ٣٤ \text{ ر} \text{ P} = ٤٢ \text{ ر}$$

$$(٤٢) + (٣) (٤١) (٥٠٣) = ٣٤ \text{ ر} + ٢١ \text{ ر} \text{ P} + ١٣ \text{ P} = ٥٥٥ \text{ ر} = (٣٠) \text{ P} = ٤٣ \text{ ر}$$

$$٤٨٢ =$$

$$P_{12} = \frac{1}{n} \text{ مج ذ ١ ، ذ ١ } P_{12} + \text{خ ٢} = ٢١$$

$$P = \frac{\text{مج ذ ١ ذ ١}}{n} + \frac{\text{مج ذ ١ خ ١}}{n}$$

$$\text{حيث ان } ١ = \frac{\text{مج ذ ١ ذ ١}}{n}$$

$$= \frac{\text{مج ذ ١ خ ١}}{n} = \text{صفر حيث ان خ ١ = صفر}$$

$$P_{12} = ٢١$$

$$P_{13} = \frac{1}{n} \text{ مج ذ ١ ، ذ ١ } P_{13} + \text{ذ ٢ } P_{22} = ٣١$$

$$P_{13} + P_{22} = ٣١$$

$$P_{14} = \frac{1}{n} \text{ مج ذ ١ (ذ ١ } P_{14} + \text{ذ ٢ } P_{24} + \text{ذ ٣ } P_{34}) = ٤١$$

$$P_{14} + P_{24} + P_{34} = ٤١$$

وبالمثل يمكن حساب بقية معاملات الارتباطات المتبقية ويمكن رصدها كما يلي :

$$P_{12} = ٢١ \quad (١ - ١٧)$$

$$P_{13} + P_{22} = ٣١ \quad (٢ - ١٧)$$

$$P_{13} + P_{22} + P_{32} = ٣٢ \quad (٣ - ١٧)$$

$$P_{14} + P_{24} + P_{34} + P_{44} = ٤١ \quad (٤ - ١٧)$$

الانحدار غير اخطى :

سوف نناقش فى هذا الفصل مشكلة التنبؤ أو الانحدار إذا كانت العلاقة بين المتغيرين غير خطية، أو إيجاد أفضل منحنى مطابقة أو أفضل دالة رياضية تطابق البيانات. وسوف نعرض لأربعة أنواع من هذه الدوال وهى : الدالة الاساسية، ودالة القوة، والدالة اللوغاريتمية، ودالة القطع المكافئ.

أولاً : مطابقة البيانات الدالة الأسية :

إذا وجد الباحث من التمثيل البياني للعلاقة بين المتغيرين على ورقة شبه لوغاريتمى . وأن هذه العلاقة تأخذ شكل منحنى الدالة الأسية التى على الصورة

(١٨)

$$ص = أ ب س$$

ويمكن كتابة هذه المعادلة على الصورة اللوغاريتمية الآن :

(١٩)

$$ذ لو ص = لو أ + س (لو ب)$$

حيث (لو) ترمز إلى لوغاريتم العدد للاساس ١٠. ونلاحظ هذه المعادلة تمثل علاقة خطية بين قيم س الأصلية ويتم للو ص . ويمكن حساب لو ب ص س ، لو أ ص س كما يلى :

$$\frac{ن مج س (لو ص) - مج س مج (لو ص)}{ن مج س ٢ - (مج س) ٢} = لو ب ص س$$

$$\frac{مج (لو ص) - (لو ص ص س) مج س}{ن} = لو أ ص س$$

(٢٠) ..

ويمكن توضيح ذلك فى المثال التالى :

جدول رقم (٤)

س	ص	لوص	س لوص	س ٢
١	١١٢	٢,٠٩٤٢	٢,٠٤٩٢	١
٢	١٤٩	٢,١٧٣٢	٤,٣٤٦٤	٤
٣	٢٣٨	٢,٣٧٦٦	٧,١٢٩٨	٩
٤	٢٥٤	٢,٥٤٩٠	١٠,١٩٦٠	١٦
٥	٥٨٠	٢,٧٦٣٤	١٣,٨١٧٠	٢٥
٦	٨٦٧	٢,٩٣٣٨٠	١٧,٦٢٨٠	٣٦
المجموع		١٤,٨٤٩٤	٥٥,١٦٦٤	٩١

خطوات اتجاه معادلتى الانحدار عندما تكون البيانات مطابقة للدالة الأسية.

بالتعويض فى المعادلتين (٣) ، (٤) نجد ان :

$$\text{لوص} = \frac{(٦) (٥٥,١٦٦٤) - (٢١) (١٤,٨٤٩٤٤)}{٢(٢١) - (٩١)} = ١٨٣$$

وبالرجوع إلى جدول الاعداد المقابلة للوغاريتمات نجد ان :

$$\text{ب ص س} = ١٥٢٤$$

$$\text{، لو أ ص س} = \frac{(٢١) (١٢) - ١٤,٨٤٩٤}{٦} = ٢٠,٥٤٩$$

والرجوع إلى جدول الاعداد المقابلة للوغاريتمات نجد أن

$$\text{أ ص س} = ١١٣,٥$$

ويمكن كتابة معادلة الانحدار البسيط كما يلى :

$$\text{لوص م} = \text{لو ١١٣,٥} + \text{س لو ١٥٢٤}$$

وعند التنبؤ بقيمة ص بمعلومية قيمة س = ١٠ مثلا فيمكن التعويض

فى معادلة الانحدار البسيط .

لوص = ٢٠٥٤٩ + ١٠ × ١٨٣ = ٣٨٨٤٩ ر
وبالكشف في جدول الاعداد المقابلة للوغاريتمات نجد ان :
ص م = ٧٦٧١٨٥

تحليل الانحدار المتعدد

عرضنا قبل ذلك موضوع الانحدار البسيط لمتغير وتابع (ص) على متغير مستقل (س). ولكن في حالة تحليل الانحدار المتعدد نجد أن المعادلة تكون في هذه الصورة :

$$\text{ص م} = \text{أ} + \text{ب ١ س ١} + \text{ب ٢ س ٢} \quad (١٨)$$

حيث أن ص م = قيم ص المتنبأ بها

، أ ص م = الجزء الذى يقطعه خط الانحدار من محور الصادات

، ب م م = ميل الانحدار ويسمى معامل الانحدار

، س = قيم المتغير المستقل

ويمكن إيجاد قيم أ ، ب ١ ، ب ٢ كما يلي :

$$\text{أ} = \text{ص م} - \text{ب ١ س ١} - \text{ب ٢ س ٢}$$

وللحصول على قيم ب ١ ، ب ٢ يجب حساب هذه القيم التالية :

$$\text{ب ١} = \frac{(\text{مجد س ص}) - (\text{مجد س ١ س ٢}) - (\text{مجد س ٢ ص})}{(\text{مجد س ١ س ٢}) - (\text{مجد س ١ س ١})^2}$$

$$\text{ب ٢} = \frac{(\text{مجد س ٢ ص}) - (\text{مجد س ٢ س ١}) - (\text{مجد س ١ ص})}{(\text{مجد س ١ س ٢}) - (\text{مجد س ١ س ١})^2}$$

حيث ان :

$$\text{مجد س ١ س ٢} = \text{مجد س ١}^2 - \frac{(\text{مجد س ١ س ٢})^2}{\text{ن}}$$

$$\text{مجد س } 2 = \text{مجد س } 2^2 - \frac{(\text{مجد س } 2)^2}{ن}$$

$$\text{مجد س } 1 \text{ س } 2 = \text{مجد س } 1 \text{ س } 1 - \frac{(\text{مجد س } 1)(\text{مجد س } 2)}{ن}$$

$$\text{مجد س } 1 \text{ ص } 1 = \text{مجد س } 1 \text{ ص } 1 - \frac{(\text{مجد س } 1)(\text{مجد س } 1)}{ن}$$

$$\text{مجد س } 2 \text{ ص } 2 = \text{مجد س } 2 \text{ ص } 2 - \frac{(\text{مجد س } 2)(\text{مجد س } 2)}{ن}$$

ولتوضيح كيفية تطبيق المعادلات في وجود متغيرين مستقلين يمكن ذكر المثال الآتي، نفترض أننا أردنا إيجاد مجموعة من الطلاب في مادة الرياضيات في الصف الأول بالمرحلة الثانوية (المتغير التابع ص) بمعلومية درجاتهم في أحد اختبارات الاستعداد الرياضي (المتغير المستقل الأول في س ١)، ودرجات تحصيلهم في الرياضيات في نهاية المرحلة الاعدادية (المتغير المستقل الثاني س ٢). وهذه الدرجات مبينة في الجدول الآتي :

ص	س ١	س ٢	ص	س ١	س ٢
٢	٢	٥	٤	٤	٣
٠	٣	٤	٣	٣	٦
٢	١	٣	٦	٥	٧
١	٤	٣	٦	٦	٥
٥	٤	٤	١٠	٧	٩
٤	٤	٥	٩	٩	٦
٧	٥	٦	٧	١٠	٣
٦	٤	٤	٦	٩	٥
٧	٧	٦	٩	٦	٧
٨	٦	٤	١٠	٤	٩

ويمكن تقدير القيم الآتية :

$$\text{مجد ص} = 113 = \text{ص} = 5,65 \text{ ر} ، \text{مجد ص}^2 = 792$$

$$\text{مجد س}^1 = 103 = \text{س}^1 = 5,15 \text{ ر} ، \text{مجد س}^2 = 637$$

$$\text{مجد س}^2 = 105 = \text{س}^2 = 5,25 \text{ ر} ، \text{مجد س}^2 = 611$$

$$\text{مجد س}^1 \text{ ص} = 665 = \text{ع} \text{ ص} = 2,852 \text{ ر}$$

$$\text{مجد س}^2 \text{ ص} = 660 = \text{ع} \text{ س}^1 = 2,368 \text{ ر}$$

$$\text{مجد س}^1 \text{ ص}^2 = 560 = \text{ع} \text{ س}^2 = 1,773 \text{ ر}$$

$$\text{مجد ص}^2 = 193 = \frac{2(113)}{20} - 193 = 154,55$$

$$\text{مجد ص}^1 = 193 = \frac{2(103)}{20} - 193 = 106,55$$

$$\text{مجد ص}^2 = 611 = \frac{2(105)}{20} - 611 = 59,75$$

$$\text{مجد س}^1 \text{ ص} = 665 = \frac{(113)(103)}{20} - 665 = 83,05$$

$$\text{مجد س}^2 \text{ ص} = 660 = \frac{(113)(105)}{20} - 660 = 66,75$$

ويمكن حساب معاملات الارتباط من الدرجات الخام

$$\text{ر س}^1 \text{ ص} = 6471 \text{ ر}$$

$$\text{ر س}^2 \text{ ص} = 6946 \text{ ر}$$

$$\text{ر س}^1 \text{ س}^2 = 2412 \text{ ر}$$

ويمكن حساب قيم ب^١ ب^٢ كما يلي :

$$\text{ب}^1 = \frac{(66,75)(19,25) - (59,75)(83,05)}{2(19,25) - (59,75)(106,55)} = 6133 \text{ ر}$$

$$\text{ب}^2 = \frac{(83,05)(19,25) - (66,75)(106,55)}{2(19,25) - (59,75)(106,55)} = 9195 \text{ ر}$$

كذلك يمكن حساب قيمة الثابت (أ)

$$أ = ٥٦٥ - (٦١٣٣ ر) - (٥١٥) - (٩١٩٥ ر) - (٥٢٥) = ٢٣٣٥٩$$

فذلك تكون معادلة إنحدار ص على س_١ ح ، س_٢ هي :

$$ص م = - ٢٣٣٥٩ + ٠.٦١٣٣ ر + ١٩١٩٥ س ٢$$

ويمكن التعويض عن قيم س_١ ، س_٢ بالمقادير (٥, ٢) فان قيمة ص م = ٢ . فالفرق بين القيمة (٢) ، والقيمة الحقيقية = ٣٤٨٨٢ والفرق بين القيمتين هو - ١٤٨٨٢ ، وهذا الفرق يعبر عن خطأ التنبؤ أو ما يسمى ببواقى التنبؤ.

معامل الارتباط المتعدد :

يعتبر معامل الارتباط المتعدد من المقاييس الأحصائية الأساسية التي تستخدم في تحليل الأنحدار المتعدد. ويدل معامل الارتباط المتعدد على درجة العلاقة القائمة بين متغير تابع ومتغيرين مستقلين أو أكثر حيث يمكن التعبير عن معامل الارتباط المتعدد.

$$ر م = \frac{م م انحدار}{م م ص}$$

ويمكن الحصول على معامل الارتباط المتعدد (ر م) وذلك باستخراج الجذر التربيعي وبالتالي فهو يأخذ الصورة التالية :

$$ر م = \frac{م م انحدار}{ن م م م ص}$$

كذلك يمكن تعيين الارتباط المتعدد من المعادلة التالية :

$$ر م = \frac{(مجد ص ص م) ٢}{مجد ص ٢ مجد ص ٢ م}$$

$$ر م = \frac{مجد ص ص م}{مجد ص ٢ مجد ص ٢ م}$$

ويمكن الحصول على قيم مج ص ص م ، مج ص ، مج ص ٢ م
من المعادلات الآتية:

$$\frac{\text{مج ص م}^2}{\text{ن}} - \text{مج ص ٢ م} = \text{مج ص م}^2$$

$$112,2991 = \frac{(113)^2}{20} - 750,7491 =$$

$$\frac{\text{مج ص م}^2}{\text{ن}} - \text{مج ص ص م} = \text{مج ص ص م}^2$$

$$112,3078 = \frac{(113)(113)}{\text{ن}} - 750,7578 =$$

$$\text{مج ص ٢} = 154,55$$

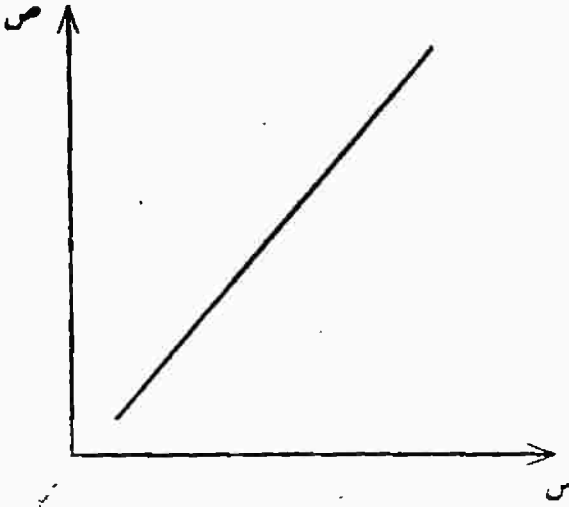
وبالتعويض في المعادلة رقم (١٣)

$$112,3078 = \frac{112,3078}{(112,2990)(154,55)} = \text{م}^2$$

$$\text{م}^2 = (7,8525) = 7267 \text{ ر}$$

تفسير معامل الارتباط المتعدد :

لتوضيح مفهوم معامل الارتباط المتعدد وطبيعة الانحدار المتعدد ربما يكون من الأفضل تمثيل العلاقة بين قيم المتغير ص ، وقيم ص م المتنبأ بها في المثال السابق يمكن تمثيل البيانات في الشكل التالي :



شكل رقم (٢) تمثيل العلاقة بين قيم ص ، وقيم ص م المتبا
بها في المثال السابق

وهذا الشكل يشبه الشكل الانتشاري للمتغيرين س ، ص الذى عرضنا له عند مناقشتنا للانحدار الخطى البسيط ، غير أننا فى هذه الحالة مثلنا المتغير ص م ، على المحور الافقى ، والمتغير ص على المحور الرأسى .

والحقيقة يمكننا اعتبار المتغير ص م (المتغير المستقل فى هذه الحالة) هو الانحدار المركب من كل من المتغيرين المستقلين من س ١ ، س ٢ بدلا من س فى حالة الخطى البسيط .

ونظرا لان معامل الارتباط المتعدد فى هذا المثال يساوى ٨٥٢٥ وهو قيمة مرتفعة ، لذلك فأننا نلاحظ أن النقط الممثلة لكل من ص ، ص م تتراكم بصورة واضحة حول خط الانحدار . فمعامل الارتباط المتعدد والذى س نرمز له بطريقة أخرى بالرمز ر ص ٢١٠ أى الارتباط بين المتغير التابع ص ، والمتغيرين المستقلين س ١ ، ص ٢ معا ، هو تعبير رمزى لما يمثله الشكل البيانى السابق .

فكلما زاد تراكم النقط حول خط الانحدار دل ذلك على ارتفاع قيمة معامل الارتباط المتعدد ، فإذا وقعت جميع النقط على خط الانحدار ، يكون معامل الارتباط المتعدد مساويا الواحد الصحيح . أما إذا انتشرت النقط بطريقة

ثالثية حول سطح الانحدار كان معنى هذا ان معامل الارتباط المتعدد يلازم من الصفر.

وبمعنى اخر يشير معامل الارتباط المتعدد وبخاصة مربع هذا المعامل إلى مقدار أو درجة العلاقة بين المتغير التابع ص والمتغيرين المستقلين س ١ ، س ٢ معا. ويمكن تفسير مربع هذا المعامل في ضوء مفهوم التباين المشترك الذى عرضنا له سابقا. فى المثال السابق وجدنا أى $R^2 = ٧٢٦٧$. وهذا يعنى ان ٧٢٦٧ من تباين المتغير ص يرجع إلى وجود المتغيرين س ١ ، س ٢ معا

الاسهام النسبى لكل المتغيرين س ١ ، س ٢ فى التنبؤ بقيم المتغير ص :
والآن نود أن نلقى بغض الضوء على مشكلة اسهام كل من المتغيرين المستقلين س ١ ، س ٢ فى التنبؤ بقيم المتغير التابع ص

فالا اعتماد على قيم معاملى الانحدار الأوزان ب ١ ، ب ٢ لا يحل التفسير واضحا فى تحليل الانحدار المتعدد. ومع هذا فأنتا سوف تبدأ بهذا التقسيم ثم نعرض بعد ذلك تفسير أكثر دقة باستخدام طريقة أخرى.

ولكن الأمر يكون أكثر تعقيدا فى حالة الانحدار المتعدد نظرا لوجود أكثر من معامل انحدار واحد. ففى حالة وجود متغيرين مستقلين يصبح لدينا معاملا انحدار ب ١ ، ب ٢ وكلما زاد عدد المتغيرات المستقلة زاد تبعا لذلك عدد معاملات الانحدار بنفس القدر.

ومشكلة تفسير الأهمية النسبية لكل من المتغيرين المستقلين س ١ ، س ٢ فى التنبؤ بقيم المتغير التابع ص باستخدام قيمة كل من ب ١ ، ب ٢ تكون مضللة إلى حد كبير والسبب فى ذلك أن هذه القيم تعتمد على ترتيب ادخال المتغيرين المستقلين فى معادلة الانحدار. فإذا ادخلنا س ١ أولا يليها س ٢. كما هو الحال فى المثال السابق فان قيمة كل من ب ١ ، ب ٢ تساوى ٦١٣٣ ر ، ٩١٩٥ ر على الترتيب.

وتزداد المشكلة تعقيدا إذا علمنا ان تفيد ترتيب ادخال المتغيرين س ١ ، س ٢ فى معادلة الانحدار يؤدي إلى تغيير قيمة كل من معاملى الانحدار ب

١ ، ب ٢ . إذ ربما تصبح قيمة ب ١ أكبر من قيمة ب ، وبذلك ينعكس التفسير . ومن هنا فإن الاعتماد على قيم معاملات الانحدار في تفسير الأهمية النسبية للمتغيرات المستقلة في التنبؤ بالمتغير التابع يكون مضللاً . وذلك فأننا سنعرض طريقة أخرى تساعد على هذا التفسير بدرجة أكثر دقة من الطريقة السابقة .

طريقة حساب انحدار ص على س ١ ، س ٢ كل على حدة :

نظراً لأن سهام كل من المتغيرين س ١ ، س ٢ في التنبؤ بقيم المتغير التابع ص يختلف عن اسهام المتغيرين معا في هذا التنبؤ، فإن الباحث يجب عليه ان يبحث عن نسبة تباين المتغير ص الذى يمكن تفسيره إذا أضيف المتغير المستقل س ١ أو س ٢ إلى معادلة الانحدار .

فالتباين الكلى للمتغير ص لا يختلف باضافة أو أستبعاد أى من المتغيرات المستقلة . وأضافة مجموع المربعات الخاص بالأنحدار إلى مجموع مربعات البواقي يساوى دائماً المجموع الكلى للمربعات .

ولذلك فأننا نبدأ بايجاد الخطى البسيط للمتغير ص على المتغير المستقل الأول س ١ ، ونحسب قيمة كل من ب ١ ، م م انحدار، م م بواقي .

$$\frac{\text{مـجـ س ١ ص}}{\text{مـجـ س ١}} = \text{ولايجاد قيمة ب ١ تستخدم المعادلة ب ١}$$

وبالتعويض من البيانات التى حصلنا عليها فى المثال السابق نجد ان :

$$\text{ب ١} = \frac{٨٣٠٥}{١٠٦٥٥} = ٧٧٩ \text{ ر}$$

$$\text{م م انحدار} = \frac{(\text{مـجـ س ١ ص})}{\text{مـجـ س ١}}$$

$$٦٤٧٣ = \frac{٢(٨٣,٥٥)}{١٠٦,٥٥} =$$

حيث م م ص = م م انحدار + م م بواقى
 $١٥٤,٥٦٤٩ = ٤٢,٢٥٣٧ + ١١٢,٣١١٢ =$
 م م بواقى = $٦٤,٧٣ - ١٥٤,٥٥ = ٨٩,٨٢$
 ثم نحسب مربع معامل الارتباط بين المتغير التابع ص والمتغير المستقل س
 باستخدام الصورة الآتية :

$$\frac{٢}{ص} = \frac{م م انحدار}{م م ص}$$

$$٠,٤١٨٨ = \frac{٦٤,٧٣}{١٥٤,٥٥} =$$

وبذلك تكون ر ص = $٠,٤١٨٨ = ٦٤,٧٢$ ر

أى أن $٤١,٨٨\%$ من تباين المتغير ص وهو درجات اعتبار الرياضيات فى الصف الأول الثانوى يمكن تفسيره بمعلومية درجات اختبار الاستعداد الرياض

والخطوة التالية هى ان نوجد انحدار المتغير التابع ص على المتغير المستقل للثانى س ٢ كالاتى :

$$\frac{\text{مجد س ٢ ص}}{\text{مجد س ٢}} = \text{ب ٢}$$

$$١,١٢ = \frac{٦٦,٧٥}{٥٩,٧٥} =$$

$$\frac{\text{م (مجموع س}^2 \text{ ص}^2)}{\text{مجموع س}^2} = \text{م م انحدار}$$

$$٧٤,٥٧ = \frac{٢(٦٦,٧٥)}{٥٩,٧٥} =$$

$$\text{م م بواقي} = ١٥٤,٥٥ - ٧٤,٥٧ = ٩٧,٩٨$$

$$\frac{\text{م م انحدار}}{\text{م م ص}} = \text{مربع الارتباط ر ص} = ٢٠$$

$$\frac{٧٤,٥٧}{١٥٤,٥٥} = ٥ \text{ خ } ٤٨٢ \text{ ر}$$

$$\sqrt{٤٨٢٥} \text{ ر} = ٦٩٤٦ \text{ ر}$$

أى أن ٤٨,٢٥٪ من تباين المتغير ص يمكن تفسيره بمعلومية المتغير س^٢ وهو درجات اختبار الرياضيات فى نهاية المرحلة الاعدادية.

ومن هذا يتضح ان كلا من المتغيرين س^١ ، س^٢ يسهم على حدة بقدر متشاور تقريبا فى تباين المتغير ص . ولكن يجب معرفة الدلالة الاحصائية لهذا الاسهام بمعنى هل هذا الاسهام يرجع إلى محض الصدفة أم هو اسهام حقيقى؟ ويمكن الأجابة على ذلك بالاستعانة بقيمة كل من ر^٢ من ر^٢ . ص ٢١٠.

فإذا طرحنا ر^٢ ص^١ من ر^٢ ص^٢ حصل على الجزء من التباين الذى اسهم به المتغير س^٢ فى التنبؤ.

$$\text{أى ان ر}^2_{\text{ص}^2} = \text{ر}^2_{\text{ص}^1} - \text{ر}^2_{\text{ص}^1 \text{ ص}^2}$$

$$= ٧٢٦٧ \text{ ر} - ٤١٨٨ \text{ ر} = ٣٠٧٩ \text{ ر}$$

أى أن المتغير س_٢ أسهم بنسبة ٧٩ر٣٠٪ فى تباين المتغير ص عند اضافته إلى المتغير س_١ فى معادلة الانحدار، وهى بالطبع نسبة كبيرة. ويجب هنا أيضا ان نحسب الدلالة الاحصائية لهذه الاضافة.

ولمعرفة أى مدى هذه الفروق واداله احصائيا فانه يجب استخدام التحليل الاحصائي المناسب. ومن اكثلة هذه الطرق ما يلى :

١ - طريقة اضافة المتغيرات على التوالى :

الخطوة الأولى: التى تتبع عند اجراء هذه الطريقة هى ان نحسب جميع معاملات الارتباط بين كل من المتغيرات المستقلة والمتغير التابع. ويتم تحديد المتغير المستقل التى يكون له درجة ارتباط عالية بالمتغير التابع فى معالة الانحدار.

الخطوة الثانية : يدخل المتغير الثانى والثالث وكل المتغيرات المستقلة موضع الدراسة ثم دراسة أثر زيادة الارتباط (معامل الارتباط المتعدد ر_٢) لمتغيرات الدراسة.

ومما هو جدير بالذكر ان الحاسب الالكترونى يتولى عملية ترتيب المتغيرات المستقلة فى معادلة الانحدار.

٢ - طريقة حذف المتغيرات على التوالى :

ونقطة البدء فى هذه الطريقة هى تصميم المتغيرات المستقلة التى لدى الباحث فى معادلة الانحدار، وحساب مربع الارتباط المتعدد (ر_٢) بينها وبين المتغير التابع.

ويتم حذف المتغير الذى لا يؤدى حذقه إلى انقاص قيمة مربع معامل الارتباط المتعددة. وبهذا نستطيع ملاحظة أى المتغيرات المستقلة تضيف أقل اضافة عندما يتم تضمينها مؤخرا فى المعادلة. ويمكن تقدير النقص الذى يحدث فى مربع معامل الارتباط المتعدد نتيجة لحذف متغير مستقل تبعا لحك الدلالة الاحصائية إلى جانب المحكات الأخرى.

وتجرى اختبارات الدلالة الاحصائية فى نهاية كل خطوة لتحديد مدى اسهام كل متغير مستقل ثم تضمينه فى معادلة الانحدار كما لو كان قد تم تضمينه مؤخرا فى المعادلة.

طرق الضبط الاحصائي

مقدمة :

عرضنا مفهوم الانحدار المتعدد وكيفية الحصول على معادلة الانحدار في حالة وجود متغيرين مستقلين أو أكثر، وتفسير مقدار ما تسهم به المتغيرات المستقلة مجتمعة، وما تسهم به كل منها على حدة في التنبؤ بقيم المتغير التابع باستخدام مفهوم الارتباط المتعدد. وسنفرد هذا الفصل لمناقشة أحد الموضوعات الهامة المرتبطة بتحليل الانحدار المتعدد وطرق تحليل البيانات المتعددة المتغيرات، وهو موضوع الضبط الاحصائي.

ونقصد بالضبط الاحصائي استخدام الطرق الاحصائية في عزل تأثير متغير أو أكثر من المتغيرات لمعرفة العلاقة بين المتغير المستقل (أو أكثر) والمتغير التابع. وبذلك يتحكم في تأثير بعض المتغيرات على المتغير التابع حتى يتسنى للباحث دراسة العلاقة الفعلية بين المتغيرات المستقلة المطلوبة والمتغير التابع.

وتوجد مقاييس احصائية مختلفة تستخدم في الضبط الاحصائي أهمها:

١ - معامل الارتباط الجزئي

٢ - معامل الارتباط شبه الجزئي

وغالبا ما تستخدم هذه المعاملات الارتباطية الجزئية عند تحليل الانحدار المتعدد وتحليل المسارات Path analysis.

معامل الارتباط الجزئي :

معامل الارتباط الجزئي هو مقياس احصائي للعلاقة الخطية بين متغيرين بعد عزل تأثير هذه المتغيرات عن طريق تعديل قيم المتغير التابع والمتغيرات المستقلة بحيث تأخذ درجات المتغير المطلوب عزل أو ضبط تأثيره في الاعتبار.

فإذا افترضنا ان لدينا ثلاث متغيرات س_١ ، س_٢ ، س_٣ ويسمى معامل الارتباط الجزئي في هذه الحالة «معامل الارتباط الجزئي من الدرجة الأولى

هي :

$$(٢١) \quad \frac{r_{22} r_{11} - r_{12}^2}{r_{22}^2 - 1} = r_{11}$$

ولتوضيح كيفية تطبيق هذه الصورة نفترض ان r_{11} هو متغير العمر وان المتغيرات الثلاث هي :

$$r_{11} = 0.55, \quad r_{12} = 0.60, \quad r_{22} = 0.50$$

وبذلك يكون معامل الارتباط :

$$\frac{(0.50)(0.60) - 0.55}{\sqrt{2(0.50) - 1}} = r_{11}$$

$$r_{36} =$$

ويمكن تفسير هذه القيمة باستخدام مفهوم التباين المشترك. فجزء التباين المشترك بين المتغيرين (r_{11} ، r_{12}) = $2(0.55) = 1.1$ وجزء التباين المشترك بين r_{11} ، r_{22} بعد عزل تأثير المتغير (r_{13}). ويحسب كما يلي:

$$r_{36} = r_{11}^2 = 2(0.36) = 0.72$$

معامل الارتباط شبه الجزئي :

يستخدم معامل الارتباط شبه الجزئي عند دراسة تأثير متغير العمر على القدرة الحركية وعزل ذلك المتغير (العمر) على الذكاء. فمعامل الارتباط شبه الجزئي يرمز بالرمز $r_{(٣.٢)}$.

أى الارتباط بين المتغير الأول والمتغير الثاني بعد عزل تأثير المتغير الثالث فقط هي :

$$(٢٢) \quad \frac{r_{22} r_{11} - r_{12}^2}{r_{22}^2 - 1} = r_{(٣.٢)}$$

أما إذا أراد الباحث عزل تأثير المتغير الثالث من المتغير الأول فقط أى $r_{(٣.١)}$ فإنه يمكن استخدام الصورة التالية:

$$(٢٣) \dots\dots \frac{٣١^٢ - ٣٢^٢ - ٢١^٢}{٣١^٢ - ١} = (٣٠١)^٢$$

ويمكن حساب معامل الارتباط شبه الجزئي من الرتبة الثانية ر^(٤٣.٢) وهو يدل على الارتباط بين المتغيرين ١ ، ٢ بعد عزل تأثير كل من المتغيرين (٣) ، (٤) من المتغير (٢) فقط - والصورة المستخدمة هي :

$$\frac{(٣٠٤)^٢ - (٣٠٤)^٢ - (٣٠٢)^٢}{(٣٠٤)^٢ - ١} = (٤٣.٢)^٢$$

وبذلك يكون جزء التباين المشترك الناتج عن تأثير العمر يساوى ٠.٣٠٣ - ١٣٠ = ١٧٣ ر، أى أن النسبة المئوية للارتباط الناتج عن تأثير متغير

$$\text{العمر} = \frac{١٧٣}{٣٠.٣} \times ١٠٠ = ٥٧\%$$

وبذلك لا يكون للعمر تأثير على مقدار الارتباط بين درجات الاختبارين غير ان استخدام مفهوم الارتباط الجزئي يحقق نفسى الفكرة.

ففى حالة وجود أربع متغيرات فانه يمكننا الحصول على معاملات ارتباط جزئية من الرتبة الثانية مثل ر^{٤٣.٢١} . والصورة الرياضية المستخدمة فى حساب معامل الارتباط الجزئي من الرتبة الثانية.

$$(٢٤) \dots\dots \frac{٣٠٤٢^٢ - ٣٠٤١^٢ - ٣٠٢١^٢}{٣٠٤٢^٢ - ١} = ٤٣.٢١^٢$$

وبالطبع يزداد تعقيد العمليات الحسابية كلما ازدادت رتبة معاملات الارتباط الجزئية، أى كلما زاد عدد المتغيرات التى يريد الباحث عزل تأثيرها.

ولذلك فان برامج الحاسب الالكتروني الخاصة بتحليل الانحدار المتعدد
تجربى العمليات التى يتطلبها ايجاد معاملات الارتباط الجزئية.

أما معامل الارتباط $r_{(٥٤٣.٢)}$ فهو معامل ارتباط شبه جزئى من الرتبة
الثالثة. وهو يدل على الارتباط بين المتغيرين ١ ، ٢ بعد عزل تأثير كل من
المتغيرات ٣ ، ٤ ، ٥ من المتغير ٢ فقط.

تفسير الانحدار المتعدد فى ضوء مفهوم الارتباط شبه الجزئى :
عند تفسير معامل الارتباط المتعدد فانه يمكن استخدام المتغيرات المستقلة
موضع الدراسة وهى تصبح كالآتى :

..... (٢٥)

$$r_{ص}^2 = r_{ص١}^2 + r_{ص٢}^2 + r_{ص٣}^2$$

نفترض ان لدينا مصفوفة ارتباطات بين المتغير التابع وكل من المتغيرات
المستقلة الثلاثة، وكذلك الارتباطات بين المتغيرات المستقلة وهذه مبينة فى
الجدول الآتى:

ص	٣	٢	١	
٠.٦٧	٠.٣٥	٠.١٥	- ١	١
٠.٥٣	٠.٢	- ١		٢
٠.٣٥	- ١			٣
- ١				ص

فالحـد الأول فى المعادلة (١ - هـ) وهو $r_{ص٢}^2$ يدل على مربع معامل
الارتباط بين المتغير التابع والمتغير المستقل الأول، أى يساوى $٢(٠.٦٧) =$
٤٤٨٩ر

أما الحد الثانى وهو $r_{ص٣}^2$ يمكن ايجاد قيمته باستخدام الصورة
التالية :

$$\frac{r^{12} - r^{10} - r^{12}}{r^{12} - 1} = r^{(102)}$$

$$r^{4344} = \frac{(0.15)(0.67) - (0.53)}{r^{(15)} - 1} =$$

$$\frac{r^{(102)3} - (r^{(102)})^3 - (r^{(102)})^3}{r^{(102)3} - 1} = \text{الجزء الثالث } r^{(102)}$$

وهذا يستلزم إيجاد قيمة كل من $r^{(102)}$ ، $r^{(102)3}$ كالآتي

$$\frac{r^{13} - r^{10} - r^{13}}{r^{13} - 1} = r^{(103)}$$

$$r^{1233} = \frac{(0.35)(0.67) - (0.53)}{r^{(103)} - 1} =$$

$$\frac{r^{12} - r^{10} - r^{12}}{r^{12} - 1} = r$$

$$r^{329} = \frac{(0.15)(0.35) - (0.2)}{r^{(15)} - 1} =$$

وبذلك تكون r ص (٢١٠٣)

$$\boxed{\frac{s^2 r_{ص(١٠٣)} - r_{ص(١٠٢)}^2}{(١٠٢)^3 - 1}} = \frac{(٠.١٢٣٣) - (٠.١٤٣٤٤)^2}{(٠.٣٢٩)^3 - 1} = \frac{١٣٨٠}{\sqrt{(٠.٣٢٩)^3 - 1}} =$$

وبالتعويض فى الصورة رقم (١) نجد ان

$$r^2_{ص٢١٠} = (٠.٦٧٠٠)^2 + (٠.٤٣٤٤) + (٠.١٣٨٠) =$$

$$= ٠.٤٤٨٩ + ٠.١٨٨٧ + ٠.١٩١ = ٠.٦٥٦٧$$

أى أن نسبة التباين فى المتغير الناتج الذى يسهم به المتغيرات المستقلة الثلاثة بهذا الترتيب هى

$$٤٤.٨٩\% ، ١٨.٨٧\% ، ١٩.١\%$$

والخلاصة ان التحليل الاحصائى للانحدار المتعدد يفيد فى تفسير الظاهرة موضوع البحث عن طريق دراسة العلاقات القائمة بين المتغيرات التى تشتمل عليها هذه الظاهرة. وفى الحقيقة يعتبر تحليل الانحدار المتعدد أكثر الاساليب الاحصائية قوة وفاعلية فى تحليل هذه العلاقات ليس فقط لأغراض التنبؤ وإنما لأغراض التفسير وبناء النظريات العلمية والتحقق من صحتها.