الفصل السابع

تحليل التباين

Analyzes of Variance ANOVA

(7-1) مقدمة :

في دراستنا لاختبارات الفروض في الفصل السابق، كانت الدراسة قاصرة على مجتمع واحد أو مجتمعين على الأكثر. وشملت تلك الدراسة اختبار فروض عن متوسط مجتمع واحد واختبارات فروض بخصوص تساوي متوسطي مجتمعين. ومن الطبيعي تعميم هذا الأسلوب إلى حالة وجود m من المجتمعات $(m\geq2)$ ، ويكون المطلوب منا مقارنة متوسطاتها. فمثلا إذا كان المطلوب إجراء مقارنة بين متوسطات إنتاجية الفدان لخمسة أصناف مختلفة من القطن، رمزنا لمتوسطات إنتاج الفدان من هذه الأصناف الخمسة بالرموز: $\mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_5$ يكون فرض عدم وجود فرق بين هذه المتوسطات (أي فرض تساوي متوسطات هذا الأصناف الخمسة) هو:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_k \qquad (1-7)$$

ويكون الفرض البديل H_A هو أن فرض العدم ليس صحيحا، أي أن H_A هو فرض عدم تساوي متوسطين علي الأقل من هذة المتوسطات، ويكون:

H_A: يوجد اثنان على الأقل من المتوسطات $\mu_1,\mu_2,....,\mu_5$ غير متساويين (2-7)

ويستخدم أسلوب تحليل التباين في اختبار فرض تساوي متوسطات عدة مجتمعات ضد فرض عدم تساويها، فمثلاً يكون فرض العدم والفرض البديل كما في (1-7)، (2-7)، ويتضح مدى أهمية أسلوب تحليل التباين في اختبار فرض عدم مثل H_0 في (1-7) ضد فرض بديل مثل H_A بملاحظة أنه لإجراء مثل هذا الاختبار باتباع الأسلوب السابق عرضه (باستخدام اختبار t) لمقارنة متوسطي كل مجموعتين على حده، فإن هذا سوف يستلزم إجراء عشرة اختبارات من ذلك النوع، ولاشك في أن هذا سوف يحتاج إلى كثير من الوقت والجهد. ومن الواضح أنه كلما زاد عدد المجتمعات المطلوب مقارنة متوسطاتها زادت صعوبة إجراء المقارنات المطلوبة باتباع أسلوب مقارنة كل متوسطين على حده. فمثلاً إذا كانت مقارنة متوسطات عشرة مجتمعات مطلوبة فإن ذلك يستلزم إجراء 45 اختبارًا، كل منها لمقارنة متوسطين فقط باستخدام اختبار t. ويستخدم أسلوب تحليل التباين لمقارنة متوسطات عدة مجتمعات في العديد من البحوث مثل مقارنة متوسطات إنتاج

obeikandi.com

عـدة أصناف من محصول معين، مقارنة متوسطات عدة أيام لازمة للشفاء من مرض معين لعدة أنواع من الأدوية، مقارنة عدة طرق من طرق التدريس، مقارنة عدة طرق لإنتاج سلعة معينة، مقارنة متوسط الدخل الشهري للأسرة بعدة محافظات وهكذا.

وفي تحليـل التبايـن يستخدم تعبير معالجـات *Treatments* ليعبر عن التصنيفات المختلفة المستخدمة والمطلـوب مقارنـة متوسطاتهـا، فقد تكـون المعالجات أنواعًـا مختلفة من الأدويـة أو قد تكـون أنواعًا من الأسمـدة أو طرقًا مختلفة للتدريـب أو محافظات مختلفة، ومطلوب إجراء مقارنات بين متوسطات ظاهرة ما باستخدام عينة عشوائية من كل منها.

وباختصار يقصد بتحليل التباين العمليات الرياضية الخاصة بتقسيم مجموع المربعات الكلي لمجموعة من البيانات إلى مصادره المختلفة، وتلخص نتائج التحليل في جدول يعرف بجدول تحليل التباين *ANOVA Table*. إن الهـدف مـن إجراء هذا التحليـل هو اختبار فرضيـة تساوي متوسطات مجموعـة من العينات وتعرف بالمعالجات أو المعاملات *Treatment* دفعة واحدة، ولهذا فهو يعد توسيعاً لاختبار *t*.

اختبار إف: Test-F

اختبار تحليل التباين يعتمد على إحصائي اختبار يطلق عليه اسم توزيع F نسبة إلى التوزيع الاحتمالي F Distribution.

ولاختبار مساواة متوسطات المجموعات يتم تقسيم التباين الكلي للمتغير التابع إلى مركبتين الأولى معروفة المصـدر وتسمى بين المجموعات (Between Group) ومصدرها الفروق بين متوسطات المجموعات، فإذا كان هـذا الجزء كبيرًا فإن متوسطات المجموعـات غير متساوية، والثانية داخل المجموعات (Within Group) وهي الجزء غير معروف المصدر الذي يسمى في بعض الأحيان الباقي Residuals أو الخطأ Error.

✓ متى نرفض الفرضية التي تقول: إن متوسطات المجموعات متساوية؟

نرفـض هـذه الفرضية إذا كانت نسبـة التباين بين المجموعات (معروف المصـدر) إلى التباين داخل المجموعـات (غـير معروف المصدر) كبيرة، وهـذه النسبة تسمى قيمة F، فإذا كانـت قيمة F كبيرة نسبيًا فـإن متوسطـات المتغير التابـع للمجموعات غير متساوية، ولكن إلى أي حد تعـد قيمة F كبيرة حتى نرفض الفرضية التي تقول أن متوسطات المجموعات متساوية؟

✓ متى نقول إن قيمة F كبيرة نسبيًا؟

إذا كانـت المساحـة فوقها (مستـوى الدلالة Sig) أقل من المستوى المقبول لدينـا α التي غالبًا تساوي 0,05، فإذا كانت قيمة Sig أقل من α فإن متوسطات المجموعات غير متساوية، وإذا كانت قيمة Sig. أكبر من $\alpha = 0.05$ فإن متوسطات المجموعات متساوية.

o-elkanalog.com

(2-7) تحليل التباين في اتجاه واحد (One-Way ANOVA):

يقصد بتحليل التباين العمليات الرياضية الخاصة بتقسيم مجموع المربعات الكلي لمجموعة من البيانات إلى مصادره المختلفة وتلخيص نتائج التحليل في جدول يعرف بجدول تحليل التباين ANOVA Table. إن الهدف من إجراء هذا التحليل هو اختبار فرضية تساوي متوسطات مجموعة من العينات، وتعرف بالمعالجات أو المعاملات Treatment دفعة واحدة.

متى يستخدم تحليل التباين في اتجاه واحد؟

يستخدم إذا كان لدينا عدد من العينات ونريد أن نختبر هل هذه العينات مسحوبة من مجتمعات متوسطاتها متساوية أم لا؟ بمعنى آخر هل هذه العينات مسحوبة من المجتمع نفسه أم لا؟ يمكن اختبار ذلك الفرض باستخدام اختبار تحليل التباين. أي أن

الفروض الإحصائية:

الفرض العدم

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_k$$

ضد الفرض البديل

H_A: يوجد متوسطان على الأقل غير متساويين

يمكن تلخيص خطوات الاختبار كالآتي:

- يحسب مجموع مشاهدات كل عينة وكذلك متوسطها، نفرض أن $\sum_{i=1}^{N} X_{ir}$ ترمز لمجموع مشاهدات العينة r، $\overline{X}_r = (\sum_{i=1}^{N} X_{ir})/N$ ترمز إلى وسطها الحسابي، حيث إن $r = 1,...,k$ وعدد البيانات هي N فيمكن تنظيم حساب مجموع مشاهدات كل عينة ومتوسطها باستخدام جدول البيانات الآتي:

جدول (7-1)

المشاهدات	المجتمع				
	1	2	3	...	k
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	...	X_{1k}
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	...	X_{2k}
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	...	X_{3k}
: :	: :	: :	: :	... ...	: :
N_J	$X_{N_1 1}$	$X_{N_2 2}$	$X_{N_3 3}$	...	$X_{N_k k}$
$\sum$	$\sum_{i=1}^{N_J} X_{i1}$	$\sum_{i=1}^{N_J} X_{i2}$	$\sum_{i=1}^{N_J} X_{i3}$	...	$\sum_{i=1}^{N_J} X_{ik}$
$\overline{X}$	$\overline{X}_1$	$\overline{X}_2$	$\overline{X}_3$	...	$\overline{X}_k$

- يحسب المجموع الكلي لمشاهدات جميع العينات ونرمز له بالرمز $\sum$ والمتوسط العام $\overline{X}$ كالآتي:

$$\sum = \sum_{i=1}^{N_J} X_{i1} + \sum_{i=1}^{N_J} X_{i2} + \sum_{i=1}^{N_J} X_{i3} + \dots + \sum_{i=1}^{N_J} X_{ik}$$

وأيضا $\overline{X} = \dfrac{\sum}{N}$ حيث إن $N = +N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_k$.

- يحسب مجموع المربعات الكلي Total sum of squares كالآتي، وهو الذي نرمز له بالرمز SST:

$$SST = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{N_i} X^2{}_{ji} - \frac{\sum^2}{N}$$

$$SST = X_{11}^2 + X_{21}^2 + \dots + X_{N_1 1}^2 + X_{12}^2 + X_{22}^2 + \dots + X_{N_2 2}^2 + \dots + X_{N_k k}^2 - \frac{\sum^2}{N}$$

(3-7)

أي أن مجموع المربعات الكلي نحصل عليه بإيجاد مجموع مربعات مشاهدات العينات مطروحًا منه خارج قسمة مربع المجموع الكلي لمشاهدات جميع العينات على N.

obeikandl.com

ويمكن حساب مجموع المربعات الكلي بطريقة أخرى وهي كالآتي:

$$SST=\sum_{i=1}^{k}\ \sum_{j=1}^{N_i}\left(X_{ji}-\overline{X}\right)^2$$

أي أن مجموع المربعات الكلي هو مجموع مربعات انحرافات كل مشاهدة من مشاهدات جميع العينات المأخوذة عن المتوسط العام لجميع هذه المشاهدات $\overline{X}$.

- يحسب مجموع مربعات بين المعالجات Sum of squares Between treatments

مجموع مربعات بين المعالجات وهو الذي نرمز له بالرمز SSR:

$$SSR=\frac{\left(\sum_{i=1}^{N_1}X_{i1}\right)^2}{N_1}+\frac{\left(\sum_{i=1}^{N_2}X_{i2}\right)^2}{N_2}+\ldots+\frac{\left(\sum_{i=1}^{N_k}X_{ik}\right)^2}{N_k}-\frac{\left(\sum\ \right)^2}{N}$$

(4-7)

ويمكن حساب مجموع مربعات بين المعالجات بطريقة أخرى كالآتي:

$$SSR=\sum_{i=1}^{K}N_i\left(\overline{X}_i-\overline{X}\right)^2$$

$$SSR=N_1\left(\overline{X}_1-\overline{X}\right)^2+N_2\left(\overline{X}_2-\overline{X}\right)^2+\ldots+N_k\left(\overline{X}_k-\overline{X}\right)^2$$

- يحسب مجموع مربعات الأخطاء (مربعات داخل المعالجات)

Sum of Square within treatments or sum of square of Error

يحسب بالفرق بين مجموع المربعات الكلي ومجموع المربعات بين المعالجات الذي تم حسابها في الخطوتين السابقتين، والذي نرمز له بالرمز SSE. ويمكن حسابه بطريقة أخرى وهي كما يلي:

$$SSE=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N_i}\left(X_{ji}-\overline{X}_i\right)^2$$

(5-7)

أي أن مجموع مربعات داخل المعالجات يعبر عن التشتت داخل العينات أي عن تباعد مشاهدات كل عينة عن وسطها الحسابي.

- يحسب متوسط مربعات بين المعالجات $\sigma^2_{Between}$ وذلك بقسمة مجموع مربعات بين المعالجات على (عدد المعالجات-1) أي على k-1، ويسمى k-1 بدرجات حرية بين المعالجات أي أن:

$$MSR = (k\text{-}1)/SSR = \sigma^2_{Between} \quad (6-7)$$

يحسب متوسط مربعات داخل المعالجات، وذلك بقسمة مجموع مربعات داخل المعالجات على (عدد المشاهدات الكلية - عدد المعالجات) أي على N-K، ويسمى N-K بدرجات حرية داخل المعالجات أي أن:

$$MSE = (N\text{-}K)/SSE = \sigma^2_{Between} \quad (7-7)$$

يحسب خارج قسمة متوسط مربعات بين المعالجات على متوسط مربعات داخل المعالجات، وإذا رمزنا بالرمز F للنسبة الناتجة فإن:

$$F = \frac{\sigma^2_{Betwen}}{\sigma^2_{within}} \quad (8-7)$$

ويكون لها توزيع F بدرجات حرية k-1، N-k. وتعد F المحسوبة هي إحصاءة الاختبار.

إذا كانت F المحسوبة أكبر من $F_{(\alpha, k-1, n-k)}$ يرفض الفرض العدم H_0 و فيما عدا ذلك يقبل فرض العدم H_0.

والجدول الآتي الذي يعرض ملخص الخطوات السابقة يسمى جدول تحليل التباين analysis of variance table، وتكون له الصيغة العامة المبينة في الجدول الآتي:

جدول (8-2)

مصدر الاختلاف	مجموع المربعات SS	درجات الحرية d.f	متوسط المربعات MS	F
بين المعاملات	SSR	K-1	MSR	$F\ calc = \frac{MSR}{MSE}$
الخطأ	SSE	$\sum_{i=1}^{K} N_i - k$	MSE	
المجموع	SST	$\sum_{i=1}^{K} N_i - 1$		

والآن نتناول كيف يمكننا تنفيذ هذا باستخدام البرنامج ما يعمل على إتاحة استخدام ذلك مع توفير الوقت والجهد في حالة زيادة عدد بيانات التحليل الإحصائي؛ وذلك من خلال أمثلة تطبيقية متنوعة:

مثال (7-1):

استخدمت ثلاث طرق تعليمية مختلفة في تدريس مادة الحساب لثلاث عينات متشابهة من الطلاب، وكانت درجاتهم في الامتحان النهائي كما في الجدول الآتي:

جدول (3-7)

العينة الأولى	8	7,5	7	5,5
العينة الثانية	9	10	8	9
العينة الثالثة	6	5	5,5	3,5

اختبر ما إذا كانت هناك فروق معنوية بين متوسطات درجات الطلبة في الطرق الثلاث عند مستوى معنوية 0,05.

الحل:

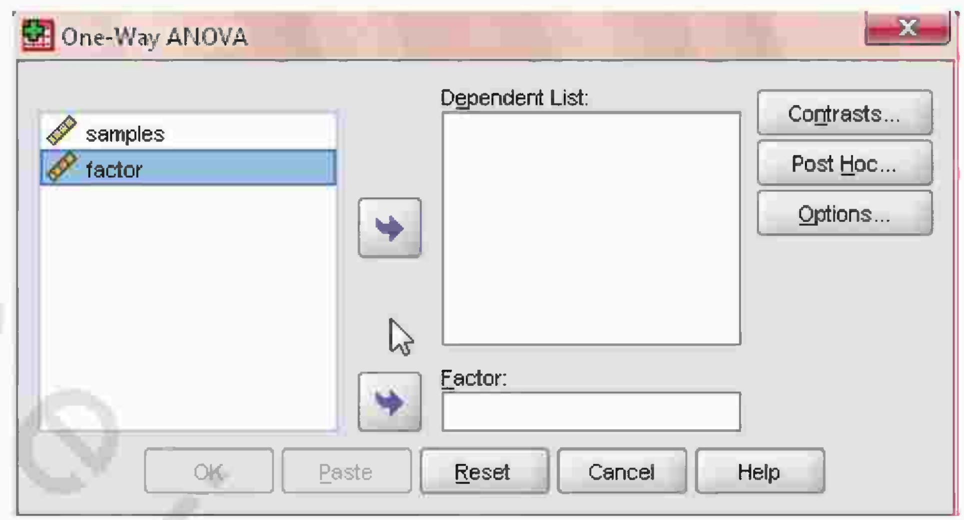
في البداية يتم إدخال البيانات كلها في البرنامج في عمود واحد مع إضافة عمود ثان يشير إلى رقم العينة فيكون شاشة data editor وقد سميناه factor نضع فيه قيمة 1 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة العينة الأولى، ونضع القيمة 2 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة العينة الثانية وهكذا، ونضع القيمة 3 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة العينة الثالثة وتكون البيانات كما في الشكل الآتي:

samples	factor
8.00	1
7.50	1
7.00	1
5.50	1
9.00	2
10.00	2
8.00	2
9.00	2
6.00	3
5.00	3
5.50	3
3.50	3

وبعد إدخال البيانات نتبع الخطوات الآتية:

- اختيار Compare means.
- اختيار One – Way ANOVA.

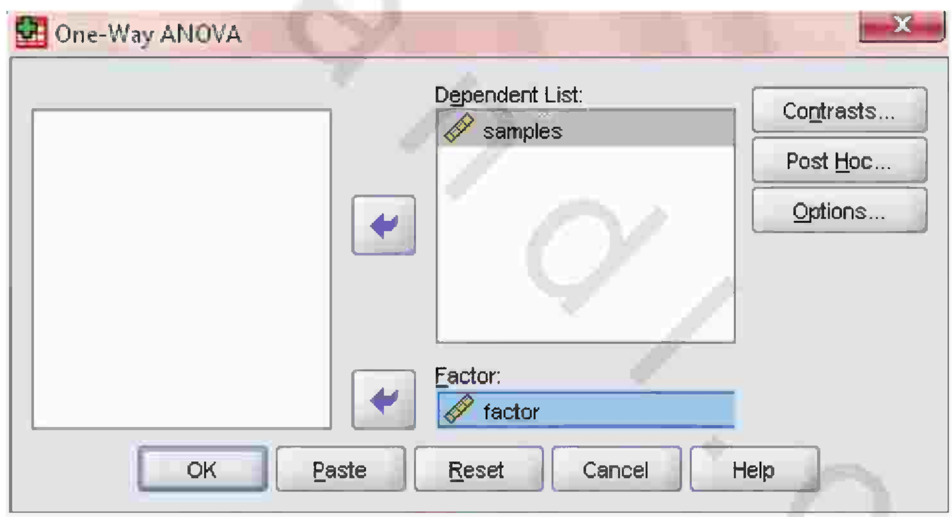
فيظهر الشكل الآتي:



شكل (7-1)

ننقل المتغيرات المراد حساب الفروق فيها إلى Dependent List، ومتغير تصنيف المشاهدات في Factor.

فيظهر الشكل الآتي:



شكل (7-2)

ننقر على OK تظهر النتائج كما في الجدول الآتي:

جدول (7-4)

ANOVA

samples

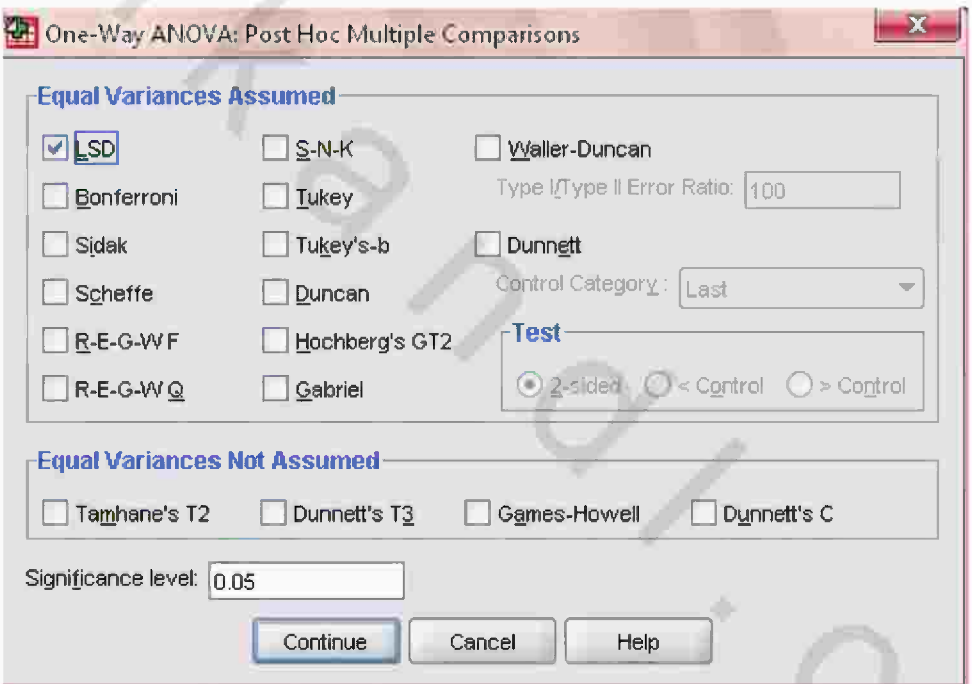
	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	32.000	2	16.000	16.000	.001
Within Groups	9.000	9	1.000		
Total	41.000	11			

القرار الإحصائي:

يتضح من الجدول أن P-value = 0.001 وهي أقل من 0.05 عند F = 16.00 وهذا يدل على وجود فروق بين الطرق الثلاث لتدريس المهارات الحسابية.

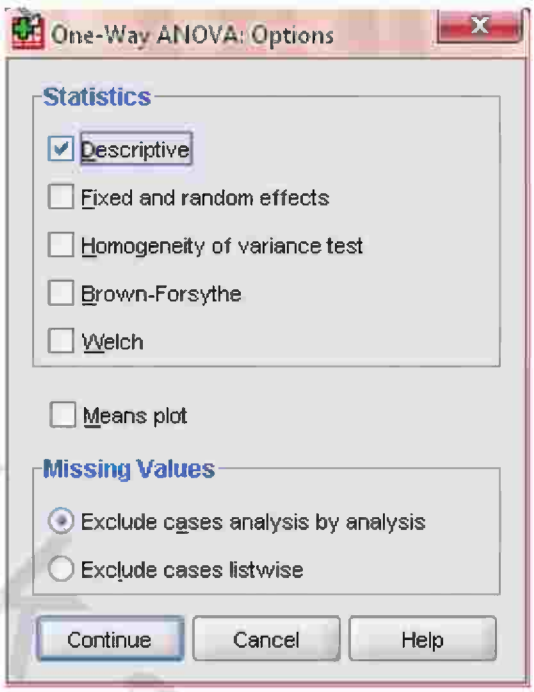
نظراً لوجود فروق معنوية بين متوسطات الطرق فهذا يعني عدم تساوي متوسطي طريقتين على الأقل، ولاختبار معنوية الفروق لكل زوج من المعالجات نلجأ إلى المقارنات المتعددة باستخدام طريقتي L.S.D وباتباع الخطوات الآتية:

باستخدام الخطوات السابقة حتى الشكل رقم (7-2) فنقوم بالنقر على post Hoc المحددة في الشكل (7-2) فيظهر الشكل (7-3):



شكل (7-3)

و نلاحظ وجود طرق عديدة للمقارنات المتعددة عندما يكون التباين لكل عينة متساويًا، حيث قمنا بتأشير LSD، وتوجد طرق للمقارنة عندما يكون التباين غير متساو، وأخيراً تحديد مستوى المعنوية المطلوب 0.05 في Significance Level، عند نقر زر Continue، كما نلاحظ أنه يوجد زر في الشاشة الرئيسة شاشة (7-2) يطلق عليها Options وعند تفعيل هذا الاختيار نتمكن من حساب الإحصائيات الوصفية للقيم الفعلية أو القيم المفقودة كما في الشكل الآتي:



شكل (7-4)

ثم زر Ok نحصل على المخرجات الآتية:

جدول (7-5)

Multiple Comparisons

SAMPLES

LSD

(I) FACTOI	(J) FACTOI	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interv Lower Bound	95% Confidence Interv Upper Bound
1	2	-2.0000*	.707	.020	-3.5996	-.4004
	3	2.0000*	.707	.020	.4004	3.5996
2	1	2.0000*	.707	.020	.4004	3.5996
	3	4.0000*	.707	.000	2.4004	5.5996
3	1	-2.0000*	.707	.020	-3.5996	-.4004
	2	-4.0000*	.707	.000	-5.5996	-2.4004

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

obeikandl.com

Post Hoc Tests

نلاحظ أنه باستعمال طريقة LSD فقد ظهرت فروق معنوية بمستوى معنوية 0.05 بين متوسطات المعالجات (1و2) – (1و3) و (2و3)، حيث كانت قيمة p-value أو sig. أقل من 0.05 مع وجود علامة (*) على فروق المتوسطات ووجود تلك العلامة علامة وجود فروق بين العينات.

مثال (7-2):

لمقارنة أربعة أنواع من الأدوية a، b، c، d لعلاج مرض معين اختيرت أربع عينات عشوائية كل منها مكون من خمسة أشخاص من المصابين بذلك المرض، وأعطيت كل عينة نوعًا من الأدوية، وكان عدد أيام العلاج اللازمة حتى الشفاء للأشخاص في العينات الأربع كما في الجدول الآتي:

جدول (7-6)

العينة الأولى (دواء a):	7	3	4	6	5
العينة الثانية (دواء b):	6	5	9	8	7
العينة الثالثة (دواء c):	3	2	5	6	4
العينة الرابعة (دواء d):	8	6	3	7	6

اختبر فرض عدم وجود فرق معنوي بين متوسطات عدد الأيام اللازمة حتى الشفاء للأدوية الأربعة a، b، c، d وذلك عند مستوى معنوية 0,01.

الحل:

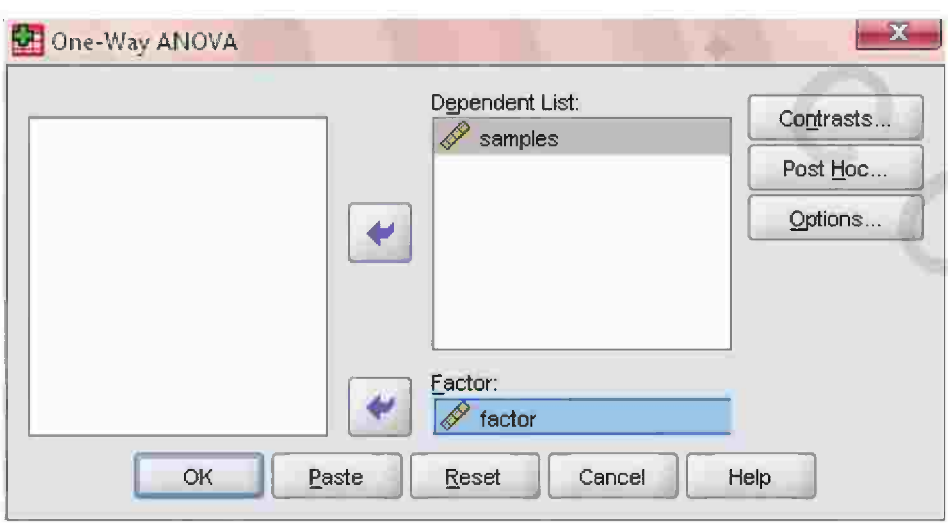
في البداية يتم إدخال البيانات كلها في البرنامج في عمود واحد مع إضافة عمود ثان يشير إلى رقم العينة فيكون شاشة data editor وقد سميناه factor نضع فيه قيمة 1 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة العينة قيمة الدواء الأولى a، ونضع القيمة 2 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة الدواء الثاني b وهكذا، ونضع القيمة 3 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة الدواء الثالث c وهكذا، ونضع القيمة 4 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة الدواء الرابع d وتكون البيانات كما في الشكل الآتي:

samples	factor
7.00	1
3.00	1
4.00	1
6.00	1
5.00	1
6.00	2
5.00	2
9.00	2
8.00	2
7.00	2
3.00	3
2.00	3
5.00	3
6.00	3
4.00	3
8.00	4
6.00	4
3.00	4
7.00	4
6.00	4

وبعد إدخال البيانات نتبع الخطوات الآتية:

- اختيار Compare means.
- اختيار One-Way ANOVA.
- ننقل المتغيرات المراد حساب الفروق فيها إلى Dependent List، ومتغير تصنيف المشاهدات في Factor.

فيظهر الشكل الآتي:



شكل (7-5)

obeikandl.com

نقر على Ok تظهر النتائج كما في الجدول الآتي:

جدول (7-7)

ANOVA
Sample

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	25.000	3	8.333	3.030	.060
Within Groups	44.000	16	2.750		
Total	69.000	19			

القرار الإحصائي:

يتضح من الجدول أن p-value = 0.06 وهي أكبر من 0.01 عند F = 3.03، وهذا يدل على عدم وجود فروق بين الأنواع الأربعة من الأدوية، ويؤكد ذلك جدول تحليل الفروق الآتية:

Post Hoc Tests

جدول (8-7)

Multiple Comparisons
Sample
LSD

(I) Factor	(J) Factor	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	2.00	-2.00000-	1.04881	.075	-4.2234-	.2234
	3.00	1.00000	1.04881	.355	-1.2234-	3.2234
	4.00	-1.00000-	1.04881	.355	-3.2234-	1.2234
2.00	1.00	2.00000	1.04881	.075	-.2234-	4.2234
	3.00	3.00000*	1.04881	.011	.7766	5.2234
	4.00	1.00000	1.04881	.355	-1.2234-	3.2234
3.00	1.00	-1.00000-	1.04881	.355	-3.2234-	1.2234
	2.00	-3.00000-*	1.04881	.011	-5.2234-	-.7766-
	4.00	-2.00000-	1.04881	.075	-4.2234-	.2234
4.00	1.00	1.00000	1.04881	.355	-1.2234-	3.2234
	2.00	-1.00000-	1.04881	.355	-3.2234-	1.2234
	3.00	2.00000	1.04881	.075	-.2234-	4.2234

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

نلاحظ أنه باستعمال طريقة LSD فقد لم تظهر فروق معنوية بمستوى معنوية (دلالة) 0.01 بين متوسطات المعالجات كافة، حيث كانت قيمة P-Value أو Sig. أكبر من 0.05 مع عدم وجود علامة (*) عند فروق المتوسطات.

(3-7) تحليل التباين في اتجاهين (Two Way ANOVA):

إن تحليـل التبايـن في اتجاه واحد يستخدم لدراسة أثر عامل واحد فقط على متغير ما، ولكن عندما نريـد دراسة أثـر عاملين أو أكثر في هذه الحالة يمكننا استخدام تحليـل التباين في اتجاهين (أو ما يسمى تحليل التباين الثنائي).

فتحليـل التباين الثنائـي Two Way ANOVA يمكـن استخدامه لدراسة أثر متغيريـن عاملين نسمي أحدهما الصفوف (المعالجات)، والآخر الأعمدة (القطاعات)، ويمكن وصف البيانات تحت هذه التجارب كالآتي:

جدول (7-9)

الصفوف (Rows)		الأعمدة (Columns) القطـاعـات					
		c		…	j	1	2
معالجات	1	X_{11}	X_{12}	…	X_{1j}	…	X_{1c}
	2	X_{21}	X_{22}	…	X_{2j}	…	X_{2c}
	.	.	.	…	.	…	.
	.						
	.	.	.	…	.	…	.
	i	X_{i1}	X_{i2}	…	X_{ij}	…	X_{ic}
	.	.	.	…	.	…	.
	.						
	.						
	.	.	.	…	.	…	.
	.	.	.	…	.	…	.
	r	.	.	…	.	…	.
		X_{r1}	X_{r2}	…	X_{rj}	….	X_{rc}

يمكن صياغة الفروض الإحصائية في هذه الحالة كالآتي:

(أ) للمعالجات:

$$H_0^{(1)}: \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_r$$

odeikamal.com

ضد الفرض البديل

يوجد متوسطان على الأقل غير متساويين: $H_A^{(1)}$

(ب) **للقطاعات:**

$$H_0^{(2)}: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_c$$

ضد الفرض البديل

يوجد متوسطان على الأقل غير متساويين: $H_A^{(2)}$

مثال (7-3)

إذا كانت لدينا أربعة أنواع من الأسمدة A،B،C،D استخدمت كمعالجات لأربعة قطاعات مختلفة، حيث كانت النتائج كما في الجدول الآتي:

القطاعات/ المعالجات	القطاع الأول	القطاع الثاني	القطاع الثالث	القطاع الرابع	المجموع
A	9.3	9.4	9.6	10	38.3
B	9.4	9.3	9.8	9.9	38.4
C	9.2	9.4	9.5	9.7	37.8
D	9.7	9.6	10	10.2	39.5
المجموع	**37.6**	**37.7**	**38.9**	**39.8**	**154**

استخدم تحليل التباين في اتجاهين لمعرفة ما إذا كان لها تأثير مختلف في زيادة إنتاج القمح أم لا؟

الحــل:

أولا: الفروض الإحصائية بالنسبة للمعالجات:

H_0: لا توجد فروق بين متوسطات المعالجات (الصفوف).

H_1: توجد فروق بين متوسطات المعالجات على الأقل لاثنين منهم.

ثانيا: الفروض الإحصائية بالنسبة للقطاعات:

H_0: لا توجد فروق بين متوسطات القطاعات (الأعمدة).

H_1: توجد فروق بين متوسطات القطاعات على الأقل لاثنين منهم.

obeikandl.com

ندخل البيانات كما في الشكل الآتي:

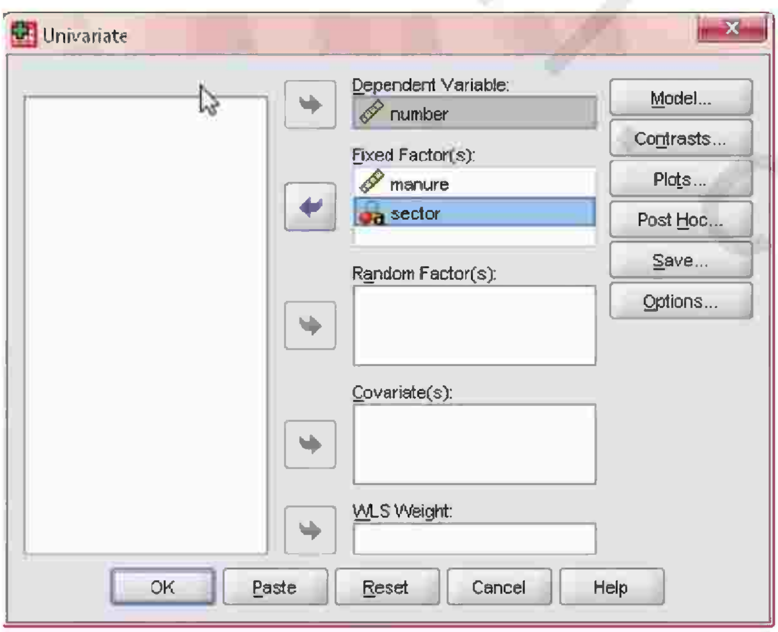
manure	sector	number
1.00	A	9.30
1.00	B	9.40
1.00	C	9.20
1.00	D	9.70
2.00	A	9.40
2.00	B	9.30
2.00	C	9.40
2.00	D	9.60
3.00	A	9.60
3.00	B	9.80
3.00	C	9.50
3.00	D	10.00
4.00	A	10.00
4.00	B	9.90
4.00	C	9.70
4.00	D	10.20

شكل (7-7)

ثم نتبع:

Univariate → General linear Model → Analyze

ليظهر الشكل الآتي:

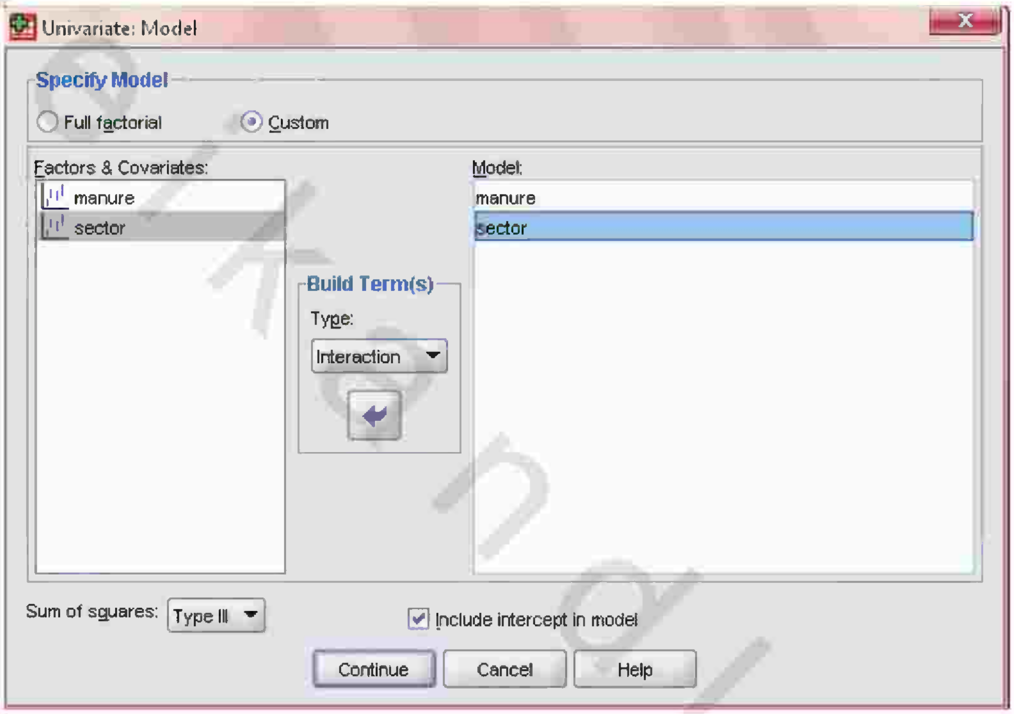


شكل (7-8)

obeikandi.com

⊙ أدخلنا العاملين في Fixed Factors على اعتبار أن جميع معالجات العامل قد ضمنت في التجربة، أما في حالة أخذ عينة من معالجات العامل فإننا سنستعمل خانة Random Factor.

⊙ انقر زر Model فيظهر صندوق حوار Model، اختر Custom بدلا Full Factorial، وذلك لأننا لا نرغب في ظهور التفاعل Interaction في جدول تحليل التباين (Manure*Sector) لعدم وجود درجات حرية كافية للخطأ التجريبي، حيث يظهر صندوق حوار Model بعد ترتيبه كما في الشكل (7-9):



شكل (7-9)

حيث إن تأشير Include Intercept In Model يعمل على تضمين الحد الثابت في النموذج الخطي العام بوصفه نموذج انحدار.

أما خانة Build Terms فتستعمل لتعيين نوع التأثيرات Effects التي يراد إظهارها في جدول تحليل التباين، حيث قمنا بنقل المتغيرين manure و sector من خانة Factors & Covariates إلى خانة Model، لتظهر كتأثيرات رئيسة Main Effect (بعد التأكد من أن خانة Build Effects تتضمن الخيار Main effect ثم انقر على Continue ثم Ok في صندوق حوار Univariate.

ثم تحصل على المخرجات الآتية كما في الشكل الآتي:

obeikandl.com

جدول (7-10)

Between-Subjects Factors

		N
manure	1	4
	2	4
	3	4
	4	4
sector	A	4
	B	4
	C	4
	D	4

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:number

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	.385[a]	3	.128	1.702	.220
Intercept	1482.250	1	1482.250	19654.144	.000
manure	.000	0	.	.	.
sector	.000	0	.	.	.
Error	.905	12	.075		
Total	1483.540	16			
Corrected Total	1.290	15			

a. R Squared = .298 (Adjusted R Squared = .123)

الجـدول الأول يعطي بيانًا بعدد الحالات والمفقود، الجدول الثاني يبين مجموع المربعات بين المعالجات = 0.385 ومجموع المربعات بين القطاعات = 0.825 مجموع مربعات الخطأ = 0.08 ومجموع المربعات الكلي = 1.29.

القرار الإحصائي للمعالجات:

وأيضا تتضح معنوية الفرق بين الأسمدة وكذلك بين القطاعات بمستوى معنوية 0.05،

حيث إن p-value=0.0 عند صف الأسمدة manure وهي أقل من 0.05 أي نرفض H_o ونقبل H_A، ونقول إنه توجد فروق بين متوسطات المعالجات.

القرار الإحصائي للقطاعات:

وأيضا p-value=0.001 عند صف القطاعات sector وهي أقل من 0.05 نرفض H_o ونقبل H_A، ونقول إنه توجد فروق بين متوسطات القطاعات.

obeikandl.com