الفصل

1

التقارير والعمليات المنطقية

Statements and Logic Operations

١- التقارير (العبارات) Statements

نعلم أن الجمل فى اللغة العربية تختلف فى أنواعها فمنها الجمل الفعلية والجمل الاسمية و الجمل التعجبية والجمل الاستفهامية أو الطلبية... الخ. وفى المنطق الرياضى يتم تقسيم الجمل إلى قسمين هما:

- جمل خبرية : وهى الجمل التى تحمل إلينا خبرا ما.
- جمل غير خبرية : وهى الجمل التى لا تحمل إلينا أى خبر.

مثال ١: فى الجدول الآتى نوضح أمثلة مختلفة من الجمل الخبرية والجمل الغير خبرية

الجملة	نوع الجملة
الصيف فصل من فصول السنة .	جملة خبرية
ما هو اسمك ؟	جملة غير خبرية (جملة استفهام)
القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية .	جملة خبرية
التدخين ضار جدا بالصحة العامة .	جملة خبرية
ما اجمل فصل الربيع !	جملة غير خبرية (جملة تعجب)
يا احمد كن حريصا على الاستيقاظ مبكرا .	جملة غير خبرية (جملة نداء)
المنطق علم من علوم الرياضيات .	جملة خبرية
هل المثلث المتساوى الأضلاع متساوى الزوايا ؟	جملة غير خبرية (جملة استفهام)
مجموع زوايا المثلث تساوى 180 درجة .	جملة خبرية
لا تقسم على الصفر .	جملة غير خبرية (جملة طلبية)

تعريف ١ : التقرير Statement

التقرير هو جملة خبريـــة ذات معنى تحمل خبرا ويمكن الحكم بأنها إما صائبة وإما خاطئـــة ولا تكون صائبة وخاطئة فى آن واحد.

أى انه يمكننا القول أن الجملة الخبرية تكون تقرير إذا اقترنت بالناتج صواب أو خطأ.

تعريف ٢ : التقارير الصائبة والتقارير الخاطئة

إذا كان التقرير يحمل خبرا صادقا فإنه يسمى تقريرا صائبا وإذا كان التقرير يحمل خـــبرا كاذبا فإنه يسمى تقريرا خاطئا.

تعريف ٣ : قيم الحقيقة (الصواب) Truth Values

الكلمات "صواب" و "خطأ" تسمى بقيم الحقيقة للتقرير وإذا كـــان التقريـــر صـــائب (True) فإننا نقول أن قيمة الحقيقة للتقرير هى صواب ونرمز لذلك بالرمز T وإذا كان التقرير خاطئ(False) فإننا نقول أن قيمة الحقيقة للتقرير هى خطـــأ ونرمـــز لذلـــك بالرمز F.

مثال ٢ : فى الجدول الآتى نوضح قيم الحقيقة لبعض التقارير

التقرير	قيمة الحقيقة للتقرير	
الصيف فصل من فصول السنة .	صواب	T
القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية .	صواب	T
التدخين ضار جدا بالصحة العامة .	صواب	T
مجموع زوايا المثلث تساوى 150 درجة .	خطـــأ	F
2+5=6	خطـــأ	F
المثلث المتساوى الأضلاع متساوى الزوايا .	صواب	T
العدد 4 اكبر من العدد 5 (4 > 5) .	خطـــأ	F

تعريف ٤ : التقرير البسيط Simple Statement

التقرير الذى يحمل خبرا واحدا يسمى تقريرا بسيطا.

تعريف ٥ : التقرير المركب Compound Statement

التقرير الذى يحمل اكثر من خبرا يسمى تقريرا مركبا.

أى إن التقرير المركب يتكون من تقريرين بسيطين أو اكثر ويربط بين كل منها أداة من أدوات الربط. وسوف نرمز للتقارير البسيطة بالحروف الصغيرة

$$p , q , r , s , t , \ldots$$

والتقرير المركب الذى يتكون من هذه التقارير البسيطة يسمى افتراض Proposition وسوف نستخدم الحروف الكبيرة

$$A , B , C , \ldots$$

للدلالة على التقارير المركبة.

وعند تكوين تقرير مركب فانه لا يهم وجود أى نوع من العلاقة سواء فى المعنى أو المحتوى بين التقارير البسيطة التى تدخل فى تكوين التقرير المركب، فمثلا التقرير

"الشمس ساطعة أو $3 + 5 = 8$ "

يمثل تقرير مركب وهو يتكون من تقريرين بسيطين هما

p : الشمس ساطعة

q : $3 + 5 = 8$

وكما نلاحظ فإنه لا يوجد أى نوع من العلاقة سواء فى المعنى أو المحتوى بين التقريرين .

مثال ٣: فى الجدول الآتى نوضح أمثلة مختلفة من التقارير البسيطة والتقارير المركبة

التقـــــرير	نوع التقرير
الصيف فصل من فصول السنة.	تقرير بسيط
القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية.	تقرير بسيط
السماء تمطر و الشمس مشرقة.	تقرير مركب
السماء تمطر أو الشمس مشرقة.	تقرير مركب
العدد 5 عدد فردى.	تقرير بسيط
مجموع زوايا المثلث تساوى180 درجة.	تقرير بسيط
قل ما تعنيه وأعنى ما تقوله.	تقرير مركب
إذا كان $x = 5$ فإن $x + 3 = 8$	تقرير مركب
إذا كان المثلث متساوى الأضلاع فإنه يكون متساوى الساقين.	تقرير مركب
الشمس مشرقة.	تقرير بسيط
إذا سقطت الأمطار فإن الخير قادم.	تقرير مركب
التدخين ضار جدا بالصحة العامة.	تقرير بسيط
المنطق علم من علوم الرياضيات.	تقرير بسيط
ريمون طالب بكلية الطب أو كلية الصيدلة.	تقرير مركب
احمد يدرس الرياضيات والتاريخ.	تقرير مركب
إذا كان الجو بارد فإن السماء تمطر.	تقرير مركب
العدد 4 اكبر من العدد 5.	تقرير بسيط
الجو بارد وإذا كانت السماء لا تمطر فإن الشمس تكون مشرقة.	تقرير مركب
إذا كان $x > y$ و $y > z$ فإن $x > z$.	تقرير مركب
المثلث متساوى الأضلاع إذا كان متساوى الزوايا.	تقرير مركب

مثال ٤: فى الجدول الآتى نوضح أمثلة مختلفة من التقارير المركبة ونعرض التقـــارير البســيطة المكونة لكل منها:

التقرير المركب	التقارير البسيطة التى تدخل فى تكوين التقرير المركب
الشمس مشرقة و السماء تمطر .	p : الشمس مشرقة q : السماء تمطر
احمد يدرس الرياضيات و التاريخ .	p : احمد يدرس الرياضيات q : احمد يدرس التاريخ
إذا كان الجو بارد فإن السماء تمطر .	p : الجو بارد q : السماء تمطر
الجو بارد وإذا كانت السماء تمطر فإن الشمس تكون مشرقة .	p : الجو بارد q : السماء تمطر r : الشمس مشرقة
إذا كان $x = 5$ فإن $x + 3 = 8$.	p : $x = 5$ q : $x + 3 = 8$
إذا كان $x > y$ و $y > z$ فإن $x > z$.	p : $x > y$ q : $y > z$ r : $x > z$
الشكل الرباعي يكون مربع إذا كانت زواياه قوائم وأضلاعه متساوية .	p : الشكل الرباعى يكون مربع q : الشكل الرباعى زواياه قوائم r : الشكل الرباعى أضلاعه متساوية
المثلث abc متساوى الأضلاع إذا كان متساوى الزوايا .	p : المثلث abc متساوى الأضلاع q : المثلث abc متساوى الزوايا

٢ – أدوات الربط Connectives

أدوات الربط بين التقارير البسيطة تسمى بالعمليات المنطقية وهى

أداة الوصل (العطف " و ")

أداة الفصل (التخير " أو ")

أداة الربط الشرطية " إذا كان ... فإن ... "

أداة الربط الشرطية المزدوجة " ... إذا وفقط إذا كان ... "

وهذه الأدوات كل منها يربط بين تقريرين بسيطين، وكلمة النفى " لا " التى تستخدم لنفى التقرير البسيط ينظر أليها أيضا كأداة ربط بالرغم من أنها لا تربط بين تقريرين بسيطين وإنما تنفى تقرير بسيط، ويمكن نفى التقرير p بعدة صور كالآتى:

لا p

ليس p

ليس صحيحا أن p

من الخطأ القول أن p

فمثلا

التقرير البسيط	صياغات مختلفة لنفى التقرير البسيط وكل منها يعتبر تقرير مركب
السماء تمطر اليوم.	السماء لا تمطر اليوم. ليس صحيحا أن السماء تمطر اليوم. من الخطأ القول أن السماء تمطر اليوم.

لذلك سوف نعامل التقرير البسيط المنفى على انه تقرير مركب ويسمى تقرير منفى وبالتالى يمكن تعريف التقرير المركب على انه يتكون من ربط تقرير بسيط أو اكثر بأداة من أدوات

الربط، ومن الخواص الأساسية للتقرير المركب هى أن قيمة الحقيقة الخاصة به تحدد تبعـــا لمـــا يأتى:

- قيمة الحقيقة لكل تقرير بسيط فى التقرير المركب .
- أداة الربط المستخدمة فى ربط التقارير البسيطة لصنع التقرير المركب .

الوصـــلة

عند ربط تقريرين بسيطين باستخدام أداة الوصل " و "
فإن التقرير المركب الناتج يسمى وصلة **conjunction**.

فمثلا التقرير

"اليوم هو الأحد وغدا يوم الأربعاء"

من نوع الوصلة لان أداة الربط المستخدمة هى أداة الوصل " و " ويجب أن نتذكر دائما أننـــا لا نبحث فى معنى التقرير ولكننا نبحث ونركز اهتمامنا على نوع التقرير، أى على نـــوع أداة الربط المستخدمة فمثلا التقرير

" الحيوانات أعداد و الأسماك تمطر "

ليس له معنى ولكنه من نوع الوصلة لان أداة الربط المستخدمة هى أداة الوصل " و " وهـــذا ما نبحث عنه، وأحيانا فى بعض التقارير يمكن استخدام كلمة "لكن **but** " كأداة وصل بـــدلا من أداة الوصل "و **and** " فمثلا التقرير

"السماء تمطر و الشمس مشرقة"

من نوع الوصلة ويمكن كتابته بالصورة

" السماء تمطر لكن الشمس مشرقة "

الفاصلة

عند ربط تقريرين بسيطين باستخدام أداة الفصل " أو "
فإن التقرير المركب الناتج يسمى فاصلة **disjunction** .

فمثلا التقارير

" السماء تمطر أو الشمس مشرقة "

" إما السماء تمطر أو الشمس مشرقة "

" احمد يدرس الرياضيات أو التاريخ "

" ريمون طالب بكلية الطب أو كلية الصيدلة "

" إما ريمون طالب بكلية الطب أو كلية الصيدلة "

كل من هذه التقارير من نوع الفاصلة لأن أداة الربط المستخدمة هى أداة الفصل "أو ".

الشرطية

التقرير المركب الناتج من ربط تقريرين بسيطين باستخدام أداة الربط "إذا كان ... فإن ... " يسمى شرطية **conditional**.

وجزء التقرير المحصور بين " إذا كان ... فإن " يسمى المقدمة **antecedent** بينما جزء التقرير الذى يتبع " فإن " يسمى النتيجة **consequent**

فمثلا التقرير

" إذا كان الجو بارد فإن السماء تمطر"

من نوع الشرطية وجزء المقدمة هو " الجو بارد " وجزء النتيجة هو "السماء تمطر".

والآن نناقش التقرير الآتى والذى سبق دراسته فى الهندسة

" إذا تساوى ضلعان فى مثلث فإنه تتساوى زاويتان فى المثلث،

وإذا تساوت زاويتان فى مثلث فانه يتساوى ضلعان فى المثلث "

نلاحظ أن هذا التقرير من نوع الوصلة وهو يربط بين تقريرين من نوع الشرطية ويمكن كتابته بالصورة الآتية:

"يتساوى ضلعان فى مثلث إذا وفقط إذا تساوت زاويتان فى المثلث"

وهذا النوع من التقارير والذى نستخدم فيه أداة الربط " ... إذا وفقط إذا ... " يسمى شرطية مزدوجة **biconditional**.

الشرطية المزدوجة

التقرير المركب الناتج من ربط تقريرين بسيطين باستخدام أداة الربط
"... إذا وفقط إذا ... " يسمى شرطية مزدوجة **biconditional**.

والآن وبعد أن تعرفنا على أنواع التقارير وأدوات الربط فإنه لأى تقرير معطى ينبغى علينا أن نكون قادرين على تحديد ما إذا كان التقرير بسيط أو مركب، وفى حالة إذا كان التقرير مركب نتعرف على نوعه فيما إذا كان نفى – وصلة – فاصلة – شرطية – شرطية مزدوجة.

مثال ٥ : فى الجدول الآتى نضع تصنيف للتقارير المعطاة من حيث نوع الربط

(نفى – وصلة – فاصلة – شرطية – شرطية مزدوجة)

التقرير	نوع التقرير من حيث نوع الربط
سوف احصل على تقدير ممتاز فى مادة الرياضيات أو ساكون حزين .	فاصلة
حضر احمد مبكرا لكن حسين حضر متأخرا .	وصلة
الشمس اليوم غير مشرقة .	نفى
الشمس اليوم غير مشرقة لكن الجو معتدل .	وصلة
ليس صحيحا أن الشمس اليوم غير مشرقة و الجو معتدل .	نفى
إذا اجتهد الطالب فإنه ينجح .	شرطية
المثلث abc متساوى الأضلاع إذا وفقط إذا كان متساوى الزوايا .	شرطية مزدوجة

والجدول الآتى يشتمل على أدوات الربط والرموز التى تستخدم لربط التقارير البسيطة لصنع التقارير المركبة

اسم أداة الربط	أداة الربط Connective	رمز أداة الربط Symbol
أداة النفى Negation	ليس not	$\sim$
أداة الوصل (العطف) Conjunction	و and	$\wedge$
أداة الفصل (التخير) Disjunction	أو or	$\vee$
أداة الربط الشرطية Conditional	إذا كان ... فإن ... if ... then ...	... $\rightarrow$ ...
أداة الربط الشرطية المزدوجة Biconditional	... إذا وفقط إذا كان ... ... iff ...	... $\leftrightarrow$ ...

مثال ٦ : نفرض التقارير البسيطة

p : الجو بارد

q : السماء تمطر

r : الشمس مشرقة

صنف التقارير المركبة الآتية من حيث نوع الربط

(نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة)

ثم اعد صياغتها من صورة جمل إنشائية إلى صورة رموز .

١ – الجو ليس بارد .	٨ – إذا كان الجو ليس بارد فإن الشمس تكون مشرقة .
٢ – الجو بارد و السماء تمطر .	٩ – الجو بارد إذا وفقط إذا كان السماء تمطر.
٣ – الجو ليس بارد و السماء لا تمطر .	١٠– إذا كان الجو ليس بارد أو الشمس مشرقة فإن السماء لا تمطر .
٤ – السماء تمطر أو الشمس مشرقة.	١١– الشمس ليست مشرقة إذا وفقط إذا كان الجو بارد والسماء تمطر .
٥ – ليس من الحقيقى أن السماء لا تمطر.	١٢– الشمس ليست مشرقة لكن إذا كان الجو بارد فإن السماء سوف تمطر .
٦ – من الخطاء القول أن الشمس مشرقة والسماء تمطر.	١٣ – من الخطاء القول أن الجو بارد أو الشمس مشرقة.
٧ – إذا كان الجو بارد فإن السماء تمطر.	١٤– الشمس ليست مشرقة ومن الخطاء القول أن الجو ليس بارد أو السماء لا تمطر.

الحل : فى الجدول الآتى نضع تصنيف التقارير من حيث نوع الربط ونعيد صياغتها من صورة جمل إنشائية إلى صورة رموز

التقرير المركب فى صورة جملة إنشائية	نوع الربط	التقرير المركب فى صورة رموز
١ – الجو ليس بارد .	نفى	$\sim p$
٢ – الجو بارد و السماء تمطر .	وصلة	$p \wedge q$
٣ – الجو ليس بارد و السماء لا تمطر .	وصلة	$\sim p \wedge \sim q$
٤ – السماء تمطر أو الشمس مشرقة .	فاصلة	$q \vee r$
٥ – ليس من الحقيقى أن السماء لا تمطر .	نفى	$\sim (\sim q)$

٦ – من الخطاء القول أن الشمس مشرقة والسماء تمطر.	نفى	$\sim (r \wedge q)$
٧ – إذا كان الجو بارد فإن السماء تمطر .	شرطية	$p \rightarrow q$
٨ – إذا كان الجو ليس بارد فإن الشمس تكون مشرقة .	شرطية	$\sim p \rightarrow r$
٩ – الجو بارد إذا وفقط إذا كان السماء تمطر .	شرطية مزدوجة	$p \leftrightarrow q$
١٠ – إذا كان الجو ليس بارد أو الشمس مشرقة فإن السماء لا تمطر .	شرطية	$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$
١١ – الشمس ليست مشرقة إذا وفقط إذا كان الجو بارد والسماء تمطر .	شرطية مزدوجة	$\sim r \leftrightarrow p \wedge q$
١٢ – الشمس ليست مشرقة لكن إذا كان الجو بارد فإن السماء سوف تمطر .	وصلة	$\sim r \wedge (p \rightarrow q)$
١٣ – من الخطاء القول أن الجو بارد أو الشمس مشرقة .	نفى	$\sim (p \vee q)$
١٤– الشمس ليست مشرقة ومن الخطاء القول أن الجو ليس بارد أو السماء لا تمطر .	وصلة	$\sim r \wedge \sim (\sim p \vee \sim q)$

من المثال السابق دعنا نناقش التقارير الآتية :

التقرير المركب فى صورة جملة إنشائية	نوع الربط	التقرير المركب فى صورة رموز
إذا كان الجو بارد و السماء لا تمطر فـــإن الشمس تكون مشرقة .	شرطية	$p \wedge \sim q \rightarrow r$
الجو بارد وإذا كانت السماء لا تمطر فـــإن الشمس تكون مشرقة .	وصلة	$p \wedge (\sim q \rightarrow r)$
الجو بارد و من الخطاء القول انه إذا كانت السماء تمطر فإن الشمس تكون مشرقة.	وصلة	$p \wedge \sim (q \rightarrow r)$

نلاحظ أن التقارير الثلاث مختلفة تماما فى المعنى نتيجة لوجود الأقواس ومن هنا تأتى أهمية استخدام الأقواس فى موضعها الصحيح عند كتابة التقارير المركبة حتى تعطينا المعنى المطلوب عند تحويلها من الصورة الرمزية إلى صورة جمل إنشائية أو العكس.

مثال ٧ : للتقرير المركب الآتى :

" نهر النيل هو شريان الحياة فى مصر وإذا امتدت مياه النيل الى الصحراء فسوف يتم تعميرها ويجد الشباب فرص عمل جديدة."

اكتب التقارير البسيطة المكونة لهذا التقرير المركب ثم اعد صياغته من صورة جملة إنشائية إلى رموز ووضح نوع التقرير من حيث نوع الربط (نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة).

الحل : التقارير البسيطة المكونة للتقرير المركب هى :

p : نهر النيل هو شريان الحياة فى مصر

q : مياه النيل تمتد الى الصحراء

r : الصحراء يتم تعميرها

s : الشباب يجد فرص عمل جديدة

أذن يمكن صياغة التقرير فى صورة رموز كالآتى : $p \wedge (q \rightarrow (r \wedge s))$

والتقرير من نوع الوصلة.

٣ - الهيمنة فى أدوات الربط Dominance of Connectives

تعرفنا فى البند السابق على بعض التقارير المركبة التى تحتوى على اكثر من أداة ربط والآن دعنا نناقش التقرير المركب A الآتى :

A : " سوف اذهب الى الحديقة أو سوف اذهب الى النادى ، وسوف أذهب الى المسرح "

نفرض التقارير البسيطة

p : سوف اذهب الى الحديقة

q : سوف اذهب الى النادى

r : سوف أذهب الى المسرح

أذن التقرير المركب A فى صورة رمزية يكون $(p \vee q) \wedge r$ أى إن التقرير A من نوع الوصلة وهذا واضح من علامة الترقيم " ، " الموجودة فى الجملة الإنشائية . أمـــا إذا كتبنا التقرير المركب A كالآتى :

A : "سوف اذهب الى الحديقة، أو سوف اذهب الى النادى وسوف أذهب الى المسرح"

أذن فى هذه الحالة التقرير المركب A فى صورة رمزية يكون $p \vee (q \wedge r)$ ، أى إن التقرير A فى هذه الحالة يكون من نوع الفاصلة وهذا الاختلاف ناتج من تغيير وضع علامـــة الترقيم " ، " عند كتابة التقرير فى صورة إنشائية والذى أدى بدوره الى تغيير وضع الأقـــواس . أما إذا كتبنا التقرير المركب A بدون استخدام علامة الترقيم كالآتى :

A : "سوف اذهب الى الحديقة أو سوف اذهب الى النادى وسوف أذهب الى المسرح"

أذن فى هذه الحالة التقرير المركب A فى صورة رمزية يكـــون $p \vee q \wedge r$ وفى هـــذه الحالة لا نستطيع الحكم على التقرير المركب A هل من نوع الوصلة أو الفاصلـــة وبالتـــالى يحدث التباس فى فهم المعنى المقصود، ومن هذا نجد أننا نحتاج الى علامات الترقيم عند كتابـــة التقارير المركبة حتى نحصل على المعنى المطلوب، وفى علم المنطق فإن أهمية استخدام الأقـــواس تعادل أهمية علامات الترقيم، وإذا أردنا ترجمة تقرير من الصورة الرمزية الى صورة جملة إنشائية فإننا ننظر الى الأقواس الموجودة بالتقرير لأنه بواسطة هذه الأقواس نستطيع أن نتعرف علـــى نوع التقرير فيما إذا كان (نفى - وصلة – فاصلة – شرطية – شرطية مزدوجة) أما إذا كـــان التقرير لا يحتوى على أقواس فإننا نتعرف على نوع التقرير عن طريق معرفتنا لقـــوة هيمنـــة أدوات الربط.

وفيما يأتى نعرض أدوات الربط مرتبة وفقا للهيمنة:

١ – أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$

٢ – أداة الشرطية $\rightarrow$

٣ – أداة الوصل $\wedge$ وأداة الفصل $\vee$

٤ – أداة النفى $\sim$

ونلاحظ أن أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$ هى اقوى أداة ربط وهى المهيمنة ويتبعها أداة الشرطية $\rightarrow$ يليها أداة الوصل $\wedge$ والفصل $\vee$ ولهم نفس الدرجة من الهيمنة وفى النهاية يأتى أداة النفى $\sim$ ، وإذا كان التقرير المركب يحتوى على أدوات الوصل $\wedge$ والفصل $\vee$ فقط دون غيرها فإنه لابد من استخدام الأقواس لتمييز ما إذا كان التقرير من نوع الوصلة أو الفاصلة ، فمثلا التقرير $(p \vee q) \wedge r$ من نوع الوصلة بينما التقرير $p \vee (q \wedge r)$ من نوع الفاصلة، وأيضا أداة الربط خارج الأقواس يكون لها الهيمنة على ما بداخل الأقواس من أدوات للربط ، فمثلا التقرير $\sim(p \rightarrow q)$ من نوع النفى لان أداة النفى واقعة خارج القوس ولذلك فهى المهيمنة على ما بداخل القوس، وكمثال آخر ، التقرير $p \leftrightarrow (q \wedge r)$ من نوع الشرطية المزدوجة وعند كتابته بالصورة $p \leftrightarrow q \wedge r$ يظل أيضا من نوع الشرطية المزدوجة لان الأقواس فى هذه الحالة ليس لها ضرورة فأداة الشرطية المزدوجة هى الأقوى ولها الهيمنة بينما إذا كتبنا التقرير بالصورة $(p \leftrightarrow q) \wedge r$ فإنه يصبح من نوع الواصلة بسبب وجود القوس.

مثال ٨ : حدد نوع كل من التقارير الآتية وفقا لقاعدة الهيمنة من حيث نوع الربط

(نفى – وصلة – فاصلة – شرطية – شرطية مزدوجة)

(1) - $p \wedge (q \vee r)$ (7) - $(\sim p \vee q \rightarrow r) \wedge s$

(2) - $(p \wedge q) \vee r$ (8) - $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$

(3) - $\sim(p \wedge q)$

(4) - $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$

(5) - $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$

(6) - $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$

(9) - $\sim(p \vee q \leftrightarrow r) \wedge s \rightarrow t$

(10) - $\sim p \vee q \leftrightarrow r \wedge s \rightarrow t$

(11) - $\sim p \vee (q \leftrightarrow r \wedge s) \rightarrow t$

(12) - $\sim p \vee (q \leftrightarrow r \wedge s \rightarrow t)$

الحل :

التقرير	نوع التقرير	السبب
$p \wedge (q \vee r)$	وصلة	وجود القوس
$(p \wedge q) \vee r$	فاصلة	وجود القوس
$\sim(p \wedge q)$	نفى	وجود أداة النفى $\sim$ خارج القوس
$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$	شرطية	أداة الشرطية $\rightarrow$ لها الهيمنة
$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$	شرطية	أداة الشرطية $\rightarrow$ لها الهيمنة
$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$	شرطية مزدوجة	أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$ لها الهيمنة
$(\sim p \vee q \rightarrow r) \wedge s$	وصلة	وجود القوس
$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$	شرطية مزدوجة	أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$ لها الهيمنة
$\sim(p \vee q \leftrightarrow r) \wedge s \rightarrow t$	شرطية	وجود القوس وأداة الشرطية $\rightarrow$ لها الهيمنة
$\sim p \vee q \leftrightarrow r \wedge s \rightarrow t$	شرطية مزدوجة	أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$ لها الهيمنة

التقرير	نوع التقرير	السبب
$\sim p \vee (q \leftrightarrow r \wedge s) \rightarrow t$	شرطية	وجود القوس وأداة الشرطية $\rightarrow$ لها الهيمنة
$\sim p \vee (q \leftrightarrow r \wedge s \rightarrow t)$	فاصلة	وجود القوس

مثال ٩ : أضف أقواس فى كل من التقارير الآتية لتكوين تقرير مركب من النوع الموضح أمام كل منها وإذا كانت الأقواس غير ضرورية وضح السبب :

(1) - $p \wedge q \rightarrow r$ وصلة

(2) - $\sim r \leftrightarrow p \wedge q$ نفى

(3) - $\sim r \leftrightarrow p \wedge q$ شرطية مزدوجة

(4) - $\sim r \leftrightarrow p \wedge q$ وصلة

(5) - $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$ نفى

(6) - $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$ فاصلة

(7) - $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$ شرطية

(8) - $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$ نفى

(9) - $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$ شرطية

(10) - $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$ وصلة

(11) - $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$ فاصلة

(12) - $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$ شرطية

(13) - $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$ شرطية مزدوجة

(14) - $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$ وصلة

(15) - $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$ فاصلة

(16) - $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$ شرطية

الحـــل :

التقرير بدون أقواس	نوع التقرير المراد تكوينه	التقرير المطلوب
$p \wedge q \rightarrow r$	وصلة	$p \wedge (q \rightarrow r)$
$\sim r \leftrightarrow p \wedge q$	نفى	$\sim (r \leftrightarrow p \wedge q)$
$\sim r \leftrightarrow p \wedge q$	شرطية مزدوجة	$\sim r \leftrightarrow p \wedge q$ أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$ لهـــا الهيمنة
$\sim r \leftrightarrow p \wedge q$	وصلة	$(\sim r \leftrightarrow p) \wedge q$
$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$	نفى	$\sim (p \vee r \rightarrow \sim q)$
$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$	فاصلة	$\sim p \vee (r \rightarrow \sim q)$
$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$	شرطية	$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$ أداة الشرطية $\rightarrow$ لها الهيمنة
$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$	نفى	$\sim (p \vee q \rightarrow r \wedge s)$
$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$	شرطية	$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$ لها الهيمنة $\rightarrow$ أداة الشرطية
$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$	وصلة	$(\sim p \vee q \rightarrow r) \wedge s$
$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$	فاصلة	$\sim p \vee (q \rightarrow r \wedge s)$
$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$	شرطية	$(r \leftrightarrow p \wedge q) \rightarrow \sim s$
$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$	شرطية مزدوجة	$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$ أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$ لهـــا الهيمنة

التقرير بدون أقواس	نوع التقرير المراد تكوينه	التقرير المطلوب
$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$	وصلة	$(r \leftrightarrow p) \wedge (q \rightarrow \sim s)$
$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$	فاصلة	$(r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s) \vee t$
$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$	شرطية	$(r \leftrightarrow p \wedge q) \rightarrow s \vee t$

مثال ١٠ : نفرض التقارير البسيطة

p : الطالب يواظب على حضور المحاضرات

q : الطالب يفهم المقرر

r : الطالب ينجح فى الامتحان

حدد نوع كل من التقارير الآتية من حيث نوع الربط

(نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة)

ثم اعد صياغة كل منها الى جملة إنشائية .

(1) - $p \rightarrow q$

(2) - $(p \wedge q) \vee r$

(3) - $(p \wedge q) \wedge r$

(4) - $p \wedge (q \rightarrow r)$

(5) - $p \vee (q \rightarrow r)$

(6) - $\sim r \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

الحـــل :

التقرير	نوع التقرير	التقرير فى صورة إنشائية
$p \to q$	شرطية	إذا واظب الطالب على حضور المحـاضرات فإنه سوف يفهم المقرر .
$\sim (\sim q \to r)$	نفى	ليس صحيحا انه إذا لم يفهم الطالب المقـرر فإنه ينجح فى الامتحان .
$(p \wedge q) \wedge r$	وصلة	الطالب يواظب على حضور المحـاضرات و يفهم المقرر ، وينجح فى الامتحان .
$p \wedge (q \to r)$	وصلة	الطالب يواظب على حضور المحاضرات وإذا فهم المقرر فإنه سوف ينجح فى الامتحان .
$p \vee (q \to r)$	فاصلة	الطالب يواظب على حضور المحـاضرات أو إذا فهم المقـرر فإنـه سـوف ينجـح فى الامتحان.
$\sim r \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$	شرطية مزدوجة	الطالب لن ينجح فى الامتحان إذا وفقط إذا كان لا يواظب على حضور المحاضرات أو لا يفهم المقرر .

٤ – كثيرة الحدود البولية Boolean Polynomials

نعلم من دراستنا السابقة أن تشكيل عمليات جمع (+)، وطرح (–) وضرب (.) للمتغـير x تقودنا إلى تكوين كثيرة حدود فى المتغير x وبالمثل يمكن تكوين كثيرة حدود فى متغيرين , x y أو أكثر.

مثال ١١ : فيما يلى كثيرات حدود فى متغيرين

$$f(x,y) = x.x - x.y + x.y.y + x.x - x.x.y$$
$$= 2x^2 - xy + xy^2$$

$$g(x,y) = (x-y).(x+y) + x.x.x$$
$$= x^2 - y^2 + x^3$$

والآن نفرض أن المتغيرات . . . , x , y فى كثيرة الحدود f(x, y, . . .) تم استبدالها بـــأعداد حقيقية ... , x_0 , y_0 . فى هذه الحالة فإن f (... , x_0 , y_0) تمثل عددا ناتجـــا مـــن عمليات جمع وطرح وضرب للأعداد الحقيقية.

مثال ١٢ : نفرض كثيرات الحدود g(x,y) , f(x,y) فى مثال (١١) . أذن

$$f(3,2) = 3.3 - 3.2 + 3.2.2 + 3.3 - 3.3.2$$
$$= 9 - 6 + 12 + 9 - 18 = 6$$
$$g(0,4) = (0-4).(0+4) + 0.0.0 = -16$$

وعمليات الجمع والطرح والضرب المعرفة للأعداد الحقيقية تؤدى الى عمليات مشابهة تســـمى أيضا جمع وطرح وضرب كثيرات الحدود.

مثال ١٣ : نفرض كثيرات الحدود g(x,y) , f(x,y) فى مثال (١١) . أذن

$$f(x,y) + g(x,y) = 2x^2 - xy + xy^2 + x^2 - y^2 + x^3$$
$$= 3x^2 - xy + xy^2 - y^2 + x^3$$
$$f(x,y) \cdot g(x,y) = \left(2x^2 - xy + xy^2\right) \cdot \left(x^2 - y^2 + x^3\right)$$

$$= 2x^5 + (y^2 - y + 2)x^4 + (y^2 - y)x^3 - 2x^2y^2 + (-y^4 + y^3)x$$

والآن فى كثيرة الحدود f (x , y , . . .) بوضع المتغيرات. . . , q , p والتى تدل على تقـــارير غير محددة بدلا من المتغيرات . . . , x, y وبوضع أدوات الربط ↔ , → , ∨ , ∧ , ~

بدلا من عمليات الجمع والطرح والضرب فإن هذا يؤدى إلى بناء تقرير مركب $f(p, q, ..)$ يسمى كثيرة حدود بولية **Boolean Polynomials** .

مثال ١٤ : فيما يأتى أمثلة لكثيرات حدود بولية فى متغيرين

$$f(p,q) = \sim p \wedge \sim q$$
$$g(p,q) = p \leftrightarrow \sim q \wedge p$$
$$h(p,q) = \sim p \rightarrow q \wedge (\sim p \leftrightarrow q)$$

مثال ١٥ : فيما يأتى أمثلة لكثيرات حدود بولية فى ثلاث متغيرات

$$u(p,q,r) = \sim p \wedge (q \rightarrow r)$$
$$v(p,q,r) = (p \wedge \sim q) \vee r$$
$$w(p,q,r) = \sim r \leftrightarrow q \wedge (\sim p \leftrightarrow q)$$

ويمكن استخدام أدوات الربط $\leftrightarrow$, $\rightarrow$, $\vee$, $\wedge$, $\sim$ للربط بين كثيرات الحدود البولية لذلك يمكننا أن نتحدث عن النفى والوصلة والفاصلة والشرطية و الشرطية المزدوجة لكثيرات الحدود البولية.

مثال ١٦ : فى الجدول الآتى نربط بين بعض كثيرات الحدود البولية الموجودة فى الأمثلة ١٤، ١٥.

$f(p,q) \vee g(p,q) = (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \leftrightarrow \sim q \wedge p)$ من نوع الفاصلة
$h(p,q) \leftrightarrow \sim f(p,q) = (\sim p \rightarrow q \wedge (\sim p \leftrightarrow q)) \leftrightarrow \sim (\sim p \wedge \sim q)$ من نوع الشرطية المزدوجة

$$w(s,t,r) \wedge f(p,r) = (\sim r \leftrightarrow t \wedge (\sim s \leftrightarrow t)) \wedge (\sim p \wedge \sim r)$$

من نوع الواصلة

والآن بفرض أن التقارير الغير محددة $p , q , \ldots$ فى كثيرة الحدود البولية $f(p, q , \ldots)$ قد استبدلت بتقارير محددة $p_0 , q_0 , \ldots$ فإن كثيرة الحدود البوليـة $f(p_0 , q_0 , \ldots)$ يصبح لها قيمة حقيقة .

مثال ١٧ : نفرض كثيرة الحدود البولية

$$f(p,q) = p \vee (\sim q \rightarrow p)$$

إذا كان p_0 يرمز إلى التقرير " $5 > 3$ "

q_0 يرمز إلى التقرير " $2 + 4 = 7$ "

فى هذه الحالة $f(p_0,q_0)$ تمثل التقرير المركب

$$f(p_0,q_0) = p_0 \vee (\sim q_0 \rightarrow p_0)$$

ويقرأ

" $5 > 3$ أو إذا كان $2 + 4 \neq 7$ فإن $5 > 3$ "

وحيث أن p_0 له قيمة الحقيقة صواب T

q_0 له قيمة الحقيقة خطأ F

p_0	q_0	$\sim q_0$	$\sim q_0 \rightarrow p_0$	$f(p_0,q_0) = p_0 \vee (\sim q_0 \rightarrow p_0)$
T	F	T	T	T

أذن $f(p_0,q_0)$ لها قيمة الحقيقة صواب .

مثال ١٨ : نفرض كثيرة الحدود البولية

$$f(p,q) = p \vee (\sim q \rightarrow p)$$

إذا كان p_1 يرمز إلى التقرير " مجموع زوايا المثلث تساوى قائمتين "

q_1 يرمز إلى التقرير " مجموع عددين زوجيين يكون عدد زوجى "

فى هذه الحالة $f(p_1,q_1)$ تمثل التقرير المركب

$$f(p_1,q_1) = p_1 \vee (\sim q_1 \rightarrow p_1)$$

ويقرأ

" مجموع زوايا المثلث تساوى قائمتين أو إذا كان مجموع عددين زوجيين ليس عدد زوجى فإن مجموع زوايا المثلث تساوى قائمتين "

وحيث أن p_1 له قيمة الحقيقة صواب T

q_1 له قيمة الحقيقة خطأ F

p_1	q_1	$\sim q_1$	$\sim q_1 \rightarrow p_1$	$f(p_1,q_1) = p_1 \vee (\sim q_1 \rightarrow p_1)$
T	F	T	T	T

أذن $f(p_1,q_1)$ لها قيمة الحقيقة صواب .

ونلاحظ من مثال (١٧) ومثال (١٨) أن التقارير p_1 , q_1 لها على الترتيب نفس قيم الحقيقة كما للتقارير p_0 , q_0 كما نلاحظ أن $f(p_1,q_1)$ لها نفس قيمة الحقيقة صواب مثل $f(p_0,q_0)$.

مثال ١٩ : نفرض كثيرة الحدود البولية

$$f(p,q) = p \vee (\sim q \rightarrow p)$$

إذا كان p_2 يرمز الى التقرير " مجموع زوايا المثلث تساوى 150 درجة "

q_2 يرمز الى التقرير " مجموع عددين فرديين يكون عدد فردى"

فى هذه الحالة $f(p_2,q_2)$ تمثل التقرير المركب

$$f(p_2,q_2) = p_2 \vee (\sim q_2 \rightarrow p_2)$$

ويقرأ

" مجموع زوايا المثلث تساوى 150 درجة أو إذا كان مجموع عددين فرديين ليس عدد فردى فإن مجموع زوايا المثلث تساوى 150 درجة "

وحيث أن p_2 له قيمة الحقيقة خطأ F

q_2 له قيمة الحقيقة خطأ F

p_2	q_2	$\sim q_2$	$\sim q_2 \rightarrow p_2$	$f(p_2,q_2) = p_2 \vee (\sim q_2 \rightarrow p_2)$
F	F	T	F	F

أذن $f(p_2,q_2)$ لها قيمة الحقيقة خطأ .

ونلاحظ من مثال (١٨) ومثال (١٩) أن قيم الحقيقة للتقارير p_1 , q_1 تختلف عن قيم الحقيقة للتقارير p_2 , q_2 كما نلاحظ أن $f(p_1,q_1)$ لها قيمة الحقيقة صواب بينما $f(p_2,q_2)$ لها قيمة الحقيقة خطأ .

ملاحظة : نفرض أن $f(p,q,\dots)$ كثيرة حدود بولية وأن التقارير $p_1 , q_1 , \dots$ لها على الترتيب نفس قيم الحقيقة للتقارير $p_0 , q_0 , \dots$. أذن $f(p_1 , q_1 , \dots)$ لها نفس قيمة الحقيقة مثل $f(p_0 , q_0 , \dots)$.

تعريف ٦ : الافتراضات Propositions

الافتراضات يرمز لها

$$P(p, q, \ldots), Q(p, q, \ldots), \ldots$$

أو اختصارا $P, Q, \ldots$ والافتراض $P(p, q, \ldots)$ هو كثيرة حدود بولية فى المتغيرات $p, q, \ldots$ وهذه المتغيرات تمثل تقارير غير محددة.

ووفقا لهذا التعريف فإن الملاحظة السابقة يمكن صياغتها كالآتى :

إذا كانت التقارير $p_1, q_1, \ldots$ لها على الترتيب نفس قيم الحقيقة للتقارير $p_0, q_0, \ldots$ فإن الافتراض $P(p_1, q_1, \ldots)$ له نفس قيمة الحقيقة مثل الافتراض $P(p_0, q_0, \ldots)$.

أى إن

قيمة الحقيقة للافتراض $P(p, q, \ldots)$ المبنى من أى تقارير محددة تكون دالة فقط فى قيم الحقيقة لهذه التقارير المحددة وليست دالة فى التقارير نفسها.

ومن اسهل الطرق لعرض العلاقة بين قيمة الحقيقة للافتراض $P(p, q, \ldots)$ وقيم الحقيقة للتقارير $p, q, \ldots$ يكون من خلال تكوين جدول الحقيقة وهذا ما سنتعرف عليه فى الفصل الثانى.

مثال ٢٠ : نفرض

$$P(p, q, r) = \sim p \vee r \rightarrow \sim q$$

عين قيمة الحقيقة للافتراض $P(p, q, r)$ وذلك للتقارير p_0, q_0, r_0 الآتية:

p_0 هو التقرير " المعادلة $2x = 1$ ليس لها حل فى مجموعة الأعداد الصحيحة "

q_0 هو التقرير " العدد 5 عدد زوجى "

r_0 هو التقرير " الأرض تدور حول الشمس "

الحـــل:

فى هذه الحالة $P(p_0, q_0, r_0)$ تمثل التقرير المركب

$$P(p_0, q_0, r_0) = \sim p_0 \vee r_0 \rightarrow \sim q_0$$

ويقرأ

" إذا كان المعادلة $2x = 1$ لها حل فى مجموعة الأعداد الصحيحة أو كانت الأرض تدور حول الشمس فإن العدد5 ليس عدد زوجى "

وحيث أن p_0 له قيمة الحقيقة صواب T

q_0 له قيمة الحقيقة خطأ F

r_0 له قيمة الحقيقة صواب T

p_0	q_0	r_0	$\sim p_0$	$\sim q_0$	$\sim p_0 \vee r_0$	$P(p_0, q_0, r_0)$
T	F	T	F	T	T	T

أذن $P(p_0, q_0, r_0)$ لها قيمة الحقيقة صواب.

ملاحظة : فى مثال (٢٠) بوضع أى تقارير r_1 , q_1 , p_1 حيث p_1 تقرير صواب، q_1 تقرير خطأ، r_1 تقرير صواب فإن التقرير المركب $P(p_1, q_1, r_1)$ يكون صواب.

تمارين الفصل الأول

١ – عين الجمل الخبرية والجمل الغير خبرية فيما يلى وإذا كانت الجملة خبرية وضح مـــا إذا كانت تمثل تقرير بسيط أو تقرير مركب

١) الشمس ساطعة .

٢) هل الشمس ساطعة ؟

٣) لا تقصر فى واجبك .

٤) ما أجمل الزهور !

٥) الحديد يتمدد بالحرارة وينكمش بالبرودة .

٦) مساحة متوازى الأضلاع تساوى حاصل ضرب طول القاعدة فى الارتفاع .

٧) أيهما اكبر $\frac{7}{2}$ أم $\frac{8}{3}$ ؟

٨) المثلث له ثلاثة أضلاع أو ثلاثة زوايا .

٩) يقال أن الزاويتان متكاملتان إذا كان مجموعهم يساوى 180 درجة .

١٠) مجموع عددين فرديين يكون عدد زوجى .

٢ – أكتب التقارير البسيطة المكونة لكل من التقارير المركبة الآتية :

١) إذا واظب الطالب على حضور المحاضرات فإنه سوف يفهم المنهج ويجتاز الامتحان.

٢) إذا فهمت التقارير والعمليات المنطقية جيدا فعليك البدء فى قراءة الفصل الثانى مـن الكتاب .

٣) نهر النيل شريان الحياة فى مصر وإذا امتدت مياه النيل الى الصحراء فســوف يتــم تعميرها .

٤) يتم تعمير الصحراء إذا وفقط إذا اخلــص الشــباب لوطنــهم وبذلــوا الجــهد بسواعدهم.

٥) المثلث له ثلاثة أضلاع لكن المربع له أربعة أضلاع .

٦) المستقيمان المتعامدان يصنعان زاوية قائمة لكن المستقيمان المتوازيان لا يتقاطعان .

٧) ليس صحيحا أنه إذا كان المثلث متساوى الساقين فإنه يكون متساوى الأضلاع .

٨) الحديد اقوى من الرصاص وإذا كان العدد x عدد أولى فإن $x + 1$ عدد زوجى.

٩) إذا كان العدد x عدد أولى واكبر من 2 فإنه لن يكون عدد زوجى .

١٠) ليس صحيحا أنه إذا كان x عددا فرديا فإن $x2$ يكون عددا زوجيا .

٣ – صنف التقارير المركبة المعطاة فى تمرين (٢) من حيث نوع الربط

(نفى – وصلة – فاصلة – شرطية – شرطية مزدوجة)

ثم اعد صياغتها من صورة جمل إنشائية الى صورة رموز .

٤ – اعد صياغة كل من التقارير المركبة الآتية من صورة جمل إنشائية الى صورة رموز وصنف كل منها من حيث نوع الربط (نفى – وصلة – فاصلة – شرطية – شرطية مزدوجة):

١) إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتين فى القياس.

٢) إذا كان المثلث غير قائم الزاوية فإن مربع طول الوتر لا يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين.

٣) مجموع زوايا المثلث تساوى180 درجة وإذا كان مربع طول الوتر فى مثلث لا يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث لا يكون قائم الزاوية.

٤) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتين وكل زاويتين متناظرتين متساويتين.

٥) الشكل الرباعى يكون متوازى أضلاع إذا وفقط إذا كان فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين أو كل من قطريه ينصف الآخر.

٦) إذا كانت أضلاع المثلثان المتناظرة متساوية وكذلك زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس فإن المثلثان يتطابقان.

٧) مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين لكن ليس صحيحا أن المعادلة $5x = 9$ لها حل فى مجموعة الأعداد الطبيعية .

٨) المعادلة $x^2 + 1 = 0$ ليس لها حل فى مجموعة الأعداد الطبيعية أو فى مجموعة الأعداد النسبية لكن لها حل فى مجموعة الأعداد المركبة .

٩) فى الأشكال الهندسية المتطابقة تكون الأضلاع المتناظرة متطابقة وتكون الزوايا المتناظرة متطابقة أيضا.

١٠) مجموع قياسى أى زاويتين متقابلتين فى شكل رباعى دائرى يساوى 180درجة والعكس صحيح.

٥ - نفرض التقارير البسيطة

p : الجبر صعب

q : المنطق الرياضى سهل

r : التفاضل شيق

صنف التقارير الآتية من حيث نوع الربط (نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة) ثم اعد صياغتها من صورة جمل إنشائية الى صورة رموز مستخدما أدوات الربط والأقواس المناسبة

١ - الجبر سهل .	٦ - إذا كان المنطق سهل فإن التفاضل يكون شيق.
٢ - التفاضل شيق أو الجبر سهل .	٧ - الجبر صعب إذا وفقط إذا كان المنطق صعب.
٣ - الجبر ليس سهل لكن المنطق سهل.	٨ - التفاضل غير شيق أو الجبر صعب ، لكن المنطق سهل .
٤ - من الخطأ القول أن المنطق سهل والجبر صعب.	٩ - التفاضل شيق و الجبر سهل ، لكن المنطق ليس سهل.
٥ - إما المنطق سهل أو التفاضل غير شيق .	١٠- إذا كان المنطق سهل فإن التفاضل يكون شيق والجبر يكون سهل .

٦ - باستخدام التقارير البسيطة p , q , r فى التمرين (٥) أكتب تقارير فى صورة جمل إنشائية تصف كل من التقارير الرمزية الآتية مع تصنيف كل منها من حيث نوع أداة الربط:

(1) - $p \wedge (q \vee r)$	(6) - $r \leftrightarrow p \wedge q$
(2) - $(p \wedge q) \vee r$	(7) - $\sim p \vee q \rightarrow r$
(3) - $\sim (p \wedge q)$	(8) - $r \leftrightarrow \sim p \vee q$
(4) - $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$	(9) - $\sim (p \vee q \leftrightarrow r)$
(5) - $\sim p \vee q \rightarrow r$	(10) - $(\sim p \vee r) \wedge q$

٧ - أضف أقواس فى كل من التقارير الآتية لتكوين تقرير مركب من النوع الموضح أمام كل منها وإذا كانت الأقواس غير ضرورية وضح السبب

التقرير	نوع التقرير المطلوب تكوينه
$p \wedge q \rightarrow r \vee \sim q$	وصلة
$p \wedge q \rightarrow r \vee \sim q$	فاصلة
$p \wedge q \rightarrow r \vee \sim q$	شرطية
$\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$	نفى
$\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$	وصلة
$\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$	فاصلة

شرطية	$\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$
شرطية مزدوجة	$\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$
وصلة	$\sim p \vee r \wedge s \rightarrow \sim q$
فاصلة	$\sim p \vee r \wedge s \rightarrow \sim q$

٨ - نفرض كثيرات الحدود البولية :

$$f(p,q) = p \rightarrow \sim q$$
$$g(p,q) = p \leftrightarrow \sim q \vee p$$
$$h(p,q,r) = \sim p \rightarrow (\sim q \leftrightarrow r)$$

أوجد كل مما يأتى :

1) - $f(p,q) \vee g(p,q)$

2) - $f(r,s) \rightarrow \sim g(s,r)$

3) - $f(p,s) \rightarrow g(p,r) \vee \sim h(r,s,p)$

4) - $\sim h(r,s,t) \wedge g(p,t) \rightarrow \sim f(s,p)$

5) - $h(p,q,r) \leftrightarrow \sim f(p,q) \vee g(p,q)$

6) - $g(s,t) \leftrightarrow f(s,p) \wedge \sim h(s,t,p)$

٩ - نفرض كثيرة الحدود البولية $f(p,q) = \sim p \vee q$

أوجد قيمة الحقيقة لكثيرة الحدود f(p,q) فى كل من الحالات الآتيـــة ووضـــح مـــاذا تلاحظ:

(١) التقرير p : " $5 > 2$ "

التقرير q : " 3 عدد فردى "

(٢) التقرير p : " مجموع زوايا المثلث قائمتين "

التقرير q : " 6 عدد فردى "

(٣) التقرير p : "المعادلة $3x + 2 = 0$ لها حل فى مجموعة الأعداد الصحيحة"

التقرير q : " القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية "

(٤) التقرير p : "المعادلة $3x + 2 = 0$ لها حل فى مجموعة الأعداد الحقيقية"

التقرير q : "المستقيمان المتعامدان يصنعان زاوية قائمة "

(٥) التقرير p : " المثلث له ثلاثة أضلاع و ثلاثة زوايا "

التقرير q : " مجموع عددين فرديين يكون عدد زوجى أو عدد أولى "

(٦) التقرير p : " إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتين "

التقرير q : "المثلث يكون متساوى الأضلاع إذا كان متساوى الساقين"

(٧) التقرير p : " ليس صحيحا أن $4 \neq 3 + 2$ أو $7 = 5 + 2$ "

التقرير q : " ليس صحيحا أن مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين "

(٨) التقرير p : "أهرامات الجيزة وسور الصين العظيم من عجائب الدنيا السبع"

التقرير q : " ليس صحيحا أن مجموع زوايا المثلث تساوى قائمتين "

(٩) التقرير p : " المعادلة $5x + 3 = 18$ ليس لها حل فى مجموعة الأعداد الطبيعية "

التقرير q : " ليس صحيحا أن مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين "

(١٠) التقرير p : " المثلث متساوى الأضلاع إذا وفقط إذا كان متساوى الزوايا "

التقرير q : " ليس صحيحا أن مجموع زوايا المثلث لا تساوى قائمتين "

١٠ – عين قيمة الحقيقة للافتراض

$$P(p,q,r) = \sim r \wedge p \rightarrow \sim q$$

فى كل من الحالات الآتية ووضح ماذا تلاحظ :

(١) التقرير p : " $2 + 3 \neq 4$ "

التقرير q : " المعادلة $3x + 6 = 0$ لها حل فى مجموعة الأعداد الصحيحة "

التقرير r : " 7 عدد فردى "

(٢) التقرير p : " المثلث له ثلاثة أضلاع أو ثلاثة زوايا "

التقرير q : " المعادلة $x^2 + 4 = 0$ ليس لها حل فى مجموعة الأعداد الحقيقية "

التقرير r : " العدد 7 عدد فردى لكن غير أولى "

(٣) التقرير p : " المعادلة $x + 2 = 0$ لها حل فى مجموعة الأعداد الطبيعية"

التقرير q : " مجموع عددين زوجيين يكون عدد فردى أو عدد أولى"

التقرير r : " العدد 7 عدد أولى لكن غير زوجى "

(٤) التقرير p : " $2 + 3 = 5$ و ليس صحيحا أن $2^3 = 8$ إذا وفقط إذا كان $3^2 = 9$ "

التقرير q : " المستطيل له أربعة أضلاع "

التقرير r : " العدد 8 عدد ليس أولى لكن غير فردى "

(٥) التقرير p : " العدد 17 عدد ليس أولى لكن غير فردى "

التقرير q : " المثلث يكون متساوى الساقين إذا كان متساوى الأضلاع "

التقرير r : " إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتين وكل زاويتين متناظرتين متساويتين"