# الباب الثانى

# ماذا يحدث عندما نقوم بعمليتى العد والخصم

لا يمكن للفيزياء أن تخبرنا شيئًا ما عن روح «الأنهار» وأن تخبرنا عن مدى سرعة أو اضطراب أو ارتفاع الماء فى النهر فى لحظة ما، فالفيزياء تعتمد على القياس فبإجراء عمليات قياس، يمكن أن نعرف عدد النجوم، التى نراها فى السماء أو عدد الأقلام الموجودة على المكتب مثلاً. سوف نصف الآن ماذا يحدث داخل عقولنا عند إجراء عمليات العد.

## ماذا يحدث عند إجراء عملية العد

إن إجراء عملية العد هو نشاط رياضياتى وذهنى فى الوقت نفسه، ويظهر هذا من المعانى المزدوجة للتعبيرات: التقدير، إعادة العد، المحاسبة والحصر. كل هذه التعبيرات ترتبط بعمليات ذهنية تشترك فيها الذاكرة. كذلك ترتبط كلمة فك الشفرة بمحاولة فهم شىء ما.

عندما يقوم الطفل أو البالغ باستخدام الأصابع فى العد، فإن ذلك يعنى أنه يربط أحد الأصابع بفرد من المجموعة التى يعدها، سواء كان ذلك أفراد الأسرة أو قطيعًا من الغنم. ورغم بساطة هذه العملية إلا أنها تعنى أنه تجرى فى الذهن عملية توافق بين الإصبع والشىء الذى نقوم بعدِّه.

إن الرياضيات وهى منظومة تجريدية، تمكننا من القيام بعمليات الجمع والطرح وإجراء حسابات خاصة ليس فقط بالأشياء التى نراها، ولكن أيضًا الأشياء التى لا نراها مثل ما يحدث فى النجوم البعيدة أو الجسيمات الذرية أو بناء الآلات الحاسبة التى تجرى هذه العمليات بدلاً منا وبسرعات هائلة.

إن كل هذه العمليات الحسابية هى نوع من الوعى، وتدخل فى نطاق دراسات علم النفس، وبالتالى يمكن أن نحكم على بعض الحسابات نظرًا لطبيعتها الداخلية بأنها غير مكتملة.

## مشكلتى الأولى مع الرياضيات المجردة

لقد ضقت أنا وزميل لى فى السنة السابعة بالمدرسة؛ لأن الواجب الذى كانت تلزمنا به مدرسة الرياضيات كان مرهقا جدًّا فأردنا لفت نظرها، ولكن بطريقة صبيانية؛ حيث صنعنا قنبلة دخان كريه الرائحة وفجرناها بالفصل، وانتهت القصة

بمحاضرة عن الأخلاق من والدتى، عندما شرحت لها وجهة نظرنا، وفعلاً تغيرت مدرسة الرياضيات، وأصبح درس الرياضيات شيقا، ووجدنا متعة فى تلك الرياضيات الجافة تمامًا.

## لابد وأن تكون الرياضيات مشوقة

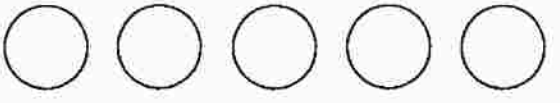
الدرس الذى تركته هذه القصة هو أن الرياضيات، ورغم أنها موضوع جاف، إلا أنه لابد أن نستوعبه لكى «نصنع فيزياء» أفضل، ونتعامل مع الحسابات فى البنوك وغيرها من الأنشطة الإنسانية. إن الرياضيات ليست فقط أداة عد وحساب، وإنما هى أكبر بكثير من هذا. إن الرياضيات هى أيضًا نوع من التفكير.

ثمة سبب آخر لكون الرياضيات تبدو جافة أن مسميات حساب المثلثات والتحليل الرياضى، المصفوفات والهندسة اللاإقليدية تبدو غريبة ومبهمة. كذلك يحب بعض علماء الرياضيات أن تبقى هكذا. إن التحديد فى الرياضيات يولد الإحساس بالدونية عند العامة، وحتى عند بعض العلماء.

ثمة سبب آخر هو اختلاف معانى بعض الكلمات فى الرياضيات مثل «انغلاق (closure)»، مجال، وفى الفيزياء مثل «التجاذب»، الشحنة والطاقة تختلف عن معانيها المستخدمة فى الحياة اليومية.

## اعتماد العد على الثقافة

إذا أخذنا كما هو مبين فى شكل (٢-١) خمس كرات متساوية الحجم، وكانتا كرتان ذات لون أحمر وثلاث ذات لون أزرق ووضعنا الكرات الخمس على الأرض، ثم سألنا شخصًا بالغًا عن عدد الكرات سوف يرد وبسرعة «خمس». يختلف الأمر عندما نسأل طفلًا دون الثامنة من عمره. سوف يرد الطفل على السؤال نفسه. بأنه



شكل (٢-١): خمس كرات على الأرض.

توجد كرتان فاتحتان وثلاث كرات غامقة اللون. وهذا يعنى أن طريقة العد تعتمد على رؤية الشخص ومدى تأثره بثقافة أعلى.

من هذا نستنتج أن ما تعده يعتمد على من تكون أنت.

## الإدراك والتهميش

عند القيام بعملية عد، تتدخل عوامل كثيرة، كما سوف نوضح فيما يلى: لنفرض أنك راعى غنم وتود معرفة عدد الغنم فى القطيع فيمكن أن تقف عند بوابة خروج الأغنام. لنفترض أن هذا القطيع مكون من خمسة أغنام، منها اثنتان بنية اللون وثلاث سوداء.

ربما لا تهم هذه التفاصيل، إلا إذا كان السعر يختلف باختلاف اللون. ثمة مثل آخر: عندما سألت امرأة هندية عن عدد أطفالها كانت إجابتها أن عندها ابنين ولم تذكر الإناث.

لذا.. فإن عملية العد وطريقة العد تعتمد على الإدراك بأهمية (أو لا أهمية) معامل ما يختلف من عنصر لآخر فى المجموعة التى تجرى حصرها.

## التجميع والمواءمة

عودة إلى قطيع الأغنام، عندما نود أن نعد كم من الغنم قد خرجت إلى المرعى، يمكن أن نأخذ خمسة أحجار، وكلما خرجت واحدة نضع جانبًا أحد الأحجار. ربما يقوم الطفل بأخذ خمسة أحجار مختلفة لكى يميز بين لون الأغنام التى خرجت. وهنا نتساءل ماذا حدث فى الذهن - إنها عدة عمليات ذهنية متتالية كالتالى:

- **الانفصالية Separability**: أولا اعتبرنا الأغنام مجموعة (تجمُّع) يمكن إجراء عملية عدِّه. إن كلمة تجميع (Aggregate) أصلها يونانى بمعنى تجميع فى قطيع؛ أى أن «التجمع» هو مجموعة من أشياء متشابهة، ولكنها منفصلة كل على حدة، وبالتالى يمكن عدها. إن الأحجار هى تجمع نمطى (typical) - كل حجر منفصل عن الآخر، وله وحدته القائمة بذاتها.

- **السيكولوجية Psychology**: بعد ذلك ندرك أن هذه المجموعة هى التى نريد أن نعدها، وعندئذ نعى أن للسن والثقافة والسيكولوجية الشخصية تأثيرًا على اختياراتنا.

- **التوحيد القياسى Standardization**: عند عدِّ الغنم، افترضنا أن كل حجر يناظر إحدى الأغنام. إذن المجموعة القياسية تعتمد على من نحن، ومن هم هؤلاء الذين نود إخبارهم عن عدد الغنم. يمكننا استخدام العِصىّ، الأصابع أو أى أشياء أخرى بدلاً من الأحجار. إن اختياراتنا النهائية تدل بشكل ما عن الطبيعة الجمعية لمجتمعنا.

- **المواءمة Matching**: هى استخدام أى مجموعة من الأشياء؛ لكى تعبر عن مجموعة أخرى مثل استخدام الأصابع للتعبير عن عدد الأغنام.

حيث إن عملية العد هذه كما رأينا عملية مركبة، تُبنى على عدة فرضيات: أن المجموعة المختارة تتكون من عناصر منفصلة، ولكنها تكون مجموعة قابلة للعد، كذلك افترضنا أن مجموعة قياسية أخرى يمكن أن تعبر عن هذه المجموعة... وهكذا ولابد أن نكون مقتنعين بأن كل عملية العد هذه تقريبية؛ حيث إن كل العمليات المتتالية السابقة تجرى تقريبًا فى كل مرحلة.

## تطور نظم العد:

ما عملية التوحيد القياسى؟ لابد وأن الصيادين الأوائل، مثل الرعاة الآن، كانوا يقومون بعمليات عد. لم يكن من وجهة النظر العملية استخدام الأحجار فى كل عمليات العد مناسبا؛ لذا استخدم البشر طرقًا أخرى، مثل: عمل خدوش على عصاة، أو استخدام الأصابع... إلى اختراع آلة العد الصينية (Abacus).

إن استخدام أصابع اليد، بالإضافة إلى أصابع القدم، بل واللجوء إلى استخدام عقلات الإصبع سوف يكون محدودًا بأعداد صغيرة. إن كلمة عدد (digit) أصلها لاتينى، وتعنى إصبع. من الواضح فى النهاية أن نظم العد مرتبطة بأعضاء الجسم البشرى.

## عمليات الجمع والطرح

عندما نقوم بعمليات الجمع، فإننا نقوم تلقائيًا بعمليات خصم (طرح) كما يلى:

- **التنوع فى المجموعة**: عندما نقوم بعد الأغنام، فإننا نغض البصر عن اختلاف لونها، وبالتالى نهمل إمكانية وجود تجميعات أخرى داخل المجموعة نفسها.

- **التنوع الفردى**: عندما نختار إحدى الأغنام، ونضمنها فى إحدى المجموعات، فإننا نهمل الفروق بين الأغنام كل على حدة داخل نفس المجموعة نفسها. مثلاً عندما نطلق على مواطنى الولايات المتحدة «الأمريكيون»، فإننا بذلك نهمل التجمعات الأخرى مثل مواطنى كل من المكسيك، البرازيل، شيلى، كندا وغيرها. فى الوقت نفسه، نهمل الفروق فى ثقافات الأقليات داخل الولايات المتحدة نفسها، وكذلك الفروق بين الأشخاص داخل كل أقلية على حدة

## العملية الحسية (Process Experience)

عندما نستخدم الأحجار كوسيلة للعد، فإننا ننسى الأغنام، وإحساسنا بالفروق بين كل من الأغنام واحدة وأخرى. إن رقم «٥» لا يعكس أيًا من هذه الفروق.

## الهوية غير البشرية (Non- Anthropoid Identity)

عندما نقول خمس أغنام، ونعبر عن ذلك بأصابع اليد الخمس، فإننا نربط بين الأغنام وأجزاء من الجسم البشرى.. إننا نفعل ذلك دائمًا، وبالتالى عملية العد تعنى أننا اتخذنا من الجسم البشرى وحدة قياسية لكل عمليات العد. إن نظام العد العشرى لدلالة قوية على ذلك؛ حيث إنها أكثر نظم العد انتشارًا واستخدامًا بين البشر.

ربما أننا نعتبر عملية العد عملية موضوعية قائمة بذاتها، ولكن ليس الأمر كذلك؛ حيث إن عملية العد تحوى تلقائيًا أننا نغض النظر عن أمور كثيرة عن طبيعة العناصر التى نقوم بعدِّها، بل ونقوم بإهمال السيكولوجية الذاتية نفسها.

إن السياسيين ورجال الإعلانات يركزون على بعض الأجزاء من المعلومات، ويغضون البصر عن أجزاء أخرى. من كل ذلك، نخلص إلى أن الأرقام ليست كميات فقط، وإنما هى كميات تعبر عن الجانب النفسى والشخصى للإنسان الذى يقوم بعملية العد.

فى إحدى المرات احتجَّت إحدى الطالبات فى درس الرياضيات على ما أقول، وتساءلت: إننا نتحدث عما فقدنا، ولكن لابد وأن نذكر ماذا كسبنا أيضًا. كان ردى أن كل ما كسبناه هو أننا اكتسبنا مهارة استخدام طريقة رمزية مثل «الاختزال» (shorthand)؛ بحيث يمكن أن ننقل هذه المعلومات لآخرين وبطريقة سهلة وواضحة ومريحة.

قامت طالبة أخرى وصاحت بأنها تعمل فى مزرعة أغنام، حيث وضع لكل واحدة من الأغنام بطاقة مثبتة على رقبتها، ثم أضافت أنها فعلاً، من كثرة التعامل مع هذه البطاقات، فقدت كل صلة مع الأغنام نفسها. لقد سعدت بهذه الإجابة؛ لأنها تعكس واقعًا لم أستطع أن أعبر عنه بأفضل من ذلك.

إن هذا الخاطر الذى أتانا من دراسة الرياضيات هو فكر أساسى فى الديانة الروحية الصينية المسماة «تاوتى تشينج» (Tao Te ching). إن الدرس الأول تمامًا فى هذه الديانة ينص على «إن التاو الذى يمكن نطقه ليس تاوا أبديًا». عندما نصف ما نرى وما نحس، فإننا نفقد الصلة مع هذه الأحاسيس.

عودة إلى قصة الكاهنين، عندما سأل أحدهما عن عمق الماء فى النهر، قام الآخر بقذفه فى الماء.

## من «التاو» (Tao) إلى المدركات الإجماعية

إن حاجتنا للتواصل مع آخرين ونقل أحاسيسنا لهم حاجة أساسية، وفى سبيل ذلك نتغاضى عن إحساسنا الشخصى.. عندما نقول لجارنا «عندى خمسة أغنام» أسهل من الحديث عن كل من الأغنام على حدة.

إن استخدامنا للأرقام فى نظام عد معين تم بالتوافق بين الثقافات المختلفة، ويعنى هذا أن اتفاقًا قد تم، سواء كان عن وعى أو عن طريق العقل الباطن.
إننا تعودنا القبول بالأرقام، ولا نسأل سواء بشكل واع أو غير واعٍ؛ لأننا ببساطة نسينا كل هذه القصة.

إن عدم التحديد (uncertainty) مضمن فى المدركات الإجماعية بشكل طبيعى؛ لأن الخريطة شىء والإحساس بالطريق شىء آخر.

إن المدركات الإجماعية تحدها عوامل مثل «غير المنطوق»، «غير المعلوم» من تجاربنا وأحاسيسنا اليومية، وأصبحت عقولنا مبرمجة، على اعتبار أن هذه المدركات الإجماعية شىء «مطلق». إن الرؤية الكاملة للواقع لابد أن تحوى ما تم قبوله والاتفاق عليه بجانب ما تم إسقاطه.

## الأعراض

لنعط مثالاً آخر يؤكد هذا العرض: فعندما تذهب إلى الطبيب وأنت تشكو من ألم بالمعدة فإنك تستخدم بعض الكلمات لتصف الحالة، والتى ربما يفهمها الطبيب وذلك مثل المعدة والأمعاء، حامض.. وهكذا. كذلك يمكن أن تذكر أن درجة حرارتك ١٠٣° فهرنهيت (٤ , ٣٩ مئوية). لكنك مثلاً لا تذكر مدى الألم الذى تشعر به وكذلك لا تذكر أن الألم يزداد عندما تحدث مشادة مع شخص ما.

إن المدركات الإجماعية فى هذه الحالة هى قراءة الترمومتر، وأن بالمعدة حموضة عالية، ولكن هنا أيضًا مدركات غير إجماعية مثل الإحساس بالألم وحدة الشعور به.
هذا هو بيت القصيد: إن إهمال هذه المدركات غير الإجماعية هى السبب فى أن الكثير من الأعراض لا تشفى، ولذا نقول إن الطب، هو مثل الفيزياء، يهتم فقط بالمدركات الإجماعية.

إن الطبيب يركز فقط على ارتفاع درجة الحرارة؛ مما يؤكد أنك مريض. هذا كل ما تريد أن تعرفه، وربما كان من الضرورى أن تستشير طبيبًا آخر، يهتم أيضًا بمدى حدة الألم، وربما نصح بشرب اللبن أو تناول مادة قلوية لخفض الحموضة.

إن هذه العمليات يمكن أن تكون مسألة حياة أو موت. إن «التاو» هنا ليس هو «التاو» الأبدى.

إن هذا الباب يوضح أهمية الوعى لكل الفعاليات اليومية من عد وخصم. إن الوعى بأهمية هذه الأمور يمكن أن يكون مسألة حياة أو موت.