الفصل

2

جداول الحقيقة

Truth Tables

١ – أداة النفى Negation

نفى التقرير البسيط p هو "ليس p " ويرمز لذلك p ~ وإذا كان التقرير المعطى صواب T فإن نفيه يكون تقريرا خاطئا F والعكس بالعكس ، ونلاحظ انه مهما كان التقرير p فإنه

إما أن يكون التقرير p صواب T وبالتالى p ~ يكون خطأ F
أو يكون التقرير p خطأ F وبالتالى p ~ يكون صواب T

ويمكن تلخيص ذلك فى الجدول الآتى والذى يعرف باسم جدول الحقيقة للتقرير p ~

p	~ p
T	F
F	T

وكما هو معلوم فإن نفى النفى يكون إثبات، وبالتالى p ~ ~ يكون هو نفسه p .

مثال ١ :

١ - التقرير "مجموع زوايا المثلث يساوى قائمتين" هو تقرير صواب T

ونفي التقرير يكون "مجموع زوايا المثلث لا يساوى قائمتين" وهو تقرير خطأ F

٢ - التقرير " $2 + 3 = 6$ " هو تقرير خطـأ F

ونفي التقرير يكون " $2 + 3 \neq 6$ " وهو تقرير صواب T

٢ - أداة الوصل " و " Conjunction

إذا كان كل من q , p تقريرا بسيطا فإن التقرير "p و q " يكون تقرير مركب ويرمز له $p \wedge q$ ، وحيث أن قيم الحقيقة الممكنة للتقرير p هى صواب T أو خطـأ F وعددهـا يساوى 2 وبالمثل قيم الحقيقة الممكنة للتقرير q هى صواب T أو خطأ F وعددها يسـاوى 2 ، أذن التركيبات الممكنة من قيم الحقيقة للتقريرين p , q عددها $2^2 = 4$ كالآتى:

- التقرير p صواب T والتقرير q صواب T
- التقرير p صواب T والتقرير q خطـأ F
- التقرير p خطـأ F والتقرير q صواب T
- التقرير p خطـأ F والتقرير q خطـأ F

ويمكن الوصول الى هذه التركيبات باستخدام طريقة الشجرة الموضحة بالشكل

التركيبات الممكنة	التقرير q	التقرير p
(T , T)	T	T
(T , F)	F	
(F , T)	T	F
(F , F)	F	

والسؤال الآن " ما هى قيم الحقيقة للتقرير المركب $q \wedge p$ ؟ "

وللتعرف على أجابه لهذا السؤال ، نناقش المثال الآتى :

مثال ٢ : قال سمير " ذهبت الى الحديقة واشتريت زهور "

نفرض التقرير p : ذهب سمير الى الحديقة

والتقرير q : اشترى سمير زهور

وعلى ضؤ الاستعمالات فى حياتنا اليومية لأداة الوصل " و " دعنا نبحث متى يكون سمير على صدق (صائب) فى كلامه ومتى يكون كاذب (خاطئ)، أى نبحث متى يكون $q \wedge p$ صواب ومتى يكون خطأ، ومن الواضح أن سمير يكون صائب فى قوله إذا ما ثبت انه

ذهب إلى الحديقة واشترى زهور (p صواب، q صواب)

ولكنه يكون خاطئ فى قوله إذا ما ثبت لنا أحد الأمور الثلاث الآتية :

١ – ذهب سمير الى الحديقة ولكنه لم يشترى زهور (p صواب ، q خطـأ)

٢ – سمير لم يذهب الى الحديقة ولكنه اشترى زهور (p خطـأ ، q صواب)

٣ – سمير لم يذهب الى الحديقة ولم يشترى زهور (p خطـأ ، q خطـأ)

وبالتالى فإن قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \wedge q$ تحقق الخاصية :

التقرير المركب $p \wedge q$ يكون صواب فقط إذا كان التقرير p صواب والتقرير q صواب ويكون التقرير المركب $p \wedge q$ خطـأ فيما عدا ذلك.

وجدول الحقيقة للتقرير $p \wedge q$ يكون كالآتى:

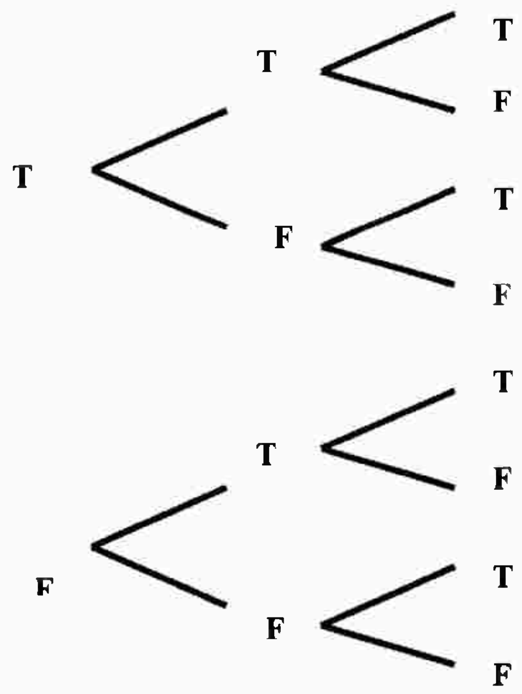
p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ونلاحظ أن التقارير البسيطة p , q تمثل الأعمدة الأولى بالجدول ، وتوجد فى الجـدول صفوف كافية لجميع التركيبات الممكنة من قيم الحقيقة للتقريرين وعددهم أربعـة صفـوف، وبوجه عام إذا كان التقرير المركب يحتوى على n من التقارير البسيطة فإنه يوجد 2^n من التركيبات الممكنة من قيم الحقيقة ، أى إن جدول الحقيقة يحتوى على 2^n مـن الصفـوف، فمثلا إذا كان التقرير المركب يحتوى على3 من التقارير البسيطة p, q, r فإنه يوجد $= 2^3$ 8 من التركيبات الممكنة من قيم الحقيقة موزعة فى جدول الحقيقة كالآتى :

p	q	r
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

ويمكن الوصول الى هذه التركيبات باستخدام طريقة الشجرة الموضحة بالشكل

التركيبات الممكنة	التقرير r	التقرير q	التقرير p



(T , T , T)
(T , T , F)
(T , F , T)
(T , F , F)
(F , T , T)
(F , T , F)
(F , F , T)
(F , F , F)

مثال ٣ : نفرض التقارير

p : $4 > 3$

q : 7 عدد زوجى

r : القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية

نلاحظ أن التقرير p صواب ، التقرير q خطأ والتقرير r صواب

أذن التقرير المركب $p \wedge q$ يكون خطـــأ

والتقرير المركب $p \wedge r$ يكون صواب .

مثال ٤ : أوجد جدول الحقيقة للتقرير $\sim(p \wedge \sim q)$

الحل : التقرير من نوع النفى وجدول الحقيقة يكون كالآتى :

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \wedge \sim q)$
T	T	F	F	T
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T

وتوجد طريقة ثانية لتكوين جدول الحقيقة نوضحها على التقرير المركب $\sim(p \wedge \sim q)$ وهى كما يأتى :

١) – نرسم الجدول الآتى

p	q	$\sim$	$(p$	$\wedge$	$\sim$	$q)$
T	T					
T	F					
F	T					
F	F					
Step 1	Step 2					

والتقرير المركب يكتب فى الصف العلوى على يمين التقارير البسيطة ونلاحظ انه يوجد عمود تحت كل تقرير بسيط أو أداة ربط فى التقرير المركب .

ب) – نقوم بإدخال قيم الحقيقة فى الجدول على خطوات حيث نبدأ أولا بإدخال قيم الحقيقة للتقارير البسيطة ويكتب رقم الخطوة اسفل العمود المناظر لكل تقرير بسيط، وبعد ذلك نبدأ بإدخال قيم الحقيقة فى العمود المناظر لأداة الربط الأقل هيمنة ونستمر فى هذا التدرج حتى نصل الى العمود المناظر لأداة الربط المهيمنة والتى تحدد نوع التقرير المركب وفى كل مرة يكتب رقم الخطوة اسفل العمود المناظر لأداة الربط، وبالنسبة للتقرير المركب $\sim(p \wedge \sim q)$ يتم تكوين جدول الحقيقة كالآتى:

p	q	$\sim$	(p	$\wedge$	$\sim$	q)
T	T	T	T	F	F	T
T	F	F	T	T	T	F
F	T	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T	F
Step 1	Step 2	Step5	Step 1	Step4	Step3	Step 2

١ – نقوم بإدخال قيم الحقيقة للتقارير البسيطة p , q ويكتب رقم الخطوة اسفل العمود المناظر .

٢ – التقرير المركب $\sim(p \wedge \sim q)$ من نوع النفى وأداة الربط داخل القوس والأقل هيمنة هى نفى q لذلك نقوم بحساب قيم الحقيقة لأداة نفى q ويكتب رقم الخطوة وهى 3 اسفل العمود المناظر.

٣ – نقوم بحساب قيم الحقيقة لأداة الوصل $\wedge$ وذلك بمقارنة الأعمدة فى الخطوات 3 , 1 ويكتب رقم الخطوة وهى 4 اسفل العمود المناظر.

٤ – نقوم بحساب قيم الحقيقة لأداة النفى $\sim$ وذلك بنفى قيم الحقيقة فى الخطوة 4 ويكتب رقم الخطوة وهى 5 اسفل العمود المناظر وبذلك يكتمل الجدول .

و إذا كان التقرير المركب معقد ويحتوى على الكثير من أدوات الربط فإنه يفضل استخدام هذه الطريقة لتكوين جدول الحقيقة لأنها تكـــون أسرع وتأخذ مساحة اقل فى الحل.

٣ – أداة الفصل " أو " Disjunction

إذا كان كل من p , q تقريرا بسيطا فإن التقرير " p أو q " يكون تقرير مركب ويرمـــز له $p \vee q$ ، وقيم الحقيقة الممكنة للتقرير p هى صواب T أو خطــــأ F وعددهـــا يساوى 2 وبالمثل قيم الحقيقة الممكنة للتقرير q هى صواب T أو خطـــــأF وعددهـــا يساوى 2، والسؤال الآن

" ما هى قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \vee q$ ؟ "

وللتعرف على قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \vee q$ نناقش المثال الآتى:

مثال ٥ : عندما نقول " ذهب سمير إلى الحديقة او ذهب إلى المسرح "

نفرض التقرير p : ذهب سمير إلى الحديقة

والتقرير q : ذهب سمير إلى المسرح

وعلى ضؤ الاستعمالات فى حياتنا اليومية لأداة الفصل " أو " فإننا نكون صادقين فى الحـــالات الثلاث الآتية:

١ – ذهب سمير إلى الحديقة وكذلك ذهب إلى المسرح (p صواب ، q صواب)

٢ – ذهب سمير إلى الحديقة ولكنه لم يذهب إلى المسرح (p صواب ، q خطـــأ)

٣ – سمير لم يذهب إلى الحديقة ولكنه ذهب إلى المسرح (p خطـــأ ، q صواب)

ولكننا بالطبع نكون غير صادقين إذا تبين أن

سمير لم يذهب إلى الحديقة و لم يذهب إلى المسرح (p خطـأ ، q خطـأ)

ومن ذلك نلاحظ أن أداة الربط $\vee$ تعنى إما p أو q أو كلاهما وبالتالى فإن التقرير المركب $p \vee q$ يكون صواب فى ثلاث حالات

١ - p صواب ، q صواب

٢ - p صواب ، q خطـأ

٣ - p خطـأ، q صواب

ويكون التقرير المركب $p \vee q$ خطـأ فقط إذا كان p خطأ، q خطأ.

وبالتالى فإن قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \vee q$ تحقق الخاصية:

التقرير المركب $p \vee q$ يكون خطأ فقط إذا كان التقرير p خطأ والتقرير q خطـأ ويكون التقرير المركب $p \vee q$ صواب فيما عدا ذلك .

وجدول الحقيقة للتقرير $p \vee q$ يكون كالآتى:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

وعند استخدامنا لأداة الفصل " أو " إذا كان المعنى المقصود هو

" إما p أو q وليس كلاهما "

فى هذه الحالة فإن أداة الفصل " أو " تسمى أداة الفصل الأستبعادية ويرمز لها $\veebar$ ، أى إن

$p \veebar q$ تعنى إما p أو q وليس كلاهما

وللتعرف على قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \veebar q$ نناقش المثال الآتى:

مثال ٦ : عندما ظهرت نتيجة الثانوية العامة كان حسين ضمن الناجحين ولقد سأله والده أى كلية تريد أن تلتحق ؟

أجاب حسين " سألتحق بكلية الطب أو كلية الصيدلة "

نلاحظ أن حسين أجاب بتقرير مركب يتكون من التقريرين

التقرير p : حسين سيلتحق بكلية الطب

والتقرير q : حسين سيلتحق بكلية الصيدلة

والتقرير المركب الذى قاله حسين يمكن التعبير عنه بالصورة $p \veebar q$ ، ومن المستحيل أن يلتحق حسين بالكليتين فى نفس الوقت، ولكن من المؤكد أن حسين سوف يلتحق بكلية واحدة فقط، قد تكون كلية الطب وقد تكون كلية الصيدلة وربما يلتحق حسين بكلية أخرى غير هاتين الكليتين وبناء على ذلك فإن ما قاله حسين (أى إن التقرير المركب $p \veebar q$) يكون صواب فى الحالتين:

١ - يلتحق حسين بكلية الطب(p صواب) وبالتالى لن يلتحق بكلية الصيدلة (q خطأ)

٢ - لن يلتحق حسين بكلية الطب (p خطأ) وبالتالى يلتحق بكلية الصيدلة (q صواب)

وما قاله حسين (أى إن التقرير المركب $p \veebar q$) يكون خطأ فى الحالة :

لم يلتحق حسين بكلية الطب (p خطأ) ولم يلتحق بكلية الصيدلة (q خطأ)

هذا بالإضافة الى الحالة المستحيل حدوثها

يلتحق حسين بكلية الطب (p صواب) و يلتحق بكلية الصيدلة (q صواب)

ومن ذلك نلاحظ أن التقرير المركب $p \veebar q$ يكون صواب فى الحالتين:

١ - p صواب ، q خطـأ

٢ - p خطـأ ، q صواب

ويكون التقرير المركب $p \veebar q$ خطـأ فى الحالتين :

١ - p صواب ، q صواب

٢ - p خطـأ ، q خطـأ

وبالتالى فإن قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \veebar q$ تحقق الخاصية:

التقرير المركب $p \veebar q$ يكون خطأ فقط إذا كان كل مـن p , q صواب معا أو خطأ معا ويكون التقرير المركب $p \veebar q$ صواب فيما عدا ذلك .

وجدول الحقيقة للتقرير $p \veebar q$ يكون كالآتى :

p	q	$p \veebar q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

مثال ٧ : كون جدول الحقيقة بطريقتين مختلفتين للتقرير $\sim p \vee (p \wedge \sim q)$

الحل : التقرير من نوع الفاصلة

الطريقة الأولى :

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \vee (p \wedge \sim q)$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	F	T

الطريقة الثانية :

p	q	$\sim$	p	$\vee$	$(p$	$\wedge$	$\sim$	$q)$
T	T	F	T	F	T	F	F	T
T	F	F	T	T	T	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	T	F	F	T	F
Step 1	Step 2	Step 5	Step 1	Step 6	Step 1	Step 4	Step 3	Step 2

٤ – أداة الربط الشرطية "إذا كان فإن ..." Conditional

إذا كان كل من p , q تقريرا بسيطا فإن التقرير " إذا كان p فإن q " يكون تقريرا مركب ويرمز له $p \rightarrow q$ ويسمى تقريرا شرطيا، وهو يعنى أن التقرير q يكون صواب بشرط أن التقرير p يكون صواب ، والسؤال الآن

" ما هى قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \rightarrow q$ ؟ "

وللتعرف على قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \rightarrow q$ ناقش الأمثلة الآتية :

مثال ٨ : وعد الوالد ابنه قائلا :

" إذا نجحت فى الامتحان فسأشترى لك هدية "

نفرض التقرير p : الابن نجح فى الامتحان

والتقرير q : اشترى الوالد لابنه هدية

وعلى ضؤ الاستعمالات فى حياتنا اليومية لأداة الربط الشرطية " إذا كان ... فإن ... " دعنا نبحث صدق أو عدم صدق الوالد فيما وعد به ابنه ، أى نبحث متى يكون التقرير المركب $p \rightarrow q$ صواب ومتى يكون خطأ. من الواضح أنه لدينا أحد الاحتمالات الأربع الآتية :

١ – نجح الابن فى الامتحان واشترى له والده هدية (p صواب، q صواب)

وفى هذه الحالة فإن الوالد يكون صادقا فى وعده، أى إن $p \rightarrow q$ يكون صواب.

٢ – نجح الابن فى الامتحان ولم يشترى له والده هدية (p صواب، q خطأ)

وفى هذه الحالة فإن الوالد لا يكون صادقا فى وعده ، أى إن $p \rightarrow q$ يكون خطأ .

٣ – لم ينجح الابن فى الامتحان واشترى له والده هدية (p خطأ، q صواب)

وفى هذه الحالة فإن الوالد يكون صادقا أيضا فى وعده لأنه قال ما سوف يحدث إذا نجح الابن ولكنه لم يذكر شئ عما يحدث إذا لم ينجح الابن وبالتالى $p \rightarrow q$ يكون صواب.

٤ – لم ينجح الابن فى الامتحان ولم يشترى له والده هدية (p خطأ، q خطأ)

وفى هذه الحالة فإن الوالد يكون صادقا أيضا فى وعده لأنه قال ما سوف يحدث إذا نجح الابن وحيث أن الابن لم ينجح فإن الوالد غير مطالب بتنفيذ وعده وبالتالى $p \to q$ يكون صواب.

ومن الواضح أن الوالد يكون صادقا فى قوله ويفى بوعده لابنه فى جميع هذه الحالات ما عدا الحالة الثانية حيث نجح الابن فى الامتحان فعلا ولكن الوالد لم يفى بوعده له ولم يشترى له الهدية .

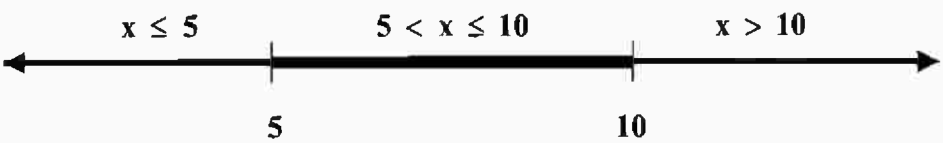
مثال ٩ : نفرض التقارير البسيطة

$$p : x > 10$$

$$q : x > 5$$

التقرير المركب " إذا كان $x > 10$ فإن $x > 5$ " من نوع الشرطية على الصورة $p \to q$ وهذا التقرير يخبرنا بأن $x > 5$ بشرط أن $x > 10$ وبديهيا فإننا نعلم انه إذا كان $x > 10$ فمن المؤكد أن $x > 5$ لذلك فإن التقرير المركب المعطى يكون صواب هذا على الرغم من أن التقرير لا يخبرنا بأى معلومة عن موقع العدد x بالنسبة للعددين $5, 10$ وعلى ذلك فإن التقرير " إذا كان $x > 10$ فإن $x > 5$ " يكون صواب دائما مهما كان موقع العدد x بالنسبة للعددين $5 , 10$.

والآن عندما نبحث عن الاحتمالات الممكنة لوقوع العدد x بالنسبة للعددين $5 , 10$ نجد أن هناك ثلاث احتمالات ممكنة موضحة على خط الأعداد وهى :



الاحتمال الأول : العدد x واقع فى الفترة $(10, \infty)$ ، أى إن $x > 10$

وفى هذه الحالة فإن

$x > 10$ يكون صواب ، أى إن p صواب .

$x > 5$ يكون صواب ، أى إن q صواب .

الاحتمال الثانى : العدد x واقع فى الفترة $(5, 10]$ ، أى إن $5 < x \leq 10$

وفى هذه الحالة فإن

$x > 10$ يكون خطــأ ، أى إن p خطــأ .

$x > 5$ يكون صواب ، أى إن q صواب .

الاحتمال الثالث : العدد x واقع فى الفترة $(-\infty, 5]$ ، أى إن $x \leq 5$

وفى هذه الحالة فإن

$x > 10$ يكون خطأ ، أى إن p خطأ .

$x > 5$ يكون خطأ ، أى إن q خطأ .

وفى جميع الاحتمالات الثلاث فإن التقرير المركب $p \rightarrow q$ يكون صــــواب دائمـــا ، ويوجد احتمال آخر لا يمكن أخذه فى الاعتبار وهو :

الاحتمال الرابع : أن يكون العدد x واقع فى الفترة $(10, \infty)$ وفى نفس الوقت واقــع فى الفترة $(-\infty, 5]$ وفى هذه الحالة فإن

$x > 10$ يكون صواب ، أى إن p صواب .

$x > 5$ يكون خطــأ ، أى إن q خطــأ .

وهذه حالة مستحيلة الحدوث ولذلك فإن التقرير المركب $p \rightarrow q$ بديهيا يكون خطأ فى هذه الحالة .

ومن مناقشتنا فى الأمثلة ٨، ٩ نستنتج أن قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \rightarrow q$ تحقــق الخاصية :

التقرير المركب $q \rightarrow p$ يكون خطأ فقط إذا كان p صــواب، q خطأ ويكون التقرير المركب $q \rightarrow p$ صواب فيمــا عــدا ذلك .

وجدول الحقيقة للتقرير $q \rightarrow p$ يكون كالآتى :

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

ملاحظة : التقرير المركب $q \rightarrow p$ " إذا كان p فإن q "

يمكن صياغته بطرق مختلفة كالآتى :

١ - إذا أعطيت p فإن q
٢ - بفرض p فإن q
٣ - كلما كانت p فإن q
٤ - p يؤدى إلى q
٥ - p شرط كافى لــ q
٦ - q كلما كان p
٧ - q بشرط p (q إذا p)
٨ - q شرط ضرورى لــ p
٩ - الشرط الضرورى لــ p هو q
١٠ - الشــرط الكافى لــ q هو p

وفى المثال الآتى نوضح بعض من هذه الصياغات المختلفة للشرطية $q \rightarrow p$.

مثال ١٠ : نفرض التقارير البسيطة

p : اليوم هو يوم الجمعة

q : غدا هو يوم السبت

فى الجدول الآتى نضع الصورة الرمزية لبعض التقارير المكتوبة فى صورة جمل إنشائية :

التقرير فى صورة جملة إنشائية	التقرير فى صورة رموز
١ – إذا كان اليوم هو يوم الجمعة فإن غدا هو يوم السبت .	$p \to q$
٢ – إذا كان غدا لن يكون السبت فإن اليوم ليس هو يوم الجمعة.	$\sim q \to \sim p$
٣ – غدا هو يوم السبت إذا كان اليوم هو يوم الجمعة.	$p \to q$
٤ – اليوم هو يوم الجمعة شرط كافى لكى يكون غدا هو يوم السبت .	$p \to q$
٥ – الشرط الضرورى لكى يكون غدا هو يوم السبت هو أن يكون اليوم هو الجمعة.	$q \to p$
٦ – غدا لن يكون يوم السبت لكن إذا كان اليوم هو يوم الجمعة فإن غدا هو يوم السبت .	$\sim q \wedge (p \to q)$
٧ – إما اليوم هو يوم الجمعة أو إذا كان غدا ليس السبت فإن اليوم ليس هو يوم الجمعة .	$p \veebar (\sim q \to \sim p)$
٨ – من الخطأ القول أن الشرط الضرورى لكى يكون غدا السبت هو أن يكون اليوم ليس الجمعة .	$\sim (q \to \sim p)$

التقرير فى صورة رموز	التقرير فى صورة جملة إنشائية
$q \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)$	٩ - غدا هو يوم السبت لكن إذا كان اليوم ليس الجمعة فإن غدا لن يكون السبت .
$\sim q \rightarrow \sim p$	١٠- أن لا يكون غدا هو يوم السبت شرط كاف لكى لا يكون اليوم هو الجمعة .

مثال ١١ : كون جدول الحقيقة للتقرير المركب الآتى :

" نهر النيل هو شريان الحياة فى مصر وامتداد مياه النيل إلى الصحراء شرط كاف لتعميرها . "

الحل : التقارير البسيطة المكونة للتقرير المركب هى :

p : نهر النيل هو شريان الحياة فى مصر

q : مياه النيل تمتد إلى الصحراء

r : الصحراء يتم تعميرها

أذن التقرير فى صورة رمزية يكون $p \wedge (q \rightarrow r)$ وهو تقرير من نوع الوصلة، وجدول الحقيقة للتقرير يكون كالآتى :

p	q	r	$q \rightarrow r$	$p \wedge (q \rightarrow r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	F
F	T	F	F	F
F	F	T	T	F
F	F	F	T	F

مثال ١٢ : كون جدول الحقيقة للتقرير $p \vee \sim(q \wedge r) \rightarrow p \vee q$

الحل : التقرير من نوع الشرطية

وجدول الحقيقة للتقرير يكون كالآتى :

p	q	r	$p \vee q$	$q \wedge r$	$\sim(q \wedge r)$	$p \vee \sim(q \wedge r)$	التقرير
T	T	T	T	T	F	T	T
T	T	F	T	F	T	T	T
T	F	T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	T
F	T	T	T	T	F	F	T
F	T	F	T	F	T	T	T
F	F	T	F	F	T	T	F
F	F	F	F	F	T	T	F

٥ - أداة الربط الشــرطية المزدوجــة "... إذا وفقــط إذا كــان... " Biconditional

إذا كان كل من q , p تقريرا بسيطا فإن التقرير " p إذا وفقط إذا كان q " يكون تقرير مركب وهو يعنى " إذا كان p فإن q و إذا كان q فإن p " ويرمز لــه $p \leftrightarrow q$ ويكتب أحيانا على الصورة $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ ويمكن تكوين جدول الحقيقــة للتقرير $p \leftrightarrow q$ بالاستعانة بجدول الحقيقة لأداة الربط الشرطية $\rightarrow$ وأداة الوصــل $\wedge$ كالآتى :

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

وبالتالى فإن قيم الحقيقة للتقرير المركب $q \leftrightarrow p$ تحقق الخاصية :

التقرير المركب $q \leftrightarrow p$ يكون صواب إذا كان q ، p صواب معا أو خطأ معا ويكون التقرير المركب $q \leftrightarrow p$ خطأ فيما عـــدا ذلك.

ملاحظة : التقرير المركب $q \leftrightarrow p$ " p إذا وفقط إذا كان q " يمكن صياغته بطرق مختلفة كالآتى :

١ - p إذا و إذا فقط q

٢ - p إذا q والعكس صحيح

٣ - إذا كان p فإن q والعكس صحيح

٤ - الشرط الضرورى و الكافى لـــ p هو q

٥ - p شرط ضرورى و كافى لـــ q

مثال ١٣ : التقرير

" إذا كان المثلث متساوى الأضلاع فانه يكون متساوى الزوايا
وإذا كان متساوى الزوايا فإنه يكون متساوى الأضلاع "

يمكن صياغته باستخدام أداة الشرطية المزدوجة كالآتى :

" المثلث متساوى الأضلاع إذا وفقط إذا كان متساوى الزوايا "

" المثلث متساوى الأضلاع $\leftrightarrow$ متساوى الزوايا "

" إذا كان المثلث متساوى الأضلاع فانه يكون متساوى الزوايا والعكس صحيح "

" الشرط الضرورى والكافى لتساوى أضلاع المثلث هو تساوى زواياه "

" تساوى أضلاع المثلث شرط ضرورى وكافى لتساوى زواياه "

مثال ١٤ : كون جدول الحقيقة للتقرير

$$(p \rightarrow (\sim q \vee r)) \wedge \sim (q \vee (p \leftrightarrow \sim r))$$

الحل : التقرير من نوع الوصلة

وجدول الحقيقة للتقرير يكون كالآتى :

p	q	r	$(p$	$\rightarrow(\sim$	q	$\vee$	$r))$	$\wedge$	$\sim(q$	$\vee(p$	$\leftrightarrow$	$\sim$	$r))$			
T	T	T	T	T	F	T	T	T	F	F	T	T	T	F	F	T
T	T	F	T	F	F	T	F	F	F	F	T	T	T	T	T	F
T	F	T	T	T	T	F	T	T	T	T	F	F	T	F	F	T
T	F	F	T	T	T	F	T	F	F	F	F	T	T	T	T	F
F	T	T	F	T	F	T	T	T	F	F	T	T	F	T	F	T
F	T	F	F	T	F	T	F	F	F	F	T	T	F	F	T	F
F	F	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F	T	F	T	F	T
F	F	F	F	T	T	F	T	F	T	T	F	F	F	F	T	F
1	2	3	1	6	4	2	5	3	11	10	2	9	1	8	7	3

مثال ١٥ : كون جدول الحقيقة للتقرير $\sim p \vee q \leftrightarrow p \to q$

الحل : التقرير من نوع الشرطية المزدوجة

وجدول الحقيقة للتقرير يكون كالآتى :

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \to q$	$\sim p \vee q \leftrightarrow p \to q$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

نلاحظ فى هذا المثال أن قيم الحقيقة للتقريــــر المركـــب $\sim p \vee q \leftrightarrow p \to q$ تكـــون صواب فى جميع التركيبات الممكنة بالجدول.

مثال ١٦ : كون جدول الحقيقة للتقرير $(p \wedge q) \wedge \sim q$

الحل : التقرير من نوع الفاصلة

وجدول الحقيقة للتقرير يكون كالآتى :

p	q	$\sim q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge \sim q$
T	T	F	T	F
T	F	T	F	F
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F

نلاحظ فى هذا المثال أن قيم الحقيقة للتقرير المركب $(p \wedge q) \wedge \sim q$ تكون خطأ فى جميع التركيبات الممكنة بالجدول .

تمارين الفصل الثانى

١ - أوجد نفى كل من التقارير الآتية ثم عين قيمة الحقيقة لكل من التقرير ونفيه:

١) المستطيل له أربعة أضلاع .

٢) العدد 9 عدد ليس أولى .

٣) مجموع زوايا المثلث يساوى قائمتين .

٤) العدد 5^2 اكبر من العدد 2^5 .

٥) $6 + 9 < 14$.

٦) ليس صحيحا أن مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين .

٧) المعادلة $2x + 1 = 0$ ليس لها حل فى مجموعة الأعداد الطبيعية .

٨) مجموعة الأعداد الطبيعية تكون مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية .

٩) الحديد يتمدد بالحرارة وينكمش بالبرودة .

١٠) مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين .

٢ - أوجد قيمة الحقيقة لكل من التقارير الآتية :

١) ليس صحيحا أن العدد 2^9 عددا زوجيا .

٢) القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية أو لندن عاصمة فرنسا .

٣) القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية و لندن عاصمة فرنسا .

٤) من الخطأ القول إنه إذا كانت القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية فإن لندن عاصمة فرنسا .

٥) أهرامات الجيزة وسور الصين العظيم من عجائب الدنيا السبع .

٦) ليس صحيحا أن $2 + 3 \neq 4$ أو $5 + 2 = 7$.

٧) إذا كان $2 + 3 = 5$ فإنه ليس صحيحا أن $2^3 = 8$ إذا وفقط إذا كان $3^2 = 9$.

٨) الشرط الضرورى والكافى لكى يكون المثلث متساوى الأضلاع هو أن يكون متساوى الزوايا .

٩) مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين لكن ليس صحيحا أن المعادلة $5x + 3 = 18$ لها حل فى مجموعة الأعداد الطبيعية .

١٠) المعادلة $5x + 1 = 18$ ليس لها حل فى مجموعة الأعداد الطبيعية أو فى مجموعة الأعداد النسبية .

٣ - وعد رجل ابنه قائلا :

" سوف احضر لك هدية فقط إذا حصلت على تقدير امتياز فى الامتحان النهائى "

١) حصل الابن بالفعل على تقدير امتياز فى الامتحان النهائى ولكن الأب لم يحضر هدية لابنه. هل الأب أوفى بوعده لابنه ؟ وضح لماذا ؟

٢) احضر الأب هدية لابنه . هل الابن حقق رغبة أبيه ؟ وضح لماذا ؟

٣) لم يحصل الابن على تقدير امتياز فى الامتحان النهائى ولكن الأب احضر هدية لابنه . هل الأب خالف وعده لابنه ؟ وضح لماذا ؟

٤ - أكتب كلا من التقارير الآتية فى صورة " إذا . . . فإن . . . " :

١) يقال أن الزاويتان متكاملتان إذا كان مجموع قياسيهما يساوى 180 درجة .

٢) الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما 90 درجة .

٣) المعادلة $2x + 1 = 0$ ليس لها حل إذا كان x تنتمى فى مجموعة الأعداد الطبيعية.

٤) المستقيم العمودى على مستوى يكون عمودى على كل مستقيم فى المستوى .

٥) فى المثلث القائم الزاوية مربع طول الوتر يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين .

٦) x عددا زوجيا شرط كافى لكى يكون x^2 عددا زوجيا .

٧) x عددا زوجيا شرط ضرورى لكى يكون x^2 عددا زوجيا .

٨) زوايا المثلث تتساوى بشرط تساوى أضلاع المثلث .

٩) الشرط الكافى لتساوى أضلاع مثلث هو تساوى زواياه .

١٠) الشرط الضرورى لكى يكون x عدد فردى هو أن يكون $x + 1$ عدد زوجى.

١١) x^2 تقترب من العدد 4 كلما كانت x تقترب من العدد 2 .

١٢) بفرض أن $-4 < x < 4$ فينتج أن $|x| < 4$.

١٣) يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وكانت إما زاويتان متبادلتان متساويتين فى القياس أو زاويتان متبادلتان متساويتين فى القياس.

١٤) التقرير p خطأ والتقرير q خطأ شرط كافى لكى يكون التقرير المركب $p \vee q$ خطأ .

١٥) التقرير المركب $p \wedge q$ يكون صواب فقط إذا كان التقرير p صواب والتقرير q صواب .

٥ – إذا كان p ترمز إلى التقرير " السماء تمطر "

q ترمز إلى التقرير " الشمس ساطعة "

r ترمز إلى التقرير " الرياح عاصفة "

ضع كل من التقارير الآتية فى صورة رمزية ثم كون جدول الحقيقة لكل تقرير :

١ – السماء تمطر لكن الشمس ساطعة .	٦ – إما الشمس ساطعة أو الرياح عاصفة .
٢ – الشمس ساطعة أو السماء لا تمطر .	٧ – سطوع الشمس ضرورى لعدم سقوط المطر .
٣ – من الخطاء القول أن الشمس سلطعة أو السماء لا تمطر بينما الريح عاصف.	٨ – ليس صحيحا أن سطوع الشمس أو عدم وجود رياح عاصفة شرط كافى لعدم سقوط المطر .
٤ – إذا كانت الرياح عاصفة فإن السماء تمطر أو الشمس غير ساطعة.	٩ – الشمس ليست ساطعة إذا وفقط إذا كانت الرياح عاصفة أو السماء تمطر .
٥ – الشمس ليست ساطعة لكن إذا كانت الرياح عاصفة فإن السماء تمطر .	١٠ – إذا كانت الرياح العاصفة شرط ضرورى وكافى لسقوط المطر فإن الشمس لن تكون ساطعة.

٦ - إذا كان p , q ترمز إلى تقارير صائبة وكان s , r ترمز إلى تقارير خاطئة فأوجد قيمة الحقيقة لكل من التقارير الآتية :

(1) - $p \wedge (q \vee r)$

(2) - $(p \wedge q) \vee r$

(3) - $\sim (p \wedge q)$

(4) - $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$

(5) - $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$

(6) - $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$

(7) - $(\sim p \vee q \rightarrow r) \wedge s$

(8) - $r \leftrightarrow \sim p \veebar q$

(9) - $\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge s \rightarrow \sim q$

(10) - $\sim (r \vee p \leftrightarrow p) \wedge s \rightarrow \sim q$

٧ - نفرض التقارير البسيطة

p : هو مخلص فى عمله

q : هو سـعيد

اكتب كل من التقارير الآتية فى صورة رمزية ثم كون جدول الحقيقة لكل منها:

١) هو غير سعيد وكذلك غير مخلص فى عمله .

٢) إذا كان غير مخلص فى عمله فإنه لن يكون سعيد .

٣) إخلاصه فى عمله شرط ضرورى لكى يكون سعيد .

٤) هو مخلص فى عمله إذا وفقط إذا كان سعيد .

٥) إما هو غير سعيد أو غير مخلص فى عمله .

٦) إخلاصه فى عمله شرط كافى لكى يكون سعيد .

٧) هو مخلص فى عمله لكنه غير سعيد .

٨) هو مخلص فى عمله فقط عندما يكون سعيد .

٩) هو مخلص فى عمله وسعيد .

١٠) هو غير سعيد فقط عندما يكون غير مخلص فى عمله .

١١) هو سعيد بشرط أن يكون مخلص فى عمله .

١٢) الشرط الضرورى لكى يكون سعيد هو أن يكون مخلص فى عمله .
١٣) الشرط الضرورى لكى يكون مخلص فى عمله هو أن يكون سعيد .
١٤) الشرط الكاف لكى يكون سعيد هو أن يكون مخلص فى عمله .
١٥) الشرط الكاف لكى يكون مخلص فى عمله هو أن يكون سعيد .
١٦) الشرط الضرورى والكاف لكى يكون سعيد هو أن يكون مخلص فى عمله.
١٧) هو غير سعيد لكن إذا اخلص فى عمله فسوف يكون سعيد .
١٨) هو سعيد لكن إذا لم يخلص فى عمله فلن يكون سعيد .
١٩) ليس صحيحا أن عدم إخلاصه فى عمله يؤدى إلى سعادته .
٢٠) إخلاصه فى عمله شرط ضرورى وكاف لكى يكون سعيد .

٨ - نفرض التقارير البسيطة

p : هو مخلص فى عمله
q : هو سـعيد
r : هو ناجح فى حياته

اكتب كل من التقارير الآتية فى صورة رمزية ثم كون جدول الحقيقة لكل منها :

١) هو مخلص فى عمله فقط عندما يكون سعيد وناجح فى حياته .
٢) إذا كان غير مخلص فى عمله فإنه لن يكون سعيد أو ناجح فى حياته .
٣) إخلاصه فى عمله شرط ضرورى للسعادة أو النجاح فى الحياة .
٤) هو ناجح فى حياته لكن إذا كان غير مخلص فى عمله فإنه لن يكون سعيد .
٥) إذا كان إخلاصه فى عمله شرط ضرورى وكاف للنجاح فإنه سوف يكون سعيد.
٦) ليس صحيحا أن عدم إخلاصه فى عمله يؤدى إلى سعادته أو نجاحه فى الحياة .
٧) - هو غير سعيد لكن إذا اخلص فى عمله فسوف يكون ناجح فى حياته .

٨) – الشرط الضرورى لكى يكون سعيد وناجح فى حياته هو أن يكون مخلص فى عمله .

٩) – الشرط الكافى لكى يكون سعيد أو ناجح فى حياته هو أن يكون مخلص فى عمله .

١٠) – الشرط الضرورى والكافى لكى يكون سعيد وناجح فى حياته هو أن يكون مخلص فى عمله.

٩ – كون جدول الحقيقة لكل من التقارير الآتية :

(1) - $\sim(p \wedge q)$

(2) - $\sim p \wedge \sim q$

(3) - $\sim p \rightarrow q$

(4) - $p \rightarrow \sim q$

(5) - $p \veebar q \rightarrow \sim p$

(6) - $p \wedge (q \vee r)$

(7) - $(p \wedge q) \vee r$

(8) - $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$

(9) - $r \leftrightarrow \sim p \veebar q$

(10) - $\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$

١٠ – اكتب كل من التقارير الآتية فى صورة رمزية ثم كون جدول الحقيقة لكل منها :

١) من الخطأ القول أن الشباب يجدون فرص عمل جديدة والصحراء من حولنا لا يتم تعميرها .

٢) المنطق الرياضى لغة علمية ولا غنى عنها فى الرياضيات .

٣) من الخطأ أن نقول ما لا نعنيه أو لا نعنى بما نقوله .

٤) المنطق الرياضى هو علم التفكير الدقيق ومن الخطأ أن نقول انه يوجد له قواعد غير واضحة أو لغة علمية غير مفهومة .

٥) إذا لم تلتزم بالنظام داخل قاعة الدراسة فإننى سوف أخرجك من القاعة .

٦) يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وكانت إما زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس أو زاويتان متناظرتان متساويتان فى القياس.

٧) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتين وكل زاويتين متناظرتين متساويتين.

٨) يتشابه المثلثان إذا تطابقت زواياهما المتناظرة أو تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة.

٩) الشكل الرباعى يكون متوازى أضلاع إذا كان فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين أو كل من قطريه ينصف الآخر.

١٠) يتطابق المثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة متساوية وكذلك زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس.