الفصل العاشر

خرائط أخرى للمراقبة الاحصائية

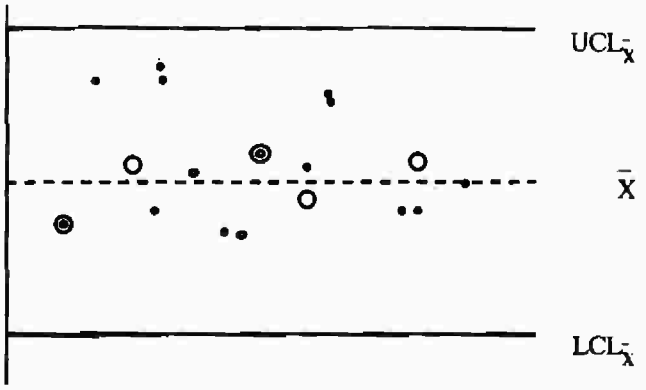
سبق مناقشة خريطتى مراقبة الوسط الحسابى $\bar{X}$ والمدى R فى الأجزاء السابقه بهذا الكتاب. وتعتبر هاتين الخريطتين أهم خرائط المراقبة المستخدمة. إلا أن هناك أنواع أخرى من خرائط المراقبة تستخدم كثيراً فى التطبيقات الصناعية. وسوف نعرض هذه الخرائط بإختصار فى هذا الفصل.

خرائط التوضيح للعاملين

يجد العاملون فى الإنتاج صعوبة فى فهم العلاقات بين : المتوسطات، القيم المنفردة للمتغير (القياسات)، حدود الضبط، حدود المراقبة الاحصائية للعملية. ولقد استحدثت الكثير من الخرائط للتغلب على هذه الصعوبات. ومن ذلك :

1. **توقيع القياسات المنفردة على الخريطة :** يصور الشكل 10.1 خريطة مراقبة الوسط الحسابى $\bar{X}$ موقعاً عليها كل من القياسات المنفردة ومتوسطات المجموعة الفرعية. وقد وضعت دائرة مفرغة لتمثل النقط الخاصة بمتوسطات المجموعات الفرعية. وعند تساوى قيمة منفردة مع متوسط مجموعة فرعية فإنه ترسم نقطة حولها دائرة. أما عندما تتساوا قيمتان منفردتان فتوضع نقطتان متلاصقتان. ويضاف بعد ذلك حدى المواصفات الفنية الى الخريطة. وتفيذ هذه الخريطة فى معرفة مدى وقوع المفردات داخل حدى الضبط أو داخل حدى

المواصفات من عدمه ذلك لأن قيم المتوسطات تكون عادة أقل تطرفاً من القيم الأصلية وبالتالى فقد تقع جميع المتوسطات داخل حدود الضبط أو المواصفات بالرغم من وقوع بعض المفردات خارج تلك الحدود. وقد يكون من المهم فنياً فى بعض الحالات أن تكون قيم المفردات نفسها داخل حدود المواصفات وهذا ما يبرر عمل هذه الخريطة.



شكل 10.1

خريطة القيم المنفردة بالإضافة إلى المتوسطات

2. **خريطة مجاميع العينات** : تقضى هذه الطريقة بتوقيع مجاميع العينات $(\sum_{i=1}^{n} X_i)$ بدلاً من متوسطاتها $\bar{X}_i$. وتتحدد الخطوط الأفقية بالخريطة كما يلى :

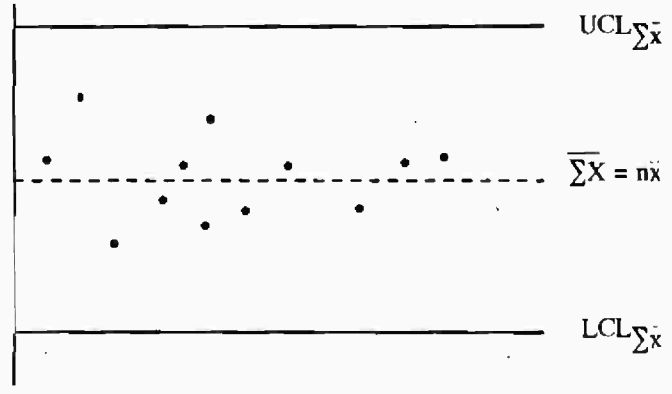
خط المركز $\Sigma\bar{X}_i = n\,\bar{\bar{X}}_i$

الحد الأعلى $UCL_{\Sigma x} = n\,(UCL_{\bar{X}})$

الحد الأدنى $LCL_{\Sigma x} = n\,(LCL_{\bar{x}})$

حيث n هو حجم العينة. ويلاحظ أن حجم العينة ثابت.

ويبين الشكل 10.2 نموذجاً لهذه الخريطة.

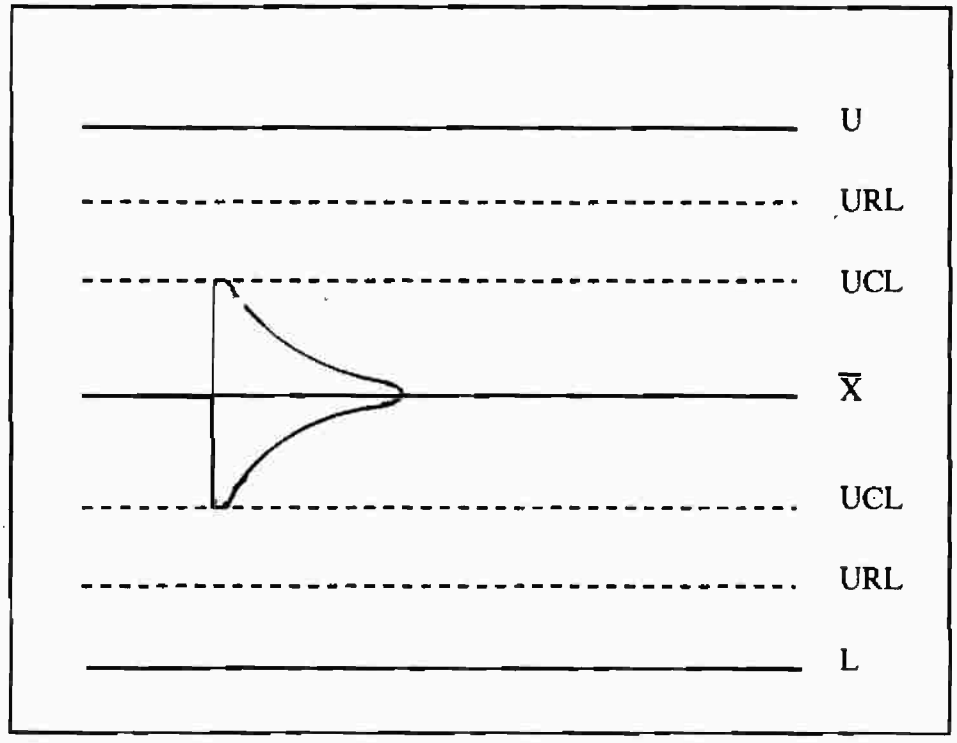


شكل 10.2

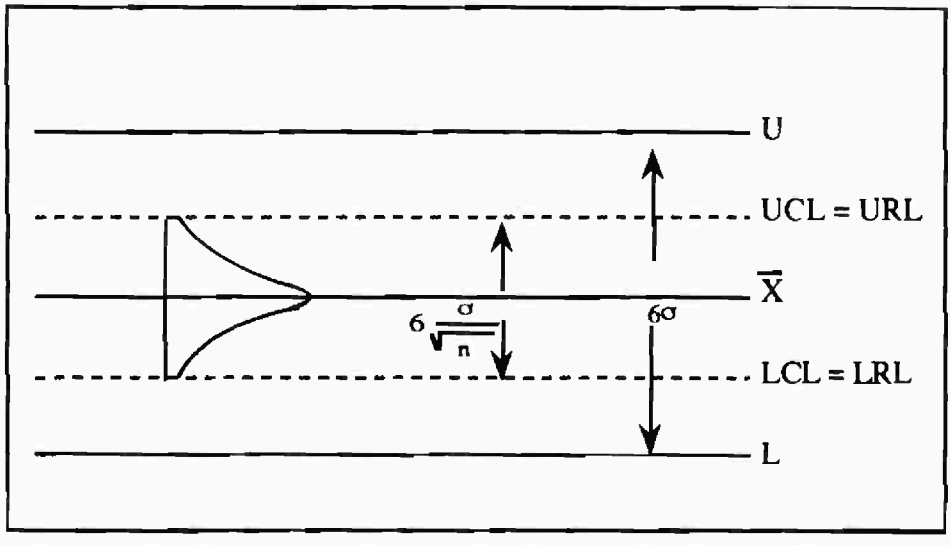
خريطة مجاميع العينات

3. **خريطة حدود رفض المتوسطات** : سبق أن أوضحنا أن حدود المواصفات الفنية ترتبط بالمفردات بينما ترتبط حدود المراقبة الإحصائية بمتوسطات العينات. وتعد خريطة حدود رفض المتوسطات لتؤدى نفس الدور الذى تؤديه حدود المواصفات ولكن بالنسبة للمتوسطات وليس المفردات. ويبين الشكل 10.3 العلاقة بين كل من : حدود الرفض، حدود المراقبة الإحصائية، حدود المواصفات الفنية وذلك فى الأوضاع الثلاثة التى سبق مناقشتها عند مقارنة كل من حدى المراقبة الإحصائية وحدى المواصفات الفنية.

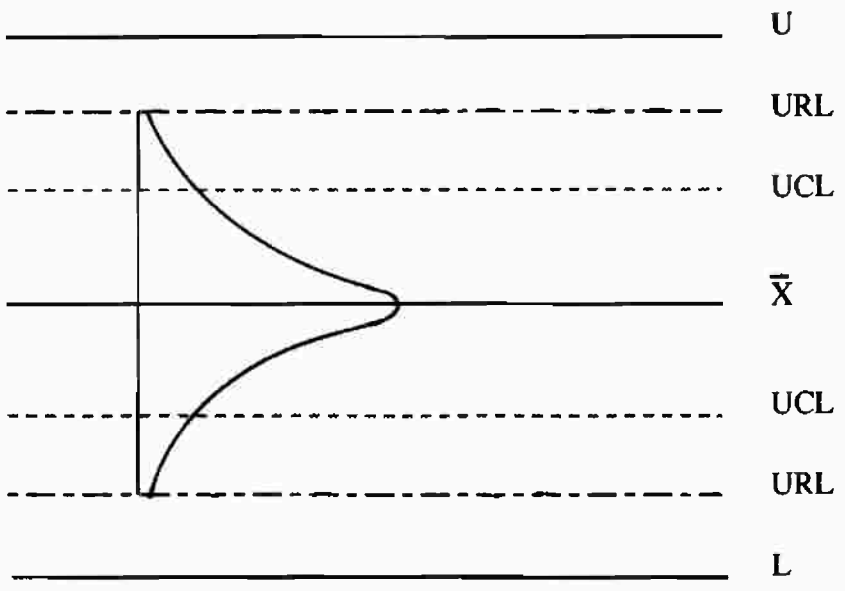
الحالة الأولى : $(U - L) > 6\sigma$



الحالة الثانية : $(U - L) = 6\sigma$



الحالة الثالثة : $(U - L) < 6\sigma$



شكل 10.3

العلاقة بين: حدى الرفض، حدى المراقبة، حدى المواصفات

حيث

U	الحد الأعلى للمواصفات الفنية
L	الحد الأدنى للمواصفات الفنية
UCL	الحد الأعلى للمراقبة
LCL	الحد الأدنى للمراقبة
URL	الحد الأعلى للرفض
LRL	الحد الأدنى للرفض
n	حجم العينة

$\therefore \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (الانحراف المعيارى للمتوسطات)

وكانت حدود الرفض فى الحالة الأولى أوسع من حدود المراقبة وهذا هو الوضع المفضل لأن الإنحراف خارج حدى المراقبة لا يترتب عليه وجود وحدات معيبه.

وكانت حدود المراقبة في الحالة الثانية مساوية لحدود الرفض ولذلك فإن أى إنحراف في العملية يؤدي إلي وجود وحدات معيبه.

أما الحالة الثالثة فتصور الوضع الذى تكون فيه حدود الرفض أضيق من حدود المراقبة وبالتالى فإن الوحدات المعيبه سوف توجد حتى لو كانت العملية تحت الضبط.

وتحدد المواصفات حدود رفض المتوسطات. ولا توجد علاقة بين حدود الرفض وحدود المراقبة إلا فى الحالة الثانية حيث كانا متساويين. وبذلك فإن حدود الرفض فى هذه الحالة كانت :

$$\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} \pm 3\sigma_{\bar{x}}$$

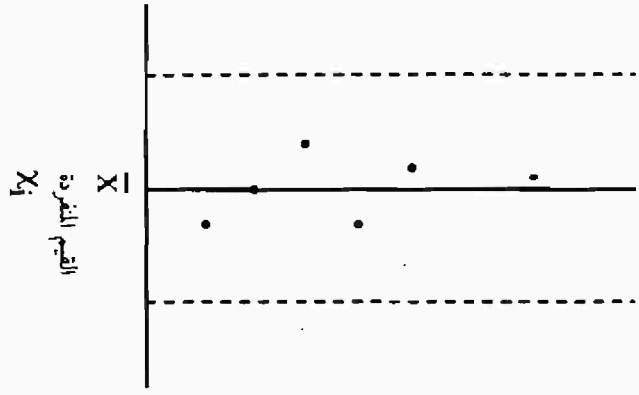
$$= \bar{\bar{X}} \pm 3 * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

وتبين خريطة المراقبة ما إذا كانت العملية تحت الضبط أما خريطة رفض المتوسطات فتبين ما إذا كانت هناك عينات غير مطابقة للمواصفات أم لا.

خرائط القيم المنفردة والمدى المتحرك

يكون من المناسب أحياناً عمل خريطة لمراقبة القياسات المنفردة للوحدات المنتجة وليس لمتوسطات عينات مسحوبة من هذه الوحدات. ونواجه هذا الوضع عندما تكون عملية القياس مكلفة جداً أو تستغرق وقتاً طويلاً لذلك نكتفى بأخذ القياسات من عدد محدود من الوحدات. وتعطى هذه الخريطة معلومات عن الوحدات نفسها وليس عن متوسطاتها كما فى حالة خرائط ضبط المتوسط $\bar{X}$ والمدى R . ويتم توقيع النقاط على خرائط مراقبة القيم المنفردة بمجرد الإنتهاء من أخذ القياسات، ولا يستلزم الأمر الإنتظار لحين الإنتهاء من سحب العينات ثم إيجاد

حدود المراقبة كما فى حالة خرائط المتوسطات $\bar{X}$ والمدى R . ويلاحظ أن خط المركز يتساوى فى كلتا الخريطتين حيث أنه يساوى فى خريطة القيم المنفردة $\bar{X}$ كما هو الحال فى خريطة المتوسطات. ويصور الشكل 10.4 حدود مراقبة القيم المنفردة.



شكل 10.4

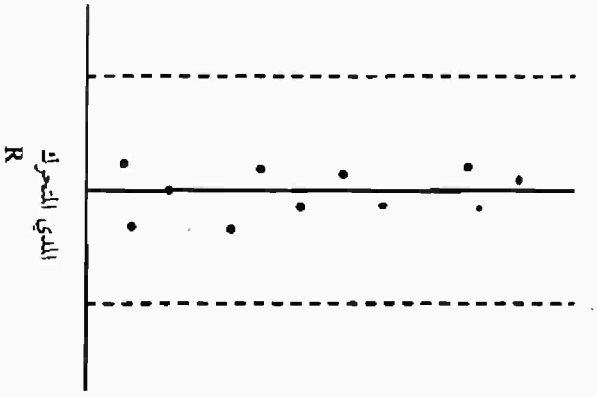
خريطة مراقبة القيم المنفردة X_i

ويحسب حدى مراقبة القيم المنفردة كما يلى :

الحد الأعلى $UCL_{\chi} = \bar{X} + 3\sigma$

الحد الأدنى $LCL_{\chi} = \bar{X} - 3\sigma$

ويبين الشكل 10.5 خريطة مراقبة التشتت باستخدام المدى المتحرك moving - range method . وتحسب قيمة كل نقطة بالفرق بين كل قياسين متتاليين. .



شكل 10.5

خريطة مراقبة المدى المتحرك R

الإحداثى الرأسى للنقطة i هو Xi−Xi + 1 حيث Xi قياس القراءة i ، xi+1 قياس القراءة i+1

وميزة خريطة مراقبة القيم المنفردة أنها مقنعة وسهلة الفهم بالنسبة للعمال وتتلخص عيوبها فى النقاط الثلاثة التالية :

1. تحتاج لأخذ عدد كبير من القياسات لإظهار حالة «عدم ضبط» واحدة.
2. لاتلخص القياسات كما فى حالة خرائط المتوسطات.
3. تدمر حدود المراقبة إذا لم يكن التوزيع طبيعياً.

خرائط المراقبة فى حالة العينات غير متساوية الحجم

إعتمد العرض السابق لخرائط المراقبة على إستخدام عينات ذات أحجام متساوية

n. حيث كانت $\bar{\bar{X}} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. كما أن جميع الثوابت A, A1, A2, C2, B1, B2, B3, B4, d2, d3, D1, D2, D3, D4 هى فى الواقع دوال لحجم العينة n .

ولكن قد يحدث ما يؤدى إلى تغير حجم العينة مثل :

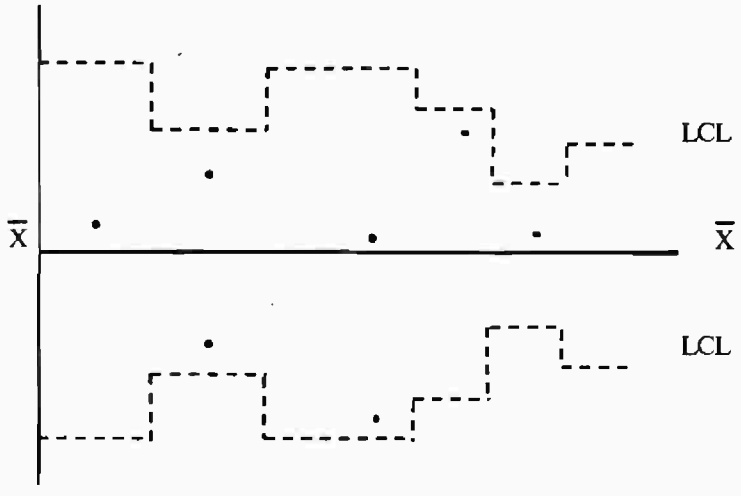
1. فقد بعض الوحدات لسبب أو لآخر.

2. وجود أخطاء فى الفحص أو عدد القياسات.

3. وجود مشاكل خاصة بالإنتاج أو المواد الأولية.

4. وجود مشاكل أو أخطاء فى بعض الإختبارات المعملية.

ويصور الشكل 10.6 خريطة المراقبة فى حالة إستخدام عينات ذات حجوم مختلفة.



شكل 10.6

خريطة المراقبة باستخدام عينات ذات خجوم غير متساوية

ويلاحظ أن حدود المراقبة تضيق بزيادة قيمة n. ويفضل استخدام عينات متساوية الحجم كلما أمكن ذلك حيث أن خريطة المراقبة فى حالة العينات غير متساوية الحجم تحتاج إلى إجراء حسابات أكثر لإيجاد حدود المراقبة لكل حجم n_i كما أن يصعب على العاملين فهمها.

خرائط الإتجاهات

عندما تأخذ النقاط الموقعة إتجاهاً معيناً تصاعدياً أو تنازلياً فإنها تصنف كحالة «خارج الضبط». ومن أمثلة هذا الوضع أن تكون الأداة المستخدمة فى الإنتاج ذات تأثير على القياسات. ويكون تكرار إستخدام الأداة مؤثراً على القياسات المأخوذة من الإنتاج بسبب إستهلاكها. ويتزايد هذا التأثير كلما تكرر إستخدام الأداة وبالتالى إستهلاكها. ويستمر هذا التأثير حتى تخرج العملية من حالة «تحت الضبط» إلى حالة حالة «خارج الضبط» فتقوم الإدارة بإستبدال الأداة المستخدمة بأخرى جديدة فتعود العملية إلى حالة «تحت الضبط» ويتكرر ذلك دورياً مع إستخدام هذا النوع من الأدوات فى الإنتاج. ويصور الشكل 10.7 خريطة مراقبة للمتوسط فى حالة وجود إتجاه تصاعدى فى القياسات حيث يعالج أثر الإتجاه بحيث يكون خط المركز متصاعداً وخطى الحد الأعلى للمراقبة والحد الأدنى للمراقبة متصاعدين كذلك لأنهما موازيان لخط المركز.

حيث: UCL الحد الأعلى للمراقبة

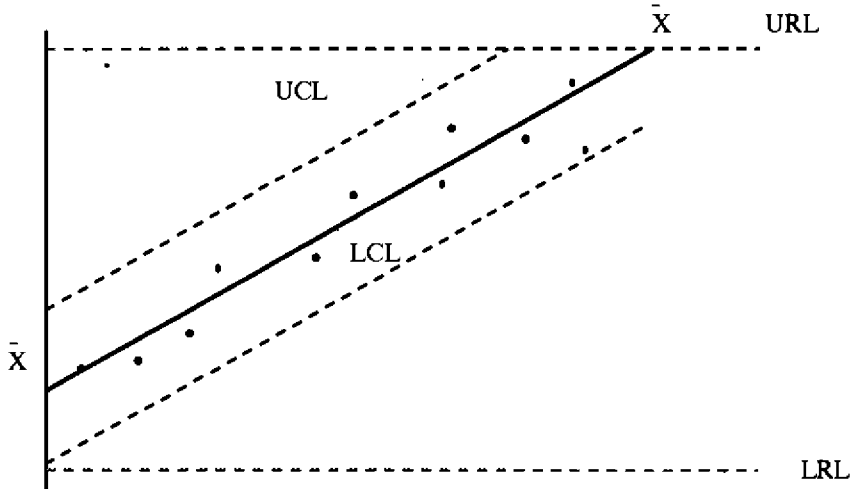
LCL الحد الأدنى للمراقبة

URL الحد الأعلى للرفض

LRL الحد الأدنى للرفض

ومن المهم أولا معرفة شكل خط الإتجاه (خط المركز) وتحديد معادلته. ولعل

طريقة أصغر المربعات Least - squares هى أفضل الطرق المستخدمة فى إيجاد معادلة الخط .



شكل 10.7

خريطة مراقبة المتوسط $\bar{x}$ فى حالة وجود اتجاه تصاعدى فى القياسات

ويتبين من الشكل 10.7 أن الإتجاه العام لخط المركز يأخذ شكل الخط المستقيم ومعادلته :

$$y = a + b\,x$$

خرائط المتوسطات المتحركة

ينتشر إستخدام خرائط المتوسطات المتحركة فى الصناعات الكيماوية حيث تسحب مثلاً عينات لمدة ثلاثة تشغيلات متتالية على الأقل ثم يسجل متوسط

القياسات ويوقع على الخريطة. ويضاف قياس التشغيلة الرابعة ويستبعد قياس التشغيلة الأولى ثم يحسب المتوسط ويوقع على الخريطة. ثم يضاف قياس التشغيلة الخامسة ويستبعد قياس التشغيلة الثانية ثم يحسب المتوسط ويوقع على الخريطة. وهكذا بالنسبة لسائر المتوسطات حيث يضاف في كل مرة قياس التشغيلة الأخيرة ويستبعد قياس أقدم تشغيله ويحسب المتوسط الجديد ويوقع على الخريطة. وبذلك توقع على خريطة المراقبة المتوسطات المتحركة لقياسات التشغيلات المختلفة. ويتبع نفس الأسلوب فى وضع قياسات المدى R على خريطة مراقبة المدى.

ويلاحظ هنا أن القياسات الشاذة (الكبيرة جداً أو الصغيرة جداً) يكون لها تأثير أكبر حيث تدخل فى حساب أكثر من نقطة واحدة (عددها n-1 نقطة حيث n عدد القياسات فى كل عينة).

خرائط مراقبة الوسيط والمدى

تعتبر هذه الخرائط تبسيطاً لكل من خرائط المتوسط $\bar{X}$ والمدى R . وتحتاج لإجراء حسابات أقل حيث يحسب الوسيط median (Md) بدلاً من الوسط. والوسيط هو القيمة التى يكون عدد القيم الأصغر منها مساوياً لعدد القيم الأكبر منها. ويكون خط المركز فى هذه الخرائط هو وسيط الوسائط median of medians (Md_{Md}) وحدود المراقبة هى:

الحد الأعلى $UCL_{Md} = Md_{Md} + A_3 R_{Md}$

الحد الأدنى $LCL_{Md} = Md_{Md} - A_3 R_{Md}$

حيث A_3 ثابت مستخرج من الجدول ويساوى 3σ أما R_{Md} فهو الفرق بين قيمة أكبر وسيط وأصغر وسيط فى العينات.

أما حدى ضبط المدى فيحسبان بالمعادلتين :

الحد الأعلى $UCL_e = D_6 \; R_{Md}$

الحد الأدنى $LCL_e = D_6 \; R_{Md}$

ويستخرج الثابتان D_6 , D_5 من الجداول حيث تتحدد القيمة 3σ على أساس قيمة R_{Md} .

ويلاحظ أن خريطة مراقبة المتوسط تلغى الأثر السئ للقياسات الشاذة فى العينات. ومن مزايا إستخدام هذه الخرائط أنها :

1. تستلزم إجراء حسابات أقل.
2. سهلة الفهم وواضحة للعاملين.

ويبين الجدول التالى بعض قيم الثوابت :

A_3, D_5, D_6, d_3

جدول 10.1 :

بعض قيم الثوابت المستخدمة فى خرائط

مراقبة الوسيط والمدى على أساس 3 σ

حجم العينة	A_3	D_5	D_6	d_3
2	2. 224	0	3. 865	0. 954
3	1. 256	0	2. 745	1. 588
4	0. 829	0	2. 375	1. 978
5	0. 712	0	2. 179	2. 257
6	0. 562	0	2. 055	2. 472
7	0. 520	0. 078	1. 967	2. 645
8	0. 441	0. 139	1. 901	2. 791
9	0. 419	0. 187	1. 850	2. 916
10	0. 369	0. 227	1. 809	3. 0.24