الفصل السادس

اختبارات الفروض

Test Hypothesis

(6-1) مقدمة :

يحتـاج الباحث في مرحلة ما من بحثه إلى اتخاذ قرار بناءً على معلومات محسوبة من عينة، وطبيعي أن يتخذ هذا القرار بشيء من الحكمة وبأقل قدر ممكن من المخاطر، إذ إن هذا القرار تترتب عليه نفقات قد تكون طائلة، ومن ثم لابد أن يكون لها ما يبررها.

وبصفة عامة فإن خطوات المنهج العلمي في البحث هي:

- تحديد المشكلة تحديداً دقيقًا، حيث يعد ذلك أهم الخطوات على الإطلاق.
- وضـع الفروض، وهـي مرحلة الربط بين هـذه المعلومات، وذلك لمعرفة الأسبـاب الحقيقية وليست الظاهرية للمشكلة.
- الفروض: Hypothesis: إحـدى ضـرورات الحياة العلميـة، وهي عبارة عن حلـول مقترحة لعلاج أسبـاب مشكلة تحت الدراسة. وتنشأ الفروض، أي الحلول المقترحة كنتيجة لملاحظات الباحث وما حصل عليه من معلومات بخصوص تلك المشكلة.
- اختبـار صحـة الفروض، حيث يتـم اختبار صحـة الفرض بالعمـل التجريبي وأخـذ الملاحظات، وباستخـدام أدوات التحليـل المختلفة فتستبعد الفروض عديمة الأثـر وتستبقى الفروض التي ثبتت قدرتها على التأثير في أسباب المشكلة وعلاجها.

(6-2) تعاريف أساسية في اختبارات الفروض الإحصائية

الآتي هو مجموعة من المصطلحات التي تستخدم في اختبارات الفروض الإحصائية:

- الفرض H_A (Hypothesis):

هو تقرير أو تأكيد عن التوزيع الاحتمالي و قد يكون هذا التقرير أو التأكيد متعلقًا بأحد معالم التوزيع الاحتمالي أو بأحد المؤشرات التي تعكس خاصية معينة من خواص التوزيع الاحتمالي.

- الفرض العدمي (Null Hypothesis):
- فرض العـدم (الفرض الصفري) نرمز لـه بالرمز H_0، وهو فرض حول معلمـة المجتمع التي يتم إجـراء الاختبـار حولها باستخـدام بيانات تم الحصول عليهـا من العينة، وهـذا الفرض نرفضه عندمـا تتوافر لدينا دلائل على عدم صحتـه، وتعني كلمة Null أنه لا يوجد فرق بين معلمة المجتمع وقيمة إحصاء العينة.

- الفرض البديل H_A (Alternative Hypothesis):

يرمز لهذا الفرض بالرمز H_A ويضعه الباحث كبديل عن فرض العدم، ونقبله عندما نرفض فرض العدم بوصفه ليس صحيحاً بناءً على المعلومات التي تم الحصول عليها من العينة.

- اختبار الفرض الإحصائي (Test of A Statistical Hypothesis):

يعرف اختبار الفرض الإحصائي بأنه القاعدة التي يتم اتخاذها بناءً على دراسة مفردات العينة التي تؤدي إلى قرار معين بشأن قبول أو رفض فرض العدم، ويلاحظ أن القرار الذي يتم اتخاذه يتعلق عادة بفرض العدم أي H_0، فإما أن يكون القرار هو رفض H_0 (وفي هذه الحالة يعني ذلك قبول H_A) أو قبول H_0 (وفي هذه الحالة يعني ذلك رفض H_A).

- الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني (Type 1 error and Type 2 error)

يعتمد القرار الذي يتم اتخاذه بشأن فرض العدم على النتيجة التي تعطيها العينة العشوائية، وهنا قد تعطي العينة معلومات أو نتيجة تؤدي إلى رفض فرض العدم برغم كونه في الحقيقة صحيحاً، وفي هذه الحالة يكون القرار خاطئًا، أو قد تعطي العينة معلومات في صالح فرض العدم فيتم قبوله رغم كونه في الحقيقة غير صحيح، وهذا قرار خاطئ آخر.

وحيث إن القرار الذي يتم اتخاذه بشأن فرض العدم يعتمد على المعلومات التي يتم الحصول عليها من العينة العشوائية، فإن الحالات الممكنة للقرار الذي يتخذه بشأن فرض العدم هي كما يلي:

القـرار		على مستوى المجتمع	
		H_0 صحيح	H_0 غير صحيح
على مستوى العينة	قبول H_0	القرار صحيح	خطأ من النوع الثاني
	رفض H_0	خطأ من النوع الأول	القرار صحيح

- أنواع اختبارات الفروض:

عندما نقبل فرض العدم فإننا نقبله بمستوى دقة معين فقد تكون 0,90 أو 0,95 أو 0,99 أو غير ذلك، وتسمى مستويات الثقة (Significance Levels)، أي توجد نسبة خطأ معين في قبولنا للفرض العدم ونرمز لها بالرمز α ويسمى مستوى المعنوية، أي إذا كان مستوى الثقة ($1-\alpha = 0.95$) فإن مستوى المعنوية α تساوي 0,05، وهي عبارة عن مساحة منطقة تحت منحنى التوزيع تمثل منطقة الرفض، وتكون إما على صورة ذيل واحد جهة اليمين أو اليسار أو ذيلين متساويين في المساحة، واحد جهة اليمين والثاني جهة اليسار.

⊙ اختبار الفروض في جانب واحد:

هــو اختبــار يضع الفرض البديل للمعلمة المجتمع في صورة أكبر أو أصغر من قيمة فرض العدم لتلك المعلمــة، فتكون منطقة الرفض إما من اليمــين إذا كان الفرض البديل أكبر، أو من اليسار إذا كان الفرض البديل أقل.

⊙ تعريف اختبار الفروض في جانبين (ذيلين):

هو اختبار يكون فيه الفرض البديل عن معلمة المجتمع في صورة لا تساوي ($\neq$) قيمة فرض العدم لتلك المعلمة.

⊙ خطوات اختبارات الفروض الإحصائية لحجم ثابت للعينة:

عند إجراء اختبارات الفروض الإحصائية عملياً تكون هناك خطوات محددة لإجراء الاختبار، حيث تكــون لازمــة وبالترتيب المحدد لكل منها لإجراء الاختبار واتخاذ القــرار بطريقة سليمة. والخطوات الآتية تحدد كيفية إجراء اختبارات الفروض الإحصائية التي تعتمد على حجم ثابت للعينة:

- صياغــة كل من الفرض العدم H_0 والفرض البديل H_A حسب المشكلة المراد إجراء اختبارات الفروض لها.
- تحديــد مستوى المعنوية للاختبار بما يناسب تكلفة الوقــوع في الخطأ من النوع الأول أو الخطأ من النوع الثاني.
- تحديــد دالــة الاختبار وهي إحصائيــة، أي أنها تعتمد فقط على مشاهــدات العينة أو الفرض العــدم، وتختــار بحيث يكون توزيعها الاحتمــالي معلومًا تمامًا تحت فرض العــدم، أي أن دالة الاختبار ما هي إلا دالة في مشاهدات العينة توزيعها الاحتمالي معلوم.
- تكويــن قاعدة القرار، وتعتمــد على كل من الفرض البديل ومستــوى المعنوية، ونقصد بقاعدة القــرار هي القاعدة التــي يبنى عليها اتخاذ القــرار، إما بقبول فرض العــدم (إذا وقع خارج المنطقــة الحرجــة أي منطقة الرفــض للاختبــار)، أو يتم اتخــاذ قرار برفــض فرض العدم (إذ وقعت داخل المنطقة الحرجة أي منطقة الرفض).
- حساب قيمة دالة الاختبار.
- اتخــاذ القرار: وهنا توجد طريقتان لاتخاذ قرار في الاختبارات الإحصائية، وذلك إما برفض أو قبول الفرض العدمي.

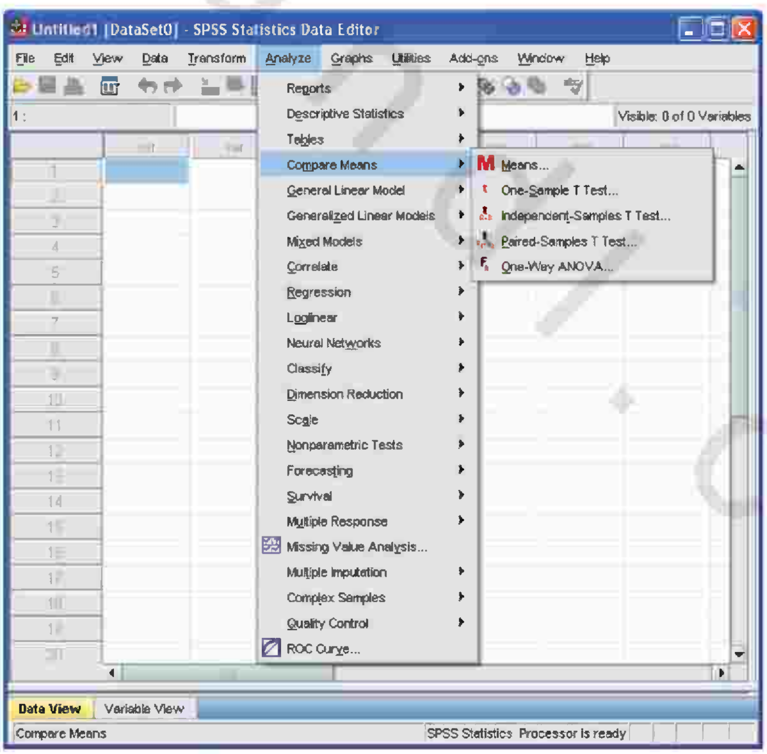
⊙ **طريقة رفض أو قبول الفرض العدمي:**

⊙ تعتمد طريقة قبول أو رفض الفرض العدمي على احتمال محسوب يسمى P-Value ويرمز له في الحزمة SPSS بالرمز (Sig.)، وتتلخص هذه الطريقة في الآتي:

- يجرى الاختبار بالخطوات نفسها السابق الحديث عنها، و نستخدم احتمالاً محسوبًا يرمز له بالرمز Sig.. تعبر هذه القيمة عن مساحة معينة في ذيل (أو ذيلين) للتوزيع العيني لإحصائي الاختبار، وتسمى قيمة مستوى المعنوية المحسوب.

- إذا كان الاختبار من طرفين تقارن هذه القيمة بقيمة $\alpha/2$، إذا زادت القيمة المحسوبة عن $(\alpha/2)$ نقبل الفرض العدمي والعكس صحيح. إذا كان الاختبار من طرف واحد نقارن القيمة المحسوبة بقيمة α، إذا زادت عنها نقبل الفرض العدمي والعكس صحيح.

⊙ تظهر أوامر اختبارات معلمية بالنقر على Analyze في شريط الأوامر كما في الشكل الآتي:



شكل (6-1)

(3-6) اختبار عينة واحدة

لإجراء اختبار متوسط عينة نفرض أن متوسط المجتمع (المعلمة) مجهول ونريد اختبار بعض الفروض التي تدور حول المعلمة المجهولة، تحديد إحصائي الاختبار سيتوقف على هل تباين المجتمع المسحوبة منه العينة معروف (فرض نظري لا يمكن تحقيقه) أم غير معروف؟ إذا كان تباين المجتمع معروفا فإن التوزيع العيني الذي يتحكم في عمليات الرفض والقبول هو التوزيع الطبيعي، إذا لم يكن تباين المجتمع معروفًا يكون البديل الوحيد للتوزيع الطبيعي هو توزيع t.

⊙ وتوزيع T هو أحد التوزيعات المتماثلة ويشبه كثيرًا التوزيع الطبيعي، يؤول هذا التوزيع إلى التوزيع الطبيعي عندما يزيد حجم العينة (أكبر من 30 مفردة)، معنى ذلك أنه في الحالات التي يطبق فيها إحصائي الاختبار t يستبدل بالتوزيع الطبيعي عندما يزيد حجم العينة على 30 مفردة. اختبار t وهو اختبار معلمي يستخدم هذا الاختبار لفحص فرض يتعلق بالوسط الحسابي.

- الفروض الإحصائية لاختبار T:

فرض العدم: $H_0: \mu = \hat{\mu}$

الفرض البديل: $H_A \ \ \mu \neq \hat{\mu}$ أو $H_A: \mu > \hat{\mu}$ أو $H_A: \mu < \hat{\mu}$

حيث: (μ) هي متوسط المجتمع وتقرأ "ميو".

($\hat{\mu}$) هي قيمة متوسط العينة وتقرأ "ميو هات".

- شروط استخدام توزيع t:

✓ يجب أن يتبع توزيع البيانات التوزيع الطبيعي، ويعوض عن هذا الشرط بزيادة حجم العينة إلى أكثر من 30 مشاهدة.

✓ يجب أن تكون العينة عشوائية أي لا تعتمد مشاهداتها على بعضها.

- إحصاءة t المستخدمة في الاختبار:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

حيث: $\overline{X}$ متوسط العينة وتقرأ "إكس بار"

S الانحراف المعياري للعينة،

n حجم العينة.

الفرق بين اختبار t واختبار Z:

في حالة العينات الصغيرة ($n<30$) وتباين المجتمع مجهول يتم استخدام اختبار t، وفي حالة العينات الكبيرة ($n \geq 30$) يتم استخدام اختبار Z. أي أن توزيع t يؤول إلى توزيع Z عندما يزيد حجم العينة على 30 مشاهدة.

مثال (6-1):

قررت لجنة فحص طلبية من أوراق الطباعة من النوع 80 جرامًا للتأكد من أن المتوسط الحسابي لعدد الأوراق في الرزمة الواحدة لا يساوي 500 ورقة، أخذت عينة عشوائية من الطلبية من عشر رزم (10 رزم) وتم وزن كل رزمة فكانت النتائج كالآتي:

جدول (6-1)

الرزمة	1	2	3	4	5	6	6	8	9	10
الوزن بالكليو جرام	3,9	4,1	3,8	3,6	4	4,2	3,9	3,9	4	3,6

المطلوب ما يلي:

هل ترفض اللجنة الطلبية بناء على هذه المعلومات عند مستوى معنوية 0,05 و0,01.

الحل:

إذا كانت الرزمة تحتوي فعلاً على 500 ورقة ووزن الورقة الواحدة 80 جرامًا فإن وزن الرزمة يجب أن يساوي 4 كجم (500×80 جرامًا = 4000 جرام)، وبفرض أن وزن الرزمة يتوزع كالتوزيع الطبيعي فإن قرار اللجنة يجب أن يكون مبنياً على الاختبار الإحصائي الآتي:

- الفروض الإحصائية:

H_0 : متوسط وزن الرزمة = المتوسط المفترض 4 كجم.

H_A : متوسط وزن الرزمة لا يساوي المتوسط المفترض (الاختبار من طرفين).

$$H_0 : \mu = 4\ km$$
$$H_A : \mu \neq 4\ km$$

إحصاءة الاختبار هي:

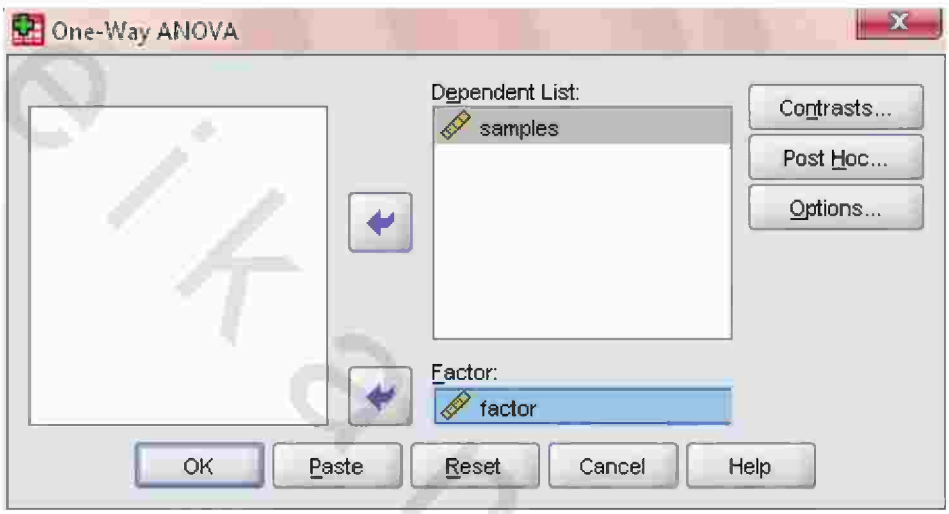
$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

(لأن تباين المجتمع مجهول وحجم العينة أقل من 30)

حيث $\bar{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة، وS يمثل الانحراف المعياري للعينة، n حجم العينة، و μ الوسط الحسابي للمجتمع بموجب فرضية العدم ويساوي 4، وهذه الإحصاءة تتبع توزيع T بدرجة حرية $\upsilon = n - 1$.

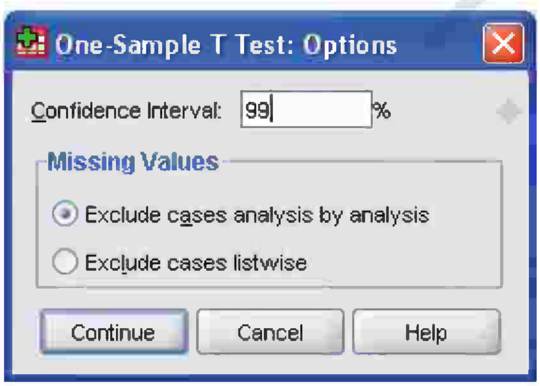
لتنفيذ الاختبار نتبع الخطوات الآتية:

← من شريط القوائم نختار Analyze، ومن قائمة الأوامر نختار Compare Means ، ونختار الأمر الفرعي One Sample t-test فيظهر صندوق حوار One Sample T-test انظر الشكل (6-2):



شكل (6-2)

← انقر Options فيظهر صندوق حوار Options الذي نرتبه انظر الشكل (6-3):



شكل (6-3)

يمكن بواسطة Options تحديد فترة الثقة، حيث نقوم بكتابة الفترة 99% في حقل Confidence Interval، وذلك لحساب 1% مستوى معنوية فيترتب عليه درجة ثقة مقدارها 99%.

أما Missing Values فيستفاد منه في التعامل مع القيم المفقودة.

ننقر Ok في صندوق حوار One sample T-test فتظهر النتائج الآتية:

جدول (2-6)

One-Sample Statistics

Std. Error Mean	Std. Deviation	Mean	N	
.05121	.16193	3.9200	10	Weight

جدول (3-6)

One-Sample Test

	Test Value = 4					
					99% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Weight	-1.562	9	.153	-.08000	-.2464	.0864

القرار الإحصائي:

حيث إن sig.>0.025 و sig>0.005 إذن نقبل الفرض العدم لمستوى معنوية 0,05 و0,01 ,0.

✓ ملحوظة:

في المثال السابق حيث إن الاختبار من طرفين فقد تمت مقارنة sig. بقيمة $\frac{\alpha}{2}$.

(4-6) اختبار الفروض حول الفرق بين متوسطي مجتمعين مستقلتين:

في كثير من التطبيقات يكون الباحثون مهتمين بعمل اختبارات لفرضيات بحثية متعلقة بالفرق بين متوسطي مجتمعين مستقلين، وذلك للمقارنة بين المجتمعين. فعلى سبيل المثال، قد يكون الباحث مهتمًا بمعرفة ما إذا كان دخل الأسرة التي تسكن المدينة أكبر من دخل الأسرة التي تقطن القرية. يمكن للباحث التحقق من هذا التساؤل من خلال مقارنة متوسط دخول الأسر التي تسكن المدن ومتوسط دخل الأسر التي تقطن القرى.

الفروض الإحصائية: يمكن أن تأخذ الفروض الإحصائية أحد الأشكال الآتية:

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \geq \mu_2$	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \leq \mu_2$	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

عند اختيار Independent-Sample T- Test تجب مراعاة الشروط الآتية:

- ✓ العينتان مستقلتان.
- ✓ البيانات في كل عينة تتبع التوزيع الطبيعي.
- ✓ تم اختيار العينتين عشوائياً.
- ✓ ليس من الضروري أن تتساوى أحجام العينتين.

المجتمعان المسحوبة منهما العينتان متجانسان (تباين المجتمع المسحوب منه العينة الأولى يساوي تباين المجتمع المسحوب منه العينة الثانية)، وللتأكد من التجانس يجب إجراء اختبار سابق لاختبار T يسمى اختبار التجانس، ويكون الفرض العدمي والبديل للاختبار كالآتي:

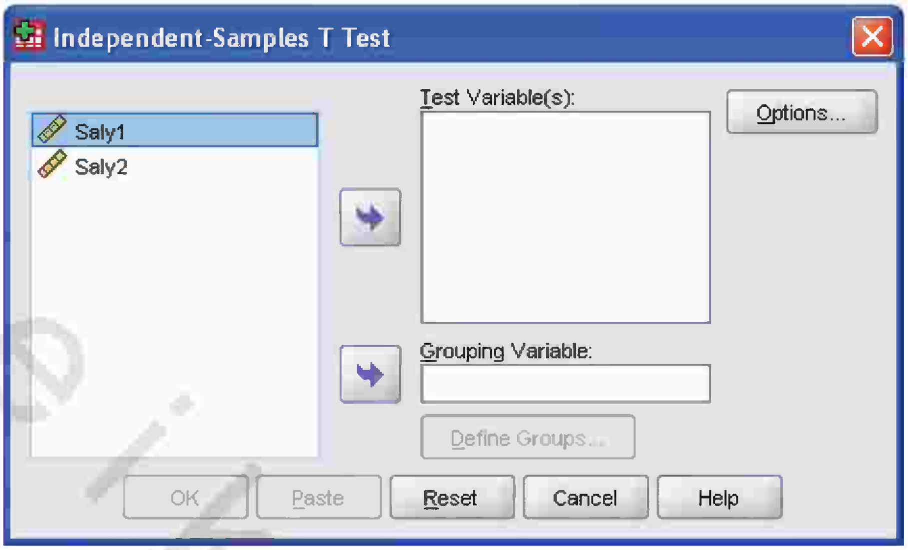
- ⊙ الفرض العدمي هناك تجانس (تباين المجتمع الأول يساوي تباين المجتمع الثاني).
- ⊙ الفرض البديل لا يوجد تجانس (تباين المجتمع الأول لا يساوي تباين المجتمع الثاني)، الذي يأخذ الشكل الآتي:

$$\boxed{H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad H_A : \sigma_1^2 = \sigma_2^2}$$

ملحوظة:

- ✓ نستمر في إجراء اختبار T إذا تم قبول فرض العدمي (هناك تجانس).
- ✓ لا يجوز استخدام اختبار ويستبدل باختبار آخر شبيه باختبار T إذا تم قبول الفرض البديل (عدم وجود التجانس).
- ✓ البرنامج يجري اختبار التجانس ويعطي نتائج اختبار T إذا كان هناك تجانس ويعطي أيضًا نتائج لاختبار الشبيه باختبار T إذا لم يكن هناك تجانس، وعلى المستخدم اختيار النتيجة الملائمة له.
- ✓ اختبار التجانس يتم بواسطة اختبار آخر يسمى F-test.

وعند تفعيل هذا الخيار يظهر الشكل الآتي:



شكل (4-6)

المثال الآتي يوضح طريقة تطبيق هذا الاختبار من خلال البرنامج:

مثال (2-6):

أُخذت عينتان عشوائيتان من مجموعة متشابهة من الأطفال، وأعطي أطفال العينة الأولى غذاء (X) وأعطي أطفال العينة الثانية غذاء آخر (Y)، وكانت الزيادة في أوزان الأطفال بالكيلو جرام في العينتين بعد مدة معينة كما في الجدول الآتي:

جدول (4-6)

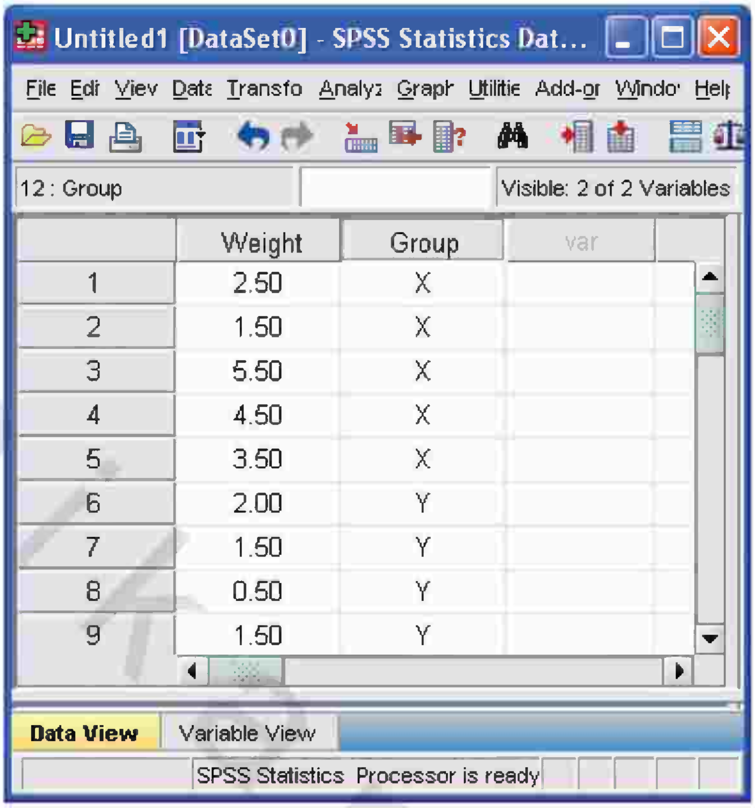
العينة الأولى (X)	2,5	1,5	5,5	4,5	3,5	- -
العينة الثانية (Y)	2	1,5	0,5	1,5	1	2,5

اختبر فرض عدم وجود فرق بين أثر الغذائين "X" و"Y" في متوسط زيادة وزن الأطفال عند مستوى معنوية 0,05.

الحل:

لإجراء هذا الاختبار نتبع الخطوات الآتية:

يجب إدخال البيانات بطريقة معينة في شاشة المحرر، وهي الطريقة التي يتعامل بها البرنامج كالآتي:

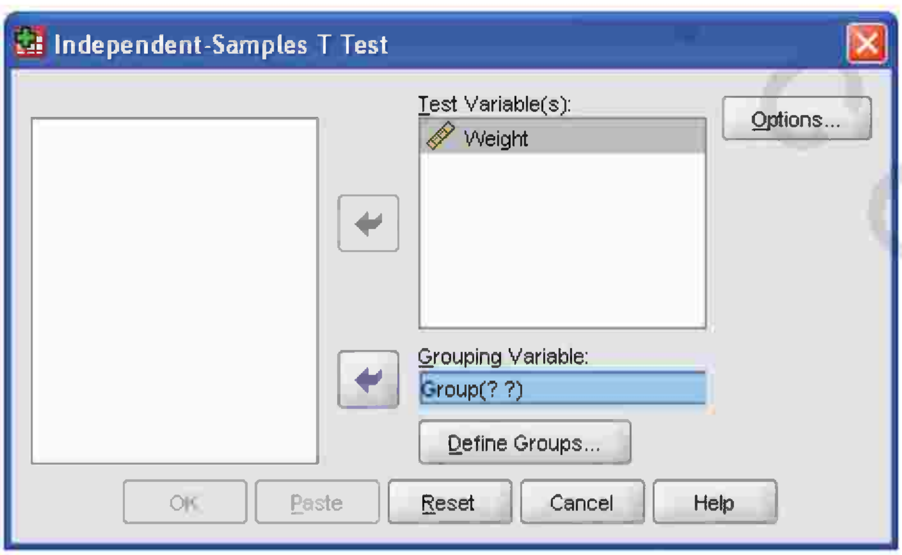


شكل (6-5)

ويتم ذلك كما يلي:

← مـن القائمة Analyze ننقـر الأمر Compare Means ثم ننقر الأمر الفرعي Independent sample test ليفتح صندوق حوار Independent sample T-test

← الذي نقوم بترتيبه كالآتي انظر الشكل (6-6):

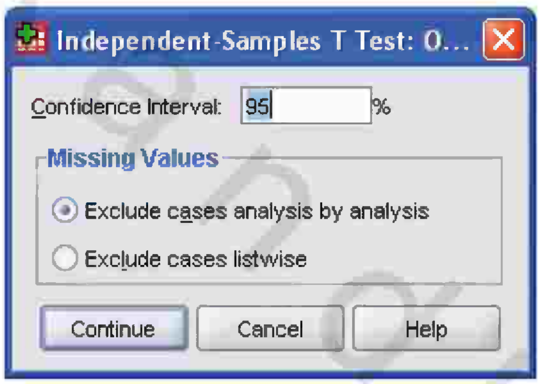


شكل (6-6)

قمنــا بنقــل المتغيــر Weight إلى test variable والمتغير Group (متغير التجزئــة) في قائمة Grouping variables، ثم تعريف المجاميع X وY عن طريق الزر Define Groups كالآتي انظر الشكل (6-7):

شكل (6-7)

يمكــن بواسطــة النقر علــى Options تحديد فــترة الثقة، حيث نقــوم بكتابة الفــترة المطلوبة في حقل Confidence Interval وهنا فترة ثقة مقدرها 95٪ عن طريق الشكل الآتي:



شكل (6-8)

أما Missing values فيستفاد منه في التعامل مع القيم المفقودة.

انقر على Continue للعودة إلى الصندوق الأصلي.

انقر على الأمر Ok للتنفيذ.

تم الحصول على النتائج الآتية:

الجدول الآتي يوضح حجم المجموعة والوسط والانحراف المعياري والخطأ المعياري لكل مجموعة.

جدول (6-5)

Group Statistics

	Group	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Weight	X	5	3.5000	1.58114	.70711
	Y	6	1.5000	.70711	.28868

الجدول الآتي به اختباران، الأول اختبار التجانس والثاني اختبار t وهو كالآتي:

جدول (6-6)

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Weight	Equal variances assumed	3.165	.109	2.803	9	.021	2.00000	.71362	.38567	3.61433
	Equal variances not assumed			2.619	5.326	.044	2.00000	.76376	.07229	3.92771

ويوضح الجدول من اليسار إلى اليمين الآتي:

- العمود الأول يسارا به اسم المتغير Weight والعمود الثاني والثالث يسار لإجراء اختبار التجانس كالآتي:

- فرض العدم: هناك تجانس Equal Variances.
- الفرض البديل: هناك عدم تجانس Equal Variances not assumed.
- قيمة مستوى المعنوية المحسوبة Sig.=0.109، وهي تزيد على مستوى المعنوية المحدد 0.05 ومن ثم نقبل الفرض العدمي القائل بأن هناك تجانسًا ونرفض الفرض البديل.
- العمود الرابع والخامس لإجراء إما اختبار t أو الاختبار الشبيه باختبار t، وحيث إننا قبلنا أن هناك تجانسًا نتعامل مع اختبار t والنتائج في الصف الأول من الجدول ونهمل الثاني؛ لأنه خاص بالاختبار الشبيه باختبار t.
- من الصف الأول (Equal variances assumed) نجد نتائج اختبار t، قيمة مستوى المعنوية المحسوبة هي Sig.=0.021 وهي أقل من 0.025 (0.05 مقسومة على 2 لأن الاختبار من طرفين)، إذن نرفض الفرض العدمي القائل إنه يوجد فرق بين أثر الغذائين X وY في متوسط زيادة وزن الأطفال عند مستوى معنوية 0.05.

(3-6) اختبــار الفروض حول الفرق بــين متوسطي عينتين غــير مستقلتين (العينــات المزدوجة) Paired Sample Test:

(4-6) استخدمنا في الاختبار السابق اختبار الفرق بين عينتين مستقلتين، بمعنى أن مفردات العينة الأولى (x1, x2, ..., xr) مستقلة عن مفـردات العينة الثانيــة (y1,y2,...,yr). ولكن قد يحدث في الحياة العمليــة أن المشاهــدات تكون على شــكل أزواج مرتبة من القيــم $[(x_r,y_r), r = 1,2,...,n]$، حيث x_1 تمثـل قيمة المشاهدة للعينــة الأولى مأخوذة من المفردة رقم 1 ، و y_1 تمثل قيمة المشاهدة للعينة الثانية المأخوذة من المفردة رقم 1 وبصفة عامة فإن x_r تمثل قيمة المشاهدة العينة الأولى المأخوذة عــن المفــردة رقمr، بينما y_r تمثل قيمة المشاهدة للعينة الثانية المأخــوذة عن المفردة رقم r أي أن n مــن المفــردات وكل مفردة مسجل لها مشاهدتــان (أو قيمتان أو قياسيتــان) أولهما للعينة الأولى، وثانيهما للعينة الثانية. مثل تسجيل قياسات ضغط الدم لكل شخص في عينة مكونة من 10 أشخاص مرة قبل تعاطي دواء معين ومرة أخرى بعد ذلك الدواء بعد أسبوعين أو ما يطلق عليه في الدراسات التجريبيــة الاختبــار القبلي (Pre test) والاختبار البعــدي (Post test) على العينة نفسها. وبصفة عامــة إذا كان لدينــا n من أزواج المشاهدات المرتبــة $(x_r,y_r), r = 1,2,.....,n$ مأخوذة على n من المفــردات فإنه يمكن اعتبار أن: $x_1,x_2, ...,x_N$ عينة مسحوبة من مجتمع متوسطه μ_1 وأن $y_1,y_2, ...,y_N$ عينة مسحوبة من مجتمع متوسطه μ_2.

يستعمــل هذا الاختبار لاكتشاف معنويــة (دلالة) الفرق بين متوسطي متغيرين غير مستقلين لمجموعة (عينة) واحدة، معنى ذلك أن لدينا عينة واحدة، وكل مفردة في العينة تعطي قراءتين، القراءة الأولى تمثل العينة الأولى، والقراءة الثانية تمثل العينة الثانية.

يعتمــد الاختبار على إيجاد الفــرق بين القراءات المتناظرة في العينتين (نرمــز إلى مجموع الفرق بين العينتين بالرمز d).

وتكون صياغة الفروض كالآتي:

فرض العدم $H_0: d = 0$

الفرض البديل $H_A: d \neq 0$

شروط الاختبارات للعينتين المترابطتين:

الشروط الأساسية لاختبار t.

الفرق d بين العينتين يتبع التوزيع الطبيعي، وذلك إذا كان $(n < 30)$.

أما إذا كان $(n \geq 30)$ فلا نحتاج لهذا الشرط.

المثال الآتي يوضح كيفية تطبيق هذا الاختبار باستخدام البرنامج:

مثال (6-3):

عقـدت دورة تدريبيـة لمجموعة من الموظفـين، ولمعرفة مدى استفادة المتدربين مـن الدورة أجري لهم اختباران الأول (القبلي) في بداية الدورة، والثاني (البعدي) في نهايتها. وفيما يلي بيان بنتيجة الاختبارين لعينة عشوائية مكونة من تسعة من المتدربين:

جدول (6-7)

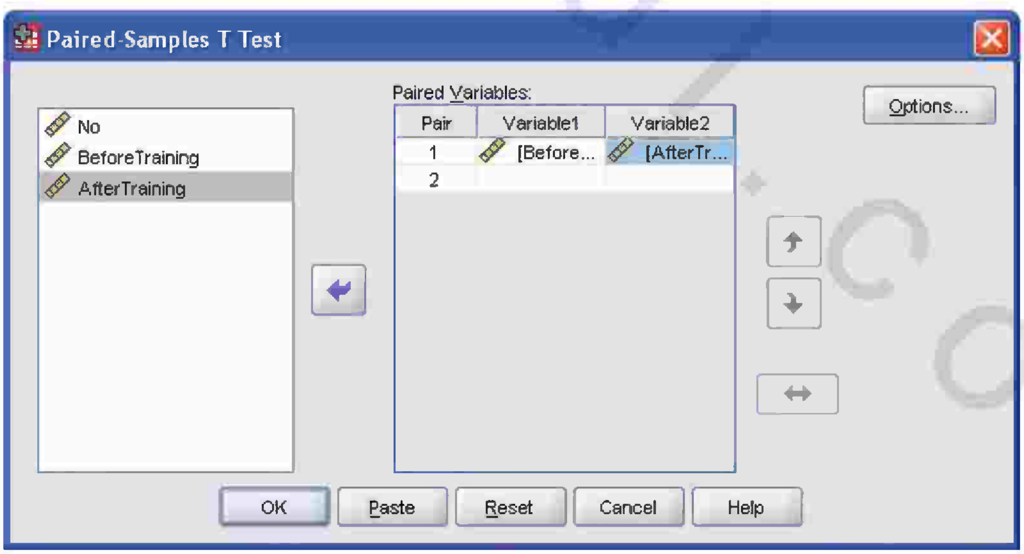
رقم المتدرب	1	2	3	4	5	6	6	8	9
الدرجة قبل التدريب	6	9	4	6	6	8	6	11	6
الدرجة بعد التدريب	15	18	16	18	14	16	18	20	19

اختبر فرض أن الدورة التدريبية ليس لها أثر في رفع مستوى المتدربين عند مستوى معنوية 5 ٪ .

الحل:

لتنفيذ الاختبار نتبع الخطوات الآتية:

مـن القائمة Analyze انقـر الأمر Compare Means ثم انقر الأمر الفرعـي Paired – Sample T test فيظهر صندوق حوار Paired – Sample T test الذي نقوم بترتيبه انظر الشكل (6-9):



شكل (6-9)

المتغيرات قبل التدريب وبعد التدريب تمثل مشاهدات النوعين قبل التدريب وبعده، حيث يجب إدخال كلا المتغيرين في الوقت نفسه في قائمة Paired variables.

يمكـن بواسطـة النقر علـى Options تحديد فـترة الثقة، حيث نقـوم بكتابة الفـترة المطلوبة في حقل Confidence Interval.

أما Missing values فيستفاد منه في التعامل مع القيم المفقودة.

انقر على Continue للعودة إلى الصندوق الأصلي.

انقر على الأمر Ok للتنفيذ.

تم الحصول على النتائج الآتية:

- الجـدول الآتـي يحتـوي علـى بيانـات إحصائية عـن المتغيرين، وتتضمـن الوسط وعـدد الحالات والانحراف المعياري والانحراف المعياري للوسط.

جدول (8-6)

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	BeforeTraining	7.11	9	2.028	.676
	AfterTraining	17.11	9	1.965	.655

الجـدول الآتي يحسب معامل الارتباط بين البيانات قبـل وبعد، ويعطي اختبارًا لمعامل الارتباط، حيث يكـون الفرض العدمي الارتباط يساوي صفرًا، والفرض البديل الارتباط لا يساوي صفرًا. معامل الارتباط موجـب وهـو 0.499 أما قيمة Sig.=0.172 وهي أكبر من 0.05 فنتقبـل فرض العدم القائل بأن الارتباط غير معنوي.

جدول (9-6)

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	BeforeTraining & AfterTraining	9	.499	.172

جدول (6-10)

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
Pair BeforeTraining AfterTraining	-10.000	2.000	.667	-11.537	-8.463	-15.000	8	.000

الجـدول السـابـق يعطي اختبار t للفرق بـين عينتين غير مستقلتين، نلاحـظ أن Sig.=.000 آخر عمود وهي أقل من 0.025 إذن نرفض الفرض العدمي القائل إنه لا يوجد فرق بين العينتين، ونقبل الفرض البديل القائل إن هناك فرق درجات حدث نتيجة التدريب.